

# Condiciones Óptimas y Análisis de Sensibilidad para el Diseño de un elemento óptico difractivo para litografía por escritura directa

Jaime Eduardo Cortés Gálvez

Universidad EAFIT  
Escuela de Ciencias  
Departamento de ciencias físicas  
Medellín- Antioquia  
2019

# Condiciones Óptimas y Análisis de Sensibilidad para el Diseño de un elemento óptico difractivo para litografía por escritura directa

Jaime Eduardo Cortés Gálvez

Trabajo de grado presentado como requisito parcial para optar al título:  
MSc. en Física Aplicada

Asesor: Juan Manuel Jaramillo O  
Co-Asesor: Juan José Cadavid

Línea de Investigación en Micro fabricación  
Maestría en Física Aplicada  
Universidad EAFIT  
2019

Nota de aceptación

---

---

Presidente del Jurado

---

Jurado

---

Jurado

---

Medellín 22 de Abril de 2019

A Dios, que me acompañó en medio de mis fragilidades para realizar esta investigación

## Agradecimientos

A mi esposa y a mi hijo por su apoyo durante este tiempo de investigación y por su paciencia ante las ausencias debidas al trabajo y al estudio.

A mis papas por su constante esfuerzo y dedicación y porque me han enseñado a ser quien soy.

Agradezco a Colciencias por el financiamiento del proyecto <<Asistente anestésico automático en tiempo real con Head Up display>> con código 121656237115, a EAFIT por su financiación de la Beca de Maestría en el marco de dicho proyecto y a la empresa SOPNUS S.A.S.

Al Doctor Luis Fernando Botero, por sus conocimientos y valiosos aportes al proyecto <<Asistente anestésico automático en tiempo real con Head Up Display>>.

Quiero agradecer a todos los profesores del programa de Física Aplicada de la universidad EAFIT, en especial a mi asesor de tesis el Dr Juan Manuel Jaramillo, por su tiempo y dedicación, por su gran conocimiento y abundancia de ideas sin los cuales esta tesis no hubiera sido posible, además por introducirme en el maravilloso mundo de la Micro Ingeniería.

Al Doctor Diego Acosta por su asesoría en optimización de procesos químicos y por compartir sus conocimientos para llevar a cabo este trabajo.

Al Ph.D. Helmuth Trefftz y al Dr. Christian Díaz León por su conocimiento y apoyo en la realización de la investigación Asistente de Anestesia con Head Up Display.

Quiero también agradecer a Angela Maria Sánchez, Ricardo Pardo y al equipo de administración de la Investigación <<Asistente anestésico automático en tiempo real con Head Up Display>> por sus aportes al seguimiento administrativo y financiero.

A Adriana García, Juliana Ortiz y Juan Guillermo Flórez, de Innovación EAFIT, por su apoyo en la gestión del proyecto.

Al profesor Daniel Velásquez, al profesor René Restrepo quienes con su conocimiento me ayudaron a entender un poco más del mundo de la holografía y la óptica.

Al Ingeniero Físico Carlos Cuartas y en especial al Ingeniero físico Juan José Cadavid, por sus explicaciones y consejos en óptica de Fourier mostradas de forma práctica en el laboratorio de fotónica y a sus consejos respecto a la investigación en general.

## CONTENIDO

1. Introducción .....	1
2. Resumen.....	2
3. Objetivos .....	3
3.2 Objetivos Específicos.....	3
4. Justificación .....	4
5. Estado del arte .....	5
6. Marco teórico.....	12
6.1 Placa Zonal de Fresnel de amplitud .....	12
6.2. Placa Zonal de Fresnel con fase binaria .....	14
6.3 Placa Zonal de Fresnel con fase flameada .....	15
6.4 Placa zonal de Fresnel con 4 niveles de fase.....	16
6.5. Tamiz de fotones – Photon sieve (PS).....	17
6.6. Propagación del campo óptico .....	19
6.6.1. Amplitud compleja e Intensidad .....	22
6.6.2. Campo de onda plano .....	23
6.6.3. Espectro angular.....	25
6.6.4. Propagación del espectro angular.....	27
7. Materiales y Métodos .....	31
7.1. Optimizar el número de zonas de la Placa zonal de Fresnel.....	31
7.2. Diseño computacional de un elemento óptico difractivo.....	31
7.3. Propagación de un frente de onda plano.....	32
7.4. Determinación del tamaño de spot para una geometría y/o fase dada.....	32
7.5. Validación del método con datos de la literatura.....	33
8. Resultados y discusión .....	35
8.1. Optimizar el número de zonas .....	35
8.2. Diseño computacional de un elemento óptico difractivo - PZF .....	37
8.3. Diseño computacional de un elemento óptico difractivo – Photon Sieve.....	40
8.4. Comparación de Elementos ópticos difractivos PZF VS PS .....	42
9. Conclusiones.....	45
10. Trabajo Futuro.....	47

Axicon.....	47
Axilens .....	48
11. BIBLIOGRAFÍA.....	50
12. ANEXOS .....	53
ANEXO 1- Función de Valor Complejo .....	53
ANEXO 2 - Suite de simulación y diseño de DOE.....	54
ANEXO 3- Simulation.m.....	55
ANEXO 4 – FZP_function.m .....	56
ANEXO 5 – PhotonSieve_function.m .....	57
ANEXO 6 – Perforation.m.....	59
ANEXO 7 – AngularSpectrumPropag.m.....	60
ANEXO 8 – fwhm.m .....	62
ANEXO 9 – secant.m.....	63

## 1. Introducción

La litografía es una técnica que ha revolucionado los avances en la construcción de circuitos integrados, dispositivos biotecnológicos, dispositivos ópticos y fotónicos[1], dispositivos para recolección de energía y dispositivos para el cuidado del medio ambiente [2][3][4][5].

Estos dispositivos convierten entradas físicas como luz, aceleración, presión, temperatura en una salida eléctrica o transforman potencia eléctrica en movimiento mecánico. Ejemplos de esto son: micro acelerómetros, DMDs (Digital Micromirror Devices), sensores de presión, micro bombas, micro válvulas, interruptores ópticos, componentes de celulares, micro celdas de combustible, entre muchos otros dispositivos[6][7][2].

Con el fin de desarrollar dispositivos, a escala submicrométrica, se hace necesario implementar en litografía por escritura directa, un elemento óptico focalizador cuya resolución esté en este rango, uno de ellos son las placas zonales de Fresnel (PZF) [8] o Photon Sieves (PS). Estos dispositivos llamados Diffractive Optical Element (DOE) enfocan la luz sobre un substrato que posee una resina sensible a la luz Ultravioleta (UV) con el fin de grabar un patrón geométrico. Las PZF están formadas por anillos concéntricos llamados zonas, y son diseñadas de acuerdo a la fuente de luz. Una forma de mejorar el contraste y por tanto la resolución alcanzada por las Placas zonales de Fresnel es utilizar un Photon Sieve.

La construcción de una PZF es costosa y consume tiempo, debido al proceso de manufactura que se requiere. Para disminuir dichos costos se recomienda realizar previamente una simulación que permita medir el tamaño del spot.

Como el tamaño del spot está relacionado con el ancho de la última placa zonal es importante optimizar el número mínimo de placas que se requieren para obtener una resolución en la escala de submicras ahorrando tiempo y costos en el proceso

de manufactura. En este trabajo se desarrolló un software que permite modificar la fase, modificar la geometría del elemento óptico difractivo, simular la propagación de luz generada por un láser a través de él y medir como varía la eficiencia energética (máxima intensidad de luz en la zona del spot) y la resolución del spot de luz en el plano focal.

## 2. Resumen

En este trabajo se desarrolló un software que permite modificar la fase y la geometría de un elemento óptico difractivo. Adicionalmente se desarrolló un propagador de espectro angular que imprime en el plano focal un patrón de difracción.

Una vez formado el patrón de difracción se midió el “Full Width Half Maximun” para obtener la resolución alcanzada. El propagador no supera la complejidad algorítmica  $O(n^2)$ .

El orden que se seguirá es el siguiente: primero se realizará una análisis del estado del arte para observar como se han modificado los elementos ópticos difractivos tanto en su fase como en su geometría, luego se procederá a revisar la literatura en cuanto a las alternativas de propagadores que se han implementado para el análisis del campo óptico, se revisará la forma de medir el patrón de difracción formado en el plano focal de interés y se concluirá con los parámetros de fabricación óptimos para el elemento óptico difractivo diseñado.

En la sección 3 de este trabajo se plantean los objetivos de investigación, en la sección 4 se describe la importancia del software de simulación y diseño desarrollado. En la sección 5 se realiza un análisis del estado del arte de dos elementos ópticos difractivos, la placa zonal de Fresnel y los Photon Sieve. En la sección 6 se explica en el marco teórico como se construye una placa zonal de Fresnel y cuáles son los criterios para su diseño. En esta misma sección se da una explicación de como construir un Photon Sieve o tamiz de fotones y sus factores importantes de diseño. Luego se presenta el método de propagación del campo

óptico, el propagador del espectro angular y se da una breve discusión de porque se eligió este propagador.

En la sección 7 se presentan los materiales y métodos que serán utilizados para desarrollar el software de simulación para el diseño de elementos ópticos difractivos. En la sección 8 se da una breve discusión y análisis de resultados. En la sección 9 se describen los módulos que conforman el software, en la sección 10 se presentan las conclusiones, en la sección 11 se presentan trabajos futuros y en la última sección la bibliografía.

### 3. Objetivos

#### 3.1 Objetivo General

Implementar un software que construya la estructura de una placa zonal de Fresnel y que simule la propagación de un haz de láser a través de ella teniendo como criterios de optimización de la placa zonal: la eficiencia energética (máxima intensidad de luz en la zona del spot) y la resolución del spot de luz en el plano focal.

#### 3.2 Objetivos Específicos

- i) Desarrollar un algoritmo que construya una Placa Zonal de Fresnel y que permita variar su geometría y su fase.
- ii) Desarrollar un algoritmo que permita propagar un frente de onda plano que pasa a través de una Placa Zonal de Fresnel.
- iii) Medir el tamaño e intensidad de spot producido por la Placa Zonal de Fresnel implementada por software.
- iv) Validar la metodología comparando las medidas obtenidas con datos de la literatura.

## 4. Justificación

En la literatura sobre litografía, normalmente se diseña por software la estructura de un elemento óptico difractivo tal como una PZF (Placa Zonal de Fresnel) o un PS (Photon Sieve), luego se procede a fabricar y verificar [9]–[12]. Pero usualmente no se acude a la óptica de Fourier para modelar y simular la propagación del campo óptico y medir su patrón de difracción como si fuera un laboratorio de medición previo a la fabricación.

La PZF o el PS se diseñan y analizan mediante un software CAD íntimamente relacionado con la máquina que los fabrica y en algunas ocasiones se propaga el campo óptico hasta la ubicación deseada mediante varios propagadores de propósito específico[13]–[16]. El propagador utilizado se elige de acuerdo a las propiedades de iluminación y las distancias involucradas y aunque un propagador general no es posible por el aliasing que sufre la fase con la distancia. En la literatura no se ha encontrado un propagador, computacionalmente bien vectorizado, flexible y adecuado a cualquier elemento óptico difractivo (redes de difracción, redes de difracción circulares, axilens, axicon y tamices de fotones), que permita estudiar el patrón de luz formado en el plano focal y cuya complejidad computacional no supere  $O(n^2)$ .

En esta tesis se implementó un propagador de espectro angular que permite analizar la relación entre la eficiencia de difracción y la resolución del patrón de difracción en cualquier posición axial para modificar la estructura o propiedades del elemento óptico difractivo previamente a la fabricación.

También en esta tesis se diseñó una metodología que ayuda a diseñar cualquier elemento óptico difractivo acudiendo a la óptica de Fourier y al modelamiento y simulación de las propiedades de los elementos ópticos difractivos.

## 5. Estado del arte

La litografía es una técnica para crear patrones y pequeñas estructuras con detalles que pueden variar entre pocos nanómetros hasta decenas de milímetro. Usualmente la litografía se divide en litografía por medio de máscaras que transfieren los patrones sobre áreas grandes, y litografía sin máscaras que fabrica patrones arbitrarios mediante escritura directa sobre el substrato[17].

Tanto en litografía con máscaras como sin máscaras se busca minimizar la resolución de grabado a un valor menor o igual a  $\lambda/2$ , utilizando quantum entanglement con un medio de registro no lineal [18], mediante estado de atrapamiento o por medio de oscilaciones de Rabi coherentes. Estas técnicas de fotolitografía cuántica requieren un campo óptico lo suficientemente fuerte para inducir la absorción de múltiples fotones y lo suficientemente débil para mostrar características cuánticas, lo cual es un desafío.

En todas las técnicas la mejora en resolución tanto en litografía clásica como cuántica depende únicamente de las propiedades del proceso de absorción de  $N$  fotones y por lo tanto se busca eliminar los componentes de frecuencia espacial bajos y mantener los componentes de frecuencia altos, esta es una de las razones por las cuales se eligió el propagador de espectro angular.

Otro método para mejorar la resolución de un sistema fotolitográfico con base en las propiedades clásicas de la luz es por medio del uso de DOEs tales como redes de difracción de amplitud, redes de difracción de fase binaria o sinusoidal, redes de difracción bidimensionales, redes de difracción binarias circulares (axicon), Placas Zonales de Fresnel (PZF) y Photon Sieves (PS) entre otros.

De estos DOE los axicons, las PZF y los PS permiten controlar el desfase de la luz transmitida en  $\pi$ , lo que corresponde a una diferencia de camino de  $\lambda/2$ . Las modificaciones geométricas y de fase se realizan entorno al radio, lo cual nos

permite obtener un patrón de difracción en forma de anillo en lugar de un patrón de difracción de varios puntos de luz (ordenes de difracción) a lo largo de los ejes, situación ideal para modificar la resolución en el patrón de difracción.

Finalmente, el estado del arte se centrará en determinar con cual fase y cual geometría de la PZF y el PS se obtiene la mejor resolución y la mejor eficiencia energética posible.

En 1822 Augustin Jean Fresnel convirtió una lente esférica gruesa Figura 1(a) en un lente de Fresnel removiendo el material de vidrio que no aporta a la potencia óptica sin alterar la funcionalidad del lente, excepto por la introducción de los efectos de borde que ocurren en las fronteras de las diferentes secciones, ver Figura 1(b).



(a) Lente plano convexo



(b) Lente de Fresnel 1

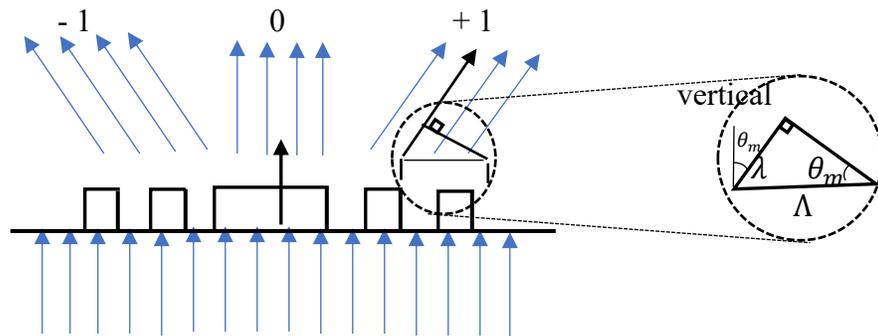


(c) Lente de Fresnel 2

**Figura 1.** Conversión de lente plano convexo a elemento óptico difractivo.

Si el número de las secciones de la lente de Fresnel se incrementa notablemente como se muestra en la Figura 1(c) el lente de Fresnel refractivo tiene un mayor número de efectos de borde y a medida que los efectos de borde crecen así también crece la difracción[13][19].

En 1871 Lord Rayleigh inventó la placa zonal de Fresnel de amplitud similar a la lente de Fresnel de la Figura 1(c) pero con perfil cuadrado como se muestra en la Figura 2. Esta placa zonal de Fresnel ha sido discutida por diferentes autores [9] [20] [21][22].



**Figura 2.** Placa zonal de Fresnel con ángulo de salida para el primer orden.

Entre estos autores Darío Gil [9] obtuvo un arreglo de Placa Zonales de Fresnel para fabricar semiconductores por fotolitografía, y posteriormente otros autores como A. Vijayakumar y Shanti Bhattacharya [13] crearon PZF con múltiples niveles de fase o escalas de grises.

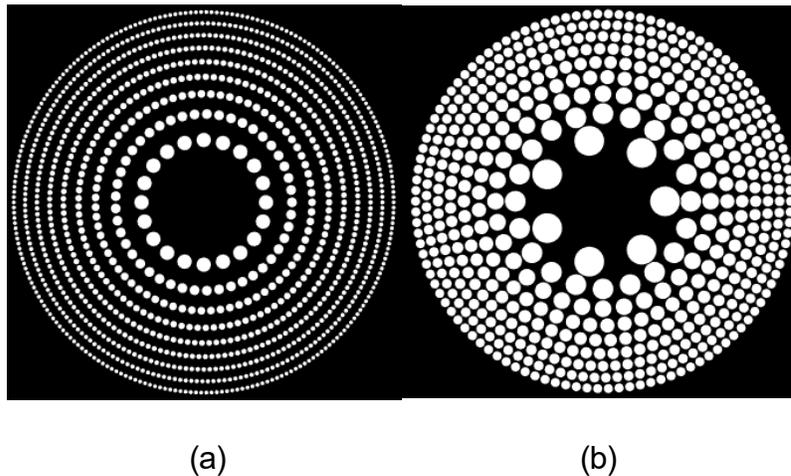
El nivel de Fase consiste en el número de divisiones (de espesor) en el que se puede fabricar una zona de Fresnel, donde cada espesor tiene una fase que mejora la eficiencia energética.

