

**CONSTRUCCIÓN Y VALORACIÓN DE UN PORTAFOLIO PARA UN
INVERSIONISTA CON UN PERFIL ESPECÍFICO**

Presentado por:

VIVIANA MARULANDA ALAYÓN

NATALIA SÁNCHEZ URDANETA

Director:

FREDY OCARIS PÉREZ RAMÍREZ

**Trabajo de grado para optar por el título de
Magister en Administración Financiera**

**UNIVERSIDAD EAFIT
ESCUELA DE ECONOMIA Y FINANZAS
BOGOTA, COLOMBIA
2015**

TABLA DE CONTENIDO

1	Introducción	9
2	Marco conceptual.....	11
2.1	Mercado de valores colombiano.	11
2.1.1	<i>Renta fija.</i>	13
2.1.2	<i>Renta variable.</i>	14
2.2	Contexto Macroeconómico.	15
2.3	Teoría de portafolio.....	17
2.4	Riesgos de invertir.	20
2.4.1	<i>Riesgo de mercado.</i>	20
2.4.2	<i>Riesgo de liquidez.</i>	22
2.4.3	<i>Riesgo de crédito.</i>	22
2.4.4	<i>Riesgo operacional.....</i>	23
2.4.5	<i>Riesgo de reinversión.....</i>	23
2.5	Valoración del riesgo.....	23
2.5.1	<i>Críticas al VaR.</i>	24
2.5.2	<i>VaR simulación histórica.</i>	26
2.5.3	<i>VaR simulación Montecarlo.....</i>	27
2.5.4	<i>VaR paramétrico.</i>	28
2.5.4.1	<i>Varianzas cambiantes en el tiempo.</i>	29
2.5.5	<i>Expected Shortfall.</i>	30

2.6	Backtesting	32
2.6.1	<i>Test de Kupiec</i>	32
2.6.2	<i>Marco de referencia Comité de Basilea (1996)</i>	33
3	Método de solución	36
3.1	Definición perfil del inversionista	36
3.2	Elección de activos del portafolio	38
3.3	Selección de métodos de valoración de riesgo	39
4	Presentación y análisis de resultados	40
4.1	Descripción de datos	40
4.2	Selección del portafolio óptimo	40
4.3	Valoración de riesgo	44
4.4	Backtesting	48
4.4.1	<i>Resultado bajo el test de Kupiec</i>	48
4.4.2	<i>Resultado bajo el marco de referencia del Comité de Basilea</i>	51
5	Conclusiones	53
6	Referencias	55
7	Anexos	57

INDICE DE ANEXOS

Anexo 1. Pruebas de normalidad	57
Anexo 2. Distribución de los rendimientos.....	62
Anexo 3. Pruebas de raíz unitaria	64
Anexo 4. Estimación de modelos GARCH (1,1).....	67
Anexo 5. Estimación de covarianzas condicionales	69
Anexo 6. Resultados de frontera eficiente	70
Anexo 7. Marco de Referencia de Backtesting Basilea 1996 (250 observaciones).....	71

INDICE DE TABLAS

Tabla 1. Resultados de Valor en Riesgo para portafolio A (95% y 99% de confianza)	45
Tabla 2. Resultados de Valor en Riesgo para portafolio B (95% y 99% de confianza).....	45
Tabla 3. Resultados Test de Kupiec portafolio A (95% de confianza)	48
Tabla 4. Resultados Test de Kupiec portafolio A (99% de confianza)	49
Tabla 5. Resultados Test de Kupiec portafolio B (95% de confianza)	49
Tabla 6. Resultados Test de Kupiec portafolio B (99% de confianza)	49
Tabla 7. Excepciones portafolio A (pérdidas superiores al VaR - 99% de confianza)	52
Tabla 8. Excepciones portafolio B (pérdidas superiores al VaR - 99% de confianza)	52

INDICE DE ECUACIONES

Ecuación 1. Maximización del rendimiento esperado del portafolio.....	18
Ecuación 2. Varianza del portafolio.....	19
Ecuación 3. Minimización de la varianza del portafolio.....	19
Ecuación 4. Rendimiento esperado del portafolio	19
Ecuación 5. Propiedad de monotonidad.....	25
Ecuación 6. Propiedad de homogeneidad positiva.....	25
Ecuación 7. Propiedad de invariabilidad ante traslaciones	25
Ecuación 8. Propiedad de subaditividad	25
Ecuación 9. Igualdad que satisface R^* (VaR) a un nivel de confianza α	29
Ecuación 11. Expected Shortfall a un nivel de confianza α	31
Ecuación 12. Estadístico de prueba test de Kupiec	33
Ecuación 13. Requisito del capital mínimo.....	34
Ecuación 14. Umbral máximo zona verde marco de backtesting	35
Ecuación 15. Umbral máximo zona amarilla marco de backtesting	35

INDICE DE FIGURAS

Figura 1. Representación Gráfica del Expected Shortfall.....	26
Figura 2. VaR por Simulación Histórica.....	27
Figura 3. Representación gráfica del Expected Shortfall.....	31
Figura 4. Distribución de Inversión por Tipo de Activos	38
Figura 5. Frontera Eficiente Bajo Volatilidades Constantes (Frontera A).....	42
Figura 6. Frontera Eficiente Bajo Volatilidades Condicionales (Frontera B).....	43
Figura 7. Comparación de Valor en Riesgo al 95% y 99% de confianza (Portafolio A).....	45
Figura 8. Comparación de Valor en Riesgo al 95% y 99% de confianza (Portafolio B).....	46

Construcción y Valoración de un Portafolio Para un Inversionista con un Perfil Específico

Natalia Sánchez Urdaneta
nsanch14@eafit.edu.co
Viviana Marulanda Alayón
vmarula1@eafit.edu.co

Resumen

El mercado de valores colombiano ha tenido un desarrollo y un crecimiento importante en los últimos años; la apertura económica, el fortalecimiento de los diferentes sectores económicos, el fácil acceso a los recursos a través de dicho mercado, la gestión de portafolios de inversión, entre otros factores, han llevado a los diferentes agentes a acudir al mercado bursátil en busca de mayores rentabilidades. Este fenómeno, ligado a la importancia del riesgo específico que cada uno de los agentes del mercado está dispuesto a tomar, lleva al sector financiero a ofrecer diversas alternativas que se ajusten a cada perfil de riesgo de los inversionistas, con el fin de maximizar los recursos.

Este trabajo pretende construir un portafolio eficiente para un inversionista con un perfil de riesgo específico, utilizando diferentes activos tanto de renta fija como de renta variable negociados en el mercado de valores colombiano. Sobre dicho portafolio se hará una medición y cuantificación de riesgo de mercado con diferentes metodologías, definidas a partir de una revisión bibliográfica. Finalmente, se compararán los modelos escogidos con el fin de presentar argumentos para justificar el uso de un método u otro al valorar un portafolio de inversión.

Palabras clave

Rentabilidad, riesgo, teoría de portafolio, portafolio de Markowitz, riesgo de mercado, valor en riesgo.

Abstract

Colombian stock market has had a development and significant growth in recent years; economic liberalization, strengthening of the different economic sectors, easy access to resources through the market, managing investment portfolios, among other factors, have led to different agents to come to the market in search of higher returns. This, linked to the importance of the risk that each of the market players are willing to take, leads the financial sector to offer alternatives that fit each risk profile of investors in order to maximize their capitals.

This paper aims to build an efficient portfolio for an investor with a specific risk profile, using both fixed income and equity securities traded in the Colombian capital market. Throughout different methodologies, the market risk will be measured and quantified; these last will be defined and selected after a literature review. Finally, the models chosen in order to present arguments to justify the use of one method or another in assessing an investment portfolio will be compared.

Key words

Profitability, risk, portfolio theory, Markowitz portfolio, market risk, value at risk.

1 Introducción

La administración eficiente de los excedentes de liquidez es uno de los retos a los que se enfrentan las gerencias financieras de las empresas. Como alternativa para el uso de estos recursos, se encuentra la posibilidad de realizar inversiones en el mercado financiero a través de portafolios que exhiben diferentes niveles de rentabilidad. Gracias a la evolución del mercado de valores colombiano presenciada durante los últimos años, que atrae cada vez más a todo tipo de agentes, es posible que los inversionistas puedan hallar una variedad de activos de diferente naturaleza, a través de los cuales se pueden obtener beneficios significativos, teniendo en cuenta la disyuntiva existente entre rentabilidad y riesgo.

La construcción de un portafolio de inversiones atractivo en los términos anteriormente mencionados ha sido objeto de estudio para las finanzas modernas. Markowitz (1952), por ejemplo, para abordar la relación entre riesgo y rentabilidad de un portafolio con mayor precisión, estableció un área de factibilidad en la que el inversionista puede basarse para tomar una decisión óptima, al tener en cuenta diferentes niveles para cada uno de estos dos factores. La aplicación de esta teoría permite minimizar la pérdida a la que se encuentra expuesta la inversión; sin embargo la adquisición de un portafolio de activos del mercado financiero, tiene asociado un riesgo de mercado determinado por *“la posibilidad de obtener pérdidas en las posiciones de los activos a causa del cambio en sus precios”* (Melo y Granados, 2010, p. 4); por esta razón es indispensable no sólo el análisis de la conformación del mismo teniendo en cuenta la teoría de portafolio, sino la cuantificación y medición del riesgo asociado de forma tal, que la decisión de inversión sea tomada en un contexto de racionalidad.

En línea con lo anterior, y si se tiene en cuenta el pilar de las finanzas que busca la maximización de los excedentes de liquidez, bajo unos parámetros de riesgo específicos, el presente documento propone la construcción de un portafolio de inversiones eficiente conformado por activos de renta fija y renta variable transados en el mercado de valores colombiano, para un inversionista corporativo con un perfil de riesgo determinado; teniendo en cuenta la teoría de portafolio desarrollada por las finanzas modernas. Adicionalmente, se plantea la necesidad de cuantificar el riesgo de mercado asociado a la inversión sugerida, analizando y comparando diferentes modelos que la teoría de gestión de mercados financieros ofrece; esto con el fin de confrontar la teoría y establecer diferencias, ventajas y desventajas entre un método y otro. De esta forma una empresa del sector real colombiano, con su respectivo perfil de riesgo, tendrá las herramientas necesarias para decidir racionalmente el riesgo que está dispuesta a asumir con el fin de alcanzar una determinada rentabilidad.

El documento se encuentra compuesto por el marco teórico en el que se realiza una revisión bibliográfica de la teoría de portafolio de Markowitz, una breve historia del mercado de valores colombiano y el mercado tanto de renta fija como renta variable, así una contextualización de la situación macroeconómica actual y los modelos de riesgo de mercado; posteriormente se presentará el método de solución en el que se detalla la forma en la que fue definido el perfil del inversionista, la forma de selección de los activos que conforman el portafolio y la selección de los métodos de valoración del riesgo de mercado. Finalmente, se expondrán los resultados, las conclusiones y recomendaciones en términos de rentabilidad y riesgo para el inversionista.

2 Marco conceptual

2.1 Mercado de valores colombiano.

“El mercado de valores es el conjunto de agentes, instituciones, instrumentos y operaciones realizadas por inversionistas e intermediarios, que interactúan facilitando la transferencia de capitales para la inversión a través de la negociación de activos financieros.” (Superintendencia Financiera de Colombia, 2008, p.2). En este tipo de mercado se realizan las siguientes actividades: emisión y oferta de valores, intermediación de valores, administración de fondos de valores, fondos de inversión, fondos mutuos de inversión, fondos comunes ordinarios y especiales, entre otras. Es fundamental porque permite canalizar de forma eficiente el ahorro público al sector privado de la economía.

El origen del mercado de valores colombiano se remonta a finales del siglo XVI y principios del siglo XVII cuando algunas compañías utilizaron la emisión de acciones como medio de financiación de sus actividades productivas. Posteriormente, durante las dos primeras décadas del siglo XX y gracias al proceso de industrialización que se dio en el país por el auge del sector cafetero que permitió la entrada de capitales de gran importancia, se vio la necesidad de definir un escenario de negociación.

En 1928, se dio origen a la Bolsa de Valores de Bogotá gracias a un grupo de empresas que decidieron organizarse con el fin de facilitar las actividades de transacción y la transparencia de las operaciones; de esta manera el Banco de Colombia, el Banco de Bogotá y la Nacional de Chocolates se unieron y originaron la entidad mencionada con un capital social inicial de COP\$20.000. Aunque la actividad de la bolsa se vio afectada inicialmente por la

crisis financiera de 1929, poco a poco con el tiempo se fue respondiendo a las necesidades del mercado local.

En 1961, se originó la Bolsa de Medellín, que arrancó favorablemente gracias a que se desarrolló en una zona con una presencia industrial muy fuerte y que contribuía con el crecimiento y desarrollo del país. La creación de esta bolsa permitió una descentralización del mercado de capitales, así como la financiación de la industria antioqueña. En 1983, se creó la Bolsa de Occidente que poco a poco fue ganando importancia gracias a los volúmenes de negociación que llegó a manejar.

La necesidad de canalizar recursos de forma transparente en el mercado de valores colombiano se hizo cada vez mayor, debido a que con la existencia de tres bolsas diferentes se dio espacio a oportunidades de arbitraje, ocasionadas por la diferencia de precios que se podía dar para los mismos activos negociados. Por esta razón, y con el fin de reducir costos de transacciones y aumentar la confianza de los inversionistas, se vio la necesidad de integrar las 3 bolsas de valores (Bolsa de Bogotá, Bolsa de Medellín y Bolsa de Occidente), lo que abrió el paso para que el 3 de julio de 2001 se fusionaran, convirtiéndose en la Bolsa de valores de Colombia.

Actualmente, la Bolsa de Valores de Colombia (BVC) es una institución financiera privada, adscrita al Ministerio de Hacienda y Crédito Público y vigilada por la Superintendencia Financiera de Colombia. Su función principal es canalizar los recursos de los agentes particulares hacia las empresas que requieren capital y financiación, mediante la intermediación en la negociación de activos tanto de renta fija como de renta variable.

2.1.1 *Renta fija.*

Los activos de renta fija son instrumentos de deuda que son utilizados por el Estado, las empresas y las entidades financieras, que les permiten obtener recursos para cumplir con sus actividades específicas y que otorgan al propietario derechos que deben ser compensados por el emisor.

La característica principal de estos activos es su rentabilidad, que se encuentra fijada para toda la vida de la emisión. Un activo de renta fija básicamente supone un desembolso inicial, cupones (intereses periódicos) y la devolución del desembolso inicial en el vencimiento acordado.

En la Bolsa de Valores de Colombia es posible, para las entidades que se encuentren afiliadas (establecimientos de crédito, sociedades fiduciarias, sociedades comisionistas de bolsa, sociedades de capitalización, compañías de seguros y entidades de naturaleza pública como el Banco de la República, entre otras), comprar y vender activos de renta fija. Los inversionistas (tanto personas naturales como jurídicas) pueden participar en dicho mercado a través de las sociedades comisionistas de bolsa.

El mercado de renta fija en Colombia ha constituido una fuente fundamental de crecimiento económico debido a que ha sido utilizado como vehículo para distribuir recursos y formar capital en diferentes actividades productivas. Asimismo, porque actúa como complemento del mercado bancario al ofrecer alternativas de financiación con mayor flexibilidad. El crecimiento de este mercado se consolidó en el periodo 2002-2011, cuando la economía presentó un crecimiento importante y el monto de títulos en circulación aumentó en 249%. De esta forma, los activos de renta fija se convirtieron en los más negociados en el

mercado local, con un total del 91% del total del volumen de mercado, lo que posicionó a Colombia como el tercer mercado a nivel regional por encima de Chile y Perú.

2.1.2 *Renta variable.*

Los activos de renta variable, por su parte, son aquellos que no tienen determinada una rentabilidad; las acciones son el título característico de este mercado. Estos son títulos representativos de la propiedad de una empresa, que permiten tomar posesión y participar de las utilidades de la misma; no obstante, la responsabilidad del inversionista de acuerdo al monto invertido es limitada.

