

DISEÑO Y ANÁLISIS DE RESISTENCIA DE MATERIALES EN ENGRANAJES
CÓNICOS ESPIRALES E HIPOIDALES

SEBASTIÁN GALINDO LÓPEZ

UNIVERSIDAD EAFIT
ESCUELA DE INGENIERÍA
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MECÁNICA
MEDELLÍN.
2009

DISEÑO Y ANÁLISIS DE RESISTENCIA DE MATERIALES EN ENGRANAJES
CÓNICOS ESPIRALES E HIPOIDALES

SEBASTIÁN GALINDO LÓPEZ

Proyecto de grado para optar por el título de
Ingeniero mecánico

Asesor Fabio Antonio pineda
Profesor ingeniero mecánico

UNIVERSIDAD EAFIT
ESCUELA DE INGENIERÍA
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MECÁNICA
MEDELLÍN.

2009

CONTENIDO

	pág.
1. DEFINICIÓN CLARA Y CONCRETA DEL PROBLEMA	11
2. OBJETIVOS	12
2.1 OBJETIVO GENERAL	12
2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS.....	12
3. ALCANCE.....	13
3.1 ALCANCE	13
4. JUSTIFICACIÓN E IMPORTANCIA DEL PROBLEMA	14
5. GENERALIDADES DE LOS ENGRANAJES.....	15
5.1 DEFINICIÓN DE ENGRANAJE	15
5.2 LEY FUNDAMENTAL DE ENGRANAJE.....	15
5.3 GEOMETRÍAS DENTRO DE LOS ENGRANAJES	17
5.3.1 Engranajes cilíndricos rectos.	17
5.3.2 Engranajes cilíndricos helicoidales	17
5.3.3 Engranajes tornillo sinfín	19
5.3.4 Engranajes cónicos rectos	20
5.3.5 Engranajes cónicos espirales.....	20
5.3.6 Engranajes cónicos zerol	21
5.3.7 Engranajes hipoides	22
5.4 SUPERFICIES DE PASO	23
5.5 INVOLUMETRÍA.....	24
6. ELEMENTOS GEOMÉTRICOS DE LOS ENGRANAJES.....	26
7. DISEÑO DE ENGRANAJES.....	43
7.1 CONSIDERACIONES GENERALES DEL DISEÑO	43

7.2	DISEÑO PRELIMINAR.....	43
7.3	GEOMETRÍA DEL DIENTE	54
7.3.1	Profundidad uniforme	56
7.3.2	Conicidad de la profundidad duplex.....	57
7.3.3	Conicidad de la línea raíz inclinada (trl).....	57
7.3.4	Fórmulas para los ángulos de dedendo y su suma.....	58
8.	MÉTODOS DE MANUFACTURA.....	59
8.1	GENERADO	59
8.1.1	Face milling	60
8.1.2	Face hobbing	61
8.2	SINTERIZADO.....	62
8.3	RECTIFICADO	62
8.4	AFEITADO.....	63
8.5	LAPEADO	64
9.	CÁLCULO DE LOS ENGRANAJES	65
9.1	PROFUNDIDAD DE TRABAJO MEDIA h	65
9.2	CLARO Y FACTOR DE CLARO K_2	66
9.3	FACTOR DEL ADENDO MEDIO c_1	66
9.4	ESPESOR CIRCULAR NORMAL MEDIO t_n, T_n	67
9.5	TOLERANCIA DE LA HOLGURA NORMAL EXTERIOR, B	67
9.6	DIMENSIONES DE ENGRANAJES CÓNICOS ESPIRALES	68
9.7	FÓRMULAS PARA LAS DIMENSIONES DE ENGRANAJES HIPOIDES...72	
9.8	CHEQUEO DE SOCAVADO.....	82
10.	MODOS DE FALLA ENGRANAJES	84
10.1	RAYADO.....	84
10.2	DESGASTE	86
10.2.1	Desgaste adhesivo	86

10.2.2	Desgaste abrasivo	87
10.3	CORROSIVE WEAR	88
10.4	PICADO	88
10.5	Descamado (flanking)	89
10.6	FLUJO PLÁSTICO	90
10.6.1	Flujo en frio	90
10.6.2	Ranurado.....	90
10.6.3	Ondulaciones	91
10.7	FRACTURA DEL DIENTE	92
10.7.1	Fatiga a flexión.....	92
10.7.2	Fatiga de bajo ciclo.....	93
11.	ESFUERZOS Y RESISTENCIA DE ENGRANAJES	94
11.1	ECUACIÓN FUNDAMENTAL DE ESFUERZOS DE CONTACTO	94
11.2	NUMERO DE ESFUERZO DE CONTACTO PERMISIBLE	95
11.3	RESISTENCIA AL PICADO ECUACIÓN DE POTENCIA	96
11.4	ECUACIÓN FUNDAMENTAL DE ESFUERZOS A FLEXIÓN	96
11.5	NUMERO DE ESFUERZO DE CONTACTO PERMISIBLE	97
11.6	RESISTENCIA A FLEXIÓN ECUACIÓN DE POTENCIA.....	98
11.7	FACTORES AGMA	98
11.7.1	Factor de sobre carga $K_o(K_A)$	98
11.7.2	Factor dinámico K_v	99
11.7.3	Factor de tamaño.....	100
11.7.4	Factor de distribución de carga	101
11.7.5	Factor de rebajado.....	102
11.7.6	Factor de curvatura del diente.....	103
11.7.7	Factor de ciclos de esfuerzo	103
11.7.8	Factor de la relación de dureza.....	104
11.7.9	Factor de temperatura	105
11.7.10	Factor de confiabilidad.....	106

11.7.11	Coeficiente elástico para resistencia al picado.....	106
11.8	ESFUERZOS DE CONTACTO Y FLEXIÓN PERMISIBLES.....	107
12.	CASO DE ESTUDIO.....	110
13.	CONCLUSIONES.....	113
14.	BIBLIOGRAFÍA.....	114
	ANEXOS.....	120

TABLA DE FIGURAS

	pág.
Figura 1. Engranajes cilíndricos rectos.....	18
Figura 2. Engranajes cilíndricos helicoidales	18
Figura 3. Engranaje tornillo sinfín	19
Figura 4. Engranajes cónicos rectos	20
Figura 5. Engranajes cónicos espirales.....	21
Figura 6. Engranajes cónicos zerol.....	21
Figura 7. Engranaje hipoide	22
Figura 8. Sentido de la hélice.....	26
Figura 9. Engranajes hélice derecha e izquierda	27
Figura 10. Conos de paso.....	28
Figura 11. Hiperboloides de revolución	28
Figura 12. Caras y conos del engranaje.....	29
Figura 13. Planos de referencia del diente.....	30
Figura 14. Líneas de contacto, talón y punta de diente	31
Figura 15. Traza del diente	32
Figura 16. Descentrado.....	33
Figura 17. Elementos del diente y circunferencias básicas	33
Figura 18. Dimensiones diente	34
Figura 19. Espesor circular transversal.	36
Figura 20. Avance de cara	37
Figura 21. Ángulo de adendo y dedendo	38
Figura 22. Nomenclatura engranajes hipoides.....	41
Figura 23. Elementos básicos engranajes cónicos espirales	42
Figura 24. Diámetro del piñón vs. Torque del piñón (pitting).....	45
Figura 25. Diámetro del piñón vs. Torque del piñón (resistencia a flexión)	46

Figura 26. Número de dientes sugerido en el piñón para engranajes cónicos espirales e hipoides	49
Figura 27. Dirección del descentrado de los engranajes hipoides	50
Figura 28. Ancho de cara vs. Diámetro de paso del piñón	51
Figura 29. Relación de contacto para engranajes cónicos espirales	53
Figura 30. Tipos de diente.....	56
Figura 31. Generación engranajes	59
Figura 32. Face milling	60
Figura 33. Face hobbing	61
Figura 34. Sinterizado	62
Figura 35. Rectificado.....	63
Figura 36. Lapeado	64
Figura 37. Factor de espesor circular k_3	67
Figura 38. Modos de falla de engranajes	84
Figura 39. Rayado inicial.....	85
Figura 40. Rayado moderado	85
Figura 41. Rayado destructivo.	85
Figura 42. Pulido.....	86
Figura 43. Desgaste adhesivo moderado.....	87
Figura 44. Desgaste abrasivo.	87
Figura 45. Descaste corrosivo	88
Figura 46. Picado progresivo	89
Figura 47. Descamado	89
Figura 48. Flujo en frio.....	90
Figura 49. Ranurado.....	91
Figura 50. Ondulación	91
Figura 51. Falla por fatiga a la flexión.....	92
Figura 52. Diente rebajado.....	102
Figura 53. Numero de esfuerzo de contacto superficial permisible para engranajes de acero endurecido completamente	107

Figura 54. Numero de esfuerzo a flexión permisible para engranajes de acero endurecido completamente.....	109
---	-----

TABLA DE TABLAS

	pág.
Tabla 1. Factor de material	47
Tabla 2. Número mínimo de dientes del piñón.....	48
Tabla 3. Factor de profundidad k_1	65
Tabla 4. Factor de claro k_2	66
Tabla 5. Factor de adendo medio c_1	66
Tabla 6. Tolerancia mínima de holgura normal.....	68
Tabla 7. Chequeo de socavado en engranajes cónicos espirales	82
Tabla 8. Chequeo de socavado en engranajes hipoides.....	83
Tabla 9. Factor de sobrecarga	99
Tabla 10. Tipos de montaje.....	102
Tabla 11. Coeficiente de confiabilidad.....	106
Tabla 12. Esfuerzo de contacto permisible para engranajes de acero	108
Tabla 13. Esfuerzo de contacto permisible para engranajes de hierro	108

Nota de aceptación:

Firma del jurado

Firma del jurado

Medellín 30-04-2009

1. DEFINICIÓN CLARA Y CONCRETA DEL PROBLEMA

En un entorno donde las maquinas están presentes en diferentes ámbitos y sectores, la utilización de mecanismos permite realizar un sinfín de movimientos, trayectorias y transmitir potencia para ser utilizada de una forma útil. Dentro de estos mecanismos un elemento esencial son los engranajes, los cuales son de gran importancia en la transmisión de potencia.

La intención de este proyecto está orientada a explorar e identificar las diferentes geometrías que se encuentran dentro de la familia de los engranajes cónicos y su comportamiento bajo carga, con el fin de realizar diseños seguros y confiables.

2. OBJETIVOS

2.1 OBJETIVO GENERAL

Diseñar y analizar desde resistencia de materiales a engranajes cónicos espirales e hipoides, y validarlo mediante el diseño de un conjunto de engranajes.

2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Identificar las diferentes geometrías dentro de los engranajes cónicos.
- Identificar los diferentes procesos de manufactura de los engranajes cónicos y sus repercusiones en la geometría del diente.
- Analizar los diferentes modos de fallo en engranajes cónicos y establecer sus principales causas.
- Realizar análisis de resistencia de materiales de un caso práctico donde se utilicen engranajes cónicos.
- Fabricar un conjunto de engranajes y validar la información obtenida teóricamente.

3. ALCANCE

En vista de la complejidad que este tema posee y su gran extensión este proyecto será limitado con el fin de cumplir con los tiempos estimados para la realización del proyecto de grado y teniendo en cuenta los recursos que se tienen.

3.1 ALCANCE

1. Aunque el diseño de engranajes cónicos involucra desde su geometría hasta su fabricación, en este proyecto solo se hará énfasis en lo referido a resistencia de materiales.
2. Inicialmente solo se tendrá en cuenta la teoría clásica de resistencia de materiales para el análisis de los engranajes cónicos.
3. Se realizará un código en el software matlab el cual permita realizar el cálculo de los engranajes de una forma rápida.
4. El análisis del conjunto de engranajes se hará partiendo de un caso real donde se utilicen este tipo de elementos.

4. JUSTIFICACIÓN E IMPORTANCIA DEL PROBLEMA

Los engranajes cónicos, y en especial los engranajes cónicos espirales e hipoides durante muchos años han sido un elemento de uso frecuente en toda la maquinaria. A pesar que su existencia ya tiene muchos años, es un tema que mantiene una continua investigación y desarrollo, siendo la industria automotriz y aeronáutica la que se ha encargado de profundizar más en este tema dado sus altos requerimientos de calidad y precisión. Sin embargo este tipo de elementos también están altamente difundidos en todo el ámbito industrial como es el campo de las máquinas y herramientas, agrícola, minería, etc.

Ahora aunque el tema es conocido, en general en la industria colombiana tiene poco desarrollo, y es casi inexistente la infraestructura para la fabricación de engranajes cónicos espirales e hipoides. Si a esto se suma las políticas de muchas empresas de nuestro entorno que manejan el mantenimiento a un nivel correctivo, se encuentra que hay una alta necesidad de soluciones técnicas al tema de transmisión de potencia, especialmente en el caso de engranajes cónicos espirales.

Este proyecto se justifica en la medida que constituye un acercamiento al conocimiento de estos elementos dentro del país y permite dar un apoyo técnico y soluciones a las necesidades de la industria colombiana.

5. GENERALIDADES DE LOS ENGRANAJES

5.1 DEFINICIÓN DE ENGRANAJE

Es un sistema técnico que consiste en un conjunto de ruedas dentadas, que permite transmitir movimiento y potencia de un eje a otro. Para realizar esta transmisión los dientes de una de las coronas acoplan con los espacios entre dientes de la otra. Los dientes de la rueda que recibe el giro empujan a los de la otra rueda, generándose una fuerza, que a su vez genera un par torsional y al encontrarse estas ruedas girando se transmiten potencia (MOTT, 2006).

La rueda que recibe la energía, bien sea de un motor eléctrico u otra fuente, toma el nombre de engranaje motor, y la otra se denomina engranaje conducido (Wikipedia, 2006). Adicionalmente en el conjunto de engranajes el pequeño suele ser llamado piñón y el de mayor tamaño engrane. (DEUTSCHMAN, y otros, 1985)

5.2 LEY FUNDAMENTAL DE ENGRANAJE

Esta ley establece que "... la relación de velocidad angular entre los engranajes de un juego de engranajes permanece constante mientras permanecen engranados." (NORTON, 2005). Esta relación de velocidades viene dada por la siguiente ecuación matemática:

Ecuación 1. Ley fundamental de engranaje

$$r_1 \cdot N_1 = r_2 \cdot N_2$$

N_1, N_2 revoluciones por minuto de cada rueda

r_1, r_2 radio de cada rueda

Donde:
$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{r_1}{r_2}$$

(SHIGLEY, y otros, 2008)

A partir de esta ley se define una segunda ecuación la cual permite relacionar los diámetros, con el número de dientes y la velocidad angular de los engranajes.

Ecuación 2. Relación de velocidad angular

$$m_V = \frac{N_2}{N_1} = \pm \frac{r_1}{r_2} = \pm \frac{d_1}{d_2} = \pm \frac{Z_1}{Z_2}$$

Donde

Z_1, Z_2 números de dientes del piñón y la corona .

N_1, N_2 revoluciones por minuto de cada rueda

r_1, r_2 radio de cada rueda

d_1, d_2 diametro de paso de cada rueda

(NORTON, 2005)

Adicionalmente se puede establecer una tercera dependencia conocida como relación de par de torsión la cual es determinada calculando el reciproco de la relación de velocidad angular.

Ecuación 3: relación de par de torsión

$$m_T = \frac{N_1}{N_2} = \pm \frac{r_2}{r_1} = \pm \frac{d_2}{d_1} = \pm \frac{Z_2}{Z_1}$$

(NORTON, 2005)

5.3 GEOMETRÍAS DENTRO DE LOS ENGRANAJES

Dentro de los engranajes existen una gran variedad de familias que sin importar su geometría cumplen la ley anteriormente mencionada y a su vez se distinguen por algunas características en su modo de transmitir movimiento y potencia, las cuales determinan la geometría de los mismos.

A pesar que este documento solo pretende abordar dos geometrías específicas cabe nombrar y enseñar las más utilizadas, y adicionalmente dejar claro cuáles son los elementos a los que hace referencia este documento.

5.3.1 Engranajes cilíndricos rectos.

Esta geometría es la más difundida en las máquinas. Como su nombre lo indica su forma básica está formada por un cilindro y como principal característica se tiene que realizan transmisión de potencia entre ejes paralelos. Además cuenta con dientes que se extienden longitudinalmente paralelos al eje de transmisión (NORTON, 1999).

Dentro de los engranajes esta geometría tiene una gran difusión por su facilidad de cálculo y manufactura, pero en aplicaciones donde el espacio sea una limitante o la suavidad en la transmisión sea un factor determinante no son tan recomendables, ya que generan un nivel de ruido más alto (OBERG, y otros, 2004).

5.3.2 Engranajes cilíndricos helicoidales

Los engranajes cilíndricos helicoidales son muy similares a los cilíndricos rectos, con la diferencia que en los helicoidales los dientes son cortados en un ángulo respecto al eje axial del cilindro.

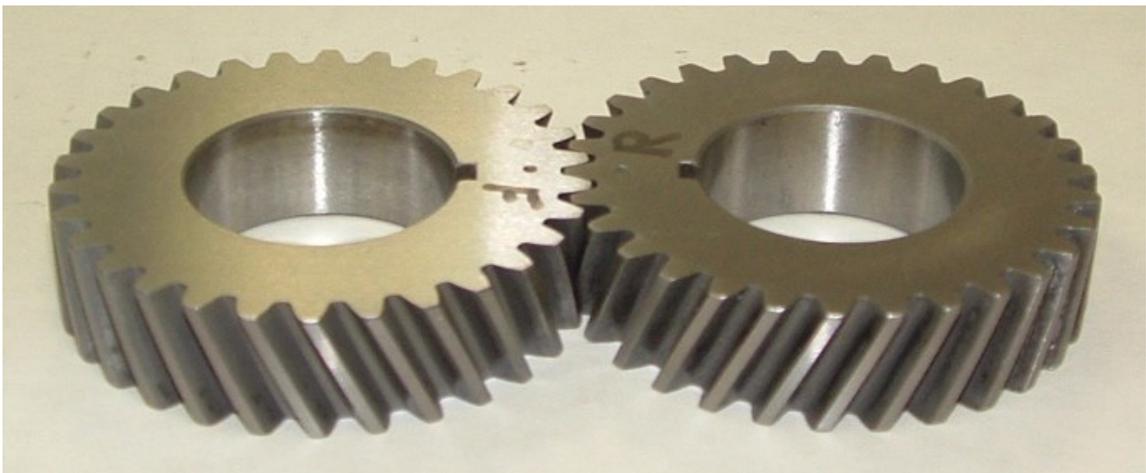
Figura 1. Engranajes cilíndricos rectos



(Enar, 2008)

La presencia de esta hélice permite que al engranar un diente, cuando este está terminando su contacto el diente siguiente ya está empezando a engranar. Esta característica hace que se reduzca el desgaste, al igual que los niveles de ruido y vibración. (Bodine Electric Company, 1993)

Figura 2. Engranajes cilíndricos helicoidales



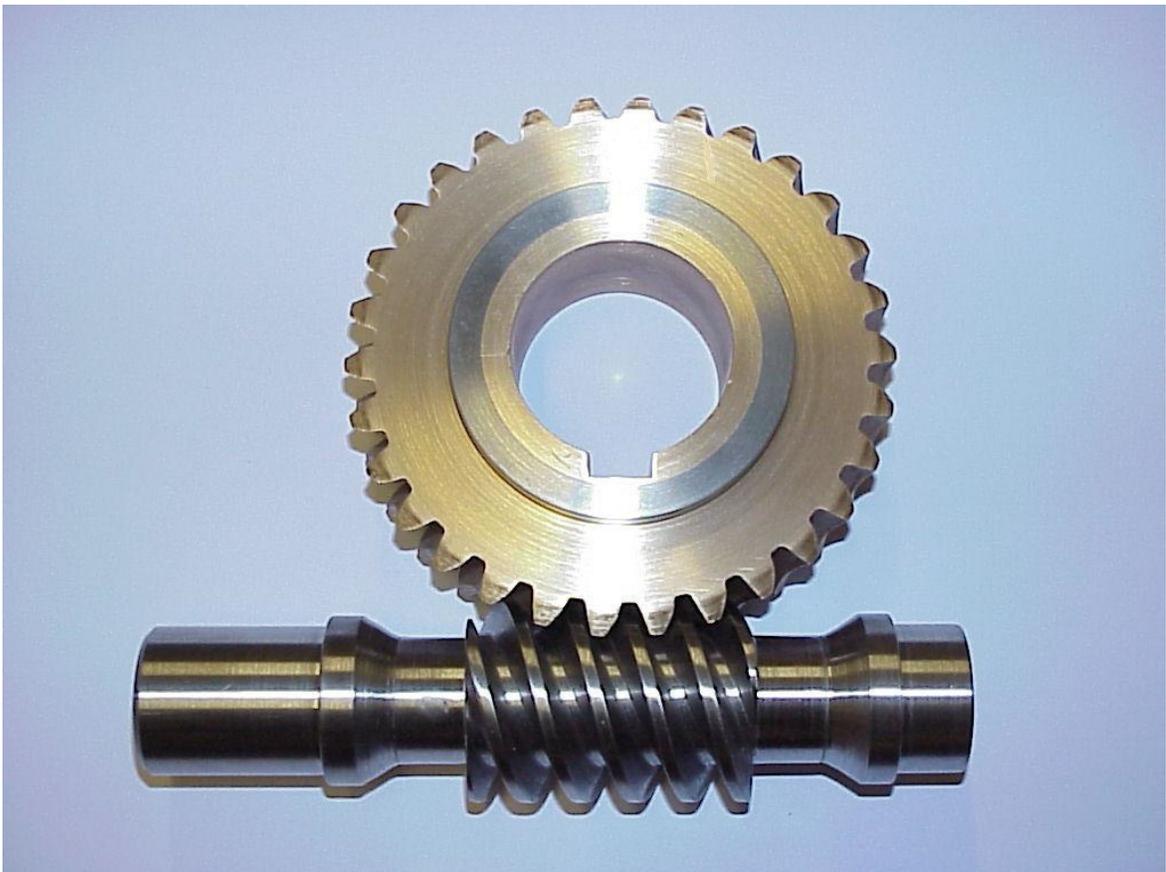
(Carbs, 2001)

5.3.3 Engranajes tornillo sinfín

Este tipo de engranajes es uno de los más difundidos principalmente en sistemas de reducción, debido a las altas relaciones que otorgan. Estos engranajes se emplean con ejes que no se intersecan, y es muy usual que formen entre ellos un ángulo de 90 grados. (DUDLEY, 1994)

Una ventaja de este tipo de engranajes es que hay menos desgaste y fricción debido a un deslizamiento característico a la acción de deslizamiento. Sin embargo, la misma acción de deslizamiento disminuye la eficiencia del sistema. (Bodine Electric Company, 1993)

Figura 3. Engranaje tornillo sinfín



(Himmelmann, 2005)

5.3.4 Engranajes cónicos rectos

Los engranajes cónicos rectos son la forma más simple de engranajes cónicos. El contacto en el engranaje impulsor comienza en la tapa del diente y progresa hacia la raíz. Como su nombre lo indica, sus dientes son rectos y con conicidad (OBERG, y otros, 2004). Adicionalmente sus ejes se entrecruzan formando un ángulo que usualmente en las aplicaciones es de 90°

Este tipo de engranajes es de los menos utilizados dentro de la familia de engranajes cónicos, ya que al igual que los engranajes cilíndricos rectos producen un mayor nivel de ruido. (SHIGLEY, y otros, 2008).

Figura 4. Engranajes cónicos rectos



(Marine Associates, 2008)

5.3.5 Engranajes cónicos espirales

Los engranajes cónicos espirales al igual que los cónicos rectos comparten gran parte de su geometría, teniendo como variante que sus dientes poseen una curva oblicua. Esta característica ocasiona que el contacto entre los dientes comience en un extremo y progrese suavemente hacia el otro extremo. Como resultado

sucede que los dientes se superpongan y por tanto el movimiento es transmitido de forma más suave, reduciendo ruido y vibraciones. (MOTT, 2006)

Figura 5. Engranajes cónicos espirales



Cortesía industrias fama

5.3.6 Engranajes cónicos zerol

Los engranajes cónicos zerol son muy similares a los cónicos rectos con la diferencia que poseen un diente curvado al igual que los cónicos espirales, pero que como característica especial estos poseen un ángulo de espiral igual a cero. Este tipo de engranajes tienen un funcionamiento suave.

En algunas ocasiones engranajes cónicos espirales con ángulo menor a 10 de hélice son referidos como engranajes zerol. (AGMA, 2003)

Figura 6. Engranajes cónicos zerol



(Co, 1996)

5.3.7 Engranajes hipoides

Los engranajes hipoides son similares en su forma general a los engranajes cónicos. Sin embargo, estos funcionan con ejes que no se interceptan. Los dientes son curvados y oblicuos, y los ejes están en ángulo recto por lo general (Arrow Gear Company, 2008).

La superficie de paso de un engranaje hipoides es un hiperboloide de revolución, a causa de esto reciben su nombre. (Gemini, 1998)

Figura 7. Engranaje hipoides



(Gemini, 1998)

5.4 SUPERFICIES DE PASO

Dentro de los engranajes existe un tipo que posee superficies con ejes que se interceptan, cuando esto sucede se tiene que existe un plano axial que contiene los ejes de las superficies de paso. El lugar de contacto entre las dos superficies de paso es conocido como elemento de paso.

Los engranajes cónicos son representados por unos conos y para los engranajes cilíndricos por unos cilindros, de aquí el nombre que tienen.

Las superficies de paso poseen unas propiedades y que al momento de diseñar engranajes son elementos de gran importancia. Estas propiedades son las siguientes.

1. Las superficies de paso ruedan sin deslizamiento.

2. El elemento de paso es el eje instantáneo del movimiento relativo.
3. La normal común a la superficie de diente en cualquier punto de contacto, corta al elemento de paso.
4. El elemento de paso es la intersección de las superficies de acción.

(DUDLEY, 1983)

Por otra parte existen engranajes en los cuales los ejes no se interceptan, en este caso las superficies de paso no cumplen las propiedades mencionadas anteriormente exceptuando la cuarta propiedad. Un ejemplo son los engranajes hipoides. (DUDLEY, 1983)

5.5 INVOLUMETRÍA

Para el desarrollo de los engranajes y su geometría es de gran importancia el conocimiento de curvas y superficies conjugadas.