A pesar de la mejora en la eficiencia energética al crear diferentes niveles de fase, las PZF generan tamaños de spot del orden de la última zona de la PZF y utilizan el punto focal con el orden +1 para la sensibilización de una resina fotosensible, donde los otros órdenes  $-1, \pm 3, \pm 5$  divergen antes del punto focal y

pueden foto-polimerizar la resina, lo cual dificulta la calidad del patrón a grabar y por tanto la resolución [23].

Para eliminar los órdenes  $-1, \pm 3, \pm 5$  y obtener un spot con mejor contraste y de menor tamaño al de la última zona de la PZF se han realizado sistemas experimentales de litografía[23] reemplazando las PZF por tamices de fotones PS.

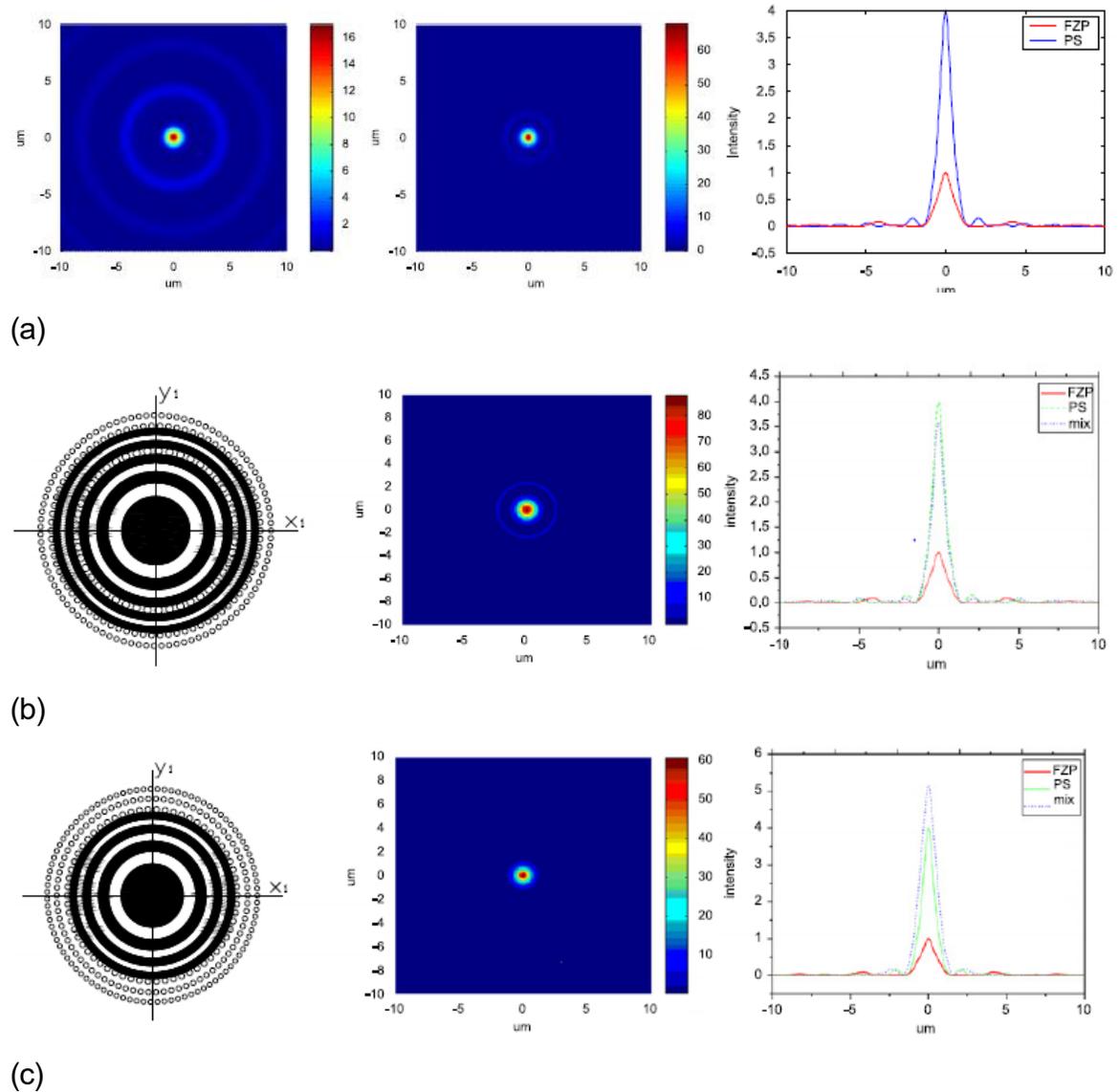
El primer PS ó tamiz de fotones de amplitud fue desarrollada por Kipp [24]. Este consistía en una PZF en la cual los anillos transparentes eran reemplazados por agujeros, ver Figura 3(a), lo cual mejoró notablemente el contraste y la resolución. Sin embargo la eficiencia de enfoque en el PS es menor que la PZF con el mismo diámetro y longitud focal. Inmediatamente, Changjun Hou [25] mejoró la eficiencia de enfoque creando el PS binario en el cual puso los agujeros tanto en los anillos transparentes como en los opacos, reduciendo significativamente el orden cero de difracción y consiguiendo mejorar la eficiencia energética en el enfoque, ver Figura 3 (b). Un resultado similar obtuvo Jia [26].



**Figura 3.** (a)Photon sieve (b)Photon sieve binaria.

Por otra parte Qinfeng Xu [27] demostró que la resolución de los PS es similar a la de las PZF para los anillos de menor orden, que se encuentran más cerca del eje óptico. Por lo

tanto, Qinfeng Xu reemplazó los agujeros ubicados en las zonas de menor orden en un PS por zonas de Fresnel para observar si mejoraba la eficiencia de difracción, ver Figura 4 (b).

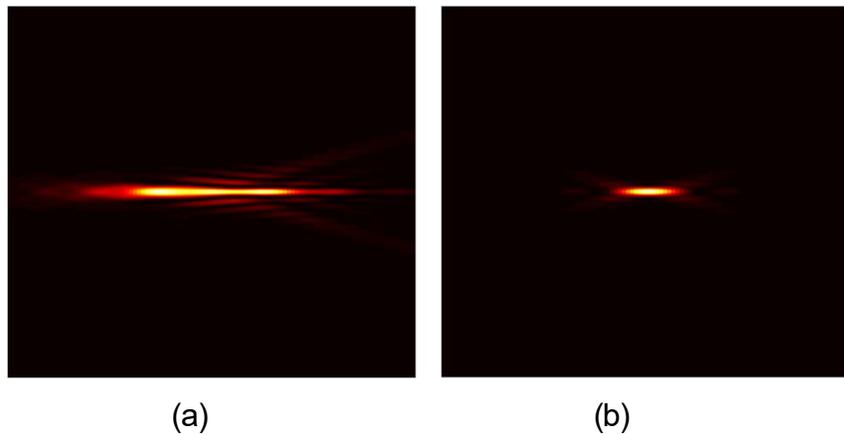


**Figura 4.** (a) PS vs PS (b) Photon Sieve Mixta con 9 zonas, (c) Photon Sieve con 7 zonas y mayor número de agujeros. autor Qinfeng Xu [27]

Al disminuir el número de Zonas de Fresnel se observa en la Figura 4 (c) que se mejora aún más el contraste y la eficiencia energética.

En conclusión, para incrementar la eficiencia de difracción de los PS se pueden reemplazar los agujeros cercanos al eje de propagación, por placas zonales, pero existe un balance entre el número de agujeros necesarios para eliminar los órdenes  $-1, \pm 3, \pm 5$ , y el número de placas utilizadas para mejorar la eficiencia energética de difracción de un Photon Sieve Mixto.

Esta mejora en la eficiencia de difracción y alta resolución lateral lograda por el Photon Sieve Mixta no tiene en cuenta la profundidad de foco, sin embargo en 2014 Sabatyan y Hoseini [28] demostraron que es posible modificar la profundidad de foco al cambiar la distribución de agujeros a partir de la distribución de anillos transparentes y opacos de un axilens. En la figura 5 (a) se observa la propagación axial de un haz enfocado por un axilens clásico, y en la Figura. 5 (b). se muestra la propagación de un haz laser enfocado por un photon sieve basada en un axilens.



**Figura 5.** (a) Haz enfocado por axilens clásico y (b) Haz enfocado por PS axilens.

Autor Sabatyan y Hoseini [28]

En esta propagación del PS a partir de axilens se observa cómo el foco es alargado y se le han filtrado los lóbulos laterales gracias al aumento de número de zonas despejadas, aunque se reduce la eficiencia de difracción.

Para mitigar el impacto en la eficiencia de difracción, Wenbo Sun y compañeros [29], en el 2017 desarrollaron un PS que solo requiere hacer los agujeros en un material transparente con un espesor igual al de la longitud de onda de trabajo para disminuir totalmente las reflexiones y alcanzar una transmisión del 100% y una eficiencia de enfoque de hasta el 50%.

En la misma línea de Wenbo Sun, en 2018 Adrien Mercenier [30] intentó mejorar la eficiencia de difracción creando múltiples capas de agujeros en una sola zona para verificar si mejoraba la eficiencia energética y descubrió que realmente no era interesante porque el porcentaje de energía transmitida decrece y adicionalmente la manufactura se vuelve difícil de lograr.

Aunque nuestro objetivo ha sido modificar la geometría y la fase de una Placa Zonal de Fresnel para alcanzar la mejor eficiencia energética y la mejor resolución posible, la literatura nos muestra que estas dos variables tienen un gran impacto en modificar la distribución de la luz, por ejemplo Asmolova y sus compañeros[31] modificaron la geometría del PS por una geometría en espiral lo cual modificó la distribución de luz (apodización) transmitida a través de la PS. Asmolova pudo obtener el momento orbital angular de un haz mediante esta configuración.

Consecutivamente en Octubre de 2018, Arash Sabatyan y Haleh Ebrahimi [32] modificaron el PS por medio de regiones, cada una con su propio período logrando obtener varios focos a partir de un solo PS.

En conclusión, debido a la flexibilidad para modificar la geometría de las PS y la facilidad para modificar la fase de las PZF, se buscará un DOE intermedio que logre un equilibrio entre resolución y eficiencia energética. Además, si se consigue modificar la profundidad de foco se obtendrá el mejor DOE posible en aras de lograr fotolitografía controlada con mejor resolución.

## 6. Marco teórico

### 6.1 Placa Zonal de Fresnel de amplitud

La Placa zonal de Fresnel (PZF) es un elemento óptico de simetría radial formado por anillos opacos concéntricos, ver línea vertical Figura (6), la luz que pasa por los anillos interfiere constructiva y destructivamente por el desfase introducido entre zonas. Estas placas zonales permiten concentrar luz en un plano focal para el cual han sido diseñadas [33].

Cuando la luz ingresa con ángulo,  $\theta_i$ , Ver Figura (6), se difracta en las zonas transparentes con ángulo de salida  $\theta_m$  de acuerdo con la ecuación (6.1).

$$\text{sen}(\theta_m) - \text{sen}(\theta_i) = \frac{m\lambda}{\Lambda}. \quad (6.1)$$

donde  $m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$ , corresponde a los órdenes de difracción,  $\Lambda$  es la distancia entre zonas transparentes y  $\lambda$  es la longitud de onda de la luz incidente[20].

Se puede observar de la ecuación (6.1) que cuando la onda ingresa por una región transparente se atrasa o adelanta en  $\lambda$  respecto a la siguiente zona transparente[20]. Pero, si comparamos el desplazamiento de onda entre dos zonas adyacentes una zona transparente y una zona opaca, este desplazamiento de onda corresponde a  $\lambda/2$  ocasionando interferencia destructiva y por ende la luz no contribuye al punto focal.

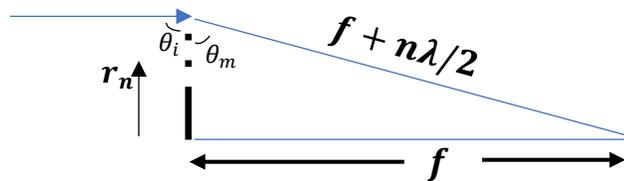


Figura 6. Luz difractada por PZF.  $f$  y  $r_n$  forman catetos de Triángulo rectángulo.

En la Figura 6 la línea punteada de la izquierda representa la PZF y el extremo de la derecha donde se cruzan las líneas azules es el punto focal. Al analizar este triángulo rectángulo por el teorema de Pitágoras se puede escribir,

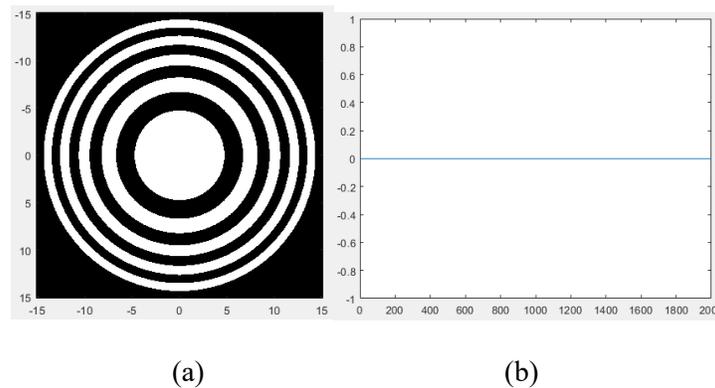
$$f^2 + r_n^2 = \left(f + \frac{n\lambda}{2}\right)^2, \quad (6.2)$$

Al despejar  $r_n$  de la ecuación (6.2) se obtiene:

$$r_n = \sqrt{fn\lambda + \left(\frac{n\lambda}{2}\right)^2}. \quad (6.3)$$

El término  $\frac{n^2\lambda^2}{4}$ , puede omitirse cuando  $f \gg \frac{n\lambda}{2}$ , situación que se refiere a una apertura numérica pequeña que cumple la condición  $NA = \frac{\lambda}{2\Delta r} \ll 1$ . Teniendo en cuenta esto, la ecuación (6.3) se puede simplificar a  $r_n \simeq \sqrt{fn\lambda}$ .

Las ecuaciones (6.1), (6.2) y (6.3) suponen el espesor de la PZF constante, es decir que, tanto las franjas opacas como las “transparentes” tienen el mismo espesor, como se ve en el corte transversal, Figura 7(b). A esta placa se le llama PZF de amplitud.

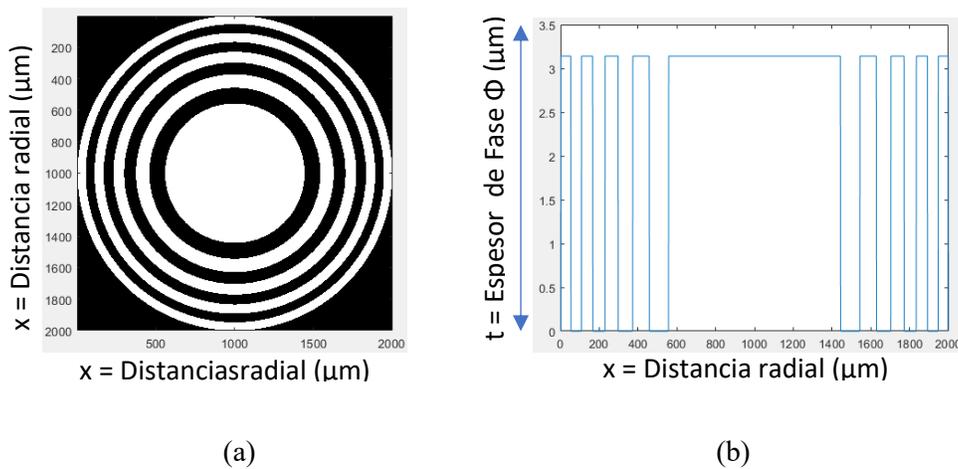


**Figura 7.** PZF de amplitud. (a) frontal, (b)corte transversal de la placa zonal de Fresnel.

## 6.2. Placa Zonal de Fresnel con fase binaria

Las PZF de fase tienen un espesor variable, las zonas o anillos opacos tienen un espesor diferente al espesor que tienen las zonas o anillos “transparentes”, ver Figura 8 (b). La diferencia de fase en si misma es controlada por dos parámetros: la altura física o espesor de la cresta, medido por la variable  $t$ , y el índice de refracción del material en el cual es fabricada la PZF.

En la PZF de amplitud, la luz es difractada en órdenes impares que contribuyen en el punto focal mientras que los órdenes pares divergen. La PZF de amplitud tiene una eficiencia (cantidad de energía absorbida en relación con la cantidad de energía a la salida) del 10% mientras que la PZF de fase tiene eficiencia del 40% como consecuencia de adicionar una fase  $\pi$  al material refractivo de espesor variable e índice de refracción determinado[13].