La emisión de acciones permite a las empresas financiarse, mientras cede a los inversionistas una serie de derechos como lo son la participación en la distribución de beneficios, la asistencia y voto en juntas generales de accionistas, el derecho a recibir información sobre la situación de la empresa, entre otros.

En Colombia, el sistema transaccional que permite la negociación de estos títulos se encuentra administrado por la Bolsa de Valores de Colombia. Las únicas compañías que se encuentran autorizadas para la negociación de estos títulos son las sociedades comisionistas de bolsa, que actúan como intermediarios. Las empresas inscritas en el mercado de renta variable tienen la obligación de proporcionar información relevante para que los inversionistas tengan los argumentos suficientes para tomar sus decisiones de inversión.

La estructura del mercado de renta variable colombiano ha presentado una evolución importante durante los últimos años debido a la recomposición de los activos que pertenecen al mercado y a la participación de los principales agentes. El mayor indicador que en la actualidad refleja los cambios en los precios de las 20 acciones más líquidas de la Bolsa de

Valores de Colombia es el COLCAP. La evolución de este índice ha sido positiva, gracias a las nuevas emisiones y aumentos de capital, principalmente provenientes del sector financiero (44,6% de participación dentro del índice).

Respecto a los agentes dentro del mercado local, se ha visto un cambio importante durante los últimos cinco años; en la actualidad las Administradoras de Fondos de Pensiones (AFPs) son las principales participantes ya que manejan el 30% de los flujos diarios. Tanto las AFPs como los inversionistas extranjeros (personas naturales extranjeras, fondos extranjeros, etc.) han actuado como los compradores más relevantes de los últimos tiempos, de forma acumulada. Las personas naturales colombianas y el sector real actúan como los vendedores más destacados dentro del mercado con un total de COP20bn de ventas netas en el periodo enero 2007- febrero 2015.

2.2 Contexto Macroeconómico.

La economía colombiana se encuentra en un momento crucial, en el cual el contexto internacional tiene un gran efecto. La economía global no da muestras de dinamización y el desplome internacional del precio del petróleo son factores que contribuyen a la desaceleración económica que está experimentando el país; sin embargo, la economía colombiana se sitúa como una de las más estables y de mayor crecimiento en América Latina, gracias al ajuste ordenado que ha venido presentando frente a los choques externos.

Los términos de intercambio de la economía local se han visto deteriorados por la fuerte caída en los precios del petróleo, razón por la cual los ingresos del país han experimentado una reducción significativa. Adicionalmente, el crecimiento promedio de los

socios comerciales se ha encontrado por debajo de las proyecciones; con esto, la balanza comercial y la demanda interna han sufrido caídas importantes. Dados estos resultados, los responsables de la política económica tienen el reto de resistir los choques y mantener la confianza de los inversionistas nacionales e internacionales, e implementar las políticas correctas.

Durante el primer trimestre del año, la economía colombiana creció un 2,8%. Las exportaciones netas registraron un fuerte aumento debido a la disminución de las importaciones y el importante aumento de las exportaciones, ambas impulsadas en gran medida por la devaluación del peso colombiano frente al dólar. Los principales indicadores apuntan a una moderación, mientras que los pronósticos del Banco de la República sitúan el crecimiento para el año en curso entre el 1,8% y 3,4%.

En el 2015, el Banco de la República ha establecido un rango meta de inflación que va del 2% al 4%, con un objetivo del 3%. Dicho indicador económico ha presentado una tendencia alcista, situándose durante febrero por encima del límite superior del rango meta mencionado. Lo anterior fue ocasionado principalmente por el aumento en los precios de los alimentos, aunque igualmente se registró un aumento en el grupo de transables y no transables, sin alimentos ni regulados. Si bien las expectativas de inflación que se derivan de los TES de 2, 3 y 5 años se mantienen en un rango de 3,0% a 3,5% a uno y dos años, gracias a que el aumento de la inflación se percibe como un choque transitorio, la expectativa al cierre del año en curso sitúa a esta última en 4,0%.

Los títulos emitidos por el Gobierno (TES) han mostrado tendencias opuestas a lo largo del año. Durante el mes de enero de 2015, los activos mostraron valorizaciones en todos los plazos que se asociaron a las buenas condiciones de liquidez mundial; en este período, se

observaron entradas importantes de inversionistas extranjeros que alcanzaron cerca de COP3.800 miles de millones. Sin embargo, entre febrero y junio los precios de los títulos, fundamentalmente los de mediano y largo plazo, sufrieron caídas en los precios gracias al aumento en las tasas de los tesoros de los Estados Unidos que evidenciaron la incertidumbre respecto a la tendencia de crecimiento de las tasas de referencia; adicionalmente, las expectativas de una mayor inflación, las preocupaciones referentes al entorno fiscal y el aumento de la oferta esperada en el largo plazo, impactaron negativamente los TES, ocasionando un aumento de la oferta encabezada por inversionistas extranjeros, que alcanzó los COP1.189 miles de millones.

Ante la difícil situación de la región y la incertidumbre a nivel mundial, Colombia tiene un gran reto para mantener el crecimiento y controlar la inflación. Para esto, las autoridades monitorean constantemente el comportamiento de los diferentes sectores y los posibles impactos externos, para evaluar así la posibilidad de hacer intervenciones en materia de política monetaria y/o fiscal. Hasta el momento el país mantiene su grado de inversión por parte de las principales calificadoras de riesgo con *outlook* estable y continúa mostrando indicadores positivos que sobresalen en Latinoamérica.

2.3 Teoría de portafolio.

En 1952, el economista Harry Markowitz propuso una metodología por la que obtuvo un premio Nobel en 1991 y que permite encontrar portafolios eficientes, es decir portafolios con un máximo retorno bajo un nivel de riesgo dado, o dicho de otro modo, un portafolio con un mínimo riesgo a un nivel de rentabilidad determinado. Este enfoque revolucionó el área de las finanzas y abrió paso al desarrollo de modelos de selección de carteras.

La teoría propuesta estudia el riesgo sistemático, es decir, el riesgo que no se puede diversificar y que depende de las fluctuaciones económicas. El modelo de Markowitz tiene validez bajo las siguientes hipótesis:

- El rendimiento del portafolio es una variable aleatoria para la cual se estima una distribución de probabilidad. El valor esperado permite cuantificar el rendimiento promedio de la inversión.
- La desviación estándar permite medir no sólo la dispersión sino el riesgo inherente a cada activo y al portafolio completo.
- El inversionista es un agente racional que prefiere un portafolio del que obtenga la mayor rentabilidad con un nivel de riesgo determinado.
- Se asume que los rendimientos de cada uno de los activos financieros y del portafolio siguen una distribución normal y no presentan autocorrelación ni heteroscedasticidad entre ellos.
- Se considera que los datos históricos presentan información suficiente para predecir la rentabilidad y el riesgo futuros.

La formulación matemática que permite establecer las ponderaciones de los activos que maximizan el rendimiento esperado del portafolio se presenta a continuación en las ecuaciones (1) y (2):

Ecuación 1. Maximización del rendimiento esperado del portafolio

$$Max E(R_p) = \sum_{i=1}^n w_i * E(R_i)$$

sujeto a:

Ecuación 2. Varianza del portafolio

$$\sigma^2(R_p) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i * w_j * \sigma_{ij} \leq \sigma_0^2$$

$$\sum_{i=1}^n w_i = 1; \quad w_i \geq 0 (i = 1, \dots, n)$$

donde n es el número de activos en el portafolio, R_i es el rendimiento del activo i , $E(R_i)$ es el rendimiento esperado del activo i ; R_p es el rendimiento del portafolio, $E(R_p)$ es el rendimiento esperado del portafolio; w_i es la proporción del activo i ; $\sigma^2(R_p)$ es la varianza del rendimiento del portafolio; σ_{ij} la covarianza entre los rendimientos de los activos i y j ; y σ_0^2 es la varianza máxima admitida.

Existe una formulación alternativa mediante la cual es posible encontrar las ponderaciones de los activos, lo que minimiza la varianza del portafolio, sujeto a una rentabilidad mínima determinada. El planteamiento se expresa mediante las ecuaciones (3) y (4):

Ecuación 3. Minimización de la varianza del portafolio

$$\text{Min } \sigma^2(R_p) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i * w_j * \sigma_{ij}$$

sujeto a:

Ecuación 4. Rendimiento esperado del portafolio

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^n w_i * E(R_i) \geq \mu_0$$

$$\sum_{i=1}^n w_i = 1; \quad w_i \geq 0 (i = 1, \dots, n)$$

siendo μ_0 la rentabilidad mínima requerida.

Mediante el uso de cualquiera de estas expresiones matemáticas es posible encontrar la proporción de cada activo dentro de la cartera de inversiones que satisface las restricciones del modelo, lo que permite realizar la selección de un portafolio óptimo entre cualquiera de los que conforman la frontera eficiente (es decir, el conjunto de portafolios óptimo en el que se obtiene retornos máximos a determinados niveles de riesgo). En esta zona es posible que el inversionista tome una decisión racional de acuerdo a su perfil de riesgo.

Tanto la utilización de este modelo como la de cualquier otro de teoría de portafolios depende de la aplicación correcta de todos los supuestos que lo fundamentan; sin embargo, puede ser utilizado como una aproximación que permite al inversionista realizar un análisis conceptual y aproximarse de forma racional a su elección.

2.4 Riesgos de invertir.

Es fundamental que el inversionista tenga presente los riesgos asociados a su decisión de inversión sin perder de vista, como regla general, que una mayor rentabilidad supone un mayor riesgo. De acuerdo con esto, es importante identificar las diferentes causas por las que es posible sufrir una pérdida y con esto cuantificarlas adecuadamente.

2.4.1 Riesgo de mercado.

El riesgo de mercado puede definirse como la posibilidad de incurrir en pérdidas económicas que disminuyen el valor de un portafolio o activo, como consecuencia de

variaciones en los precios, tipos de cambio y/o tasas de interés de los mercados financieros, de los cuales dependen dichos instrumentos.

El riesgo asociado al precio de los activos de renta fija puede ser dividido en dos componentes: el riesgo general del mercado (el riesgo de que el mercado, como un todo, pierda valor) y un riesgo específico del mercado, único para la transacción financiera que se esté evaluando y que en definitiva revela el riesgo de crédito inherente al instrumento.

En definitiva, existen entonces cuatro grandes grupos de riesgo de mercado: riesgo de tasa de interés, riesgo sobre el precio de las acciones, riesgo de tasa de cambio y riesgo sobre el precio de los *commodities*.

La forma más simple de riesgo de tasa de interés es aquel riesgo de que las tasas de un instrumento de renta fija caigan como resultado de un aumento en las tasas de interés del mercado. Sin embargo, en portafolios compuestos por este tipo de activos, el riesgo es más complejo pues la exposición surge a raíz de diferentes factores, como lo son las duraciones, los nominales, la posición que se tenga (largo o corto) y el flujo de caja que esto implica.

Por su parte, el riesgo sobre el precio de las acciones es aquel que está asociado con la volatilidad de dicho mercado. El riesgo general del mercado accionario se refiere a la sensibilidad del valor de un portafolio o instrumento ante la variación en los índices de este mercado; por el contrario, el riesgo específico de una acción se refiere a la volatilidad sobre el precio de la misma generada por las características de la empresa a la cual corresponde la acción. Cabe resaltar que según la teoría del portafolio, no es posible mitigar el riesgo general de mercado a través de la diversificación, mientras que el riesgo específico sí.

El riesgo de tasa de cambio es aquel en el que se incurre al tener posiciones en activos indexados a diferentes monedas; de esta forma, la volatilidad del tipo de cambio puede consumir las utilidades generadas por la misma inversión.

En cuanto al riesgo asociado al precio de los *commodities*, se tiene que la alta volatilidad presentada se puede dar principalmente por la concentración de la oferta en manos de unos pocos, además si se toma en cuenta que dichos bienes usualmente se negocian en mercados con estas características. Otros aspectos fundamentales que afectan estos precios son la facilidad y los costos de almacenamiento, lo cual varía fuertemente dependiendo del producto negociado.

2.4.2 *Riesgo de liquidez.*

El riesgo de liquidez hace referencia tanto al riesgo de liquidez de financiación como al riesgo de liquidez de los activos. En el caso de una inversión, se tiene en cuenta éste último, el cual se define como la posibilidad de incurrir en pérdidas económicas como consecuencia de la dificultad de encontrar una contraparte para negociar un activo. Esta clase de riesgo no es fácilmente cuantificable, razón por la cual se incorpora el riesgo de liquidez en las mediciones del VaR, así como se reconoce el tiempo que le tomará al inversionista liquidar una posición relevante como un parámetro del modelo.

2.4.3 *Riesgo de crédito.*

El riesgo de crédito es aquel que se refiere a la posibilidad de incurrir en pérdidas si la contraparte incumple con el compromiso financiero adquirido en un contrato. Asimismo, se entiende como riesgo de este tipo el cambio en la calificación de una contraparte, lo cual

afectará el valor de un activo o del portafolio de inversión dado que aumenta la probabilidad de incumplimiento por parte del emisor.

2.4.4 *Riesgo operacional.*

El riesgo operacional hace referencia a las pérdidas potenciales en las que se puede incurrir como resultado de fallas de los procesos internos, errores en la ejecución de las operaciones (fallas humanas y/o fraude), o por falta de controles de procesos externos.

2.4.5 *Riesgo de reinversión*

El riesgo de reinversión es aquel que se refiere a la incertidumbre frente a la posibilidad de reinvertir los cupones generados por un título de renta fija a la misma tasa de la inversión inicial, afectando así la rentabilidad esperada de la inversión.

2.5 Valoración del riesgo.

El valor en riesgo (por sus siglas en inglés VaR: value at risk) es una medida estadística comúnmente utilizada en el mercado financiero, que surge con fuerza en la década de los 90's, a partir de la necesidad de estimar y cuantificar a través de una sola cifra la exposición total al riesgo de mercado de un activo o portafolio específico. De esta forma, bajo un horizonte de tiempo y un nivel de confianza $(1-\alpha)\%$ definidos, el VaR corresponde a la mínima pérdida esperada en el $(1-\alpha) \times 100\%$ de los peores escenarios; dicho de otra forma, es la máxima pérdida en la que puede incurrir un activo o portafolio en el $\alpha \times 100\%$ de los mejores casos. Es decir, el valor en riesgo es el α -ésimo percentil de la distribución de probabilidad de pérdidas y ganancias futuras del activo o portafolio sobre el cual se realice la

medición, bajo un horizonte de tiempo definido. De acuerdo a lo anterior, un inversionista sabrá que la pérdida asociada al monto invertido no será mayor al VaR, con una probabilidad α , bajo condiciones “normales” de mercado.

Es así como el VaR resume en una cifra el riesgo total del portafolio bajo un nivel de confianza, un horizonte temporal y una distribución de probabilidad. Gracias a esta última condición, la metodología del cálculo del VaR se divide en dos: modelos paramétricos y no paramétricos. Los primeros son aquellos que suponen una distribución de los rendimientos del portafolio, mientras que los segundos están basados en la historia y no suponen una distribución para los datos.

2.5.1 Críticas al VaR.

Cabe resaltar que el valor en riesgo es una medida con aceptación en los mercados financieros alrededor del mundo debido a su fácil interpretación. De acuerdo a Acerbi y Tasche (2002) (como se citó en Melo & Granados, 2011) es una medida de riesgo que tiene tres ventajas que se deben resaltar. Por una parte, su universalidad en cuanto a que es aplicable a cualquier tipo de activo o portafolio, sin importar si son de renta fija o renta variable; segundo, su simplicidad en cuanto a su interpretación; y finalmente, el hecho de ser una medida completa, puesto que en un solo dato recoge la pérdida derivada por el riesgo de mercado al que se expone el inversionista al tomar una posición en el portafolio.

Sin embargo, Artzner, Delbaen, Eber y Heath (1999) establecieron otras cuatro condiciones que debe tener toda medida de riesgo, con lo que introdujeron el concepto de medida de riesgo coherente, es decir, aquella que cumple con las siguientes condiciones:

Sea ρ una medida de riesgo:

- i) Monotonicidad: una mayor rentabilidad es el resultado al asumir un mayor riesgo.

