





DETERMINACIÓN DE LA CONICIDAD EQUIVALENTE DEL SISTEMA VIA  
VEHÍCULO DE UNA LÍNEA FERREA

DAVID OROZCO ÁLVAREZ

UNIVERSIDAD EAFIT  
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MECÁNICA  
ÁREA DE DISEÑO MECANICO  
MEDELLIN  
2006

DETERMINACIÓN DE LA CONICIDAD EQUIVALENTE DEL SISTEMA VIA  
VEHÍCULO DE UNA LÍNEA FERREA

DAVID OROZCO ÁLVAREZ

Proyecto de grado para optar  
al título de Ingeniero Mecánico

Asesor principal:  
Dr. Jorge Luís Restrepo Ochoa

UNIVERSIDAD EAFIT  
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA MECANICA  
ÁREA DE DISEÑO MECANICO  
MEDELLIN  
2006

Al gran esfuerzo y apoyo de mi familia, a quienes les debo todo.

## AGRADECIMIENTOS

Al Doctor Jorge Luís Restrepo Ochoa, asesor de este proyecto por su gran apoyo, dedicación, participación, consejos y por aportar todo su conocimiento y experiencia para la satisfactoria culminación de este proyecto.

A los miembros del laboratorio de mecánica experimental, por toda su ayuda, disponibilidad, participación y por brindarme la oportunidad de participar en este proyecto.

En general a todas las personas, tanto profesores como compañeros, que han contribuido con mi desarrollo profesional y personal.

## ‘TABLA DE CONTENIDO

	Pág.
1	INTRODUCCION ..... 14
2	CONCEPTOS BASICOS Y DEFINICIONES..... 16
2.1	COMPONENTES DE UNA VÍA FÉRREA ..... 16
2.1.1	Rieles ..... 17
2.1.2	Ruedas..... 18
3	INTERFASE DE CONTACTO RUEDA RIEL.....20
3.1	COMPORTAMIENTO EN MARCHA DE UN VEHICULO FERREO .....20
3.2	CONICIDAD EQUIVALENTE .....24
3.3	NORMA UIC 519.....26
3.4	PRINCIPIOS DEL MOVIMIENTO CINEMÁTICO DE UN SISTEMA FÉRREO .....27
3.4.1	Teoría Klingel .....30
3.4.2	Método Klingel para calcular la conicidad equivalente.....34
3.4.3	Método regresión lineal para calcular la conicidad equivalente .....39
3.4.4	Casos de estudio .....40
4	ALGORITMO PARA CALCULAR LA CONICIDAD EQUIVALENTE .....42
4.1	DATOS DE ENTRADA.....42
4.2	DATOS DE SALIDA.....42
4.3	DEFINICIÓN DE VARIABLES EN ORDEN DE APARICIÓN .....43
4.4	FUNCIONES MATLAB.....46
4.5	EVALUACIÓN DE LA CONICIDAD EQUIVALENTE UTILIZANDO EL MÉTODO KLINGEL .....49
4.6	EVALUACIÓN DE LA CONICIDAD EQUIVALENTE UTILIZANDO EL

	MÉTODO REGRESIÓN LINEAL.....	53
4.7	VISUALIZACIÓN DE LOS RESULTADOS DEL ALGORITMO .....	54
4.8	CASOS PRESENTADOS DURANTE LA ELABORACIÓN DEL ALGORITMO.....	55
4.9	USO DEL PROGRAMA.....	59
5	RESULTADOS DE LOS PERFILES TEORICOS NORMA.....	62
5.1	PRESENTACIÓN DE RESULTADOS.....	62
5.1.1	Perfiles teóricos de la norma UIC 519.....	62
5.1.2	Perfiles reales .....	74
5.2	ANALISIS DE RESULTADOS.....	75
6	CONCLUSIONES .....	77
7	BIBLIOGRAFIA .....	79

## LISTA DE FIGURAS

	Pág.
Figura 1 Componentes de una vía férrea .....	16
Figura 2 Perfil de un riel Vignole .....	17
Figura 3 Perfil de rueda .....	18
Figura 4 Parámetros del perfil de rueda.....	19
Figura 5 Movimiento cinemático de un conjunto eje rueda .....	20
Figura 6 Movimiento lateral del conjunto eje-ruedas.....	21
Figura 7 Concepto de conicidad de un conjunto eje-rueda.....	24
Figura 8 Conicidad rueda izquierda y derecha.....	24
Figura 9 Definición del movimiento de un conjunto eje rueda.....	30
Figura 10 Radio local del camino de ruedas de un vía .....	31
Figura 11 Diagrama del radio local del camino de ruedas .....	31
Figura 12 Función $\Delta r=f(y)$ .....	34
Figura 13 Integral desde el polo negativo hasta el valor $y_m$ .....	35
Figura 14 Integral desde el valor $y_m$ hasta el polo positivo .....	35
Figura 15 Ubicación de los valores $y_{min}$ , $y_{max}$ para una amplitud $y$ .....	36
Figura 16 Grafica de $y_{min}= f(y)$ , $y_{max}=f(y)$ .....	36
Figura 17 Constante C de la integral de $\Delta r$ .....	37
Figura 18 Movimiento senoidal cinemático del conjunto eje rueda para una amplitud determinada. ....	37
Figura 19 Grafica de la conicidad equivalente vs amplitud. ....	38
Figura 20 Regresión lineal de la curva $\Delta r$ vs $y$ .....	39
Figura 21 Esquema de los perfiles de las ruedas y rieles de los casos de estudio presentados en al norma.....	40

Figura 22 Diagrama de flujo de datos método de Klingel .....	48
Figura 23 Diagrama de flujo de datos método regresión lineal .....	52
Figura 24 Primera pantalla grafica. Función $\Delta r=f(y)$ y abajo la integral de la función $\Delta r=f(y)$ .....	54
Figura 25 Segunda pantalla grafica. A la izquierda el movimiento conjunto eje rueda y a la derecha conicidad equivalente vs amplitud .....	55
Figura 26 Tercera pantalla grafica. $y_{emin}$ , $y_{emax}$ vs amplitud de la onda .....	55
Figura 27 Los 4 casos hallados durante implementación de la norma UIC519 .....	56
Figura 28 Ubicación del directorio de trabajo .....	59
Figura 29 Ejecución del programa de conicidad equivalente .....	60
Figura 30 Selección del ejemplo a ejecutar .....	60
Figura 31 Muestra de los resultados numéricos del programa .....	61
Figura 32 Grafica de la conicidad vs. amplitud del algoritmo por los métodos de Klingel y regresión lineal para el ejemplo 1 norma UIC519 .....	63
Figura 33 Grafica de la conicidad vs. amplitud del algoritmo por los métodos de Klingel y regresión lineal para el ejemplo 2 norma UIC519 .....	65
Figura 34 Grafica de la conicidad vs. amplitud del algoritmo por los métodos de Klingel y regresión lineal para el ejemplo 3 norma UIC519 .....	66
Figura 35 Grafica de la conicidad vs. amplitud del algoritmo por los métodos de Klingel y regresión lineal para el ejemplo 4 norma UIC519 .....	67
Figura 36 Grafica de la conicidad vs. amplitud del algoritmo por los métodos de Klingel y regresión lineal para el ejemplo 5 norma UIC519 .....	69
Figura 37 Grafica de la conicidad vs. amplitud del algoritmo por los métodos de Klingel y regresión lineal para el ejemplo 6 norma UIC519 .....	70
Figura 38 Grafica de la conicidad vs. amplitud del algoritmo por los métodos de Klingel y regresión lineal para el ejemplo 7 norma UIC519 .....	71
Figura 39 Grafica de la conicidad vs. amplitud del algoritmo por los métodos de Klingel y regresión lineal para el ejemplo 8 norma UIC519 .....	72

Figura 40 Grafica de la conicidad vs. amplitud del algoritmo por los métodos de Klingel y regresión lineal para el ejemplo 9 norma UIC519 .....74

Figura 41 Grafica de la conicidad vs. amplitud del algoritmo por los métodos de Klingel y regresión lineal para el tramo recto de una rueda/riel desgatado .....75

## LISTA DE TABLAS

	Pág.
Tabla 1 Símbolos usados en la descripción de los principios de un vehículo férreo .....	27
Tabla 2 Resultado de los cálculos de conicidad para el ejercicio E.1 de la norma. ....	62
Tabla 3 Resultado de los cálculos de conicidad para el ejercicio E.2 de la norma .....	64
Tabla 4 Resultado de los cálculos de conicidad para el ejercicio E.3 de la norma .....	65
Tabla 5 Resultado de los cálculos de conicidad para el ejercicio E.4 de la norma .....	66
Tabla 6 Resultado de los cálculos de conicidad para el ejercicio E.5 de la norma .....	68
Tabla 7 Resultado de los cálculos de conicidad para el ejercicio E.6 de la norma .....	69
Tabla 8 Resultado de los cálculos de conicidad para el ejercicio E.7 de la norma .....	70
Tabla 9 Resultado de los cálculos de conicidad para el ejercicio E.8 de la norma .....	71
Tabla 10 Resultado de los cálculos de conicidad para el ejercicio E.9 de la norma.....	73
Tabla 11 Resultado de los cálculos de conicidad para el tramo recto de una rueda/riel desgatado .....	74

## LISTA DE ANEXOS

	Pág.
Anexo 1 Valores de referencia de la norma UIC 519.....	81
Anexo 2 Jerarquía y diagramas de flujo del programa para hallar la conicidad equivalente .....	99

## 1 INTRODUCCION

La Universidad EAFIT, con el apoyo de Colciencias y en asocio con el Metro de Medellín ha venido desarrollando una serie de proyectos de investigación ("Sistema Portátil de Diagnóstico (SPD)" y "Modelamiento dinámico y geométrico de la interfase vía - vehículo del Metro de Medellín (MODIVIM)"), los cuales permitirán medir, analizar, pronosticar e interpretar comportamientos dinámicos en vehículos de pasajeros, como base para el mejoramiento de planes de mantenimiento en vehículos y vías férreas.(EAFITENSE, 2005)

El comportamiento dinámico de vehículos férreos se refiere al movimiento o vibración de todas las partes del vehículo y depende tanto del diseño del vehículo como de la vía en el cual transita el vehículo. Este comportamiento tiene implicaciones en el confort de los pasajeros, el desgaste de la rueda y el riel, la generación de ruido y la seguridad del sistema férreo. (IWNICKI, 2004, 2)

Los estudios dinámicos, tanto para el diseño de sistemas férreos como para evaluar su comportamiento utilizan en muchos casos el concepto de conicidad equivalente. El tratado y optimización de este valor es usado en distintas aplicaciones tales como el diseño de perfiles de rueda y riel, determinación de la velocidad crítica del sistema férreo, casos en que se presente inestabilidad y casos donde exista riesgo de descarrilamiento (SHEVTSOV, 2003) (MARKINE, 2006).

Este proyecto busca, mediante el uso de herramientas computacionales, determinar la conicidad equivalente del sistema férreo para analizar y dar criterios que permitan mejorar la interfase rueda riel del sistema. Al finalizar este proyecto se hará entrega de un programa que permita calcular la conicidad equivalente del sistema. El programa se hará siguiendo los criterios establecidos en la norma UIC

519 (UIC519,2003) y para validar la implementación se resuelvan todos los casos presentados en la norma. Se busca que con esta herramienta se puedan estudiar las implicaciones de nuevos diseños de los perfiles de la rueda o el riel en el comportamiento del sistema.

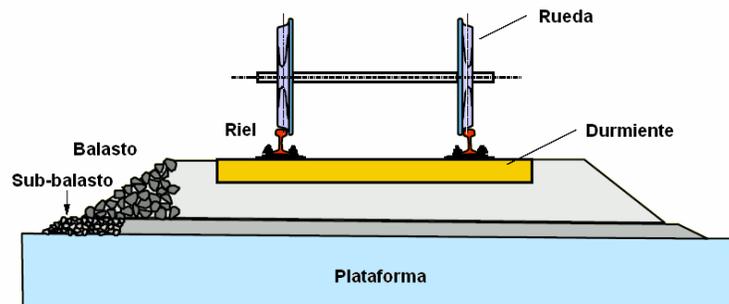
## 2 CONCEPTOS BASICOS Y DEFINICIONES

Para obtener un mejor entendimiento de los sistemas de líneas férreas esta sección tiene como objetivo brindar conceptos básicos sobre algunos de los componentes más significativos en la interfase rueda riel.

### 2.1 COMPONENTES DE UNA VÍA FÉRREA

Como partes esenciales en la constitución del camino de rodadura de los trenes, se consideran la infraestructura y la superestructura. La infraestructura es la parte del sistema ferroviario que da origen a la línea, con sus cortes y terraplenes, viaductos, puentes, alcantarillas, túneles, y en general, con todas las obras de arte y de fábrica necesarias para el establecimiento de la superficie sobre la que se asienta la vía; en cambio la superestructura es la estructura de la vía propiamente dicha, que está formada por todos los elementos y materiales que se colocan sobre la plataforma para establecer el camino de rodado ferroviario. De manera general está formada por los siguientes elementos básicos: los rieles, las ruedas, el balasto, los durmientes, los aparatos de vía, y también los elementos precisos para asegurar la circulación de los trenes, como las señales, y enclavamientos. (CLAVIJO@, 2004).

Figura 1 Componentes de una vía férrea



CLAVIJO@, 2004

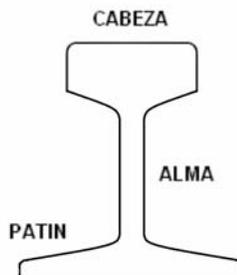
Aunque todos los componentes de la vía cumplen una función determinada importante para el movimiento general del vehículo, en este estudio solo se requiere tener en cuenta los elementos de guía, es decir, el riel y la rueda.

### 2.1.1 Rieles

Son unas “barras de acero” que sirven como elementos de guiado al conjunto eje-rueda. El riel constituye el elemento fundamental de la estructura de la vía y como tal cumple los siguientes propósitos:

- Proveer una superficie de marcha lisa para el guiado de las ruedas del tren durante su movimiento.
- Resistir, transmitir y distribuir las cargas y tensiones que recibe del material rodante a los otros elementos que componen la estructura de la vía (durmiente, balasto, etc.).
- Servir de conductor de la corriente eléctrica para los sistemas de señalización en las líneas electrificadas. (VIGOROUX, 2003, 7-4)

Figura 2 Perfil de un riel Vignole



CLAVIJO@, 2004.

El perfil de riel más común y que se adopta en todos los ferrocarriles del mundo es el llamado riel Vignole. (Figura 2) Este riel está constituido por una gruesa cabeza

redondeada que se utiliza como superficie de rodadura y que soporta el desgaste; un alma de pequeño espesor que une la cabeza con el patín, el cual constituye la base del riel y cuya superficie inferior es plana, lo que le permite descansar directamente sobre los durmientes. (VIGOROUX, 2003, 7-9)

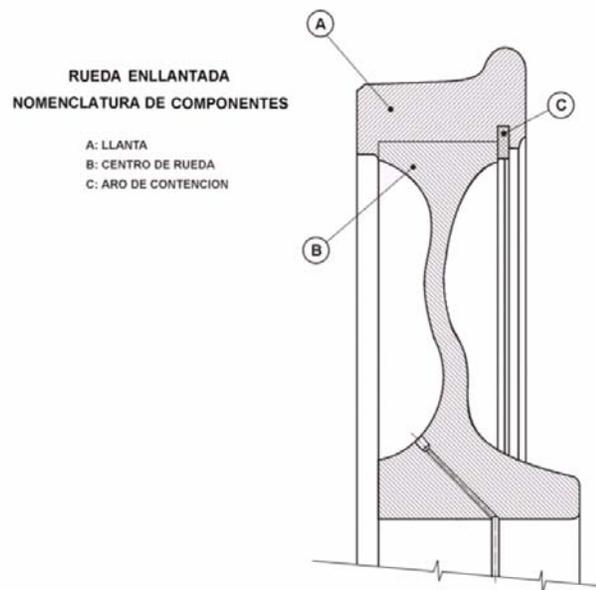
El perfil de riel analizado en la norma es .S-UIC519-A

El perfil de referencia, anteriormente mencionado, o cualquier otro perfil teórico pueden modificarse para lograr un mejor desempeño en la interfase. Se debe tener en cuenta que durante el funcionamiento los perfiles originales sufren un desgaste que modifica su desempeño.

### 2.1.2 Ruedas

En general están compuestas por dos partes principales: el núcleo o parte central de la rueda y la parte exterior, la cual se conoce con el nombre de llanta.

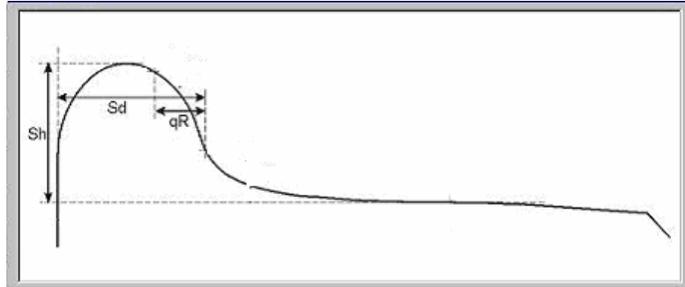
Figura 3 Perfil de rueda



(Cortesía de la empresa Metro de Medellín Ltda, 2005).

La superficie de la llanta que se encuentra en contacto en la interfase vía-vehículo se denomina perfil de rueda, en la Figura 3 se muestran los parámetros contenidos en este.

Figura 4 Parámetros del perfil de rueda.



(Cortesía de la empresa Metro de Medellín Ltda, 2005).

Algunos parámetros importantes del perfil de la rueda son los siguientes (Figura 4)

- $Sd$ : Espesor de pestaña de la rueda.
- $Qr$ : Escarpadura de pestaña de la rueda.
- $Sh$ : Altura de la pestaña de la rueda.

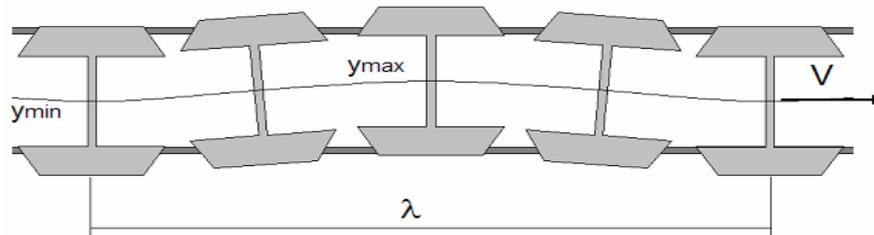
### 3 INTERFASE DE CONTACTO RUEDA RIEL

#### 3.1 COMPORTAMIENTO EN MARCHA DE UN VEHICULO FERREO

Un conjunto eje-rueda se define como un par de ruedas, con una forma aproximadamente cónica y pestañas, conectadas rígidamente a un eje. Las pestañas evitan que las ruedas al desplazarse lateralmente se descarrilen.

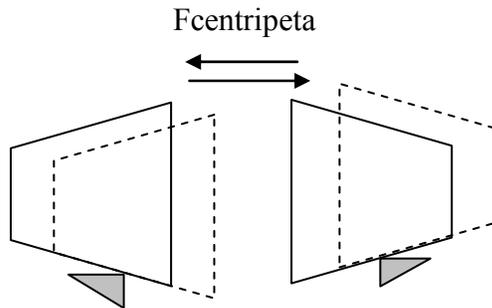
Cuando un conjunto eje-rueda libre rueda hacia delante, oscila de lado a lado con una amplitud casi constante y siguiendo una trayectoria casi senoidal. (Figura 5)

Figura 5 Movimiento cinemático de un conjunto eje rueda



Para explicar lo anterior si un conjunto eje-rueda se desplaza lateralmente desde su posición central, una fuerza centrípeta actúa sobre él en el punto de contacto rueda/riel, debido a los distintos radios de rodadura. Esta fuerza centrípeta guía de vuelta las ruedas a la posición central, donde los radios de rodadura de cada rueda son iguales. Pero debido a la cantidad de movimiento que posee el conjunto eje rueda, cruza la posición central, hacia la parte externa del riel, donde de nuevo se ubica en un radio de rodadura desigual. Así la fuerza centrípeta actúa reiteradamente para ubicarlo de nuevo en la posición central. (Figura 6) Este movimiento de serpenteo de lado a lado es lo que hace que el desplazamiento longitudinal se asemeje a un movimiento senoidal ondulatorio. (VERMA, 2004, 2)

Figura 6 Movimiento lateral del conjunto eje-ruedas



Klingel investigó este movimiento cinemático y dió una expresión, para su longitud de onda. Esta longitud de onda es dependiente del ángulo de cono de la rueda, denominado la conicidad. Una conicidad grande resulta en una longitud de onda más pequeña y así, causa frecuencias de oscilación más altas en el conjunto eje - rueda, afectando su estabilidad y generando un fenómeno de oscilación inestable, de lado a lado con una máxima amplitud restringida solamente por la pestaña de contacto. Esto conlleva al deterioro de las ruedas y generación de fuerzas grandes en las pestañas en vías tangentes, incrementando de esta manera la disposición del riel al descarrilamiento. (VERMA, 2004, 1)

Las propiedades cinemáticas del contacto rueda riel, tales como el radio de rodadura, ángulos de contacto y ángulo de rodadura del conjunto eje-rueda varían a medida que las ruedas se mueve lateralmente relativo a los rieles. La naturaleza de la dependencia funcional entre estas variables geoméricamente restringidas y la posición lateral del conjunto eje-rueda es definida por el perfil de la rueda y el riel. Por medio del estudio de las características entre rueda y riel es posible juzgar el comportamiento dinámico del conjunto eje-rueda y las propiedades dinámicas (como la estabilidad) del vehiculo.

El perfil de la rueda y el riel no solo definen las propiedades cinemáticas y dinámicas del conjunto eje-rueda sino que también las propiedades físicas como los esfuerzos de contacto, creep y el desgaste. Así el mal diseño de una

combinación rueda y riel puede llevar a muchos problemas ferroviarios tales como alto tasa de desgaste de las ruedas, inestabilidad del conjunto eje-rueda como también a defectos de fatiga por contacto de rodadura. Estos problemas a su vez llevan a ineficiencias de costo y son inseguros cuando son explotados. (ESVELD, 2006,2)

La interacción rueda/riel es un aspecto crítico en el funcionamiento de un vehículo férreo. La habilidad de un conjunto eje-rueda de dirigir y mantenerse estable es determinada por la función de la diferencia de radios de rodadura; esto es la diferencia de los radios de rodadura de la rueda derecha e izquierda como función de la posición lateral de las ruedas.

$$Ec 1 \quad \Delta r = r1 - r2$$

donde r1 es el radio de rodadura de la rueda derecha y r2 es el radio de rodadura de la rueda izquierda. (KLAUSER, 2006,1)

La función  $\Delta r$  varía linealmente con el desplazamiento lateral de las ruedas, siempre que los perfiles de la rueda sean cónicos, es decir, siempre que los perfiles de la rueda muestren una inclinación constante a lo largo de toda la zona de la superficie de rodadura. En este caso la longitud de onda del serpenteo la determina exclusivamente la inclinación cónica del perfil de rueda (la conicidad).