**Figura 8.** PZF de fase. (a) frontal, (b) corte transversal.

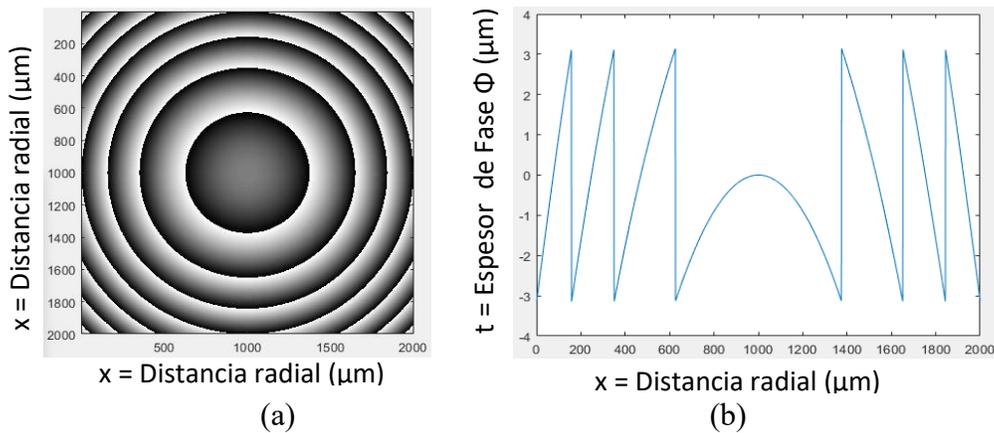
La Figura 8 muestra un corte de PZF donde se observa la variación de fase. En esta, cada espesor de zona viene dado por  $t = \frac{\lambda}{n_r - 1}$ , donde  $n_r$  es el índice de refracción del material con el que se fabrica la placa[34]. A este tipo de placa se le llama PZF de fase binaria.

### 6.3 Placa Zonal de Fresnel con fase flameada

Para una aplicación real, el 40% de eficiencia que aporta la PZF de fase binaria es muy bajo por lo que se prefiere el uso de fase en escala de grises. Para esto, primero se comienza con el perfil de fase de una PZF generado directamente utilizando la ecuación (6.4)

$$\sqrt{f^2 + r^2} - f = n\lambda, \quad (6.4)$$

Donde  $f$  es la longitud focal de la PZF y  $\lambda$  la longitud de onda utilizada. El perfil de onda, fase tipo chirp, generado por la ecuación (6.4) se observa en la Figura 9

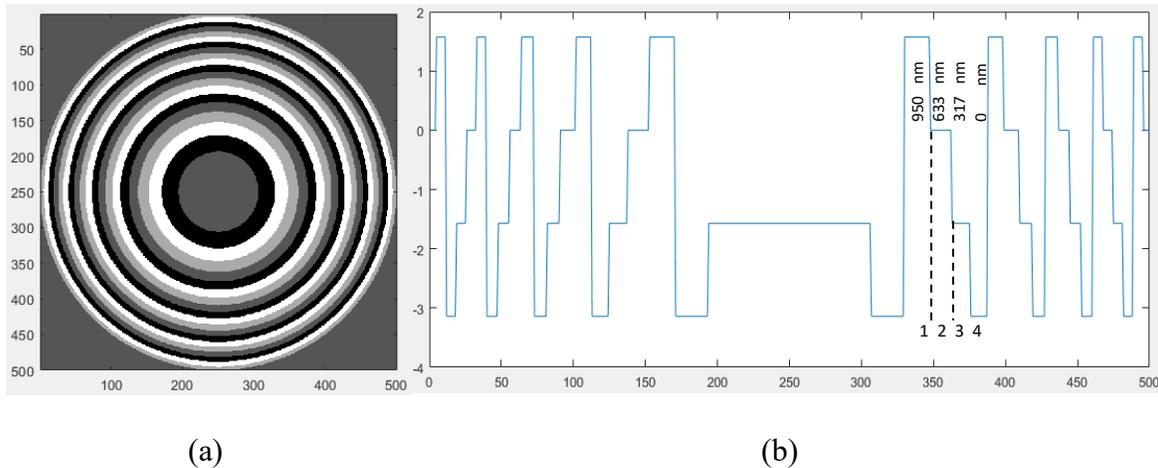


**Figura 9.** (a) PZF de fase triangular. (b) Corte transversal. Ver apéndice A.3

Luego se utiliza la operación de módulo- $2\pi$  para discretizar el perfil de fase continuo de la PZF en zonas discretas con diferente nivel de fase variando entre  $[0, 2\pi]$ , cómo se presentará en la siguiente sección.

## 6.4 Placa zonal de Fresnel con 4 niveles de fase

Para crear los cuatro niveles de fase se discretizan asumiendo que las áreas de cada fase son iguales, y tienen iluminación uniforme de forma que cumplen la expresión  $(2\pi/g)q$ , donde  $g$  es el número de niveles de fase y  $q$  es el nivel de fase. Por ejemplo, para para  $\lambda = 633 \text{ nm}$  y  $n_r = 1.5$  los niveles de fase serían  $950 \text{ nm}$ ,  $633 \text{ nm}$ ,  $317 \text{ nm}$  y  $0 \text{ nm}$ , ver Figura 10 (b).



**Figura 10.** (a)PZF de 4 niveles de fase. (b)Corte transversal.

La eficiencia es mayor al 40%. Si se incrementan los niveles de fase se puede llegar a eficiencias de difracción del 90% y para una fase como la presentada en la Figura 9, la eficiencia sería del 100%[13]. Si se conoce un límite superior de eficiencia de difracción de un elemento óptico difractivo, se puede evaluar la aplicabilidad de ese elemento óptico[35][36].

En general cuando la eficiencia energética es baja, la resolución del elemento óptico difractivo puede ser alta, es decir su tamaño de spot disminuye. Lo ideal es tener ambas propiedades con un valor alto, pero lo que se observa es que cuando se incrementa la resolución por lo general disminuye la eficiencia energética[13].

De los diferentes tipos de PZF se puede indicar que el ancho de las placas zonales controla el ángulo de difracción y el espesor de la fase  $\phi$  controla la distribución de intensidades en los diferentes órdenes. Las PZF pueden ser de amplitud y de fase o una combinación de niveles de fase y amplitud en un mismo elemento.

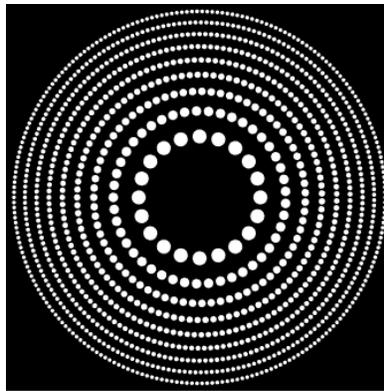
### 6.5. Tamiz de fotones – Photon sieve (PS)

El PS es un elemento en el cual los anillos claros son divididos en agujeros circulares individuales separados, ver Figura 11, cuyos diámetros  $w$  son iguales al ancho de la zona (anillo) en la cual están ubicados [24]. La distancia radial [31] al centro de la zona brillante  $n$  está dada por  $r_n$ .

$$r_n^2 = n\lambda \left( f + \frac{n\lambda}{4} \right) \quad (6.5)$$

cuando PZF tiene apertura numérica pequeña,  $f$  es grande comparada con  $\frac{n\lambda}{4}$  por lo que  $r_n^2 \approx n\lambda f$  y restando  $r_{n-1}^2$  a  $r_n^2$  y reemplazando  $r_{n-1} = r_n - \Delta r$  se obtiene:

$$\Delta r = \frac{\lambda f}{2r_n} \quad (6.6)$$



**Figura 11.** Photon sieve.

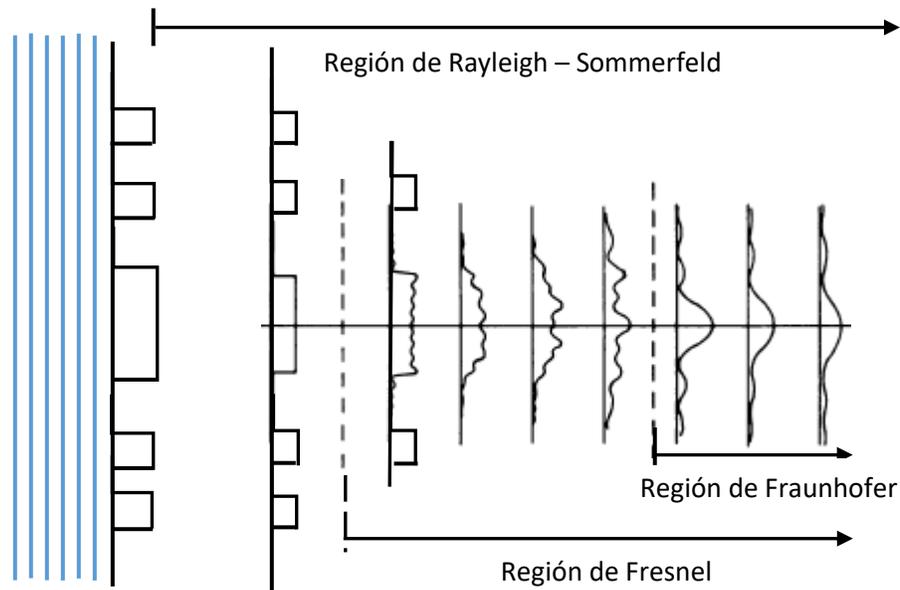
La principal característica de los PS es que permiten enfocar rayos X suaves a tamaños de spot más pequeño que el del diámetro del agujero más pequeño que tienen. Adicionalmente, los órdenes de difracción mas grandes y los máximos secundarios pueden suprimirse en varios órdenes de magnitud permitiendo que este DOE tenga un mejor contraste.

Es muy importante resaltar que cuando se simula un elemento óptico difractivo ya sea una PZF un PS u otro DOE se crea geoméricamente su estructura en una matriz, este DOE es un DOE de amplitud. Si lo queremos convertir en un DOE de fase se debe variar la longitud de camino óptico, es decir permitir que varíe el espesor del material del DOE. Esto se logra al multiplicar cada pixel de la matriz por el término  $(e^{i\Phi})$  y posteriormente se propaga un frente de onda plano a través del DOE para observar su comportamiento.

## 6.6. Propagación del campo óptico

El campo óptico que pasa a través de la PZF y se propaga en el espacio puede ser analizado en tres regiones diferentes: Región de Rayleigh-Sommerfeld, Región de Fresnel y Región de Fraunhofer [14][37].

En la Figura 12 se describe el comportamiento del campo óptico y su patrón de difracción visible en las tres regiones.



**Figura 12.** Regiones de difracción de una placa zonal de Fresnel (PZF).

En la región de Fresnel el patrón de difracción aparece con rizados u ondulaciones debidas a las discontinuidades de la PZF, estos rizados se conocen como efecto Gibbs. A medida que la distancia de la PZF al patrón de difracción aumenta llegamos a la región de Fraunhofer donde el patrón de difracción no tiene rizado y el tamaño del patrón depende estrictamente del tamaño inicial del objeto. La región de Fraunhofer es equivalente a una transformada escalada de Fourier, es un filtro lineal[37]. En esta sección se discutirá la región de difracción de Rayleigh-Sommerfeld la cual incluye otras dos regiones, la de Fraunhofer y la de Fresnel:

**Región de Rayleigh-Sommerfeld:** Describe todo el espacio óptico sin aproximaciones de planaridad. No hay limitaciones para el tamaño máximo de la apertura o la región de observación. Este modelo no puede describir los efectos de borde pero puede describir las transformaciones en todos los planos de propagación.

Permite describir con mayor facilidad la irradiancia difractada en campo lejano. La expresión que gobierna esta región viene dada por la ecuación (6.7):

$$U_2(x, y) = \frac{z}{j\lambda} \iint_{\Sigma} U_1(\xi, \eta) \frac{\exp(jKR_{12})}{R_{12}^2} d\xi d\eta. \quad (6.7)$$

Donde  $U_1(\xi, \eta)$  define la distribución de campo en el plano fuente,  $\Sigma$  define el área de la fuente o apertura iluminada,  $U_2(x, y)$  es la distribución de campo resultante, medido en el plano de observación a la distancia  $z$ .

**Región de Fresnel:** Es una parte de la región de Rayleigh-Sommerfeld a partir de la primera línea discontinua de la Figura 12 y que se extiende hasta el infinito, en la cual el término de distancia en la fase de la función exponencial,  $R_{12}$ , de la ecuación (6.7) es aproximado mediante una expansión binomial[14]. La expresión que gobierna esta región viene dada por:

$$U_2(x, y) = \frac{e^{jkz}}{j\lambda z} \iint_{\Sigma} U_1(\xi, \eta) \exp\left\{j \frac{k}{2z} \left\{ (x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 \right\}\right\} d\xi d\eta. \quad (6.8)$$

Donde el término entre llaves se obtuvo de la aproximación

$$R_{12} \approx z \left[ 1 + \frac{1}{2} \left( \frac{x - \xi}{z} \right)^2 + \frac{1}{2} \left( \frac{y - \eta}{z} \right)^2 \right] \quad (6.9)$$

Esta aproximación se realiza para pequeños ángulos, región lejana, donde un frente de onda esférico puede aproximarse mediante un frente de onda parabólico. Es decir esta aproximación fallará en la región cercana a la fuente de luz, para ángulos de difracción grandes.

**Región de Fraunhofer:** Es una parte de la región de Fresnel, es decir, está contenida dentro de la región de Fresnel, en la cual el tamaño del patrón de difracción se incrementa al divergir por la distancia, pero su forma no varía rápidamente y se le suele llamar campo lejano debido a la distancia lejana de esta región respecto al elemento óptico difractivo desde el cual sale el campo óptico[37]. Donde la expresión que gobierna esta región es:

$$U_2(x_2, y_2) = \frac{e^{jkz}}{j\lambda z} \exp \left[ j \frac{k}{2z} (x_2^2 + y_2^2) \right]^* \\ \iint_{\Sigma} U_1(x_1, y_1) \exp \left[ -j \frac{2\pi}{\lambda z} (x_2 x_1 + y_2 y_1) \right] dx_1 dy_1, \quad (6.10)$$

Aquí, las variables del plano fuente se indican con el subíndice 1 y las del plano de observación con el subíndice 2.

La expresión (6.7) es el principio del cual surgen todos los modelos de propagación y representa el principio de Huygens-Fresnel, el cual supone que la fuente actúa como una colección infinita de fuentes de ondas esféricas en cualquier posición  $(\xi, \eta)$ . La contribución de estas ondas que ya no son esféricas, son ondas planas, se suman en la posición de observación  $(x_2, y_2)$  [37]–[41].

Como se quiere medir la energía que sale de la PZF en cualquier plano de observación y por la posibilidad de representar la propagación desde una perspectiva frecuencial que mantiene un cierto grado de precisión de interés y un balance con el muestreo[42], se acudirá a una técnica de análisis espectral. Para entender esta técnica se introducirán los conceptos de: Amplitud compleja, Intensidad y Campo de onda plana.

### 6.6.1. Amplitud compleja e Intensidad

Para representar matemáticamente ondas de campo monocromáticas planas, linealmente Polarizadas y que viajan en un medio dieléctrico, lineal, isotrópico, homogéneo, no dispersivo y no magnético[14],[37],[43] se utiliza la función escalar de valor real,

$$v(t) = A \cos(2\pi\nu_0 t + \phi) = \text{Re}\{u(t)\}. \quad (6.11)$$

donde  $u(t)$  es una función de valor complejo (Anexo 1) que permite describir la función escalar (6.7) mediante la amplitud compleja como

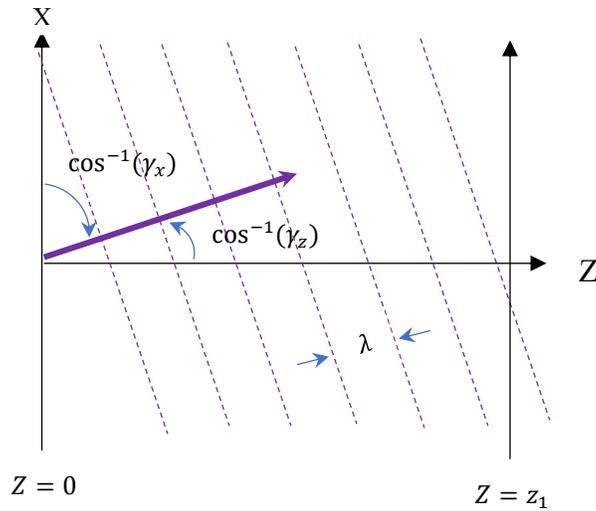
$$u(x, y, z) = a(x, y, z)e^{j\phi(x, y, z)}. \quad (6.12)$$

donde  $a(x, y, z)$  es la amplitud del campo eléctrico con unidades volt/m, y  $\phi$  es la fase en la posición  $(x, y, z)$ . Para obtener la irradiancia se eleva al cuadrado el módulo de esta amplitud compleja, y se obtiene la Intensidad que corresponde a la densidad de energía radiada sobre una superficie y tiene unidades de  $\frac{W}{m^2}$

$$I(x, y, z) = u(x, y, z)u(x, y, z)^* = |u(x, y, z)|^2. \quad (6.13)$$

### 6.6.2. Campo de onda plano

Una onda plana monocromática tiene una dirección de desplazamiento definida por los ángulos positivos entre los ejes  $x, y, z$  y el vector de propagación como se muestra en la Figura 13. El vector de propagación es perpendicular a los frentes de onda que aparecen en líneas punteadas [37].