Ecuación 5. Propiedad de monotonicidad

$$x \leq y \text{ implica } \rho(x) \leq \rho(y)$$

- ii) Homogeneidad positiva: al aumentar la posición en un portafolio o en los activos que lo componen, el riesgo deberá aumentar en la misma proporción.

Ecuación 6. Propiedad de homogeneidad positiva

$$(\lambda x) = \lambda \rho x$$

- iii) Invariante ante traslaciones: al incrementar la posición en un portafolio, aumentará la liquidez del mismo, por lo que el riesgo del portafolio caerá en la misma cuantía.

Ecuación 7. Propiedad de invariabilidad ante traslaciones

$$\rho(x + \alpha) = \rho(x) - \alpha$$

- iv) Subaditividad: esta propiedad hace referencia a que el riesgo de un portafolio diversificado, será menor o igual que la suma de los riesgos asociados a los activos individuales.

Ecuación 8. Propiedad de subaditividad

$$\rho(x + y) \leq \rho(x) + \rho(y)$$

Esta última condición es relevante en la administración del riesgo de portafolios, ya que está directamente relacionada con el principio de diversificación. En este sentido, el riesgo de un portafolio que cumpla con este principio, debe ser menor a la suma de los riesgos asociados a cada uno de los activos que lo componen.

De acuerdo con lo anterior, Artzner et al. (1999) aseguran que el VaR no es una medida de riesgo coherente, dado que es posible demostrar que no cumple con la condición de subaditividad, a menos que los retornos sigan una distribución normal. A raíz de esto, construyeron el VaR condicional, también conocido como *Expected Shortfall*, el cual cumple con todas las condiciones deseables en una medida de riesgo.

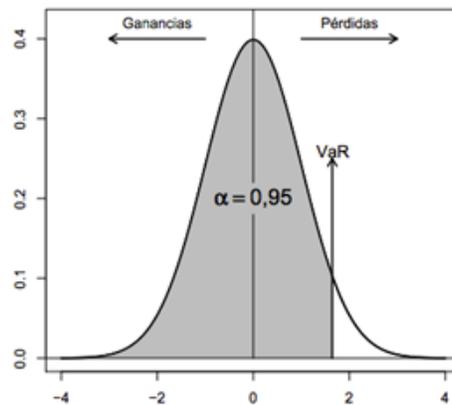


Figura 1. Representación Gráfica del Expected Shortfall

Fuente: Granados, J. & Melo, L. (2010). Regulación y valor en riesgo. Borradores de Economía, Banco de la Republica (615).

2.5.2 VaR simulación histórica.

La simulación histórica es una metodología no paramétrica que se utiliza para hallar el valor en riesgo de un portafolio; en este caso, el cálculo corresponde al α -ésimo percentil de la distribución de pérdidas y ganancias, construida a partir de la información histórica que se tiene de los retornos del portafolio. Por consiguiente, utilizar este método es sencillo y no se hacen supuestos sobre la distribución de los rendimientos, lo que hace que sea un modelo menos restrictivo que los métodos paramétricos. No obstante, esto implica que se asume que la distribución no varía en el tiempo, lo que genera una sensibilidad ante el tamaño de la muestra,

es decir, que al aumentar o disminuir los datos utilizados, es factible que el VaR cambie. Otra crítica que recibe la simulación histórica es que al ser de carácter discreto se hace imposible hallar exactamente todos los percentiles, así como que presenta una baja capacidad de pronosticar rendimientos extremos, ya que carece de información sobre estos posibles eventos.

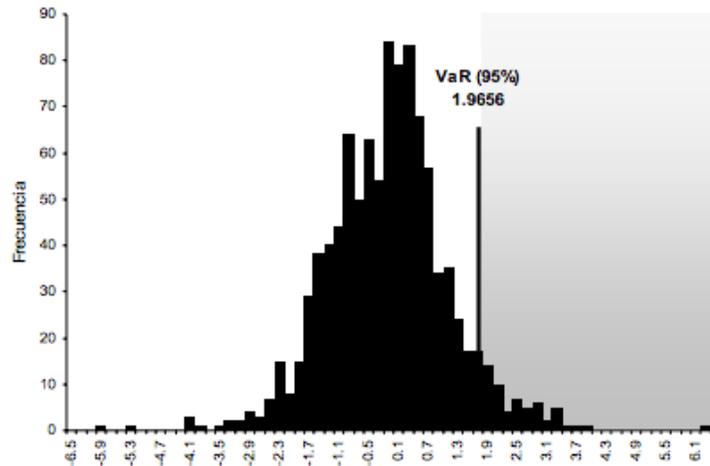


Figura 2. VaR por Simulación Histórica

Fuente: Melo, L. & Becerra, O. (2005). Medidas de riesgo, características y técnicas de medición: una aplicación del VaR y el ES a la tasa intercambiaria de Colombia. Banco de la Republica, Colombia.

2.5.3 VaR simulación Montecarlo.

La simulación de Montecarlo es un método mediante el cual es posible resolver problemas matemáticos a través de la simulación de variables aleatorias. Su importancia se basa en que hace posible resolver problemas que mediante métodos exclusivamente numéricos se hacen más complejos. Bajo esta técnica es posible mostrar el comportamiento futuro de los rendimientos diarios de cada activo y del portafolio, a través de simulaciones generadas de manera aleatoria. El procedimiento se puede llevar a cabo mediante los siguientes pasos:

- i) Utilizar variaciones pasadas de los precios de los activos financieros, con el fin de generar una ecuación que permita modelarlos y de esta forma generar un rango de valores futuros de precios a través de la generación de números aleatorios.
- ii) Simular el comportamiento de los precios en el periodo siguiente, teniendo en cuenta los valores actuales y una distribución de números aleatorios que permita realizar la predicción de valores futuros de cada precio. Este proceso debe repetirse varias veces para que sea posible construir la distribución de probabilidad.
- iii) Gracias a la distribución de probabilidad aleatoria utilizada, y por la cual cada valor tiene asociada una probabilidad de ocurrencia, es posible organizar los valores, de forma que el valor en riesgo del portafolio se encuentre en el punto en el que la probabilidad acumulada supere un nivel determinado (nivel de confianza).

El método resulta similar a la simulación histórica, sin embargo, la diferencia radica en que las variaciones de los precios se definen mediante un proceso estocástico especificado y no como resultado de la muestra de datos históricos. De otro lado, este método resulta muy completo, debido a que permite tomar en cuenta riesgos no lineales, cambios de riesgo en el tiempo, riesgos de volatilidad, análisis de colas anchas y visualización de escenarios extremos.

2.5.4 *VaR paramétrico.*

El VaR paramétrico supone una distribución de probabilidad de los rendimientos del activo o portafolio, durante el periodo de tiempo que se pretende evaluar.

Sea: $f(R)$ la función de densidad del valor del portafolio, el nivel de significancia será α %, que corresponde al α -cuantil de la función de densidad de los retornos y el VaR un número real R^* que satisfaga la siguiente ecuación (9):

Ecuación 9. Igualdad que satisface R^* (VaR) a un nivel de confianza α

$$\alpha = \int_{-\infty}^{R^*} f(R)dR = P(R < R^*)$$

Como resultado se encuentra el peor escenario posible, sin tener en cuenta los α % peores escenarios que se pueden presentar en el horizonte de tiempo en el que se pretende mantener la inversión, es decir el plazo que se utiliza para hallar el VaR.

Por otra parte, si se partiera del supuesto que los retornos del portafolio siguen una distribución normal, tal que $R \sim N(\mu_R, \sigma_R)$ con un nivel de significancia α %, se tendría que

Ecuación 10. Valor en Riesgo suponiendo una distribución Normal

$$VaR = \alpha\sigma_R - \mu_R$$

Esta distribución puede ser válida en el caso de portafolios amplios, son concentración del riesgo, es decir, con un alto nivel de diversificación. De lo contrario se hace necesario hallar función de distribución de los rendimientos del portafolio.

2.5.4.1 *Varianzas cambiantes en el tiempo.*

Ahora bien, las medidas de riesgo presentadas suponen que la varianza de los retornos de los activos permanecen invariantes en el tiempo. Con el fin de recoger este efecto en la estimación del valor en riesgo de un portafolio, es necesario utilizar un modelo para calcular la volatilidad cambiante en el tiempo, a través de EWMA o GARCH.

Seguendo los estudios realizados por Novales (2014) y Barbeito, Bouza, Allende & Chen (2005), el modelo GARCH (Generalized autoregressive conditional heteroscedasticity) es un método comúnmente utilizado por el mercado para proyectar la volatilidad de una serie. A diferencia del modelo EWMA, es de tipo estocástico, ya que las variaciones en la volatilidad son aleatorias. Por su parte, el hecho de ser autorregresivo implica que los pronósticos se derivan de la media ponderada de las volatilidades históricas y que la autocorrelación entre los escenarios actuales y los anteriores es diferente de cero.

El modelo parte de la base que los retornos del activo R_t siguen una distribución normal con media cero, de tal forma $R_t = \varepsilon_t \sigma_t$, $\varepsilon_t \approx niid(0,1)$ donde el componente estocástico lo aporta ε_t y se tiene como hipótesis que la varianza condicional $Var(R_t) = \sigma_t^2$ puesto que $Var(\varepsilon_t) = 1$. Adicionalmente, se asume que las varianzas presentan autocorrelación, de forma tal que la varianza de hoy depende de la del día anterior, $\sigma_t^2 = \beta_0 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 + \beta_2 R_{t-1}^2$ por lo tanto, si $(\beta_1 + \beta_2) \cong 1$ se entiende que la varianza mantendrá su comportamiento, es decir que a un periodo de tranquilidad le seguirá otro similar, manteniendo el signo de estos parámetros, en la ecuación.

Para llevar a cabo la estimación del VaR, se utiliza entonces la varianza que se predice a través del modelo GARCH y el horizonte de tiempo de inversión previamente definido.

2.5.5 *Expected Shortfall.*

Dados los inconvenientes basados en el VaR, se han propuesto otras medidas de riesgo que suponen otras ventajas. Una de ellas es la propuesta por Artzner, Delbaen Ebert y Heath en 2001: “*El Expected Shortfall indica el valor esperado de la pérdida dado que esta es*

mayor que el VaR” (Melo & Becerra, 2005, p.20). Esta una medida coherente de riesgo que presenta la ventaja de ser fácil de calcular.

De manera sencilla, “*el Expected Shortfall responde a la pérdida esperada incurrida en el $\alpha\%$ de los peores casos*” (Mora Valencia, 2010, p.116). Puede ser calculado como el promedio de los valores superiores al Valor en Riesgo a un nivel de confianza determinado. El cálculo está definido mediante la ecuación (11):

Ecuación 11. Expected Shortfall a un nivel de confianza α

$$ES_{\alpha} = E[x|x > VaR_{\alpha}(x)] = \frac{1}{1 - F_X VaR_{\alpha}(x)} \int_{VaR_{\alpha}(x)}^U x f_X(x) dx$$

donde U representa el límite superior de los rendimientos, F_R la función de distribución y f_X la función de densidad de los retornos.

La medida *Expected Shortfall* es mayor a la basada en el VaR al mismo nivel de confianza, debido a que es el valor esperado de las pérdidas que excedieron el VaR al nivel de confianza determinado; esto es posible observarlo en la siguiente gráfica (figura 3):

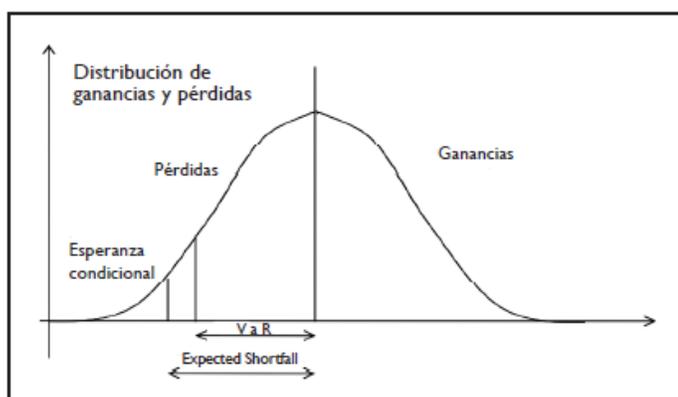


Figura 3. Representación gráfica del Expected Shortfall

Fuente: Mora, V. Andres. (2010).Una propuesta de creditmetrics y Expected Shortfall para medición de riesgo crediticio. *Revista Civilizar de Empresas y Economía*, 8(2), 104-125.

2.6 Backtesting.

La técnica mediante la cual se valida la calidad y precisión de un modelo de riesgo es conocida como *backtesting*. Mediante la implementación de esta técnica, es posible establecer que tan acertada es la estimación del VaR con respecto a las ganancias y pérdidas reales de las posiciones de trading. El uso periódico de estos procedimientos es exigido por el comité de Basilea y por las entidades reguladoras de establecimientos financieros con el fin de determinar los capitales mínimos regulatorios.

Existen diversas técnicas para la realización del *backtesting*, que evolucionan a diario, así como se desarrollan nuevos métodos que vale la pena considerar, en los que fundamentalmente se compara el valor en riesgo estimado con las pérdidas y/o ganancias reales por un periodo determinado. De esta manera, se contabilizan las excepciones o los errores detectados, se determina la eficiencia del modelo y se concluye si el modelo es aceptable o es necesario ajustarlo.

2.6.1 Test de Kupiec.

Uno de los principales métodos desarrollados para calibrar y validar los modelos de riesgo es el test de Kupiec. El planteamiento propuesto por Paul H. Kupiec en 1995, permite determinar si la proporción de excepciones observadas de un modelo es consistente con la proporción de excepciones esperada, si se tiene en cuenta tanto el modelo VaR elegido como el nivel de confianza del mismo.

La prueba consiste en realizar el conteo de las pérdidas y/o ganancias que exceden el VaR (excepciones) durante un periodo determinado, de forma que pueda concluirse si

estadísticamente las proporciones son iguales o no, lo que determina la calidad del modelo evaluado.

Asumiendo n como el total de observaciones, x como el número de excepciones y $(1-\alpha)$ como el nivel de confianza al cual se encuentra calculado el modelo VaR, se contrasta la hipótesis de que la proporción observada de excepciones (x/n) es estadísticamente igual a la probabilidad de error considerada para el VaR (α).

Kupiec planteó un estadístico de prueba, que sigue una distribución *t-student* cuya expresión se describe a continuación:

Ecuación 12. Estadístico de prueba test de Kupiec

$$t_u = \frac{\hat{p} - \alpha}{\sqrt{\frac{\hat{p}(1 - \hat{p})}{n}}} \sim t_{n-1}$$

donde $\hat{p} = \left(\frac{x}{n}\right)$.

2.6.2 Marco de referencia Comité de Basilea (1996).

El comité de Basilea de Supervisión Bancaria elaboró un marco para la incorporación de *backtesting* en los modelos de valoración de riesgo, con el objetivo de diferenciar claramente modelos precisos de modelos imprecisos, ya que en la actualidad se siguen desarrollando nuevos enfoques que permiten perfeccionar los diferentes métodos. El objetivo del marco de referencia es promover enfoques más rigurosos en el desarrollo del *backtesting* y en la interpretación de los resultados (Basel Committee on Banking Supervision 1996).

El marco abarca la comparación periódica del valor en riesgo diario con la pérdida y/o ganancia diaria real, y permite comparar si el porcentaje real de los resultados cubiertos por la medida de riesgo es consistente con un nivel de 99% de confianza; adicionalmente, se encuentra propuesto para el uso de medidas de riesgo calibradas para un período de tenencia de un día.

El Comité de Basilea prevé que el requisito mínimo de capital (RMC) para cubrir el riesgo de mercado, sea calculado como el máximo valor entre el VaR del día anterior y el producto entre el promedio de los últimos 60 VaR diarios y un factor multiplicativo, calculado como la suma entre 3 y un factor aditivo s_t que se encuentra relacionado con la calidad del modelo y que se fija dependiendo del número de pérdidas que exceden al VaR (excepciones). La expresión para hallar el RMC se encuentra a continuación:

Ecuación 13. Requisito del capital mínimo

$$RMC_{t+1} = \max \left[VaR_t, (3 + s_t) * \frac{1}{60} \sum_{i=1}^{60} VaR_{t-i} \right] + SR_T$$

Para evaluar la precisión del modelo VaR, se emplea el *backtesting* interpretando los resultados de acuerdo a la clasificación en tres zonas que se distinguen por colores y que jerarquizan los resultados. Las zonas, que se clasifican en verde, amarilla y roja, se encuentran determinadas de forma que se equilibren los tipos de errores estadísticos en los que es posible caer: (error tipo I) clasificar un modelo preciso siendo impreciso y (error tipo II) clasificar un modelo impreciso como un modelo preciso.