En caso de perfiles de rueda desgastados o nuevos, que están adaptados, no se da una inclinación cónica constante a lo largo de toda la zona de la superficie de rodadura. En dicho caso la función  $\Delta r$  en general no sigue un curso lineal. De este modo ya no se puede determinar la longitud de onda del serpenteo mediante la inclinación del perfil de la rueda.

Para poder permitir, a pesar de ello, también en estos perfiles una comparación sencilla, pero solo aproximada, respecto al comportamiento de marcha con perfiles cónicos, se calcula para tales perfiles de rueda la llamada conicidad

equivalente  $\tan\gamma_E$ . Ese valor corresponde a la inclinación de un perfil cónico, en el cual resultaría un serpenteo de la misma longitud de onda como el perfil de la rueda inspeccionada.

Respecto al comportamiento de marcha se valoran los resultados de la geometría de contacto rueda / riel de la siguiente manera:

- Una función vertical  $\Delta r = f(y)$  (es decir un cambio fuerte de los radios de rodadura en un desplazamiento transversal pequeño 'y' del eje montado en la vía) provoca una gran conicidad equivalente  $\tan\gamma_E = f(y)$ . Ella provoca en la vía recta un serpenteo con longitud de onda corta, lo que puede tener una influencia desfavorable sobre la estabilidad de marcha en caso de velocidades más altas debido a la frecuencia de ondas más alta.

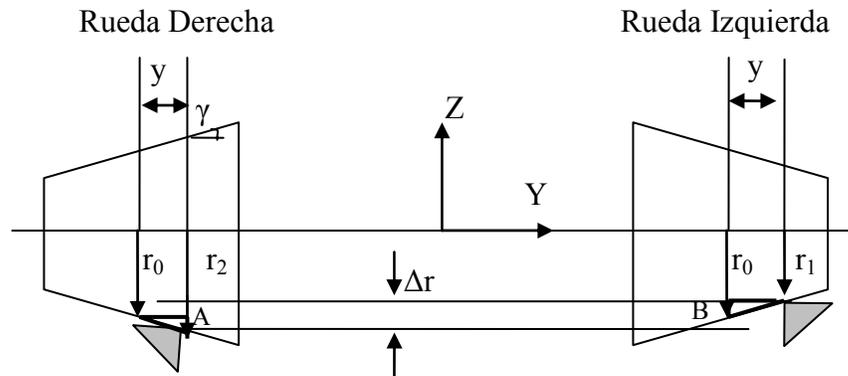
Una diferencia de radios de rodadura grande es la condición previa para un comportamiento favorable de marcha en curva, en lo cual, sin embargo, una gran suma de ángulos de contacto limita un ajuste radial de un eje montado libre.

- Mediante la posición de los puntos de contacto en el perfil de rueda y riel se puede determinar el desarrollo del desgaste a esperar. Siempre que el contacto se extienda solo a una zona limitada de los perfiles, el desgaste se presenta sólo en esta zona. Esto lleva a un cambio de la forma del perfil con el aumento de los recorridos de los ejes montados y/o una duración más larga de los carriles en la vía (perfiles sin estabilidad de forma).
- El contacto en dos puntos entre rueda y riel (igual contacto simultáneo entre rueda y riel en 2 puntos en un par de perfiles) conduce a un desgaste adicional, especialmente en el caso en que la diferencia de los radios de rodadura para ambos puntos de contacto en un par de perfiles es grande. (TROCHE, 1996, 16)

### 3.2 CONICIDAD EQUIVALENTE

Si un conjunto eje-rueda con perfiles cónicos se mueve lateralmente con un desplazamiento  $y$  desde su posición centrada, el radio de rodadura de la rueda derecha  $r_1$ , y de la rueda izquierda  $r_2$  son distintas. La conicidad  $\gamma$  de la rueda se puede expresar como una función de la diferencia de radios de rodadura del conjunto eje rueda  $\Delta r$ . (Figura 8) (POLACH, 2005, 5)

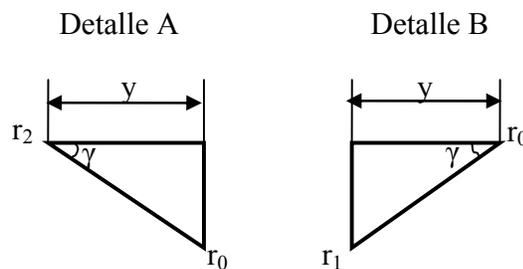
Figura 7 Concepto de conicidad de un conjunto eje-rueda



Para obtener el ángulo de conicidad  $\gamma$  se debe mirar el desplazamiento de cada rueda por separado.

Esta relación se puede obtener si se analizan los triángulos de los detalles A y B de la figura 7 y que se muestran ampliados en la figura 8:

Figura 8 Conicidad rueda izquierda y derecha



Resultando que:

$$\text{Tan}\gamma = \frac{r_0 - r_2}{y} \quad \text{Tan}\gamma = \frac{r_1 - r_0}{y}$$

Para eliminar el  $r_0$  sumamos las dos ecuaciones y se obtiene:

$$2\text{Tan}\gamma = \frac{r_1 - r_2}{y}$$

Considerando que  $\Delta r = r_1 - r_2$  se obtiene la expresión

$$\text{Ec 2} \quad \text{Tan}\gamma = \frac{\Delta r}{2y}$$

Cuando las ruedas no tienen un perfil cónico, como en el caso de ruedas desgastadas, se pueden usar métodos de linearización para que esta ecuación todavía pueda ser aplicada reemplazando  $\text{Tan}\gamma$  con  $\text{Tan}\gamma_e$ , lo que se conoce como la conicidad equivalente.

Por definición, la conicidad equivalente de un conjunto de ruedas es igual a la tangente del ángulo cónico,  $\text{tan}\gamma_e$ , de un conjunto eje-rueda de hilo cónico cuyo movimiento lateral tiene la misma longitud de onda cinemática que el conjunto eje-rueda dado (pero únicamente para vía tangente y para curvas de grandes radios) (UIC519, 2004,4)

La conicidad equivalente depende principalmente de la forma actual de la cabeza del riel y del perfil real de la rueda, incluyendo cualquier desgaste en ambos, y también se ve afectada por la trocha de la vía (distancia entre ruedas) y de la inclinación del riel. (ESVELD, 2001)

En el diseño de perfiles la conicidad equivalente, es un factor clave ya que por medio de este se puede obtener la mejor combinación rueda/riel para un sistema férreo determinado, de manera que se satisfagan las siguientes condiciones:

- Bajas ratas de desgaste
- Estabilidad del conjunto eje-rueda.
- Tensiones aceptables de contacto.

Además de lo anterior, el valor de la conicidad equivalente sirve para determinar la velocidad crítica del sistema férreo, casos en que se presente inestabilidad y casos donde exista riesgo de descarrilamiento. (SHEVTSOV, 2003, 2)

### 3.3 NORMA UIC 519

La norma UIC 519 es un documento creado por la Unión Internacional de Vías Férreas, donde se da una breve explicación de la conicidad equivalente y presenta dos métodos para calcular esta variable. El documento además pretende poder comparar resultados obtenidos por distintos sistemas férreos por medio del cálculo de la conicidad de acuerdo a los mismos principios. La norma explica los principios que deben ser seguidos para calcular la conicidad pero no impone ningún método numérico de cálculo.

Para que los métodos de solución que la norma propone se cumplan, se hacen las siguientes suposiciones:

- Ambos (la rueda y el riel) son considerados rígidos.
- Una rueda es simétrica en revolución.
- Un riel teórico es recto, y es representado por un perfil simple.
- Un riel real se define con, por lo menos, 11 perfiles regularmente espaciados, apartados cerca de 100m de la línea de sección; La conicidad se obtiene

tomando el promedio de sus conicidades individuales, y la desviación estándar también debería ser indicada.

- La rueda no penetra dentro del riel, sólo se consideran los puntos de contacto.
- No se tiene en cuenta la rotación del sistema en el eje de la vía (rotación en un eje paralelo a la vía), producido por el movimiento lateral del sistema.
- En el punto de contacto, los planos tangentes al riel y la rueda son paralelos. (UIC519, 2004, 5)

### 3.4 PRINCIPIOS DEL MOVIMIENTO CINEMÁTICO DE UN SISTEMA FÉRREO

A continuación se establecen los principios bajo los cuales se rige el movimiento de un sistema férreo, pero primero se enunciarán las variables que se usarán durante la demostración (Ver Tabla 1).

El movimiento cinemático de un par de ruedas libre, sin inercia, sobre una vía se puede describir por medio de la siguiente ecuación:

Ec 3 
$$\ddot{y} + \frac{V^2}{er_0} \Delta r = 0$$

Tabla 1 Símbolos usados en la descripción de los principios de un vehículo férreo

SÍMBOLO	Descripción
x	Desplazamiento del conjunto eje-rueda en dirección longitudinal de la vía.
y	Desplazamiento del conjunto eje-rueda en dirección lateral de la vía.

SÍMBOLO	Descripción
$\Psi$	Ángulo de movimiento en el plano x-y.
$e$	Distancia entre puntos de contacto (aproximadamente 1500mm para vías estándar).
$\lambda$	Longitud de Onda.
$r_0$	Radio de la rueda cuando el conjunto eje-rueda, está centrado sobre la vía.
$r_1$	Radio de rodadura de la rueda derecha.
$r_2$	Radio de rodadura de la rueda izquierda.
$r$	Radio de rodadura de ambas ruedas.
$\Delta r$	Diferencia de radios de rodadura de la rueda derecha vs. la izquierda $r_2 - r_1$ .
$R$	Radio local de la trayectoria de la rueda.
$ds$	Longitud de la curva de la trayectoria correspondiente al ángulo $d\Psi$ .
$\tan \gamma_e$	Conicidad Equivalente.
$\tan \gamma_a$	Inclinación de la rueda y el riel en el punto de contacto.
$\hat{y}$	Amplitud de onda.
$y_{em}$	Desplazamiento $y$ ; donde el $\Delta r = 0$ .
$y_{emin}, y_{emax}$	Corresponde a los desplazamientos máximo y mínimo $y_{min}$ y $y_{max}$ para ciertas ondas.
$V$	Velocidad del vehículo.

La velocidad  $V$  del vehiculo se asume constante para propósitos de este estudio, así:

$$V = \frac{dx}{dt}$$

Aplicando la regla de la cadena:

$$\frac{dy}{dt} = \frac{dy}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} \rightarrow V \frac{dy}{dx}$$

y reemplazando estos datos en la componente  $\ddot{y}$  se obtiene:

$$\ddot{y} = \frac{d^2y}{dt^2} = V^2 \frac{d^2y}{dx^2}$$

Así la ecuación diferencial (Ec 3) da:

$$V^2 \frac{d^2y}{dx^2} + \frac{V^2}{er_0} = 0$$

$$V^2 \left( \frac{d^2y}{dx^2} + \frac{\Delta r}{er_0} \right) = 0$$

Ec 4

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{\Delta r}{er_0} = 0$$

Como ya se describió, para un perfil cónico

$$\tan \gamma = \frac{\Delta r}{2y}$$

Ec 5

$$\Delta r = 2y \tan \gamma$$

Reemplazando (Ec 5) en (Ec 4):

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{2 \tan \gamma}{er_0} y = 0$$

$$y'' + y = 0$$

Esta ecuación equivale a tener una ecuación diferencial de segundo orden cuya condiciones iniciales son:

$$y = y_0 \text{ para } x = 0$$

$$\frac{dy}{dx} = 0 \text{ para } x = 0$$

La solución de la ecuación diferencial es una onda senoidal con longitud de onda  $\lambda$ :

Ec 6 
$$\lambda = 2\pi \sqrt{\frac{er_0}{2 \tan \gamma}}$$

### 3.4.1 Teoría Klingel

El planteamiento analítico descrito previamente puede ser descrito utilizando la teoría de Klingel.

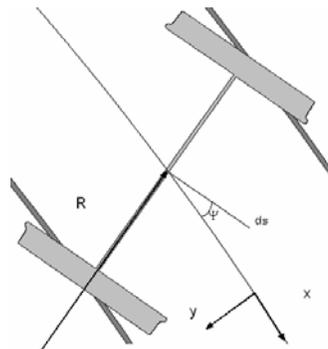
Si una rueda de perfil cónico se desplaza lateralmente desde la posición central, este desplazamiento es compensado debido a los distintos radios de rodadura de la ruedas. Esto resulta en un movimiento periódico ondulatorio del par de ruedas.

El movimiento de un conjunto eje-rueda sobre una vía se puede describir por medio de un ángulo (Ver Figura 9):

Ec 7 
$$\psi = \frac{\dot{y}}{\dot{x}} = \frac{dy}{dx}$$

$$ds = -R \cdot d\psi$$

Figura 9 Definición del movimiento de un conjunto eje rueda



Para un ángulo pequeño de  $\psi$ ,

$$ds \cong dx$$

$$dx = -R \cdot d\psi$$

Entonces Ec 7, queda así:

$$\psi = \frac{\dot{y}}{\dot{x}} = \frac{dy}{dx} = -\frac{dy}{Rd\psi}$$

Ec 8

$$\psi d\psi = -\frac{dy}{R}$$

Para hallar el radio local del camino de las ruedas, R (Figura 10), se puede hacer una relación de triángulos basado en la distancia entre ruedas e, los radios de rodadura derecha e izquierda  $r_1$ ,  $r_2$  y la diferencia de los radio de rodadura  $\Delta r$ . (Figura 11)

Figura 10 Radio local del camino de ruedas de un vía

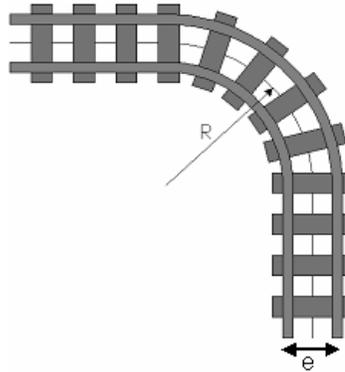
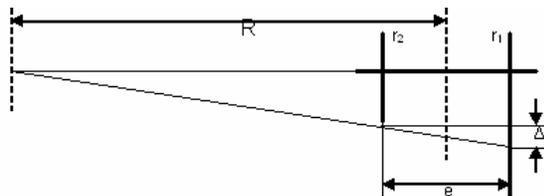


Figura 11 Diagrama del radio local del camino de ruedas



$$\frac{R}{e} = \frac{\frac{r_1 + r_2}{2}}{r_1 - r_2}$$

Como:

$$r_0 = \frac{r_1 + r_2}{2}$$

$$\Delta r = r_1 - r_2$$

Así:

Ec 9 
$$R = \frac{er_0}{\Delta r}$$

Reemplazando Ec 9 en Ec 8 se obtiene:

Ec 10 
$$\psi d\psi = -\frac{\Delta r dy}{er_0}$$

Para demostrar que la teoría de Klingel esta basada en los mismos principios que propone la norma UIC519 partimos de Ec 3

Ec 3 
$$\frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{\Delta r}{er_0} = 0$$

De la Ec 7 tenemos que:

Ec 7 
$$\psi = \frac{dy}{dx}$$

$$\frac{d\psi}{dx} = \frac{d^2 y}{dx^2}$$

Así Ec 3 se puede escribir:

Ec 11 
$$\frac{d\psi}{dx} + \frac{\Delta r}{er_0} = 0$$

De Ec 7 se despeja dx y se reemplaza en Ec 11 de manera que quede todo en función de las variables:  $\psi$  y  $y$

$$dx = \frac{dy}{\psi}$$

$$\frac{\psi}{dy} d\psi + \frac{\Delta r}{er_0} = 0$$

Al pasar el segundo termino de la suma al otro lado y despejando dy, se logra ver que es igual a Ec 10 lo que demuestra que esta basado en los mismos principios que se proponen en la norma.

$$\psi d\psi = -\frac{\Delta r dy}{er_0}$$

Para continuar se integra la ecuación para hallar el ángulo de movimiento senoidal para cada uno de los desplazamientos de una amplitud dada:

$$\frac{\psi^2}{2} = -\frac{1}{er_0} \left[ \int_{y_{\min}}^{y_{\max}} \Delta r dy + C \right]$$

Ec 12 
$$\psi = \sqrt{\frac{-2}{er_0} \left[ \int_{y_{\min}}^{y_{\max}} \Delta r dy + C \right]}$$

Para obtener el movimiento de las ruedas sobre la vía se integra dx de la siguiente ecuación:

$$dx = \frac{dy}{\psi}$$

Ec 13

$$x = \int_{y_{\min}}^{y_{\max}} \frac{dy}{\psi}$$

Con esta integral se obtiene el movimiento en la vía y en particular el camino correspondiente a la mitad de la longitud de onda que va desde  $y_{\min}$  hasta  $y_{\max}$  para cierta onda.  $\lambda = 2 \cdot x$

Después de calcular la longitud de onda se reemplaza en la ecuación (6) y se puede despejar la conicidad equivalente tanye:

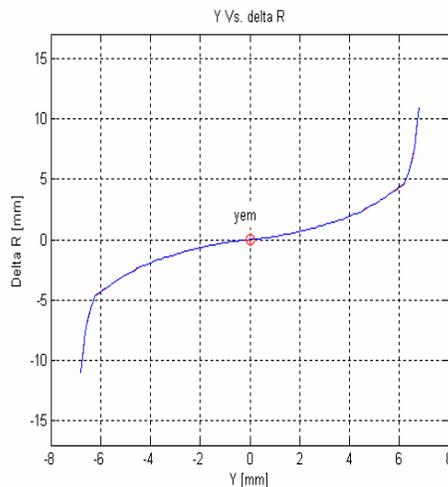
Ec 14

$$\tan \gamma_e = \left( \frac{\pi}{\lambda} \right)^2 2er_0$$

### 3.4.2 Método Klingel para calcular la conicidad equivalente

A. Encontrar el desplazamiento  $y_{em}$  para el cual la función de  $\Delta r$  intercepta el eje  $y$  o sea que  $\Delta r = 0$

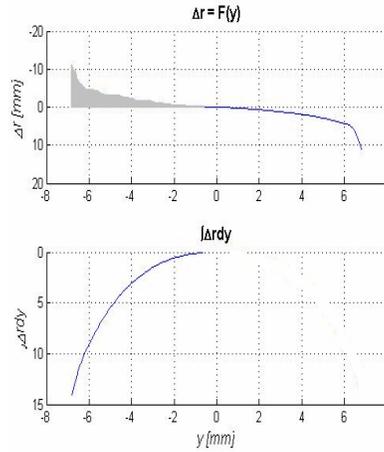
Figura 12 Función  $\Delta r=f(y)$



B. Calculo de la integral de la función  $\Delta r$ , de la siguiente forma:

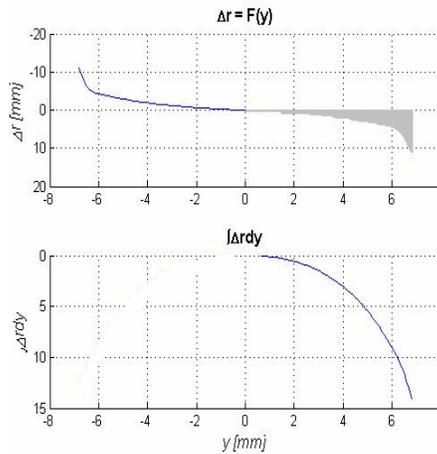
Ec 15 
$$f(y) = \int_{y_{em}}^{-y} \Delta r(-dy)$$

Figura 13 Integral desde el polo negativo hasta el valor yem



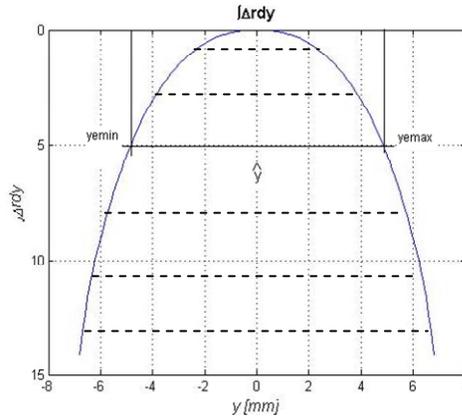
Ec 16 
$$f(y) = \int_{y_{em}}^{+y} \Delta r dy$$

Figura 14 Integral desde el valor yem hasta el polo positivo



C. Determinar los valores  $y_{emin}$ ,  $y_{emax}$  para cada amplitud (desplazamiento paralelo al eje x) y calcular el movimiento lateral  $\hat{y}$ .

Figura 15 Ubicación de los valores  $y_{emin}$ ,  $y_{emax}$  para una amplitud  $\hat{y}$

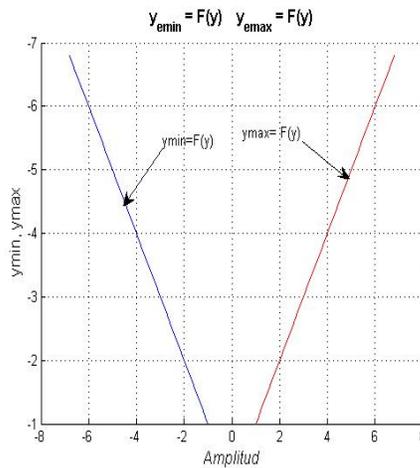


Ec 17

$$\hat{y} = \frac{(y_{e\max} - y_{e\min})}{2}$$

D. Encontrar la función  $f(\hat{y})$  para los desplazamientos mínimos y máximos,  $y_{emin}$ ,  $y_{emax}$ , del rango amplitud evaluado

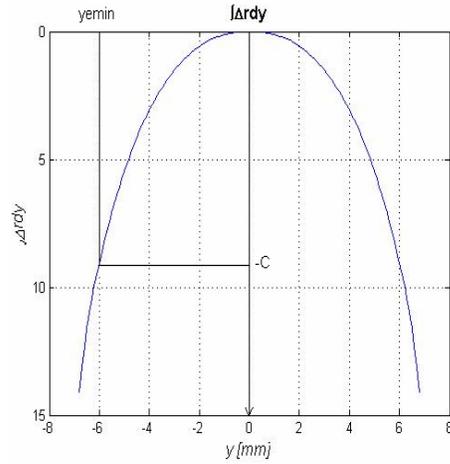
Figura 16 Grafica de  $y_{emin}=f(y)$ ,  $y_{emax}=f(y)$



E. Calcular la conicidad equivalente  $\tan\gamma_e$  para cada  $\hat{y}$ . Esto se hace con el siguiente procedimiento:

- Encontrar la constante C, correspondiente al valor negativo de la integral de la función  $\Delta r$  evaluado para un determinado  $y_{emin}$ .

Figura 17 Constante C de la integral de  $\Delta r$



- b. Calcular el ángulo  $\Psi$  de cada desplazamiento entre el  $y_{emin}$ - $y_{emax}$  para cada amplitud de onda.