**Figura 13.** Onda Plana propagándose en la dirección  $(\gamma_x, 0, \gamma_z)$ .

Los ángulos se obtienen por los cosenos directores:  $\cos^{-1} \gamma_x$ ,  $\cos^{-1} \gamma_y$ ,  $\cos^{-1} \gamma_z$ , donde por facilidad de representación  $\cos^{-1} \gamma_y = 0$ , y el vector de propagación está en el plano XZ. La amplitud compleja de una onda plana en coordenadas rectangulares se puede escribir como

$$u(x, y, z) = A e^{j[k(\gamma_x x + \gamma_y y + \gamma_z z) + \phi]}, \quad (6.14)$$

donde  $A$  es la amplitud,  $\phi$  es su fase en el origen,  $(\gamma_x, \gamma_y, \gamma_z)$  son los cosenos directores del vector de propagación y  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ .

De las ecuaciones (6.11) y (6.12) el campo físico real es

$$u(x, y, z; t) = A \cos[2\pi vt - k(\gamma_x x + \gamma_y y + \gamma_z z) - \phi], \quad (6.15)$$

Teniendo en cuenta que  $\gamma_x^2 + \gamma_y^2 + \gamma_z^2 = 1$ , se puede escribir  $\gamma_z$  como

$$\gamma_z = [1 - (\gamma_x^2 + \gamma_y^2)]^{\frac{1}{2}}, \quad (6.16)$$

La ecuación (6.16) tiene un valor real para  $(\gamma_x^2 + \gamma_y^2) \leq 1$ , en cuyo caso se tiene una onda plana propagándose en  $z$  positiva. Cuando  $(\gamma_x^2 + \gamma_y^2) > 1$  el valor es imaginario y corresponde a una onda evanescente con atenuación exponencial en  $z$  [37].

En cualquier plano para el cual  $z$  es constante, por ejemplo  $z = z_1$ , la ecuación (6.12) se puede representar como

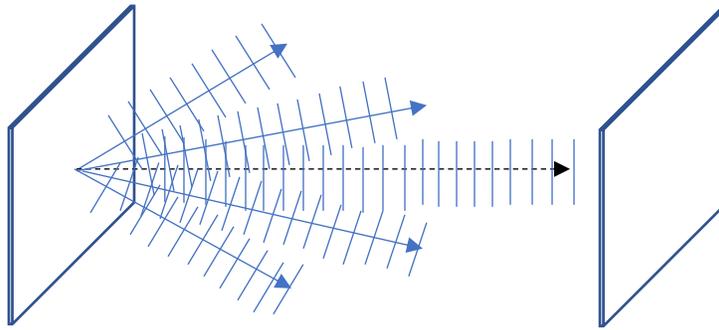
$$u(x, y, z) = A e^{j\phi} e^{jk\gamma_z z_1} e^{jk(\gamma_x x + \gamma_y y)}. \quad (6.17)$$

La ecuación (6.17) muestra la dependencia de  $x$  y  $y$  de la amplitud compleja  $u(x, y, z)$  en el plano  $\mathbf{Z} = \mathbf{z}_1$ , y la cantidad  $e^{jk\gamma_z z_1}$  es un valor complejo que expresa la diferencia de fase entre cualquier punto en el plano  $\mathbf{Z} = \mathbf{0}$  y el punto correspondiente en el plano  $\mathbf{Z} = \mathbf{z}_1$ , ver Figura 13. En otros términos, la diferencia de fase entre el punto  $(x, y, \mathbf{0})$  y el punto  $(x, y, \mathbf{z}_1)$  corresponde a  $k\gamma_z z_1$ , y es máxima entre estos dos puntos cuando la onda viaja de forma paralela al eje  $Z$ , es decir  $\gamma_z = 1$ , y no hay diferencia de fase cuando la onda se propaga perpendicularmente al eje  $z$ , es decir  $\gamma_z = 0$ .

### 6.6.3. Espectro angular

El espectro angular considera la distribución de campo complejo como una suma de ondas planas (componentes espaciales de la transformada de Fourier) donde cada una viaja en diferentes direcciones y contribuyen al campo complejo total. Además, se tiene en cuenta los cambios de fase por los que ha pasado el campo durante la propagación.

Considere una onda de campo monocromática viajando en la dirección  $Z$  y que incide perpendicularmente en el plano  $Z = 0$ . El campo complejo en  $Z = 0$  se representa mediante  $U(x, y, 0)$  y el campo complejo resultante en un segundo plano a una distancia  $Z$  a la derecha del primer plano se representa como  $U(x, y, z)$ . Ver Figura 14.



**Figura 14.** Representación del espectro angular.

En el plano  $Z = 0$ , la función  $U$  tiene una transformada de Fourier bidimensional dada por

$$A(f_x, f_y; 0) = \iint_{-\infty}^{\infty} U(x, y, 0) \exp[-j2\pi(f_x x + f_y y)] dx dy. \quad (6.18)$$

donde  $U(x, y, 0)$  es el campo complejo en el primer plano a la izquierda de la Figura 14. Esta transformada de Fourier es una descomposición de una función en un conjunto de funciones base en ondas planas, donde  $U$  se puede encontrar con la transformada inversa de su espectro.

$$U(x, y; 0) = \iint_{-\infty}^{\infty} A(f_x, f_y; 0) \exp[j2\pi(f_x x + f_y y)] df_x df_y. \quad (6.19)$$

Para dar significado físico a las funciones en el integrando de la ecuación (6.19), se considera una onda plana propagándose en la dirección del vector de onda  $\vec{k}$ , donde  $k$  tiene magnitud  $\frac{2\pi}{\lambda}$  y cosenos directores  $(\alpha, \beta, \gamma)$ . Esta onda plana tiene representación compleja

$$p(x, y, z; t) = \exp[j(\vec{k} \cdot \vec{r} - 2\pi vt)]. \quad (6.20)$$

donde  $\vec{r} = x\hat{x} + y\hat{y} + z\hat{z}$  es el vector de posición y  $\vec{k} = \frac{2\pi}{\lambda}(\alpha\hat{x} + \beta\hat{y} + \gamma\hat{z})$  el vector de propagación de la onda. Quitando la dependencia del tiempo, la amplitud compleja de la onda plana en el plano  $z$  es,

$$P(x, y, z) = \exp j(\vec{k} \cdot \vec{r}) = e^{j\frac{2\pi}{\lambda}(\alpha x + \beta y)} e^{j\frac{2\pi}{\lambda}\gamma z} \quad (6.21)$$

Como los ángulos de los cosenos directores están relacionados por  $\gamma = \sqrt{1 - \alpha^2 - \beta^2}$ , en el plano  $\mathbf{Z} = \mathbf{0}$ , la función exponencial compleja  $\exp[j2\pi(f_x x + f_y y)]$  puede considerarse como una onda plana propagándose con cosenos directores

$$\alpha = \lambda f_x \quad \beta = \lambda f_y \quad \gamma = \sqrt{1 - (\lambda f_x)^2 - (\lambda f_y)^2}. \quad (6.22)$$

En la descomposición de Fourier del campo complejo  $U$ , ecuación (6.19), la amplitud compleja de la componente de onda plana con frecuencias espaciales  $(f_x, f_y)$  es  $A(f_x, f_y; 0) df_x df_y$ , evaluada en  $f_x = \frac{\alpha}{\lambda}$ ,  $f_y = \frac{\beta}{\lambda}$ . Luego, la función  $A(f_x, f_y)$  viene dado por:

$$A\left(\frac{\alpha}{\lambda}, \frac{\beta}{\lambda}; 0\right) = \iint_{-\infty}^{\infty} U(x, y, 0) \exp\left[-j2\pi\left(\frac{\alpha}{\lambda}x + \frac{\beta}{\lambda}y\right)\right] dx dy. \quad (6.23)$$

y es la función del espectro angular de la perturbación  $U(x, y, z)$  [43].

#### 6.6.4. Propagación del espectro angular

Al analizar la perturbación  $U$  en un plano paralelo al plano  $(x, y)$  a una distancia  $z$ , se obtienen las frecuencias  $A\left(\frac{\alpha}{\lambda}, \frac{\beta}{\lambda}; z\right)$  de la señal  $U(x, y, 0)$  en la posición  $z$ ,

$$A\left(\frac{\alpha}{\lambda}, \frac{\beta}{\lambda}; z\right) = \iint_{-\infty}^{\infty} U(x, y, z) \exp\left[-j2\pi\left(\frac{\alpha}{\lambda}x + \frac{\beta}{\lambda}y\right)\right] dx dy. \quad (6.24)$$

y si la relación entre  $A\left(\frac{\alpha}{\lambda}, \frac{\beta}{\lambda}; 0\right)$  y  $A\left(\frac{\alpha}{\lambda}, \frac{\beta}{\lambda}; z\right)$  se puede encontrar, entonces se tendrán los efectos de la propagación de onda en el espectro angular.

Para encontrar esta relación, se puede escribir  $U$  como

$$U(x, y; z) = \iint_{-\infty}^{\infty} A\left(\frac{\alpha}{\lambda}, \frac{\beta}{\lambda}; z\right) \exp\left[j2\pi\left(\frac{\alpha}{\lambda}x + \frac{\beta}{\lambda}y\right)\right] d\frac{\alpha}{\lambda} d\frac{\beta}{\lambda}. \quad (6.25)$$

Adicionalmente  $U$  debe cumplir la ecuación de Helmholtz,  $\nabla^2 U + k^2 U = 0$  en todos los puntos libres de fuentes, es decir que al aplicar la ecuación de Helmholtz a la ecuación (6.25) debe satisfacer la función (6.26)

$$\frac{d^2}{dz^2} A\left(\frac{\alpha}{\lambda}, \frac{\beta}{\lambda}, z\right) + \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 [1 - \alpha^2 - \beta^2] A\left(\frac{\alpha}{\lambda}, \frac{\beta}{\lambda}, z\right) = 0. \quad (6.26)$$

Una solución elemental a esta ecuación se puede escribir en la forma

$$A\left(\frac{\alpha}{\lambda}, \frac{\beta}{\lambda}, z\right) = A\left(\frac{\alpha}{\lambda}, \frac{\beta}{\lambda}, 0\right) \exp\left(j\frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{1 - \alpha^2 - \beta^2} z\right). \quad (6.27)$$

donde  $\exp\left(j\frac{2\pi}{\lambda}\sqrt{1-\alpha^2-\beta^2}z\right)$  es el espectro angular y la ecuación (6.27) demuestra que cuando los cosenos directores  $(\alpha, \beta)$  satisfacen

$$\alpha^2 + \beta^2 < 1, \quad (6.28)$$

el efecto de propagación sobre la distancia  $z$  es simplemente un cambio de las fases relativas de varios componentes del espectro angular. Como cada componente de onda plana se propaga con diferente ángulo, cada una viaja diferentes distancias entre los dos planos paralelos, y por lo tanto se introducen retardos de fase relativos [43].

Cuando los cosenos directores  $(\alpha, \beta)$  satisfacen

$$\alpha^2 + \beta^2 > 1, \quad (6.29)$$

la raíz cuadrada en la ecuación (6.27) es imaginaria y la ecuación puede reescribirse

$$A\left(\frac{\alpha}{\lambda}, \frac{\beta}{\lambda}, z\right) = A\left(\frac{\alpha}{\lambda}, \frac{\beta}{\lambda}, 0\right) \exp(-\mu z). \quad (6.30)$$

donde

$$\mu = \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{\alpha^2 + \beta^2 - 1}. \quad (6.31)$$

Como  $\mu$  es un número positivo estas componentes de onda son rápidamente atenuadas por la alta frecuencia espacial que tienen, cuya energía decae exponencialmente con la distancia. A estas componentes se les llama ondas evanescentes.

La perturbación observada en  $(x, y, z)$  puede ser escrita en términos del espectro angular inicial sacando la transformada inversa de la ecuación (6.27), dando

$$U(x, y; z) = \iint_{-\infty}^{\infty} A\left(\frac{\alpha}{\lambda}, \frac{\beta}{\lambda}; 0\right) \exp\left(j\frac{2\pi}{\lambda}\sqrt{1-\alpha^2-\beta^2}z\right) x \operatorname{circ}\left(\sqrt{\alpha^2+\beta^2}\right) * \exp\left[j2\pi\left(\frac{\alpha}{\lambda}x + \frac{\beta}{\lambda}y\right)\right] d\frac{\alpha}{\lambda} d\frac{\beta}{\lambda}, \quad (6.32)$$

en la cual la función *circ* limita la región de integración a la región en donde la ecuación (6.28) se cumple. Observar que ningún componente del espectro angular más allá del corte de la onda evanescente contribuye a  $U(x, y, z)$ . Esto indica que los sistemas de imagen convencional no pueden resolver una estructura periódica cuyo período es menor que el de la longitud de onda de la radiación utilizada, es decir se comporta como un filtro paso bajo. La respuesta del filtro dependerá propiamente del ángulo de difracción máximo y en consecuencia, limita el ángulo que pueden tomar los cosenos directores. Por eso el espectro angular no es inmune al ángulo de difracción de la fuente.

En conclusión, dependiendo de la región de propagación donde se mida el patrón de difracción propagado desde la PZF al lugar de observación se tienen tres regiones: región de Rayleigh Sommerfeld, región de Fresnel y región de Fraunhofer. Para cada una de estas zonas existe un modelo matemático representado en un algoritmo llamado propagador.

El propagador tradicional es el propagador discreto de la transformada de Fourier implementado por el algoritmo de la transformada rápida de Fourier, o a veces implementado por la transformada de Fourier fraccional [44], otro propagador utilizado es el propagador discreto de la solución de Fresnel Kirchoff, pero se demostró que la solución de Fresnel Kirchoff es matemáticamente inconsistente en parte debido a la escogencia de la superficie en la condición de difracción[39].

Por lo cual se acude a la solución de Rayleigh-Sommerfeld [39]. Desafortunadamente, en la mayoría de los casos, la fórmula de Rayleigh-Sommerfeld no puede resolverse analíticamente, sin embargo se hacen algunas aproximaciones como la de Fresnel y la de Fraunhofer para resolver las dificultades en el uso de esta fórmula [40].

Las integrales de Fresnel y Fraunhofer funcionan mejor en la paraxialidad, pero pueden extenderse un poco más para ángulos más grandes hasta cierto punto. Ahora, la aproximación de espectro angular calcula la difracción escalar sin utilizar ninguna aproximación física, aunque requiere el mismo intervalo de muestreo del elemento óptico difractivo que se está diseñando en el plano de salida.

Como el spot de luz que requiere la litografía está dentro de este intervalo de muestreo requerido por el propagador del espectro angular, el análisis y diseño de la PZF y el PS no se ve afectado, por esto se eligió el propagador de espectro angular.

## 7. Materiales y Métodos

Los materiales utilizados fueron un computador lenovo core i5 con 8 Gigas de RAM y el software Matlab 2017 version 9.3.0.

Con Matlab se implementó un software que optimiza el número de zonas para una longitud de onda y distancia focal mínima conocidas, posteriormente se construye computacionalmente la estructura de una Placa Zonal de Fresnel o un Photon Sieve, luego se implementó un propagador de espectro angular que visualiza el campo de luz a lo largo del eje de propagación y finalmente se midió el tamaño del spot que se forma en el plano focal, donde se ubicará el fotoresist litográfico. Para validar este método se compararán los resultados obtenidos con datos de la literatura.

### 7.1. Optimizar el número de zonas de la Placa zonal de Fresnel

Con el fin de encontrar el número de zonas óptimo para una PZF, se definirá una función objetivo obtenida a partir de  $OZW = r_n - r_{n-1}$  cuyo resultado es el ancho de la última zona (Outer Zone Width **OZW**) y sujeta a las variables: longitud de onda  $\lambda$  y distancia focal  $f$ .

Las variables independientes  $\lambda$  y  $f$  en mayor o menor grado tienen un impacto en la variable de decisión **OZW** por lo que se debe realizar un análisis de sensibilidad para saber cuál de las dos variables tiene el mayor impacto sobre la solución objetivo y así poder controlarla.

### 7.2. Diseño computacional de un elemento óptico difractivo

Con la longitud de onda, la distancia focal y el número de zonas del paso anterior, se indica si la PZF es de amplitud o de fase, si es de fase se incluye el término  $(e^{i\Phi})$  por cada píxel de la matriz que contiene la PZF.

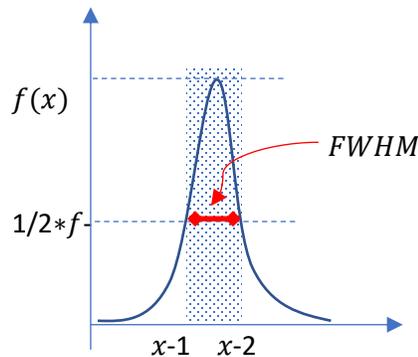
### 7.3. Propagación de un frente de onda plano

Se propaga el campo óptico que sale de la PZF mediante el propagador de espectro angular, hacia una región tal como la región de Fresnel, la región de Fraunhofer o en general la región de Rayleigh Sommerfeld y se visualiza dicha propagación a lo largo del eje de propagación para medir la profundidad de foco en la zona de interés.

### 7.4. Determinación del tamaño de spot para una geometría y/o fase dada

Al campo óptico visualizado a lo largo del eje se le realiza un corte en el eje mediante un plano de observación en el cual se forma el patrón de difracción de interés.

A su vez este patrón de difracción o patrón de Airy se le mide la proyección horizontal transversa de la intensidad, para observar la forma de la distribución en los ejes de intensidad-posición. Al aplicar la técnica FWHM que extrae el ancho del lóbulo central medido a la mitad de su amplitud máxima como se muestra en la Figura 15. Esta técnica nos arroja como resultado la resolución del elemento óptico difractivo que se está analizando.