- **Zona verde**

Los resultados que se encuentran en este rango requieren de poca información adicional. En esta región el modelo no necesita ser calibrado, ya que no presenta problemas de calidad. Para una muestra de 250 observaciones y con un método calculado con el 99% de confianza, se espera que un máximo de cuatro excepciones.

La expresión que permite calcular el umbral de esta zona, para una muestra de n observaciones, se describe a continuación:

Ecuación 14. Umbral máximo zona verde marco de backtesting

$$\binom{x}{n} * 0,01 * (1 - 0,01)^{n-x} < 0,95$$

al despejar x de la desigualdad resulta el valor máximo de la zona verde, lo que quiere decir que esta zona está comprendida entre 0 y x excepciones.

- **Zona amarilla**

En esta zona, la interpretación de resultados es válida tanto para modelos precisos como para modelos imprecisos; sin embargo, para este rango la probabilidad de concluir que el modelo es inexacto cuando realmente no lo es, aumenta con el aumento del número de excepciones. Para un modelo de 250 observaciones, con el 99% de confianza, el umbral de la zona amarilla corresponde a nueve excepciones. La expresión que permite calcular el umbral de esta zona, para una muestra de n observaciones, se describe a continuación:

Ecuación 15. Umbral máximo zona amarilla marco de backtesting

$$\binom{y}{n} * 0,01 * (1 - 0,01)^{n-y} < 0,99$$

al despejar y de esta desigualdad, se obtiene el límite superior de la zona amarilla, lo que quiere decir que esta zona está comprendida entre $x + 1$ y y excepciones.

- ***Zona roja***

Los resultados que se encuentran en la zona roja indican automáticamente un problema en calidad del modelo y en la confiabilidad del mismo, debido a que no se considera la posibilidad de que un modelo exacto genere tantas excepciones independientes. Con esta conclusión, se pone en evidencia la necesidad de modificar la estimación. Para un modelo de 250 observaciones la zona roja corresponde a mínimo 10 excepciones.

La construcción de este marco incentiva la utilización de modelos precisos, de forma que premian con un factor multiplicativo más pequeño los modelos bien calibrados, y penalizan un factor multiplicativo mayor a aquellos modelos que tengan excepciones que caigan en el límite de la zona amarilla y en la zona roja.

3 Método de solución

3.1 Definición perfil del inversionista.

Para la selección de los activos que conforman un portafolio óptimo, es necesario definir el perfil del inversionista con el propósito de establecer la tolerancia al riesgo y en consecuencia determinar de forma adecuada los productos financieros compatibles con las necesidades y preferencias de cada caso. Es necesario revisar adecuadamente la coherencia entre el riesgo que se asume y la situación financiera del inversionista, de manera que exista

una disposición tanto personal como económica de asumir pérdidas en caso de que estas se den.

- ***Perfil de riesgo moderado.***

El inversionista corporativo de perfil moderado, tiene como objetivo principal preservar y rentabilizar el capital invertido de forma que le permita generar rendimientos adicionales a los obtenidos por su actividad principal. De acuerdo con esto, el agente debe contar con excesos de liquidez que le permitan invertir en activos principalmente de volatilidad baja, pero incorporar a la vez posiciones con una volatilidad mayor con el fin de diversificar sus opciones y mitigar el riesgo presente por las fluctuaciones del mercado.

El horizonte de inversión de este perfil es de mediano plazo (2 a 5 años), por esta razón, aunque el portafolio es susceptible de experimentar pérdidas en periodos cortos de tiempo, el agente está dispuesto a tolerarlas y está dispuesto a situar su objetivo en un periodo de tiempo mayor. La rentabilidad bruta anual que se espera de un portafolio de riesgo medio debe ser superior a la obtenida con los bonos del Estado a 10 años.

Para reducir el riesgo presente por las fluctuaciones del mercado, es importante incorporar activos de diferentes características de forma que se logre diversificar el portafolio. Para este perfil, se propone una distribución de inversión similar a la siguiente (Figura 4):

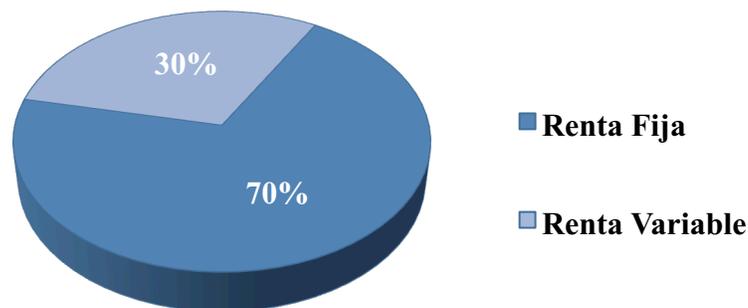


Figura 4. Distribución de Inversión por Tipo de Activos

Fuente: Adaptado de Salazar, J. & Echeverri, F. Construcción de un portafolio para un inversionista colombiano de acuerdo con su perfil. Universidad EAFIT, Medellín, Colombia.

3.2 Elección de activos del portafolio.

Teniendo en cuenta el perfil de riesgo seleccionado, se construyó un portafolio de inversión diversificado con cinco activos emitidos y cotizados en el mercado de valores colombiano, dentro de los cuales se seleccionaron tres activos del mercado de renta variable: acciones Preferencial Bancolombia, acciones Grupo Sura y acciones Éxito; así como dos activos del mercado de renta fija: títulos de deuda pública colombiana (TES) con vencimiento en 2020 y bonos emitidos por Empresas Públicas de Medellín (EPM). Estos últimos, se tomaron de tal forma que el plazo al vencimiento de los títulos y su duración no excedieran el horizonte temporal de mediano plazo que exige un inversionista con perfil de riesgo moderado; de esta forma, se utilizaron los TES con vencimiento el 24 de julio de 2020, así como los bonos EPM con vencimiento el 29 de julio de 2019.

Por otra parte, al elegir la cartera, se tuvo en cuenta el año de emisión de los activos, con el fin de cumplir con los 6 años de historia que se pretendía analizar, con lo cual se

construyó una muestra de 1,466 datos, que comienza con cotizaciones desde el 2009 hasta el año en curso.

Se evaluó la liquidez de los diferentes activos como un criterio adicional para seleccionarlos, ya que el perfil de riesgo permite invertir en activos que cuentan con una liquidez moderada. Para esto se hizo un análisis sencillo, se hizo una medición de la proporción de días que se negociaron cada uno de ellos, durante los 1,466 días. Como resultado, se escogieron estas tres acciones, altamente líquidas, pues se negociaron en promedio 99,95% de los días. Por su parte, la renta fija local mostró una menor liquidez, siendo aún deseables para el portafolio, los TES 2020 el 81,65% de los días y los bonos EPM 68,83%.

3.3 Selección de métodos de valoración de riesgo.

La elección de los métodos para estimar el valor en riesgo del portafolio construido, se tuvieron en cuenta las siguientes consideraciones: (i) Principales metodologías utilizadas por las instituciones financieras que incluyen modelos paramétricos y no paramétricos, lo que permitió una comparación entre métodos que suponen una distribución de los rendimientos frente a los que parten de la historia y no suponen una distribución específica; (ii) Se tuvieron en cuenta modelos que se complementan, es decir, que las críticas que se le atribuyen a un método específico sean corregidas por otro, tal como sucede con el VaR tradicional y el VaR condicional o *Expected Shortfall*.

4 Presentación y análisis de resultados

4.1 Descripción de datos.

La base de datos empleada se encuentra conformada por 1466 observaciones de precios para cada uno de los activos seleccionados, y abarcan un periodo comprendido entre el 24 de julio de 2009 y el 24 de julio de 2015. Con esta información se calcularon los rendimientos logarítmicos de cada uno de los títulos.

Posteriormente, se realizaron pruebas para verificar si los rendimientos se ajustaban a una distribución normal. Debido a que el resultado de los test de normalidad fue negativo, se procedió a encontrar la distribución a la cual se ajustaba cada una de las series de retornos; se obtuvo una distribución logarítmica para cada una de las series, cuyos resultados se pueden apreciar en el anexo 1 y 2.

Adicionalmente, se realizó la prueba de raíz unitaria sobre las series de rendimientos y se encontró que eran series estacionarias. Con esto, se pudo calcular finalmente las varianzas y covarianzas condicionales a través del modelo GARCH (1,1), requeridas para estimar una de las fronteras eficientes y para el cálculo del VaR paramétrico.

Los resultados relacionados con los test anteriormente mencionados, así como las estimaciones de los modelos, pueden encontrarse en los anexos 3, 4 y 5.

4.2 Selección del portafolio óptimo.

Con el fin de analizar diferentes opciones de portafolios eficientes construidos con los activos seleccionados, se realizó el análisis de Markowitz con dos métodos distintos. El

primero de ellos, implica la construcción de la frontera eficiente con los rendimientos, volatilidades y matriz de varianzas y covarianzas estimados, para lo que se utilizaron los rendimientos históricos de los diferentes activos (frontera A).

El segundo método propone una frontera calculada a partir de los rendimientos históricos, las volatilidades, la matriz de varianzas y las covarianzas condicionales, estimadas estas últimas con modelos GARCH (1,1); las estimaciones pueden encontrarse en el anexo 4 y 5 (frontera B). Cabe resaltar que, para este último método, no se utilizaron los rendimientos esperados de los diferentes activos, ya que la proyección de los mismos implica, principalmente, para el caso de los activos de renta fija, una complejidad en cuanto a que el comportamiento de los mismos depende de diversos factores tales como la inversión extranjera directa en Colombia, la tasa de intervención del Banco de la República (decisiones de política monetaria y fiscal), la cotización obligatoria en el esquema de Creadores de Mercado de deuda pública colombiana (para el caso de los TES 2020), así como del comportamiento general de la economía de los países emergentes e incluso del contexto internacional, entre otros. Lo anterior es difícil de recoger y estimar, si se tiene en cuenta el horizonte temporal que comprende la inversión; esto conllevaría construir un modelo econométrico complejo para la proyección de la rentabilidad de los diferentes activos, lo que desvía el objeto principal del presente estudio.

Para estimar la frontera eficiente, se tuvieron en cuenta las siguientes restricciones: (i) para guardar consistencia con el perfil del inversionista moderado, para el cual la mayor parte del portafolio se compone de activos de renta fija, se determinó que la suma de las ponderaciones en activos de este tipo fuera equivalente al 70% del total, mientras que la suma de activos de renta variable fuera equivalente al 30%. (ii) Adicionalmente, se determinó que la

ponderación de los TES 2020 dentro del portafolio no debía superar el 50%, evitando así una posible concentración del riesgo en el desempeño de un solo activo, lo cual a su vez garantiza que los bonos EPM tengan como mínimo una participación del 20% dentro de la distribución. Esto último, permite una mayor diversificación gracias a que dicho título presenta una correlación pequeña con las acciones del Grupo Sura. En las figuras (5) y (6) se muestran los resultados obtenidos para las fronteras eficientes en cada caso, las tablas de resultados pueden consultarse en el anexo 6.

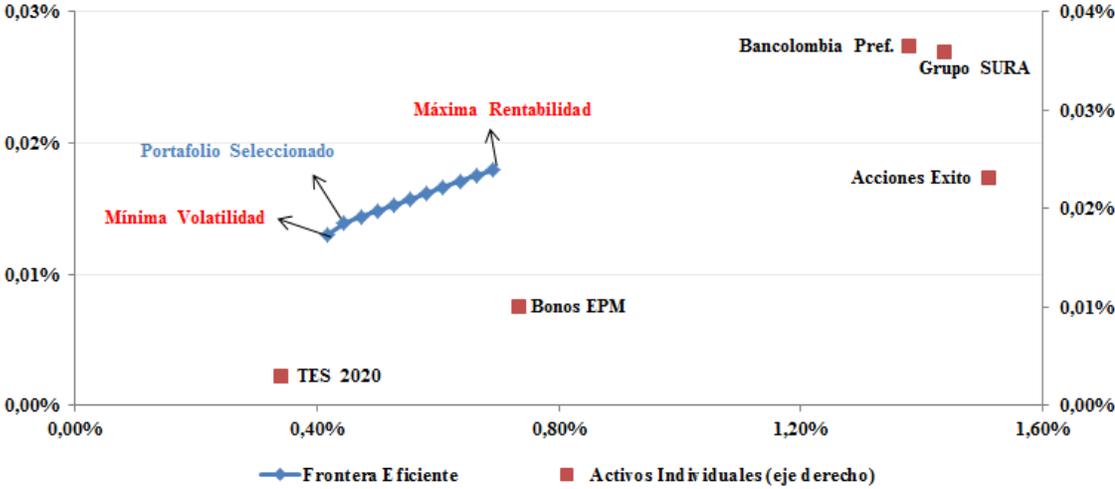


Figura 5. Frontera Eficiente Bajo Volatilidades Constantes (Frontera A)

Fuente: Elaboración propia.

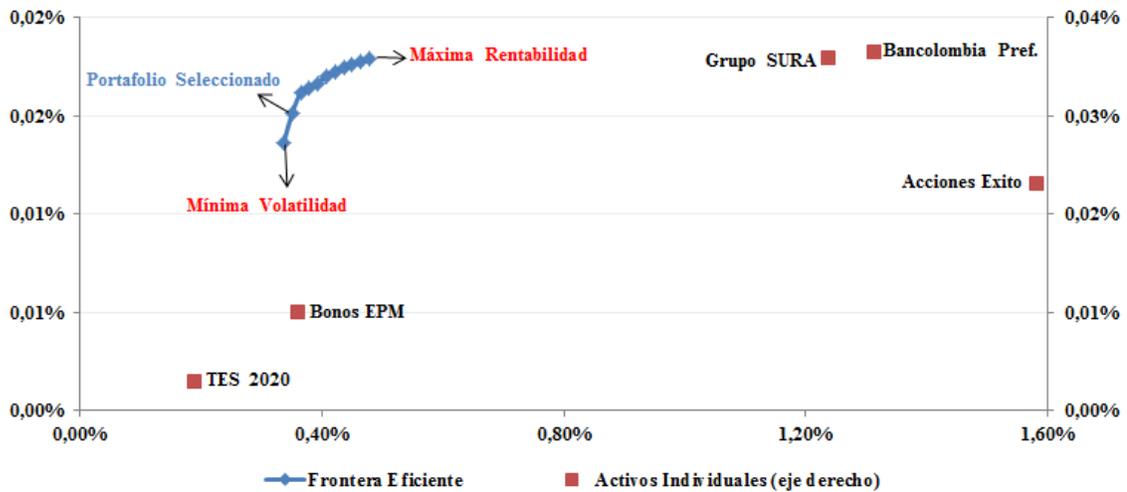


Figura 6. Frontera Eficiente Bajo Volatilidades Condicionales (Frontera B)

Fuente: Elaboración propia.

Tanto en la frontera eficiente A como en la B, el portafolio que ofrece la máxima rentabilidad es aquel conformado por los bonos EPM con una participación del 70% y acciones Bancolombia con la participación restante; no obstante, la volatilidad diaria es mayor en la frontera A, que alcanza el 0,691% diario frente a un 0,479% para el portafolio B. Cabe resaltar que en ambos casos la rentabilidad alcanza el 0,018%.

A su vez, el portafolio con mínima rentabilidad y mayor riesgo es muy similar para ambas fronteras eficientes. En cuanto a la renta fija, no presentan diferencia y mantienen las condiciones establecidas, donde los TES 2020 deben tener máximo una participación del 50%; mientras que la renta variable presenta ligeras variaciones en la participación de las acciones de Grupo Sura y Éxito, cuando en Bancolombia mantienen un 13%. Esto genera una rentabilidad del 0,013% y una volatilidad de 0,418% en el portafolio que arroja la frontera A, mientras el portafolio de la frontera B muestra un mejor comportamiento con una rentabilidad del 0,014% y una volatilidad de 0,337%.