Ec 12

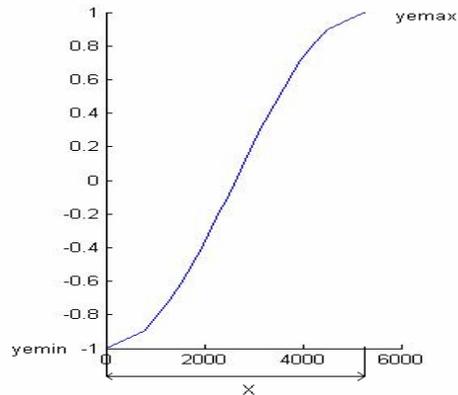
$$\Psi = \sqrt{\frac{-2}{er_0} \left[ \int \Delta r dy + C \right]}$$

- c. Calcular la abscisa del movimiento del conjunto eje rueda. (Figura 18)

Ec 13

$$X = f(y) = \int \frac{dy}{\Psi}$$

Figura 18 Movimiento senoidal cinemático del conjunto eje rueda para una amplitud determinada.



y determinar la longitud de onda  $\lambda$  para el movimiento cinemático del conjunto eje-rueda, es decir

$$\lambda = 2 \cdot x$$

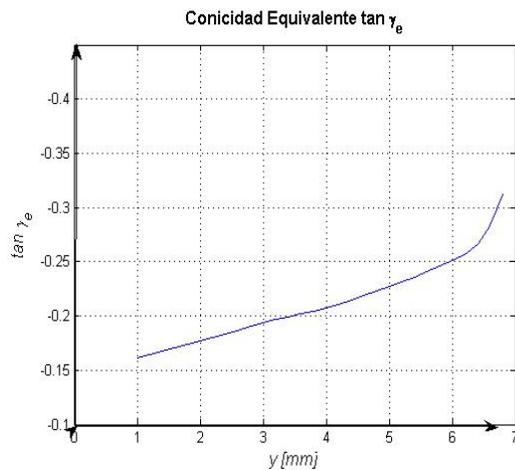
d. Calcular la conicidad equivalente.

Se aplica la formula de Klingel

Ec 14 
$$\tan \gamma_e = \left( \frac{\pi}{\lambda} \right)^2 2er_0$$

e. Determinar la función  $\tan \gamma_e = f(y)$  para las amplitudes  $\hat{y}$ , que van desde 1mm con pasos máximos de 0.5mm hasta la máxima amplitud permitida por la función .

Figura 19 Grafica de la conicidad equivalente vs amplitud.



### 3.4.3 Método regresión lineal para calcular la conicidad equivalente

Este método se basa en el principio de que para una función lineal  $\Delta r$  la pendiente de la función es igual a  $2\tan\gamma_e$ ; entonces para una función no lineal la regresión lineal de la función  $\Delta r$  da una aproximación de  $2\tan\gamma_e$ .

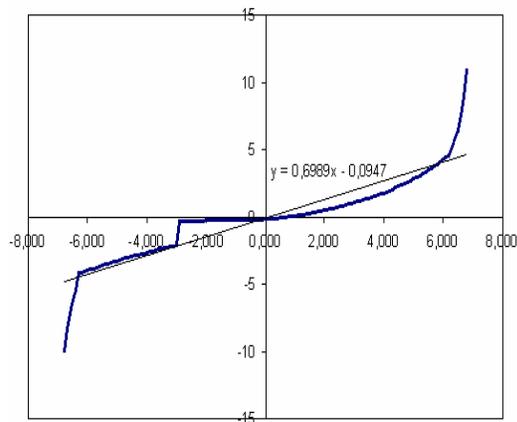
El método de regresión lineal sigue los mismos pasos establecidos por el método de Klingel excepto por el último paso (Paso E). Los pasos del A hasta D se pueden ver en la sección anterior (3.4.2).

e. Se calcula la regresión lineal de la función  $\Delta r$  en el rango entre  $y_{\min}$  y  $y_{\max}$  para cada amplitud de onda. De la regresión lineal se adquiere una ecuación de la línea de la forma  $Y=Bx+C$ , luego se determina la conicidad equivalente por medio de la fórmula:

$$\text{Ec 18} \quad \tan \gamma_e = \frac{B}{2}$$

donde B es la pendiente de la regresión.

Figura 20 Regresión lineal de la curva  $\Delta r$  vs  $y$



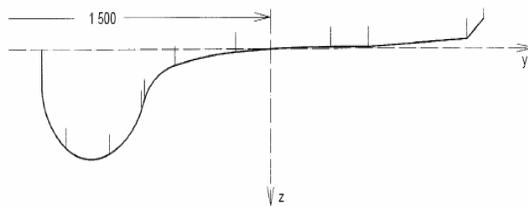
### 3.4.4 Casos de estudio

Como casos de estudio se usaron los ejemplos resueltos de los perfiles de referencia contenidas en el Apéndice E de la norma UIC 519.

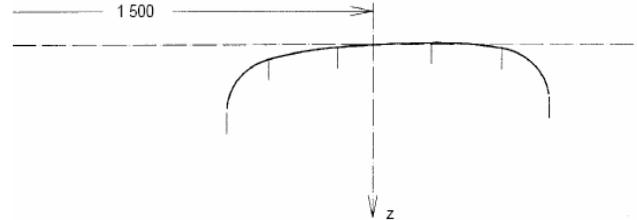
Los casos de estudio se obtienen de las combinaciones posibles entre los perfiles de los rieles y ruedas de referencia de la norma que se detallan en el apéndice D.

Figura 21 Esquema de los perfiles de las ruedas y rieles de los casos de estudio presentados en la norma

Rueda A



Riel A



UIC 519

Estos son:

- E.1 – Rueda A/Riel A. Ver paginas 33-36
- E.2 – Rueda B/Riel A. Ver paginas 37-40
- E.3 – Rueda H/Riel A. Ver paginas 41-44
- E.4 – Rueda I/Riel A. Ver paginas 45-48
- E.5 – Rueda Modificada A/Riel A. Ver paginas 49-52
- E.6 – Rueda Modificada B/Riel A. Ver paginas 53-56

- E.7 – Rueda Modificada H/Riel A. Ver paginas 57-60
- E.8 – Rueda Modificada I/Riel A. Ver paginas 61-64
- E.9 – Rueda Derecha A-Rueda Izquierda B /Riel A. Ver paginas 65-68

También se probaran los algoritmos implementados con unas combinaciones de rueda y riel de un sistema férreo desgastado.

## 4 ALGORITMO PARA CALCULAR LA CONICIDAD EQUIVALENTE

La implementación del algoritmo presentado en la norma UIC 519 se ha programado en Matlab y se usa para determinar la conicidad equivalente para distintos tramos de un sistema férreo conociendo el radio nominal de las ruedas cuando están centrados en la vía y la diferencia de radios de rodadura para distintos desplazamientos laterales. El programa genera los resultados tanto por el método de Klingel como por el método de la regresión lineal.

### 4.1 DATOS DE ENTRADA

Entradas	Descripción
$\Delta r = f(y), r_0$	Una función discreta definida por puntos $(y, \Delta r)$ y el radio nominal de las ruedas
Y	Desplazamiento de la rueda derecha e izquierda en la dirección lateral de la vía.
$\Delta r$	Diferencia del radio de rodadura entre la rueda derecha e izquierda. Se denota dentro del programa por la variable dr. $\Delta r = r_1 - r_2$
$r_0$	Valor del radio nominal de las ruedas cuando el conjunto eje-rueda están centrados en la vía. Se denota dentro del programa con la variable r0

$$r_0 = \frac{r_1 + r_2}{2}$$

### 4.2 DATOS DE SALIDA

Salidas	Descripción
$y\_emin$	Desplazamientos mínimo para cierto onda en el movimiento senoidal

y_emax	Desplazamientos máximo para cierto onda en el movimiento senoidal
y_me	Amplitud de onda
tange	Conicidad equivalente por el método de Klingel
tangente	Conicidad equivalente por el método de regresión lineal

#### 4.3 DEFINICIÓN DE VARIABLES EN ORDEN DE APARICIÓN

Variable	Descripción
y	Vector de desplazamiento de las ruedas derechas e izquierdas en la dirección lateral de la vía. Sus valores van desde el extremo negativo hasta el extremo opuesto positivo.
dr	Vector de diferencia del radio de rodadura entre las ruedas derecha e izquierda para cada desplazamiento. $dr = f(y)$
r0	Radio nominal de las ruedas cuando el conjunto eje-rueda están centrados en la vía.
Im	Posición en la cual se encuentra el cambio de signo o el valor cero del vector dr.
yem	Valor del desplazamiento donde se da el im
y1	Vector de desplazamientos que va desde el valor yem hasta el valor del punto extremo negativo de y.
dr1	Vector de diferencias de radio que va desde el valor d_r en la posición im hasta el extremo negativo.
S1	Integral de y1 vs d_r1
y2	Vector de desplazamientos que va desde el valor yem hasta el valor del punto extremo positivo de y.
dr2	Vector de diferencias de radio que va desde el valor d_r en la posición im hasta el extremo positivo.
S2	Integral de y2 vs d_r2
S:	Fusión de valores de S1 y S2. Integral total de la función de y vs dr

Variable	Descripción
y_1	Valores de las interpolaciones de los valores de S2 en y1, S1
a	Variable auxiliar de la función unique. No se usa dentro del programa
b	Vector que muestra los índices del vector cuyos valores no se repiten después de aplicar la función unique.
c	Variable auxiliar de la función unique. No se usa dentro del programa
y_2	Valores de las interpolaciones de los valores de S1 en y2, S2
y_m	Amplitudes para los valores de desplazamientos y_1,y_2
j	Recoge todos los índices del vector y_m para el cual el valor es distinto de NaN
y_me	Amplitudes dadas según la norma.
Sf	Valor de la integral para las amplitudes y_me
y_emin	Valores de los desplazamientos mínimos dados según los valores de la norma
y_emax	Valores de desplazamiento máximos dados según los valores de la norma
dr_min	Valores de las diferencias de radio mínimos dados según los valores de la norma
dr_max	Valores de las diferencias de radio maximos dados según los valores de la norma
e	distancia entre los puntos de contacto
i	iteración sub i que va desde 1 hasta el tamaño del vector y_emin
aux	Variable auxiliar de almacenamiento
pos_1	Posiciones de dr1 cuyo valores son mayores que el dr_min(i)
pos_2	Posiciones de dr1 cuyo valores son menores que el dr_min(i)
yii	Vector fusionado de yemin, y1, y2, yemas
dr_i	Vector fusionado de dr1_emin, dr1, dr2, dr2_emax
n	Longitud del vector dr_i

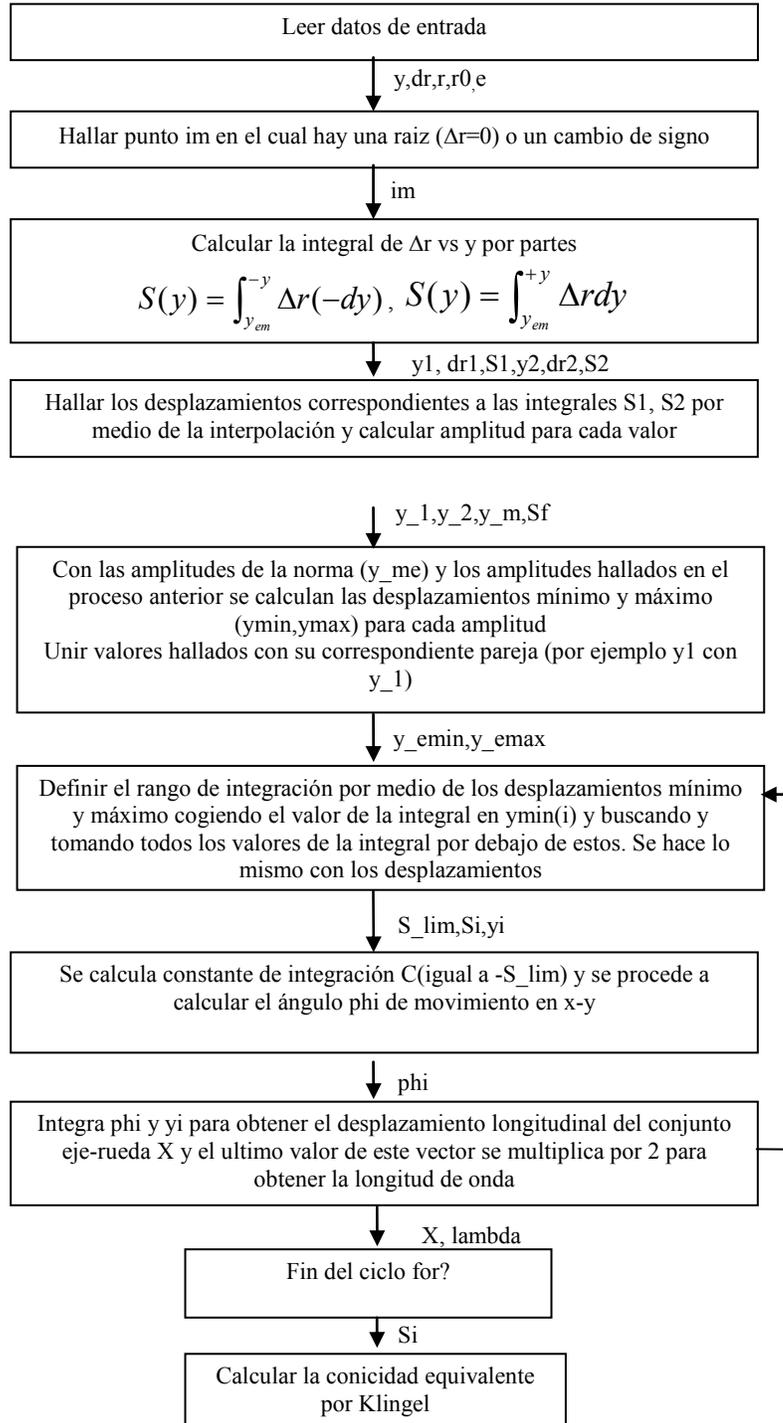
Variable	Descripción
sum_x	Sumatoria del vector $y_{ii}$ desde 1 hasta n
sum_y	Sumatoria del vector $dr_i$ desde 1 hasta n
sum_xy	Sumatoria del producto $y_{ii} \cdot dr_i$ desde 1 hasta n
sum_xx	Sumatoria de $y_{ii}^2$ desde 1 hasta n
pendiente	Pendiente de la regresión lineal
tangente	Valor de la conicidad por el método de la regresión lineal
S_lim	Valor del límite de la integral para una amplitud evaluada.
pos_1	Posiciones de S1 cuyo valores son menores que el S_lim
pos_2	Posiciones de S2 cuyo valores son menores que el S_lim
Si_1	Valores del vector S1 cuyos valores están por debajo del S_lim para la amplitud dada.
Si_2	Valores del vector S2 cuyos valores están por debajo del S_lim para la amplitud dada.
Si	Vector fusionado de Si_1, Si_2 y S_lim
yi_1	Valores del vector y1 cuya integral están por debajo del S_lim para la amplitud dada.
yi_2	Valores del vector y2 cuya integral están por debajo del S_lim para la amplitud dada.
yi	Vector fusionado de yemin, yi_1, yi_2, yemax
C	Constante usada en el cálculo del ángulo phi de la onda. Es igual al valor negativo de la integral de la función $\Delta r=f(y)$ evaluado para un yemin dado (-S_lim)
phi	Angulo de movimiento en el plano x-y
X	Desplazamiento de las ruedas derechas e izquierdas en la dirección longitudinal de la vía.
lambda	Longitud de la onda para la amplitud dada.
Tange	Valores de la conicidad equivalente por el método de Klingel

#### 4.4 FUNCIONES MATLAB

Función	Descripción
if	Comando que evalúa si una condición es verdadero o falso, para luego ejecutar una orden. Debe ir siempre acompañado del comando end.
end	Comando que se usa para finalizar ciclos o indicar el ultimo índice de una matriz
find	Comando que encuentra los valores de una matriz que cumple con una condición establecido por el usuario.
interp1	Función que interpola entre los valores de entrada definidas por el usuario y un valor desconocido.
union	Función que entrega como resultado la combinación de dos vectores sin repetir valores.
unique	Función que lee los datos de una vector o matriz y regresa los mismos valores en orden ascendente y sin repeticiones
max	Función que entrega el elemento máximo de una matriz
min	Función que entrega el elemento mínimo de una matriz
for	Comando que ejecuta un bloque de códigos un numero contado de veces.
sort	Ordenar los elementos de una matriz en orden ascendente o descendente
sqrt	Función que calcula la raíz cuadrado de un elemento
figure	Genera una nueva ventana grafica
plot	Genera una grafica en dos dimensiones de un conjunto de puntos
subplot	Comando que divide la ventana de grafica para poder tener distintos plot en una misma ventana grafica
title	Comando que crea un titulo para la grafica que se esta ploteando actualmente
xlabel	Comando que le da un titulo al eje x

Función	Descripción
ylabel	Comando que le da un titulo al eje y
get	Almacena las propiedades de una grafica
set	Comando que fija las propiedades de un objeto
grid on	Genera un mallado a los ejes de la figura
hold on	Comando que retiene la grafica actual de una ventana grafica

Figura 22 Diagrama de flujo de datos método de Klingel



#### 4.5 EVALUACIÓN DE LA CONICIDAD EQUIVALENTE UTILIZANDO EL MÉTODO KLINGEL

A) Hallar punto  $i_m$  en el cual hay una raíz ( $\Delta r=0$ ) o un cambio de signo (Ver figura 9)

```
im = find(dr>=0,1,'first');  
y_em = y(im);
```

B) Calcular la integral de  $\Delta r$  vs  $y$  por partes (Ver Ec 15 y Ec 16)

```
y1 = y(im:-1:1);  
dr1 = dr(im:-1:1);  
S1 = integrar(y1,dr1);
```

```
y2 = y(im:end);  
dr2 = dr(im:end);  
S2 = integrar(y2,dr2);
```

C) Hallar los desplazamientos correspondientes a las integrales  $S_1$ ,  $S_2$  por medio de la interpolación y calcular amplitud para cada valor (Ver figura 12)

```
S = union(S1,S2);
```

```
y_1 = interp1(S1,y1,S,'linear');  
[a,b,c] = unique(S2);  
y_2 = interp1(S2(b),y2(b),S,'linear');
```

```
y_m = (y_2-y_1)/2;  
j = find(isnan(y_m)==0);  
y_me = [ 1:0.2:max(y_m)];
```

```
Sf = interp1(y_m(j),S(j),y_me,'linear');
```

D) Con las amplitudes de la norma ( $y\_me$ ) y los amplitudes hallados en el proceso anterior se calculan los desplazamientos mínimo y máximo ( $ymin,ymax$ ) para cada amplitud (Ver figura 13)

```
y_emin = interp1(S1,y1,Sf,'linear');
```

```
y_emax = interp1(S2(b),y2(b),Sf,'linear');
```

```
dr1_emin=interp1(y1i,d_r1i,y_emin,'linear');
```

```
dr2_emax=interp1(y2i,d_r2i,y_emax,'linear');
```

E) Calcular la conicidad equivalente tange para un movimiento y dado:

```
e = 1500;
```

```
for i = 1:length(y_emin)
```

- a. Definir el rango de integración por medio de los desplazamientos mínimo y máximo cogiendo el valor de la integral en  $ymin(i)$ , buscando y almacenando todos los valores de la integral por debajo de este valor. Se hace lo mismo con los desplazamientos

```
S_Lim = interp1(y1,S1,y_emin(i),'linear');
```

```
[aux,pos_1] = find(S1<S_Lim);
```

```
[aux,pos_2] = find(S2<S_Lim);
```

```
Si_1 = sort(S1(pos_1),'descend');
```

```
Si_2 = sort(S2(pos_2));
```

```
Si = [S_Lim Si_1(1:end-1) Si_2 S_Lim];
```

```
yi_1 = sort(y1(pos_1),'ascend');
```

```

yi_2 = sort(y2(pos_2));
yi = [y_emin(i) yi_1(1:end-1) yi_2 y_emax(i)];

```

- b. Se calcula constante de integración C (igual a  $-S_{lim}$ ) y se procede a calcular el ángulo phi de movimiento en x-y por medio de Ec 12

```

C = -S_Lim;
% (5.2) Calcular el ángulo Phi por integración:
Phi = sqrt(-2/(e*r0)*(Si+C));

```

- c. Integra phi y  $y_i$  para obtener el desplazamiento longitudinal del conjunto eje rueda X y el ultimo valor de este vector se multiplica por 2 para obtener la longitud de onda (Ec 13)

```

X = integrar(yi,Phi,1);
lambda(i) = 2*X(end);
plot(X,yi)
end

```

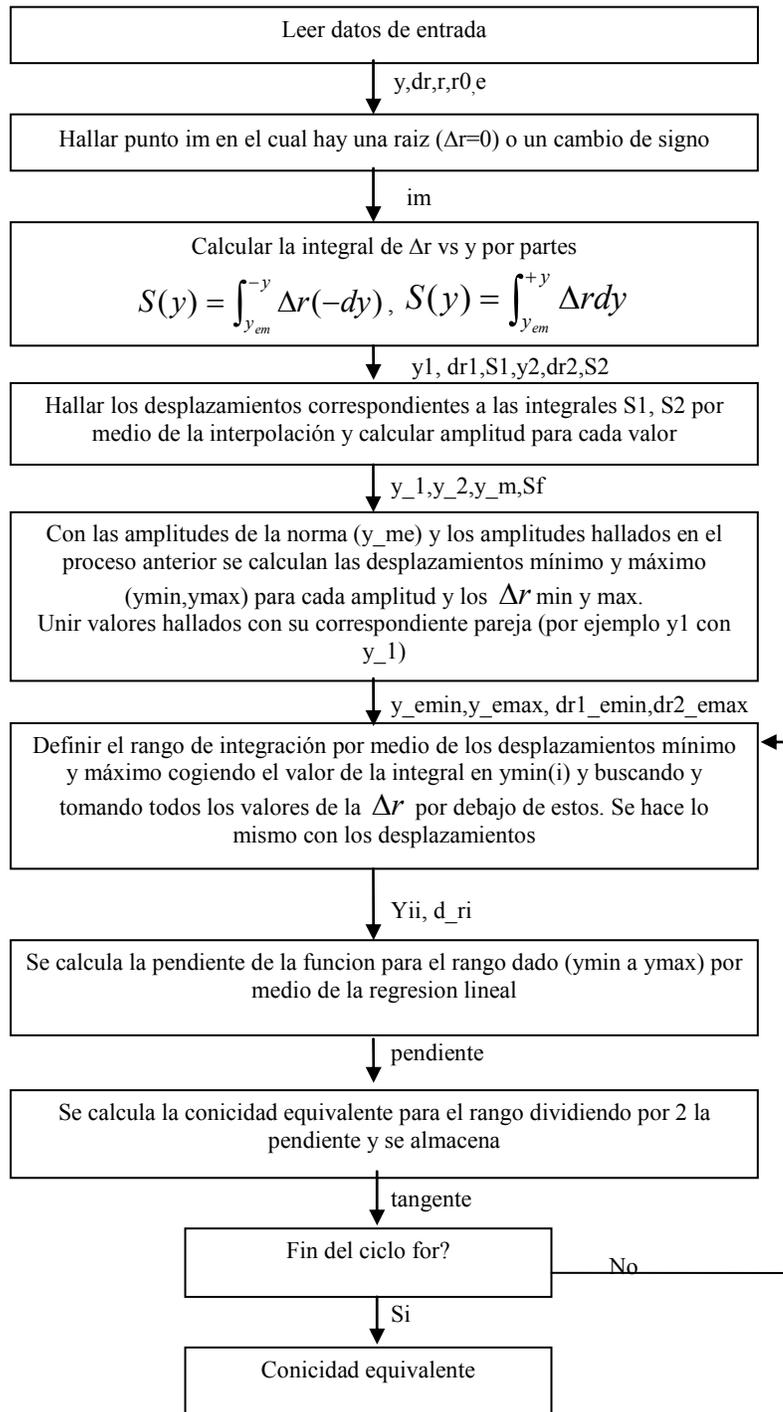
- d. Calcular la conicidad equivalente por Klingel por Ec 14

```

tange = 2*e*r0*(pi./lambda).^2;

```

Figura 23 Diagrama de flujo de datos método regresión lineal



#### 4.6 EVALUACIÓN DE LA CONICIDAD EQUIVALENTE UTILIZANDO EL MÉTODO REGRESIÓN LINEAL

Pasos A-D: Debido a que son los mismos pasos que en el método de Klingel se omitirá volver a repetirlos.