**Figura 15.** Visualización FWHM

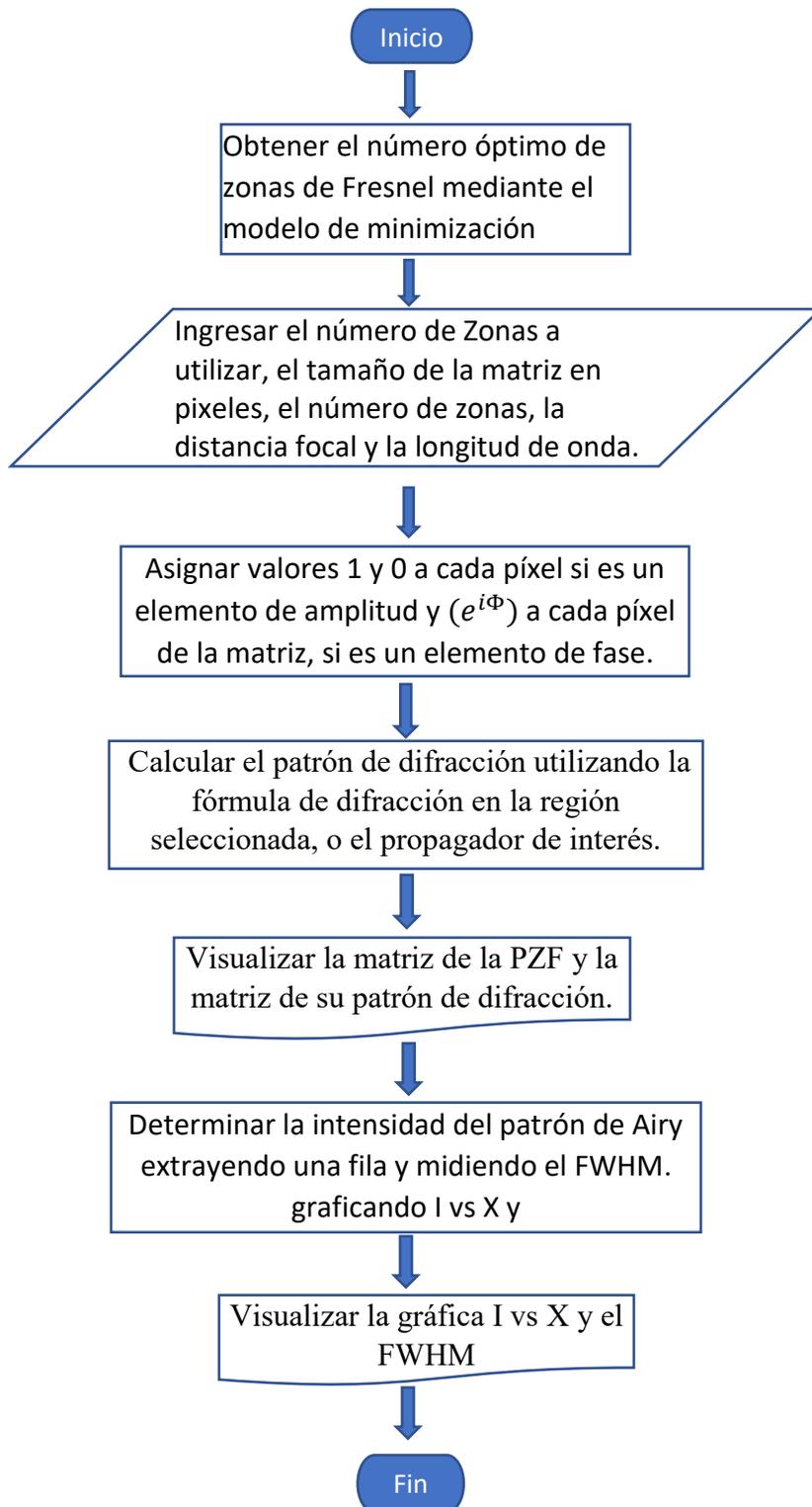
## 7.5. Validación del método con datos de la literatura

Para validar que el método de diseño de elementos ópticos difractivos así como su propagación se ha implementado correctamente, se tomarán datos reales de una placa zonal de Fresnel como se ha documentado por Gil [8], y datos reales de un Photon Sieve como se ha documentado por Wenbo Jiang [23]. Estos parámetros de diseño se resumen en la siguiente tabla.

PARÁMETRO FÍSICO	ELEMENTO ÓPTICO DIFRACTIVO DOE	
	Placa Zonal de Fresnel	Photon Sieve
$\lambda$ (nm)	442	355
$OZW$ (nm)	336	146
$N$	76	-
$R_n$ ( $\mu m$ )	44.64	17.24
$f$ ( $\mu m$ )	50.94	50.9
$NA$	0.65	0.85
FWHM(nm)	354	-

**TABLA 1.** Parámetros de diseño para Placa Zonals de Fresnel

Con estos datos se validará la metodología desarrollada y se verificará si se está de acuerdo con lo encontrado por Darío Gil [8] y Wenbo Jiang[23]. Para resumir, los pasos del método aplicado para el diseño de elementos ópticos difractivos para litografía, se presentan en la Figura 16.



**Figura 16.** Diseño del experimento y simulación.

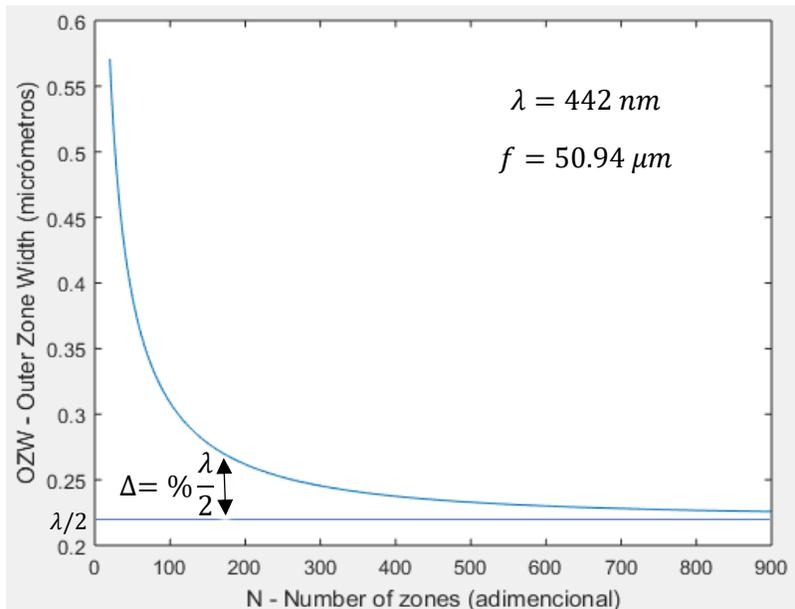
## 8. Resultados y discusión

### 8.1. Optimizar el número de zonas

OZW( $n$ ) es la función objetivo a ser minimizada sujeta a los parámetros  $f$  y  $\lambda$  mayores que cero; y  $n$  es la variable de decisión entre  $N_{min}$  y  $N_{max}$ , formando el siguiente modelo de optimización:

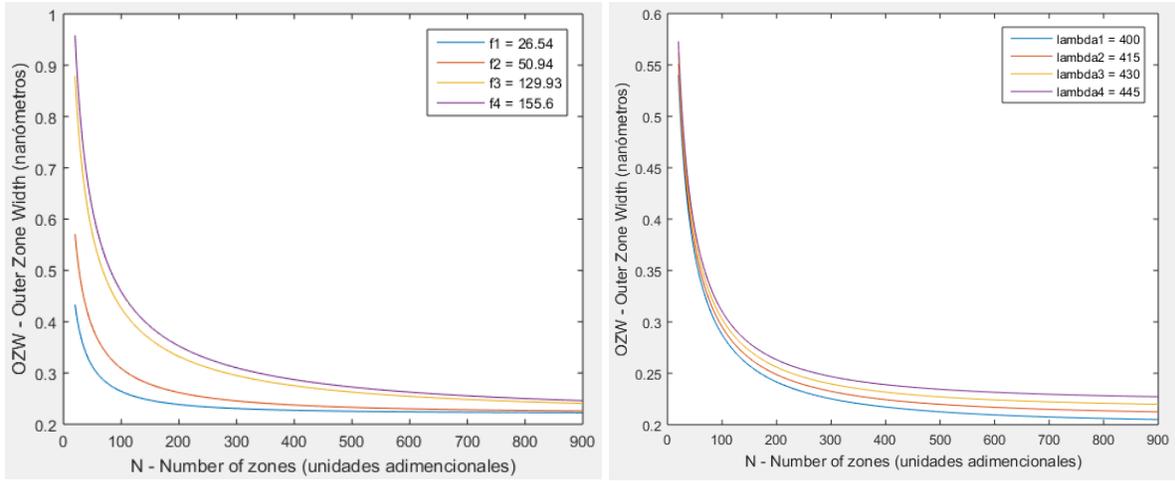
$$\begin{aligned} \min \quad & OZW = \sqrt{fn_{opt}\lambda + \left(\frac{n_{opt}\lambda}{2}\right)^2} - \sqrt{f(n_{opt} - 1)\lambda + \left(\frac{(n_{opt} - 1)\lambda}{2}\right)^2} \quad (8.1) \\ \text{s. t} \quad & f > 0 \\ & \lambda > 0 \\ & N_{min} \leq n \leq N_{max} \\ & n \in \mathbb{N} \end{aligned}$$

Al graficar OZW vs  $N$  se encontró que esta función es monótonica decreciente y asintótica a  $\lambda/2$  como se muestra en la Figura 17.



**Figura 17.** Visualización del valor de la tolerancia

Para analizar el impacto de  $\lambda$  y  $f$  respecto a OZW se utilizó la metodología descrita por Himmelblau [45] y se encontraron los coeficientes de sensibilidad:  $S_f^{OZW} = 6.029$ ,  $S_\lambda^{OZW} = 1.428$  que indican que OZW es más sensible a variaciones en el foco, ver figura 18 (a), que a variaciones en la longitud de onda, ver figura 18 (b). Con relación a los coeficientes de sensibilidad  $S_\lambda^n$  y  $S_f^n$  se encontró que valen lo mismo por lo que la sensibilidad de  $f$  y  $\lambda$  no varían respecto a  $n$  como en el caso de OZW.



(a)

(b)

**Figura 18.** Comportamiento de OZW respecto a N

Con el fin de elegir el número de placas zonales óptimo  $OZW^{opt}(n_{opt})$  se recorre la Figura 17 con el método numérico de la secante. Y para ello adecuamos la ecuación (8.1) a la forma de la ecuación (8.2)

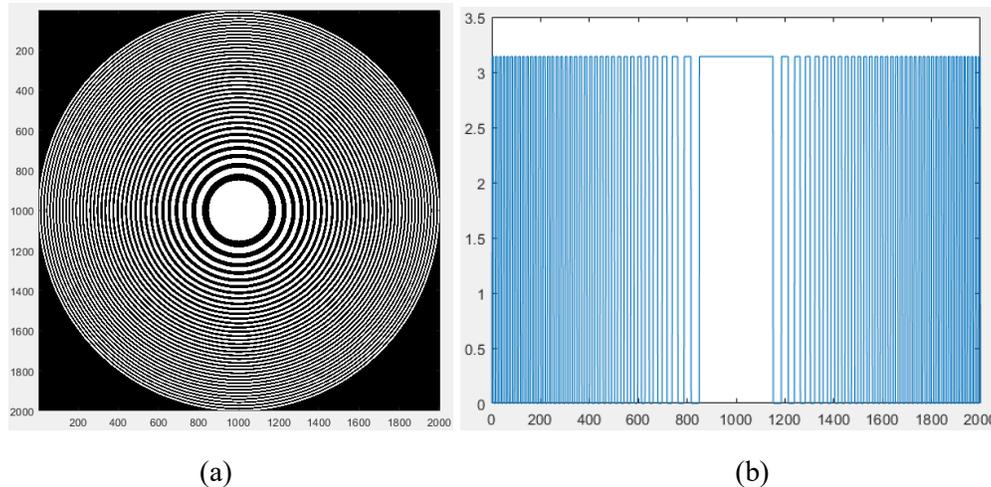
$$OZW = \sqrt{fn_{opt}\lambda + \left(\frac{n_{opt}\lambda}{2}\right)^2} - \sqrt{f(n_{opt} - 1)\lambda + \left(\frac{(n_{opt} - 1)\lambda}{2}\right)^2} = \frac{\lambda}{2} + \Delta \quad (8.2)$$

$\Delta$  es una tolerancia que elige el diseñador de la placa zonal de Fresnel de acuerdo a su experiencia, o a la relación de OZW con el FWHM, o a la relación de OZW con el ancho de banda espectral  $BW < 1/N$ , o a la relación del OZW con la profundidad de foco.

De la Tabla 1, el resultado experimental obtenido por Gil[8] indica que es adecuado utilizar 76 zonas. Con el método propuesto en el ANEXO 10 y utilizando  $x_0=1, x_1=11, \lambda = 442\text{nm}$   $f = 50.94 \mu\text{m}$  y tomando un 90% del valor de  $\lambda/2$  como tolerancia. El método de la secante recorre la Figura 17 y obtiene  $\text{optimal\_n}=76$  placas zonales.

## 8.2. Diseño computacional de un elemento óptico difractivo - PZF

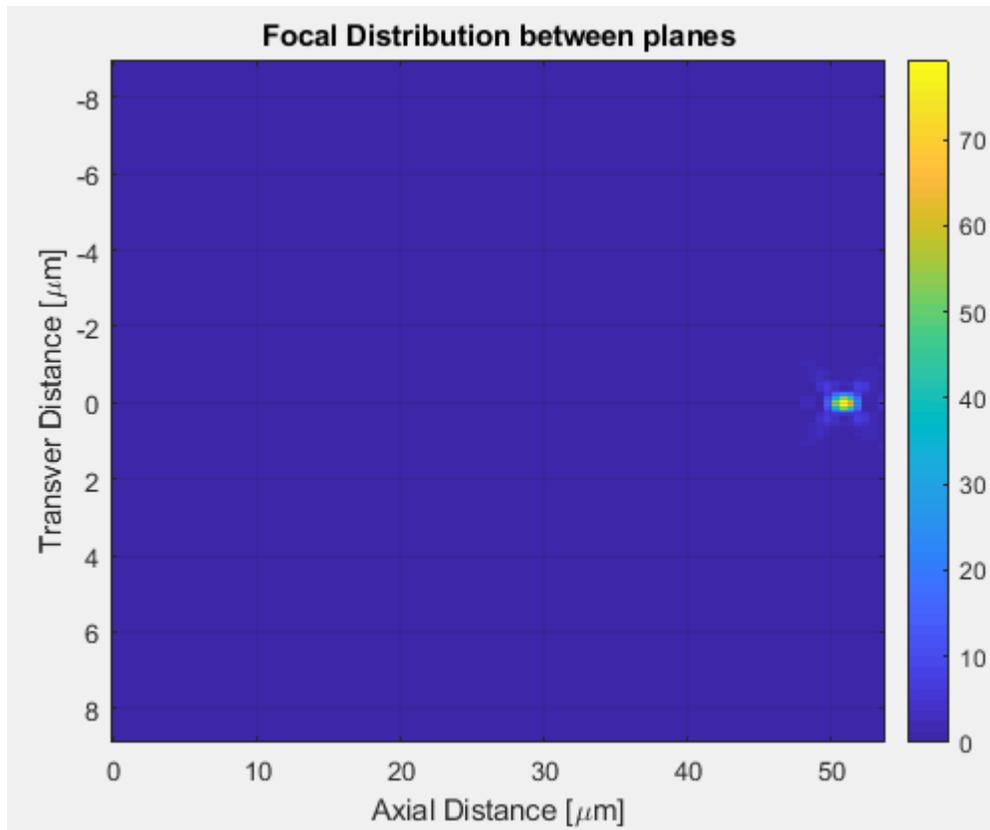
Retomando la Placa Zonal de Fresnel de fase binaria, cada pixel con el término  $(e^{i\Phi})$ , se obtiene la siguiente placa:



**Figura 19.** PZF de fase binaria. ANEXO 4

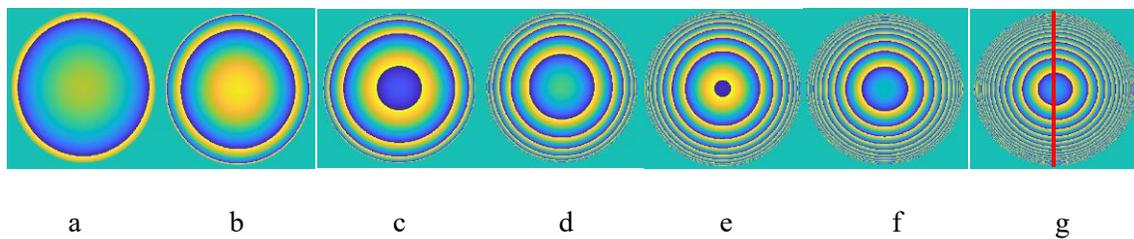
donde  $n=76$  zonas,  $\lambda = 0.442 \mu\text{m}$  y  $f = 50.94 \mu\text{m}$ . La Figura 19 (a), muestra su estructura radial y la Figura 19 (b) presenta un corte horizontal de la Figura (a) cuyo espesor corresponde al perfil binario.