Un par de curvas son denominadas como conjugadas cuando se cumple que tienen un único punto de contacto, una normal común y una tangente común en dicho punto de contacto. (MAYER, 2008)

Se define que dos superficies son conjugadas cuando se cumple que "... cada una genera o envuelve a la otra bajo un movimiento relativo específico." (DUDLEY, 1983)

En los engranajes los dientes son superficies las cuales realizan una función de leva. Las formas de las superficies pueden ser muchas de tal forma que cumplan con el comportamiento de las superficies conjugadas. El tipo de superficie utilizada para este fin es el de curva evolvente, la cual cumple las condiciones de la ley de

engranaje. Anteriormente se utilizaban otro tipo de curvas pero fueron reemplazadas por el de evolvente al ser de más fácil manejo. (DUDLEY, 1983)

6. ELEMENTOS GEOMÉTRICOS DE LOS ENGRANAJES

Para la determinación de la geometría de engranajes cónicos espirales e hipoides, es necesario conocer una serie de elementos que los conforman y algunas definiciones. Adicionalmente se proporcionaran los símbolos con los que son identificados estos elementos por la AGMA.

Para efectos de entendimiento se debe tener en cuenta que la terminología viene en algunos casos de su nombre en el idioma ingles y en otros del alfabeto griego. Además estos símbolos pueden utilizar letras mayúsculas y minúsculas. Para diferenciar si se está hablando del piñón o del engrane, los elementos del piñón están en letra minúscula o se designa con el subíndice P y para el engrane se utilizan letras mayúsculas o el subíndice G.

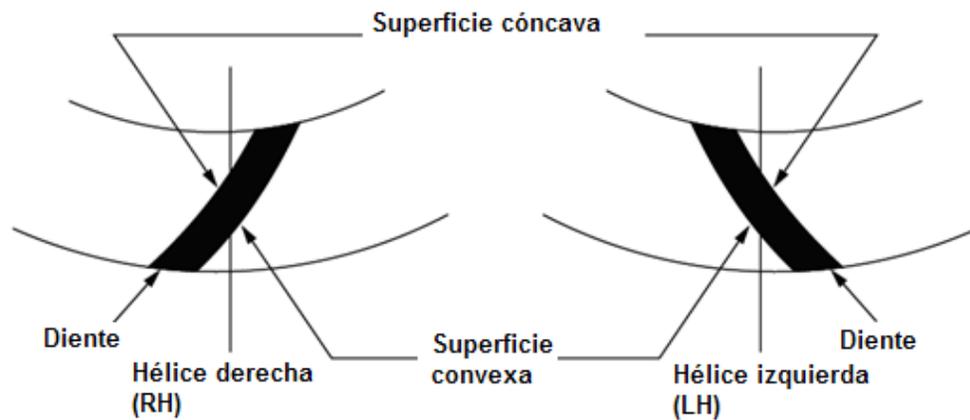
Los engranajes cónicos espirales son los que tienen sus dientes en forma curva y oblicua.

Los engranes cónicos espirales de hélice derecha: son aquellos que en la mitad exterior del diente tiene inclinación en el sentido de giro de las manecillas de reloj (figura 8, figura 9).

Los engranes cónicos espirales de hélice izquierda: son aquellos que en la mitad exterior del diente tiene inclinación en el sentido de giro contrario de las manecillas de reloj (figura 8, figura 9). (KOHARA GEAR INDUSTRY CO., LTD., 2006)

Las superficies primitivas: son los planos, cilindros o conos imaginarios que ruedan juntos sin deslizamiento. Para el caso de los engranajes cónicos son conos y en los engranajes hipoides son hiperboloides de revolución. (DUDLEY, 1983)

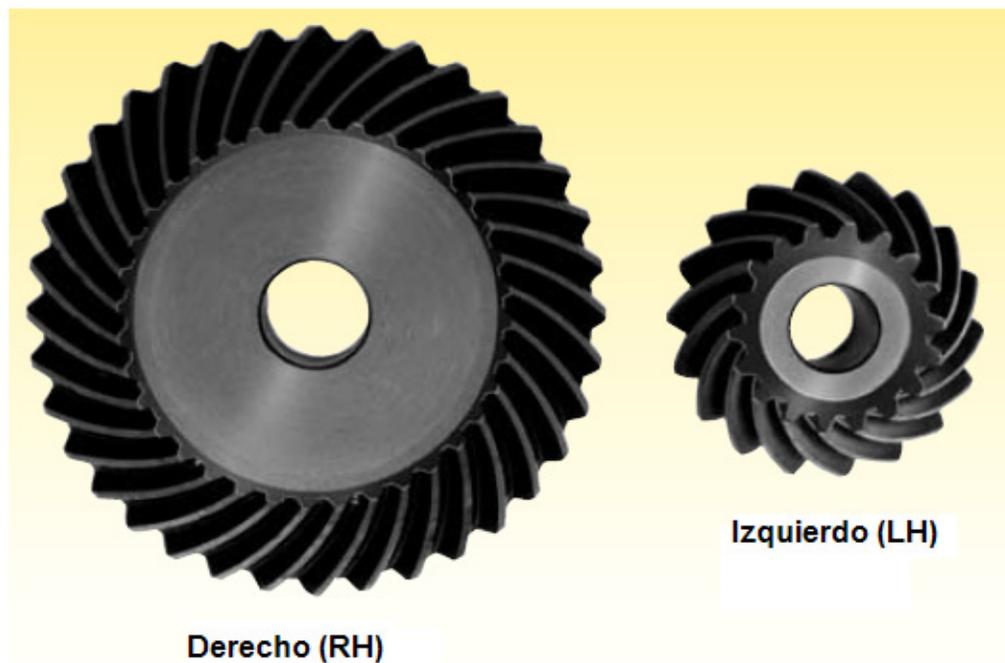
Figura 8. Sentido de la hélice



(KOHARA GEAR INDUSTRY CO., LTD., 2007)

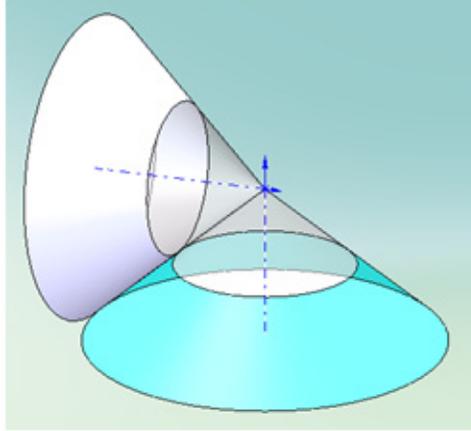
La cara del cono (generatriz) de un engrane cónico contiene las superficies superiores de los dientes (Figura 12).

Figura 9. Engranajes hélice derecha e izquierda



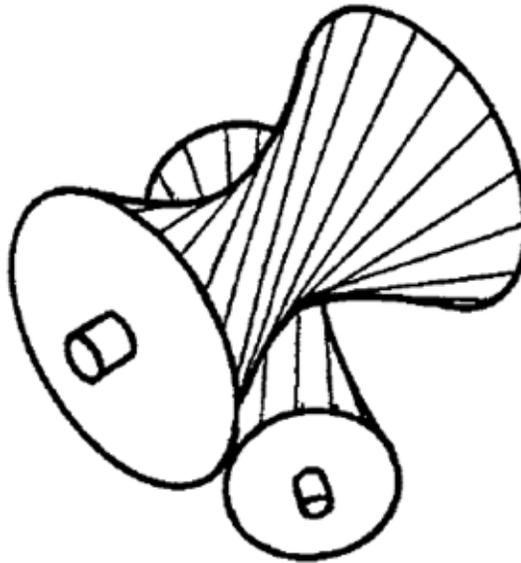
(KOHARA GEAR INDUSTRY CO., LTD., 2007)

Figura 10. Conos de paso



Elaboración propia

Figura 11. Hiperboloides de revolución



(TORFASON, 2004)

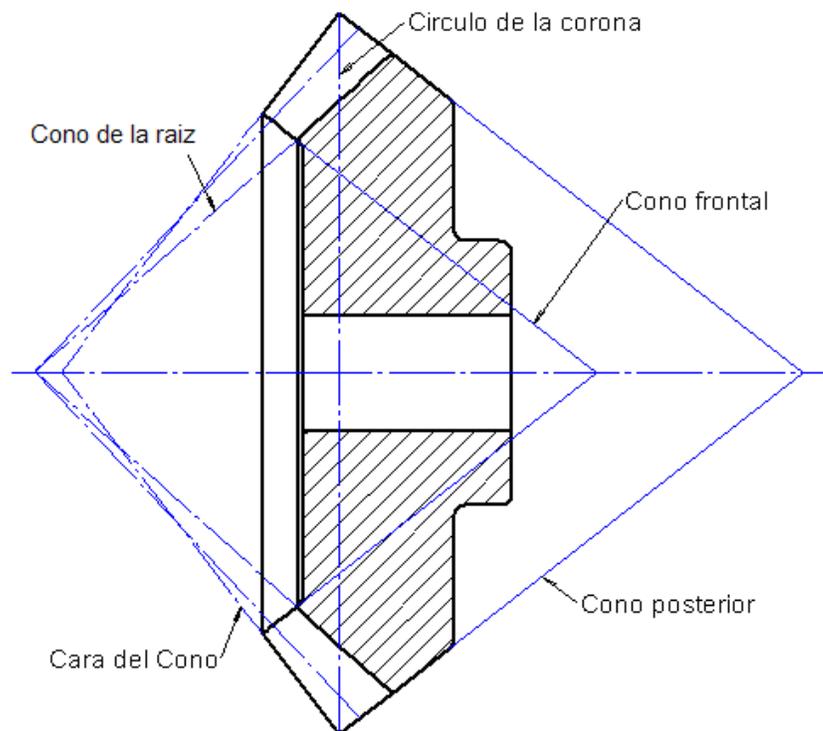
El cono de la raíz (fondo) de un engrane cónico es un cono imaginario al fondo de los espacios entre los dientes (Figura 12).

El cono posterior de un engrane cónico es el que describe los extremos exteriores de los dientes con sus elementos perpendiculares a aquellos del cono primitivo (Figura 12).

El cono frontal de un engrane cónico se encuentra en los extremos internos del diente, con sus elementos perpendiculares a aquellos del cono primitivo o de paso. La superficie del sólido de contacto efectivo para el engrane en el extremo interior de los dientes, está formada con el cono frontal. En ocasiones puede ser un plano en un piñón o un cilindro en un engrane casi plano (figura 12).

El círculo de la corona en un engrane cónico es un círculo que intercepta el cono posterior y el cono de la cara del engrane (figura 12).

Figura 12. Caras y conos del engranaje



Elaboración propia

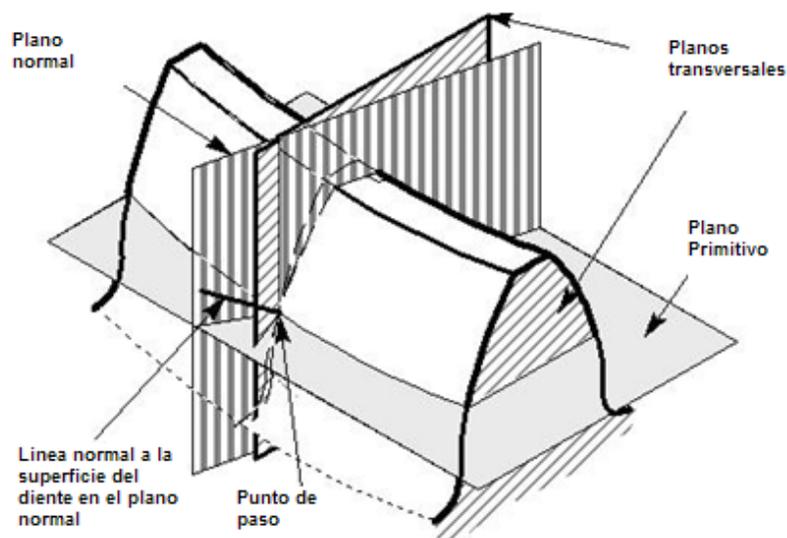
El **plano normal** es generalmente normal a la superficie del diente en un punto primitivo y es además perpendicular al plano primitivo. En un engrane cónico espiral una de las posiciones del plano normal es en un punto medio, y el plano es normal al perfil del diente (Figura 13).

El **plano transversal** es el plano perpendicular al plano axial y al plano primitivo (Figura 13). (STADTFELD, 2008)

El **plano de rotación** puede ser cualquier plano perpendicular al eje del engrane.

El **plano tangencial** es el plano tangente a la superficie del diente en un punto o línea de contacto. (Wikipedia, 2006)

Figura 13. Planos de referencia del diente



(Wikipedia, 2006)

La circunferencia del adendo (cabeza) coincide con las superficies superiores de los dientes, cuando se hace un corte a una sección del mismo.

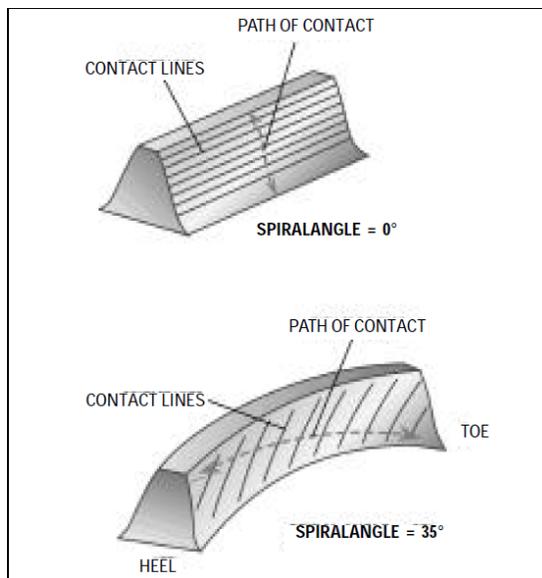
La circunferencia del dedendo es tangente a los fondos de los espacios entre los dientes de una sección. (DUDLEY, 1983)

La **trayectoria de contacto** es el avance de un punto de contacto entre dos perfiles de un par de engranes.

La **línea de acción** es la trayectoria de contacto en los engranes de evolvente. Es la línea recta que pasa a través del punto primitivo y es tangente a la circunferencia de los círculos de base.

La **línea de contacto** es la línea o curva entre dos superficies de dientes (Figura 14). (KOHARA GEAR INDUSTRY CO., LTD., 2007)

Figura 14. Líneas de contacto, talón y punta de diente



(STADTFELD, 2001)

El **talón** de un diente en un engrane cónico es la porción de la superficie del diente situada en el extremo externo (Figura 14).

La **punta (heel)** de un diente en un engrane cónico es la parte de la superficie del diente situada en el extremo interno (Figura 14).

La **traza del diente** es un término utilizado para denominar la curva de intersección entre la superficie del diente y la superficie primitiva del mismo (Figura 15). (STADTFELD, 2008)

Figura 15. Traza del diente



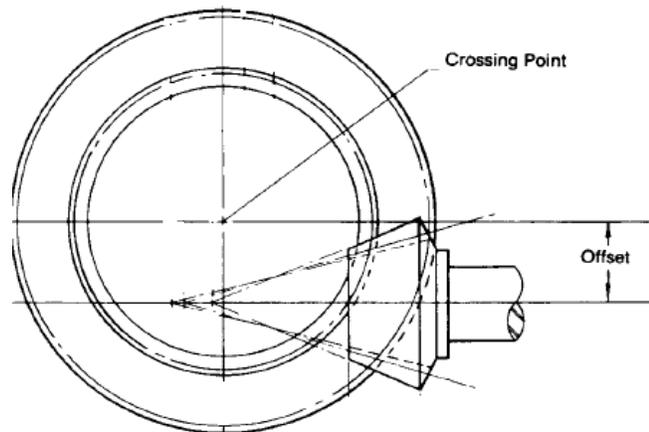
(DUDLEY, 1983)

Paso es la distancia entre las superficies de dientes similares, distanciadas igualmente a lo largo de una línea o una curva determinada. Para evitar la confusión la palabra paso casi no es utilizada como tal, se usan términos como paso circunferencial, paso axial y paso diametral.

Módulo (m) es la relación entre el diámetro primitivo y el número de dientes.

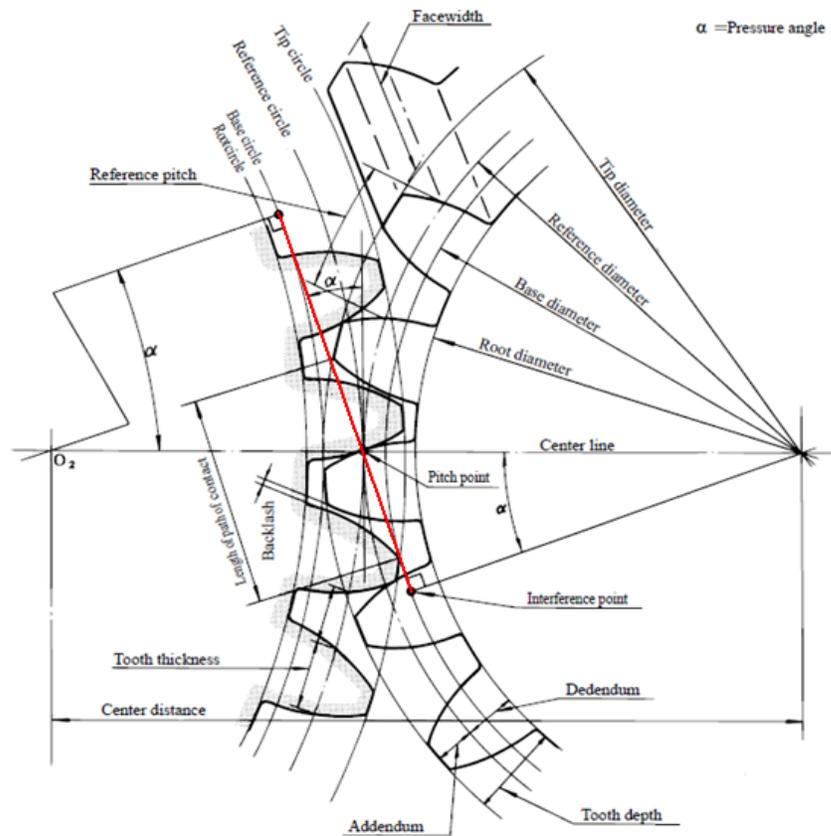
Descentrado (E) es la distancia perpendicular entre los engranes hipoides, y engranes planos descentrados (Figura 16).

Figura 16. Descentrado



(KRENZER, y otros, 2004)

Figura 17. Elementos del diente y circunferencias básicas



(KOHARA GEAR INDUSTRY CO., LTD., 2006)

Adendo (cabeza del diente) (a_G, a_P) es la altura que el diente proyecta sobre el cono primitivo en la distancia del cono primitivo. Es también la distancia radial entre la circunferencia primitiva y la circunferencia del adendo (Figura 17). (MARGHITU, 2001)

Dedendo (pie del diente) (b_G, b_P) es la altura del espacio entre los dientes bajo la circunferencia primitiva, también es la distancia radial entre la circunferencia primitiva y la circunferencia del pie (Figura 17).

Claro (c) es la cantidad que excede el dedendo de un engrane determinado al adendo de su engrane compañero (Figura 18). (KRENZER, y otros, 2004)

Profundidad de trabajo (h_k) es la profundidad del engranamiento de dos ruedas dentadas, es decir la suma de sus adendas (Figura 18).

Profundidad total (h_t) es la es igual a la suma del adendo con el dedendo. Ésta profundidad también es igual a la profundidad de trabajo más el claro (Figura 18). (KOHARA GEAR INDUSTRY CO., LTD., 2007)

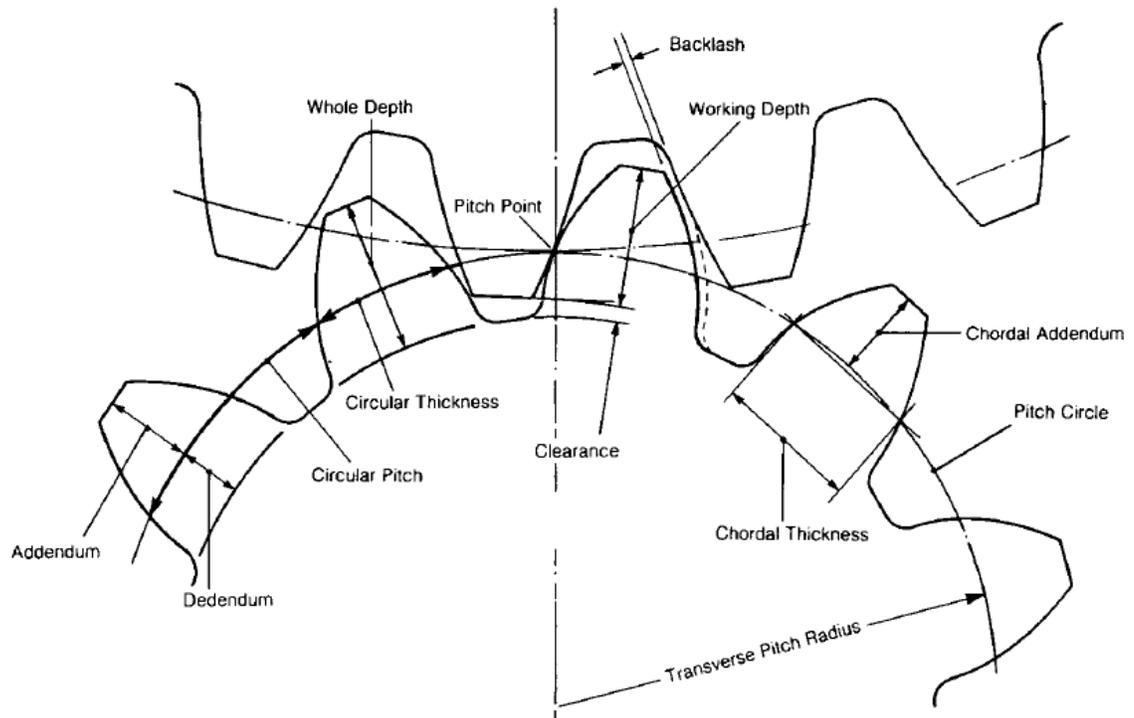
Diámetro primitivo (d, D) es el diámetro de la circunferencia de paso. Generalmente sobre este diámetro se basan todos los cálculos.

Diámetro exterior (D_o, d_o) es el diámetro de circunferencia del adendo. Para engranes cónicos es el diámetro de la circunferencia de la corona. (MARGHITU, 2001)

Diámetro de pie (D_R, d_R) es el diámetro de la circunferencia de pie.

Radio primitivo (R, r) es el radio de la circunferencia primitiva (Figura 18).

Figura 18. Dimensiones diente



(AGMA, 2005)

Radio exterior (R_o, r_o) es el radio de la circunferencia del adendo. (STADTFELD, 2008)

Radio de la raíz (R_R, r_R) es el radio de la circunferencia de pie.

Radio base (R_b, r_b) es el radio de la circunferencia de base para perfiles evolventes. (DUDLEY, 1983)

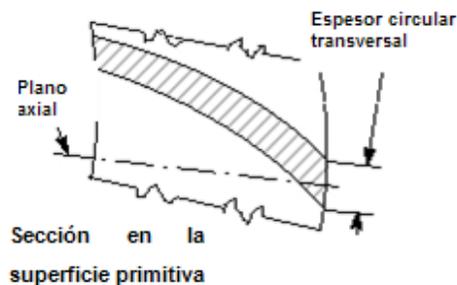
Espesor circular (t_n, T_n) es la longitud del arco entre los dos lados del diente del engrane sobre la circunferencia primitiva (Figura 18).

Espesor circular transversal (t_t) es el espesor circular en el plano transversal

Espesor circular base (t_b) en dientes evolventes es la longitud de arco sobre la circunferencia de base, entre las dos curvas evolventes que forman el perfil de un diente.

Espesor cordal (t_c) es la longitud de la cuerda que subtiende el arco del espesor circular (Figura 18). (DUDLEY, 1994)

Figura 19. Espesor circular transversal.



(Wikipedia, 2006)

Adendo cordal (a_{cP}, a_{cG}) es la altura desde la punta del diente hasta la cuerda que subtiende el arco del espesor circular (Figura 18).

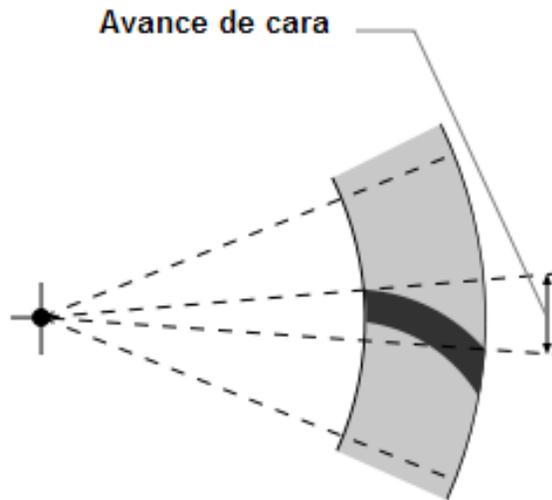
Adendo cordal normal es el adendo cordal en el plano normal a la hélice primitiva o en la curva del diente al centro del mismo.

Espesor cordal normal es el espesor cordal en el plano normal a la hélice primitiva o en curvatura del diente en el centro del mismo.

Juego lateral (B) es el espacio entre los dientes, el cual excede al espesor del diente que engrana, sobre los círculos primitivos (Figura 18). (STADTFELD, 2008)

Avance de la cara (Q) es la distancia sobre la circunferencia primitiva a través de la cual un diente en espiral se mueve desde que inicia su contacto, en un extremo de la curva de un diente hasta que el contacto termina en el otro diente.