E) Calcular la conicidad equivalente tange para una amplitud  $y$  dado:

```
Con=[];  
for i=1:length(y_emin)
```

- a. Definir el rango de integración por medio de los desplazamientos mínimo y máximo cogiendo el valor de la integral en  $y_{min}(i)$  y buscando y tomando todos los valores de la  $\Delta r$  por debajo de estos. Se hace lo mismo con los desplazamientos

```
[aux,pos_1] = find(d_r1i>dr1_emin(i));  
pos_1=sort((pos_1),'descend');  
[aux,pos_2] = find(d_r2i<dr2_emax(i));  
yii=[y_emin(i) y1i(pos_1) y2i(pos_2(2:end)) y_emax(i)];  
dr_i = [dr1_emin(i) d_r1i(pos_1) d_r2i(pos_2(2:end)) dr2_emax(i)];
```

- b. Se calcula la pendiente de la función para el rango dado ( $y_{min}$  a  $y_{max}$ ) por medio de la regresión lineal

```
n=length(dr_i);  
sum_x=sum(yii);  
sum_y=sum(dr_i);  
sum_xy=yii*dr_i';
```

```

sum_xx=yii*yii';
pendiente=((n*sum_xy)-(sum_x*sum_y))/((n*sum_xx)-sum_x);

```

- c. Se calcula la conicidad equivalente para el dividiendo por 2 la pendiente y se almacena

```

    tangente=pendiente/2;
    Con=[Con;tangente];
end

```

#### 4.7 VISUALIZACIÓN DE LOS RESULTADOS DEL ALGORITMO

La visualización de los resultados se hace por medio de 3 pantallas graficas. La primera pantalla muestra los datos de entrada (función  $\Delta r$ ) y su respectiva integral. La segunda pantalla muestra el movimiento ondulatorio de serpiente en el plano xy para las distintas amplitudes del desplazamiento lateral y la conicidad equivalente vs la amplitud. La tercera pantalla muestra los desplazamientos máximos y mínimos de onda ( $y_{min}$ ,  $y_{max}$ ) como función de la amplitud.

Figura 24 Primera pantalla grafica. Función  $\Delta r=f(y)$  y abajo la integral de la función  $\Delta r=f(y)$

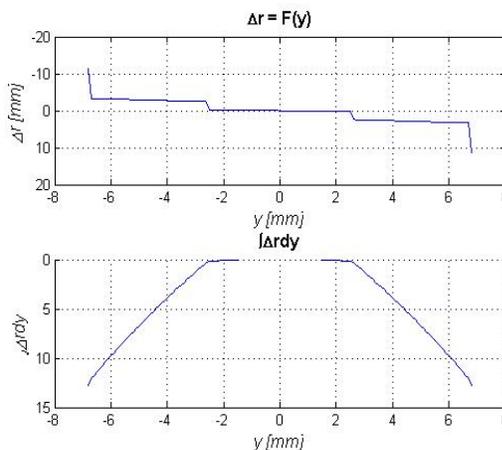


Figura 25 Segunda pantalla grafica. A la izquierda el movimiento conjunto eje rueda y a la derecha conicidad equivalente vs amplitud

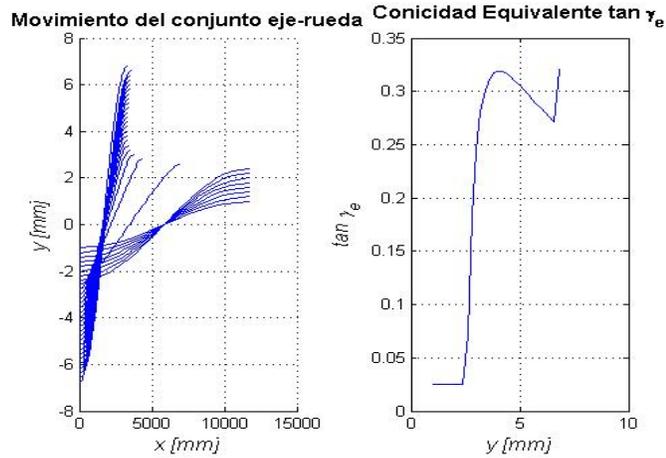
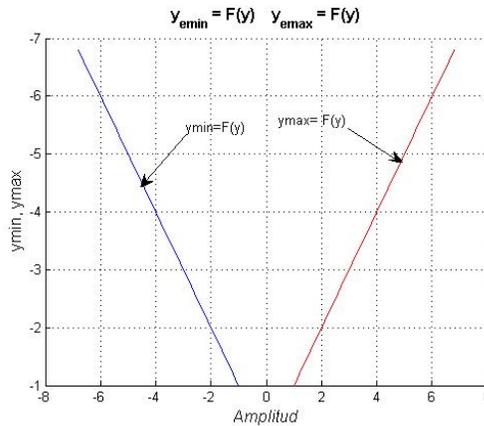


Figura 26 Tercera pantalla grafica. yemin, yemax vs amplitud de la onda



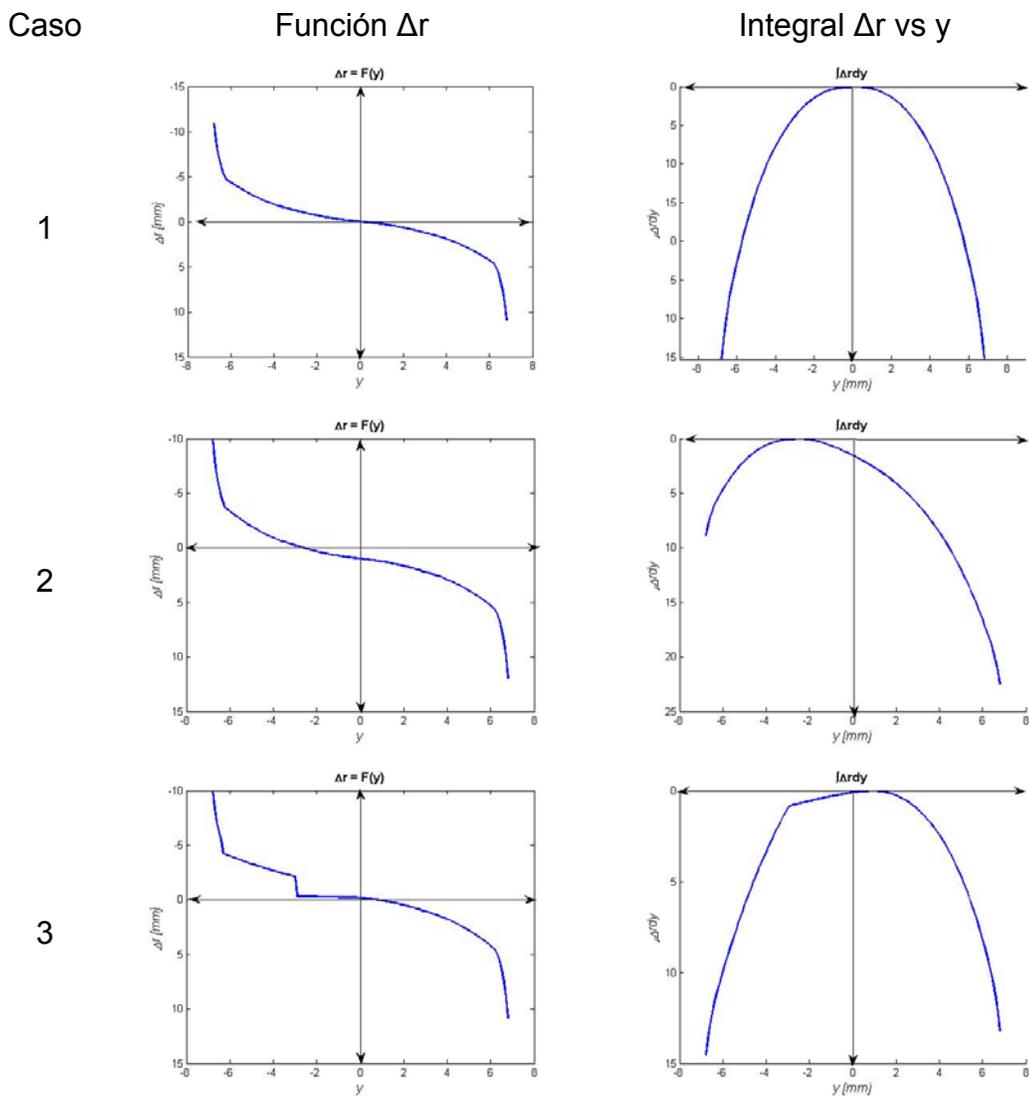
#### 4.8 CASOS PRESENTADOS DURANTE LA ELABORACIÓN DEL ALGORITMO

Durante la elaboración del programa se registraron cuatro posibles casos o comportamientos de la integral de la diferencia de radios contra el desplazamiento lateral para cada uno de los ejemplos de la norma UIC519. Estos casos provienen de funciones  $\Delta r$  vs  $y$ , no lineales, cuya grafica intersecta el eje de la variable  $y$  una sola vez. Los casos son:

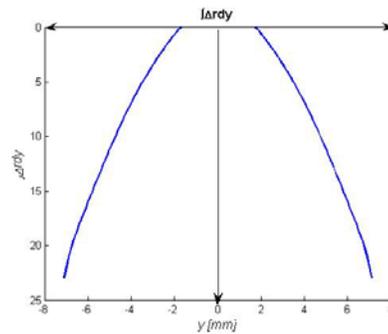
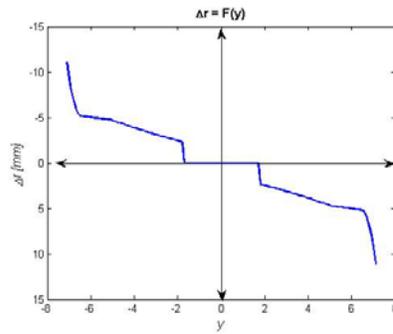
- Primer caso: Una curva  $\int_{y_{em}}^{+y} \Delta r dy$  vs  $y$  simétrica con respecto al eje vertical

En este caso la curva  $\Delta r$  vs  $y$  se intersecta con el eje de la variable  $y$  en cero y el valor de los puntos extremos de cada amplitud,  $y_{min}$  y  $y_{max}$ , son iguales al valor de la amplitud de la onda (Figura 27). Los ejemplos donde ocurre el mismo comportamiento E.1, E.2, E.3 de la norma UIC519.

Figura 27 Los 4 casos hallados durante implementación de la norma UIC519



4



- Segundo caso: Una curva  $\int_{y_{em}}^{+y} \Delta r dy$  vs  $y$  asimétrica en donde al observar la grafica de la integral y vs. dr se nota que el lado izquierdo de la grafica es mas corto que el lado derecho.

La curva  $\Delta r$  vs  $y$  se intersecta con el eje de la variable  $y$  en un punto distinto a cero y el valor de los puntos extremos de cada amplitud,  $y_{min}$  y  $y_{max}$  son distintas a la amplitud de la onda. (Figura 27) Ejemplos de la norma donde ocurre un comportamiento similar: E.5, E.6, E.7, E.8.

Para resolver este tipo de curva se tuvo que agregar unos comandos al programa para que reconociera hasta que rango de datos existían amplitudes.

- Tercer caso: Una curva  $\int_{y_{em}}^{+y} \Delta r dy$  vs  $y$  asimétrica en donde al observar la grafica de la integral y vs. dr se nota que el lado derecho de la grafica es mas corto que el lado izquierdo.

La curva  $\Delta r$  vs  $y$  se intersecta con el eje de la variable  $y$  en un punto distinto a cero y el valor de los puntos extremos de cada amplitud,  $y_{min}$  y  $y_{max}$  son distintas a la amplitud de la onda. (Figura 27) Ejemplos de la norma donde ocurre un comportamiento similar E.9

Para resolver el problema que se presentaba con este tipo de curvas se aplica la misma estrategia que el segundo caso.

- Cuarto caso: Una curva  $\int_{y_{em}}^{+y} \Delta r dy$  vs  $y$  donde en algún rango del desplazamiento lateral ocurre que el  $dr$  presenta un comportamiento plano en cero.

Esta curva puede ser simétrico o asimétrico, y, dependiendo de cual, asume las mismas características. (Figura 27) Debido a que presenta un rango de datos en cero, la conicidad para ese mismo rango será igual a cero y puede que haya que buscar una nueva amplitud mínima desde donde empezar a calcular la conicidad equivalente. Ejemplos de la norma donde ocurre un comportamiento similar: E.4.

- Solución de los casos

Los casos se resolvieron en el orden en que iban apareciendo. Durante la implementación del algoritmo de conicidad equivalente el primer caso que se resolvió fue el simétrico. Este caso sirvió como base para resolver toda la parte operativa del algoritmo.

Una vez se termino de probar con los casos simétricos apareció un nuevo problema. Las integrales S1 y S2 no siempre iban a tener la misma cantidad de puntos y el  $y_{min}$  y  $y_{max}$  no siempre iban a dar igual a la amplitud. Esto se empezó a observar desde el segundo caso en adelante.

A partir del segundo caso se tuvo que agregar unos comandos al programa para que reconociera hasta que rango de datos existían amplitudes para cada uno de las curvas que se analizaba. Debido a que ya las integrales de un extremo de la grafica no coincidían con el del otro extremo, lo que es distinto en el caso de una curva simétrica, se interpolaron cada uno de los datos de un lado de la curva con

los del otro. De ahí se puede decir que se obtuvieron valores S1 y S2 prima que luego se restarían y evaluarían para ver que valores no entregaban un numero sino que mostraban NaN (No es un numero). De ahí se almacenan todos los índices que dieron un número para luego interpolar con las amplitudes ya conocidas de la norma para así obtener los valores ymin, ymax de cada amplitud de onda. De aquí ya se podía proceder a calcular la conicidad equivalente como lo establece la norma.

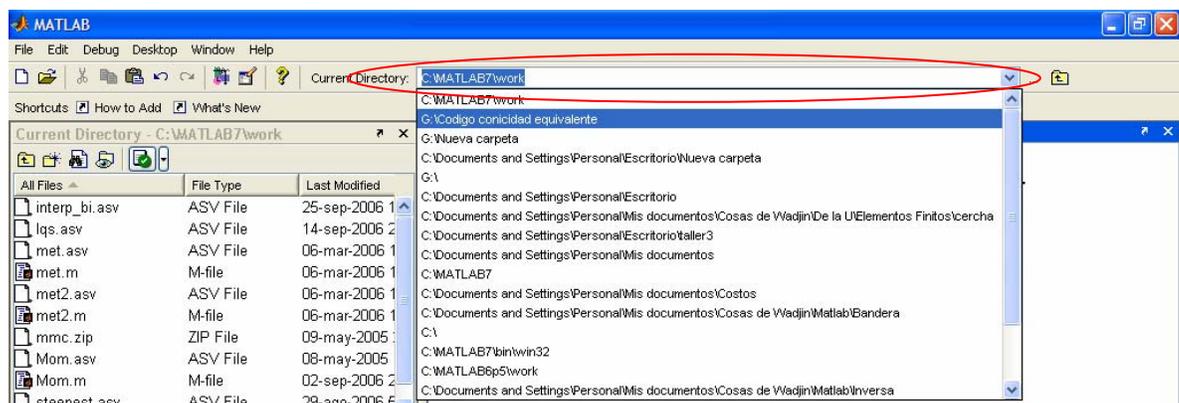
#### 4.9 USO DEL PROGRAMA

Como se menciona previamente, la implementación del algoritmo de la conicidad equivalente se realizó en Matlab, una herramienta computacional para la computación, visualización y programación de problemas en lenguaje matemático .A continuación se explica como se debe usar el programa para obtener los resultados de conicidad equivalente.

Lo primero que se debe hacer es cargar el programa de Matlab.

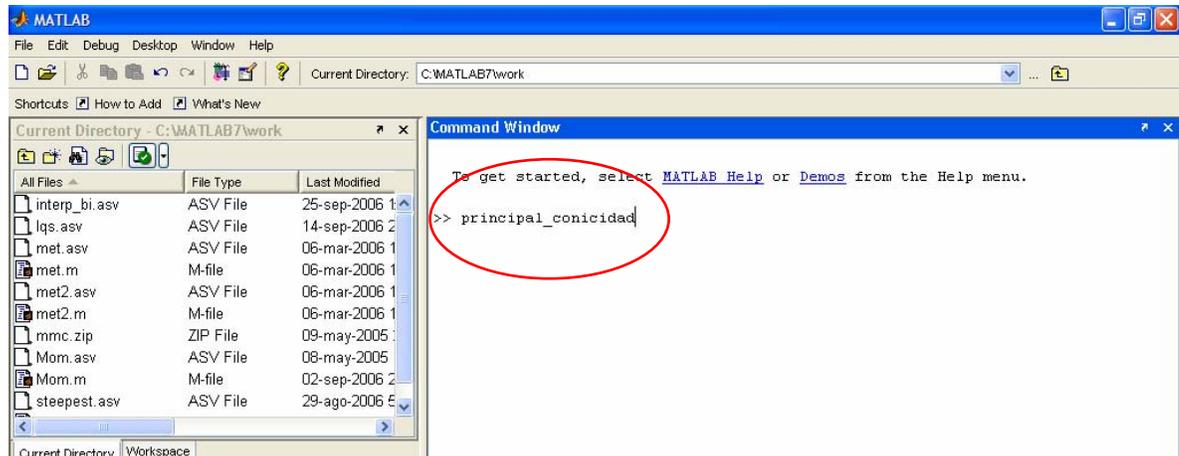
Luego se procede a establecer el directorio de trabajo de donde se va a ejecutar el programa. Para hacer esto se debe ir a la parte superior del programa y hacer clic en la pestaña Current Directory y buscarlo manualmente.(Figura 28)

Figura 28 Ubicación del directorio de trabajo



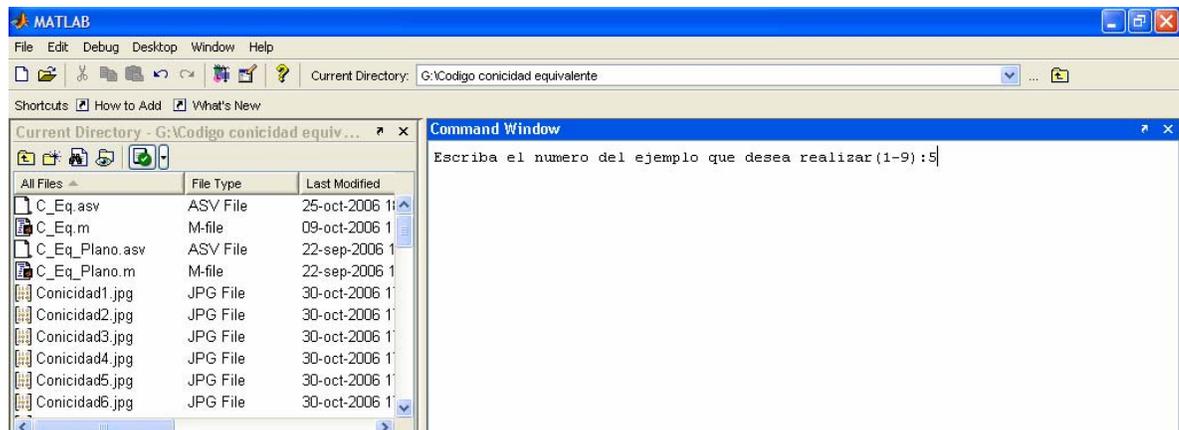
Para ejecutar el programa se debe teclear, en la ventana de comando, *principal \_ conicidad* .(Figura 29)

Figura 29 Ejecución del programa de conicidad equivalente



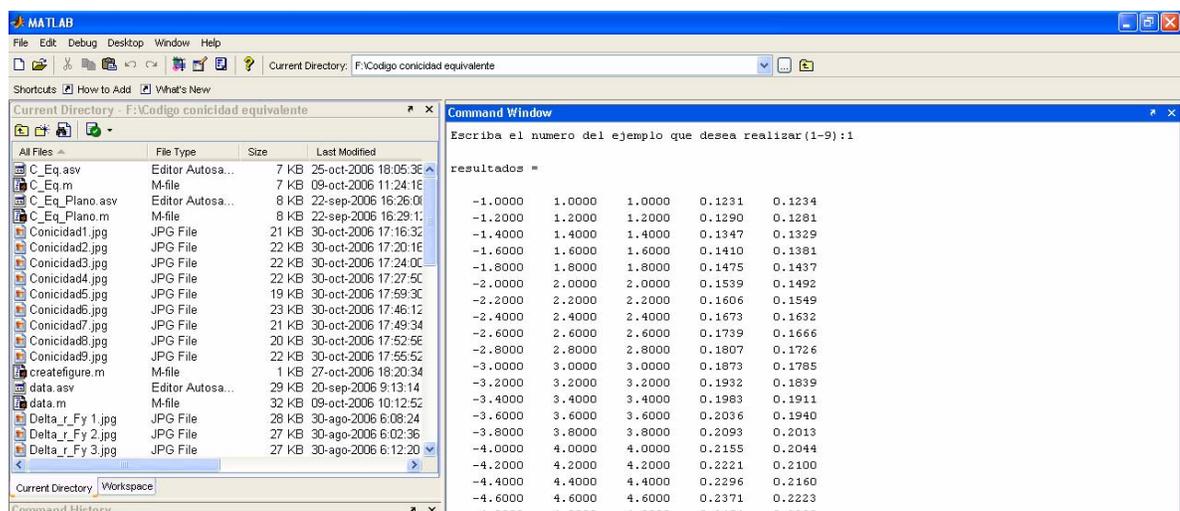
Después de esto el programa pregunta que ejemplo de la norma se desea resolver y se debe teclear un número entre 1 y 9, que son el número de ejemplos que trae la norma, e inmediatamente el programa resuelve el ejemplo y entrega los resultados y graficas de la conicidad equivalente. Las graficas se presentan según se menciona en la sección 3.5.7