Cuando se propaga luz a través de la placa zonal de Fresnel y se grafica dicha propagación de forma axial utilizando el propagador de espectro angular se observa la distribución de luz de la Figura 20.



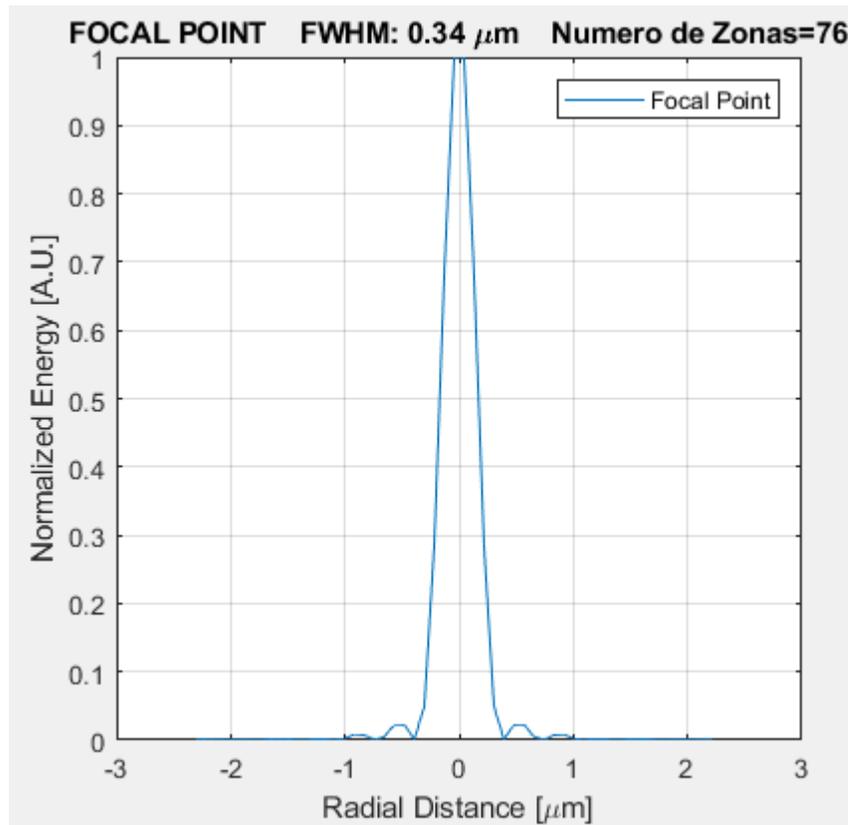
**Figura 20.** Propagación del espectro angular n ANEXO 7.

en esta figura la PZF se encuentra a la izquierda y el foco está a la derecha donde se forma la mancha amarilla. Si a la mancha amarilla le realizamos varios cortes transversales a diferentes distancias de propagación como se ve en la Figura 21,



**Figura 21.** Respuesta de la función de transferencia a diferentes distancias de propagación de  $z$  para la PZF.

se observa como el tamaño del spot va decreciendo a medida que la distancia de propagación crece. Cuando se llega a la distancia focal deseada, Figura 21 g. se analiza el perfil de intensidad en la zona indicada por la línea roja y se obtiene la gráfica de intensidad respecto a la distancia radial como se muestra en la Figura 22.



**Figura 22.** Energía normalizada vs Distancia Radial patrón de difracción (g) Figura 21. ANEXO 8.

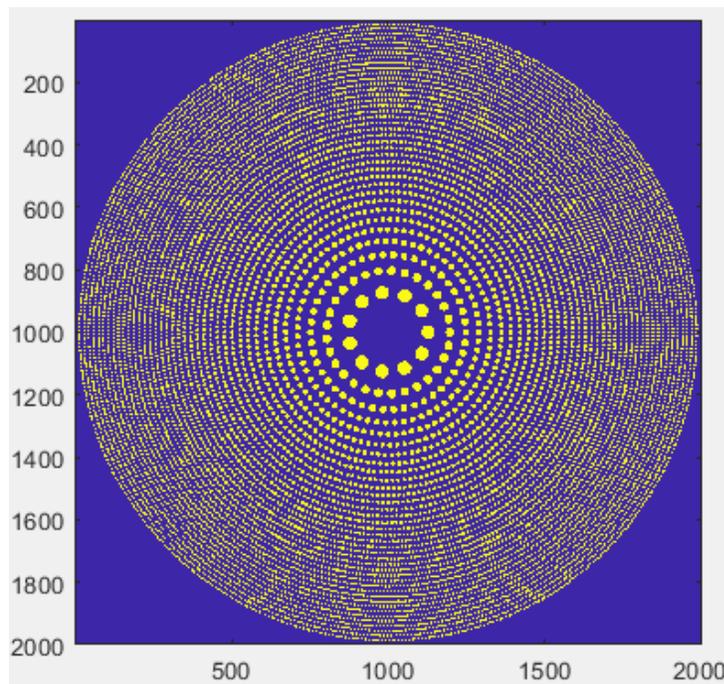
En la Figura 22. Se observa el perfil de intensidad que resulta de hacer un corte al patrón de difracción que se muestra en la Figura 21 (g) cuyo FWHM nos da una resolución de medida  $x = 0.340 \mu m$  o  $340 nm$ .

Aunque el propagador angular obtiene este valor para la placa zonal de Fresnel, se desea verificar si un Photon Sieve puede mejorar la resolución, aunque perdiendo un poco de eficiencia de difracción.

Simulemos ahora un Photon Sieve fabricado por Wenbo Jiang como aparece en la Tabla 1.

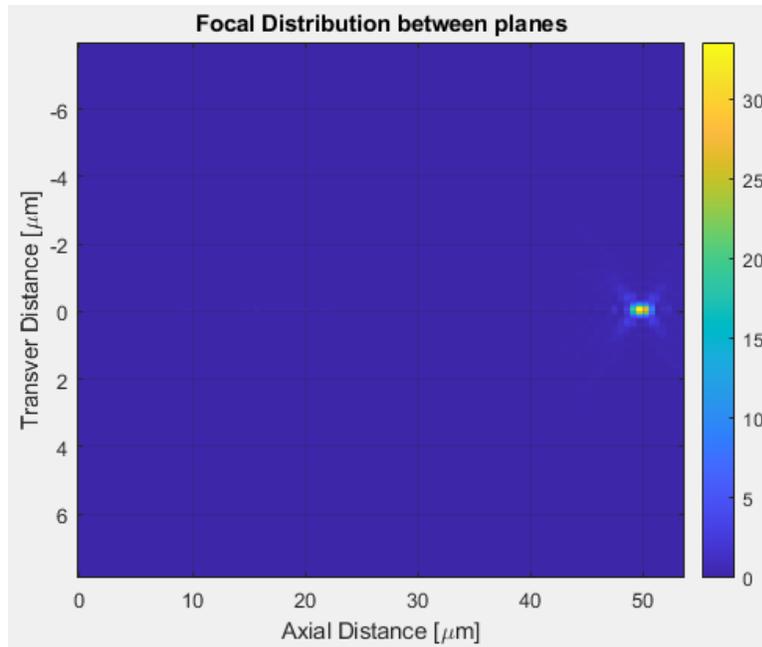
### 8.3. Diseño computacional de un elemento óptico difractivo – Photon Sieve

Retomando el Photon Sieve de amplitud, sin el término ( $Ae^{i\Phi}$ ) en cada pixel, construido por Wenbo Jiang, ver Tabla 1, se obtiene:



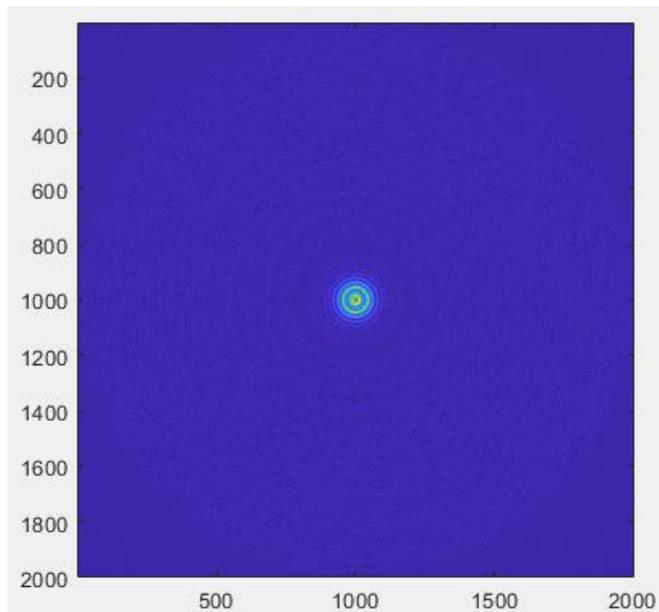
**Figura 23.** Photon Sieve. Ver ANEXO 5.

donde  $n=75$  zonas,  $\lambda = 0.355 \mu m$  y  $f = 50.9 \mu m$ . Al propagar la luz a través de este Photon Sieve y graficar dicha propagación de forma axial utilizando el propagador de espectro angular se observa la distribución de luz de la Figura 24.



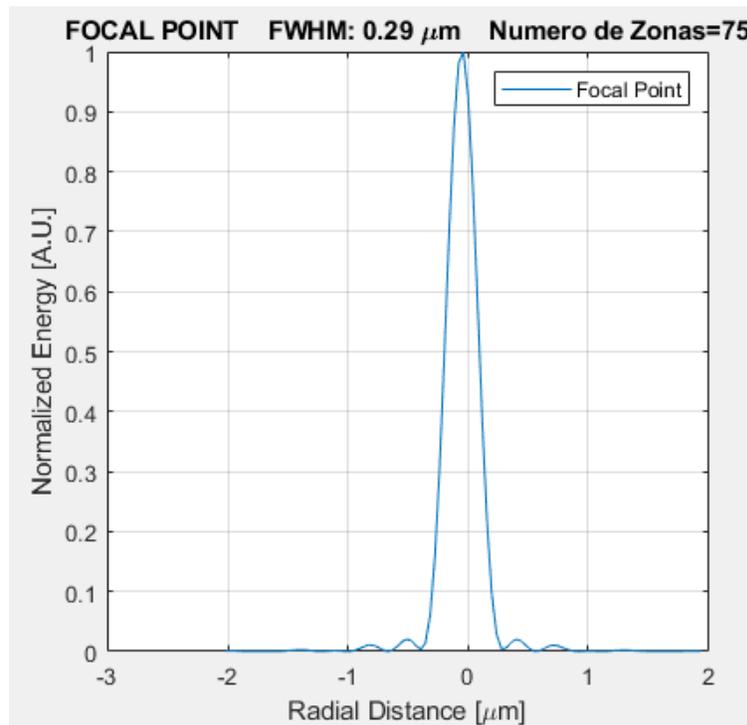
**Figura 24.** Propagación del espectro angular. ANEXO 7.

en esta figura el PS se encuentra a la izquierda y el foco está a la derecha donde se forma la mancha amarilla. Si a la mancha amarilla le realizamos un corte transversal a la distancia focal de propagación se obtiene la Figura 25,



**Figura 25.** Patrón de difracción en el plano focal para Photon Sieve de la figura 24.

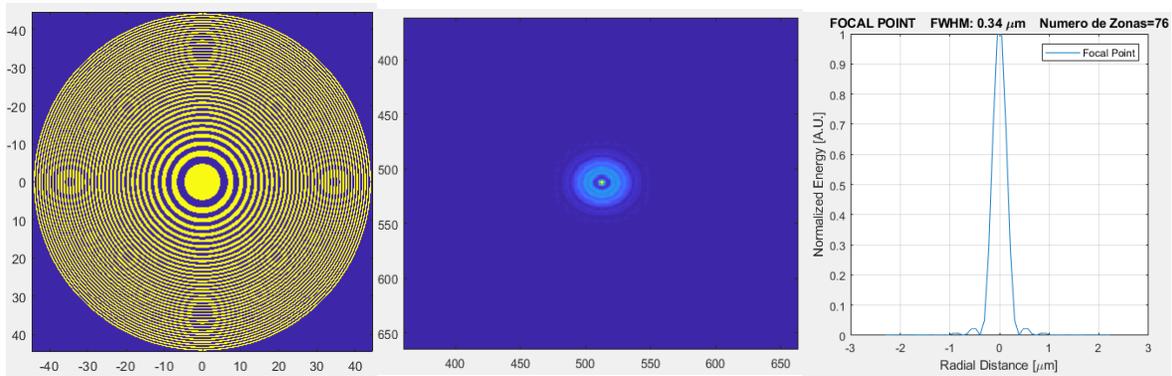
Si se analiza la energía normalizada del patrón de difracción de la figura 25 se obtiene



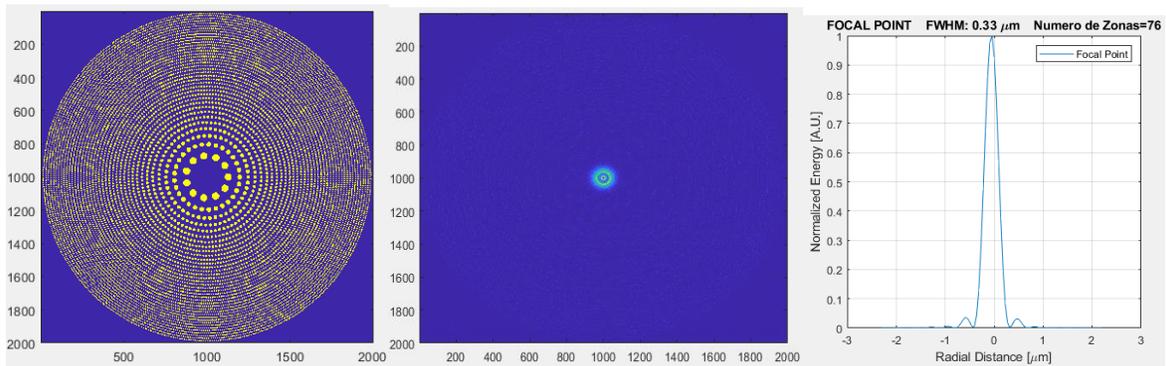
**Figura 26.** Energía normalizada vs distancia Radial del patrón de difracción (f)  
Figura 25. ANEXO 8.

#### 8.4. Comparación de Elementos ópticos difractivos PZF VS PS

Al observar el comportamiento del punto de luz obtenido a partir de la PZF y de un PS a la misma distancia focal y con el mismo número de Zonas e igual longitud de onda, se observan dos patrones de difracción diferentes; en el de la PZF se forman anillos exteriores debidos a los órdenes de difracción  $-1, \pm 3, \pm 5$ . En el PS los anillos externos sufren un acercamiento hacia el interior del spot de luz. Ver Figura 27 (b).



(a) PZF de fase con  $\lambda = 0.442 \mu m$   $f = 50.94 \mu m$   $n = 76$  zonas FWHM =  $0.34 \mu m$



(b) PS de fase con  $\lambda = 0.442 \mu m$   $f = 50.94 \mu m$   $n = 76$  zonas FWHM =  $0.33 \mu m$

**Figura 27.** SPOT de luz formado por (a) una PZF, (b) un PS

En la figura 27 (a) el FWHM obtenido es  $x = 0.340 \mu m$ , valor cercano al valor “verdadero” obtenido por Darío Gil [8] correspondiente a  $x_0 = 0.354 \mu m$ . Para un error absoluto ( $\Delta x = x - x_0$ ),  $\Delta x = 0.014$ .

De acuerdo a este error se puede afirmar que el propagador implementado se corresponde con la PZF fabricada por Darío Gil con un error relativo  $\varepsilon = \Delta x / x_0$ , de  $\varepsilon = 3.954\%$ , Luego el grado de incertidumbre,  $x \pm \Delta x$ , en la medición del spot formado por el propagador es de  $0.340 \pm 0.014 \mu m$ .

si ahora se simula el comportamiento de un Photon Sieve con exactamente las mismas características de la PZF analizada el FWHM da una resolución  $x = 0.330 \mu m$ , o  $330 nm$ , valor menor al valor obtenido con la Placa Zonal de Fresnel.

Si además se cambia la densidad o número de agujeros por zona dentro del PS las condiciones de difracción se mantienen, pero, la cantidad de energía en el patrón de difracción que logra condensarse puede ser mayor o menor dependiendo si hay menor o mayor número de agujeros por zona.

Si se considera cada agujero como si fuera una fuente, al disminuir el número de fuentes que se superponen y contribuyen a la difracción, posibilita que el ancho del patrón de difracción se reduzca.

Luego es posible obtener una mejor resolución a partir del Photon Sieve en lugar de una placa Zonal de Fresnel, con el objetivo de realizar foto litografía teniendo en cuenta que la energía focalizada se corresponda con la requerida por el foto-resist o la resina foto sensible con la cual se desea micro fabricar un dispositivo.

Para el caso del laboratorio de micro ingeniería de la Universidad EAFIT los recursos disponibles en el laboratorio para el diseño de una PZF son: Laser de  $\lambda = 500 \text{ nm}$  Y distancia focal deseada  $f=100\mu\text{m}$ . Al ingresar estos valores al propagador de espectro angular implementado este nos arroja como parámetro sugerido de fabricación un Número óptimo de zonas igual a 72 para obtener un FWHM de  $0.49 \mu\text{m}$ .

En este trabajo se implementó un algoritmo para construir un DOE y variar su geometría (número de zonas, densidad de agujeros en las zonas) y su fase (binaria, flameada y en escala de grises). También se implementó un propagador de espectro angular para encontrar el patrón de luz formado en el plano focal.