Partiendo de estos escenarios extremos y teniendo en cuenta el perfil de riesgo del inversionista definido para el presente estudio, se eligieron dos portafolios, uno sobre cada una de las fronteras estimadas. De esta forma, y al considerar que las ponderaciones sobre los activos de renta variable no varían sustancialmente, se eligieron las combinaciones de activos tal como se evidencia en el anexo 6. Así, al comparar la volatilidad, los retornos y la liquidez de cada uno de los activos, se eligió en la frontera A, un portafolio A con mayor participación en los TES 2020 y una rentabilidad diaria de 0,014% equivalente a un retorno anual de 3,56% y una volatilidad diaria y anual de 0,446% y 7,073%, respectivamente. En el caso de la frontera B, se escogió el portafolio B con mayor participación en los bonos EPM, para cumplir en primera instancia con la premisa de que ninguno de los activos superara el 50% de participación, y respetar la diversificación esperada, sustentada en la correlación negativa entre los bonos EPM y las acciones del Grupo Sura; la rentabilidad y volatilidad de este portafolio es de 0,015% y 0,351% diaria y 3,897% y 5,576% anual, respectivamente.

4.3 Valoración de riesgo.

Una vez seleccionados los portafolios (con el conocimiento de las ponderaciones de cada activo dentro de cada uno de ellos), se ha supuesto una inversión total de COP\$100 millones, con el fin de realizar la evaluación de riesgo de cada uno de estos, bajo los métodos de valoración seleccionados. En las tablas (1) y (2) y las figuras (7) y (8) se encuentran los resultados obtenidos para los portafolios A y B, respectivamente.

Tabla 1. Resultados de Valor en Riesgo para portafolio A (95% y 99% de confianza)

Metodo	95%	99%
VaR Historico	(699.341,71)	(1.061.730,05)
VaR Montecarlo	(802.808,25)	(1.140.284,98)
VaR Parametrico	(575.665,76)	(814.175,07)
Expected Shortfall	(949.977,53)	(1.460.624,60)
VaR Rendimientos Simulados	(577.000,00)	(878.000,00)

Nota: Cálculos propios. Cifras en pesos.

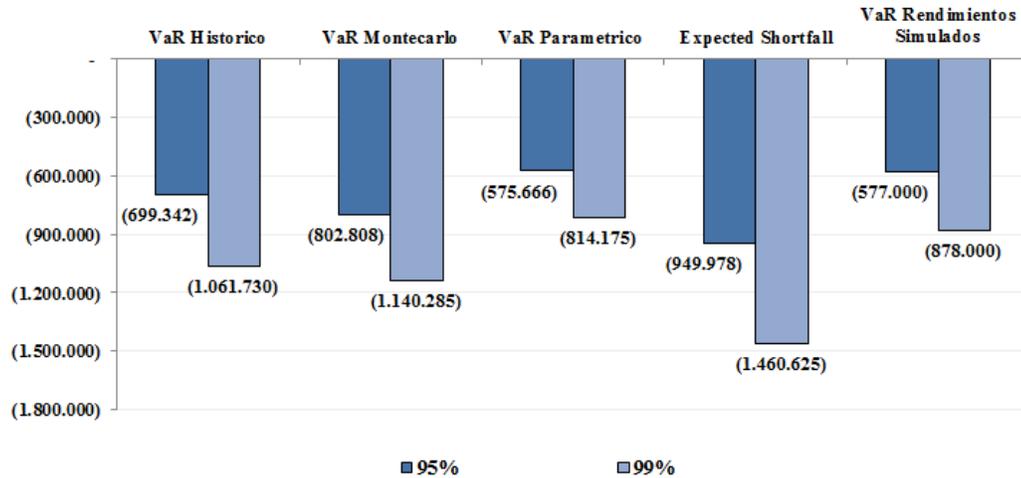


Figura 7. Comparación de Valor en Riesgo al 95% y 99% de confianza (Portafolio A)

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 2. Resultados de Valor en Riesgo para portafolio B (95% y 99% de confianza)

Metodo	95%	99%
VaR Historico	(744.052,06)	(1.200.826,91)
VaR Montecarlo	(928.329,39)	(1.294.123,72)
VaR Parametrico	(577.751,69)	(817.125,24)
Expected Shortfall	(1.074.579,85)	(1.719.067,78)
VaR Rendimientos Simulados	(668.000,00)	(1.000.000,00)

Nota: Cálculos propios. Cifras en pesos.

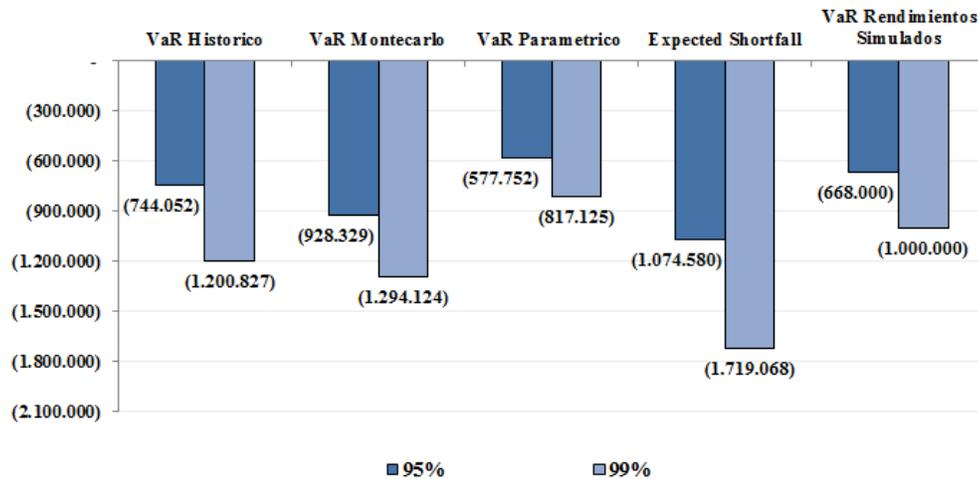


Figura 8. Comparación de Valor en Riesgo al 95% y 99% de confianza (Portafolio B)

Fuente: Elaboración propia.

Cada uno de los modelos VaR fue calculado tanto al 95% como al 99% de confianza. En primer lugar, se puede observar que los resultados obtenidos son mayores en el portafolio B, debido a que la distribución en esta cartera da mayor peso a los activos más volátiles de renta variable. Se puede observar en ambos casos que la mayor pérdida es pronosticada por el *Expected Shortfall*; este es un resultado esperado, ya que como fue mencionado, dicha medida equivale al promedio de las pérdidas superiores al VaR histórico calculado en cada caso. De esta forma, con un 99% de confianza, la máxima pérdida esperada en un día para el portafolio A es de COP\$ 1.460.625, mientras que para el portafolio B es de COP \$1.719.018, por cada COP\$100 millones invertidos.

La segunda pérdida esperada más alta es la pronosticada por el método del VaR por simulación de Montecarlo. En este caso, con un nivel de confianza del 99%, la máxima pérdida esperada en un día es de COP\$1.140.285 para el portafolio A y de COP\$1.294.124 para el portafolio B. Tal como se explicó anteriormente, este método permite tomar en cuenta

riesgos no lineales, cambios de riesgo en el tiempo, riesgos de volatilidad, análisis de colas anchas y visualización de escenarios extremos, por lo que posiblemente predice con mayor precisión. Esto último será analizado posteriormente a través del *backtesting*.

Posteriormente, se encuentra el resultado proporcionado por el VaR histórico para el cual, con un nivel de confianza del 99%, se espera como máximo una pérdida diaria en el portafolio A de COP\$1.061.730 y en el portafolio B de COP\$1.200.827. Al igual que en los métodos analizados hasta el momento, el VaR del portafolio con volatilidades cambiantes en el tiempo es mayor, lo cual se puede explicar por la ponderación de los activos, ya que aumenta la participación en los mismos, como los son los títulos emitidos por EPM, que presentan mayor volatilidad histórica frente a los TES 2020.

Por su parte, los rendimientos simulados arrojan un VaR con el cual, dado un nivel de confianza del 99%, se espera una pérdida máxima de COP\$878.000 para el portafolio A y de COP\$1.000.000 para el portafolio B. Para el primer portafolio, el modelo presenta una diferencia marginal frente a la valoración del método paramétrico, el cual presenta los menores niveles de pérdida esperados para cada uno de los portafolios, siendo COP\$814.175 la del portafolio A y COP\$817.125 para el portafolio B. Cabe aclarar que estos últimos modelos son estocásticos, por lo cual es posible que la aleatoriedad de una de sus variables impacte su precisión, y se subestime el impacto que tiene la historia en el mercado de capitales colombiano. No obstante, sólo es posible determinar la validez de cada uno de los modelos analizados a través de un método de *backtesting*, tal como se presenta a continuación.

Cabe resaltar que aunque el VaR paramétrico sigue el comportamiento descrito, la diferencia es marginal entre un portafolio y otro, lo cual es consistente, ya que este método de

valoración parte de la base de que la volatilidad de los diferentes activos, y por ende del portafolio, es cambiante en el tiempo; es decir, recoge este efecto tanto en la valoración como en la construcción de la frontera eficiente. Por el contrario, los otros métodos presentan mayores diferencias en la valoración del riesgo entre uno y otro portafolio.

4.4 Backtesting.

Posterior al cálculo del VaR, se realizó el *backtesting* bajo dos metodologías. La primera de ellas es la prueba de Kupiec y la segunda se realiza bajo el marco de referencia propuesto por el Comité de Basilea.

4.4.1 Resultado bajo el test de Kupiec

Los resultados del backtesting obtenidos mediante la prueba de Kupiec se muestran a continuación:

Tabla 3. Resultados Test de Kupiec portafolio A (95% de confianza)

95% de Confianza					
Excepciones Esperadas	73				
Valor Critico	1,9616				
Método	No. Excepciones	P Estimada	Eficiencia	Tu	Conclusión Test Kupiec
VaR Histórico	74	5,0512%	94,9488%	0,0895	No Rechazar H0
VaR Montecarlo	44	3,0034%	96,9966%	-4,4774	Rechazar H0
VaR Paramétrico	110	7,5085%	92,4915%	3,6434	Rechazar H0
Expected Shortfall	17	1,1604%	98,8396%	-13,7225	Rechazar H0
VaR Rendimientos Simulados	110	7,5085%	92,4915%	3,6434	Rechazar H0

Nota: Cálculos propios.

Tabla 4. Resultados Test de Kupiec portafolio A (99% de confianza)

99% de Confianza	
Excepciones Esperadas	15
Valor Critico	2,5792

Metodo	No. Excepciones	P Estimada	Eficiencia	Tu	Conclusión Test Kupiec
VaR Historico	15	1,0239%	98,9761%	0,0908	No Rechazar H ₀
VaR Montecarlo	11	0,7509%	99,2491%	-1,1047	No Rechazar H ₀
VaR Parametrico	42	2,8669%	97,1331%	4,2820	Rechazar H ₀
Expected Shortfall	4	0,2730%	99,7270%	-5,3323	Rechazar H ₀
VaR Rendimientos Simulados	32	2,1843%	97,8157%	3,1011	Rechazar H ₀

Nota: Cálculos propios.

Tabla 5. Resultados Test de Kupiec portafolio B (95% de confianza)

95% de Confianza	
Excepciones Esperadas	73
Valor Critico	1,9616

Metodo	No. Excepciones	P Estimada	Eficiencia	Tu	Conclusión Test Kupiec
VaR Historico	74	5,0512%	94,9488%	0,0895	No Rechazar H ₀
VaR Montecarlo	37	2,5256%	97,4744%	-6,0362	Rechazar H ₀
VaR Parametrico	125	8,5324%	91,4676%	4,8397	Rechazar H ₀
Expected Shortfall	24	1,6382%	98,3618%	-10,1365	Rechazar H ₀
VaR Rendimientos Simulados	99	6,7577%	93,2423%	2,6801	Rechazar H ₀

Nota: Cálculos propios.

Tabla 6. Resultados Test de Kupiec portafolio B (99% de confianza)

99% de Confianza	
Excepciones Esperadas	15
Valor Critico	2,5792

Metodo	No. Excepciones	P Estimada	Eficiencia	Tu	Conclusión Test Kupiec
VaR Historico	15	1,0239%	98,9761%	0,0908	No Rechazar H ₀
VaR Montecarlo	11	0,7509%	99,2491%	-1,1047	No Rechazar H ₀
VaR Parametrico	55	3,7543%	96,2457%	5,5459	Rechazar H ₀
Expected Shortfall	6	0,4096%	99,5904%	-3,5386	Rechazar H ₀
VaR Rendimientos Simulados	31	2,1160%	97,8840%	2,9681	Rechazar H ₀

Nota: Cálculos propios.

Bajo la hipótesis de Kupiec, que establece que la proporción esperada de excepciones es igual a la proporción observada, únicamente el modelo VaR histórico es preciso para los portafolios A y B, con una confianza tanto del 95% como del 99%. Este resultado es coherente, ya que mediante este método es posible capturar los efectos de las fluctuaciones del

portafolio y su respectiva volatilidad; con este resultado, la eficiencia del modelo es aceptable, de forma que predice adecuadamente las posibles pérdidas esperadas para los portafolios sugeridos.

A su vez, el modelo de simulación Montecarlo resulta ser impreciso al 95% de confianza, al sobreestimar la pérdida, pero preciso al 99%. La obtención de este resultado se debe a que este método no requiere la estimación de parámetros basados en el comportamiento de los activos; en este sentido, la incorporación de los cambios en los factores de riesgo se hace difícil. A pesar de esto, los resultados obtenidos muestran un grado de eficiencia general aceptable.

En el caso del *Expected Shortfall*, la pérdida se encuentra sobreestimada para ambos portafolios en los niveles de confianza empleados, por lo que la proporción de excepciones observada resulta ser estadísticamente menor a la proporción esperada. Este resultado puede ser esperado, si se tiene en cuenta que, como fue mencionado anteriormente, el método promedia las pérdidas superiores a las calculadas con el VaR histórico y que, dada la distribución de los rendimientos de los activos y en consecuencia la del portafolio mismo, la concentración de valores en el extremo negativo de la distribución es menor, lo que ocasiona que los valores superiores al estimado con el *Expected Shortfall* sean menores.

Por su parte, los modelos paramétricos (VaR con volatilidad condicional y VaR bajo simulación de rendimientos) resultan no ser exactos para ninguno de los portafolios al 95% y 99% de confianza. En este caso, la proporción observada de fallos resulta ser estadísticamente mayor a la proporción esperada, por lo que el pronóstico de pérdida se encuentra subestimado. En el caso del VaR calculado con varianza condicional, el resultado puede encontrarse

relacionado con el hecho de que la volatilidad condicional estimada para el cálculo del VaR es menor en los activos de mayor ponderación dentro el portafolio, respecto a las presentadas en otros períodos y a la volatilidad constante, razón por la cual el pronóstico de pérdida puede ser inferior al encontrado mediante otros métodos.

En el caso del VaR estimado a través de la simulación de rendimientos, el resultado puede atribuirse a la característica de forma de la distribución del rendimiento esperado. Al tratarse de una distribución *leptocúrtica*, es posible encontrar mayor concentración alrededor de la media, lo que indica una pérdida esperada más pequeña; con esto, la cantidad de excepciones o valores superiores a la misma puede ser más grande en comparación con otras medidas.

4.4.2 Resultado bajo el marco de referencia del Comité de Basilea

Para realizar el *backtesting* bajo el marco de referencia propuesto por Basilea, se tuvo en cuenta el planteamiento de las zonas con una cobertura del 99%, en consideración de la cantidad de excepciones admitidas para 250 observaciones en un modelo preciso, así como las alternativas a posibles niveles de cobertura diferentes al 99%. Las tablas de clasificación pueden ser consultadas en el anexo 7.