Figura 20. Avance de cara



Ángulo de presión es el ángulo entre el perfil del diente y la línea normal a la superficie primitiva, comúnmente en el punto primitivo del perfil. Para dientes de evolventes se describe el ángulo de presión como el ángulo entre la línea de acción o ataque y la línea tangente a las circunferencias primitivas. El ángulo de presión se emplea también en la descripción y especificación de las herramientas usadas para cortar y generar dientes de engranes. (DUDLEY, 1994)

Ángulo de la espiral en engranes cónicos espirales, es el ángulo entre la traza del diente y un elemento del cono primitivo y corresponde al ángulo de la hélice en dientes helicoidales. Se sobreentiende que el ángulo de espiral se toma a la distancia media del cono si no se especifica en otra forma

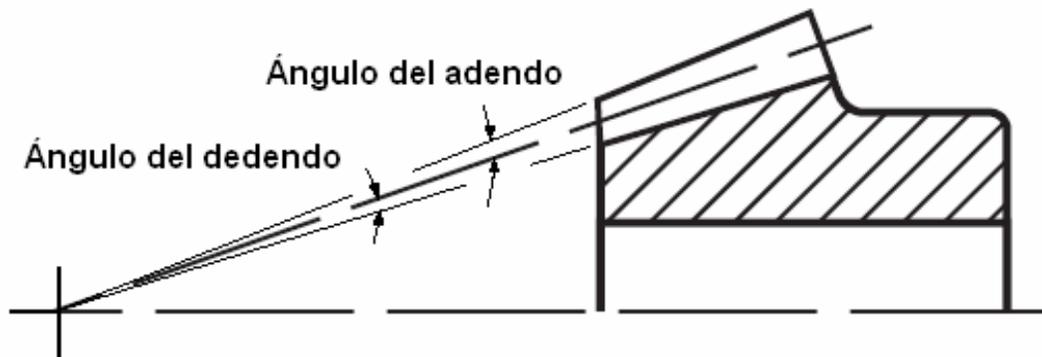
Ángulo medio de la espiral es la designación específica para el ángulo de espiral a la distancia media del cono en un engrane cónico

Ángulo de adendo en engranes cónicos, es el ángulo entre el cono de cara y el cono primitivo.

Ángulo de dedendo en engranes cónicos, es el ángulo entre el cono del pie y el cono primitivo. (HAMROCK, y otros, 2004)

Número de dientes o hilos (n, N) es el número de dientes la cual contiene la circunferencia primitiva en todo su perímetro.

Figura 21. Ángulo de adendo y dedendo



Elaboración propia

Relación de engranaje (m_G) es la relación del mayor al menor número de dientes de un par de engranajes.

Radio del filete (r_f) es el radio del arco circular que se aproxima a la curva del filete. En dientes hechos por generación, la curva del filete tiene un radio de curvatura.

Radio de curvatura del perfil es el radio de curvatura del perfil de un diente, por lo común en el punto primitivo o en un punto de contacto.

Socavado es una condición que se da en los dientes generados, cuando toda la curva del filete cae hacia dentro de una línea tangente al perfil de trabajo, en su punto más bajo. (DUDLEY, 1983)

Número equivalente de dientes (N_e) es el número total de dientes que contiene la circunferencia primitiva que corresponde a un radio primitivo equivalente.

Relación de contacto de cara (m_F) es la relación del avance de la cara al paso circunferencial, comúnmente teniendo el mismo valor de la relación de contacto axial.

Distancia posterior del cono es en engranes cónicos, la distancia a lo largo de un elemento del cono posterior, desde su vértice hasta la circunferencia primitiva y en sentido normal al cono primitivo

Ángulo posterior es en engranes cónicos, el ángulo entre un elemento del cono posterior y un plano de rotación, casi siempre es igual al ángulo primitivo.

Ángulo frontal es en engranes cónicos, el ángulo entre un elemento del cono frontal y un elemento de rotación, casi siempre es igual al ángulo primitivo. (DUDLEY, 1994)

Vértice a parte posterior es la distancia que en dirección del eje, va del vértice del cono primitivo a la superficie localizada en la parte posterior de la habitación.

Punto de cruzamiento es el punto de intersección de los ejes de engranes cónicos; es también el punto aparente de intersección de los ejes de engranes hipoides cuando se proyectan en un plano paralelo a ambos ejes.

Ángulo de la flecha es el ángulo entre los ejes de dos flechas de engranes no paralelas. En engranes cónicos, el ángulo de la flecha es la suma de los ángulos primitivos.

Ángulo primitivo en engranes cónicos, es el ángulo entre un elemento del cono primitivo y su eje.

Ángulo de cara en engranes cónicos, es el ángulo entre un elemento del cono de cara y su eje.

Ángulo del pie en engranes cónicos, es el ángulo entre un elemento del cono de pies y su eje.

Distancia del cono (A) para un engrane cónico, la distancia a lo largo de una generatriz del cono primitivo desde el vértice hasta cualquier posición dada en los dientes. (STADTFELD, 2008)

Generatriz interna del cono (A_i) en engranes cónicos es la distancia desde el vértice del cono primitivo hasta los extremos interiores de los dientes, en donde se determina el espesor adecuado de las herramientas cortadoras.

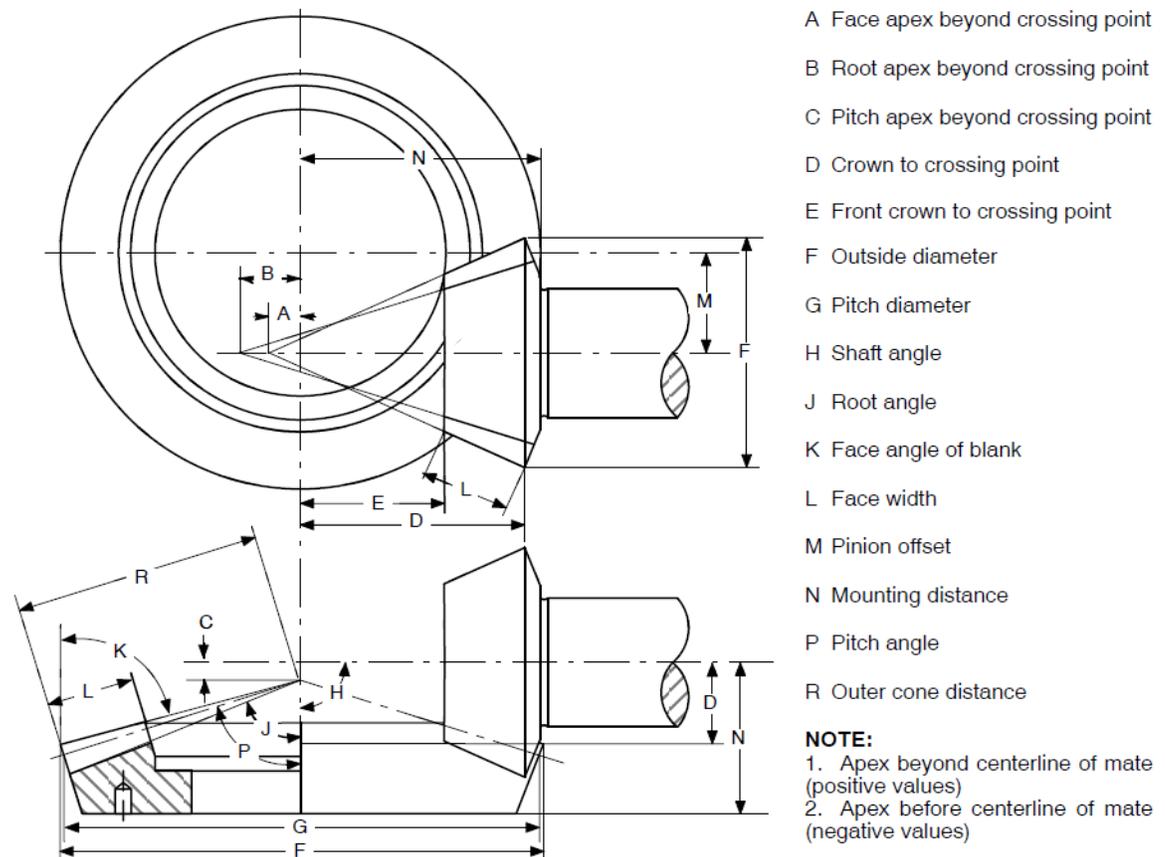
Generatriz media del cono (A_m) en engranes cónicos es la distancia desde el vértice del cono primitivo hasta la mitad del ancho de la cara. (HAMROCK, y otros, 2004)

Generatriz externa del cono (A_o) para engranes cónicos es la distancia desde el vértice del cono primitivo hasta el extremo exterior de los dientes. Cuando no se especifica en otra forma, éste término supone la distancia externa del cono.

Ángulo de fresado es el ángulo formado entre el eje del engrane y el radio de base. También es conocido como ángulo de cara.

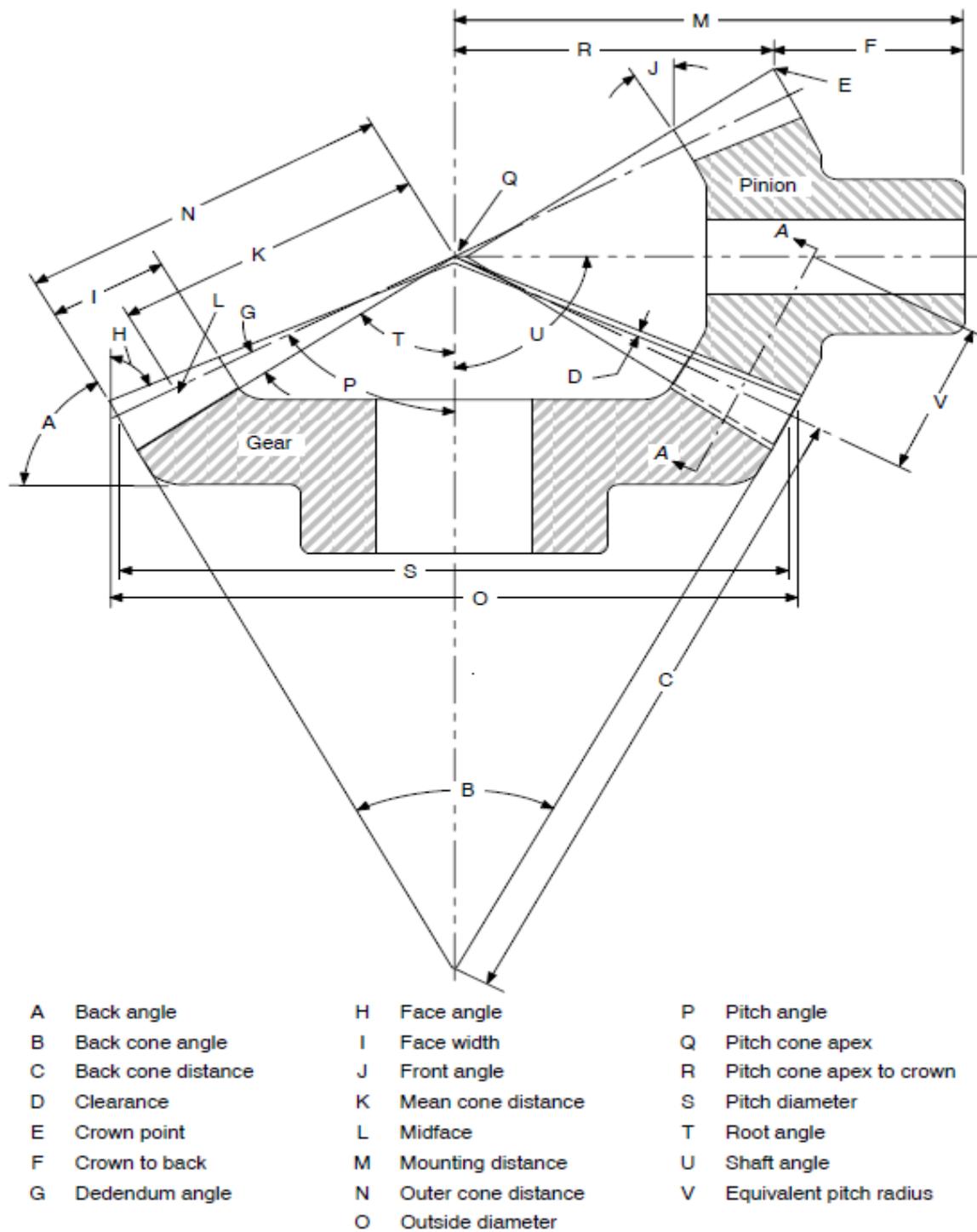
Ángulo de torneado es el ángulo formado entre el eje del engrane y el radio exterior. También es conocido como ángulo de pie. (OBERG, y otros, 2004)

Figura 22. Nomenclatura engranajes hipoides



(AGMA, 2005)

Figura 23. Elementos básicos engranajes cónicos espirales



(AGMA, 2005)

7. DISEÑO DE ENGRANAJES

7.1 CONSIDERACIONES GENERALES DEL DISEÑO

Una vez se tienen claros los elementos principales de los engranajes, algunos de los cuales son comunes para todos los tipos de engranajes y otros son exclusivos de ciertas geometrías de engranes, se puede proseguir con el diseño a nivel geométrico de los engranajes.

Para realizar el diseño del engranaje, es necesario conocer muy bien las condiciones de funcionamiento y las limitaciones presentes. Dentro de estas condiciones y limitaciones, se debe tener presente si se trata de una reducción o aumento de velocidad, las condiciones de carga (picos de carga, uniformidad en la entrada y salida de torque, etc.), velocidad, calidad, limitaciones de espacio, entre otros.

Los engranajes cónicos espirales y los hipoides se caracterizan por su suavidad y bajo ruido en la transmisión. En cuanto a la velocidad la AGMA sugiere que sean utilizados cuando las velocidades tangenciales son hasta de $8000 \frac{\text{pies}}{\text{min}} \left(40 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)$ y cuando la velocidad es superior a este valor, se debe utilizar engranajes con acabado de precisión. (SHIGLEY, y otros, 2008)

7.2 DISEÑO PRELIMINAR

Cuando se realiza un diseño, antes de determinar la geometría completa del engranaje, es necesario determinar los elementos principales que permitirán el cálculo de los demás elementos geométricos.

El tamaño del engranaje es el primer elemento a tener en cuenta al iniciar el diseño. Este tamaño puede ser elegido si se desea de forma arbitraria, pero normalmente se puede determinar partiendo de la carga a la que se va a someter.

En caso de tener picos en las cargas es importante determinar el número de cargas durante su vida de trabajo, con el fin de determinar que carga utilizar en el diseño.

En las aplicaciones donde existen picos de carga y su duración es superior a diez millones de ciclos en su vida esperada, el valor utilizado es el valor de la sobrecarga, y si es menor se utiliza el mayor valor entre, la mitad del pico carga y la carga más alta sostenida. Una vez se determinada la carga de diseño se procede a determinar el torque que transmite el piñón. (AGMA, 2005)

Ecuación 4. Torque del piñón

$$T_p = \frac{63000P}{n_p}, \text{ sistema ingles}$$

$$T_p = \frac{9550P}{n_p}, \text{ sistema metrico}$$

donde

T_p es el torque del piñón , [lb in (Nm)]

P es la potencia , en hp [kW]

n_p es la velocidad angular del piñón , en rpm

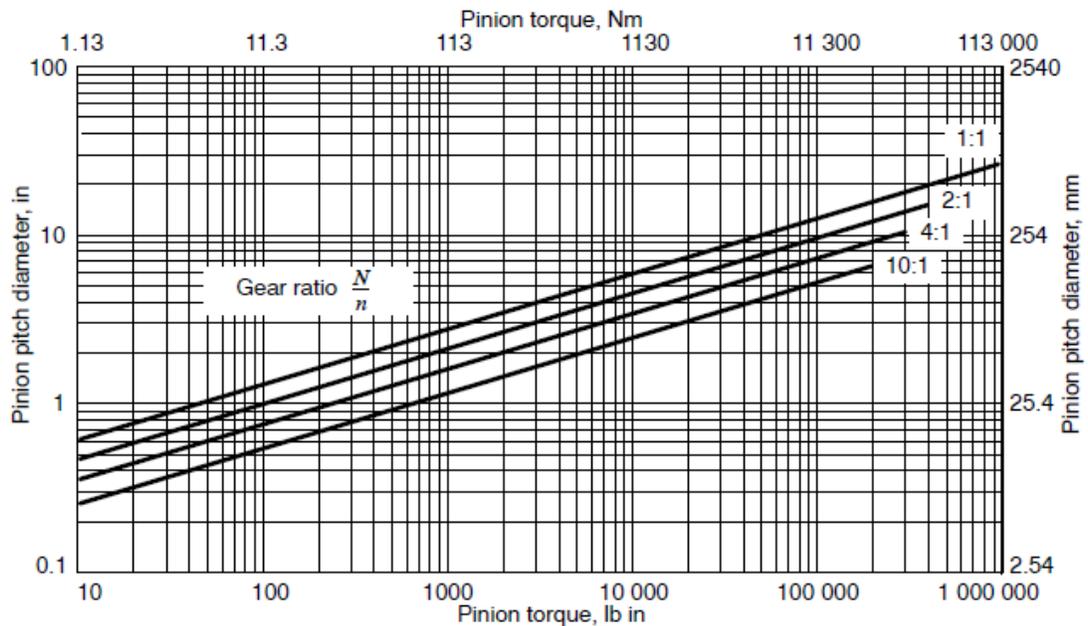
(OBERG, y otros, 2004)

Con el valor del torque y acompañado de la relación de transmisión se puede estimar el tamaño del piñón con ayuda de unas graficas que relacionan el tamaño de engranajes con el torque. La AGMA propone dos gráficas en las cuales se

relacionan los elementos anteriores. La primera de estas gráficas está basada en la resistencia al picado y la segunda en la resistencia a la flexión.

Las gráficas son para engranajes de acero endurecidos y con ejes orientados a 90°. Cuando están orientados en un ángulo diferente de 90°, las gráficas funcionan con un grado de confiabilidad más bajo.

Figura 24. Diámetro del piñón vs. Torque del piñón (pitting)

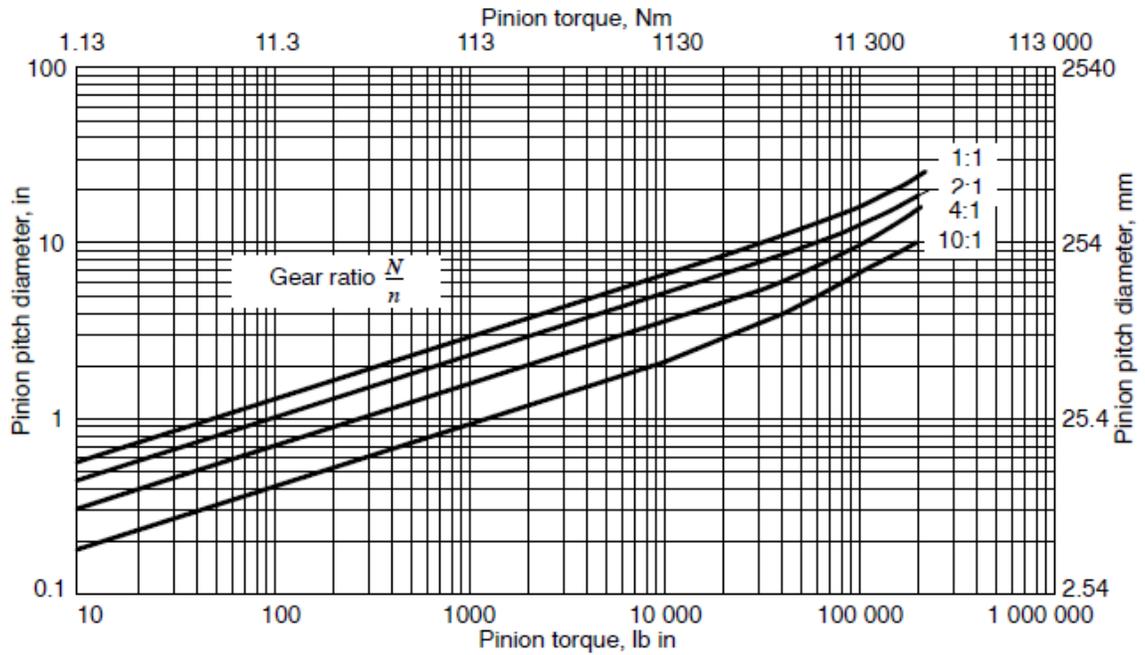


(AGMA, 2005)

Para tomar el tamaño del piñón, se utiliza el valor del torque y se cruza con la relación de trasmisión. Después siga en forma horizontal hasta cruzar con el eje del diámetro primitivo, bien sea en pulgadas o milímetros. Se hace esto para las dos gráficas y se selecciona el resultado de mayor diámetro.

Una vez obtiene este valor se deben aplicar unos factores dependiendo de las condiciones del diseño.

Figura 25. Diámetro del piñón vs. Torque del piñón (resistencia a flexión)



(AGMA, 2005)

1. Para materiales diferentes se debe multiplicar el valor por el factor de material de la tabla 1.
2. Para engranajes hipoides se debe aplicar la siguiente ecuación:

$$d_i = d - \frac{E}{m_G}$$

donde

d es el valor obtenido de la grafica , [in, (mm)]

E es el offset, [in (mm)]

m_G es la relación de transmisión

3. Para engranajes con acabado de precisión el diámetro obtenido debe multiplicarse por 0,8.
4. Los engranajes cargados estáticamente, se diseñan teniendo en cuenta solo la gráfica de resistencia a la flexión. Si están sometidos a vibración se debe multiplicar por 0,7 y en caso contrario se multiplica por 0,6. (KRENZER, y otros, 2004)

Tabla 1. Factor de material

Material del conjunto de engranajes				
Material del engrane y dureza		Material del piñón y dureza		Factor de material, c_m
Material	Dureza	Material	Dureza	
Acero endurecido en aceite	58 HRC min	Acero endurecido en aceite	60 HRC min	0,85
Acero tratado térmicamente	55 HRC min	Acero templado	55 HRC min	1,00
Acero tratado térmicamente	50 HRC min	Acero templado	55 HRC min	1,05
Hierro fundido	50 HRC min	Acero templado	50 HRC min	1,05
Hierro fundido	375--425 HB	Acero endurecido por flama	375--425 HB	1,20
Hierro fundido	250--300 HB	Acero recocido	55 HRC min	1,45
Hierro fundido	210--245 HB	Hierro fundido	55 HRC min	1,45
Acero endurecido en aceite	---	Acero endurecido en aceite	55 HRC min	1,95
Acero tratado térmicamente	---	Acero templado	50 HRC min	2,00
Acero tratado térmicamente	---	Acero revenido	160--200 HB	2,10
Hierro fundido	---	Hierro fundido	---	3,10

(AGMA, 2005)

Después de estimar el tamaño del piñón se debe proseguir con la selección del número de dientes. Esta selección se puede hacer de forma arbitraria, pero se debe tener en cuenta que este tipo de selección puede terminar en presencia de

socavado. En el caso de engranajes cónicos espirales e hipoides se sugiere manejar como mínimo un cierto número de dientes de acuerdo a su relación de transmisión.

Tabla 2. Número mínimo de dientes del piñón

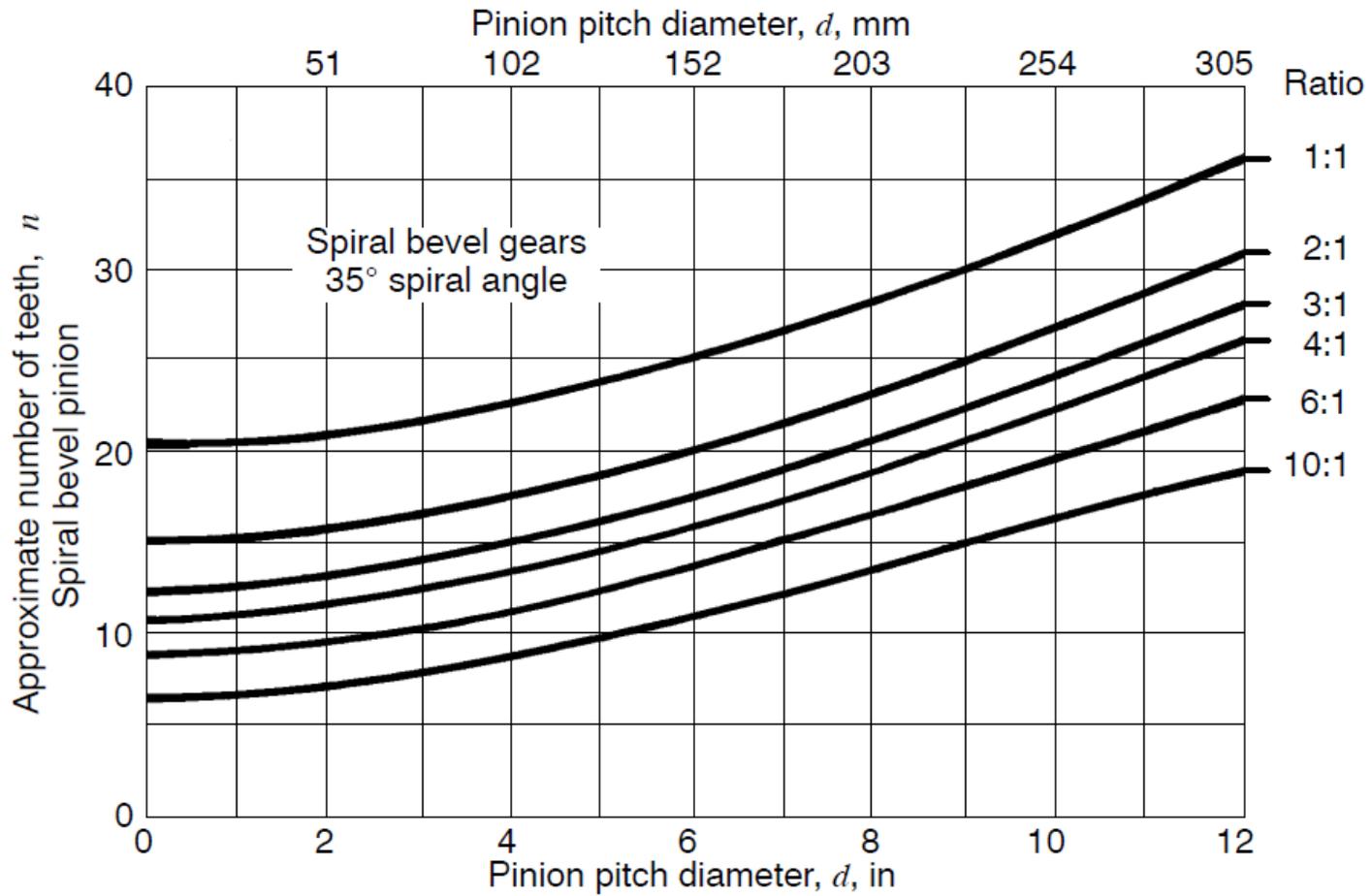
Relación de transmisión aproximada	Número mínimo de dientes
1.00 -- 1.50	13
1.50 -- 1.75	12
1.75 -- 2.00	11
2.00 -- 2.50	10
2.50 -- 3.00	9
3.00 -- 3.50	9
3.50 -- 4.00	9
4.00 -- 4.50	8
4.50 -- 5.00	7
5.00 -- 6.00	6
6.00 -- 7.50	5
7.50 -- 10.0	5

(AGMA, 2005)

Adicionalmente la AGMA plantea para una aproximación la Figura 26.