Al patrón de difracción se le midió la resolución del SPOT de luz en el plano focal y la energía normalizada que llega a dicho plano focal. Se validó el comportamiento del propagador contrastándolo con la PZF fabricada por Darío Gil [8] y se correspondió con dicho DOE fabricado.

## 9. Conclusiones

En este trabajo se ha estudiado una Placa Zonal de Fresnel para un sistema de fotolitografía cuya finalidad es la fabricación de dispositivos a escala submicrométrica, mediante escritura directa.

Para construir la estructura geométrica de la Placa Zonal de Fresnel, se implementaron varias versiones de PZF, variando el número de zonas requeridas por la PZF y cambiando la fase de la placa zonal de Fresnel.

Para tener un criterio de selección del número de zonas de Fresnel, se implementó un algoritmo que permite conocer cuál es el número de zonas óptimo a fabricar para una placa zonal de Fresnel.

Se estudió un elemento óptico difractivo alternativo a la placa zonal de Fresnel conocido como Tamiz de fotones o (Photon Sieve) y se estudió la mejora en resolución que presenta este elemento óptico difractivo con respecto a la Placa Zonal de Fresnel.

Se analizó la eficiencia energética de los diferentes elementos ópticos modelados y se verificó su relación con la variable resolución de acuerdo al elemento óptico difractivo utilizado.

Para analizar cómo se propaga el campo óptico se implementó un propagador de espectro angular en Matlab para elementos ópticos difractivos. Este propagador se construyó por medio de la óptica de Fourier en lugar de la óptica geométrica clásica.

Para tener un criterio de decisión entre varias PZF y/o Photon Sieves se midió el Full Width Half Maximun en el patrón de difracción formado en el plano focal. Con base en este valor se tomó la decisión de cuál es el mejor elemento óptico difractivo a fabricar.

El propósito de esta investigación fue realizar una simulación en la cual se modificó el número de zonas a fabricar de una Placa Zonal de Fresnel y para las mismas dimensiones de PZF crear un elemento óptico difractivo alternativo, Photon Sieve, para probar la hipótesis que vincula las variables independientes geometría y fase con la variable dependiente, resolución, controlando la variable eficiencia de difracción en porcentaje (%) en cualquier plano perpendicular al eje de propagación y la variable interviniente profundidad de foco.

La variable independiente geometría puede definirse como el cambio en el diámetro y/o en el factor de llenado para modificar la forma que toma el elemento óptico difractivo. La variable independiente, fase, puede definirse como un cambio en el espesor y/o en el nivel de fase, y/o en el índice de refacción del elemento óptico difractivo. La variable interviniente profundidad de foco que consiste en medir cuanto se prolonga el foco en la zona de incidencia, la variable dependiente resolución que consiste en medir el Full Width Half Maximun del spot que se visualiza en el plano de visualización.

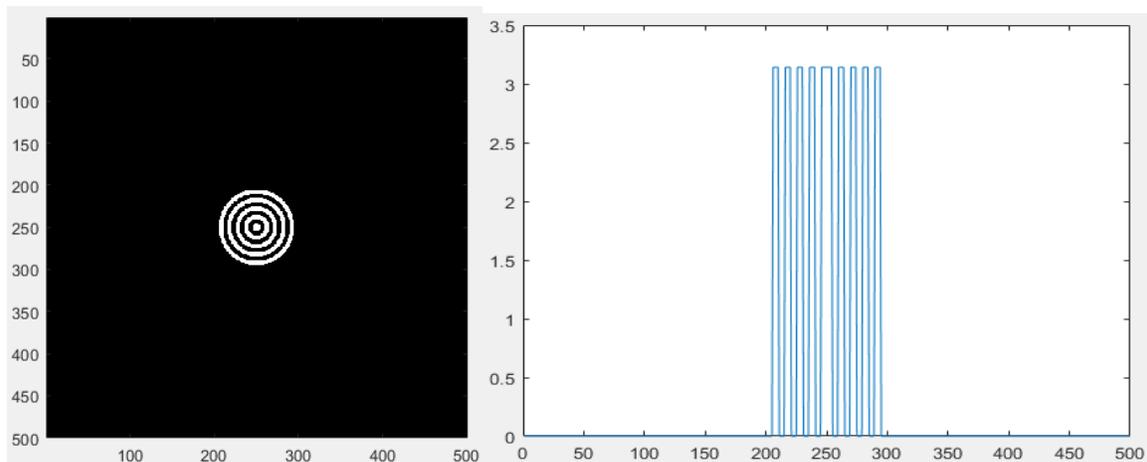
Al realizar las simulaciones se detectó la necesidad de controlar además de la resolución la profundidad de foco y el lugar donde incide el spot de luz para controlar la profundidad de grabado sobre el fotoresist. Por tal razón en el anexo 2 se tiene la descripción de este trabajo futuro.

## 10. Trabajo Futuro

### Axicon

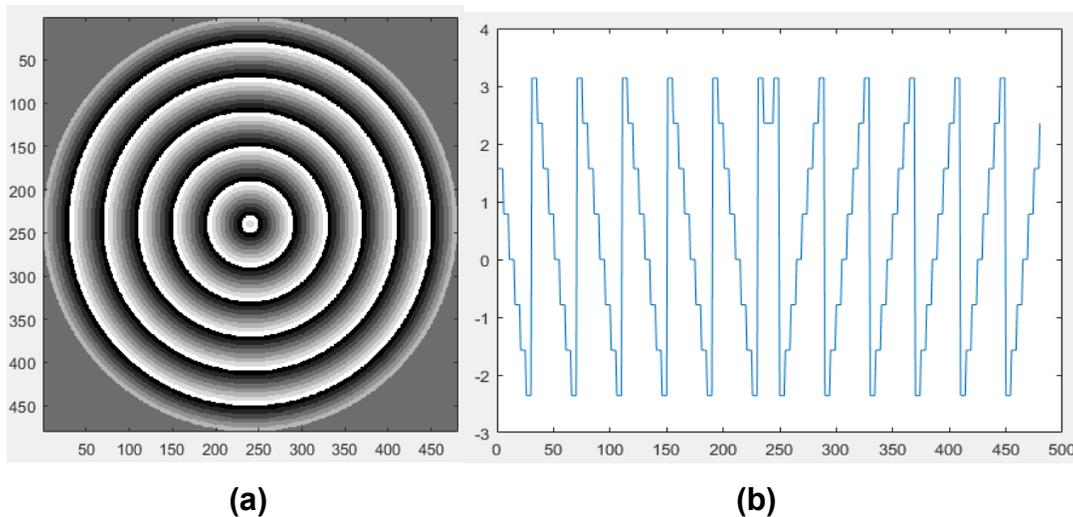
Un axicon es una rejilla circular binaria que tiene periodicidad a lo largo de la dirección radial, ver Figura 25. El patrón de difracción en el campo lejano del axicon es un anillo y es utilizado en micro perforación. A diferencia de la eficiencia del 40,5% en cada uno de los órdenes +1 y -1 de las rejillas de difracción lineales, el axicon tiene una eficiencia de aproximadamente 50% [13]

En el axicon los ordenes de difracción +1 y -1 son combinados en el patrón de difracción de anillo[13].



**Figura 28** (a)Axicon (b)Corte transversal de axicon.

Para mejorar la eficiencia del axicon se pueden crear un axicon con 8 niveles de fase incrementando la eficiencia al 95%, ver Figura 26.



**Figura 29** (a)Axicon de 8 niveles de fase (b)Corte transversal de axicon.

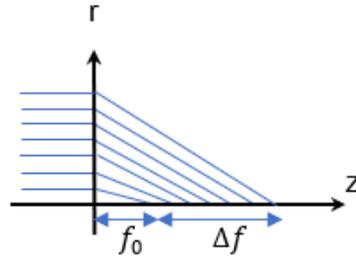
### Axilens

Un axilens es un elemento óptico difractivo intermedio entre un lente y un axicon. En el caso de un axicon, la profundidad de foco se extiende desde la localización del axicon hasta una distancia particular. Pero es difícil utilizar la región focal cercana al axicon. En el caso de una lente la profundidad de foco es pequeña. En el caso del axilens, la profundidad de foco y su localización puede ser diseñadas de forma precisa, ver Figura 27. Haciéndola superior tanto al lente como el axicon.

A diferencia de las PZF que tienen una longitud focal única, un axilens, ver Figura 13, tiene una longitud focal con dependencia radial dada por

$$f(r) = f_0 + \left(\frac{\Delta f}{R}\right)r, \quad (10.1)$$

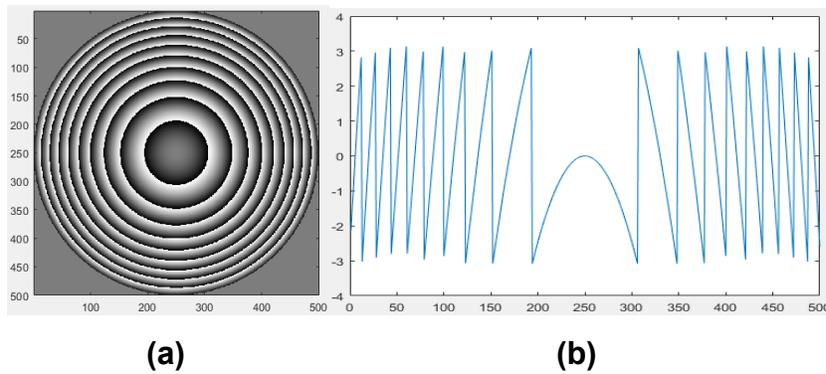
Donde  $f_0$  es la longitud focal,  $\Delta f$  es la profundidad focal, y  $R$  es el radio del elemento, ver Figura 10.



**Figura 30** Onda plana enfocada por un axilens.

El perfil de fase del axilens está dado por

$$\Phi_{Axilens}(r) = \left[ \frac{2\pi}{\lambda} (\sqrt{f(r)^2 + r^2} - f(r)) \right]_{2\pi} \quad (10.2)$$



**Figura 31** (a)Axilens de fase flameada (b)Corte transversal de axilens.

## 11. BIBLIOGRAFÍA

- [1] Y. T. Chen *et al.*, “Fabrication of high-aspect-ratio Fresnel zone plates by e-beam lithography and electroplating,” *J. Synchrotron Radiat.*, vol. 15, no. 2, pp. 170–175, 2008.
- [2] A. Pimpin and W. Srituravanich, “Reviews on micro- and nanolithography techniques and their applications,” *Eng. J.*, vol. 16, no. 1, pp. 37–55, 2012.
- [3] Katherine Schmidtke, “Facebook sets challenge for future photonic chips – Physics World,” *presentation at SPIE’s Photonics West*, 2019. [Online]. Available: <https://physicsworld.com/a/facebook-sets-challenge-for-future-photonic-chips/>. [Accessed: 28-Apr-2019].
- [4] A. Cho, “Physics: Photon sieve lights a smooth path to entangled quantum weirdness,” *Science (80-. )*, vol. 323, no. 5913, p. 453, 2009.
- [5] X. M. Hu *et al.*, “Experimental creation of superposition of unknown photonic quantum states,” *Phys. Rev. A*, vol. 94, no. 3, pp. 1–5, 2016.
- [6] L. Stuerzebecher, F. Fuchs, U. D. Zeitner, and A. Tuennermann, “High-resolution proximity lithography for nano-optical components,” *Microelectron. Eng.*, vol. 132, pp. 120–134, 2015.
- [7] S. B. Schaevitz, “Powering the wireless world with MEMS,” *Micromach. Microfabr. Process Technol. XVII*, vol. 8248, no. February 2012, p. 824802, 2012.
- [8] D. Gil, “Maskless Parallel Patterning with Zone Plate Array Lithography ( ZPAL ) by,” pp. 1–150, 2000.
- [9] D. Gil, H. I. Smith, and A. C. Smith, “Maskless Nanolithography and Imaging with Diffractive Optical Arrays by Libraries,” no. 1998, 2004.
- [10] D. Chao, A. Patel, T. Barwicz, H. I. Smith, and R. Menon, “Immersion zone-plate-array lithography,” *J. Vac. Sci. Technol. B Microelectron. Nanom. Struct.*, vol. 23, no. 6, p. 2657, 2005.
- [11] A. Davis and F. Kühnlenz, “Optical Design using Fresnel Lenses Basic Principles and some Practical Examples,” *Opt. Photonik, Wiley*, no. 4, pp. 52–55, 2007.
- [12] Y. G. Wang, R. H. Miyakawa, W. Chao, and P. P. Naulleau, “Efficient Fresnel zoneplate pattern data preparation for high-resolution nanofabrication,” *Opt. Commun.*, vol. 402, no. June, pp. 167–172, 2017.
- [13] A. S. B. Vijayakumar, *Design and Fabrication of Diffractive Optical Elements with MATLAB*, vol. TT 109, no. 1. 2018.
- [14] D. G. Voelz, *Computational Fourier Optics: A MATLAB® Tutorial*. 2011.
- [15] D. Directory and F. O. R. Matlab, “DOING PHYSICS WITH MATLAB COMPUTATIONAL OPTICS RAYLEIGH-SOMMERFELD DIFFRACTION INTEGRAL OF THE FIRST KIND FRESNEL ZONE PLATE,” pp. 1–12.
- [16] J. Vila-comamala, M. Wojcik, A. Diaz, and M. Guizar-sicairos, “research papers Angular

- spectrum simulation of X-ray focusing by Fresnel zone plates research papers," pp. 397–404, 2013.
- [17] A. Mahmoudi and R. Afzalzadeh, "Analysis, design and fabrication of centimeter-wave dielectric Fresnel zone plate lens and reflector," *Eur. Phys. J. Appl. Phys.*, vol. 32, no. 2, pp. 119–124, Nov. 2005.
- [18] S. J. Bentley and R. W. Boyd, "Nonlinear optical lithography with ultra-high sub-Rayleigh resolution," *Opt. Express*, vol. 12, no. 23, p. 5735, Nov. 2004.
- [19] P. Focal *et al.*, "Positive Focal Length Fresnel Lens Used as a Collector Positive Focal Length Fresnel Lens Used as a Collimator Negative Focal Length Fresnel Lens Used as a Diverger HIGH QUALITY FRESNEL LENSES IN A VARIETY OF SIZES & FOCAL LENGTHS."
- [20] C. Science, *SOFT X-RAYS AND EXTREME ULTRAVIOLET RADIATION*, First. California: Cambridge University Press, 1999.
- [21] C. Science, C. Science, H. I. Smith, T. J. F. T. Supervisor, and A. C. Smith, "Zone Plate Array Lithography ( ZPAL ): Simulations and System Design Rajesh Menon Master of Science in Electrical Engineering and Computer Science," 2000.
- [22] M. Ragavendran, N. Chandrasekhar, R. Ravikumar, R. Saxena, M. Vasudevan, and A. K. Bhaduri, "Optics and Lasers in Engineering," vol. 94, no. March, pp. 27–36, 2017.
- [23] A. I. N. Press, "Design and application of phase photon sieve," vol. 121, pp. 637–640, 2010.
- [24] D. Silvestri, "Sharper images by focusing soft X-rays with photon sieves," vol. 414, no. November, 2001.
- [25] C. Hou, "Novel diffractive optical element: binary photon sieve," *Opt. Eng.*, vol. 50, no. 6, p. 068001, 2011.
- [26] J. Jia and C. Q. Xie, "Phase zone photon sieve," *Chinese Phys. B*, vol. 18, no. 1, pp. 183–188, 2009.
- [27] Q. Xu, "Fourier treatment to the diffractive optical element composed of Fresnel zone and pinholes," *Optik (Stuttg.)*, vol. 121, no. 21, pp. 1941–1943, 2010.
- [28] A. Sabatyan and S. A. Hoseini, "Diffractive performance of a photon-sieve-based axilens," *Appl. Opt.*, vol. 53, no. 31, p. 7331, 2014.
- [29] W. Sun, Y. Hu, D. G. MacDonnell, H. J. Kim, C. Weimer, and R. R. Baize, "Fully transparent photon sieve," *Opt. Express*, vol. 25, no. 15, p. 17356, 2017.
- [30] A. Promoteur and J. Facult, "Photon sieve based telescope for deployable CubeSat interferometer Thesis Presented for the Master Degree in Aerospace Engineering," 2018.
- [31] O. Asmolova, G. P. Andersen, M. Anderson, and M. A. Cumming, "Photon sieves for creating and identifying orbital angular momentum of light," *Complex Light Opt. Forces XI*, vol. 10120, no. February 2017, p. 1012009, 2017.
- [32] A. Sabatyan and H. Ebrahimi, "Modified photon sieve as a high-performance bifocal and trifocal diffractive optical element," *J. Opt. Soc. Am. A*, vol. 35, no. 10, p. 1692, 2018.
- [33] C. Palmer and E. Loewen, "Diffraction Gratings Handbook," *Handbook*, vol. 1, p. 265, 2014.