Figura 30 Selección del ejemplo a ejecutar



El resultado que aparece en la ventana de comandos (Command Window), es una matriz que se denomina *resultados* y en él se agrupan todos los valores de las variables productos de la función de la conicidad equivalente, de manera que se puedan comparar con facilidad. La primera columna de la matriz son los valores de  $y_{min}$  para cada amplitud; la segunda columna de la matriz son los valores de  $y_{max}$  para cada amplitud; la tercera columna son los valores de la amplitud de onda; la cuarta columna son los valores de la conicidad equivalente calculados por el método de Klingel para cada amplitud de onda; la quinta columna son los valores de la conicidad equivalente calculados por el método de la regresión lineal para cada amplitud de onda

Figura 31 Muestra de los resultados numéricos del programa



## 5 RESULTADOS DE LOS PERFILES TEORICOS NORMA

### 5.1 PRESENTACIÓN DE RESULTADOS

A continuación se presentan los resultados generados por el programa desarrollado en Matlab para los perfiles teóricos de la norma y un ejemplo de ruedas y rieles desgastados de un sistema férreo. Los resultados están tabulados de manera que se puedan comparar fácilmente y además para cada método se calculó una variable de comparación relativa (%error) para observar el desfase de los resultados con respecto a la norma. Después de cada una de las tablas se colocó una grafica que muestra los resultados de los dos métodos propuestos por la norma para hallar la conicidad equivalente de cada método.

$$\%error = \frac{\tan \gamma_{e_{norma}} - \tan \gamma_{e_{calculado}}}{\tan \gamma_{e_{norma}}}$$

#### 5.1.1 Perfiles teóricos de la norma UIC 519

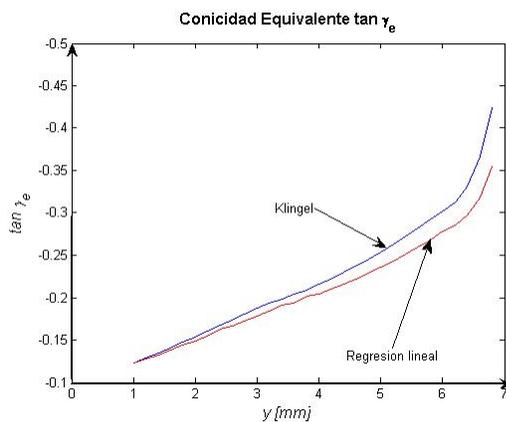
- E.1 – Rueda A/Riel A. Ver paginas 33-36

Tabla 2 Resultado de los cálculos de conicidad para el ejercicio E.1 de la norma.

y	Tanye (norma)	Tanye (Klingel)	%error	Tanye (regresión)	%error
1	0,125	0,1231	1,51%	0,1234	1,25%
1,2	0,13	0,129	0,79%	0,1281	1,46%
1,4	0,136	0,1347	0,98%	0,1329	2,30%
1,6	0,142	0,141	0,70%	0,1381	2,76%
1,8	0,149	0,1475	0,98%	0,1437	3,57%
2	0,155	0,1539	0,72%	0,1492	3,73%
2,2	0,161	0,1606	0,26%	0,1549	3,76%
2,4	0,168	0,1673	0,42%	0,1632	2,88%
2,6	0,175	0,1739	0,65%	0,1666	4,78%

y	Tanye (norma)	Tanye (Klingel)	%error	Tanye (regresión)	%error
2,8	0,181	0,1807	0,15%	0,1726	4,65%
3	0,188	0,1873	0,37%	0,1785	5,07%
3,2	0,194	0,1932	0,44%	0,1839	5,19%
3,4	0,199	0,1983	0,37%	0,1911	3,96%
3,6	0,204	0,2036	0,18%	0,1940	4,92%
3,8	0,21	0,2093	0,34%	0,2013	4,16%
4	0,216	0,2155	0,22%	0,2044	5,39%
4,2	0,223	0,2221	0,38%	0,2100	5,85%
4,4	0,23	0,2296	0,18%	0,2160	6,08%
4,6	0,238	0,2371	0,38%	0,2223	6,60%
4,8	0,246	0,2454	0,24%	0,2290	6,90%
5	0,254	0,2538	0,10%	0,2360	7,09%
5,2	0,263	0,2629	0,06%	0,2434	7,46%
5,4	0,273	0,2723	0,27%	0,2511	8,02%
5,6	0,282	0,2819	0,03%	0,2591	8,11%
5,8	0,292	0,292	0,01%	0,2674	8,42%
6	0,303	0,3022	0,26%	0,2780	8,25%
6,2	0,313	0,3128	0,05%	0,2849	8,99%
6,4	0,332	0,3312	0,25%	0,2974	10,43%
6,6	0,368	0,3664	0,45%	0,3185	13,44%

Figura 32. Grafica de la conicidad vs. amplitud del algoritmo por los métodos de Klingel y regresión lineal para el ejemplo 1 norma UIC519

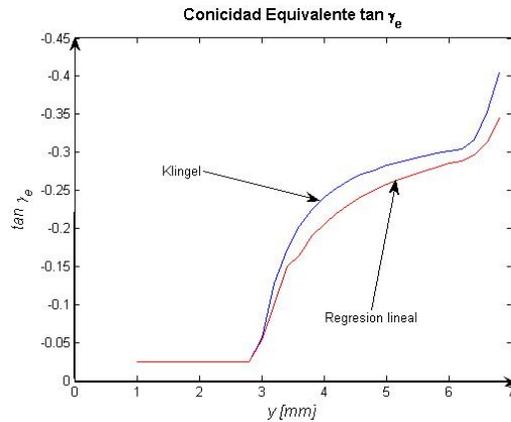


- E.2 – Rueda B/Riel A. Ver paginas 37-40

Tabla 3 Resultado de los cálculos de conicidad para el ejercicio E.2 de la norma

y	Tanye (norma)	Tanye (Klingel)	%error	Tanye (regresión)	%error
1	0,025	0,0247	1,20%	0,025	0%
1,2	0,025	0,0248	0,91%	0,025	0%
1,4	0,025	0,0248	0,72%	0,025	0%
1,6	0,025	0,0249	0,59%	0,025	0%
1,8	0,025	0,0249	0,49%	0,025	0%
2	0,025	0,0249	0,42%	0,025	0%
2,2	0,025	0,0249	0,37%	0,025	0%
2,4	0,025	0,0249	0,32%	0,025	0%
2,6	0,025	0,0249	0,28%	0,025	0%
2,8	0,025	0,0249	0,25%	0,025	0%
3	0,058	0,0555	4,26%	0,0536	7,66%
3,2	0,128	0,1274	0,45%	0,1002	21,74%
3,4	0,172	0,1722	-0,10%	0,1503	12,59%
3,6	0,203	0,2029	0,06%	0,1643	19,07%
3,8	0,225	0,2248	0,08%	0,1913	14,96%
4	0,241	0,241	0,00%	0,2048	15,04%
4,2	0,254	0,2533	0,27%	0,2195	13,58%
4,4	0,263	0,2629	0,02%	0,2317	11,89%
4,6	0,271	0,2707	0,12%	0,2420	10,72%
4,8	0,277	0,277	-0,02%	0,2506	9,51%
5	0,283	0,2824	0,20%	0,2581	8,79%
5,2	0,287	0,2871	-0,03%	0,2646	7,80%
5,4	0,291	0,2912	-0,06%	0,2703	7,10%
5,6	0,295	0,2949	0,04%	0,2754	6,64%
5,8	0,299	0,2983	0,24%	0,2800	6,35%
6	0,302	0,3014	0,18%	0,2851	5,58%
6,2	0,305	0,3044	0,18%	0,2880	5,56%
6,4	0,319	0,3166	0,76%	0,2959	7,25%
6,6	0,355	0,3529	0,58%	0,3140	11,55%

Figura 33 Grafica de la conicidad vs. amplitud del algoritmo por los métodos de Klingel y regresión lineal para el ejemplo 2 norma UIC519



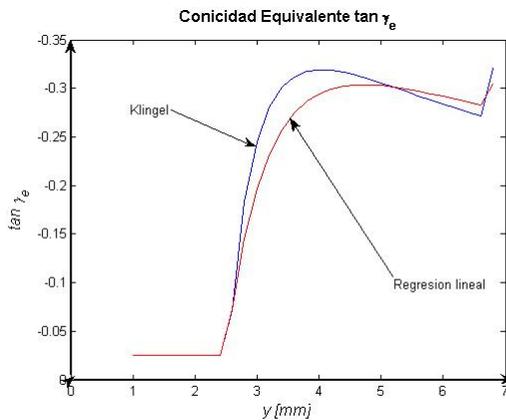
- E.3 – Rueda H/Riel A. Ver paginas 41-44

Tabla 4 Resultado de los cálculos de conicidad para el ejercicio E.3 de la norma

y	Tanye (norma)	Tanye (Klingel)	%error	Tanye (regresión)	%error
1	0,025	0,0247	1,21%	0,0250	0%
1,2	0,025	0,0248	0,92%	0,0250	0%
1,4	0,025	0,0248	0,73%	0,0250	0%
1,6	0,025	0,0249	0,59%	0,0250	0%
1,8	0,025	0,0249	0,50%	0,0250	0%
2	0,025	0,0249	0,42%	0,0250	0%
2,2	0,025	0,0249	0,37%	0,0250	0%
2,4	0,025	0,0249	0,32%	0,0250	0%
2,6	0,075	0,0718	4,45%	0,0727	3,02%
2,8	0,184	0,1836	0,21%	0,1455	20,93%
3	0,245	0,2449	0,03%	0,1963	19,89%
3,2	0,281	0,2804	0,20%	0,2319	17,47%
3,4	0,301	0,3008	0,06%	0,2569	14,64%
3,6	0,312	0,312	0,00%	0,2744	12,06%
3,8	0,318	0,3174	0,18%	0,2864	9,95%
4	0,319	0,3192	-0,06%	0,2944	7,72%
4,2	0,319	0,3186	0,14%	0,2994	6,13%
4,4	0,317	0,3164	0,19%	0,3023	4,63%
4,6	0,313	0,3133	-0,09%	0,3036	3,00%

y	Tanye (norma)	Tanye (Klingel)	%error	Tanye (regresión)	%error
4,8	0,31	0,3095	0,16%	0,3037	2,03%
5	0,306	0,3054	0,20%	0,3029	1,02%
5,2	0,301	0,3011	-0,03%	0,3014	-0,13%
5,4	0,297	0,2967	0,11%	0,2994	-0,82%
5,6	0,292	0,2923	-0,09%	0,2971	-1,74%
5,8	0,288	0,2879	0,03%	0,2945	-2,26%
6	0,284	0,2836	0,13%	0,2917	-2,72%
6,2	0,28	0,2794	0,20%	0,2888	-3,16%
6,4	0,275	0,2754	-0,14%	0,2859	-3,95%
6,6	0,272	0,2715	0,20%	0,2829	-4,00%

Figura 34 Grafica de la conicidad vs. amplitud del algoritmo por los métodos de Klingel y regresión lineal para el ejemplo 3 norma UIC519



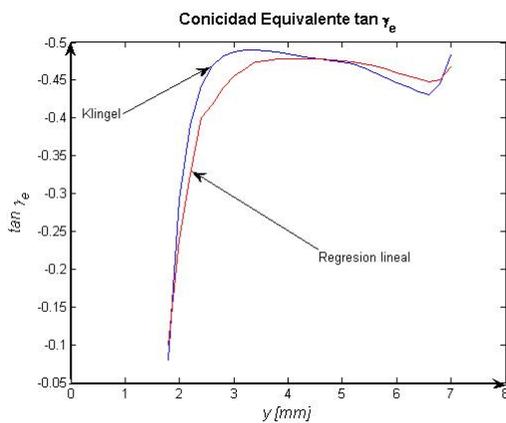
- E.4 – Rueda I/Riel A. Ver paginas 45-48

Tabla 5 Resultado de los cálculos de conicidad para el ejercicio E.4 de la norma

y	Tanye (norma)	Tanye (Klingel)	%error	Tanye (regresión)	%error
1,8	0,084	0,0801	4,64%	0,1000	19,08%
2	0,293	0,2917	0,44%	0,2390	18,44%
2,2	0,392	0,3916	0,10%	0,3258	16,90%
2,4	0,443	0,4422	0,18%	0,4007	9,56%
2,6	0,469	0,4685	0,11%	0,4171	11,07%

y	Tanye (norma)	Tanye (Klingel)	%error	Tanye (regresión)	%error
2,8	0,483	0,4818	0,25%	0,4405	8,79%
3	0,489	0,488	0,20%	0,4558	6,79%
3,2	0,491	0,4902	0,16%	0,4656	5,16%
3,4	0,491	0,4901	0,18%	0,4741	3,44%
3,6	0,489	0,4888	0,04%	0,4755	2,75%
3,8	0,487	0,4868	0,04%	0,4783	1,78%
4	0,485	0,4846	0,08%	0,4785	1,34%
4,2	0,483	0,4822	0,17%	0,4786	0,90%
4,4	0,48	0,48	0,00%	0,4783	0,36%
4,6	0,478	0,4779	0,02%	0,4776	0,08%
4,8	0,476	0,476	0,00%	0,4768	-0,17%
5	0,475	0,4743	0,15%	0,4759	-0,18%
5,2	0,471	0,4712	-0,04%	0,4743	-0,71%
5,4	0,466	0,4659	0,02%	0,4717	-1,23%
5,6	0,46	0,4597	0,07%	0,4684	-1,82%
5,8	0,453	0,4532	-0,04%	0,4645	-2,53%
6	0,447	0,4468	0,04%	0,4603	-2,97%
6,2	0,441	0,4407	0,07%	0,4559	-3,37%
6,4	0,435	0,4344	0,14%	0,4513	-3,74%
6,6	0,431	0,4302	0,19%	0,4473	-3,79%

Figura 35 Grafica de la conicidad vs. amplitud del algoritmo por los métodos de Klingel y regresión lineal para el ejemplo 4 norma UIC519

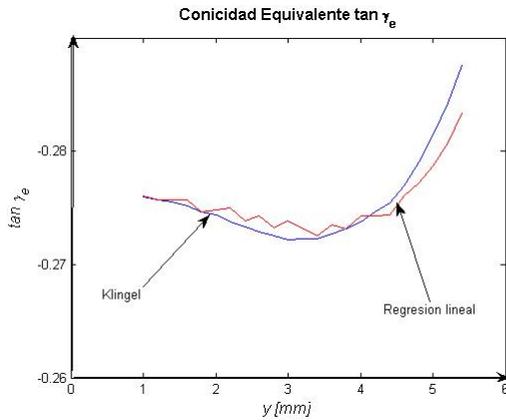


- E.5 – Rueda Modificada A/Riel A. Ver paginas 49-52

Tabla 6 Resultado de los cálculos de conicidad para el ejercicio E.5 de la norma

y	Tanye (norma)	Tanye (Klingel)	%error	Tanye (regresión)	%error
1	0,28	0,2798	0,09%	0,2802	-0,09%
1,2	0,278	0,2786	-0,21%	0,2787	-0,25%
1,4	0,277	0,2776	-0,21%	0,2786	-0,56%
1,6	0,275	0,2757	-0,25%	0,2787	-1,34%
1,8	0,274	0,2731	0,32%	0,2733	0,24%
2	0,272	0,272	0,01%	0,2742	-0,80%
2,2	0,269	0,2688	0,06%	0,2751	-2,28%
2,4	0,266	0,2666	-0,23%	0,2695	-1,30%
2,6	0,264	0,2646	-0,22%	0,2714	-2,81%
2,8	0,262	0,2626	-0,23%	0,2664	-1,68%
3	0,261	0,261	0,01%	0,2694	-3,23%
3,2	0,261	0,2613	-0,10%	0,2657	-1,79%
3,4	0,262	0,2616	0,16%	0,2627	-0,26%
3,6	0,263	0,2634	-0,16%	0,2674	-1,67%
3,8	0,266	0,266	0,01%	0,2659	0,02%
4	0,269	0,2686	0,14%	0,2714	-0,91%
4,2	0,273	0,2731	-0,04%	0,2713	0,63%
4,4	0,277	0,2774	-0,13%	0,2718	1,88%
4,6	0,284	0,2849	-0,31%	0,2804	1,26%
4,8	0,295	0,2952	-0,06%	0,2859	3,10%
5	0,307	0,3072	-0,05%	0,2934	4,41%
5,2	0,321	0,3213	-0,09%	0,3036	5,43%

Figura 36 Grafica de la conicidad vs. amplitud del algoritmo por los métodos de Klingel y regresión lineal para el ejemplo 5 norma UIC519



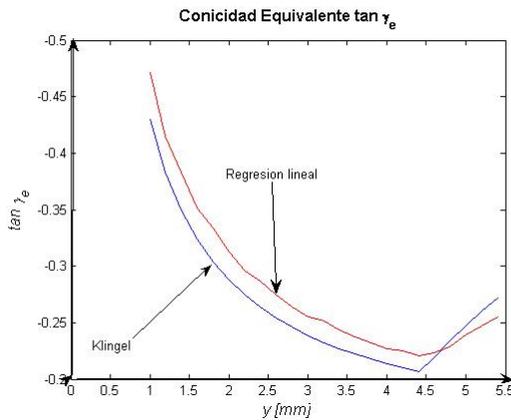
- E.6 – Rueda Modificada B/Riel A. Ver paginas 53-56

Tabla 7 Resultado de los cálculos de conicidad para el ejercicio E.6 de la norma

y	Tanye (norma)	Tanye (Klingel)	%error	Tanye (regresión)	%error
1	0,66	0,6602	-0,03%	0,7419	-12,41%
1,2	0,566	0,5663	-0,05%	0,6291	-11,16%
1,4	0,499	0,4991	-0,01%	0,5663	-13,49%
1,6	0,448	0,4479	0,02%	0,5022	-12,10%
1,8	0,408	0,4078	0,04%	0,4671	-14,49%
2	0,376	0,3759	0,02%	0,4256	-13,18%
2,2	0,349	0,3491	-0,04%	0,3914	-12,14%
2,4	0,327	0,3271	-0,04%	0,3745	-14,52%
2,6	0,308	0,3083	-0,09%	0,3496	-13,52%
2,8	0,292	0,2919	0,05%	0,3284	-12,45%
3	0,278	0,2775	0,20%	0,3100	-11,51%
3,2	0,265	0,2653	-0,11%	0,3027	-14,22%
3,4	0,254	0,2542	-0,10%	0,2881	-13,44%
3,6	0,244	0,2443	-0,13%	0,2753	-12,81%
3,8	0,235	0,2354	-0,16%	0,2638	-12,25%
4	0,227	0,2273	-0,12%	0,2535	-11,69%
4,2	0,22	0,2201	-0,07%	0,2509	-14,05%
4,4	0,214	0,2136	0,21%	0,2423	-13,22%
4,6	0,239	0,2387	0,12%	0,2465	-3,14%

y	Tanye (norma)	Tanye (Klingel)	%error	Tanye (regresión)	%error
4,8	0,266	0,2671	-0,40%	0,2581	2,98%
5	0,295	0,2953	-0,10%	0,2778	5,83%
5,2	0,32	0,3202	-0,07%	0,2936	8,24%
5,4	0,344	0,3439	0,03%	0,3107	9,67%

Figura 37 Grafica de la conicidad vs. amplitud del algoritmo por los métodos de Klingel y regresión lineal para el ejemplo 6 norma UIC519



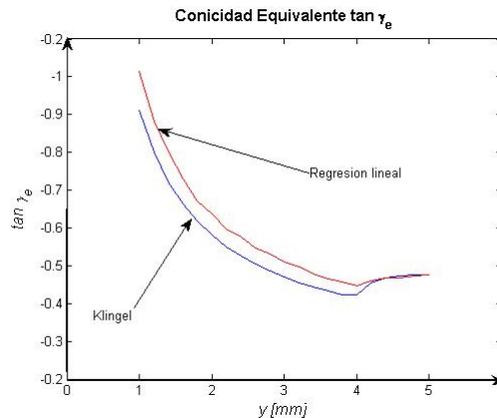
- E.7 – Rueda Modificada H/Riel A. Ver paginas 57-60

Tabla 8 Resultado de los cálculos de conicidad para el ejercicio E.7 de la norma

y	Tanye (norma)	Tanye (Klingel)	%error	Tanye (regresión)	%error
1	0,712	0,7115	0,06%	0,8154	-14,52%
1,2	0,602	0,6015	0,07%	0,6810	-13,12%
1,4	0,523	0,5224	0,11%	0,6043	-15,54%
1,6	0,463	0,4635	-0,11%	0,5296	-14,39%
1,8	0,417	0,4171	-0,01%	0,4714	-13,06%
2	0,381	0,3806	0,10%	0,4373	-14,77%
2,2	0,35	0,3502	-0,07%	0,3983	-13,80%
2,4	0,325	0,3253	-0,08%	0,3749	-15,37%
2,6	0,304	0,3039	0,03%	0,3470	-14,13%
2,8	0,286	0,2857	0,10%	0,3300	-15,40%
3	0,27	0,2699	0,05%	0,3089	-14,42%
3,2	0,256	0,256	0,00%	0,2961	-15,67%

y	Tanye (norma)	Tanye (Klingel)	%error	Tanye (regresión)	%error
3,4	0,244	0,2438	0,08%	0,2796	-14,59%
3,6	0,233	0,2328	0,09%	0,2650	-13,72%
3,8	0,223	0,2232	-0,09%	0,2563	-14,94%
4	0,217	0,2239	-3,17%	0,2456	-13,19%
4,2	0,256	0,2554	0,25%	0,2591	-1,23%
4,4	0,268	0,2678	0,06%	0,2668	0,44%
4,6	0,273	0,2732	-0,09%	0,2680	1,83%
4,8	0,275	0,2754	-0,16%	0,2720	1,08%
5	0,275	0,2756	-0,21%	0,2746	0,16%

Figura 38 Grafica de la conicidad vs. amplitud del algoritmo por los métodos de Klingel y regresión lineal para el ejemplo 7 norma UIC519



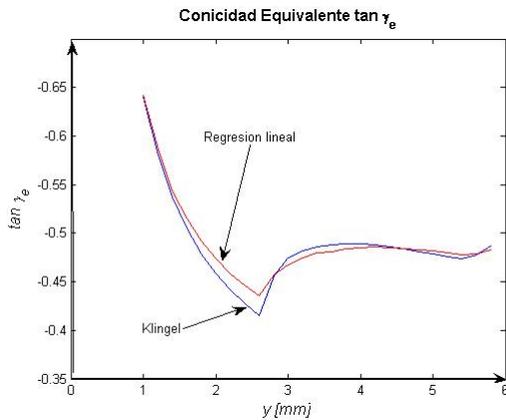
- E.8 – Rueda Modificada I/Riel A. Ver paginas 61-64