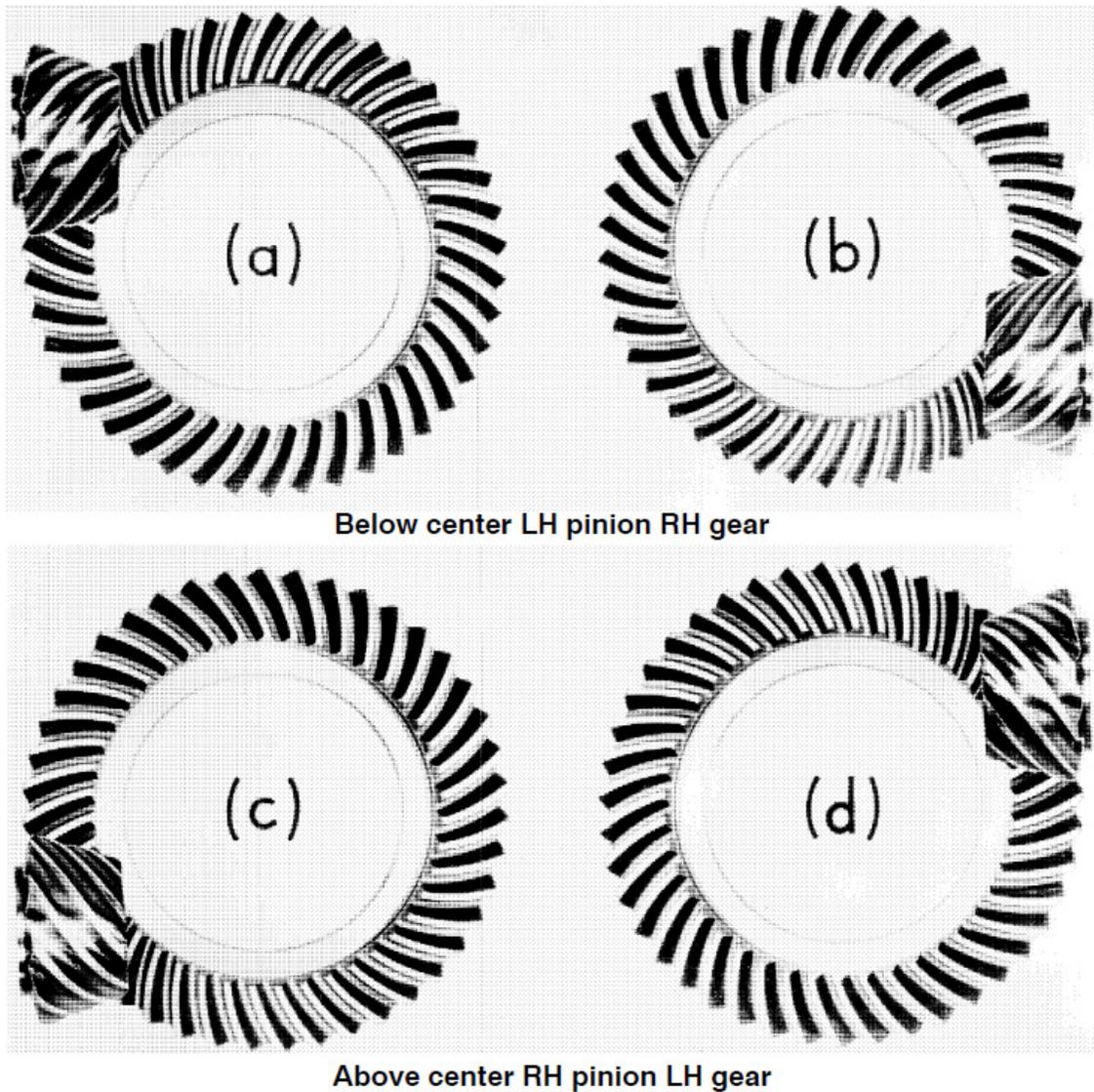
El descentrado del piñón se designa por encima o por debajo de la línea central del engrane. La dirección del descentrado es determinada mirando el engranaje fijado con el piñón a la derecha. En la Figura 27, (a) y (b) a ilustran la posición debajo de la línea central y (c) y (d) ilustran la posición encima de la línea central del engranaje.

Figura 26. Número de dientes sugerido en el piñón para engranajes cónicos espirales e hipoides



(AGMA, 2005)

Figura 27. Dirección del descentrado de los engranajes hipoides



(KRENZER, y otros, 2004)

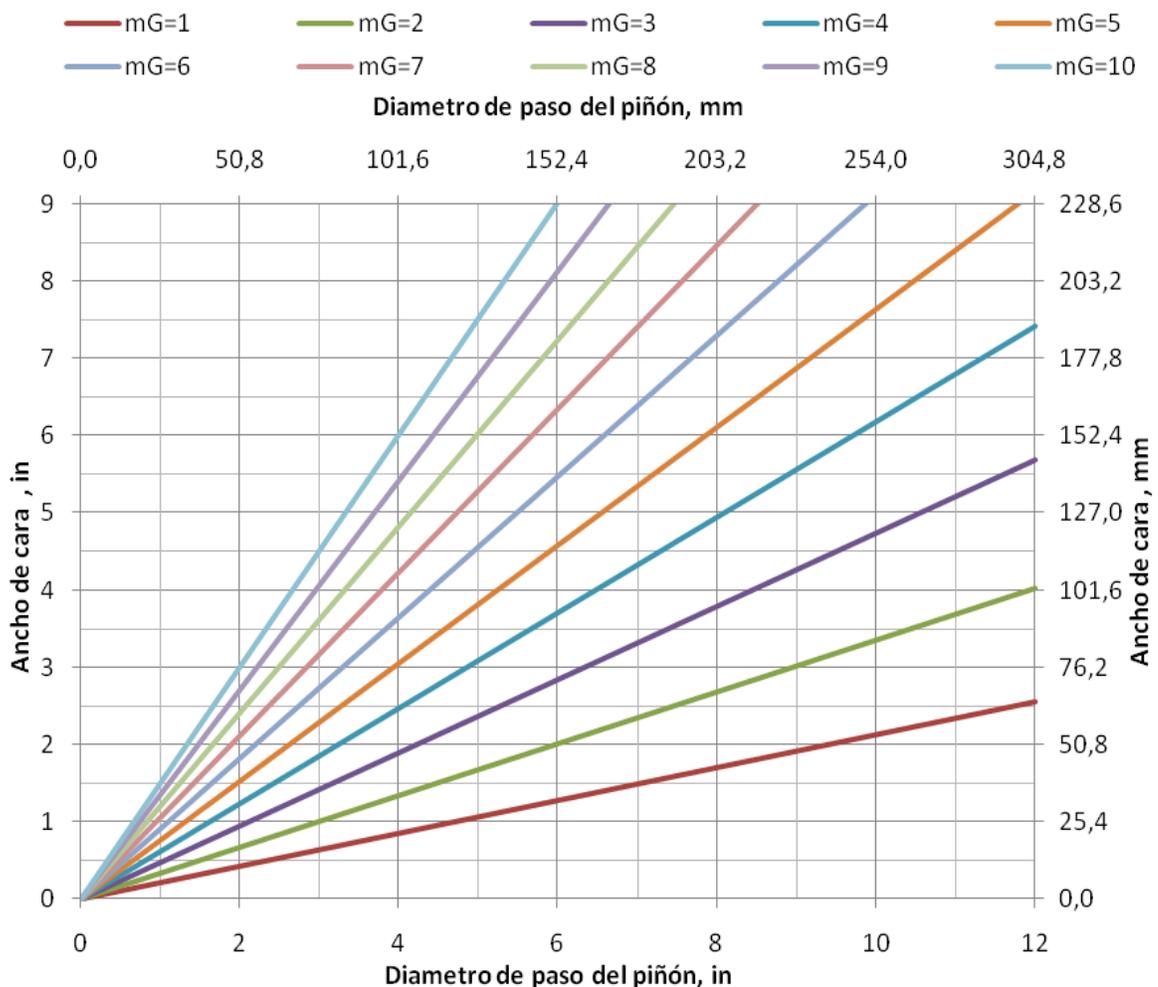
Se sugiere que el piñón tenga hélice izquierda cuando el descentrado está debajo de la línea central del engrane y hélice derecha cuando está encima.

Se recomienda que el valor del descentrado no supere el 25% del diámetro de paso del engrane y el 12,5% en aplicaciones de trabajo pesado.

El ancho de cara se propone que el valor no supere el 30% de la generatriz externa del cono o $10/P_d$ ($10 m_{et}$), y se toma el que sea menor. En el caso de los engranajes hipoides se debe tener en cuenta que este valor se refiere al ancho de cara del engrane, debido a que en estos el ancho de cara del piñón es mayor generalmente.

Adicionalmente se presenta en la Figura 28 el ancho de cara aproximado con ejes a 90°.

Figura 28. Ancho de cara vs. Diámetro de paso del piñón



(AGMA, 2005)

El paso diametral se determina dividiendo el número de dientes en el engrane por el diámetro primitivo del mismo.

Ángulo de espiral

El ángulo de espiral se debe determinar para garantizar una razón de contacto de mínimo 1,25. Adicionalmente si se desea una transmisión más suave y silenciosa, se debe buscar una relación de contacto cercana a 2 y si las velocidades son muy elevadas valores superiores a 2.

Para engranajes cónicos espirales el ángulo de espiral puede ser determinado basándose en la ecuación de la relación de contacto.

$$m_F = \frac{A_o P_d F \tan \psi}{A_m \pi}$$

$$m_F = \frac{A_o F \tan \psi}{A_m m_{et} \pi}$$

Donde

A_o es la generatriz del cono exterior

A_m es la generatriz del cono medio

P_d es el paso diametral transversal exterior

F es el ancho de cara

ψ es el ángulo de espiral medio en la superficie primitiva

m_{et} es el módulo transversal exterior

(AGMA, 2005)

Para los engranajes hipoides el ángulo de espiral se calcula con la siguiente ecuación.

$$\psi_p = 25 + 5 \sqrt{\frac{N}{n}} + 90 \frac{E}{D}$$

Donde

ψ_p es el ángulo de espiral en medio del piñón

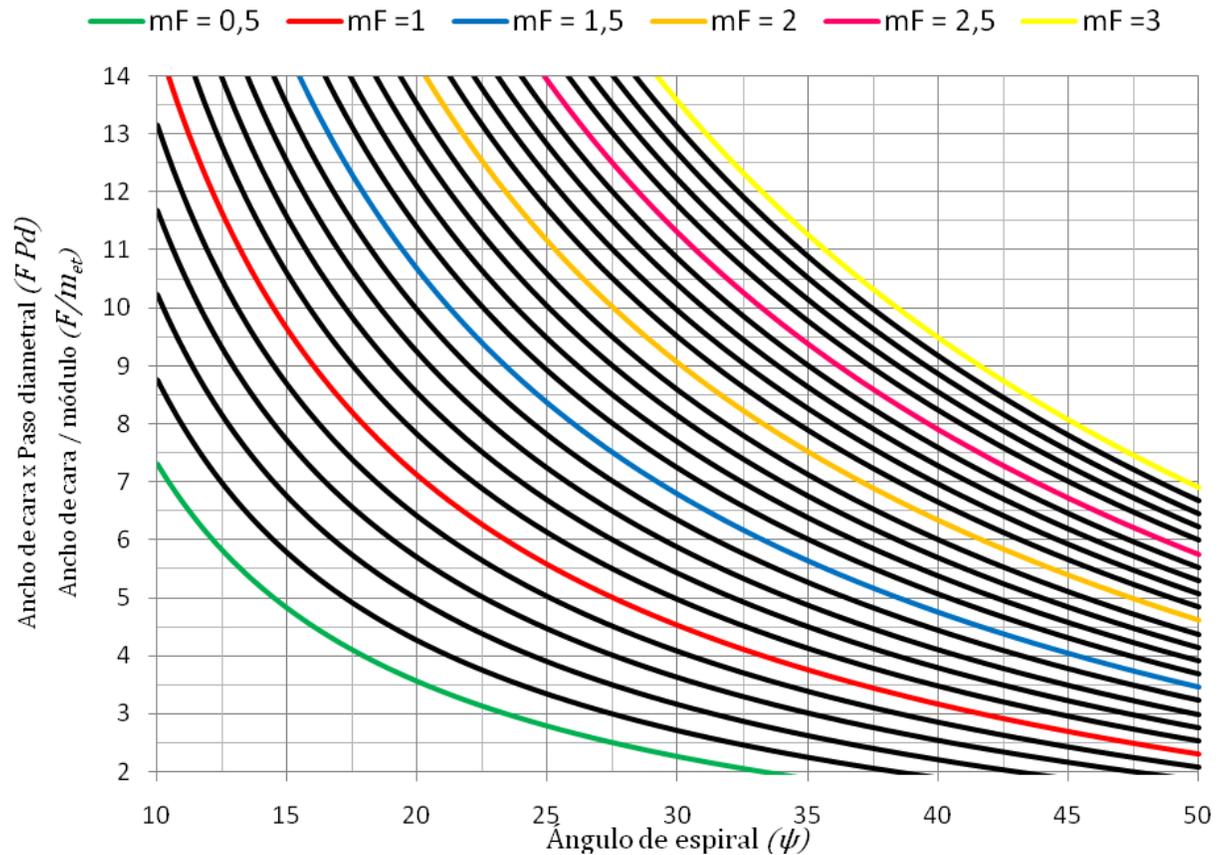
N es el número de dientes del engrane

n es el número de dientes del piñón

D es el diámetro primitivo exterior en in (mm)

La Figura 29 se puede utilizar para asistir la selección del ángulo espiral cuando el ancho de la cara es 30 por ciento de la distancia externa del cono.

Figura 29. Relación de contacto para engranajes cónicos espirales



(AGMA, 2005)

El ángulo de presión es un elemento de mucha importancia en el diseño de engranajes ya que su variación afecta el diseño muchas formas, por lo cual este elemento se debe seleccionar teniendo en cuenta los requerimientos de la aplicación.

Auxiliarmente se recomienda para engranajes cónicos espirales e hipoides que se utilice un ángulo de presión de 20° o mayor para piñones con 12 dientes o menos,

En los engranajes hipoides este ángulo de presión es diferente en cada cara del diente con el fin de producir una relación de contacto igual en los dos lados. Por tal motivo para estos se especifica el ángulo de presión promedio. En general se utiliza un ángulo de presión de 18° en aplicaciones de carga ligera, $22,5^\circ$ y 25° en aplicaciones de carga pesada.

Sentido de la espiral

El sentido de la espiral en engranajes se debe determinar de tal forma que se dé un empuje axial que tienda a mover tanto al piñón como al engrane fuera de la malla. En el caso de los hipoides está relacionado con la dirección del descentrado como se mencionó anteriormente.

7.3 GEOMETRÍA DEL DIENTE

La geometría del diente del engranaje es un factor que afecta de manera significativa el diseño de los engranajes cónicos. Esta geometría está determinada en gran medida por el proceso de manufactura que se va seguir. Teniendo en cuenta lo mencionado se pretende mostrar las diferentes opciones de dientes que existen, y posteriormente se mencionarán los métodos de manufactura más utilizados.

En primera instancia es importante nombrar las diferentes conicidades que posee el diente de un engranaje, ya que estas se encuentran relacionadas.

1. La conicidad de la profundidad del diente es el cambio en el calado de los dientes a lo largo de la cara, medida perpendicularmente a la altura del cono.
2. La conicidad de la ranura, se refiere al cambio en el ancho formado por la herramienta de corte en v y que tiene el ángulo de presión nominal, cuyos lados son tangentes a las dos partes del espacio del diente y cuya cima es tangente a la raíz del cono, a lo largo de la cara.
3. La conicidad del ancho de la ranura es el cambio en la anchura del espacio a lo largo de la cara. Se mide generalmente en el plano primitivo.
4. La conicidad del espesor como su nombre lo indica es el cambio en el espesor del diente a lo largo de la cara. Se mide generalmente en el plano primitivo.

El elemento que está más involucrado en las diferentes formas de diente es la conicidad de la profundidad. Por este motivo los tipos de diente están relacionados con profundidad. (AGMA, 2005)

Profundidad estándar

Esta es la geometría en la cual si se extiende la línea de la raíz esta corta el eje del engranaje donde se encuentra el vértice del cono de paso, como se ve en la Figura 30. En este caso la profundidad cambia en proporción a la distancia del cono. (KOHARA GEAR INDUSTRY CO., LTD., 2007)

Figura 30. Tipos de diente

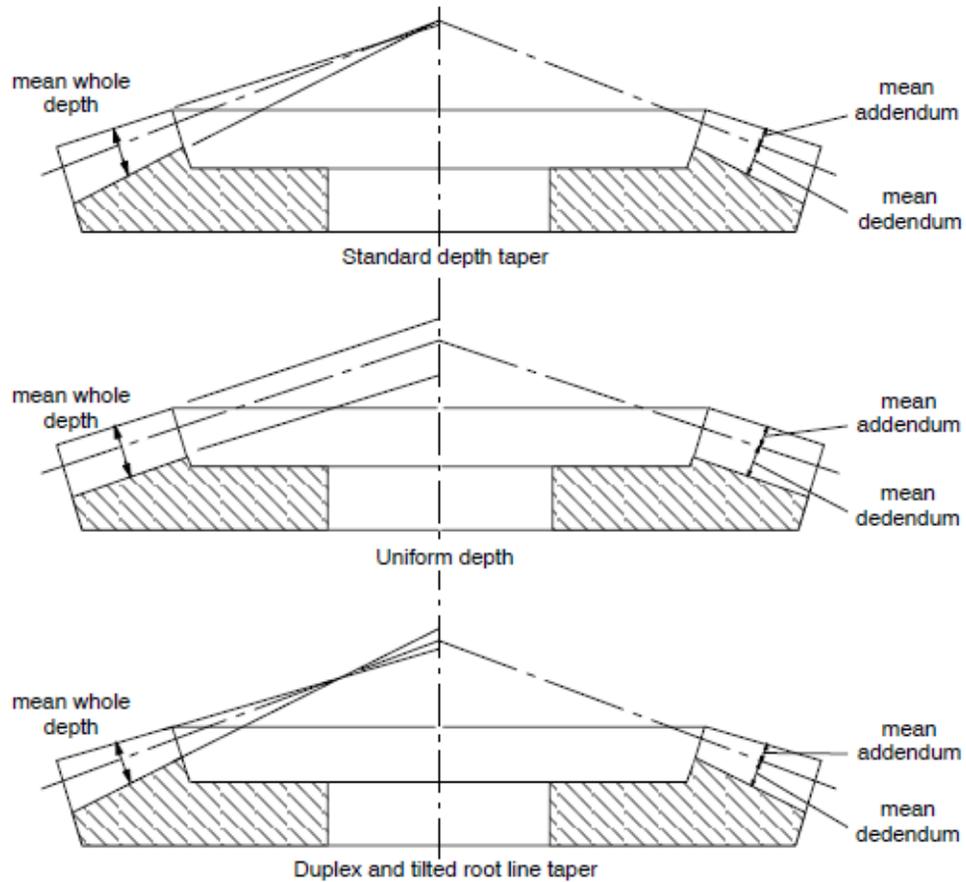


Figure 17 - Bevel gear depthwise tapers

(AGMA, 2005)

7.3.1 Profundidad uniforme

Es la configuración en la que el diente mantiene la profundidad constante a lo largo del ancho de la cara, independientemente del radio del cortador.

En este caso el radio del cortador, debe ser superior a $A_{mG} \sin \psi$, pero no más de 1,5 veces este valor. (KRENZER, y otros, 2004)

7.3.2 Conicidad de la profundidad duplex

Esta conicidad representa una inclinación de la línea de la raíz tal que el ancho de la ranura es constante mientras que mantiene el ahusamiento apropiado del ancho de la ranura. La conicidad de la ranura es cero en ambos miembros.

Para este caso el radio de la herramienta de corte tiene un efecto significativo en la cantidad que se inclinada la línea de la raíz.

Si el radio es muy grande este puede hacer muy grande la conicidad causando que la punta interior sea muy baja para hacer un buen contacto, y la punta exterior sea muy alta causando socavado. Por el contrario si este elemento es muy pequeño la suma de los ángulos de dedendo se hace muy pequeña y cuando es menor que $A_{mG} \sin \psi$ se da una conicidad inversa causando que el diente sea más alto en la parte interior que en la exterior.

Por tales motivos como límite superior se propone que el radio de la herramienta no sea mayor a la distancia del cono media y como límite inferior un valor de $1,1 A_{mG} \sin \psi$. (AGMA, 2005)

7.3.3 Conicidad de la línea raíz inclinada (trl)

Este es un diente intermedio entre el estándar y el duplex. En la práctica, se utiliza el más pequeño de los valores entre $1.3 \Sigma \delta_S$ y $\Sigma \delta_D$.

A continuación se muestran las ecuaciones con las cuales se determina la suma del dedendo y el dedendo.

Estas formulas son utilizadas para engranajes cónicos espirales y en el caso de engranajes hipoides, solo se debe determinar el valor del dedendo del engrane. El valor del dedendo del piñón se calcula en la sección 9.7

7.3.4 Fórmulas para los ángulos de dedendo y su suma

Tipo de diente	Formula
Standard	$\Sigma\delta = \tan^{-1} \frac{b_p}{A_{mG}} + \tan^{-1} \frac{b_G}{A_{mG}}$ $\delta_p = \tan^{-1} \frac{b_p}{A_{mG}} \quad \delta_G = \Sigma\delta - \delta_p$
Duplex	$\Sigma\delta = \frac{90 \left[1 - \frac{A_{mG}}{r_c} \sin \psi \right]}{P_d A_o \tan \phi \cos \psi}$ <p style="text-align: center;">ó</p> $\Sigma\delta = \frac{m_{et} 90 \left[1 - \frac{A_{mG}}{r_c} \sin \psi \right]}{A_o \tan \phi \cos \psi}$ $\delta_p = \frac{a_G}{h} \Sigma\delta \quad \delta_G = \Sigma\delta - \delta_p$
Línea raíz inclinada (trl)	<p>Utilice $\sigma\delta = \frac{90 \left[1 - \frac{A_{mG}}{r_c} \sin \psi \right]}{P_d A_o \tan \phi \cos \psi}$</p> <p>ó $\Sigma\delta = 1.3 \tan^{-1} \frac{b_p}{A_{mG}} + 1.3 \tan^{-1} \frac{b_G}{A_{mG}}$</p> <p>Seleccione el menor de los dos valores anteriores</p> $\delta_p = \frac{a_G}{h} \Sigma\delta \quad \delta_G = \Sigma\delta - \delta_p$
Profundidad uniforme	$\Sigma\delta = 0$ $\delta_p = \delta_G = 0$

(KRENZER, y otros, 2004)

8. MÉTODOS DE MANUFACTURA

8.1 GENERADO

El proceso básico en la fabricación de engranajes cónicos e hipoides es la generación en la cual por lo menos un miembro de cada juego debe ser generado.

La teoría de generación implica un engranaje imaginario generador, que puede ser una corona, el engranaje compañero, o algún otro cónico o hipoide. La pieza de trabajo se coloca de forma que ruede con el engranaje generador, los dientes de la pieza son envueltos por los del generador. (STOKES, 1992)

En la producción de los engranajes, por lo menos un diente del engranaje generador se encuentra descrito por el movimiento de la herramienta de corte o rectificadora. La herramienta es montada y su movimiento es llevado por un elemento rotatorio de la maquina llamado en ingles “cradle” y cuyo eje es idéntico con el eje del engranaje generador. El cradle y la pieza ruedan juntos en sus respectivos ejes exactamente igual que la pieza y el engranaje generador. (SOCIETY OF AUTOMOTIVE ENGINEERS, 1990)

Figura 31. Generación engranajes



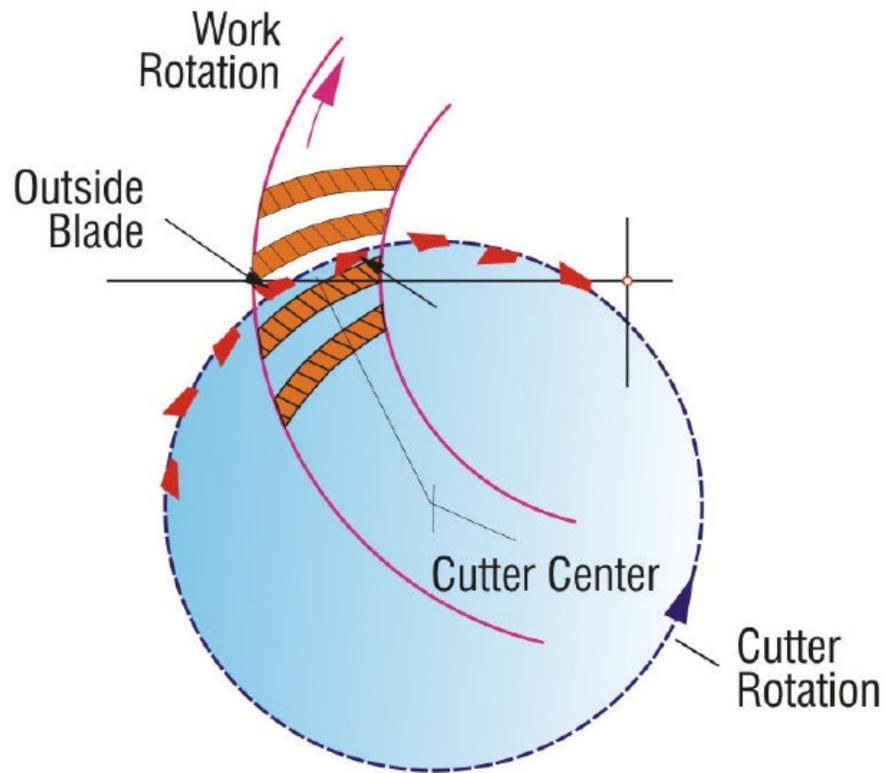
(STADTFELD, 2001)

En la generación de engranajes existen dos métodos básicos los cuales son el fresado de cara (face milling) y face hobbing.

8.1.1 Face milling

En el proceso de fresado de cara, se corta una ranura a la vez. El cortador, gira y avanza hasta realizar toda la ranura. Después de realizar la primera ranura, el cortador se retira y gira un paso a la ranura siguiente. El proceso se repite hasta que todas las ranuras se han mecanizado.