Se calculó el VaR bajo las diferentes metodologías, con un nivel de confianza del 99%, para un total de 250 días (del 15/07/2014 al 24/07/2015). Posteriormente, se comparó la estimación con las pérdidas y ganancias reales de los respectivos días, y se contabilizó en cada caso las veces que la pérdida real superara la estimación; los resultados de las excepciones encontradas se muestran a continuación:

Tabla 7. Excepciones portafolio A (pérdidas superiores al VaR - 99% de confianza)

VaR Historico	VaR S. Montecarlo	VaR S. Paramétrico	Expected Shortfall	Simulación Rendimientos
8	1	3	3	4

Tabla 8. Excepciones portafolio B (pérdidas superiores al VaR - 99% de confianza)

VaR Historico	VaR S. Montecarlo	VaR S. Paramétrico	Expected Shortfall	Simulación Rendimientos
7	1	3	3	3

Como resultado del ejercicio, se encontró que al 99% de confianza, los modelos de simulación Montecarlo, VaR paramétrico, *Expected Shortfall* y la simulación de rendimientos son modelos precisos, con una cantidad de excepciones menor o igual a 4 y no requieren ser ajustados, ya que se encuentran en la zona verde, mientras que el modelo de simulación histórica permanece en la zona amarilla con un número de excepciones cercano al límite superior de la misma (9 fallos).

Estos resultados guardan un grado de coherencia con los resultados obtenidos bajo el test de Kupiec, ya que a pesar de que la mayoría de los modelos no resultaban estadísticamente precisos bajo la hipótesis de la prueba, la eficiencia es estadísticamente cercana a la definida por la misma.

Respecto al modelo de simulación histórica, puede considerarse que aunque se encuentran en la zona amarilla, que es válida tanto para modelos precisos como para modelos imprecisos, la calibración del método podría ser tomada en cuenta, ya que en esta zona la probabilidad de aceptar de forma equivocada modelos imprecisos aumenta conforme incrementa el número de excepciones. De esta forma, si se establece que el número límite de fallos es igual a 9 (el límite de la zona amarilla), la probabilidad de rechazar modelos precisos

es solamente del 0,11%, pero la probabilidad de aceptar equivocadamente modelos imprecisos de forma equivocada es mayor, encontrándose entre el 93,39% y el 11,86% para niveles de cobertura entre el 98% y 95%, respectivamente.

5 Conclusiones

En este documento, se presentaron diferentes metodologías para cuantificar el riesgo de mercado de dos portafolios construidos a través de la frontera eficiente, para lo cual se utilizó la metodología planteada por Markowitz y se tuvo en cuenta tanto las volatilidades constantes, como las volatilidades cambiantes en el tiempo, para lo cual se utilizó el modelo GARCH.

Con los resultados obtenidos, es posible realizar una aproximación a la construcción de un portafolio de inversión para un perfil de riesgo moderado, a partir de la aplicación de la teoría de portafolios y del análisis de las condiciones del mercado colombiano de renta fija y renta variable, en la compleja coyuntura económica que atraviesa el país. Se proponen dos alternativas de portafolios eficientes: la primera supone volatilidades invariantes en el tiempo, mientras que la segunda parte de la base de que la volatilidad cambia en el tiempo, por lo que se alimenta de su proyección. Tal como se presentó anteriormente, se eligieron dos portafolios, uno sobre cada una de las fronteras eficientes, y se evaluaron las diferentes metodologías de VaR definidas. Cabe anotar que la decisión de un portafolio final depende de las preferencias de riesgo del inversionista.

Respecto a los resultados obtenidos por los diferentes métodos de valoración de riesgo, se puede afirmar que no es posible asegurar cuál metodología es mejor que otra, en la medida en que todas presentan valores que son razonables y cercanos tanto entre ellos. Esto puede

presentarse posiblemente como consecuencia de que las estimaciones parten de una misma base, que son los rendimientos históricos de los activos que conforman el portafolio de inversión y sobre el supuesto de una distribución. Es decir, la comparación a simple vista de los modelos no arroja suficiente evidencia para rechazar o probar la validez de alguna metodología, razón por la cual se recurre a una técnica mediante la cual se valida la calidad y precisión de un modelo de riesgo.

Finalmente, respecto al *backtesting*, es importante mencionar que su aplicación es fundamental, ya que permite detectar errores en las estimaciones, de forma que los modelos pueden ser reevaluados y ajustados para tener mejores aproximaciones a las pérdidas esperadas. En el caso de los métodos evaluados, se concluye que, dados los rendimientos observados durante el período analizado, la distribución de los mismos (y en general, las condiciones de los activos que conforman el portafolio), es posible afirmar que los métodos utilizados permiten estimar de forma estadísticamente precisa el valor en riesgo. Aunque las metodologías de simulación Montecarlo y *Expected Shortfall* parecen, en cierta medida, estar sobreestimando el riesgo, mientras que los métodos paramétricos parecen subestimarlos, ambos presentan niveles de eficiencia y aceptación estadísticamente aceptables, por lo que sus resultados pueden considerarse válidos. Cabe anotar que, nuevamente, dependerá de las preferencias del inversionista en términos de riesgo, si es conveniente aceptar o no los resultados.

6 Referencias

- Álvarez, C. Ximena. (2007). Backtesting para modelos internos de medición de riesgos: Determinación estadística de la Tabla de Permanencia. Superintendencia de Bancos e Instituciones Financieras SBIF, Santiago, Chile.
- Banco de la República de Colombia, (2015). *Informe de la Junta Directiva al Congreso de la República. (Informe Julio 2015)*. Bogotá, Editorial Banco de la República.
- Barbeito, J.M. & Bouza, C. & Allende, S. & Chen, D. (2005). Modelos paramétricos y no paramétricos, para la previsión de la volatilidad. Su aplicación al cálculo del valor en riesgo. Universidad de Valencia, Valencia, España.
- Basel Committee on Banking Supervision (1996). Supervisory Framework for the use of Backtesting in Conjunction with the Internal Models Approach to Market Risk Capital Requirements., Basilea.
- Berggrun, L. & Camacho, V. (2009). Como crear un portafolio de inversión con las opciones que ofrecen los fondos de pensiones voluntarias en Colombia: el caso Skandia. *Estudios Gerenciales, Universidad ICESI 25(113)*.
- Buriticá, M. & Orozco, A. & Villalba, I. (2006). Gestión de riesgo de mercado como herramienta de estabilidad económica. *AD-minister, Universidad EAFIT (9)*.
- Granados, J. & Melo, L. (2010). Regulación y valor en riesgo. *Borradores de Economía, Banco de la República (615)*.
- Jiménez, A. & Melo, L. (2014). Modelación de la asimetría y curtosis condicionales: una aplicación del VaR para series Colombianas. *Borradores de Economía, (834)*

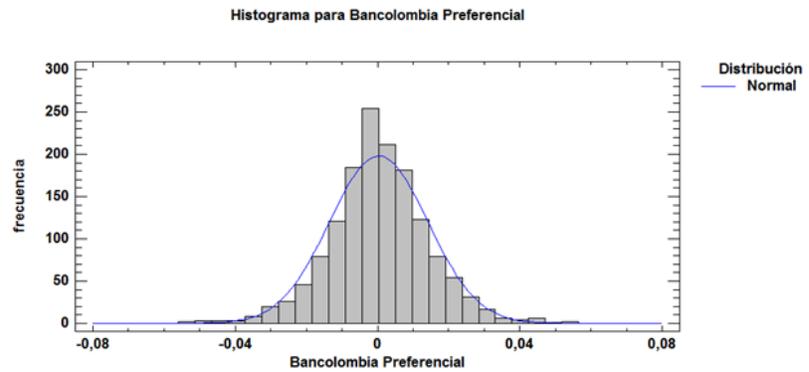
- Kupiec, Paul. (1995). Techniques for Verifying the Accuracy of Risk Measurement Models. *The Journal of Derivates*, 3(2), 73-84.
- Markowitz, H. (1952). Portfolio Selection. *The Journal of Finance*, 7(1), 77-91.
- Melo, L. & Becerra, O. (2005). Medidas de riesgo, características y técnicas de medición: una aplicación del VaR y el ES a la tasa intercambiaria de Colombia. Banco de la República, Colombia.
- Melo, L. & Granados, J. (2011). Regulación y Valor en Riesgo. Banco de la República, Colombia.
- Moncada, M. Fabián & Bello, Juan. (2009). VaR un acercamiento al control de riesgos de mercado. Universidad de la Sabana, Bogotá, Colombia.
- Mora, V. Andrés. (2010). Una propuesta de creditmetrics y Expected Shortfall para medición de riesgo crediticio. *Revista Civilizar de Empresas y Economía, Universidad Sergio Arboleda*, 8(2), 104-125.
- Novales, Alfonso. (2014). Valor en Riesgo. Universidad Complutense, Madrid, España.
- Ramírez, R. Elías. & Ramírez, R. Pedro. (2007). Valor en riesgo modelos econométricos contra metodologías tradicionales. *Revista Análisis Económico, Universidad Autónoma Metropolitana Azcapotzalco*, 22(51), 179-198.
- Salazar, J. & Echeverri, F. (2014). Construcción de un portafolio para un inversionista colombiano de acuerdo con su perfil. Universidad EAFIT, Medellín, Colombia.

7 Anexos

Anexo 1. Pruebas de normalidad

- Bancolombia Preferencial

Bancolombia Pref.	
Media	0,000364709
Error típico	0,000360839
Mediana	0
Moda	0
Desviación estándar	0,013811231
Varianza de la muestra	0,00019075
Curtosis	1,198363234
Coefficiente de asimetría	-0,010768897
Rango	0,10816661
Mínimo	-0,054633862
Máximo	0,053532748
Suma	0,53429798
Cuenta	1465



Pruebas de Normalidad para Bancolombia Preferencial

Prueba	Estadístico	Valor-P
Estadístico W de Shapiro-Wilk	0,98181	0,000188637

El StatAdvisor

Esta ventana muestra los resultados de diversas pruebas realizadas para determinar si Bancolombia Preferencial puede modelarse adecuadamente con una distribución normal. La prueba de Shapiro-Wilk está basada en la comparación de los cuantiles de la distribución normal ajustada a los datos.

Debido a que el valor-P más pequeño de las pruebas realizadas es menor a 0,05, se puede rechazar la idea de que Bancolombia Preferencial proviene de una distribución normal con 95% de confianza.

Pruebas de Bondad-de-Ajuste para Bancolombia Preferencial

Prueba de Kolmogorov-Smirnov

	Normal
DMAS	0,0374459
DMENOS	0,0370636
DN	0,0374459
Valor-P	0,0328674

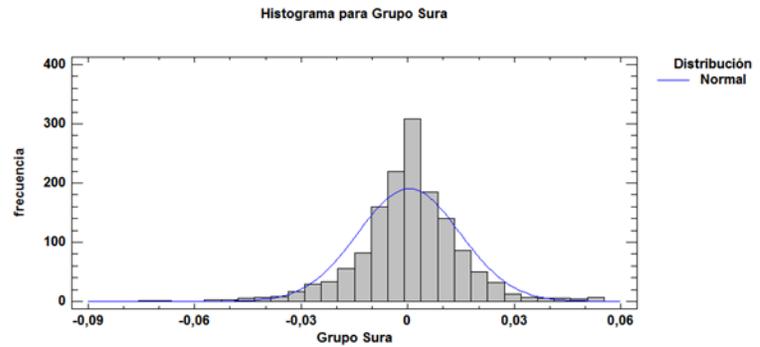
El StatAdvisor

Esta ventana muestra los resultados de diversas pruebas realizadas para determinar si Bancolombia Preferencial puede modelarse adecuadamente con una distribución normal.

Debido a que el valor-P más pequeño de las pruebas realizadas es menor a 0,05, se puede rechazar la idea de que Bancolombia Preferencial proviene de una distribución normal con 95% de confianza.

- Grupo SURA

Grupo SURA	
Media	0,000359195
Error típico	0,000375948
Mediana	0
Moda	0
Desviación estándar	0,014389532
Varianza de la muestra	0,000207059
Curtosis	2,69969072
Coefficiente de asimetría	-0,211335108
Rango	0,128736519
Mínimo	-0,075208526
Máximo	0,053527992
Suma	0,52622053
Cuenta	1465



Pruebas de Normalidad para Grupo Sura

Prueba	Estadístico	Valor-P
Estadístico W de Shapiro-Wilk	0,958619	0,0

El StatAdvisor

Esta ventana muestra los resultados de diversas pruebas realizadas para determinar si Grupo Sura puede modelarse adecuadamente con una distribución normal. La prueba de Shapiro-Wilk está basada en la comparación de los cuantiles de la distribución normal ajustada a los datos.

Debido a que el valor-P más pequeño de las pruebas realizadas es menor a 0,05, se puede rechazar la idea de que Grupo Sura proviene de una distribución normal con 95% de confianza.

Pruebas de Bondad-de-Ajuste para Grupo Sura

Prueba de Kolmogorov-Smirnov

	Normal
DMAS	0,0553865
DMENOS	0,0698234
DN	0,0698234
Valor-P	0,00000125109

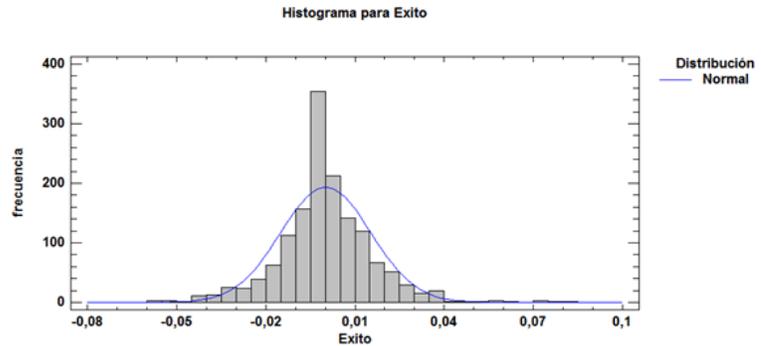
El StatAdvisor

Esta ventana muestra los resultados de diversas pruebas realizadas para determinar si Grupo Sura puede modelarse adecuadamente con una distribución normal.

Debido a que el valor-P más pequeño de las pruebas realizadas es menor a 0,05, se puede rechazar la idea de que Grupo Sura proviene de una distribución normal con 95% de confianza.

- Éxito

ÉXITO	
Media	0,000230166
Error típico	0,000394963
Mediana	0
Moda	0
Desviación estándar	0,015117318
Varianza de la muestra	0,000228533
Curtosis	2,540613798
Coefficiente de asimetría	0,288334244
Rango	0,139704252
Mínimo	-0,05942342
Máximo	0,080280831
Suma	0,337192568
Cuenta	1465



Pruebas de Normalidad para Exito

Prueba	Estadístico	Valor-P
Estadístico W de Shapiro-Wilk	0,964358	0,0

El StatAdvisor

Esta ventana muestra los resultados de diversas pruebas realizadas para determinar si Exito puede modelarse adecuadamente con una distribución normal. La prueba de Shapiro-Wilk está basada en la comparación de los cuantiles de la distribución normal ajustada a los datos.

Debido a que el valor-P más pequeño de las pruebas realizadas es menor a 0,05, se puede rechazar la idea de que Exito proviene de una distribución normal con 95% de confianza.

Pruebas de Bondad-de-Ajuste para Exito

Prueba de Kolmogorov-Smirnov

	Normal
DMAS	0,0700484
DMENOS	0,0642974
DN	0,0700484
Valor-P	0,00000114087

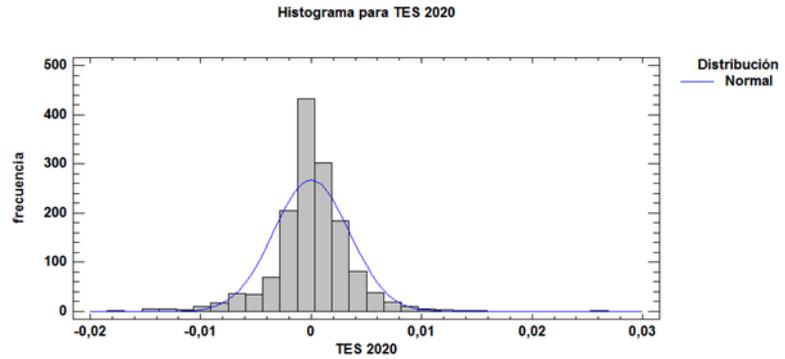
El StatAdvisor

Esta ventana muestra los resultados de diversas pruebas realizadas para determinar si Exito puede modelarse adecuadamente con una distribución normal.