- [34] A. Vijayakumar and S. Bhattacharya, "Design, fabrication, and evaluation of diffractive optical elements for generation of focused ring patterns," *Int. Conf. Photonics Opt. Eng.*, vol. 9449, no. icPOE 2014, p. 944902, 2015.
- [35] F. Wyrowski, "Efficiency of quantized diffractive phase elements," *Opt. Commun.*, vol. 92, no. 1–3, pp. 119–126, Aug. 1992.
- [36] Kuyumchyan A *et al.*, "High efficiency and low absorption Fresnel compound zone plates for hard X-ray focusing."
- [37] Gaskill.J. D, *Linear Systems, Fourier Transforms, and Optics*, 1st ed., vol. 145. Tucson, Arizona: Wiley, 1978.
- [38] I. J. Cooper, "Doing Physics With Matlab. Computational Optics. Foundations of Scalar Diffraction Theory," pp. 1–7.
- [39] R. L. Lucke, "Rayleigh-Sommerfeld Diffraction vs Fresnel-Kirchhoff , Fourier Propagation , and Poisson ' s Spot," *NRL Form. Rep.*, pp. 1–15, 2004.
- [40] F. Shen and A. Wang, "Fast-Fourier-transform based numerical integration method for the Rayleigh – Sommerfeld diffraction formula," 2006.
- [41] H. Pang, S. Yin, Q. Deng, Q. Qiu, and C. Du, "A novel method for the design of diffractive optical elements based on the Rayleigh – Sommerfeld integral," *Opt. Lasers Eng.*, vol. 70, pp. 38–44, 2015.
- [42] J. D. Schmidt, "Foundations of Scalar Diffraction Theory," *Numer. Simul. Opt. Wave Propag. with Examples MATLAB*, pp. 1–13, 2010.
- [43] J. W. Goodman, *Introduction to Fourier optics*. Roberts & Co, 2005.
- [44] D. Mas, J. Garcia, C. Ferreira, L. M. Bernardo, and F. Marinho, "Fast algorithms for free-space diffraction patterns calculation," *Opt. Commun.*, vol. 164, no. 4, pp. 233–245, 1999.
- [45] L. S. L. Thomas F. Edgar, David M. Himmelblau, *McGraw-Hill Chemical Engineering Series*. 2001.

## 12. ANEXOS

### ANEXO 1- Función de Valor Complejo

La función  $u(t)$  es una función de valor complejo

$$u(x, y, z; t) = a(x, y, z) \exp[j(2\pi\nu_0 t - \phi(x, y, z))].$$

cuya interpretación geométrica corresponde a la de un fasor donde la parte real corresponde a un coseno y la imaginaria a un seno, como se muestra en la figura A.1.

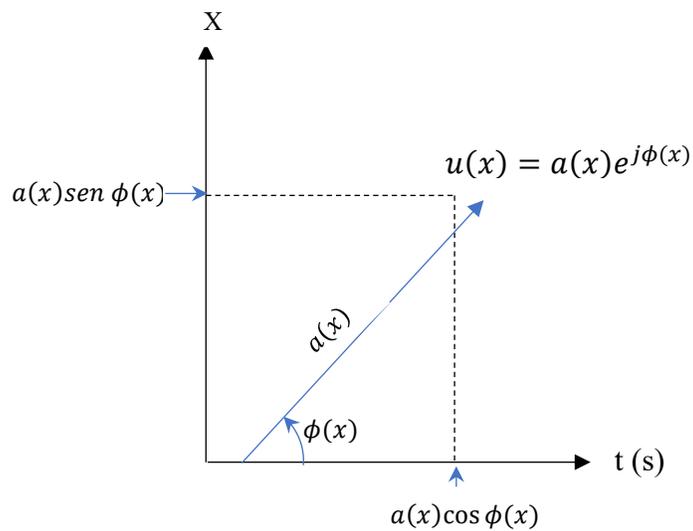


Figura A.1. Componentes de una función compleja.

## ANEXO 2 - Suite de simulación y diseño de DOE

La Suite para la simulación y diseño de elementos ópticos difractivos SUDOE tiene los siguientes ocho componentes:

**Simulation:** Es un script de Matlab que permite ingresar las variables de entrada requeridas para la simulación. Así como llamar a las funciones `FZP_function` y `PhotonSieve_function`.

**FZP\_function:** Es una función que recibe como parámetros el número total de zonas de Fresnel, la longitud focal y la longitud de onda. Con estos tres valores construye una placa zonal de Fresnel en una matriz y luego pasa esta matriz al script del propagador angular.

**PhotonSieve\_function.m:** Es una función que recibe como parámetros el número total de zonas de Fresnel, la longitud focal y la longitud de onda. Con estos tres valores construye un tamiz de fotones o Photon Sieve en una matriz y luego pasa esta matriz al script del propagador angular.

**Perforations.m:** Es una función que recibe como parámetros el radio y el espacio entre muestras y crea una perforación circular.

**AngularSpectrumPropag.m:** Es una función que recibe una matriz con la representación de un elemento óptico difractivo y lo propaga a un plano perpendicular al eje óptico de propagación uno de estos planos puede ser el plano focal.

**Fwhm.m:** Es una función que permite medir el ancho total a medio camino del máximo, con esta medida se obtiene el diámetro del spot de luz central que se forma en el plano.

**Secant.m:** Esta es una función que permite encontrar el número óptimo de zonas de Fresnel al recorrer la gráfica  $OZW$  vs  $n$ .

Los archivos de cada componente se pueden visualizar en los ANEXOS 1 AL7

## ANEXO 3- Simulation.m

```
%%Menu principal de la suite de simulación y diseño de elementos ópticos
difractivos SUDOE Simulation.m%%
% by Jaime Eduardo Cortes Galvez %%
% Sciences School EAFIT university
Clc clear all close all

disp(['| |> SIMULACIÓN Y DISEÑO DE ELEMENTOS ÓPTICOS DIFRACTIVOS <| |']);

keep_designing=1;

while keep_designing == 1
    i =1;
    while i==1 %preguntar de nuevo la opción deseada
        TypeOfdesign = input( '\n Ingrese el tipo de diseño: Placa Zonal
de Fresnel(1) Photon sieve(2) \n \n' );
        if TypeOfdesign ==1 %condición para dejar el loop
            disp( [ ' ' ] );
            i =0;
        elseif TypeOfdesign ==2
            disp( [ ' ' ] );
            i =0;
        else
            disp([ ' ' ]); disp([' Error en la entrada ']); disp([' ']);
        end
    end
    focal_length =input('\n ingresar longitud focal entre[50-200um]: \n');
    wavelength=input('\n ingresar longitud de onda [0.300-0.650nm]: \n');
    optimal_n=secant(1,11,0.9,10,wavelength,focal_length);
    %%Redirigir de acuerdo al tipo de diseño
    if TypeOfdesign ==1 %Fresnel Zone Plate
        FZP_function(optimal_n,focal_length,wavelength);
    elseif TypeOfdesign ==2 %Photon sieve
        PhotonSieve_function(30,focal_length,wavelength)
    end

    k =1;
    while k ==1 %While en caso de una entrada incorrecta
        disp([' ']) ;
        keep_designing = input( '\n Realizar otro diseño? Si(1)-No(2)\n');
        disp([' ']) ;

        if keep_designing ==1 %" If " to leave the design process
            k =0;
        elseif keep_designing==2
            k =0;
        else
            disp([' ']) ;
            disp([' Opción no válida ']) ;
            disp([' ']) ;
        end %if
    end %while of a new designing
end
```

## ANEXO 4 – FZP\_function.m

```
%%Fresnel Zone Plate%%

% by Jaime Eduardo Cortes Galvez %%

% Sciences School EAFIT university

function FZP = FZP_function(totalZones,focal_length,wavelength)

totalZones=20;
spaceSize = 1024;          %obj_size Matrix Size in pixels

zonesNumber = 1:totalZones; %number of zones

%focal_length = 50.9;      %z focal length in micrometros

>wavelength = 0.442;      %lambda wave length in micrometros

plateRadii = sqrt(focal_length*zonesNumber*wavelength+
(zonesNumber*wavelength/2).^2); % raius [Micrometros]

x = linspace(-plateRadii(end),plateRadii(end),spaceSize);

[X,Y] = meshgrid(x);

R = sqrt(X.^2 + Y.^2);

FZP = zeros(size(R));      %layer

for i = totalZones:-1: 2

    condition = (R <= plateRadii(i) - (R < plateRadii(i-1)));

    FZP(condition) = 0 < (-1)^(i-1);

end

FZP(R <= plateRadii(1)) = 1;

imagesc(x,x,FZP); axis square;

[FZP,I1] = AngularSpectrumPropag(totalZones,
spaceSize,plateRadii,wavelength,focal_length,FZP,x);
end
```

## ANEXO 5 – PhotonSieve\_function.m

```
%%Photon sieve%%
% by Jaime Eduardo Cortes Galvez %%
% Sciences School EAFIT university
% Propagador de espectro angular en el eje de propagacion%

function FZP = PhotonSieve_function(totalZones,focal_length,wavelength)

zones= 1:totalZones;
Density = 70;
plateRadii = sqrt((zones*focal_length*wavelength) +
(zones*wavelength/2).^2); % [Micrometros]
Diameter = 2* sqrt(totalZones*wavelength*(focal_length
+totalZones*wavelength/4));

zoneWidth = diff(plateRadii);
zoneWidth = [plateRadii(1), zoneWidth];

circleLengthofZone = 2*pi*(plateRadii - zoneWidth/2);
%Length of the middle circle of a zone.
MaxNumbCirclesPerZone =
floor((circleLengthofZone./(zoneWidth))*Density/100); %Maximun number of
circles inside a zone

%% Photon Sieve - Spatial Size
%array size
sizeScaling = 1.01;
L = sizeScaling*Diameter; %Array size.[um] Plate Size
smallestHoles = zoneWidth(end); %Smallest Holes Diameter.[um]

dx_max = smallestHoles/ 6; % Divisions over the minimum circle diameter
M_min = L / dx_max;
M = ceil(M_min / 1000)*1000; % ROUND TO NEXT 1000 INTEGER MULTIPLE

dx = L /M; % [um/pix]
x= -L/2:dx:L/2-dx ; %[um]
y=x;

[X,Y]= meshgrid( x , y ) ;
PhotonSieveMatrix = zeros(max(size( x )),max(size( y )));

%% Create Holes
counter_holes=0;

for i = 1 : 2 : (totalZones)
    n = totalZones - ( i -1) ;
    if n==1 %Special case for the center
        r = sqrt(wavelength*(focal_length +wavelength / 4 ) );
        PhotonSieveMatrix_Add = abs( sqrt((X).^2 + (Y).^2 ) ) <=(1* r );
        PhotonSieveMatrix = PhotonSieveMatrix + PhotonSieveMatrix_Add;

    else %External cases
```

```

[ Holes, Size ] = perforations(dx ,zoneWidth(n)/2);

Angles = linspace(0,2*pi,MaxNumbCirclesPerZone(n));

    for k = 1 : 1 : MaxNumbCirclesPerZone(n)-1 %Add a hole at every
point centered by the angle

        x_center = cos(Angles(k))*(plateRadii(n) - zoneWidth(n)/ 2);
% [mu] Polar to Cartesian Central point from OZW between the next Rn-1

        y_center = sin(Angles(k))*(plateRadii(n) - zoneWidth(n)/ 2);

        i_center = floor(x_center/ dx ); % transform from geometrical
coordinates to pixel coordinates [um -> pix]

        j_center = floor(y_center/ dx );

        i_begin = ceil(M/2) + i_center - floor(Size / 2 ); % Center
column hole submatrix to central coordinates

        i_end = ceil(M/2) + i_center + ceil( Size/ 2 ) - 1;

        j_begin = ceil(M/2) + j_center-floor(Size/ 2);

        j_end = ceil(M/2) + j_center + ceil(Size/2) - 1;

        % PhotonSieveMatrix(j_begin : j_end, i_begin : i_end) =
PhotonSieveMatrix(j_begin : j_end, i_begin:i_end) + Holes( : , : ) ;

        PhotonSieveMatrix(j_begin : j_end, i_begin : i_end) = Holes(
: , : ) ;

    end

    end %End of the " if " condition

end %End of the generation loop

%% Plot

figure();imagesc(PhotonSieveMatrix); axis square;

%shading interp; axis equal; colormap(gray); axis off;
set(gcf,'color','k');

%%

[FZP,I1] =AngularSpectrumPropag(totalZones, M,
plateRadii,wavelength,focal_length,PhotonSieveMatrix,x);

```

## ANEXO 6 – Perforation.m

```
%%Perforations%%  
% by Jaime Eduardo Cortes Galvez %%  
% Sciences School EAFIT university  
% Perforation crea los patrones a perforar en cada zona%  
  
function [Perforation,Size]= perforations(dx,r)  
  
L=dx*(ceil(2*r/dx));  
x=-L/2:dx:L/2-dx;  
y=x;  
[X,Y]= meshgrid(x,y);  
Perforation=abs(sqrt(X.^2+Y.^2))<=(r);  
Size =max(size(x));  
%imshow(Perfonration);  
end
```

## ANEXO 7 – AngularSpectrumPropag.m

```
%%Angular Spectrum%%
% by Jaime Eduardo Cortes Galvez %%
% Sciences School EAFIT university
% Angular Spectrum propagation%
function [FZP,I1] = AngularSpectrumPropag(totalZones,
spaceSize,plateRadii,wavelength,plateEFL,FZP,x)

k = 2*pi/wavelength;          % wavenumber
Fs_x = spaceSize/(2*plateRadii(end));
Fs_y = spaceSize/(2*plateRadii(end));
dFx = Fs_x/spaceSize;
dFy = Fs_y/spaceSize;
fx = (-Fs_x/2:dFx:(Fs_x/2 - dFx));
fy = (-Fs_y/2:dFy:(Fs_y/2 - dFy));
[Fx,Fy] = meshgrid(fx,fy);

% alpha and beta (wavenumber components)
alpha = wavelength.*Fx;
beta = wavelength.*Fy;
gamma = sqrt(1 - alpha.^2 - beta.^2);
gamma((alpha.^2 + beta.^2) > 1) = 0; %Revisar el rango de las ondas
evanescentes

%Diffraction pattern Calculation
m = 100; % Number of z planes
z = linspace(0,plateEFL*1.05,m);
U1 = zeros(spaceSize,spaceSize,m);
I1 = zeros(spaceSize,spaceSize,m);
windowSize = floor(spaceSize/5);
halfwindow = floor(windowSize/2);
halfSize = floor(spaceSize/2); %Valid por even pixel sizes
viewRange = halfSize - halfwindow:halfSize + halfwindow; % centered
window of quarter of size
Field1 = zeros(length(viewRange),m);
objectSpectrum = fftshift(fft2(FZP));

for page=1:1:m
    H = exp(1i*k.*gamma.*z(page));
    U1(:,:,page) = ifft2(objectSpectrum.*H);
    I1(:,:,page) = abs((1/(16*pi)).*(U1(:,:,page).*conj(U1(:,:,page))));
    Field1(:,page) = I1(spaceSize/2,viewRange,page); %Accumulate the
intensity profile
    % figure(1)
    % imagesc(angle(H));
    % imagesc(I1(:,:,page));
    % pause(0.3);
```

```

end

figure(1)
    imagesc(angle(H));
    imagesc(I1(:,:,page));
    axis square;
    %% Axial intensity
figure(2);    imagesc(z,x(viewRange),Field1);%imshow(log(Field1),[]);
title('Focal Distribution between planes')
xlabel('Axial Distance [\mum]');
ylabel('Transver Distance [\mum]');
colorbar; grid on;
maxValue=max(Field1(:));
[row, col] = find(Field1 == maxValue);

%% Focal distribution pattern
Hy = [halfSize, halfSize];
Hx = [1, spaceSize];

transverseProfile = improfile(I1(:,:,col),Hy,Hx);
normalizedProfile = transverseProfile./max(transverseProfile);
fractionRange = 0.05; % 5%

rangeEndPoints = round(halfSize.*[(1-fractionRange), (1+fractionRange)]);
viewRange = rangeEndPoints(1):rangeEndPoints(2);
measure = fwhm(x(viewRange),normalizedProfile(viewRange));

figure(3); plot(x(viewRange),normalizedProfile(viewRange));
legend({'Focal Point'});
title(strcat(sprintf('FOCAL POINT    FWHM: %1.2f',measure), ' \mum', "
", 'Numero de Zonas= ', num2str(totalZones)));
xlabel('Radial Distance [\mum]');
ylabel('Normalized Energy [A.U.]');
grid on; axis square;

end

```

## ANEXO 8 – fwhm.m

```
%%Full Width Half Maximun%%
% by Jaime Eduardo Cortes Galvez %%
% Sciences School EAFIT university
% Propagador de espectro angular en el eje de propagacion%

function measure = fwhm(x,signal)

% Full-Width at Half-Maximum (FWHM) of the waveform signal(x)

signal = signal / max(signal);
N = length(signal);
lev50 = 0.5;
if signal(1) < lev50 % find index of center(max or min)of pulse
    [garbage,centerindex]=max(signal);
    Pol = +1;
else
    [garbage,centerindex]=min(signal);
    Pol = -1;
end
i = 2;
while sign(signal(i)-lev50) == sign(signal(i-1)-lev50)
    i = i+1;
end

interp = (lev50-signal(i-1)) / (signal(i)-signal(i-1));
tlead = x(i-1) + interp*(x(i)-x(i-1));
i = centerindex+1; % next crossing at center
while((sign(signal(i)-lev50) == sign(signal(i-1)-lev50)) & (i <= N-1))
    i = i+1;
end

if i ~= N
    Ptype = 1;
    interp = (lev50-signal(i-1)) / (signal(i)-signal(i-1));
    ttrail = x(i-1) + interp*(x(i)-x(i-1));
    measure = ttrail - tlead;
else
    Ptype = 2;
    ttrail = NaN;
    measure = NaN;
end
```