Figura 32. Face milling



(STADTFELD, 2006)

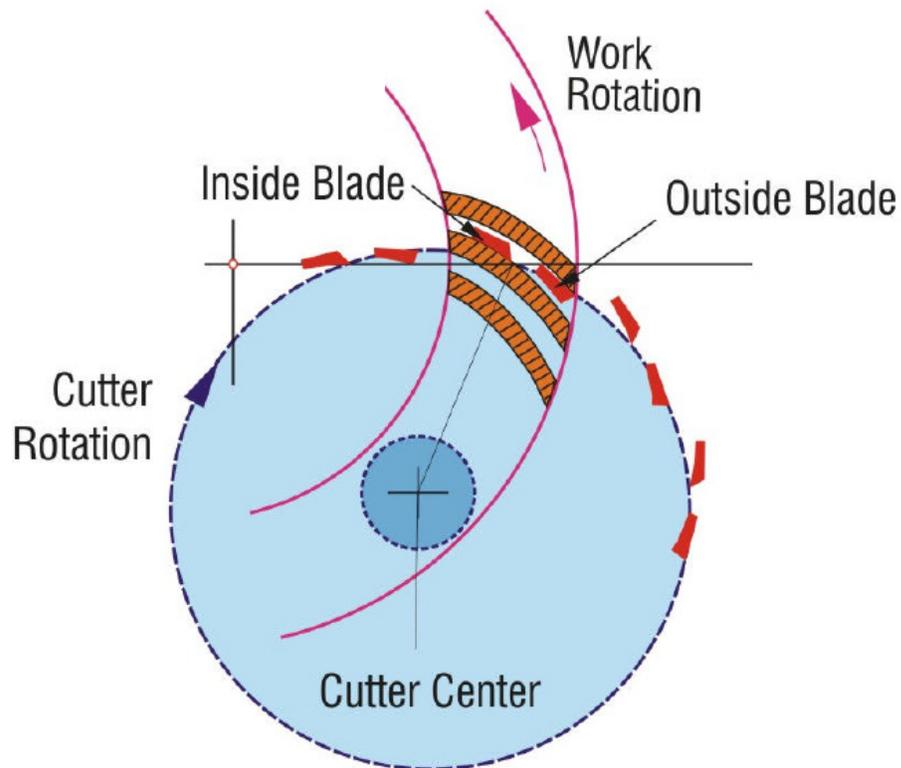
Típicamente, los engranajes producidos por fresado de cara tienen conicidad en la profundidad del diente y pueden tener un ancho de ranura constante. El espesor

del diente tiene conicidad, y la curvatura a lo largo del ancho de cara es la de un arco de círculo. (MAIURI, 2007)

8.1.2 Face hobbing

Es un proceso de corte continuo, en el cual mientras que una cuchilla externa y una interior se mueven a través de la ranura de la pieza, la pieza va rotando en la dirección opuesta. La relación entre las revoluciones del cortador y la rotación de la pieza de trabajo es equivalente a la relación entre el número de dientes del engranaje y el número de grupos de cuchillas de la cabeza cortadora. (SOCIETY OF AUTOMOTIVE ENGINEERS, 1990)

Figura 33. Face hobbing



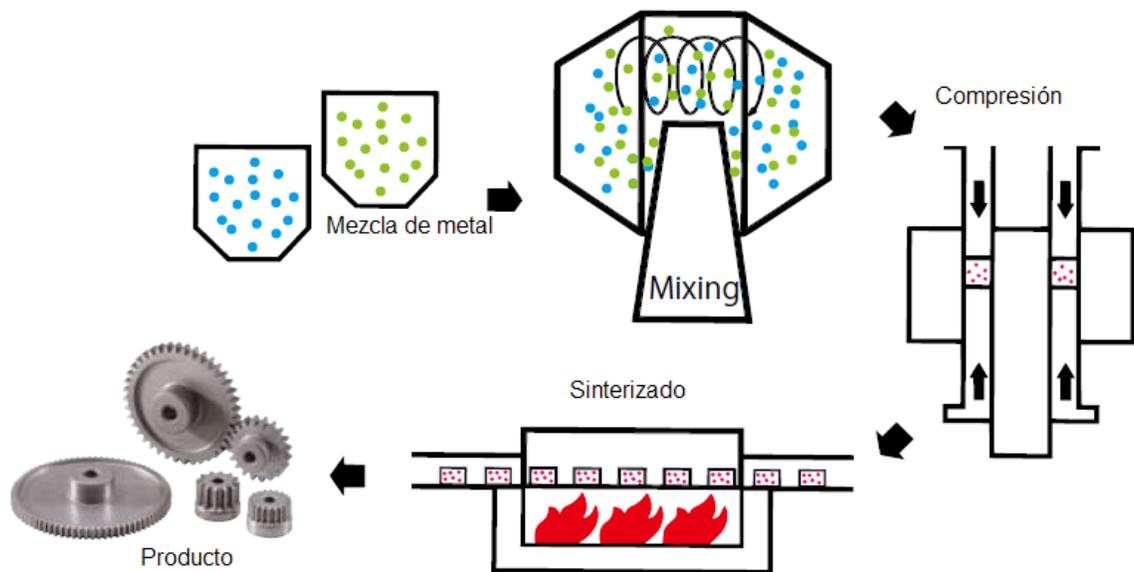
(STADTFELD, 2006)

Los engranajes producidos por face hobbing, tienen dientes de profundidad constante y conicidad en el ancho de la ranura. Adicionalmente el espesor del diente es ahusado. La curvatura a lo largo del ancho de cara es una epicicloide extendida. (MAIURI, 2007)

8.2 SINTERIZADO

El metal pulverizado mezclado es comprimido por la máquina para dar la forma del engranaje. Después se calienta en un horno y se enlaza metalúrgicamente. Este método es rentable cuando se produce en masa.

Figura 34. Sinterizado



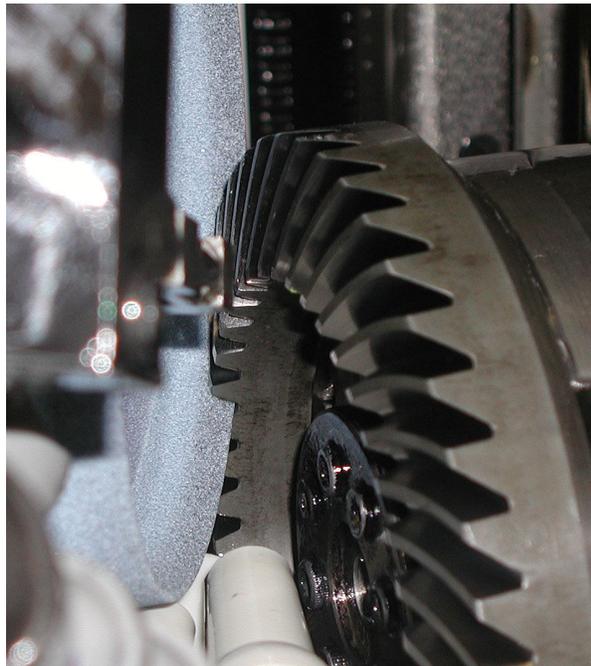
(KOHARA GEAR INDUSTRY CO., LTD., 2007)

8.3 RECTIFICADO

El motivo predominante que existe para el rectificado de engranajes cónicos espirales e hipoidales es la obtención de precisión máxima en los dientes de los engranajes que han sido sometidos a un proceso de tratamiento térmico ó de

endurecimiento. Se pretende entonces, obtener una superficie definida y corregida de las inevitables deformaciones que el tratamiento térmico proporciona. Para obtener la vida útil máxima posible, muchas veces dentro de condiciones de cargas muy pesadas, la aplicación del método de rectificado es imprescindible (STADTFELD, 2008).

Figura 35. Rectificado



(STADTFELD, 2008)

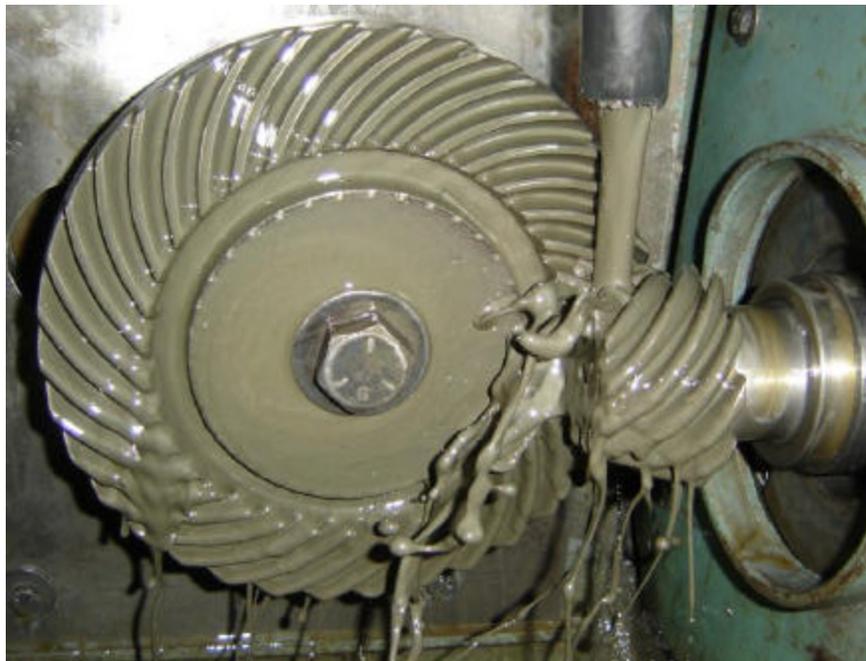
8.4 AFEITADO

Este procedimiento se ejecuta antes del tratamiento de endurecimiento y se aplica en máquinas AFEITADORAS, las cuales poseen herramientas en forma de engrane con sus dientes finamente ranurados, afilados y endurecidos, haciéndolos rotar en forma conjugada y con un contacto muy suave sobre el engrane motivo de afeitado. Este proceso da como resultado un finísimo acabado por arranque de viruta minúsculo el cual corresponde a las pequeñas protuberancias que hayan podido quedar después del mecanizado del piñón sometido a este proceso.

8.5 LAPEADO

Este proceso tiene por objeto abrillantar y pulir las superficies de los dientes, para mejorar las condiciones de carga y deslizamiento entre los mismos. El engranaje y el piñón son montados en la máquina LAPEADORA, engranados con una carga ligera y controlada mientras se hace circular entre ellos mediante bombeo recirculante, una mixtura de aceite de corte y un finísimo polvo abrasivo (grano 800), girando a bajas velocidades las cuales son variadas y controladas por un dispositivo electrónico de tensión- frecuencia durante períodos de tiempo que no superan los veinte minutos. Los engranajes cónicos espirales y los hipoidales ya templados ó endurecidos y que se utilizan para la transmisión de cargas en forma suave y sin trepidaciones, tienen que ser invariablemente lapeados, salvo en los casos en que los dientes son rectificados a esmeril después del tratamiento térmico.

Figura 36. Lapeado



9. CÁLCULO DE LOS ENGRANAJES

Con la información obtenida de los capítulos anteriores ya se puede pasar al cálculo de el engranaje (piñón y engrane). Para este procedimiento las formulas se encuentran agrupadas en una tabla. Antes de iniciar este cálculo es importante determinar unos factores los cuales son necesarios para completar el diseño.

9.1 PROFUNDIDAD DE TRABAJO MEDIA h

La profundidad de trabajo media se refiere a que este es un elemento que se calcula en la mitad del ancho de cara. Este cálculo se lleva a cabo en este lugar con el fin de mantener una la adecuada profundidad para el contacto.

La profundidad de trabajo se ve proporcionada por un el factor k_1 para determinar este valor, en la tabla 3, se encuentran valores recomendados para este factor.

Tabla 3. Factor de profundidad k_1

Tipo de engranaje	Factor de profundidad	Numero de dientes del piñón
Cónicos espirales	2.000	12 y mayores
	1.995	11
	1.975	10
	1.940	9
	1.895	8
	1.835	7
	1.765	6
Hipoides	2.000	11 y mayores
	1.950	10
	1.900	9
	1.850	8
	1.800	7
	1.750	6

(AGMA, 2005)

9.2 CLARO Y FACTOR DE CLARO K_2

Este valor se suele determinar en el medio de la cara y el valor para el factor k_2 se puede determinar con ayuda de la tabla 4.

Tabla 4. Factor de claro k_2

Tipo de engranaje	Factor de claro k_2
Cónicos espirales	0.125
Hipoides	0.150

(KRENZER, y otros, 2004)

9.3 FACTOR DEL ADENDO MEDIO c_1

Este factor tiene como objetivo proporcionar la profundidad de trabajo entre los adendos del engrane y el piñón, y así evitar socavado, ya que en el piñón suele ser mayor. Los valores de este factor se encuentran en la tabla 5.

Tabla 5. Factor de adendo medio c_1

Tipo de engranaje	Factor de adendo medio	Numero de dientes del piñón
Cónicos espirales e hipoides	$0.210 + 0.290/m_{90}^2$	12 y mayores
	$0.210 + 0.280/m_{90}^2$	11
	$0.175 + 0.260/m_{90}^2$	10
	$0.145 + 0.235/m_{90}^2$	9
	$0.130 + 0.195/m_{90}^2$	8
	$0.110 + 0.160/m_{90}^2$	7
	$0.100 + 0.115/m_{90}^2$	6

(AGMA, 2005)

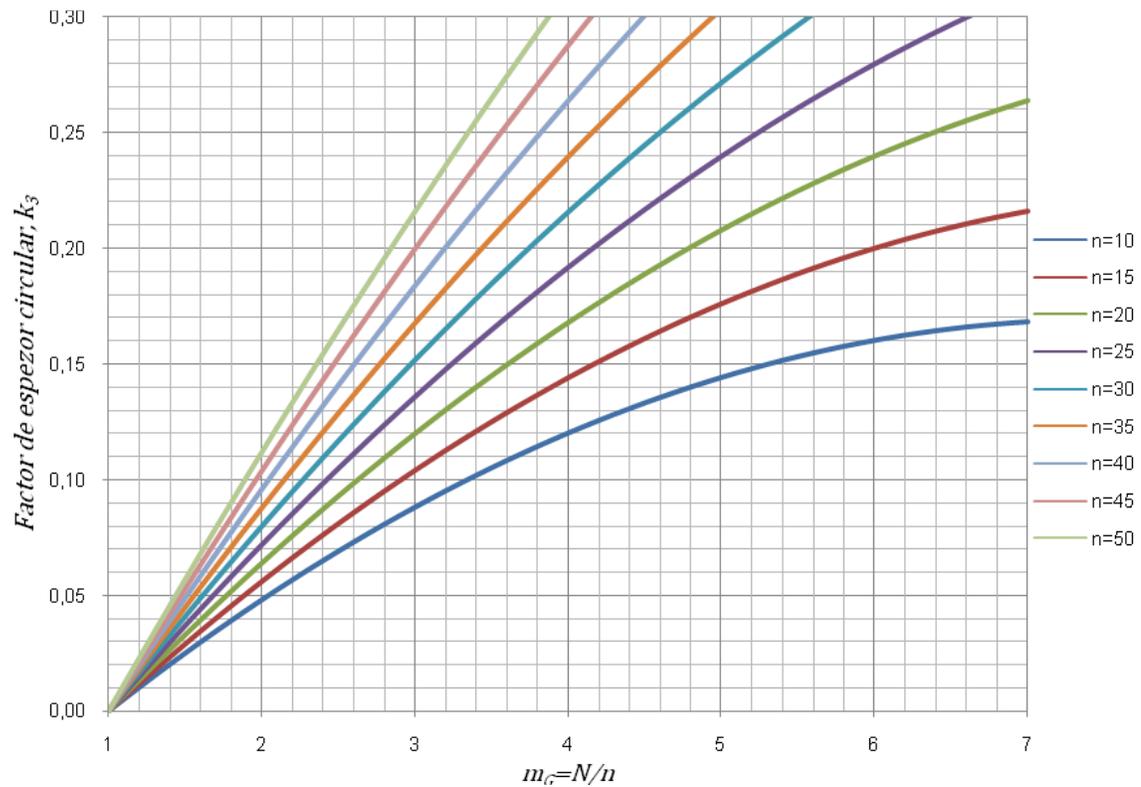
9.4 ESPESOR CIRCULAR NORMAL MEDIO (t_n, T_n)

El espesor circular normal medio se calcula a un tercio de la cara media. Este valor es proporcionado por el factor k_3 y está basado en la igualdad de esfuerzos. El valor del factor se encuentra graficado en la Figura 37.

9.5 TOLERANCIA DE LA HOLGURA NORMAL EXTERIOR, B

La holgura es necesaria para compensar la acumulación de errores en el montaje. En el cálculo es utilizado para el cálculo del espesor del diente. En la tabla 6 se encuentran las tolerancias de este valor.

Figura 37. Factor de espesor circular k_3



(AGMA, 2005)

Tabla 6. Tolerancia mínima de holgura normal

Tolerancia en pulgadas			Tolerancia en milímetros		
Paso diametral	Numero de calidad AGMA		Modulo transversal	Numero de calidad AGMA	
	4 hasta 9	10 hasta 13		4 hasta 9	10 hasta 13
1.00 a 1.25	0.032	0.024	25.00 a 20.00	0.81	0.61
1.25 a 1.50	0.027	0.020	20.00 a 16.00	0.69	0.51
1.50 a 2.00	0.020	0.015	16.00 a 12.00	0.51	0.38
2.00 a 2.50	0.016	0.012	12.00 a 10.00	0.41	0.30
2.50 a 3.00	0.013	0.010	10.00 a 8.00	0.33	0.25
3.00 a 4.00	0.010	0.008	8.00 a 6.00	0.25	0.20
4.00 a 5.00	0.008	0.006	6.00 a 5.00	0.20	0.15
5.00 a 6.00	0.006	0.005	5.00 a 4.00	0.15	0.13
6.00 a 8.00	0.005	0.004	4.00 a 3.00	0.13	0.10
8.00 a 10.00	0.004	0.003	3.00 a 2.50	0.10	0.08
10.00 a 12.00	0.003	0.002	2.50 a 2.00	0.08	0.05
12.00 a 16.00	0.003	0.002	2.00 a 1.50	0.08	0.05
16.00 a 20.00	0.002	0.001	1.50 a 1.25	0.05	0.03
20.00 a 25.00	0.002	0.001	1.25 a 1.00	0.05	0.03

(AGMA, 2005)

9.6 DIMENSIONES DE ENGRANAJES CÓNICOS ESPIRALES

Las formulas para el cálculo de las dimensiones del conjunto y del diente para engranajes cónicos espirales se presentan a continuación.

Ítem	Nº	Miembro	Formula
Diámetro Primitivo	1	Piñón	$d = \frac{n}{P_d}$ ó $d = n m_{et}$
		Engrane	$D = \frac{N}{P_d}$ ó $D = n m_{et}$
Ángulo Primitivo	2	Piñón	$\gamma = \tan^{-1} \frac{\sin \Sigma}{\frac{N}{n} + \cos \Sigma}$
		Engrane	$\Gamma = \Sigma - \gamma$

Ítem	Nº	Miembro	Formula
Distancia Del Cono Exterior	3	Ambos	$A_o = \frac{0.50D}{\sin \Gamma}$
Distancia Media Del Cono	4	Ambos	$A_m = A_o - 0.5F$
Factor De Profundidad k_1	5	Ambos	Ver (Tabla 3)
Profundidad Media De Trabajo	6	Ambos	$h = \frac{k_1 A_m}{P_d A_o} \cos \psi \quad h = k_1 m_{et} \frac{A_m}{A_o} \cos \psi'$
Factor De Claro k_2	7	Ambos	Ver (Tabla 4)
Claro	8	Ambos	$c = k_2 h$
Altura Total Media	9	Ambos	$h_m = h + c$
Relación Equivalente A 90°	10	Ambos	$m_{90} = \sqrt{\frac{N \cos \gamma}{n \cos \Gamma}}$
Factor De Adendo c_1	11	Ambos	Ver (Tabla 5)
Paso Circular	12	Ambos	$p_m = \frac{\pi A_m}{P_d A_o} \quad p_m = \pi m_{et} \frac{A_m}{A_o}$
Adendo	13	Piñón	$a_p = h - a_G$
		Engrane	$a_G = c_1 h$
Dedendo	14	Piñón	$b_p = h_m - a_p$
		Engrane	$b_G = h_m - a_G$
Suma De Los Ángulos De Dedendo (Sum Of Dedendum Angles)	15	Ambos	$\Sigma \delta$ sección 7.3.5
Ángulo de Dedendo	16	Piñón	δ_p sección 7.3.5
		Engrane	δ_G sección 7.3.5
Ángulo De Cara De La Habilitación	17	Piñón	$\gamma_o = \gamma + \delta_G$
		Engrane	$\Gamma_o = \Gamma + \delta_p$
Ángulo De Raíz	18	Piñón	$\gamma_R = \gamma - \delta_p$
		Engrane	$\Gamma_R = \Gamma - \delta_G$

Ítem	Nº	Miembro	Formula
Adendo Exterior	19	Piñón	$a_{oP} = a_{\text{add}} + 0.5F \tan \delta_G$
		Engrane	$a_{oG} = a_G + 0.5F \tan \delta_P$
Dedendo Exterior	20	Piñón	$b_{oP} = b_{\text{ded}} + 0.5F \tan \delta_P$
		Engrane	$b_{oG} = b_G + 0.5F \tan \delta_G$
Profundidad De Trabajo Exterior	21	Ambos	$h_k = a_{oP} + a_{oG}$
Profundidad Total Exterior	22	Ambos	$h_t = a_{oP} + b_{oP}$
Diámetro Exterior	23	Piñón	$d_o = d + 2a_{oP} \cos \gamma$
		Engrane	$D_o = D + 2a_{oG} \cos \Gamma$
Vértice Primitivo A Corona	24	Piñón	$\chi_o = A_o \cos \gamma - a_{oP} \sin \gamma$
		Engrane	$X_o = A_o \cos \Gamma - a_{oG} \sin \Gamma$
Paso Diametral	25	Ambos	$P_{dm} = P_d \frac{A_o}{A_m}$
Diámetro De Paso	26	Piñón	$d_m = \frac{n}{P_{dm}}$
		Engrane	$D_m = \frac{N}{P_{dm}}$
Factor De Espesor k_3	27	Ambos	Ver figura 37
Espesor Circular Normal	28	Piñón	$t_n = P_m \cos \psi - T_n$
		Engrane	$T_n = \frac{p_m \cos \psi}{2} - (a_p - a_G) \tan \phi + \frac{k_3 \cos \psi}{P_{dm}}$
Holgura Exterior Normal Permitida	29	Ambos	B (Tabla 6)
Ángulo Exterior De La Espiral (Face Milling)	30	Ambos	$\sin \psi_o = \frac{2A_m r_c \sin \psi - A_m^2 + A_o^2}{2A_o r_c}$

Ítem	Nº	Miembro	Formula
Ángulo Exterior De La Espiral (Face Hobbing)	31	Ambos	$N_c = \frac{N}{\sin \Gamma}$ $\sin \nu = \frac{A_m N_s}{r_c N_c} \cos \psi$ $\lambda = 90^\circ - \psi + \nu$ $S_1 = \sqrt{A_m^2 + r_c^2 - 2A_m r_c \cos \lambda}$ $Q = \frac{S_1}{1 + \frac{N_s}{N_c}}$ $\cos \eta_o = \frac{A_o^2 + S_1^2 - r_c^2}{2A_o S_1}$ $\tan \psi_o = \frac{A_o - Q \cos \eta_o}{Q \sin \eta_o}$
Espesor Cordal Normal Medio Del Diente	32	Piñón Engrane	$t_{nc} = t_n - \frac{t_n^3}{6d_m^2} - 0,5B \left(\frac{\frac{A_m}{A_o}}{\cos \phi \left(\frac{\cos \psi}{\cos \psi_o} \right)} \right)$ $T_{nc} = T_n - \frac{T_n^3}{6D_m^2} - 0,5B \left(\frac{\frac{A_m}{A_o}}{\cos \phi \left(\frac{\cos \psi}{\cos \psi_o} \right)} \right)$
Adendo Cordal Medio	33	Piñón Engrane	$a_{cP} = a_p + \frac{0,25t_n^2 \cos \gamma}{d_m}$ $a_{cG} = a_G + \frac{0,25T_n^2 \cos \Gamma}{D_m}$

(AGMA, 2005)

9.7 FÓRMULAS PARA LAS DIMENSIONES DE ENGRANAJES HIPOIDES

Las formulas para el cálculo de las dimensiones del conjunto y las dimensiones del diente para engranajes cónicos espirales. Dependiendo del fabricante se debe utilizar el método 1 o 2 para face hobbing. Si es técnica klingelberg usar el método 1 y si es oerlikon use el método 2.