Debido a que el valor-P más pequeño de las pruebas realizadas es menor a 0,05, se puede rechazar la idea de que Exito proviene de una distribución normal con 95% de confianza.

- TES 2020

TES 2020	
Media	2,89475E-05
Error típico	8,94099E-05
Mediana	0,000118564
Moda	0
Desviación estándar	0,003422192
Varianza de la muestra	1,17114E-05
Curtosis	5,054812012
Coefficiente de asimetría	-0,186193272
Rango	0,042752085
Mínimo	-0,017107077
Máximo	0,025645008
Suma	0,042408131
Cuenta	1465



Pruebas de Normalidad para TES 2020

Prueba	Estadístico	Valor-P
Estadístico W de Shapiro-Wilk	0,939096	0,0

El StatAdvisor

Esta ventana muestra los resultados de diversas pruebas realizadas para determinar si TES 2020 puede modelarse adecuadamente con una distribución normal. La prueba de Shapiro-Wilk está basada en la comparación de los cuantiles de la distribución normal ajustada a los datos.

Debido a que el valor-P más pequeño de las pruebas realizadas es menor a 0,05, se puede rechazar la idea de que TES 2020 proviene de una distribución normal con 95% de confianza.

Pruebas de Bondad-de-Ajuste para TES 2020

Prueba de Kolmogorov-Smirnov

	Normal
DMAS	0,0747966
DMENOS	0,107433
DN	0,107433
Valor-P	0,0

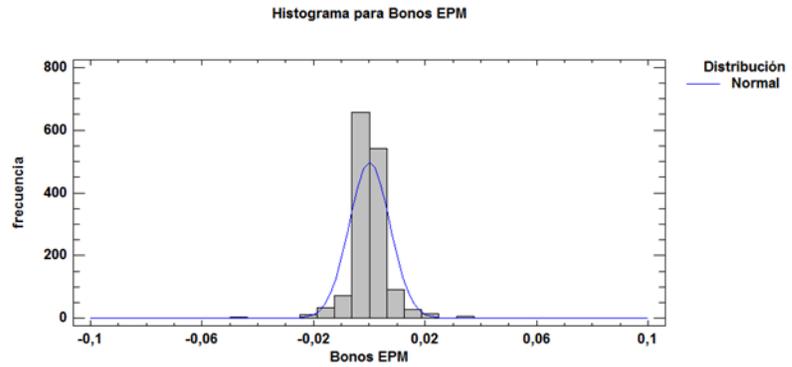
El StatAdvisor

Esta ventana muestra los resultados de diversas pruebas realizadas para determinar si TES 2020 puede modelarse adecuadamente con una distribución normal.

Debido a que el valor-P más pequeño de las pruebas realizadas es menor a 0,05, se puede rechazar la idea de que TES 2020 proviene de una distribución normal con 95% de confianza.

- Bonos EPM

Bonos EPM	
Media	0,00010005
Error típico	0,000191946
Mediana	0
Moda	0
Desviación estándar	0,007346812
Varianza de la muestra	5,39756E-05
Curtosis	28,67816534
Coefficiente de asimetría	-0,590209939
Rango	0,165704251
Mínimo	-0,08874321
Máximo	0,076961041
Suma	0,146573545
Cuenta	1465



Pruebas de Normalidad para Bonos EPM

Prueba	Estadístico	Valor-P
Estadístico W de Shapiro-Wilk	0,818326	0,0

El StatAdvisor

Esta ventana muestra los resultados de diversas pruebas realizadas para determinar si Bonos EPM puede modelarse adecuadamente con una distribución normal. La prueba de Shapiro-Wilk está basada en la comparación de los cuartiles de la distribución normal ajustada a los datos.

Debido a que el valor-P más pequeño de las pruebas realizadas es menor a 0,05, se puede rechazar la idea de que Bonos EPM proviene de una distribución normal con 95% de confianza.

Pruebas de Bondad-de-Ajuste para Bonos EPM

Prueba de Kolmogorov-Smirnov

	Normal
DMAS	0,142263
DMENOS	0,152491
DN	0,152491
Valor-P	0,0

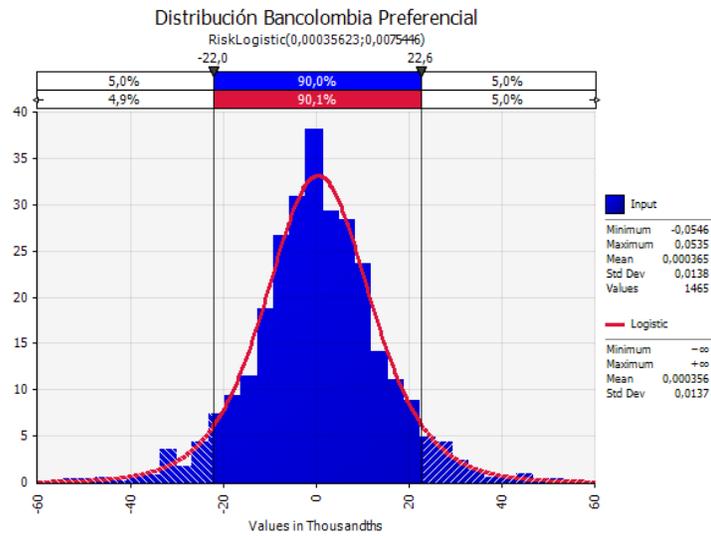
El StatAdvisor

Esta ventana muestra los resultados de diversas pruebas realizadas para determinar si Bonos EPM puede modelarse adecuadamente con una distribución normal.

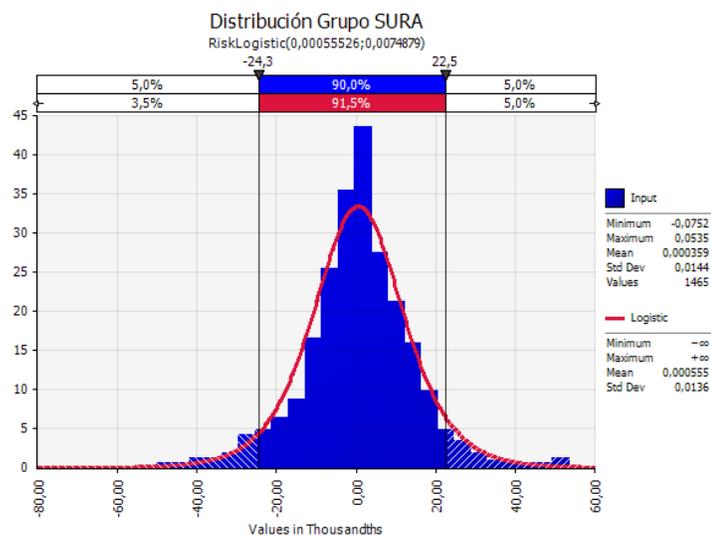
Debido a que el valor-P más pequeño de las pruebas realizadas es menor a 0,05, se puede rechazar la idea de que Bonos EPM proviene de una distribución normal con 95% de confianza.

Anexo 2. Distribución de los rendimientos

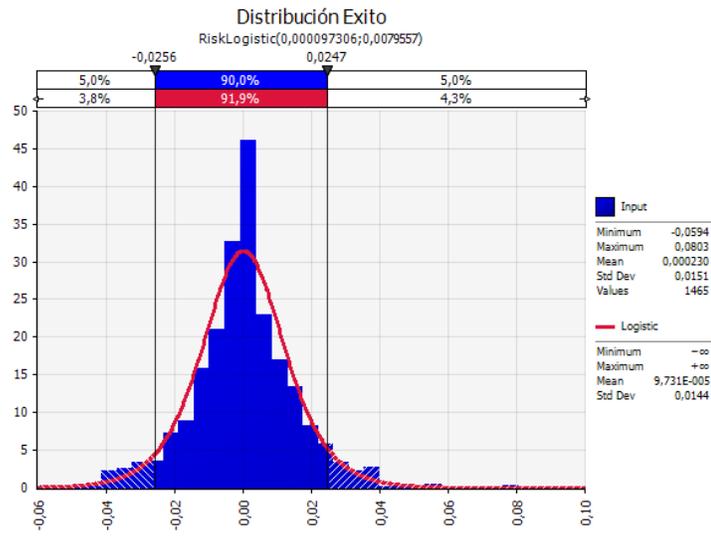
- Bancolombia Preferencial



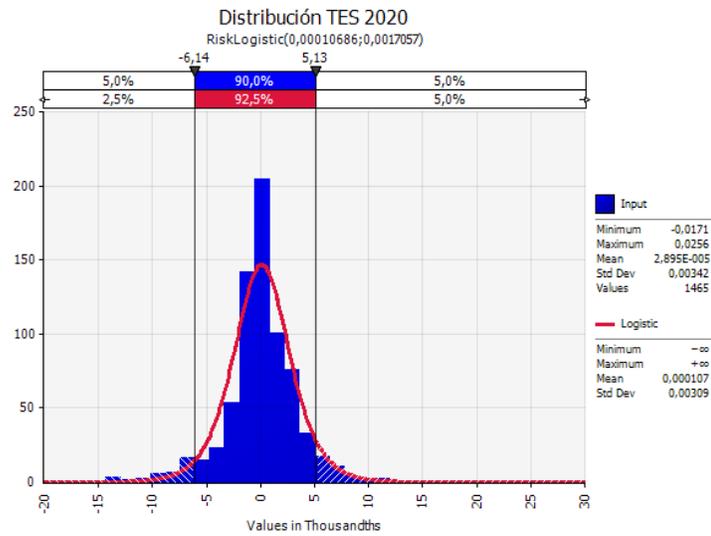
- Grupo SURA



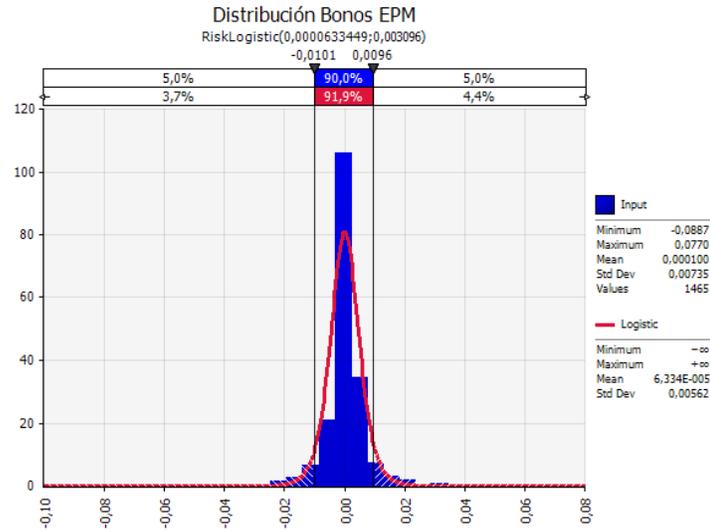
- Éxito



- TES 2020



- Bonos EPM



Anexo 3. Pruebas de raíz unitaria

- Bancolombia Preferencial

Null Hypothesis: BANCOLOMBIA_PREF_ has a unit root
Exogenous: Constant
Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=23)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-39.31461	0.0000
Test critical values:		
1% level	-3.434609	
5% level	-2.863308	
10% level	-2.567760	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation
Dependent Variable: D(BANCOLOMBIA_PREF_)
Method: Least Squares
Date: 09/17/15 Time: 12:29
Sample (adjusted): 2 1465
Included observations: 1464 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
BANCOLOMBIA_PREF_(-1)	-1.027790	0.026143	-39.31461	0.0000
C	0.000372	0.000361	1.028914	0.3037

R-squared	0.513904	Mean dependent var	-9.00E-07
Adjusted R-squared	0.513572	S.D. dependent var	0.019808
S.E. of regression	0.013815	Akaike info criterion	-5.724786
Sum squared resid	0.279021	Schwarz criterion	-5.717561
Log likelihood	4192.544	Hannan-Quinn criter.	-5.722091
F-statistic	1545.639	Durbin-Watson stat	1.998913
Prob(F-statistic)	0.000000		

- Grupo SURA

Null Hypothesis: GRUPO_SURA has a unit root
 Exogenous: Constant
 Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=23)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-37.67886	0.0000
Test critical values:		
1% level	-3.434609	
5% level	-2.863308	
10% level	-2.567760	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation
 Dependent Variable: D(GRUPO_SURA)
 Method: Least Squares
 Date: 09/17/15 Time: 12:30
 Sample (adjusted): 2 1465
 Included observations: 1464 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
GRUPO_SURA(-1)	-0.985301	0.026150	-37.67886	0.0000
C	0.000352	0.000376	0.934126	0.3504
R-squared	0.492660	Mean dependent var		-2.55E-06
Adjusted R-squared	0.492313	S.D. dependent var		0.020206
S.E. of regression	0.014398	Akaike info criterion		-5.642153
Sum squared resid	0.303057	Schwarz criterion		-5.634928
Log likelihood	4132.056	Hannan-Quinn criter.		-5.639458
F-statistic	1419.696	Durbin-Watson stat		1.997355
Prob(F-statistic)	0.000000			

- Éxito

Null Hypothesis: EXITO has a unit root
 Exogenous: Constant
 Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=23)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-37.82182	0.0000
Test critical values:		
1% level	-3.434609	
5% level	-2.863308	
10% level	-2.567760	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation
 Dependent Variable: D(EXITO)
 Method: Least Squares
 Date: 09/17/15 Time: 12:31
 Sample (adjusted): 2 1465
 Included observations: 1464 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
EXITO(-1)	-0.989065	0.026151	-37.82182	0.0000
C	0.000231	0.000395	0.584929	0.5587
R-squared	0.494553	Mean dependent var		4.07E-06
Adjusted R-squared	0.494207	S.D. dependent var		0.021269
S.E. of regression	0.015126	Akaike info criterion		-5.543423
Sum squared resid	0.334505	Schwarz criterion		-5.536197
Log likelihood	4059.785	Hannan-Quinn criter.		-5.540728
F-statistic	1430.490	Durbin-Watson stat		2.000215
Prob(F-statistic)	0.000000			

- TES 2020

Null Hypothesis: TES_2020 has a unit root
 Exogenous: Constant
 Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=23)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-34.30938	0.0000
Test critical values:		
1% level	-3.434609	
5% level	-2.863308	
10% level	-2.567760	

*Mackinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation
 Dependent Variable: D(TES_2020)
 Method: Least Squares
 Date: 09/17/15 Time: 12:33
 Sample (adjusted): 2 1465
 Included observations: 1464 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
TES_2020(-1)	-0.886496	0.025838	-34.30938	0.0000
C	3.50E-05	8.84E-05	0.395881	0.6923
R-squared	0.446030	Mean dependent var		8.32E-06
Adjusted R-squared	0.445651	S.D. dependent var		0.004544
S.E. of regression	0.003383	Akaike info criterion		-8.538738
Sum squared resid	0.016732	Schwarz criterion		-8.531513
Log likelihood	6252.357	Hannan-Quinn criter.		-8.536043
F-statistic	1177.133	Durbin-Watson stat		1.996937
Prob(F-statistic)	0.000000			

- Bonos EPM

Null Hypothesis: BONOS_EPM has a unit root
 Exogenous: Constant
 Lag Length: 4 (Automatic - based on SIC, maxlag=23)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-22.23138	0.0000
Test critical values:		
1% level	-3.434621	
5% level	-2.863313	
10% level	-2.567763	

*Mackinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation
 Dependent Variable: D(BONOS_EPM)
 Method: Least Squares
 Date: 09/18/15 Time: 14:21
 Sample (adjusted): 6 1465
 Included observations: 1460 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
BONOS_EPM(-1)	-1.752177	0.078815	-22.23138	0.0000
D(BONOS_EPM(-1))	0.462505	0.068337	6.768019	0.0000
D(BONOS_EPM(-2))	0.315727	0.055840	5.654171	0.0000
D(BONOS_EPM(-3))	0.173549	0.042296	4.103227	0.0000
D(BONOS_EPM(-4))	0.074314	0.025987	2.859673	0.0043
C	0.000138	0.000183	0.753007	0.4516
R-squared	0.633006	Mean dependent var		-1.69E-06
Adjusted R-squared	0.631744	S.D. dependent var		0.011527
S.E. of regression	0.006995	Akaike info criterion		-7.083134
Sum squared resid	0.071145	Schwarz criterion		-7.061410
Log likelihood	5176.688	Hannan-Quinn criter.		-7.075030
F-statistic	501.5844	Durbin-Watson stat		2.003696
Prob(F-statistic)	0.000000			

Anexo 4. Estimación de modelos GARCH (1,1)

- Bancolombia Preferencial

Dependent Variable: BANCOLOMBIA_PREF_
 Method: ML ARCH - Normal distribution (BFGS / Marquardt steps)
 Date: 09/18/15 Time: 14:29
 Sample: 1 1465
 Included observations: 1465
 Convergence achieved after 26 iterations
 Coefficient covariance computed using outer product of gradients
 Presample variance: backcast (parameter = 0.7)
 GARCH = C(2) + C(3)*RESID(-1)^2 + C(4)*GARCH(-1)

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	0.000440	0.000342	1.287979	0.1978

Variance Equation

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	7.60E-06	2.43E-06	3.132234	0.0017
RESID(-1)^2	0.061263	0.010708	5.720998	0.0000
GARCH(-1)	0.900155	0.017440	51.61431	0.0000

R-squared	-0.000030	Mean dependent var	0.000365
Adjusted R-squared	-0.000030	S.D. dependent var	0.013811
S.E. of regression	0.013811	Akaike info criterion	-5.762039
Sum squared resid	0.279267	Schwarz criterion	-5.747596
Log likelihood	4224.693	Hannan-Quinn criter.	-5.756652
Durbin-Watson stat	2.055401		

- Grupo SURA

Dependent Variable: GRUPO_SURA
 Method: ML ARCH - Normal distribution (BFGS / Marquardt steps)
 Date: 09/18/15 Time: 15:35
 Sample (adjusted): 5 1465
 Included observations: 1461 after adjustments
 Convergence achieved after 37 iterations
 Coefficient covariance computed using outer product of gradients
 Presample variance: backcast (parameter = 0.7)
 GARCH = C(3) + C(4)*RESID(-1)^2 + C(5)*GARCH(-1)

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	0.000424	0.000310	1.365945	0.1720
AR(4)	-0.069685	0.028136	-2.476706	0.0133

Variance Equation

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	2.92E-05	4.84E-06	6.039039	0.0000
RESID(-1)^2	0.145846	0.019644	7.424617	0.0000
GARCH(-1)	0.715986	0.034092	21.00152	0.0000

R-squared	0.008933	Mean dependent var	0.000365
Adjusted R-squared	0.008253	S.D. dependent var	0.014392
S.E. of regression	0.014333	Akaike info criterion	-5.729065
Sum squared resid	0.299725	Schwarz criterion	-5.710972
Log likelihood	4190.082	Hannan-Quinn criter.	-5.722316
Durbin-Watson stat	1.977164		

Inverted AR Roots	.36+.36i	.36+.36i	-.36+.36i	-.36+.36i
-------------------	----------	----------	-----------	-----------

- Éxito

Dependent Variable: EXITO
 Method: ML ARCH - Normal distribution (BFGS / Marquardt steps)
 Date: 09/18/15 Time: 15:23
 Sample: 1 1465
 Included observations: 1465
 Convergence achieved after 22 iterations
 Coefficient covariance computed using outer product of gradients
 Presample variance: backcast (parameter = 0.7)
 GARCH = C(2) + C(3)*RESID(-1)^2 + C(4)*GARCH(-1)

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	4.41E-05	0.000384	0.114672	0.9087
Variance Equation				
C	7.55E-05	9.04E-06	8.345090	0.0000
RESID(-1)^2	0.222573	0.029695	7.495388	0.0000
GARCH(-1)	0.469369	0.050047	9.378578	0.0000
R-squared	-0.000152	Mean dependent var		0.000230
Adjusted R-squared	-0.000152	S.D. dependent var		0.015117
S.E. of regression	0.015118	Akaike info criterion		-5.588281
Sum squared resid	0.334623	Schwarz criterion		-5.573839
Log likelihood	4097.416	Hannan-Quinn criter.		-5.582895
Durbin-Watson stat	1.977746			

- TES 2020

Dependent Variable: TES_2020
 Method: ML ARCH - Normal distribution (BFGS / Marquardt steps)
 Date: 09/18/15 Time: 15:31
 Sample (adjusted): 6 1465
 Included observations: 1460 after adjustments
 Convergence achieved after 27 iterations
 Coefficient covariance computed using outer product of gradients
 Presample variance: backcast (parameter = 0.7)
 GARCH = C(5) + C(6)*RESID(-1)^2 + C(7)*GARCH(-1)

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	2.91E-05	9.21E-05	0.315694	0.7522
AR(1)	0.161138	0.030565	5.271980	0.0000
AR(2)	0.071719	0.029232	2.453439	0.0141
AR(5)	0.063660	0.024893	2.557360	0.0105
Variance Equation				
C	2.94E-07	3.40E-08	8.656180	0.0000
RESID(-1)^2	0.132211	0.013539	9.765309	0.0000
GARCH(-1)	0.844801	0.013260	63.71114	0.0000
R-squared	0.021734	Mean dependent var		3.35E-05
Adjusted R-squared	0.019718	S.D. dependent var		0.003391
S.E. of regression	0.003357	Akaike info criterion		-8.872353
Sum squared resid	0.016409	Schwarz criterion		-8.847008
Log likelihood	6483.817	Hannan-Quinn criter.		-8.862898
Durbin-Watson stat	2.077737			
Inverted AR Roots	.64	.21+.52i	.21-.52i	-.46-.33i
	-.46+.33i			

- Bonos EPM

Dependent Variable: BONOS_EPM
 Method: ML ARCH - Normal distribution (BFGS / Marquardt steps)
 Date: 09/18/15 Time: 15:54
 Sample (adjusted): 3 1465
 Included observations: 1463 after adjustments
 Convergence achieved after 29 iterations
 Coefficient covariance computed using outer product of gradients
 Presample variance: backcast (parameter = 0.7)
 GARCH = C(4) + C(5)*RESID(-1)^2 + C(6)*GARCH(-1)

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	0.000127	6.81E-05	1.859435	0.0630
AR(1)	-0.196924	0.022075	-8.920692	0.0000
AR(2)	-0.106575	0.026038	-4.092985	0.0000
Variance Equation				
C	5.25E-06	3.31E-07	15.87920	0.0000
RESID(-1)^2	0.596029	0.040535	14.70413	0.0000
GARCH(-1)	0.466299	0.020506	22.73930	0.0000
R-squared	0.060881	Mean dependent var	9.18E-05	
Adjusted R-squared	0.059595	S.D. dependent var	0.007328	
S.E. of regression	0.007106	Akaike info criterion	-7.533646	
Sum squared resid	0.073725	Schwarz criterion	-7.511958	
Log likelihood	5516.862	Hannan-Quinn criter.	-7.525556	
Durbin-Watson stat	2.149950			
Inverted AR Roots	-.10+.31i	-.10-.31i		

Anexo 5. Estimación de covarianzas condicionales

- Bancolombia Preferencial

Substituted Coefficients:

=====

$$\text{GARCH1} = 7.86643166989\text{e-}06 + 0.0462076836144*\text{RESID1}(-1)^2 + 0.912185826455*\text{GARCH1}(-1)$$

$$\text{GARCH2} = 3.41927929421\text{e-}05 + 0.146756159771*\text{RESID2}(-1)^2 + 0.687382410093*\text{GARCH2}(-1)$$

$$\text{COV1_2} = 1.24363004451\text{e-}05 + 0.0677172111205*\text{RESID1}(-1)*\text{RESID2}(-1) + 0.768861020685*\text{COV1_2}(-1)$$

- Grupo SURA

Substituted Coefficients:

=====

$$\text{GARCH1} = 8.16893849675\text{e-}06 + 0.0590134966461*\text{RESID1}(-1)^2 + 0.89896513213*\text{GARCH1}(-1)$$

$$\text{GARCH2} = 2.99797615745\text{e-}05 + 0.116775881963*\text{RESID2}(-1)^2 + 0.757774147622*\text{GARCH2}(-1)$$

$$\text{COV1_2} = 7.15321625267\text{e-}06 + 0.0285479860121*\text{RESID1}(-1)*\text{RESID2}(-1) + 0.825040318835*\text{COV1_2}(-1)$$

- Éxito

Substituted Coefficients:

=====

$$\text{GARCH1} = 8.26742706477\text{e-}06 + 0.0622548762621 \cdot \text{RESID1}(-1)^2 + 0.895540452674 \cdot \text{GARCH1}(-1)$$

$$\text{GARCH2} = 3.14509953736\text{e-}07 + 0.143127977153 \cdot \text{RESID2}(-1)^2 + 0.83462702261 \cdot \text{GARCH2}(-1)$$

$$\text{COV1_2} = 1.96108017019\text{e-}07 + 0.0498528955144 \cdot \text{RESID1}(-1) \cdot \text{RESID2}(-1) + 0.802884582165 \cdot \text{COV1_2}(-1)$$

- TES 2020

Substituted Coefficients:

=====

$$\text{GARCH1} = 7.80333170539\text{e-}06 + 0.0613960969675 \cdot \text{RESID1}(-1)^2 + 0.898810521456 \cdot \text{GARCH1}(-1)$$

$$\text{GARCH2} = 4.83818933477\text{e-}06 + 0.583752043107 \cdot \text{RESID2}(-1)^2 + 0.494381247519 \cdot \text{GARCH2}(-1)$$

$$\text{COV1_2} = 1.67872205382\text{e-}07 - 0.00405278434206 \cdot \text{RESID1}(-1) \cdot \text{RESID2}(-1) + 0.941449766095 \cdot \text{COV1_2}(-1)$$

- Bonos EPM

Substituted Coefficients:

=====

$$\text{GARCH1} = 3.31386993885\text{e-}05 + 0.139835764973 \cdot \text{RESID1}(-1)^2 + 0.700206149703 \cdot \text{GARCH1}(-1)$$

$$\text{GARCH2} = 6.90622946195\text{e-}05 + 0.200405139835 \cdot \text{RESID2}(-1)^2 + 0.514468729772 \cdot \text{GARCH2}(-1)$$

$$\text{COV1_2} = 2.2792595867\text{e-}05 + 0.125338234559 \cdot \text{RESID1}(-1) \cdot \text{RESID2}(-1) + 0.538852208509 \cdot \text{COV1_2}(-1)$$

Anexo 6. Resultados de frontera eficiente

- Frontera A (volatilidad constante)

FRONTERA EFICIENTE						
Ponderaciones					Markowitz Bullet	
Bancolombia Pref.	Grupo SURA	Éxito	TES 2020	Bonos EPM	Desv Est	Retorno
12%	8%	10%	50%	20%	0,418%	0,013%
12%	8%	9%	39%	31%	0,446%	0,014%
12%	8%	9%	31%	39%	0,473%	0,014%
13%	8%	9%	25%	45%	0,500%	0,015%
13%	8%	9%	20%	50%	0,527%	0,015%
15%	7%	8%	15%	55%	0,555%	0,016%
17%	6%	7%	11%	59%	0,582%	0,016%
20%	5%	5%	7%	63%	0,609%	0,017%
23%	3%	4%	4%	66%	0,637%	0,017%
27%	1%	2%	2%	68%	0,664%	0,018%
30%	0%	0%	0%	70%	0,691%	0,018%

- Frontera B (volatilidad condicional)

FRONTERA EFICIENTE						
Ponderaciones					Markowitz Bullet	
Bancolombia Pref.	Grupo SURA	Éxito	TES 2020	Bonos EPM	Desv Est	Retorno
12%	13%	5%	50%	20%	0,337%	0,014%
11%	14%	5%	28%	42%	0,351%	0,015%
14%	14%	3%	19%	51%	0,365%	0,016%
10%	15%	6%	9%	61%	0,380%	0,016%
13%	10%	7%	4%	66%	0,394%	0,017%
18%	7%	5%	2%	68%	0,408%	0,017%
21%	5%	4%	1%	69%	0,422%	0,017%
24%	3%	3%	1%	69%	0,436%	0,017%
26%	2%	2%	1%	69%	0,450%	0,018%
28%	1%	1%	0%	70%	0,464%	0,018%
30%	0%	0%	0%	70%	0,479%	0,018%

Anexo 7. Marco de Referencia de Backtesting Basilea 1996 (250 observaciones)

- Tabla 1

H₀: El modelo es preciso

H_a: El modelo no es preciso

	H ₀ Verdadera	H ₀ Falsa
H ₀ Rechazada	Error Tipo I	Decisión Correcta
H ₀ No Rechazada	Decisión Correcta	Error Tipo II

Error Tipo I: $\alpha = P(\text{Rechazar } H_0 / H_0 \text{ Verdadera})$

Error Tipo II: $\beta = P(\text{No Rechazar } H_0 / H_0 \text{ Falsa})$

Zona	Numero de Expeciones (x)	Factor Aditivo	Factor Multiplicativo	P(X ≤ x)
Verde	0	0	3	0,000%
	1			0,001%
	2			0,005%
	3			0,027%
	4			0,107%
Amarilla	5	0,4	3,40	0,344%
	6	0,5	3,50	0,926%
	7	0,7	3,65	2,151%
	8	0,8	3,75	4,407%
	9	0,9	3,85	8,097%
Roja	10	1	4,00	13,522%

- Tabla 2

	Modelo Preciso		Modelo Impreciso							
	Cobertura = 99%		Cobertura = 98%		Cobertura = 97%		Cobertura = 96%		Cobertura = 95%	
	Exacta	Tipo I	Exacta	Tipo II	Exacta	Tipo II	Exacta	Tipo II	Exacta	Tipo II
0	8,1059%	100,00%	0,6405%	0,00%	0,0493%	0,00%	0,0000%	0,00%	0,0003%	0,00%
1	20,4693%	91,89%	3,2679%	0,64%	0,3813%	0,05%	0,0385%	0,00%	0,0035%	0,00%
2	25,7417%	71,42%	8,3030%	3,91%	1,4681%	0,43%	0,1998%	0,04%	0,0233%	0,00%
3	21,4948%	45,68%	14,0078%	12,21%	3,7534%	1,90%	0,6880%	0,24%	0,1012%	0,03%
4	13,4071%	24,19%	17,6527%	26,22%	7,1682%	5,65%	1,7703%	0,93%	0,3288%	0,13%
5	6,6629%	10,78%	17,7248%	43,87%	10,9074%	12,82%	3,6291%	2,70%	0,8515%	0,46%
6	2,7482%	4,12%	14,7706%	61,60%	13,7749%	23,73%	6,1744%	6,33%	1,8299%	1,31%
7	0,9676%	1,37%	10,5074%	76,37%	14,8501%	37,50%	8,9676%	12,50%	3,3572%	3,14%
8	0,2969%	0,40%	6,5135%	86,87%	13,9507%	52,35%	11,3497%	21,47%	5,3671%	6,50%
9	0,0806%	0,11%	3,5743%	93,39%	11,6016%	66,30%	12,7158%	32,82%	7,5955%	11,86%
10	0,0196%	0,03%	1,7580%	96,96%	8,6474%	77,90%	12,7688%	45,54%	9,6343%	19,46%
11	0,0043%	0,01%	0,7828%	98,72%	5,8351%	86,55%	11,6080%	58,31%	11,0633%	29,09%
12	0,0009%	0,00%	0,3182%	99,50%	3,5943%	92,39%	9,6330%	69,91%	11,5971%	40,16%
13	0,0002%	0,00%	0,1189%	99,82%	2,0352%	95,98%	7,3483%	79,55%	11,1745%	51,75%
14	0,0000%	0,00%	0,0411%	99,94%	1,0655%	98,02%	5,1832%	86,90%	9,9562%	62,93%
15	0,0000%	0,00%	0,0132%	99,98%	0,5185%	99,08%	3,3978%	92,08%	8,2445%	72,88%