Tabla 9 Resultado de los cálculos de conicidad para el ejercicio E.8 de la norma

y	Tanye (norma)	Tanye (Klingel)	%error	Tanye (regresión)	%error
1	0,78	0,7805	-0,07%	0,7843	-0,55%
1,2	0,661	0,6602	0,11%	0,6739	-1,95%
1,4	0,575	0,5745	0,08%	0,5875	-2,18%
1,6	0,51	0,5097	0,05%	0,5293	-3,79%
1,8	0,459	0,4585	0,11%	0,4836	-5,36%
2	0,418	0,4171	0,21%	0,4468	-6,89%
2,2	0,384	0,3837	0,07%	0,4163	-8,41%

y	Tanye (norma)	Tanye (Klingel)	%error	Tanye (regresión)	%error
2,4	0,355	0,3553	-0,10%	0,3918	-10,38%
2,6	0,331	0,3311	-0,02%	0,3712	-12,13%
2,8	0,413	0,4126	0,09%	0,4155	-0,61%
3	0,449	0,4486	0,09%	0,4357	2,96%
3,2	0,465	0,4647	0,07%	0,4495	3,34%
3,4	0,473	0,4726	0,09%	0,4588	3,01%
3,6	0,477	0,4768	0,04%	0,4624	3,05%
3,8	0,479	0,4788	0,04%	0,4670	2,50%
4	0,479	0,4792	-0,03%	0,4700	1,88%
4,2	0,477	0,4771	-0,01%	0,4710	1,26%
4,4	0,473	0,473	0,00%	0,4705	0,54%
4,6	0,468	0,468	0,00%	0,4689	-0,19%
4,8	0,463	0,4626	0,09%	0,4666	-0,78%
5	0,458	0,4574	0,13%	0,4640	-1,30%
5,2	0,452	0,4522	-0,05%	0,4590	-1,55%
5,4	0,447	0,448	-0,22%	0,4560	-2,01%
5,6	0,454	0,4549	-0,20%	0,4574	-0,74%
5,8	0,472	0,4733	-0,27%	0,4661	1,25%

Figura 39 Grafica de la conicidad vs. amplitud del algoritmo por los métodos de Klingel y regresión lineal para el ejemplo 8 norma UIC519

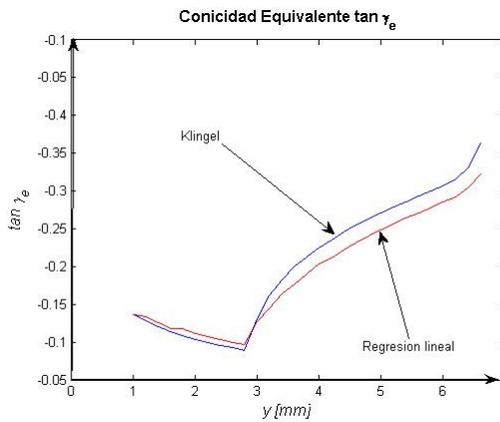


- E.9 – Rueda Derecha A-Rueda Izquierda B /Riel A. Ver paginas 65-68

Tabla 10 Resultado de los cálculos de conicidad para el ejercicio E.9 de la norma

y	Tanye (norma)	Tanye (Klingel)	%error	Tanye (regresión)	%error
1	0,137	0,1359	0,79%	0,1370	0,02%
1,2	0,128	0,1285	-0,37%	0,1343	-4,95%
1,4	0,12	0,1205	-0,42%	0,1253	-4,41%
1,6	0,114	0,1136	0,33%	0,1177	-3,28%
1,8	0,108	0,1084	-0,41%	0,1177	-8,97%
2	0,104	0,1037	0,32%	0,1120	-7,70%
2,2	0,099	0,0995	-0,52%	0,1072	-8,29%
2,4	0,096	0,0958	0,25%	0,1031	-7,34%
2,6	0,092	0,0925	-0,53%	0,0996	-8,21%
2,8	0,09	0,0896	0,48%	0,0965	-7,27%
3	0,132	0,1317	0,23%	0,1267	4,02%
3,2	0,162	0,1621	-0,05%	0,1440	11,10%
3,4	0,183	0,1826	0,19%	0,1641	10,35%
3,6	0,199	0,1992	-0,10%	0,1762	11,48%
3,8	0,213	0,2129	0,05%	0,1907	10,48%
4	0,225	0,2245	0,24%	0,2031	9,73%
4,2	0,236	0,2357	0,11%	0,2122	10,08%
4,4	0,245	0,2456	-0,23%	0,2225	9,19%
4,6	0,255	0,2547	0,14%	0,2319	9,06%
4,8	0,263	0,2631	-0,02%	0,2405	8,54%
5	0,271	0,2712	-0,06%	0,2487	8,21%
5,2	0,279	0,2788	0,09%	0,2565	8,07%
5,4	0,286	0,2861	-0,04%	0,2640	7,71%
5,6	0,293	0,2931	-0,04%	0,2712	7,45%
5,8	0,3	0,2999	0,02%	0,2783	7,25%
6	0,307	0,3066	0,14%	0,2852	7,10%
6,2	0,316	0,3163	-0,09%	0,2920	7,60%
6,4	0,33	0,3308	-0,24%	0,3039	7,90%
6,6	0,364	0,3628	0,34%	0,3227	11,34%

Figura 40 Grafica de la conicidad vs. amplitud del algoritmo por los métodos de Klingel y regresión lineal para el ejemplo 9 norma UIC519



### 5.1.2 Perfiles reales

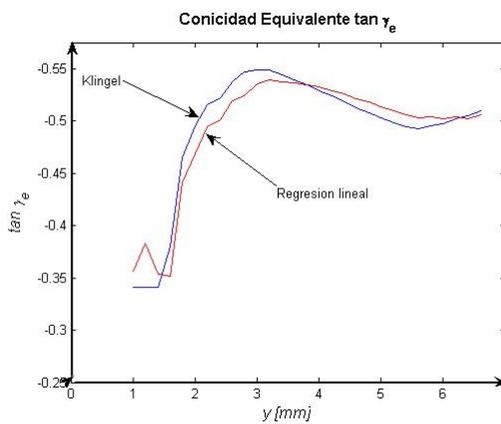
- Tramo recto

Tabla 11 Resultado de los cálculos de conicidad para el tramo recto de una rueda/riel desgatado

y	Tanye (Klingel)	Tanye (Reg. Lin)
1	0,2814	0,3134
1,2	0,2811	0,3663
1,4	0,2821	0,3062
1,6	0,3599	0,3022
1,8	0,5298	0,4814
2	0,5911	0,5380
2,2	0,6300	0,5898
2,4	0,6444	0,6025
2,6	0,6754	0,6382
2,8	0,6944	0,6481
3	0,6968	0,6703
3,2	0,6975	0,6785
3,4	0,6871	0,6755
3,6	0,6783	0,6732
3,8	0,6682	0,6693
4	0,6584	0,6643

y	Tanye (Klingel)	Tanye (Reg. Lin)
4,2	0,6472	0,6576
4,4	0,6367	0,6509
4,6	0,6256	0,6432
4,8	0,6153	0,6359
5	0,6065	0,6264
5,2	0,5970	0,6189
5,4	0,5888	0,6119
5,6	0,5848	0,6062
5,8	0,5911	0,6071
6	0,5955	0,6040
6,2	0,6043	0,6079
6,4	0,6103	0,6046
6,6	0,6190	0,6116

Figura 41 Grafica de la conicidad vs. amplitud del algoritmo por los métodos de Klingel y regresión lineal para el tramo recto de una rueda/riel desgatado



## 5.2 ANALISIS DE RESULTADOS

De las graficas y resultados mostrados en la sección anterior se puede observar que:

- El método que arrojó los resultados mas aproximados a los de la norma, cuyo %error de manera general no superó el 5% para cada uno los casos de estudio, es el de Klingel.
- El método de Klingel muestra %error menos aproximado en las secciones de la curva de la función  $\Delta r$  cuyas pendientes son grandes.
- Los resultados de la conicidad equivalente, por los métodos de cálculo de Klingel y la regresión lineal, de cada ejercicio son similares presentándose ligeras diferencias al crecer la amplitud.
- La grafica de la curva conicidad vs. amplitud para los ejercicios calculados por el método de la regresión lineal muestran pequeñas oscilaciones que hacen que la grafica se vea menos suavizada que el del método Klingel
- La grafica de la conicidad equivalente del tramo recto desgastado y la del ejemplo 4 de la norma son similares.

## 6 CONCLUSIONES

En la elaboración del proyecto se fundamentó los conceptos de interfase rueda riel y conicidad equivalente por medio de la norma UIC519, y documentos realizados por distintos autores en el tema de la interfase rueda riel, tales como Esveld, Persson, Iwnicky, entre otros. Durante este proceso se notó la falta de claridad en algunas partes de la norma en cuanto a la demostración de algunos de los principios y definiciones generales para comprender el uso de la conicidad en la interfase rueda riel. A partir de esto se reunió toda la información concerniente a la conicidad equivalente y se elaboró el estado de arte de este documento.

Se implementó en Matlab el algoritmo definido por la metodología hallada en la norma UIC para determinar la conicidad equivalente. El programa resuelve la conicidad por dos métodos que establece la norma: el de Klingel y el de la regresión lineal. En el análisis de resultados se observó que los errores dados por el método de Klingel dieron errores de manera general por debajo del 1% y en algunos datos errores máximos de 5%; en tanto que los errores dados por el método de la regresión lineal llega hasta valores del 20% y que en algunos casos este valor disminuye a medida que el número de valores conocidos dentro de una amplitud aumentaba. Debido a que la norma no establece valores calculados para el método de la regresión lineal, sino que muestra resultados solo para el método de Klingel, no hay un buen punto de comparación para establecer la confiabilidad de los valores hallados por este método. Según lo calculado por el método Klingel se puede concluir que tanto la metodología como el programa elaborado son confiables.

En la implementación de la norma UIC 519 se resolvieron problemas en los cuales los datos de entrada tienen diferentes características como son:

- Datos simétricos de la curva  $\Delta r$  vs  $y$ .
- Valores asimétricos de la curva  $\int_{y_{em}}^{+y} \Delta r dy$  vs  $y$
- Datos de la curva  $\Delta r$  vs  $y$  en los que hay un rango en el que los datos del vector  $\Delta r$  dan igual a cero.

En cuanto al análisis de resultados se puede concluir que:

- Para los primeros valores de las amplitudes, en los casos en que la integral de la curva  $\Delta r$  da simétrico, los resultados de la conicidad de los dos métodos trabajados están mas próximos entre si.
- La grafica de la curva conicidad vs. amplitud para los ejercicios calculados por el método de la regresión lineal muestran pequeñas oscilaciones que hacen que la grafica se vea menos suavizada que el del método Klingel.
- El comportamiento del método de la regresión lineal es un poco difícil de predecir ya que en algunos ejemplos su %error puede ir de un valor mínimo e ir aumentando o también de un valor máximo e ir disminuyendo, pero sus valores y curva de la conicidad equivalente se asemejan a los de la norma.
- El método de Klingel arroja valores muy aproximados para cada amplitud excepto en puntos de la curva de la función  $\Delta r$  cuya pendiente sea muy alta.

## 7 BIBLIOGRAFIA

DAHLBERG, Tore. Railway track dynamics – a survey. Solid Mechanics/IKP, Linköping University. 2003

EAFIT y Conciencias en proyectos de investigación con el Metro de Medellín. En: EL EAFITENSE (2005) Vol. 81.Pág. 10-11. ISSN-0124-3624

ESVELD, Coenraad. Modern Railway Track. Chapter 2. Wheel-Rail Interface. Delf University of Technology. Netherlands. Second edition. 2001. P 17 – 33.

EVANS, J., IWNIKY S. D. Vehicle dynamics and the wheel / rail interface. The rail technology unit. Manchester, United Kingdom.

INTERNATIONAL UNION OF RAILWAYS. UIC CODE 519. Method for determining the equivalent conicity. 1st edition, December 2004.

KLAUSER, Peter. Assessing Wheel/Rail Contact Geometry. 16 de Mayo de 2006

MARKINE, V.L., SHEVTSOV, I.Y., ESVELD, C Shape optimisation of a railway wheel profile. European Railway Review. Issue 2. 2006. p 81 – 86.

OCAMPO DE LOS RIOS, Juan David. Análisis de los esfuerzos en la interfase vía vehiculo usando elementos finitos. Proyecto de Grado Ingeniería Mecánica. Medellín: Universidad EAFIT 2005.

PERSSON, I., IWNIKY S. D. Optimisation of railway wheel profiles using a genetic algorithm. The rail technology unit. Manchester, United Kingdom. January 2004

SHEVTSOV, I.Y., MARKINE, V.L., ESVELD, C. Optimal design of wheel profile for railway vehicles. 6th International Conference on contact mechanics and wear of rail/wheel systems. Gothengburg, Sweden. June 10-13, 2003. 12 p.

THIERBACH, Wolfgang. Informe Técnico. Configuración de daños y problemas en las instalaciones de vía y los vehículos de pasajeros. Consorcio Hispano Alemán. Medellín, 28 de febrero de 1998.

TROCHE, Gerhard. Informe técnico sobre la investigación del desgaste rueda riel en la vida del Metro de Medellín. 17 de octubre de 1996.

VERMA, R.K. Track induced hunting and measures of control. Permanent Way Bulletin, Vol. 31, No. 3, December 2004

VIGOROUX, Cristian. Recomendaciones de diseño para proyectos de infraestructura ferroviaria. XI Congreso Chileno de Ingeniería de Transporte. Santiago de Chile, 2003 Sección 7

Bibliografía de Internet:

CLAVIJO@

CLAVIJO, Guido L. Vías férreas – generalidades. Bolivia, 2004. Disponible en Internet en: <http://www.umss.edu.bo/epubs/etexts/downloads/26/1.htm>

## ANEXOS

### Anexo 1 Valores de referencia de la norma UIC 519.

#### E.1 – RUEDA A / RIEL A

##### E.1.1 – Diagrama de las funciones

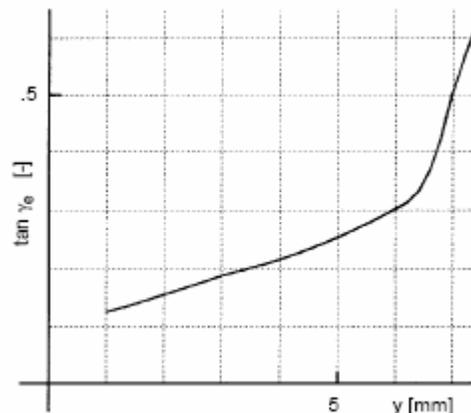
$$\Delta r, \tan \gamma_a, \tan \gamma_e$$

Diámetro de la rueda

Rueda derecha : 920 mm

Rueda izquierda : 920 mm

Trocha : 1435.16 mm



##### E.1.2 –Valores numérico de la función $\tan \gamma_e$

y	$\tan \gamma_e$	Y <sub>max</sub>	Y <sub>min</sub>
1.000	.125	1.000	-1.000
1.200	.130	1.200	-1.200
1.400	.136	1.400	-1.400
1.600	.142	1.600	-1.600
1.800	.149	1.800	-1.800
2.000	.155	2.000	-2.000
2.200	.161	2.200	-2.200
2.400	.168	2.400	-2.400
2.600	.175	2.600	-2.600
2.800	.181	2.800	-2.800
3.000	.188	3.000	-3.000
3.200	.194	3.200	-3.200
3.400	.199	3.400	-3.400
3.600	.204	3.600	-3.600
3.800	.210	3.800	-3.800
4.000	.216	4.000	-4.000
4.200	.223	4.200	-4.200
4.400	.230	4.400	-4.400
4.600	.238	4.600	-4.600
4.800	.246	4.800	-4.800
5.000	.254	5.000	-5.000
5.200	.263	5.200	-5.200
5.400	.273	5.400	-5.400
5.600	.282	5.600	-5.600
5.800	.292	5.800	-5.800
6.000	.303	6.000	-6.000
6.200	.313	6.200	-6.200
6.400	.332	6.400	-6.400
6.600	.368	6.600	-6.600

### E.1.3 – Valores numéricos de la función $\Delta r$

y	$r_1-r_2$	y	$r_1-r_2$	y	$r_1-r_2$
-8.000	.	-2.500	-.931	3.000	1.236
-7.900	.	-2.400	-.879	3.100	1.299
-7.800	.	-2.300	-.822	3.200	1.346
-7.700	.	-2.200	-.766	3.300	1.407
-7.600	.	-2.100	-.719	3.400	1.471
-7.500	.	-2.000	-.667	3.500	1.539
-7.400	.	-1.900	-.616	3.600	1.598
-7.300	.	-1.800	-.574	3.700	1.673
-7.200	.	-1.700	-.527	3.800	1.752
-7.100	.	-1.600	-.481	3.900	1.834
-7.000	.	-1.500	-.443	4.000	1.906
-6.900	.	-1.400	-.402	4.100	1.995
-6.800	-10.954	-1.300	-.361	4.200	2.088
-6.700	-9.010	-1.200	-.328	4.300	2.185
-6.600	-7.597	-1.100	-.292	4.400	2.286
-6.500	-6.521	-1.000	-.257	4.500	2.373
-6.400	-5.692	-.900	-.227	4.600	2.481
-6.300	-5.064	-.800	-.197	4.700	2.593
-6.200	-4.636	-.700	-.167	4.800	2.709
-6.100	-4.494	-.600	-.142	4.900	2.808
-6.000	-4.328	-.500	-.116	5.000	2.931
-5.900	-4.166	-.400	-.092	5.100	3.058
-5.800	-4.008	-.300	-.071	5.200	3.189
-5.700	-3.879	-.200	-.051	5.300	3.324
-5.600	-3.729	-.100	-.032	5.400	3.440
-5.500	-3.582	0.000	0.000	5.500	3.582
-5.400	-3.440	.100	.032	5.600	3.729
-5.300	-3.324	.200	.061	5.700	3.879
-5.200	-3.189	.300	.071	5.800	4.008
-5.100	-3.058	.400	.092	5.900	4.166
-5.000	-2.931	.500	.116	6.000	4.328
-4.900	-2.808	.600	.142	6.100	4.494
-4.800	-2.709	.700	.167	6.200	4.636
-4.700	-2.593	.800	.197	6.300	5.064
-4.600	-2.481	.900	.227	6.400	5.692
-4.500	-2.373	1.000	.257	6.500	6.521
-4.400	-2.286	1.100	.292	6.600	7.597
-4.300	-2.185	1.200	.328	6.700	9.010
-4.200	-2.088	1.300	.361	6.800	10.954
-4.100	-1.995	1.400	.402	6.900	.
-4.000	-1.906	1.500	.443	7.000	.
-3.900	-1.834	1.600	.481	7.100	.
-3.800	-1.752	1.700	.527	7.200	.
-3.700	-1.673	1.800	.574	7.300	.
-3.600	-1.598	1.900	.616	7.400	.
-3.500	-1.539	2.000	.667	7.500	.
-3.400	-1.471	2.100	.719	7.600	.
-3.300	-1.407	2.200	.766	7.700	.
-3.200	-1.348	2.300	.822	7.800	.
-3.100	-1.299	2.400	.879	7.900	.
-3.000	-1.236	2.500	.931	8.000	.
-2.900	-1.177	2.600	.992		
-2.800	-1.111	2.700	1.055		
-2.700	-1.055	2.800	1.111		
-2.600	-.992	2.900	1.177		

## E.2 – RUEDA B / RIEL A

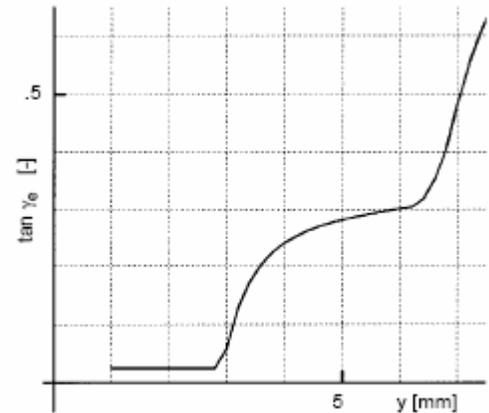
### E.2.1 – Diagrama de las funciones $\Delta r$ , $\tan \gamma_a$ , $\tan \gamma_e$

Diámetro de la rueda

Rueda derecha : 920 mm

Rueda izquierda : 920 mm

Trocha : 1435.16 mm



### E.2.2 –Valores numérico de la función $\tan \gamma_e$

y	$\tan \gamma_e$	Yemax	Yemin
1.000	.025	1.000	-1.000
1.200	.025	1.200	-1.200
1.400	.025	1.400	-1.400
1.600	.025	1.600	-1.600
1.800	.025	1.800	-1.800
2.000	.025	2.000	-2.000
2.200	.025	2.200	-2.200
2.400	.025	2.400	-2.400
2.600	.025	2.600	-2.600
2.800	.025	2.800	-2.800
3.000	.058	3.000	-3.000
3.200	.128	3.200	-3.200
3.400	.172	3.400	-3.400
3.600	.203	3.600	-3.600
3.800	.225	3.800	-3.800
4.000	.241	4.000	-4.000
4.200	.254	4.200	-4.200
4.400	.263	4.400	-4.400
4.600	.271	4.600	-4.600
4.800	.277	4.800	-4.800
5.000	.283	5.000	-5.000
5.200	.287	5.200	-5.200
5.400	.291	5.400	-5.400
5.600	.295	5.600	-5.600
5.800	.299	5.800	-5.800
6.000	.302	6.000	-6.000
6.200	.305	6.200	-6.200
6.400	.319	6.400	-6.400
6.600	.355	6.600	-6.600