Ítem	No	Elemento	Ecuación
Diámetro primitivo	1	Engrane	$D = \frac{N}{P_d} \quad \text{ó} \quad D = N m_{et}$
Relación de engranajes	2	Ambos	$m_G = \frac{N}{n} \quad \text{ó} \quad m = \frac{n}{N}$
Ángulo de espiral deseado en el piñón	3	Piñón	$\psi_o = \psi_P$
Shaft angle departure from 90°	4	Ambos	$\Delta\Sigma = 90 - \Sigma$
Angulo primitivo aproximado	5	Engrane	$\tan \Gamma_i = \frac{\cos \Delta\Sigma}{1,2(m - \sin \Delta\Sigma)}$
Radio primitivo medio	6	Engrane	$R = 0,5(D - F \sin \Gamma_i)$
Angulo de offset aproximado del piñón en el plano primitivo	7	Piñón	$\sin \varepsilon'_{2i} = \frac{E}{R} \sin \Gamma_i$
Factor de dimensión aproximado (hipoides)	8	Ambos	$K_1 = \tan \psi_{oP} \sin \varepsilon'_{2i} + \cos \varepsilon'_{2i}$
Radio primitivo medio aproximado	9	Piñón	$R_{2P} = mRK_1$

Ítem	No	Elemento	Ecuación
Inicio De La Iteración Primera Iteración			
Ángulo de offset en el plano axial	10	Engrane	$\tan \eta = \frac{E}{R(\tan \Gamma_i \cos \Delta \Sigma - \sin \Delta \Sigma) + R_{2P}}$
Segunda Iteración			
Ángulo intermedio de offset en el plano axial del piñón	11	Piñón	$\sin \varepsilon_2 = \frac{E - R_{2P} \sin \eta}{R}$
Ángulo primitivo intermedio del piñón	12	Piñón	$\tan \gamma_2 = \frac{\sin \eta}{\tan \varepsilon_2 \cos \Delta \Sigma} + \tan \Delta \Sigma \cos \eta$
Ángulo intermedio de offset en el plano primitivo del piñón	13	Piñón	$\sin \varepsilon_2' = \frac{\sin \varepsilon_2 \cos \Delta \Sigma}{\cos \gamma_2}$
Ángulo intermedio de espiral medio	14	Piñón	$\tan \psi_{2P} = \frac{K_1 - \cos \varepsilon_2'}{\sin \varepsilon_2'}$
Incremento en el factor de tamaño	15	Ambos	$\Delta K = \sin \varepsilon_2' (\tan \psi_{oP} - \tan \psi_{2P})$
Razón del incremento del radio medio del piñón y el radio primitivo medio del engrane	16	Ambos	$\frac{\Delta R_P}{R} = m(\Delta K)$
Ángulo de offset del piñón en el plano axial	17	Piñón	$\sin \varepsilon_1 = \sin \varepsilon_2 - \frac{\Delta R_P}{R} \sin \eta$

Ítem	No	Elemento	Ecuación
Angulo primitivo del piñón	18	Piñón	$\tan \gamma = \frac{\sin \eta}{\tan \varepsilon_1 \cos \Delta \Sigma} + \tan \Delta \Sigma \cos \eta$
Ángulo de offset en el plano primitivo	19	Piñón	$\sin \varepsilon_1' = \frac{\sin \varepsilon_1 \cos \Delta \Sigma}{\cos \gamma}$
Ángulo de espiral	20	Piñón Engrane	$\tan \psi_P = \frac{K_1 + \Delta k - \cos \varepsilon_1'}{\sin \varepsilon_1'}$ $\psi_G = \psi_P - \varepsilon_1'$
Ángulo primitivo del engrane	21	Engrane	$\tan \Gamma = \frac{\sin \varepsilon_1}{\tan \eta \cos \Delta \Sigma} + \cos \varepsilon_1 \tan \Delta \Sigma$
Distancia media del cono	22	Engrane	$A_{mG} = \frac{R}{\sin \Gamma}$
Incremento del radio medio del piñón	23	Piñón	$\Delta R_P = R \left(\frac{\Delta R_P}{R} \right)$
Distancia media del cono	24	Piñón	$A_{mP} = \frac{R_{2P} + \Delta R_P}{\sin \gamma}$
Radio medio del piñón	25	Piñón	$R_P = A_{mP} \sin \gamma$
Ángulo de presión limite	26	Ambos	$-\tan \phi_{01} = \frac{\tan \gamma \tan \Gamma}{\cos \varepsilon_1'} \times \frac{A_{mP} \sin \psi_P - A_{mG} \sin \psi_G}{A_{mP} \tan \gamma + A_{mG} \tan \Gamma}$

Ítem		No	Elemento	Ecuación
Curvatura media del diente	Face hobbing	27	Ambos	$N_c = \frac{N}{\sin \Gamma}$ $\sin \nu = \frac{A_m N_s}{r_c N_c} \cos \psi_G$ $\lambda = 90^\circ - \psi_G + \nu$ $S_1 = \sqrt{A_m^2 + r_c^2 - 2A_m r_c \cos \lambda}$ $\cos \eta_1 = \frac{A_m \cos \psi_G}{S_1 N_c} (N_c + N_s)$ $\rho = A_m \cos \psi_G \left[\tan \psi_G + \frac{\tan \eta_1}{1 + \tan \nu (\tan \psi_G + \tan \eta_1)} \right]$
	Face milling	27	Piñón	$\rho = r_c$
Factor de iteración	Método 1 Radio de curvatura de hipoides (face milling o face hobbing)	28	Ambos	$Den = -\tan \phi_0 \left(\frac{\tan \psi_P}{A_m P \tan \gamma} + \frac{\tan \psi_G}{A_m G \tan \Gamma} \right) + \frac{1}{A_m P \cos \psi_P}$ $r_{c1} = \frac{\frac{1}{A_m G \cos \psi_G} \sec \phi_0 (\tan \psi_P - \tan \phi_G)}{Den}$ $\Delta = \left \frac{\rho}{r_{c1}} - 1 \right $
	Método 2 (solo face hobbing)	28	Ambos	$\Delta = \frac{r_c \cos(\psi_G - \nu)}{A_m G \sin \Gamma - r_c \sin \Gamma \sin(\psi_G - \nu)}$ $- \frac{n \cos \psi_G \sin \epsilon_1'}{N \cos \psi_P \sin \gamma - n \cos \psi_G \cos \epsilon_1'}$
Condición de convergencia		29	Ambos	Cambie η Hasta Que $ \Delta \leq 0.001$

Ítem	No	Elemento	Ecuación
Fin De La Iteración			
Ángulo de presión cóncavo	30	Piñón	$\phi_1 = \phi + \phi_o$
		Engrane	$\phi_2 = \phi - \phi_o$
Ángulo de presión convexo	31	Piñón	$\phi_2 = \phi + \phi_o$
		Engrane	$\phi_1 = \phi - \phi_o$
Distancia del punto de cruce al punto medio a lo largo del eje del engrane	32	Engrane	$Z_G = A_{mP} \text{Tan} \gamma \text{Sin} \Gamma - \frac{E \text{Tan} \Delta \Sigma}{\text{Tan} \epsilon_1}$
Vértice primitivo más allá del punto de cruce	33	Engrane	$Z = \frac{R}{\text{Tan} \Gamma} - Z_G$
Distancia al cono exterior	34	Engrane	$A_{oG} = \frac{0,5D}{\text{Sin} \Gamma}$
Ancho de cara del engrane desde el punto de cálculo hasta el externo	35	Engrane	$\Delta F_o = A_{oG} - A_{mG}$
Relación equivalente a 90°	36	Ambos	$m_{90} = \sqrt{\left(\frac{\text{Sin} \Sigma - \text{Cos} \Sigma}{\text{Tan} \Sigma - \Gamma}\right) \frac{\text{Cos} \gamma \text{Cos} \eta}{\text{Cos} \Gamma}}$
Factor de profundidad	37	Ambos	k_1 Tabla 3
Factor de adendo medio	38	Ambos	c_1 Tabla 5
Altura de trabajo media	39	Ambos	$h = \frac{2k_1 R \text{Cos} \psi_G}{N}$
Adendo medio	40	Piñón	$a_p = h - a_G$
		Engrane	$a_{\sim G} = c_1 h$
Factor de claro	41	Ambos	k_2 Tabla 4

Ítem	No	Elemento	Ecuación
Dedendo medio	42	Piñón	$b_p = b_G + a_G - a_P$
		Engrane	$b_G = h(1 + k_2 - c_1)$
Claro	43	Ambos	$c = k_2 h$
Profundidad total media	44	Ambos	$h_m = a_G + b_G$
Suma de los ángulos de dedendo	45	Ambos	$\Sigma \delta$ sección 7.3.5
Ángulo de dedendo	46	Engrane	δ_G sección 7.3.5
Ángulo de adendo	47	Engrane	$\alpha_G = \Sigma \delta - \delta_G$
Adendo exterior	48	Engrane	$a_{oG} = a_G + \Delta F_o \text{ Sin } \alpha_G$
Dedendo exterior	49	Engrane	$b_{oG} = b_G + \Delta F_o \text{ Sin } \delta_G$
Profundidad total del engrane	50	Engrane	$h_{tG} = a_{oG} + b_{oG}$
Profundidad de trabajo exterior	51	Ambos	$h_k = h_{tG} - c$
Ángulo de raíz	52	Engrane	$\Gamma_R = \Gamma - \delta_G$
Ángulo de cara	53	Engrane	$\Gamma_o = \Gamma + \alpha_G$
Diámetro exterior del engrane	54	Engrane	$D_o = 2a_{oG} \text{ Cos } \Gamma + D$
Distancia desde la corona a el punto de cruce	55	Engrane	$X_o = Z_G + \Delta F_o \text{ Cos } \Gamma - a_{oG} \text{ Sin } \Gamma$
Vértice de raíz más allá del punto de cruce	56	Engrane	$Z_R = Z + \frac{A_{mG} \text{ Sin } \delta_G - b_G}{\text{Sin } \Gamma_R}$
Vértice de cara más allá del punto de cruce	57	Engrane	$Z_o = Z + \frac{A_{mG} \text{ Sin } \alpha_G - a_G}{\text{Sin } \Gamma_o}$

Ítem	No	Elemento	Ecuación
Ángulo auxiliar para calcular el ángulo de offset del piñón en el plano de raíz	58	Piñón	$Q_R = \frac{A_{mG} \cos \delta_G - Z}{\cos \Gamma_R}$ $\tan \zeta_R = \frac{E \tan \Delta \Sigma}{Q_R}$
Ángulo auxiliar para calcular el ángulo de offset del piñón en el plano de cara	59	Piñón	$Q_o = \frac{A_{mG} \cos \alpha_G - Z}{\cos \Gamma_o}$ $\tan \zeta_o = \frac{E \tan \Delta \Sigma}{Q_o}$
Ángulo de offset del piñón mas el ángulo auxiliar en plano de raíz	60	Piñón	$\sin(\varepsilon_R + \zeta_R) = \frac{E \cos \zeta_R \tan \Gamma_R}{Q_R}$
Ángulo de offset del piñón mas el ángulo auxiliar en plano de cara	61	Piñón	$\sin(\varepsilon_o + \zeta_o) = \frac{E \cos \zeta_o \tan \Gamma_o}{Q_o}$
Ángulo de cara	62	Piñón	$\sin \gamma_o = \sin \Delta \Sigma \sin \Gamma_R + \cos \Delta \Sigma \cos \Gamma_R \cos \varepsilon_R$
Ángulo de raíz	63	Piñón	$\sin \gamma_R = \sin \Delta \Sigma \sin \Gamma_o + \cos \Delta \Sigma \cos \Gamma_o \cos \varepsilon_o$
Vértice de cara más allá del punto de cruce	64	Piñón	$G_o = \frac{E \sin \varepsilon_R \cos \Gamma_R - Z_R \sin \Gamma_R - c}{\sin \gamma_o}$
Vértice de raíz más allá del punto de cruce	65	Piñón	$G_R = \frac{E \sin \varepsilon_o \cos \Gamma_o - Z_o \sin \Gamma_o - c}{\sin \gamma_R}$
Ángulo entre la proyección del eje del piñón en el plano primitivo y el elemento de paso	66	Piñón	$\tan \lambda' = \frac{m \sin \varepsilon_i' \cos \Gamma}{\cos \gamma + m \cos \Gamma \cos \varepsilon_i}$
Ángulo de adendo	67	Piñón	$\alpha_P = \gamma_o - \gamma$
Ángulo de dedendo	68	Piñón	$\delta_P = \gamma - \gamma_R$

Ítem	No	Elemento	Ecuación
Profundidad total del piñón	69	Piñón	$h_{tP} = \frac{(x_o + G_o) \text{Sin}(\gamma_o - \gamma_R)}{\text{Cos} \gamma_o} - \text{Sin} \gamma_R (G_R - G_o)$
Ancho de cara desde el punto de cálculo al interior del engrane	70	Engrane	$\Delta F_i = F_G - \Delta F_o$
Incremento del ancho de cara del piñón	71	Piñón	$\Delta F_{oP} = h \text{Sin} \varepsilon_R (1 - m)$
Ancho de cara desde el punto de cálculo al exterior del piñón	72	Piñón	$F_{oP} = \frac{\Delta F_o \text{Cos} \lambda'}{\text{Cos}(\varepsilon'_i - \lambda')}$
Ancho de cara desde el punto de cálculo al interior del piñón	73	Piñón	$F_{iP} = \frac{\Delta F_i \text{Cos} \lambda'}{\text{Cos}(\varepsilon'_i - \lambda')}$
Incremento a lo largo del eje del piñón desde el punto de cálculo hasta el exterior	74	Piñón	$\Delta B_o = \frac{F_o \text{Cos} \gamma_o}{\text{Cos} \alpha_p} + \Delta F_{oP} - (b_G - c) \text{Sin} \gamma$
Incremento a lo largo del eje del piñón desde el punto de cálculo hasta el interior	75	Piñón	$\Delta B_i = \frac{F_{iP} \text{Cos} \gamma_o}{\text{Cos} \alpha_p} + \Delta F_{oP} - (b_G - c) \text{Sin} \gamma$
Distancia desde la corona al punto de cruce	76	Piñón	$x_o = \frac{E}{\text{Tan} \varepsilon_1 \text{Cos} \Delta \sigma} - R_P \text{Tan} \gamma + \Delta B_o$

Ítem	No	Elemento	Ecuación
Distancia desde la corona frontal hasta el punto de cruce	77	Piñón	$x_i = \frac{E}{\tan \varepsilon_1 \cos \Delta \sigma} - R_p \tan \gamma + \Delta B_i$
Diámetro exterior	78	Piñón	$d_o = 2 \tan \gamma_o (x_o + G_o)$
Ancho de cara	79	Piñón	$F_p = \frac{x_o - x_i}{\cos \gamma_o}$
Paso circular medio	80	Ambos	$p_m = \frac{\pi A_{mG}}{P_d A_{oG}}$
Paso diametral medio	81	Ambos	$p_{dm} = P_d \frac{A_{oG}}{A_{mG}}$
Factor de espesor	82	Ambos	k_3 Figura 37
Diámetro primitivo medio	83	Piñón	$d_m = 2 A_{mP} \sin \tilde{\alpha}$
		Engrane	$D_m = 2 A_{mG} \sin \Gamma$
Diámetro Primitivo		Piñón	$d = 2(A_{mP} + 0,5F_p) \sin \gamma$
Tolerancia de la holgura normal exterior	84	Ambos	B Tabla 6
Espesor cordal normal medio del diente (teórico sin holgura)	85	Piñón	$t_n = p_m \cos \psi_G - T_n$
		Engrane	$T_n = 0,5 p_m \cos \psi_G - (a_p - a_G) \tan \phi + \frac{k_3 \cos \psi}{P_{dm}}$
Ángulo exterior de la espiral (face milling)	86	Ambos	$\sin \psi_{oG} = \frac{2 A_{mG} r_c \sin \psi_G - A_{mG}^2 + A_{oG}^2}{2 A_{oG} r_c}$
Ángulo exterior de la espiral (face hobbing)	87	Engrane	$Q = \frac{S_1}{1 + \frac{N_s}{N_c}}$
			$\cos \zeta_o = \frac{A_{oG}^2 + S_1^2 - r_c^2}{2 A_{oG} S_1}$
			$\tan \psi_{oG} = \frac{A_{mG} - Q \cos \eta_o}{Q \sin \eta_o}$

Ítem	No	Elemento	Ecuación
Espesor cordal normal medio del diente	88	Piñón	$t_{nc} = t_n - \frac{t_n^3}{6d_m^2} - 0,5B \left(\frac{\frac{A_{mG}}{A_{oG}}}{\cos \phi \left(\frac{\cos \psi_G}{\cos \psi_{oG}} \right)} \right)$
		Engrane	$T_{nc} = T_n - \frac{T_n^3}{6D_m^2} - 0,5B \left(\frac{\frac{A_{mG}}{A_{oG}}}{\cos \phi \left(\frac{\cos \psi_G}{\cos \psi_{oG}} \right)} \right)$
Adendo cordal medio	89	Piñón	$a_{cP} = a_p + \frac{0,25t_n^2 \cos \gamma}{d_m}$
		Engrane	$a_{cG} = a_G + \frac{0,25T_n^2 \cos \Gamma}{D_m}$

(AGMA, 2005)

9.8 CHEQUEO DE SOCAVADO

Una vez terminado el cálculo geométrico de los engranes, es necesario realizar una revisión para determinar si hay socavado o no. Si bien los cálculos y los valores tomados se recomiendan con el fin de evitar esta situación, sigue siendo imprescindible realizar este chequeo.

El chequeo del socavado se hace calculando el valor límite de dedendo interior del piñón. Si el valor del dedendo interior del diseño es mayor que el límite existe socavado y se debe modificar el diseño.

Tabla 7. Chequeo de socavado en engranajes cónicos espirales

Elemento	Formula
Distancia interna del cono	$A_{iG} = A_m - 0.5F$
Ángulo de espiral interior del engrane – face milling	$\text{Sin } \phi_{iG} = \frac{2A_m r_c \text{ Sin } \psi - A_m^2 + A_{iG}^2}{2A_{iG} r_c}$
Ángulo de espiral interior del engrane – face hobbing	$Q = \frac{S_1}{1 + \frac{N_s}{N_c}}$
	$\text{Cos } \zeta_i = \frac{A_{iG}^2 + S_1^2 - r_c^2}{2A_{iG} S_1}$
	$\text{Tan } \phi_{iG} = \frac{A_{iG} - Q \text{ cos } \eta_i}{Q \text{ sin } \eta_i}$
Ángulo de presión transversal interior	$\text{Tan } \phi_{Ti} = \frac{\text{Tan } \phi}{\text{Cos } \psi_{iG}}$
Dedendo interior limite	$b_{ilP} = A_{iG} \text{ Tan } \gamma \text{ Sin}^2 \phi_{Ti}$
Dedendo interior	$b_{iP} = b_p - 0.5F \text{ tan } \delta_p$

(AGMA, 2003)

Tabla 8. Chequeo de socavado en engranajes hipoides

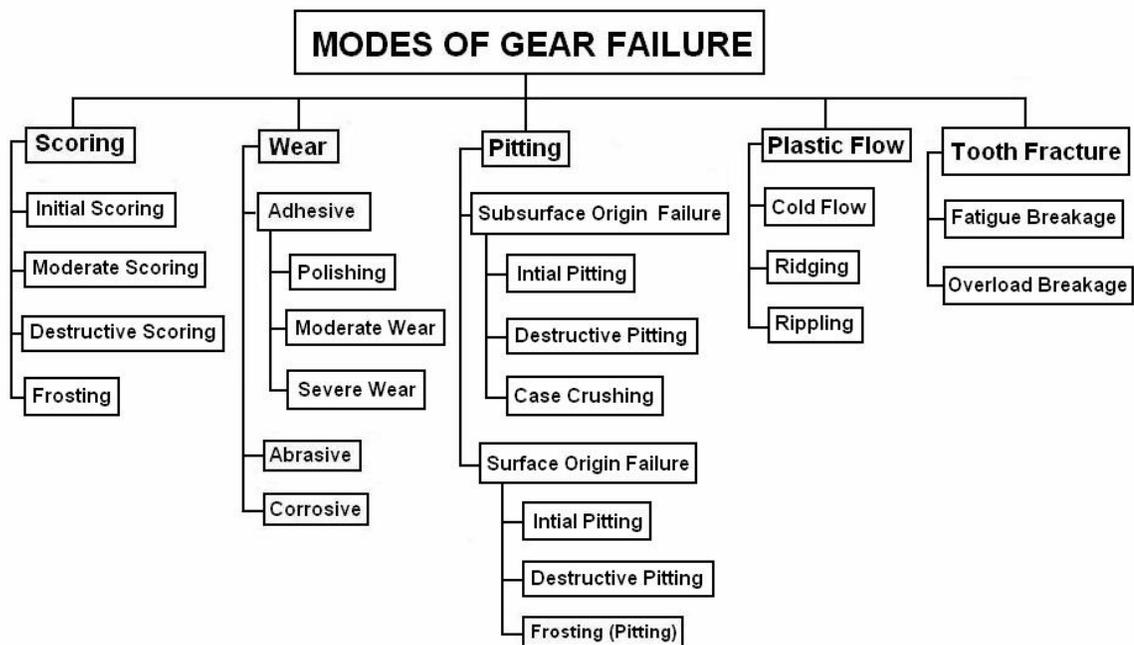
Elemento	Formula
Distancia interna del cono del engrane	$A_{iG} = A_{mG} - 0.5F$
Ángulo de espiral interior del engrane – face milling	$\text{Sin } \psi_{iG} = \frac{2A_{mG}r_c \text{ Sin } \psi - A_{mG}^2 + A_{iG}^2}{2A_{iG}r_c}$
Ángulo de espiral interior del engrane – face hobbing	$Q = \frac{S_1}{1 + \frac{N_s}{N_c}}$
	$\text{Cos } \zeta_i = \frac{A_{iG}^2 + S_1^2 - r_c^2}{2A_{iG}S_1}$
	$\text{Tan } \psi_{iG} = \frac{A_{iG} - Q \text{ cos } \eta_i}{Q \text{ sin } \eta_i}$
Radio primitivo interior del engrane	$R_{iG} = A_{iG} \text{ Sin } \gamma$
Distancia del punto de cruce al punto interior a lo largo del eje	$Z_{iG} = Z_p - 0.5F \text{ cos } \gamma$
Ángulo de offset interior del piñón en el plano axial	$\text{Sin } \varepsilon_i = \frac{E}{R_{iG} + Z_{iG} \text{ Cot } \gamma}$
Ángulo primitivo interior del piñón	$\text{Sin } \gamma_i = \text{Cos } \gamma \text{ Cos } \varepsilon_i$
Ángulo de offset del piñón en el plano primitivo en el extremo interior	$\text{Sin } \varepsilon'_i = \frac{\text{Sin } \varepsilon_i}{\text{Cos } \gamma_i}$
Ángulo de espiral interior del piñón	$\psi_{iP} = \psi_{iG} + \varepsilon'_i$
Ángulo de offset del engrane en el interior	$\text{Sin } \eta_i = \text{Tan } \varepsilon_i \text{ Tan } \gamma_i$
Radio interior del piñón	$R_{iP} = \frac{Z_{iG}}{\text{Cos } \eta_i}$
Ángulo de presión transversal interior del piñón	$\text{Tan } \phi_{Ti} = \frac{\text{Tan}(\phi + \phi_o)}{\text{Cos } \psi_{iP}}$
Dedendo interior limite	$b_{iLP} = \frac{R_{iP}}{\text{Cos } \psi_i} \text{Sin}^2 \phi_{Ti}$
Dedendo interior	$b_{iP} = b_P - F_{iP} \text{ Tan } \delta_P$

(AGMA, 2003)

10. MODOS DE FALLA ENGRANAJES

Los engranajes al igual que otros elementos de maquinas está sometido a diversas condiciones, que dan lugar a diferentes modos de falla. El la Figura 38 se resumen los modos de falla que se presentan normalmente en los engranajes.

Figura 38. Modos de falla de engranajes

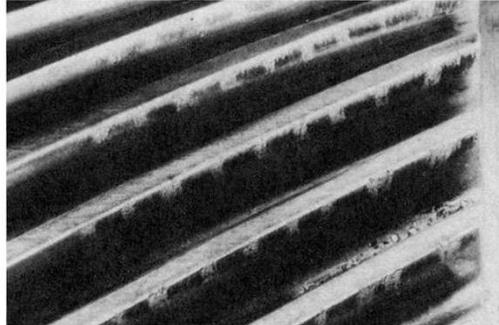


(MAYURAM, y otros, 2008)

10.1 RAYADO

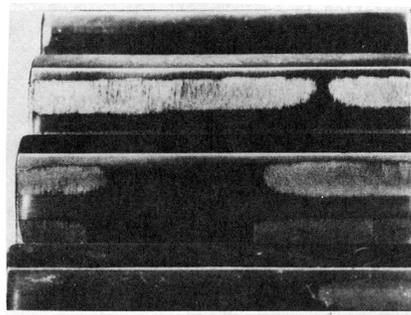
Es debido a la combinación de dos actividades distintas. En primer lugar la falta de lubricación en la región de contacto y segundo el establecimiento de contacto metal con metal. Como resultado se presenta una acción de soldadura y desgarre causada por del contacto metal con metal, y en consecuencia se elimina material de forma rápida y continua. El rayado se clasifica en inicial, moderado y destructivo.

Figura 39. Rayado inicial



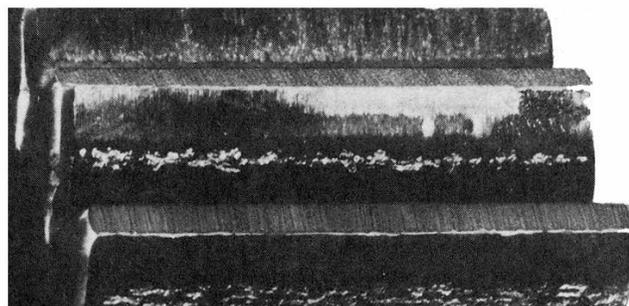
(MAYURAM, y otros, 2008)

Figura 40. Rayado moderado



(DUDLEY, 1983)

Figura 41. Rayado destructivo.



Destructive scoring

(DUDLEY, 1983)

10.2 DESGASTE

El desgaste es una clase de deterioro del diente donde capas de metal se quitan de la superficie de forma más o menos uniforme. De forma individual no es mucho pero en forma progresiva desencadena en reducción del espesor del diente y consigue debilitado. Las tres causas más comunes del desgaste del diente son contacto metal sobre metal debido a la insuficiencia de la película del aceite, ingreso de partículas abrasivas en el aceite, y desgaste químico debido a la composición del aceite y de sus añadidos (MAYURAM, y otros, 2008).

10.2.1 Desgaste adhesivo

Es difícil de detectar. Ocurre desde la puesta en funcionamiento y puesto que el índice de desgaste es muy bajo, puede tomar millones de ciclos para tener un desgaste observable.

Antes de correr con carga completa, los engranajes se ponen a funcionar en varias fracciones de la carga completa por varios ciclos, con esto los picos superficiales son eliminados después de un período largo del funcionamiento y la superficie consigue aspecto pulido cuando esto sucede se conoce como desgaste pulido (ERRICHELLO, y otros, 2001).

Figura 42. Pulido



Hypoid pinion

(DELANGE, 2006)

Cuando la carga y la velocidad de operación son mayores que las condiciones de desgaste leve, se presenta desgaste moderado. Las porciones desgastadas aparecen claras y brillantes. Este tipo de desgaste al igual que en el pulido se observa después de un largo periodo.

Figura 43. Desgaste adhesivo moderado

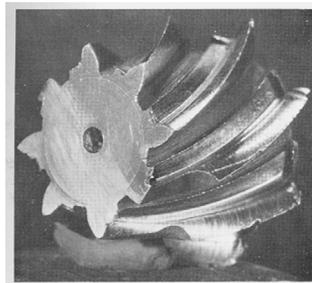


(DELANGE, 2006)

10.2.2 Desgaste abrasivo

El desgaste abrasivo es causado cuando partículas abrasivas que entran al lugar donde se encuentra el engranaje o contaminan el lubricante. Dependiendo del tipo de partículas el impacto sobre el diente varía. (ERRICHELLO, y otros, 2001)

Figura 44. Desgaste abrasivo.

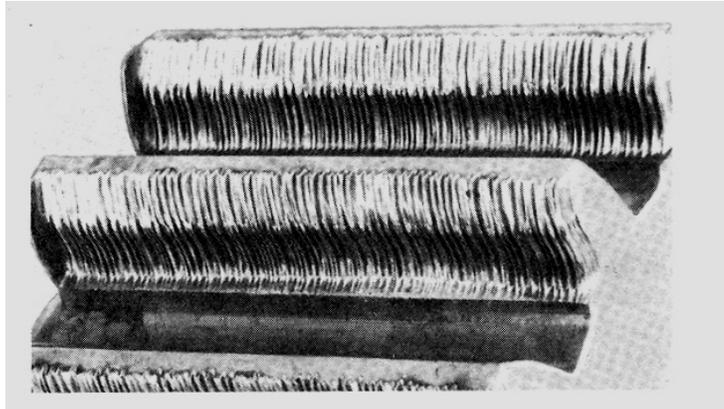


(MAYURAM, y otros, 2008)

10.3 CORROSIVE WEAR

Este se tipo de desgaste se genera a causa de la acción química del aceite lubricante o de los aditivos.

Figura 45. Descaste corrosivo



(DUDLEY, 1983)

10.4 PICADO

El picado es un modo de fallo por fatiga superficial del diente del engranaje. Ocurre debido a las cargas repetidas en la superficie del diente y a esfuerzos de contacto que exceden la resistencia superficial a la fatiga del elemento. El material en la región de la fatiga es removido y se forma un hoyo. El hoyo causa la concentración de esfuerzos y pronto el picado se extiende a la región adyacente hasta que se cubre la superficie entera.

Posteriormente, una carga de impacto más alta resultante del picado puede causar fractura del diente ya debilitado. Sin embargo, el proceso de la falta ocurre sobre millones de ciclos de funcionamiento. Existen dos tipos de picado, picado inicial y progresivo. (STADTFELD, 2008)

Figura 46. Picado progresivo



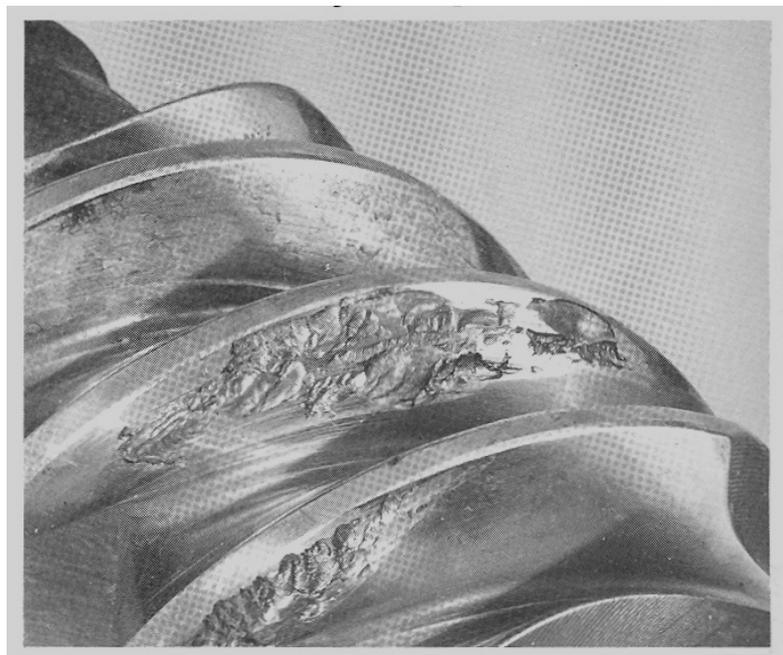
Tooth surface destroyed by extensive pitting.

(MAYURAM, y otros, 2008)

10.5 DESCAMADO (FLANKING)

En engranajes endurecidos superficialmente, las tensiones variables en la capa subyacente pueden conducir a la fatiga superficial y como resultado se presenta descamación del material de la superficie.

Figura 47. Descamado



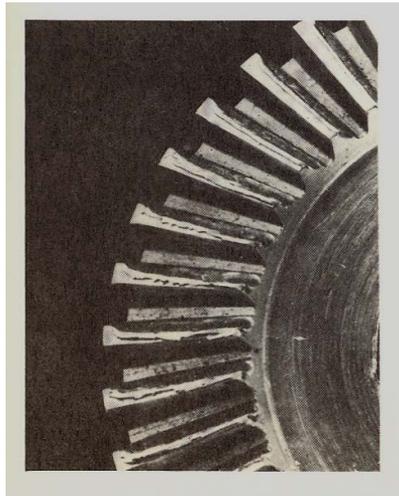
(MAYURAM, y otros, 2008)

10.6 FLUJO PLÁSTICO

10.6.1 Flujo en frío

El flujo plástico en frío de la superficie del diente se presenta cuando se somete a altos esfuerzos de contacto bajo rodamiento y deslizamiento. La deformación superficial ocurre debido a material blando de la superficie o debajo de la superficie. Este tipo de falla ocurre en materiales blandos pero también puede suceder en engranajes endurecidos. (STADTFELD, 2008)

Figura 48. Flujo en frío



(ERRICHELLO, y otros, 2001)

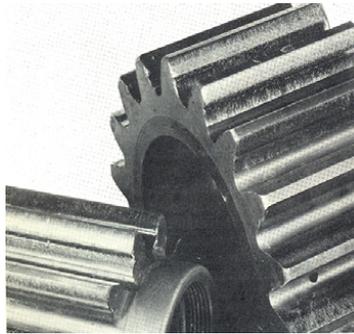
10.6.2 Ranurado

Cuando engranajes suaves ruedan con carga moderada por un tiempo, ellos desarrollan una banda estrecha de acabado brillante a lo largo de la línea de paso. Esto debido al cambio de la dirección de deslizamiento en la línea de paso.

Después de correr durante un tiempo más largo o con un mayor volumen de carga, el par de engranajes en acero dúctil a menudo presentan a lo largo de la línea de paso del engrane una cresta y una ranura en la línea de paso del piñón.

También esta falla se presenta por baja viscosidad del lubricante y falta de dureza en la superficie del diente.

Figura 49. Ranurado



(DELANGE, 2006)

10.6.3 Ondulaciones

Es una formación ondulada periódica perpendicular a la dirección de deslizamiento. Tiene aspecto de escama de pescado y se ve generalmente en engranajes endurecidos superficialmente.

Figura 50. Ondulación



(MAYURAM, y otros, 2008)

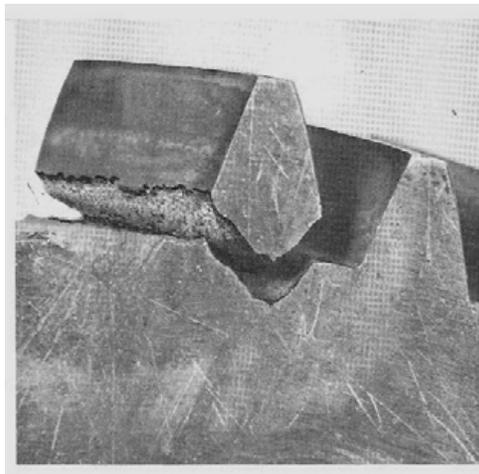
10.7 FRACTURA DEL DIENTE

Es el tipo más peligroso de falla de los engranajes y lleva a la detención de la unidad y con frecuencia a daños en otros componentes (ejes, rodamientos, etc.). La fractura de los dientes puede ser el resultado de sobrecargas, ya sea de naturaleza estática o impacto, sobrecargas repetidas causando fatiga de bajo ciclo, o varias cargas repetidas que conducen a la fatiga de alto ciclo del material.

10.7.1 Fatiga a flexión

El fallo por fatiga a la flexión ocurre sobre un período del tiempo largo. La iniciación de la grieta ocurre en el punto más débil, normalmente en la raíz del diente o en el redondeo donde la alta concentración de esfuerzo existe junto con el esfuerzo a la tensión ya sea por flexión o los defectos superficiales. La grieta se propaga lentamente sobre 80 al 90% de la vida y luego la grieta se propaga rápidamente y da lugar repentinamente a la fractura del diente. (DUDLEY, 1983)

Figura 51. Falla por fatiga a la flexión



(MAYURAM, y otros, 2008)

10.7.2 Fatiga de bajo ciclo

Fractura por sobre carga o fatiga de bajo ciclo casusa un aspecto fibroso en materiales dúctiles. En engranajes endurecidos tiene una apariencia más suave.

11. ESFUERZOS Y RESISTENCIA DE ENGRANAJES

Para el cálculo de resistencia y esfuerzos en engranajes cónicos espirales e hipoides se tiene en cuenta los mismos elementos que se utilizan para engranajes cilíndricos, en los cuales se determina la resistencia a la flexión tomando el diente del engranaje como una viga en voladizo. Para los esfuerzos superficiales se trata a partir de esfuerzos hertzianos causados por el contacto de dos superficies cilíndricas

A continuación se presentan las formulas que la AGMA propone para el cálculo de la resistencia al picado y el esfuerzo a flexión en los dientes del engranaje. Adicionalmente se presenta la fórmula para determinar la potencia transmisible de acuerdo a los dos criterios de falla.

11.1 ECUACIÓN FUNDAMENTAL DE ESFUERZOS DE CONTACTO

La siguiente ecuación permite calcular los esfuerzos superficiales del engranaje.

Ecuación 5. Esfuerzos de contacto (resistencia al picado)

$$S_c = C_p \sqrt{\frac{2T_p}{F d^2 I} K_o H_v K_m C_s C_{xc}}$$

$$\sigma_H = Z_E \sqrt{\frac{2000T_1}{b d_{e1}^2 Z_I} K_A K_v K_{H\beta} Z_x Z_{xc}}$$

Donde

$C_p(Z_E)$ Es coeficiente elastico $\left[\frac{\text{lb}}{\text{in}^2} \right]^{0,5} \left(\left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right]^{0,5} \right)$

$C_s(Z_x)$ Es el factor de tamaño

$T_p(T_1)$ Es el torque de operación del piñón , lb in (n m)

$K_o(K_A)$ Es el factor de sobre carga

$K_v(K_v)$ Es el factor dinámico

$F(b)$ es el ancho neto de cara , in (mm)

$d(d_{e1})$ Es el diámetro exterior del piñón , in (mm)

$K_m(K_{H\beta})$ es el factor de corona

$I(Z_I)$ es el factor geométrico para resistencia al picado ; ver anexos

$C_{xc}(Z_{xc})$ Es el factor de rebajado (crowning factor)

(AGMA, 2003)

11.2 NUMERO DE ESFUERZO DE CONTACTO PERMISIBLE

La ecuación a continuación permite calcular el valor admisible de esfuerzos de contacto que soporta el material del engranaje.

Ecuación 6. Numero de esfuerzo de contacto permisible

$$S_{wc} = \frac{S_{ac} C_L C_H}{S_H K_T C_R}$$
$$\sigma_{HP} = \frac{\sigma_{H \text{ lim}} Z_{NT} Z_W}{S_H K_\theta Z_Z}$$

Donde

$S_{wc}(\sigma_{HP})$ es el esfuerzo de contacto permisible , lb/in² (n/mm²)

$S_{ac}(\sigma_{H \text{ lim}})$ Es la resistencia superficial , $\frac{\text{lb}}{\text{in}^2} \left(\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right)$

$C_L(Z_{NT})$ Es el factor de ciclos de esfuerzo

S_H es el factor de seguridad de contacto

$C_H(Z_W)$ es el factor de la relación de durezas

$K_T(K_\theta)$ Es el factor de temperatura

$C_R(Z_Z)$ Es el factor de confiabilidad

(AGMA, 2003)

11.3 RESISTENCIA AL PICADO ECUACIÓN DE POTENCIA

Esta ecuación determina la potencia que puede transmitir el engranaje a una velocidad especificada bajo el criterio de resistencia al picado.

Ecuación 7. Potencia transmisible (resistencia al picado)

$$P_{ac} = \frac{n_p F}{126\,000} \frac{I}{K_v K_m K_o C_s C_{xc}} \left(\frac{s_{ac} d C_L C_H}{S_H C_p K_T C_R} \right)^2$$

$$P_{az} = \frac{n_1 b}{1,91 \times 10^7} \frac{Z_I}{K_v K_{H\beta} K_A Z_x Z_{xc}} \left(\frac{\sigma_{H \text{ lim}} d_{e1} Z_{NT} Z_W}{S_H Z_E K_\theta Z_Z} \right)^2$$

Donde

P_{ac} (P_{az}) Es la potencia transmisible , hp (kw)

n_p (n_1) Es la velocidad angular del piñón , rpm

(AGMA, 2003)

11.4 ECUACIÓN FUNDAMENTAL DE ESFUERZOS A FLEXIÓN

La siguiente ecuación permite calcular los esfuerzos a flexión del diente del engranaje.

Ecuación 8. Esfuerzo a flexión en el engranaje

$$s_t = \frac{2T_p}{F d} P_d K_o K_v \left(\frac{K_s K_m}{K_x J} \right)$$

$$\sigma_F = \frac{2000 T_1}{b d_{e1}} \frac{K_A K_v Y_x K_{H\beta}}{m_{et} Y_J}$$

Donde

$s_t(\sigma_F)$ Es el esfuerzo a flexión calculado en la raíz del diente $\cdot \frac{\text{Lb}}{\text{in}^2} \left(\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right)$

$K_o(K_A)$ Es el factor de sobre carga

K_v es el factor dinámico

P_d es el paso diametral exterior transversal , in^{-1}

m_e es el modulo exterior transversal métrico , mm

$K_S(Y_x)$ es el factor de tamaño

$K_m(K_{H\beta})$ Es el factor de distribución de carga

$K_x(Y_\beta)$ Es el factor de curvatura del diente

J Es el factor geométrico para resistencia a la flexión , ver anexos

(AGMA, 2003)

11.5 NUMERO DE ESFUERZO DE CONTACTO PERMISIBLE

La ecuación a continuación permite calcular la resistencia admisible a esfuerzos a flexión que puede soportar el material.

Ecuación 9. Numero de esfuerzo a flexión permisible

$$s_{wt} = \frac{S_{ac} K_L}{S_F K_T K_R}$$
$$\sigma_{FP} = \frac{\sigma_{F \text{ lim}} Y_{NT}}{S_F K_\theta Y_Z}$$

Donde

$s_{wt}(\sigma_{FP})$ Es esfuerzo a la flexión permisible , $\text{lb/in}^2(\text{n/mm}^2)$

$s_{at}(\sigma_{F \text{ lim}})$ Es la resistencia a la flexión del material , $\text{lb/in}^2(\text{n/mm}^2)$

S_F es el factor de seguridad a la flexión

$K_L(Y_{NT})$ es el factor de ciclos de esfuerzo

$K_T(K_\theta)$ Es el factor de temperatura

$K_R(Y_Z)$ Es el factor de confiabilidad

(AGMA, 2003)

11.6 RESISTENCIA A FLEXIÓN ECUACIÓN DE POTENCIA

Esta ecuación determina la potencia que puede transmitir el engranaje a una velocidad especificada bajo el criterio de resistencia a la flexión.

Ecuación 10. Potencia transmisible (resistencia a la flexión)

$$P_{at} = \frac{n_p F}{126000} \frac{J K_x}{K_s K_m K_o K_v} \frac{s_{at} d}{P_d} \frac{K_L}{K_T K_R S_F}$$
$$P_{ay} = \frac{n_1 b}{1,91 \times 10^7} \frac{Y_J Y_\beta}{Y_x K_{H\beta} K_A K_v} \frac{\sigma_{F \text{ lim}} d_{e1} m_{et}}{1} \frac{Y_{NT}}{K_\theta Y_z S_F}$$

Donde

P_{at} (P_{ay}) Es la potencia transmisible , hp (kw)

n_p (n_1) Es la velocidad angular del piñón , rpm

(AGMA, 2003)

11.7 FACTORES AGMA

A continuación se describen los factores necesarios para el cálculo de las ecuaciones mencionadas anteriormente.

11.7.1 Factor de sobre carga K_o (K_A)

El factor de sobrecarga da una tolerancia ante alguna carga superior a la nominal. Este factor se debe determinar con cuidado, y es recomendable tener buen conocimiento en el campo. En la tabla 9 se encuentran valores recomendados, de acuerdo a la naturaleza de la carga. (HAMROCK, y otros, 2004)

11.7.2 Factor dinámico K_v

El factor dinámico da tolerancia para el efecto de la calidad diente del engranaje y está relacionado con la velocidad y la carga, y el aumento en la tensión que sigue. La AGMA utiliza un número de precisión de la transmisión Q_v para describir la precisión con la cual los perfiles del diente se espacian a lo largo del círculo de paso. Este valor puede ser determinado utilizando la ecuación 11. (SHIGLEY, y otros, 2008)

Tabla 9. Factor de sobrecarga

Característica de la fuente de potencia	Característica de carga de la maquina movida			
	Uniforme	Choque leve	Choque medio	Choque pesado
Uniforme	1.00	1.25	1.50	1.75 o mayor
Choque leve	1.10	1.35	1.60	1.85 o mayor
Choque medio	1.25	1.50	1.75	2.00 o mayor
Choque pesado	1.50	1.75	2.00	2.25 o mayor

(AGMA, 2003)

Ecuación 11. Factor dinámico

$$K_v = \left(\frac{A + \sqrt{v_t}}{A} \right)^B$$

$$K_v = \left(\frac{A + \sqrt{200v_{et}}}{A} \right)^B$$

Donde

$$A = 50 + 56(1 - B)$$

$$B = 0,25(12 - Q_v)^{\frac{2}{3}}$$

Y v_t (v_{et}) es la velocidad lineal de paso en el diámetro de paso exterior, en ft/min (m/s) (AGMA, 2003)

Ecuación 12. Velocidad lineal de paso

$$v_t = \frac{\pi d_p n_p}{12}$$
$$v_{et} = 5,236(10^{-5})d_1 n_1$$

La velocidad máxima para un número de calidad dado se determina con la ecuación 13.

Ecuación 13. Velocidad lineal de paso límite

$$v_{t \max} = [A + (Q_v - 3)]^2$$
$$v_{t \max} = \frac{[A + (Q_v - 3)]^2}{200}$$

Para casos en que el proceso de manufactura garantice un error bajo en la transmisión o calidades en el diente muy buenas, se pueden tomar valores entre 1 y 1,1; siempre y cuando se tenga un buen conocimiento de la aplicación o aplicaciones similares. (SHIGLEY, y otros, 2008)

11.7.3 Factor de tamaño

El factor de tamaño está relacionado con la resistencia del material. Este factor refleja la uniformidad de las propiedades del material y se ve afectado principalmente por el tamaño del diente, el diámetro del engranaje, ancho de cara, la relación entre el tamaño del diente y el diámetro engranaje, y características del material

Ecuación 14. Factor de tamaño (resistencia al picado)

$$C_s = \begin{cases} 0,5 & F < 0,5 \text{ in} \\ 0,125F + 0,4375 & 0,5 \leq F \leq 4,5 \text{ in} \\ 1 & F > 4,5 \text{ in} \end{cases}$$

$$Z_x = \begin{cases} 0,5 & b < 12,7 \text{ mm} \\ 0,00492b + 0,4375 & 12,7 \leq 114,3 \text{ mm} \\ 1 & b > 114,3 \text{ mm} \end{cases}$$

(SHIGLEY, y otros, 2008)

Ecuación 15. Factor de tamaño (flexión)

$$K_s = \begin{cases} 0,4867 + \frac{0,2132}{P_d} & 0,5 \leq P_d \leq 16 \text{ in}^{-1} \\ 0,5 & P_d > 16 \text{ in}^{-1} \end{cases}$$

$$Y_x = \begin{cases} 0,5 & m_{et} > 1,6 \text{ mm} \\ 0,4867 + 0,008339m_{et} & 1,6 \leq m_{et} \leq 50 \text{ mm} \end{cases}$$

11.7.4 Factor de distribución de carga

El factor de distribución de carga modifica los esfuerzos con el fin de reflejar la no uniformidad en la distribución de la carga a lo largo del diente que está afectada por la precisión en la fabricación, la huella de contacto, la alineación, las deformaciones en el diente, ejes, rodamientos, el ajuste en los rodamientos, entre otros. Con la ecuación 16 se puede calcular el valor de del factor de carga el cual tiene en cuenta el ancho de cara y condiciones de montaje, las cuales se pueden ver en la tabla 10.

Ecuación 16. Factor de distribución de carga

$$K_m = K_{mb} + 0,0036F^2$$

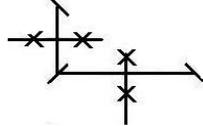
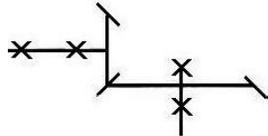
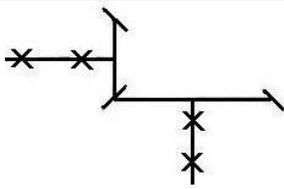
$$K_{H\beta} = K_{mb} + 5,6(10^{-6})b^2$$

Donde

$$K_{mb} = \begin{cases} 1,00 & \text{Ambos miembros montados doble apoyo} \\ 1,10 & \text{un miembro montado con doble apoyo} \\ 1,25 & \text{miembros montados en voladizo} \end{cases}$$

(HAMROCK, y otros, 2004)

Tabla 10. Tipos de montaje

Tipo de montaje	Figura
Ambos miembros montados con doble apoyo	
Un miembro montado con doble apoyo	
Miembros montados en voladizo	

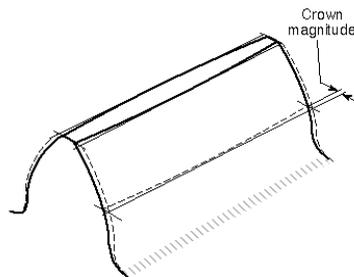
Elaboración propia

11.7.5 Factor de rebajado

Ecuación 17. Factor de rebajado

$$C_{xc} = Z_{xc} = \begin{cases} 1,5 & \text{para dientes correctamente rebajados} \\ 2,0 & \text{o mayor para engranaes no rebajados} \end{cases}$$

Figura 52. Diente rebajado



http://en.wikipedia.org/wiki/crowned_teeth

11.7.6 Factor de curvatura del diente

Este factor depende de diferentes elementos como el ángulo de espiral, curvatura a lo largo del diente

Ecuación 18. Factor de curvatura del diente

$$K_x = 0,211 \left(\frac{r_c}{A_m} \right)^q + 0,789$$

$$Y_\beta = 0,211 \left(\frac{r_{c0}}{R_m} \right)^q + 0,789$$

Donde

$$q = \frac{0,279}{\log_{10} (\sin \psi)}$$

$$q = \frac{0,279}{\log_{10} (\sin \beta_m)}$$

r_c (r_{c0}) Es el radio del cortador, in (mm)

A_m (R_m) Es distancia media del cono

ψ (β_m) es ángulo de espiral medio

Si el valor calculado es mayor que 1,15 haga el factor igual 1,15 y es menor de 1 haga el factor igual a 1 (AGMA, 2003).

11.7.7 Factor de ciclos de esfuerzo

Las ecuaciones que se presentan a continuación la AGMA la obtuvo por medio de pruebas extensas, en las cuales se trabajó con engranajes de acero carburizados.

Ecuación 19. Factor de esfuerzo para resistencia al picado

$$C_L = Z_{NT} = \begin{cases} 2 & 10^3 \leq N_L < 10^4 \\ 3,4822 N_L^{-0,0602} & 10^4 \leq N_L < 10^{10} \end{cases}$$

Ecuación 20. Factor de ciclos de esfuerzo para resistencia a flexión

$$K_L = Y_{NT} = \begin{cases} 2,7 & 10^2 \leq N_L < 10^3 \\ 6,1514n_L^{-0,1192} & 10^3 \leq N_L < 3(10^6) \\ 1,6831n_L^{-0,0323} & 3(10^6) \leq N_L \leq 10^{10} \quad \text{general} \\ 1,3558n_L^{-0,0178} & 3(10^6) \leq N_L \leq 10^{10} \quad \text{crítico} \end{cases}$$

(SHIGLEY, y otros, 2008)

11.7.8 Factor de la relación de dureza

Este factor tiene en consideración la relación de transmisión y dureza relativa del material del engrane y el piñón.

La ecuación a continuación se utiliza para engranajes templados y el factor solo se aplica a continuación se utiliza y solo se aplica para el engrane.

Ecuación 21. factor de la relación de dureza (aceros templados)

$$C_H = 1 + B_1(N/n - 1) \quad B_1 = 0,00898(H_{BP}/H_{BG}) - 0,00829$$

$$Z_W = 1 + B_1(z_1/z_2 - 1) \quad B_1 = 0,00898(H_{B1}/H_{B2}) - 0,00829$$

Donde

$H_{BP}(H_{B1})$ Es la dureza brinell mínima del piñón

$H_{BP}(H_{B1})$ Es la dureza brinell mínima del engrane

La ecuación anterior aplica cuando $1,2 \leq H_{BP}/H_{BG} \leq 1,7$ ($1,2 \leq \frac{H_{B1}}{H_{B2}} \leq 1,7$)

Cuando la se ruedan engranajes en los cuales superficie del piñón es endurecida y su dureza es mayor o igual a 48 HRC, con un engrane endurecido con dureza entre 180 a 400 HB se debe aplicar el siguiente criterio.

Ecuación 22. Factor de relación de durezas (engranajes endurecidos superficialmente)

$$C_H = 1 + B_2(450 - H_{BG}) \quad B_2 = 0,00075 e^{-0,0122 f_{Ra}}$$

$$Z_W = 1 + B_2(450 - H_{B2}) \quad B_2 = 0,00075 e^{-0,52 R_{a1}}$$

Donde

e es la base del logaritmo natural

$f_P(R_{a1})$ Es la rugosidad de la superficie del piñón , μin (μm)

$H_{BG}(H_{B2})$ Es la dureza brinell del material del engrane , HB

Finalmente si la dureza del material del piñón y el engrane son aproximadamente iguales el factor es 1.(AGMA, 2003)

11.7.9 Factor de temperatura

Este factor tiene en cuenta las implicaciones de la temperatura en las propiedades del material.

Ecuación 23. Factor de temperatura.

$$K_T = \begin{cases} 1 & 32^\circ F \leq t \leq 250^\circ F \\ (460 + T_T)/710 & t > 250^\circ F \end{cases}$$

$$K_\theta = \begin{cases} 1 & 0^\circ C \leq t \leq 120^\circ C \\ (273 + \theta_T)/393 & t > 120^\circ C \end{cases}$$

Donde

$T_T(\theta_T)$ Es la temperatura maxima de trabajo del engranaje
(HAMROCK, y otros, 2004)

11.7.10 Factor de confiabilidad

Este factor tiene en cuenta la confiabilidad que se desea, basándose en la probabilidad de falla. En tabla 11 se presenta valores de este factor.