### E.2.3 – Valores numéricos de la función $\Delta r$

y	r <sub>1</sub> -r <sub>2</sub>	y	r <sub>1</sub> -r <sub>2</sub>	y	r <sub>1</sub> -r <sub>2</sub>
-8.000	.	-2.500	-.125	3.000	1.950
-7.900	.	-2.400	-.120	3.100	2.003
-7.800	.	-2.300	-.115	3.200	2.057
-7.700	.	-2.200	-.110	3.300	2.112
-7.600	.	-2.100	-.105	3.400	2.167
-7.500	.	-2.000	-.100	3.500	2.224
-7.400	.	-1.900	-.095	3.600	2.281
-7.300	.	-1.800	-.090	3.700	2.339
-7.200	.	-1.700	-.085	3.800	2.397
-7.100	.	-1.600	-.080	3.900	2.457
-7.000	.	-1.500	-.075	4.000	2.517
-6.900	.	-1.400	-.070	4.100	2.578
-6.800	-9.895	-1.300	-.065	4.200	2.640
-6.700	-8.270	-1.200	-.060	4.300	2.702
-6.600	-7.050	-1.100	-.055	4.400	2.766
-6.500	-6.111	-1.000	-.050	4.500	2.830
-6.400	-5.392	-.900	-.045	4.600	2.895
-6.300	-4.123	-.800	-.040	4.700	2.961
-6.200	-4.044	-.700	-.035	4.800	3.027
-6.100	-3.966	-.600	-.030	4.900	3.095
-6.000	-3.889	-.500	-.025	5.000	3.163
-5.900	-3.813	-.400	-.020	5.100	3.232
-5.800	-3.737	-.300	-.015	5.200	3.302
-5.700	-3.663	-.200	-.010	5.300	3.372
-5.600	-3.589	-.100	-.005	5.400	3.444
-5.500	-3.516	0.000	0.000	5.500	3.516
-5.400	-3.444	.100	.005	5.600	3.589
-5.300	-3.372	.200	.010	5.700	3.663
-5.200	-3.302	.300	.015	5.800	3.737
-5.100	-3.232	.400	.020	5.900	3.813
-5.000	-3.163	.500	.025	6.000	3.889
-4.900	-3.095	.600	.030	6.100	3.966
-4.800	-3.027	.700	.035	6.200	4.044
-4.700	-2.961	.800	.040	6.300	4.123
-4.600	-2.895	.900	.045	6.400	5.392
-4.500	-2.830	1.000	.050	6.500	6.111
-4.400	-2.766	1.100	.055	6.600	7.050
-4.300	-2.702	1.200	.060	6.700	8.270
-4.200	-2.640	1.300	.065	6.800	9.895
-4.100	-2.578	1.400	.070	6.900	.
-4.000	-2.517	1.500	.075	7.000	.
-3.900	-2.457	1.600	.080	7.100	.
-3.800	-2.397	1.700	.085	7.200	.
-3.700	-2.339	1.800	.090	7.300	.
-3.600	-2.281	1.900	.095	7.400	.
-3.500	-2.224	2.000	.100	7.500	.
-3.400	-2.167	2.100	.105	7.600	.
-3.300	-2.112	2.200	.110	7.700	.
-3.200	-2.057	2.300	.115	7.800	.
-3.100	-2.003	2.400	.120	7.900	.
-3.000	-1.950	2.500	.125	8.000	.
-2.900	-.145	2.600	.130		
-2.800	-.140	2.700	.135		
-2.700	-.135	2.800	.140		
-2.600	-.130	2.900	.145		

## E.3 – RUEDA H / RIEL A

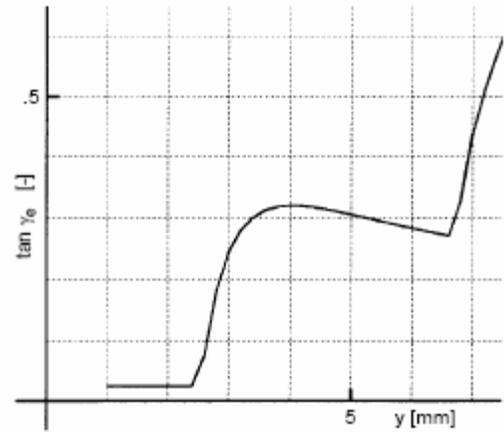
### E.3.1 – Diagrama de las funciones $\Delta r$ , $\tan \gamma_a$ , $\tan \gamma_e$

Diámetro de la ruda

Rueda derecha : 920 mm

Rueda izquierda : 920 mm

Trocha 1435.16 mm



### E.3.2 –Valores numérico de la función $\tan \gamma_e$

y	$\tan \gamma_e$	Yemax	Yemin
1.000	.025	1.000	-1.000
1.200	.025	1.200	-1.200
1.400	.025	1.400	-1.400
1.600	.025	1.600	-1.600
1.800	.025	1.800	-1.800
2.000	.025	2.000	-2.000
2.200	.025	2.200	-2.200
2.400	.025	2.400	-2.400
2.600	.075	2.600	-2.600
2.800	.164	2.800	-2.800
3.000	.245	3.000	-3.000
3.200	.281	3.200	-3.200
3.400	.301	3.400	-3.400
3.600	.312	3.600	-3.600
3.800	.318	3.800	-3.800
4.000	.319	4.000	-4.000
4.200	.319	4.200	-4.200
4.400	.317	4.400	-4.400
4.600	.313	4.600	-4.600
4.800	.310	4.800	-4.800
5.000	.306	5.000	-5.000
5.200	.301	5.200	-5.200
5.400	.297	5.400	-5.400
5.600	.292	5.600	-5.600
5.800	.288	5.800	-5.800
6.000	.284	6.000	-6.000
6.200	.280	6.200	-6.200
6.400	.275	6.400	-6.400
6.600	.272	6.600	-6.600

### E.3.3 – Valores numéricos de la función $\Delta r$

y	r <sub>1</sub> -r <sub>2</sub>	y	r <sub>1</sub> -r <sub>2</sub>	y	r <sub>1</sub> -r <sub>2</sub>
-8.000	.	-2.500	-.125	3.000	2.497
-7.900	.	-2.400	-.120	3.100	2.520
-7.800	.	-2.300	-.115	3.200	2.542
-7.700	.	-2.200	-.110	3.300	2.565
-7.600	.	-2.100	-.105	3.400	2.587
-7.500	.	-2.000	-.100	3.500	2.610
-7.400	.	-1.900	-.095	3.600	2.632
-7.300	.	-1.800	-.090	3.700	2.655
-7.200	.	-1.700	-.085	3.800	2.677
-7.100	.	-1.600	-.080	3.900	2.700
-7.000	.	-1.500	-.075	4.000	2.722
-6.900	.	-1.400	-.070	4.100	2.745
-6.800	-11.216	-1.300	-.065	4.200	2.767
-6.700	-3.330	-1.200	-.060	4.300	2.790
-6.600	-3.307	-1.100	-.055	4.400	2.812
-6.500	-3.285	-1.000	-.050	4.500	2.835
-6.400	-3.262	-.900	-.045	4.600	2.857
-6.300	-3.240	-.800	-.040	4.700	2.880
-6.200	-3.217	-.700	-.035	4.800	2.902
-6.100	-3.195	-.600	-.030	4.900	2.925
-6.000	-3.172	-.500	-.025	5.000	2.947
-5.900	-3.150	-.400	-.020	5.100	2.970
-5.800	-3.127	-.300	-.015	5.200	2.992
-5.700	-3.105	-.200	-.010	5.300	3.015
-5.600	-3.082	-.100	-.005	5.400	3.037
-5.500	-3.060	0.000	0.000	5.500	3.060
-5.400	-3.037	.100	.005	5.600	3.082
-5.300	-3.015	.200	.010	5.700	3.105
-5.200	-2.992	.300	.015	5.800	3.127
-5.100	-2.970	.400	.020	5.900	3.150
-5.000	-2.947	.500	.025	6.000	3.172
-4.900	-2.925	.600	.030	6.100	3.195
-4.800	-2.902	.700	.035	6.200	3.217
-4.700	-2.880	.800	.040	6.300	3.240
-4.600	-2.857	.900	.045	6.400	3.262
-4.500	-2.835	1.000	.050	6.500	3.285
-4.400	-2.812	1.100	.055	6.600	3.307
-4.300	-2.790	1.200	.060	6.700	3.330
-4.200	-2.767	1.300	.065	6.800	11.216
-4.100	-2.745	1.400	.070	6.900	.
-4.000	-2.722	1.500	.075	7.000	.
-3.900	-2.700	1.600	.080	7.100	.
-3.800	-2.677	1.700	.085	7.200	.
-3.700	-2.655	1.800	.090	7.300	.
-3.600	-2.632	1.900	.095	7.400	.
-3.500	-2.610	2.000	.100	7.500	.
-3.400	-2.587	2.100	.105	7.600	.
-3.300	-2.565	2.200	.110	7.700	.
-3.200	-2.542	2.300	.115	7.800	.
-3.100	-2.520	2.400	.120	7.900	.
-3.000	-2.497	2.500	.125	8.000	.
-2.900	-2.475	2.600	2.407		
-2.800	-2.452	2.700	2.430		
-2.700	-2.430	2.800	2.452		
-2.600	-2.407	2.900	2.475		

## E.4 – RUEDA I / RIEL A

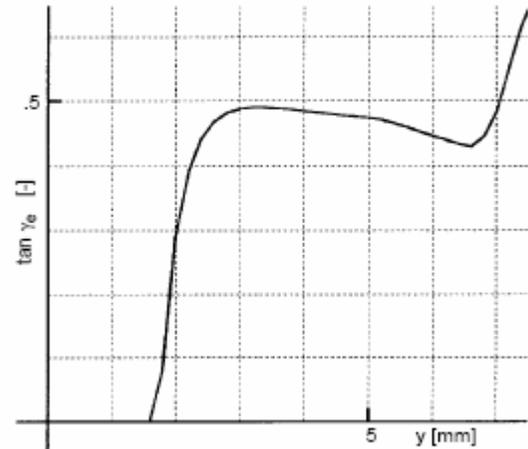
### E.4.1 – Diagrama de las funciones $\Delta r$ , $\tan \gamma_a$ , $\tan \gamma_e$

Diámetro de la ruda

Rueda derecha : 920 mm

Rueda izquierda : 920 mm

Trocha 1435.16 mm



### E.4.2 –Valores numérico de la función $\tan \gamma_e$

y	$\tan \gamma_e$	Yemax	Yemin
1.000	0.000		
1.200	0.000		
1.400	0.000		
1.600	0.000		
1.800	.084	1.800	-1.800
2.000	.293	2.000	-2.000
2.200	.392	2.200	-2.200
2.400	.443	2.400	-2.400
2.600	.469	2.600	-2.600
2.800	.483	2.800	-2.800
3.000	.489	3.000	-3.000
3.200	.491	3.200	-3.200
3.400	.491	3.400	-3.400
3.600	.489	3.600	-3.600
3.800	.487	3.800	-3.800
4.000	.485	4.000	-4.000
4.200	.483	4.200	-4.200
4.400	.480	4.400	-4.400
4.600	.478	4.600	-4.600
4.800	.476	4.800	-4.800
5.000	.475	5.000	-5.000
5.200	.471	5.200	-5.200
5.400	.466	5.400	-5.400
5.600	.460	5.600	-5.600
5.800	.453	5.800	-5.800
6.000	.447	6.000	-6.000
6.200	.441	6.200	-6.200
6.400	.435	6.400	-6.400
6.600	.431	6.600	-6.600

### E.4.3 – Valores numéricos de la función $\Delta r$

y	$r_1-r_2$	y	$r_1-r_2$	y	$r_1-r_2$
-8.000	.	-2.500	-2.784	3.000	3.123
-7.900	.	-2.400	-2.719	3.100	3.194
-7.800	.	-2.300	-2.654	3.200	3.265
-7.700	.	-2.200	-2.591	3.300	3.336
-7.600	.	-2.100	-2.528	3.400	3.409
-7.500	.	-2.000	-2.465	3.500	3.483
-7.400	.	-1.900	-2.404	3.600	3.557
-7.300	.	-1.800	-2.344	3.700	3.632
-7.200	.	-1.700	0.000	3.800	3.708
-7.100	-11.079	-1.600	0.000	3.900	3.785
-7.000	-9.237	-1.500	0.000	4.000	3.862
-6.900	-7.884	-1.400	0.000	4.100	3.941
-6.800	-6.849	-1.300	0.000	4.200	4.020
-6.700	-6.053	-1.200	0.000	4.300	4.100
-6.600	-5.453	-1.100	0.000	4.400	4.181
-6.500	-5.187	-1.000	0.000	4.500	4.263
-6.400	-5.157	-900	0.000	4.600	4.345
-6.300	-5.127	-800	0.000	4.700	4.429
-6.200	-5.096	-700	0.000	4.800	4.513
-6.100	-5.066	-600	0.000	4.900	4.598
-6.000	-5.036	-500	0.000	5.000	4.684
-5.900	-4.977	-400	0.000	5.100	4.742
-5.800	-4.947	-300	0.000	5.200	4.771
-5.700	-4.917	-200	0.000	5.300	4.800
-5.600	-4.888	-100	0.000	5.400	4.829
-5.500	-4.859	0.000	0.000	5.500	4.859
-5.400	-4.829	.100	0.000	5.600	4.888
-5.300	-4.800	.200	0.000	5.700	4.917
-5.200	-4.771	.300	0.000	5.800	4.947
-5.100	-4.742	.400	0.000	5.900	4.977
-5.000	-4.684	.500	0.000	6.000	5.036
-4.900	-4.598	.600	0.000	6.100	5.066
-4.800	-4.513	.700	0.000	6.200	5.096
-4.700	-4.429	.800	0.000	6.300	5.127
-4.600	-4.345	.900	0.000	6.400	5.157
-4.500	-4.263	1.000	0.000	6.500	5.187
-4.400	-4.181	1.100	0.000	6.600	5.453
-4.300	-4.100	1.200	0.000	6.700	6.053
-4.200	-4.020	1.300	0.000	6.800	6.849
-4.100	-3.941	1.400	0.000	6.900	7.884
-4.000	-3.862	1.500	0.000	7.000	9.237
-3.900	-3.785	1.600	0.000	7.100	11.079
-3.800	-3.708	1.700	0.000	7.200	.
-3.700	-3.632	1.800	2.344	7.300	.
-3.600	-3.557	1.900	2.404	7.400	.
-3.500	-3.483	2.000	2.465	7.500	.
-3.400	-3.409	2.100	2.528	7.600	.
-3.300	-3.336	2.200	2.591	7.700	.
-3.200	-3.265	2.300	2.654	7.800	.
-3.100	-3.194	2.400	2.719	7.900	.
-3.000	-3.123	2.500	2.784	8.000	.
-2.900	-3.054	2.600	2.851		
-2.800	-2.985	2.700	2.918		
-2.700	-2.918	2.800	2.985		
-2.600	-2.851	2.900	3.054		

## E.5 – RUEDA A MODIFICADA (-2 MM EN EL DIÁMETRO DE LA RUEDA IZQUIERDA) /RIEL A

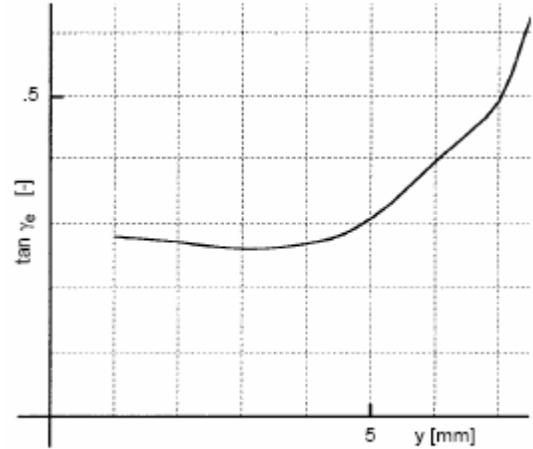
### E.5.1 – Diagrama de las funciones $\Delta r$ , $\tan \gamma_a$ , $\tan \gamma_e$

Diámetro de la ruda

rueda derecha : 920 mm

rueda izquierda : 918 mm

Trocha : 1435.16 mm



### E.5.2 –Valores numérico de la función $\tan \gamma_e$

y	$\tan \gamma_e$	$Y_{max}$	$Y_{min}$
1.000	.280	-1.584	-3.584
1.200	.278	-1.370	-3.770
1.400	.277	-1.149	-3.949
1.600	.275	-.924	-4.124
1.800	.274	-.693	-4.293
2.000	.272	-.458	-4.458
2.200	.269	-.214	-4.614
2.400	.266	.034	-4.766
2.600	.264	.285	-4.915
2.800	.262	.539	-5.061
3.000	.261	.797	-5.203
3.200	.261	1.057	-5.343
3.400	.262	1.317	-5.483
3.600	.263	1.577	-5.623
3.800	.266	1.838	-5.762
4.000	.269	2.098	-5.902
4.200	.273	2.357	-6.043
4.400	.277	2.615	-6.185
4.600	.284	2.876	-6.324
4.800	.295	3.146	-6.464
5.000	.307	3.427	-6.573
5.200	.321	3.719	-6.681
5.400	.338	4.021	-6.779
5.600	.357	4.330	-6.870
5.800	.376	4.644	-6.956
6.000	.395	4.954	-7.046
6.200	.413	5.259	-7.141
6.400	.431	5.559	-7.241
6.600	.449	5.853	-7.347

### E.5.3 – Valores numéricos de la función $\Delta r$

y	r <sub>1</sub> -r <sub>2</sub>	y	r <sub>1</sub> -r <sub>2</sub>	y	r <sub>1</sub> -r <sub>2</sub>
-8.000	.	-2.500	.069	3.000	2.236
-7.900	.	-2.400	.121	3.100	2.299
-7.800	.	-2.300	.178	3.200	2.346
-7.700	.	-2.200	.234	3.300	2.407
-7.600	.	-2.100	.281	3.400	2.471
-7.500	.	-2.000	.333	3.500	2.539
-7.400	.	-1.900	.384	3.600	2.598
-7.300	.	-1.800	.426	3.700	2.673
-7.200	.	-1.700	.473	3.800	2.752
-7.100	.	-1.600	.519	3.900	2.834
-7.000	.	-1.500	.557	4.000	2.906
-6.900	.	-1.400	.598	4.100	2.995
-6.800	-9.954	-1.300	.639	4.200	3.088
-6.700	-8.010	-1.200	.672	4.300	3.185
-6.600	-6.597	-1.100	.708	4.400	3.286
-6.500	-5.521	-1.000	.743	4.500	3.373
-6.400	-4.692	-900	.773	4.600	3.481
-6.300	-4.064	-800	.803	4.700	3.593
-6.200	-3.636	-700	.833	4.800	3.709
-6.100	-3.494	-600	.858	4.900	3.808
-6.000	-3.328	-500	.884	5.000	3.931
-5.900	-3.166	-400	.908	5.100	4.058
-5.800	-3.008	-300	.929	5.200	4.189
-5.700	-2.879	-200	.949	5.300	4.324
-5.600	-2.729	-100	.968	5.400	4.444
-5.500	-2.582	0.000	1.000	5.500	4.582
-5.400	-2.440	.100	1.032	5.600	4.729
-5.300	-2.324	.200	1.051	5.700	4.879
-5.200	-2.189	.300	1.071	5.800	5.008
-5.100	-2.058	.400	1.092	5.900	5.166
-5.000	-1.931	.500	1.116	6.000	5.328
-4.900	-1.808	.600	1.142	6.100	5.494
-4.800	-1.709	.700	1.167	6.200	5.636
-4.700	-1.593	.800	1.197	6.300	6.064
-4.600	-1.481	.900	1.227	6.400	6.692
-4.500	-1.373	1.000	1.257	6.500	7.521
-4.400	-1.286	1.100	1.292	6.600	8.597
-4.300	-1.185	1.200	1.328	6.700	10.010
-4.200	-1.088	1.300	1.361	6.800	11.954
-4.100	-.995	1.400	1.402	6.900	.
-4.000	-.906	1.500	1.443	7.000	.
-3.900	-.834	1.600	1.481	7.100	.
-3.800	-.752	1.700	1.527	7.200	.
-3.700	-.673	1.800	1.574	7.300	.
-3.600	-.598	1.900	1.616	7.400	.
-3.500	-.539	2.000	1.667	7.500	.
-3.400	-.471	2.100	1.719	7.600	.
-3.300	-.407	2.200	1.766	7.700	.
-3.200	-.346	2.300	1.822	7.800	.
-3.100	-.299	2.400	1.879	7.900	.
-3.000	-.236	2.500	1.931	8.000	.
-2.900	-.177	2.600	1.992		
-2.800	-.111	2.700	2.055		
-2.700	-.055	2.800	2.111		
-2.600	.008	2.900	2.177		

## E.6 – RUEDA B MODIFICADA (-2 MM EN EL DIÁMETRO DE LA RUEDA IZQUIERDA)/RIEL A

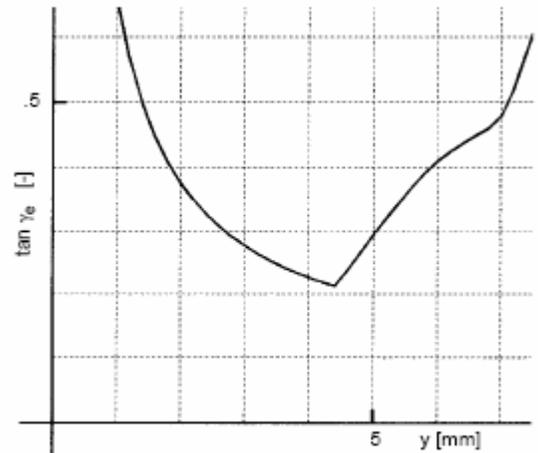
### E.6.1 – Diagrama de las funciones $\Delta r$ , $\tan \gamma_a$ , $\tan \gamma_e$

Diámetro de la ruda

Rueda derecha : 920 mm

Rueda izquierda : 918 mm

Trocha : 1435.16 mm



### E.6.2 –Valores numérico de la función $\tan \gamma_e$

y	$\tan \gamma_e$	$\gamma_{max}$	$\gamma_{min}$
1.000	.660	-1.813	-3.813
1.200	.566	-1.566	-3.968
1.400	.499	-1.318	-4.118
1.600	.448	-1.064	-4.264
1.800	.408	-.807	-4.407
2.000	.376	-.546	-4.546
2.200	.349	-.281	-4.681
2.400	.327	-.014	-4.814
2.600	.308	.255	-4.945
2.800	.292	.527	-5.073
3.000	.278	.802	-5.198
3.200	.265	1.078	-5.322
3.400	.254	1.357	-5.443
3.600	.244	1.637	-5.563
3.800	.235	1.919	-5.681
4.000	.227	2.203	-5.797
4.200	.220	2.488	-5.912
4.400	.214	2.775	-6.025
4.600	.209	3.029	-6.171
4.800	.206	3.235	-6.305
5.000	.205	3.475	-6.525
5.200	.205	3.734	-6.666
5.400	.206	4.011	-6.789
5.600	.208	4.304	-6.896
5.800	.211	4.607	-6.993
6.000	.215	4.912	-7.088
6.200	.220	5.215	-7.185
6.400	.226	5.516	-7.284
6.600	.232	5.814	-7.386