Tabla 11. Coeficiente de confiabilidad

Requerimientos de la aplicación	Factores de confiabilidad para acero ¹	
	$C_R(Z_Z)$	$K_R(Y_Z)^2$
Menos de una falla en 10 000	1.22	1.50
Menos de una falla en 1000	1.12	1.25
Menos de una falla en 100	1.00	1.00
Menos de una falla en 10	0.92	0.85 ³
Menos de una falla en in 2	0.84	0.70 ⁴

¹al momento no se presentan valores para materiales diferentes al de esta tabla
²la ruptura del diente es considera en algunos casos un peligro mayor que el picado en estos casos el valor del factor para flexión puede ser mayor
³en este valor el flujo plástico pudo ocurrir en lugar del picado
⁴para datos de extrapolación.

(AGMA, 2003)

11.7.11 Coeficiente elástico para resistencia al picado

Este factor relaciona el modulo de elasticidad y la razón de poisson del piñón y el engrane.

Ecuación 24. Coeficiente elástico

$$C_P = \sqrt{\frac{1}{\pi[(1 - \mu_P^2)/E_P + (1 - \mu_G^2)/E_G]}}$$

$$Z_E = \sqrt{\frac{1}{\pi[(1 - \nu_1^2)/E_1 + (1 - \nu_2^2)/E_2]}}$$

Donde

$C_P(Z_E)$ es el coeficiente elástico , $[\text{lb}/\text{in}^2]^{0.5}$ ($[\text{N}/\text{mm}^2]^{0.5}$), $C_p=2290$ (190) para acero
 μ_P, μ_G (ν_1, ν_2) es la razón de poisson para el piñón y el engrane respectivamente

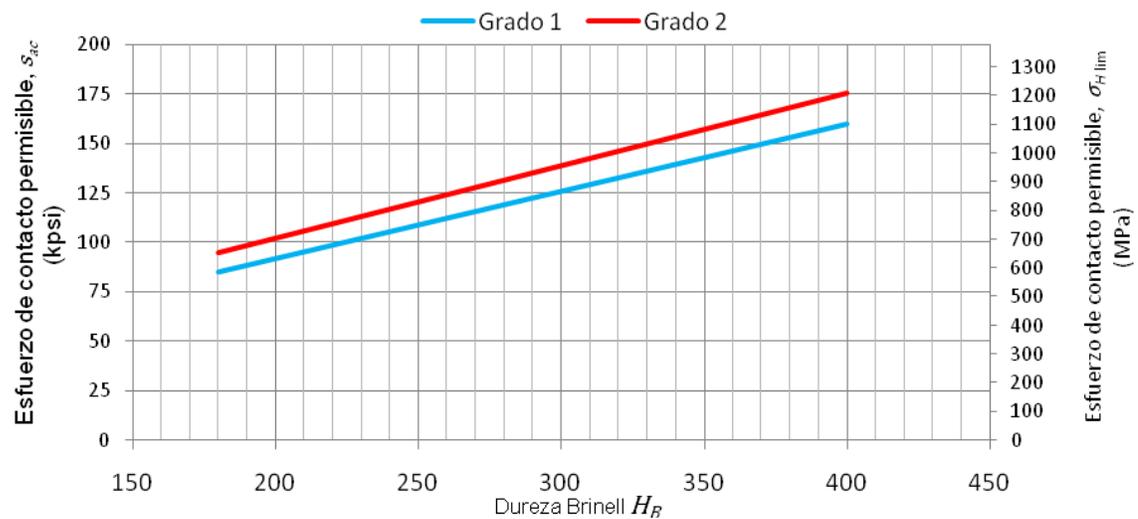
$E_P, E_G (E_1, E_2)$ es el modulo de elasticidad para los materiales del piñón y el engrane respectivamente, lb/in^2 (N/mm^2)

(AGMA, 2003)

11.8 ESFUERZOS DE CONTACTO Y FLEXIÓN PERMISIBLES

Esta sección introduce tablas y graficas las cuales suministran datos del esfuerzo de contacto y flexión permisible para el material usado normalmente en engranajes. Los valores que se encuentran en estas tablas y graficas han sido determinados por la AGMA por medio de mediciones y la experiencia.

Figura 53. Numero de esfuerzo de contacto superficial permisible para engranajes de acero endurecido completamente



(SHIGLEY, y otros, 2008)

Tabla 12. Esfuerzo de contacto permisible para engranajes de acero

Material	Tratamiento térmico	Dureza superficial mínima	Numero de esfuerzo a flexión permisible $s_{at}(\sigma_{F lim})$ lbf/in ² (n/mm ²)			Numero de esfuerzo de contacto permisible $s_{ac}(\sigma_{H lim})$ lbf/in ² (n/mm ²)		
			Grado 1	Grado 2	Grado 3	Grado 1	Grado 2	Grado 3
Acero	Endurecido directamente	Ver Figura 53	Ver Figura 54	Ver Figura 54		Ver Figura 53	Ver Figura 53	
	Endurecidos por flama o inducción <ul style="list-style-type: none"> • Raíces endurecidas • Sin endurecer raíces 	50 HRC	15000 (85) 22 500(154)	13 500 (95)		175 000 (1210)	190 000 (1310)	
	Carburización	Ver norma AGMA 2003-b7	30 000 (205)	35 000 (205)	40 000 (275)	200 000 (1380)	225 000 (1550)	250 000 (1720)
AISI 4140	Nitruración	84.5 hr15n		22 000 (150)			145 000 (1000)	
Nitralloy 135m	Nitruración	90.0 hr15n		24 000 (165)			160 000 (1100)	

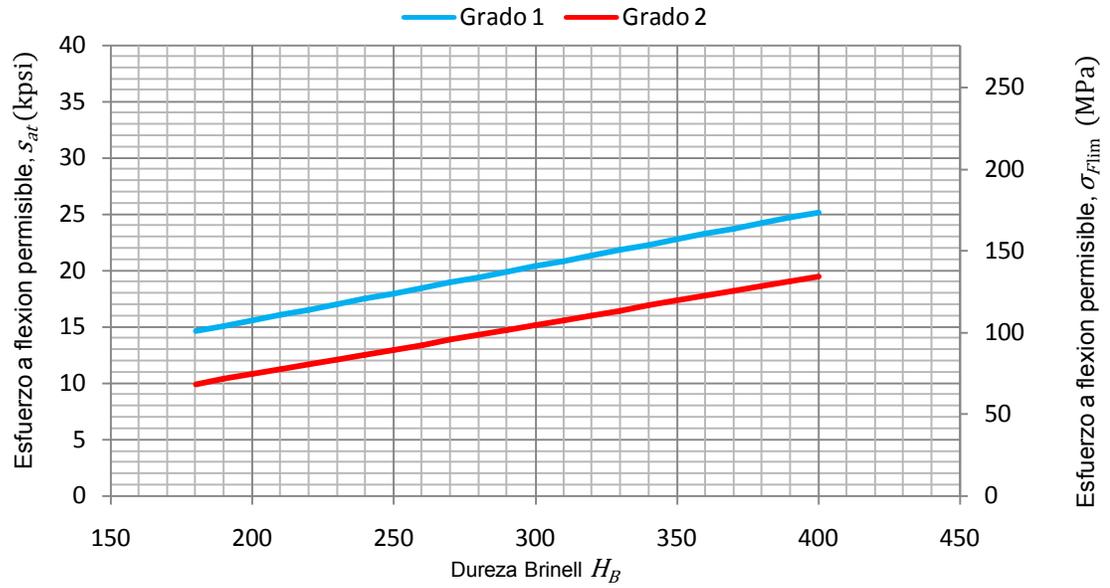
(SHIGLEY, y otros, 2008)

Tabla 13. Esfuerzo de contacto permisible para engranajes de hierro

Material	Designación del material		Tratamiento térmico	Dureza superficial mínima	Numero de esfuerzo flexión permisible $s_{at}(\sigma_{F lim})$ lbf/in ² (n/mm ²)	Numero de esfuerzo de contacto permisible $s_{ac}(\sigma_{H lim})$ lbf/in ² (n/mm ²)
	ASTM	ISO				
Hierro fundido	ASTM A46	ISO/DR 185	Desde fundición	175HB	4500 (30)	50 000 (345)
	Clase 30	Grado 200		200HB	6500 (45)	65 000 (450)
	Clase 40	Grado 300	Desde fundición			

(SHIGLEY, y otros, 2008)

Figura 54. Numero de esfuerzo a flexión permisible para engranajes de acero endurecido completamente



(AGMA, 2003)

12. CASO DE ESTUDIO

Después de toda la teoría presentada anteriormente se procede a realizar el diseño y análisis de unos engranajes. Para este caso se realizara el diseño de los engranajes para una caja de reenvío, la cual permite a la vez de realizar una reducción de velocidad obtener la salida de potencia a 90°. Esta caja de reenvío pertenece al modelo CREN 24, el cual se puede ver en el catalogo de la empresa Industrias FAMA.

Para el diseño se utilizan engranajes cónicos espirales los cuales tienen como datos geométricos los siguientes:

Módulo = 2.54

Ángulo de presión = 20°

Número de dientes piñón = 20

Número de dientes engrane = 49

Ángulo de espiral de 35°

Para el Engranaje:

Módulo = 2.54mm.

Número de dientes = 49

Relación de engranaje = 2,45

Razón de transmisión = 0,408

Ángulo primitivo o de paso = 67.796°

Diámetro primitivo del engrane = 124.46mm

Generatriz del cono primitivo = 67.214mm

Ancho de la cara = 22.1606mm

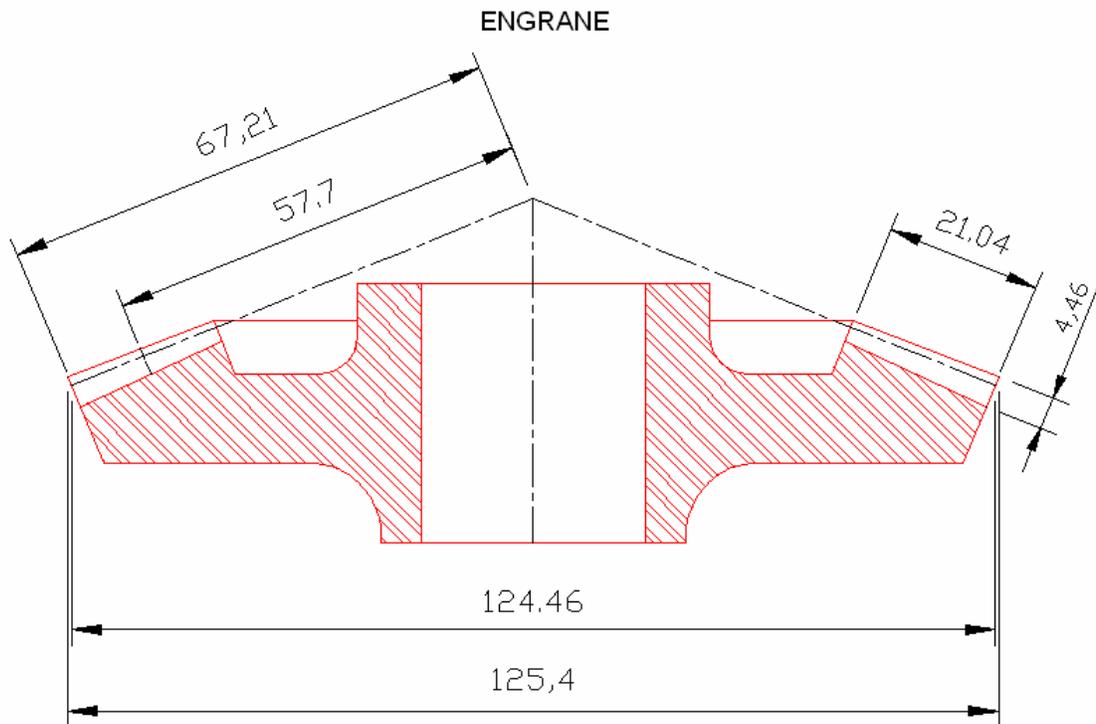
Generatriz media del cono primitivo = 57.7mm

Adendo del diente = 1.243mm

Dedendo del diente = 3.22 mm

Altura total del diente = 4.46mm
Ángulo del adendo = 1.0594°
Ángulo del dedendo = 2.742°
Diámetro exterior del engranaje = 125.4mm
Espesor del diente. = 3.295mm
Ángulo de fresado = 65.054°
Ángulo de torneado = 68.855°

Se puede observar el dibujo del engrane con sus dimensiones



Para el Piñón:

Relación de engranaje = 2.45
Diámetro primitivo del piñón = 50.8mm
Ángulo primitivo o de paso = 22°12'0''
Generatriz del cono primitivo = 67.224mm

Ancho de la cara del piñón = 22.182mm

Generatriz media del cono primitivo = 56.133mm

Adendo del diente $g = 1.6 \cdot m - a = 1.6 \cdot 2.54 - 1.243 = 2.821\text{mm}$

Dedendo del diente = 1.641

Altura total del diente = 4.46mm

Ángulo del adendo = 2.403°

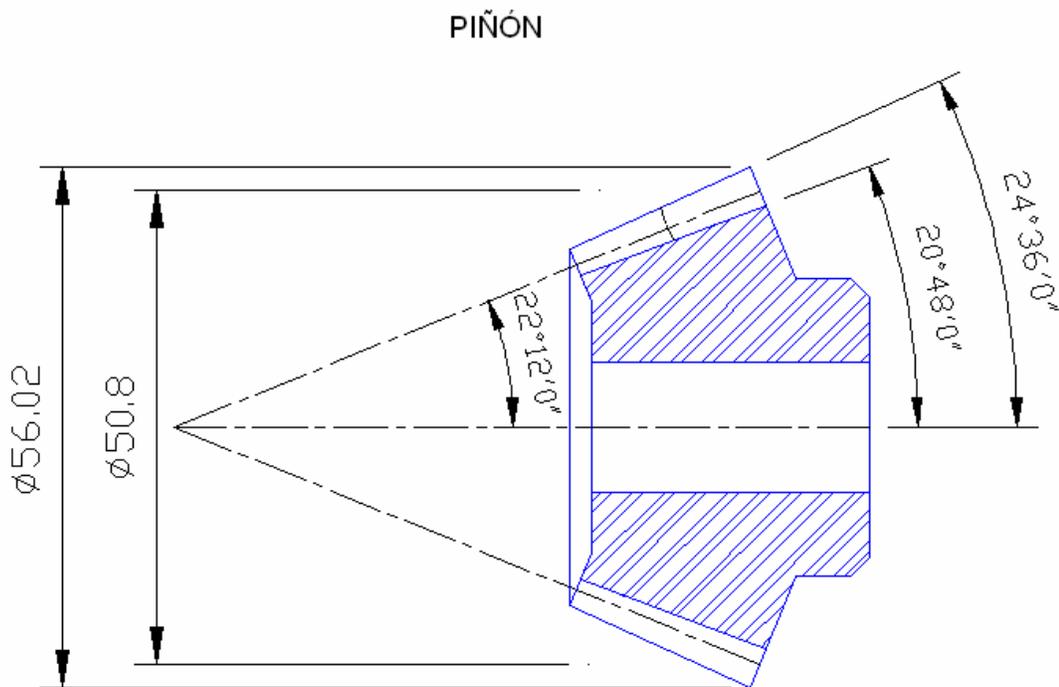
Ángulo del dedendo = 1.38°

Diámetro exterior del piñón = 56.021mm

Espesor del diente sobre circunferencia de radio equivalente = 4.684mm

Ángulo de fresado = $20^\circ 48' 0''$

Ángulo de torneado = $24^\circ 36' 0''$



13. CONCLUSIONES

Se encontró que dentro de los engranajes cónicos existen una serie de geometrías posibles que hacen que el diseño y su utilización en el mercado sean muy variada. Mostrando la gran importancia que tiene estos elementos en el medio industrial. A partir de lo anterior se confirma la validez e importancia del desarrollo de este proyecto el cual permitió adquirir un conocimiento en un tema que a nivel nacional es poco difundido.

En cuanto a la manufactura de los engranajes cónicos espirales e hipoidales, se determino su grado de importancia en los engranajes, ya que estos tienen una gran influencia en la geometría del engranaje, la cual varía principalmente la forma de los dientes del engranaje y por consiguiente en la resistencia de los mismos.

A partir de la experiencia que se ha tenido en el campo se ve que en cuanto a las técnicas de fabricación el conocimiento que se posee en el país es muy bajo. Se conoce especialmente la técnica gleason que se refiere al face milling. Respecto a face hobbing el conocimiento del proceso de manufactura es casi nulo.

El conocimiento de los modos de falla que se presentan en los engranes es de gran importancia, ya que estos modos no son exclusivos para engranajes cónicos espirales e hipoides sino que se presentan en toda la familia de engranajes. Adicionalmente al momento de diseñar permite tener una mejor claridad sobre los efectos que se desean evitar en el engranaje, y así realizar una mejor selección de algunos factores para el montaje de los engranajes, y también realizar un análisis de resistencia de materiales más preciso.

Enfrentarse a la fase de fabricación de un engranaje es muy importante para el diseño y análisis de engranajes cónicos espirales e hipoides, ya que esto permite aclarar y entender mejor, los términos y factores que se manejan en este proyecto.

14. BIBLIOGRAFÍA

AGMA. 2005. *Design Manual for Bevel Gears (ANSI/AGMA 2005--D03)*. Alexandria : American Gear Manufacturers Association, 2005. ISBN: 1--55589--818--1.

—. **2003.** *Rating the Pitting Resistance and Bending Strength of Generated Straight Bevel, Zero/ Bevel and Spiral Bevel Gear Teeth (ANSI/AGMA 2003-897)*. Alexandria : American Gear Manufacturers Association, 2003. ISBN: 1-55589-892-8.

ARIAS PAZ, Manuel. 2003. *MOTOCICLETAS*. 32 ed. Madrid : CIE Inversiones Editoriales Dossat 2000 S.L., 2003. págs. 521-524. ISBN 84-95312-07-7.

Arrow Gear Company. 2008. Arrow Gear Company. [En línea] 2008. [Citado el: 4 de Enero de 2009.] http://www.arrowgear.com/products/hypoid_gears.htm.

Bodine Electric Company. 1993. *Small Motor, Gearmotor and Control Handbook*. Ed 5. s.l. : Bodine Electric Company, 1993. ISBN 9994765133.

CARAZO LÓPEZ, Marino. 2003. *Maquinas herramientas apuntes de taller, 2 calculos tecnologicos*. Primera edicion. Barcelona : Edicions UPC, 2003. pág. 286. ISBN 8483016974.

Carbs, Wood. 2001. Wood performance carburetors. [En línea] 2001. [Citado el: 20 de Enero de 2009.] <http://www.woodcarbs.com/images/HELICAL%20GEARS%20013a.jpg>.

Co, Minchen Gear. 1996. Minchen Gear Co., Ltd. [En línea] 1996. [Citado el: 25 de Enero de 2009.] http://www.allproducts.com/machine/minchen/32-zerol_bevel_gear.html.

DEGARMO, Paul E, Black, Temple J y KOHSER, Ronald A. 1994. *Materiales y procesos de fabricación*. Ed. 2. Barcelona : Reverté S.A, 1994. págs. 903-923. Vol. II. ISBN 8429148221.

DELANGE, Gary. 2006. Failure Analysis for Gearing. [En línea] ELECON ENGINEERING COMPANY LIMITED, 17 de Octubre de 2006. [Citado el: 5 de Abril de 2009.] <http://www.elecon.com/gearworld/dat-gw-failure.html>.

DEUTSCHMAN, Aaron J, MICHELS, Walter J y Wilson, Charles E. 1985. *Diseño de Máquinas*. Primera Ed. Mexico : Compañía Editorial Continental, S.A., 1985. ISBN 968-26-0600-4.

DUDLEY, Darle W. 1994. *Handbook of Practical Gear Design*. s.l. : CRC Press, 1994. pág. 688. ISBN 1566762189.

—. **1983.** *Manual de engranajes*. Cuarta edición. México : Continental, S:A de C.V., 1983.

Enar. 2008. Enar. *Enar engranajes especiales*. [En línea] 23 de Febrero de 2008. [Citado el: 19 de Enero de 2009.] <http://www.engranajesenar.com.ar/paginas/engranages.html>.

ERRICHELLO, Robert L y MULLER, Jane. 2001. How to Analyze Gear Failures. *Practicing Oil Analysis*. [En línea] Enero de 2001. [Citado el: 5 de Abril de 2009.] http://www.oilanalysis.com/article_detail.asp?articleid=150.

Gemini. 1998. Gemini. [En línea] 13 de Febrero de 1998. [Citado el: 25 de Enero de 2009.] <http://gemini.tntech.edu/~slc3675/me361/lecture/grnts4.html>.

HAMROCK, Bernard J, SCHMID, Steven R y JACOBSON, Bo O. 2004. *Fundamentals of Machine Elements*. 2 ed. New York : McGraw-Hill Professional, 2004. págs. 671-688. ISBN 0072976829.

Himmelman, Paul. 2005. Paul Himmelman. [En línea] 8 de Enero de 2005. [Citado el: 19 de Enero de 2009.] <http://www.himmelman-paul.de/>.

KOHARA GEAR INDUSTRY CO., LTD. 2007. Elementary Information on Gears. [En línea] 26 de Febrero de 2007. [Citado el: 14 de Enero de 2009.] http://www.khkgears.co.jp/en/gear_technology/guide_info.html.

—. **2006.** Introduction to gears. [En línea] 1 de Noviembre de 2006. [Citado el: 17 de Noviembre de 2008.] http://www.khkgears.co.jp/en/gear_technology/guide_info.html.

—. **2007.** Numerical Formulas and Tables. [En línea] 26 de Febrero de 2007. [Citado el: 19 de Enero de 2009.] http://www.khkgears.co.jp/en/gear_technology/guide_info.html.

—. **2007.** Practical Information on Gears. [En línea] 9 de Septiembre de 2007. [Citado el: 19 de Enero de 2009.] http://www.khkgears.co.jp/en/gear_technology/guide_info.html.

—. **2007.** The ABCs of Gears. *The Introductory course*. [En línea] 5 de Enero de 2007. [Citado el: 19 de Noviembre de 2008.] http://www.khkgears.co.jp/en/gear_technology/guide_info.html.

KRENZER, Theodore J, M.S. y HOTCHKISS, Robert G, B.S. 2004. BEVEL AND HYPOID GEARS. [aut. libro] JOSEPH EDWARD SHIGLEY, THOMAS H BROWN y CHARLES R MISCHKE. *Standard Handbook of Machine Design*. 3 ed. s.l. : McGraw-Hill Professional, 2004.

MAIURI, T.J. 2007. Spiral Bevel and Hypoid Gear Cutting Technology Update. [En línea] 20 de Julio de 2007. [Citado el: 7 de Noviembre de 2008.] <http://www.geartechnology.com/>.

MARGHITU, Dan B. 2001. *Mechanical Engineer's Handbook*. San Diego : Academic Press, 2001. págs. 253-275. ISBN 012471370X.

Marine Associates. 2008. Marine Associates. [En línea] 2 de Octubre de 2008. [Citado el: 21 de Enero de 2009.] <http://www.marineassociates.com/OldSite/MVC-011F.JPG>.

MAYER, Omar E. 2008. Universidad De Buenos Aires. [En línea] Diciembre de 2008. [Citado el: 17 de Enero de 2009.] materias.fi.uba.ar/6712M/Teorema%20del%20Engrane.pdf.

MAYURAM, M.M.,Prof. y GOPPINATH, K., Prof. 2008. Machine Design II. *IIT Madras*. [En línea] 11 de Septiembre de 2008. [Citado el: 7 de Abril de 2009.] http://nptel.iitm.ac.in/courses/IIT-MADRAS/Machine_Design_II/.

MOTT, Robert L. 2006. *Diseño de elementos de máquinas*. Ed 4. México D.F : Pearson Educación, 2006. pág. 872. ISBN 9702608120.

MUIRI, T.J. 2007. Gear Thechnology. [En línea] Julio de 2007. [Citado el: 10 de Noviembre de 2008.] www.geartechnology.com.

NORTON, Robert L. 2005. *DISEÑO DE MAQUINARIA*. 3 ed. México D.F : Mc Graw-Hill, 2005. pág. 749. ISBN 970-10-4656-0.

—. **1999.** *Diseño de máquinas*. s.l. : Prentice-Hall, 1999. ISBN 9701702573.

OBBERG, Erik, y otros. 2004. *Machinery's Handbook*. [ed.] Christopher J MCCAULEY. 27 ed. New York : Industrial Press Inc., 2004. ISBN 0-8311-2737-6.

SHIGLEY, Joseph E, y otros. 2008. *Shigley's Mechanical Engineering Design*. 8 ed. s.l. : McGraw-Hill Education, 2008. págs. 713-804. ISBN: 0-390-76487-6.

SOCIETY OF AUTOMOTIVE ENGINEERS. 1990. *GEAR DESIGN AE-15: Manufacturing and Inspection Manual*. 1990. pág. 643. ISBN 1560910062.

STADTFELD, Hermann J. 2008. *GEAR ENCICLOPEDIA*. [DVD] Rochester, New York, United States of America : Gleason, 2008.

STADTFELD, Hermann J. Dr. 2006. Face Hobbing-Lapping or Face Milling-Grinding. [En línea] Agosto de 2006. [Citado el: 13 de Noviembre de 2008.] www.gleason.com.

STADTFELD, Hermann J.,Dr. 2001. The Basics of Spiral Bevel Gears. [En línea] 11 de Enero de 2001. [Citado el: 4 de Noviembre de 2008.] www.geartechnology.com.

STOKES, Alec. 1992. *Manual Gearbox Design*. Manchester : Society of Automotive Engineers, 1992. ISBN 0 7506 0417 4.

TORFASON, L. E. 2004. A THESAURUS OF MECHANISMS. [aut. libro] JOSEPH EDWARD SHIGLEY, THOMAS H BROWN y CHARLES R MISCHKE. *Standard*

Handbook of Machine Design. 3 ed. s.l. : McGraw-Hill Professional, 2004, pág. 2.20.

Wikipedia. 2006. Engranaje. *Wikipedia*. [En línea] 2006. [Citado el: 10 de Enero de 2009.] <http://es.wikipedia.org/wiki/Engranaje>.

—. **2006.** Velocidad de transmisión. *Wikipedia*. [En línea] 15 de Marzo de 2006. [Citado el: 1 de Diciembre de 2008.] http://es.wikipedia.org/wiki/Velocidad_de_transmisi%C3%B3n.

ANEXOS

Ver CD con programa matlab, imágenes.