### E.6.3 – Valores numéricos de la función $\Delta r$

y	r <sub>1</sub> -r <sub>2</sub>	y	r <sub>1</sub> -r <sub>2</sub>	y	r <sub>1</sub> -r <sub>2</sub>
-8.000	.	-2.500	.875	3.000	2.950
-7.900	.	-2.400	.880	3.100	3.003
-7.800	.	-2.300	.885	3.200	3.057
-7.700	.	-2.200	.890	3.300	3.112
-7.600	.	-2.100	.895	3.400	3.167
-7.500	.	-2.000	.900	3.500	3.224
-7.400	.	-1.900	.905	3.600	3.281
-7.300	.	-1.800	.910	3.700	3.339
-7.200	.	-1.700	.915	3.800	3.397
-7.100	.	-1.600	.920	3.900	3.457
-7.000	.	-1.500	.925	4.000	3.517
-6.900	-11.246	-1.400	.930	4.100	3.578
-6.800	-8.895	-1.300	.935	4.200	3.640
-6.700	-7.270	-1.200	.940	4.300	3.702
-6.600	-6.050	-1.100	.945	4.400	3.766
-6.500	-5.111	-1.000	.950	4.500	3.830
-6.400	-4.392	-.900	.955	4.600	3.895
-6.300	-3.123	-.800	.960	4.700	3.961
-6.200	-3.044	-.700	.965	4.800	4.027
-6.100	-2.966	-.600	.970	4.900	4.095
-6.000	-2.889	-.500	.975	5.000	4.163
-5.900	-2.813	-.400	.980	5.100	4.232
-5.800	-2.737	-.300	.985	5.200	4.302
-5.700	-2.663	-.200	.990	5.300	4.372
-5.600	-2.589	-.100	.995	5.400	4.444
-5.500	-2.516	0.000	1.000	5.500	4.516
-5.400	-2.444	.100	1.005	5.600	4.589
-5.300	-2.372	.200	1.010	5.700	4.663
-5.200	-2.302	.300	1.015	5.800	4.737
-5.100	-2.232	.400	1.020	5.900	4.813
-5.000	-2.163	.500	1.025	6.000	4.889
-4.900	-2.095	.600	1.030	6.100	4.966
-4.800	-2.027	.700	1.035	6.200	5.044
-4.700	-1.961	.800	1.040	6.300	5.123
-4.600	-1.895	.900	1.045	6.400	6.392
-4.500	-1.830	1.000	.050	6.500	7.111
-4.400	-1.766	1.100	1.055	6.600	8.050
-4.300	-1.702	1.200	1.060	6.700	9.270
-4.200	-1.640	1.300	1.065	6.800	10.895
-4.100	-1.578	1.400	1.070	6.900	.
-4.000	-1.517	1.500	1.075	7.000	.
-3.900	-1.457	1.600	1.080	7.100	.
-3.800	-1.397	1.700	1.085	7.200	.
-3.700	-1.339	1.800	1.090	7.300	.
-3.600	-1.281	1.900	1.095	7.400	.
-3.500	-1.224	2.000	1.100	7.500	.
-3.400	-1.167	2.100	1.105	7.600	.
-3.300	-1.112	2.200	1.110	7.700	.
-3.200	-1.057	2.300	1.115	7.800	.
-3.100	-1.003	2.400	1.120	7.900	.
-3.000	-.950	2.500	1.125	8.000	.
-2.900	.855	2.600	1.130		
-2.800	.860	2.700	1.135		
-2.700	.865	2.800	1.140		
-2.600	.870	2.900	1.145		

## E.7 – RUEDA H MODIFICADA (-2 MM EN EL DIÁMETRO DE LA RUEDA IZQUIERDA)/RIEL A

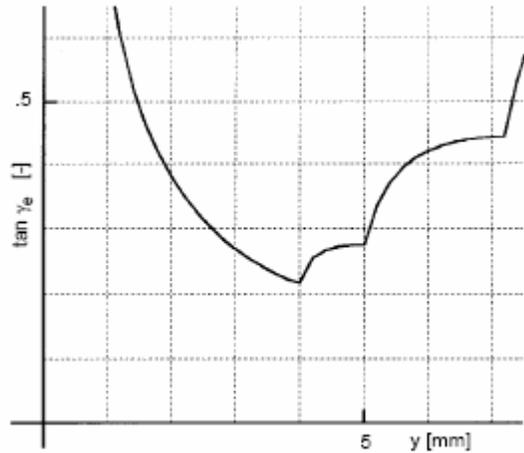
### E.7.1 – Diagrama de las funciones $\Delta r$ , $\tan \gamma_a$ , $\tan \gamma_e$

Diámetro de la ruda

rueda derecha : 920 mm

rueda izquierda : 918 mm

Trocha : 1435.16 mm



### E.7.2 –Valores numérico de la función $\tan \gamma_e$

y	$\tan \gamma_e$	Yemax	Yemin
1.000	.712	-1.308	-3.308
1.200	.602	-1.057	-3.457
1.400	.523	-.805	-3.605
1.600	.463	-.553	-3.753
1.800	.417	-.300	-3.900
2.000	.381	-.046	-4.046
2.200	.350	.208	-4.192
2.400	.325	.462	-4.338
2.600	.304	.718	-4.482
2.800	.286	.973	-4.627
3.000	.270	1.230	-4.770
3.200	.256	1.486	-4.914
3.400	.244	1.743	-5.057
3.600	.233	2.001	-5.199
3.800	.223	2.259	-5.341
4.000	.217	2.516	-5.484
4.200	.216	2.772	-5.626
4.400	.217	3.028	-5.767
4.600	.220	3.284	-5.907
4.800	.225	3.540	-6.046
5.000	.232	3.796	-6.184
5.200	.241	4.052	-6.321
5.400	.251	4.308	-6.457
5.600	.262	4.564	-6.592
5.800	.274	4.820	-6.726
6.000	.287	5.076	-6.859
6.200	.301	5.332	-6.991
6.400	.315	5.588	-7.122
6.600	.329	5.844	-7.252
6.800	.343	6.100	-7.381

### E.7.3 – Valores numéricos de la función $\Delta r$

y	r <sub>1</sub> -r <sub>2</sub>	y	r <sub>1</sub> -r <sub>2</sub>	y	r <sub>1</sub> -r <sub>2</sub>
-8.000	.	-2.500	.875	3.000	3.497
-7.900	.	-2.400	.880	3.100	3.520
-7.800	.	-2.300	.885	3.200	3.542
-7.700	.	-2.200	.890	3.300	3.565
-7.600	.	-2.100	.895	3.400	3.587
-7.500	.	-2.000	.900	3.500	3.610
-7.400	.	-1.900	.905	3.600	3.632
-7.300	.	-1.800	.910	3.700	3.655
-7.200	.	-1.700	.915	3.800	3.677
-7.100	.	-1.600	.920	3.900	3.700
-7.000	.	-1.500	.925	4.000	3.722
-6.900	.	-1.400	.930	4.100	3.745
-6.800	-10.216	-1.300	.935	4.200	3.767
-6.700	-2.330	-1.200	.940	4.300	3.790
-6.600	-2.307	-1.100	.945	4.400	3.812
-6.500	-2.285	-1.000	.950	4.500	3.835
-6.400	-2.262	-900	.955	4.600	3.857
-6.300	-2.240	-800	.960	4.700	3.880
-6.200	-2.217	-700	.965	4.800	3.902
-6.100	-2.195	-600	.970	4.900	3.925
-6.000	-2.172	-500	.975	5.000	3.947
-5.900	-2.150	-400	.980	5.100	3.970
-5.800	-2.127	-300	.985	5.200	3.992
-5.700	-2.105	-200	.990	5.300	4.015
-5.600	-2.082	-100	.995	5.400	4.037
-5.500	-2.060	0.000	1.000	5.500	4.060
-5.400	-2.037	.100	1.005	5.600	4.082
-5.300	-2.015	.200	1.010	5.700	4.105
-5.200	-1.992	.300	1.015	5.800	4.127
-5.100	-1.970	.400	1.020	5.900	4.150
-5.000	-1.947	.500	1.025	6.000	4.172
-4.900	-1.925	.600	1.030	6.100	4.195
-4.800	-1.902	.700	1.035	6.200	4.217
-4.700	-1.880	.800	1.040	6.300	4.240
-4.600	-1.857	.900	1.045	6.400	4.262
-4.500	-1.835	1.000	1.050	6.500	4.285
-4.400	-1.812	1.100	1.055	6.600	4.307
-4.300	-1.790	1.200	1.060	6.700	4.330
-4.200	-1.767	1.300	1.065	6.800	.
-4.100	-1.745	1.400	1.070	6.900	.
-4.000	-1.722	1.500	1.075	7.000	.
-3.900	-1.700	1.600	1.080	7.100	.
-3.800	-1.677	1.700	1.085	7.200	.
-3.700	-1.655	1.800	1.090	7.300	.
-3.600	-1.632	1.900	1.095	7.400	.
-3.500	-1.610	2.000	1.100	7.500	.
-3.400	-1.587	2.100	1.105	7.600	.
-3.300	-1.565	2.200	1.110	7.700	.
-3.200	-1.542	2.300	1.115	7.800	.
-3.100	-1.520	2.400	1.120	7.900	.
-3.000	-1.497	2.500	1.125	8.000	.
-2.900	-1.475	2.600	3.407		
-2.800	-1.452	2.700	3.430		
-2.700	-1.430	2.800	3.452		
-2.600	-1.407	2.900	3.475		

## E.8 – RUEDA I MODIFICADA (-2 MM EN EL DIÁMETRO DE LA RUEDA IZQUIERDA)/RIEL A

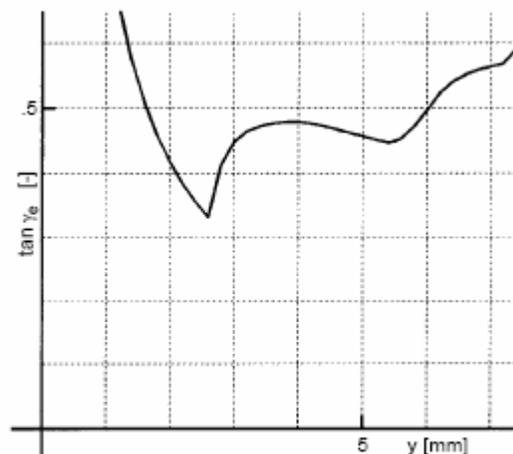
### E.8.1 – Diagrama de las funciones $\Delta r$ , $\tan \gamma_a$ , $\tan \gamma_e$

Diámetro de la ruda

Rueda derecha : 920 mm

Rueda izquierda : 918 mm

Trocha : 1435.16 mm



### E.8.2 –Valores numérico de la función $\tan \gamma_e$

y	$\tan \gamma_e$	$\gamma_{e\max}$	$\gamma_{e\min}$
1.000	.780	-.532	-2.532
1.200	.661	-.273	-2.673
1.400	.575	-.008	-2.808
1.600	.510	.260	-2.940
1.800	.459	.532	-3.068
2.000	.418	.808	-3.192
2.200	.384	1.086	-3.314
2.400	.355	1.368	-3.432
2.600	.331	1.653	-3.547
2.800	.413	1.866	-3.734
3.000	.449	2.043	-3.957
3.200	.465	2.224	-4.176
3.400	.473	2.407	-4.393
3.600	.477	2.592	-4.608
3.800	.479	2.779	-4.821
4.000	.479	2.968	-5.032
4.200	.477	3.158	-5.242
4.400	.473	3.346	-5.454
4.600	.468	3.532	-5.668
4.800	.463	3.717	-5.883
5.000	.458	3.901	-6.099
5.200	.452	4.085	-6.315
5.400	.447	4.266	-6.534
5.600	.454	4.458	-6.742
5.800	.472	4.674	-6.926
6.000	.497	4.915	-7.085
6.200	.524	5.182	-7.218
6.400	.541	5.459	-7.341
6.600	.552	5.738	-7.462

### E.8.3 – Valores numéricos de la función $\Delta r$

y	$r_1-r_2$	y	$r_1-r_2$	y	$r_1-r_2$
-8.000	.	-2.500	-1.784	3.000	4.123
-7.900	.	-2.400	-1.719	3.100	4.194
-7.800	.	-2.300	-1.654	3.200	4.265
-7.700	.	-2.200	-1.591	3.300	4.336
-7.600	.	-2.100	-1.528	3.400	4.409
-7.500	.	-2.000	-1.465	3.500	4.483
-7.400	.	-1.900	-1.404	3.600	4.557
-7.300	.	-1.800	-1.344	3.700	4.632
-7.200	.	-1.700	1.000	3.800	4.708
-7.100	-10.079	-1.600	1.000	3.900	4.785
-7.000	-8.237	-1.500	1.000	4.000	4.862
-6.900	-6.884	-1.400	1.000	4.100	4.941
-6.800	-5.849	-1.300	1.000	4.200	5.020
-6.700	-5.053	-1.200	1.000	4.300	5.100
-6.600	-4.453	-1.100	1.000	4.400	5.181
-6.500	-4.187	-1.000	1.000	4.500	5.263
-6.400	-4.157	-900	1.000	4.600	5.345
-6.300	-4.127	-800	1.000	4.700	5.429
-6.200	-4.096	-700	1.000	4.800	5.513
-6.100	-4.066	-600	1.000	4.900	5.598
-6.000	-4.036	-500	1.000	5.000	5.684
-5.900	-3.977	-400	1.000	5.100	5.742
-5.800	-3.947	-300	1.000	5.200	5.771
-5.700	-3.917	-200	1.000	5.300	5.800
-5.600	-3.888	-100	1.000	5.400	5.829
-5.500	-3.859	0.000	1.000	5.500	5.859
-5.400	-3.829	.100	1.000	5.600	5.888
-5.300	-3.800	.200	1.000	5.700	5.917
-5.200	-3.771	.300	1.000	5.800	5.947
-5.100	-3.742	.400	1.000	5.900	5.977
-5.000	-3.684	.500	1.000	6.000	6.036
-4.900	-3.598	.600	1.000	6.100	6.066
-4.800	-3.513	.700	1.000	6.200	6.096
-4.700	-3.429	.800	1.000	6.300	6.127
-4.600	-3.345	.900	1.000	6.400	6.157
-4.500	-3.263	1.000	1.000	6.500	6.187
-4.400	-3.181	1.100	1.000	6.600	6.453
-4.300	-3.100	1.200	1.000	6.700	7.053
-4.200	-3.020	1.300	1.000	6.800	7.849
-4.100	-2.941	1.400	1.000	6.900	8.884
-4.000	-2.862	1.500	1.000	7.000	10.237
-3.900	-2.785	1.600	1.000	7.100	.
-3.800	-2.708	1.700	1.000	7.200	.
-3.700	-2.632	1.800	3.344	7.300	.
-3.600	-2.557	1.900	3.404	7.400	.
-3.500	-2.483	2.000	3.465	7.500	.
-3.400	-2.409	2.100	3.528	7.600	.
-3.300	-2.336	2.200	3.591	7.700	.
-3.200	-2.265	2.300	3.654	7.800	.
-3.100	-2.194	2.400	3.719	7.900	.
-3.000	-2.123	2.500	3.784	8.000	.
-2.900	-2.054	2.600	3.851		
-2.800	-1.985	2.700	3.918		
-2.700	-1.918	2.800	3.985		
-2.600	-1.851	2.900	4.054		

## E.9 – (RUEDA DERECHA A- RUEDA IZQUIERDA B)/RIEL A

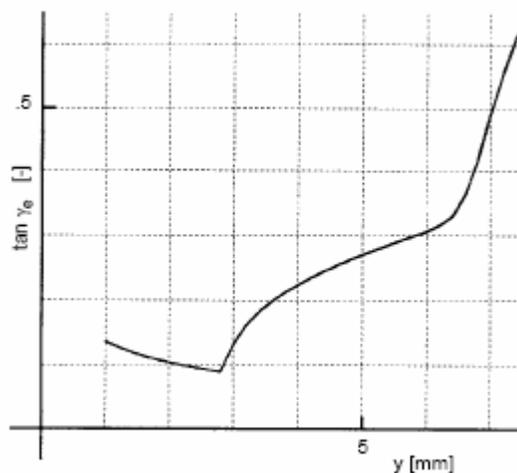
E.9.1 – Diagrama de las funciones  $\Delta r$ ,  $\tan \gamma_a$ ,  $\tan \gamma_e$

Diámetro de la ruda

Rueda derecha : 920 mm

Rueda izquierda : 920 mm

Trocha 1435.16 mm



E.9.2 –Valores numérico de la función  $\tan \gamma_e$

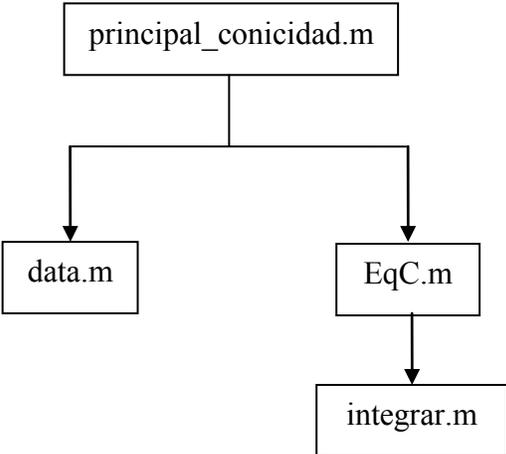
y	$\tan \gamma_e$	Yemax	Yemin
1.000	.137	1.686	-.314
1.200	.128	1.833	-.567
1.400	.120	1.970	-.830
1.600	.114	2.098	-1.102
1.800	.108	2.220	-1.380
2.000	.104	2.336	-1.664
2.200	.099	2.448	-1.952
2.400	.096	2.556	-2.244
2.600	.092	2.660	-2.540
2.800	.090	2.761	-2.839
3.000	.132	2.969	-3.031
3.200	.162	3.231	-3.169
3.400	.183	3.486	-3.315
3.600	.199	3.730	-3.470
3.800	.213	3.967	-3.633
4.000	.225	4.198	-3.802
4.200	.236	4.420	-3.980
4.400	.245	4.637	-4.163
4.600	.255	4.848	-4.352
4.800	.263	5.054	-4.546
5.000	.271	5.255	-4.745
5.200	.279	5.452	-4.948
5.400	.286	5.645	-5.155
5.600	.293	5.834	-5.366
5.800	.300	6.021	-5.579
6.000	.307	6.204	-5.796
6.200	.316	6.380	-6.020
6.400	.330	6.540	-6.260
6.600	.364	6.699	-6.501

### E.9.3 – Valores numéricos de la función $\Delta r$

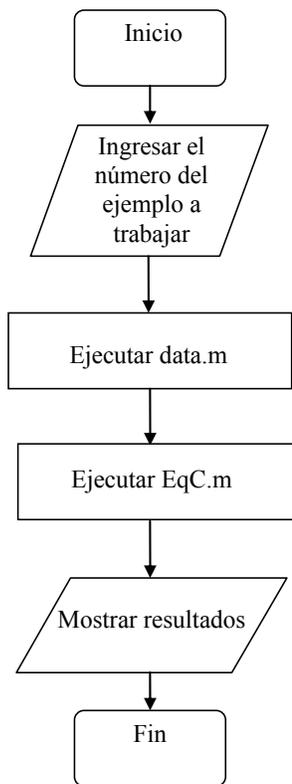
y	$r_1-r_2$	y	$r_1-r_2$	y	$r_1-r_2$
8.000	.	-2.500	-.295	3.000	1.075
-7.900	.	-2.400	-.292	3.100	1.139
-7.800	.	-2.300	-.288	3.200	1.189
-7.700	.	-2.200	-.285	3.300	1.251
-7.600	.	-2.100	-.282	3.400	1.318
-7.500	.	-2.000	-.279	3.500	1.388
-7.400	.	-1.900	-.275	3.600	1.450
-7.300	.	-1.800	-.271	3.700	1.527
-7.200	.	-1.700	-.268	3.800	1.608
-7.100	.	-1.600	-.263	3.900	1.692
-7.000	.	-1.500	-.260	4.000	1.766
-6.900	.	-1.400	-.256	4.100	1.858
-6.800	-9.964	-1.300	-.252	4.200	1.954
-6.700	-8.342	-1.200	-.248	4.300	2.053
-6.600	-7.124	-1.100	-.245	4.400	2.157
-6.500	-6.188	-1.000	-.241	4.500	2.246
-6.400	-5.472	-.900	-.236	4.600	2.357
-6.300	-4.205	-.800	-.232	4.700	2.471
-6.200	-4.129	-.700	-.229	4.800	2.589
-6.100	-4.053	-.600	-.224	4.900	2.691
-6.000	-3.979	-.500	-.220	5.000	2.817
-5.900	-3.905	-.400	-.216	5.100	2.947
-5.800	-3.832	-.300	-.210	5.200	3.080
-5.700	-3.760	-.200	-.206	5.300	3.218
-5.600	-3.688	-.100	-.202	5.400	3.336
-5.500	-3.618	0.000	-.182	5.500	3.480
-5.400	-3.548	.100	-.166	5.600	3.629
-5.300	-3.479	.200	-.146	5.700	3.782
-5.200	-3.411	.300	-.124	5.800	3.913
-5.100	-3.344	.400	-.104	5.900	4.074
-5.000	-3.277	.500	-.079	6.000	4.239
-4.900	-3.212	.600	-.052	6.100	4.407
-4.800	-3.147	.700	-.026	6.200	4.552
-4.700	-3.083	.800	.004	6.300	4.982
-4.600	-3.019	.900	.036	6.400	5.613
-4.500	-2.957	1.000	.066	6.500	6.444
-4.400	-2.895	1.100	.102	6.600	7.523
-4.300	-2.834	1.200	.140	6.700	8.938
-4.200	-2.774	1.300	.174	6.800	10.884
-4.100	-2.715	1.400	.216	6.900	.
-4.000	-2.656	1.500	.258	7.000	.
-3.900	-2.598	1.600	.298	7.100	.
-3.800	-2.541	1.700	.344	7.200	.
-3.700	-2.485	1.800	.393	7.300	.
-3.600	-2.429	1.900	.437	7.400	.
-3.500	-2.375	2.000	.489	7.500	.
-3.400	-2.321	2.100	.542	7.600	.
-3.300	-2.267	2.200	.591	7.700	.
-3.200	-2.214	2.300	.648	7.800	.
-3.100	-2.163	2.400	.707	7.900	.
-3.000	-2.112	2.500	.761	8.000	.
-2.900	-.308	2.600	.823		
-2.800	-.305	2.700	.888		
-2.700	-.302	2.800	.946		
-2.600	-.299	2.900	1.014		

Anexo 2 Jerarquía y diagramas de flujo del programa para hallar la conicidad equivalente

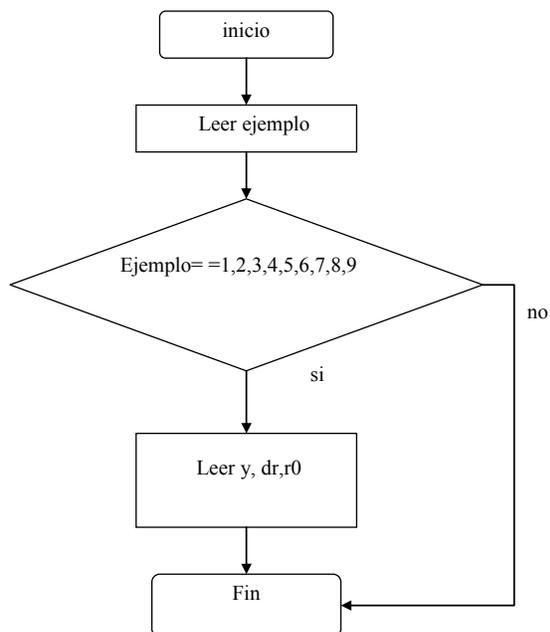
Jerarquía del programa



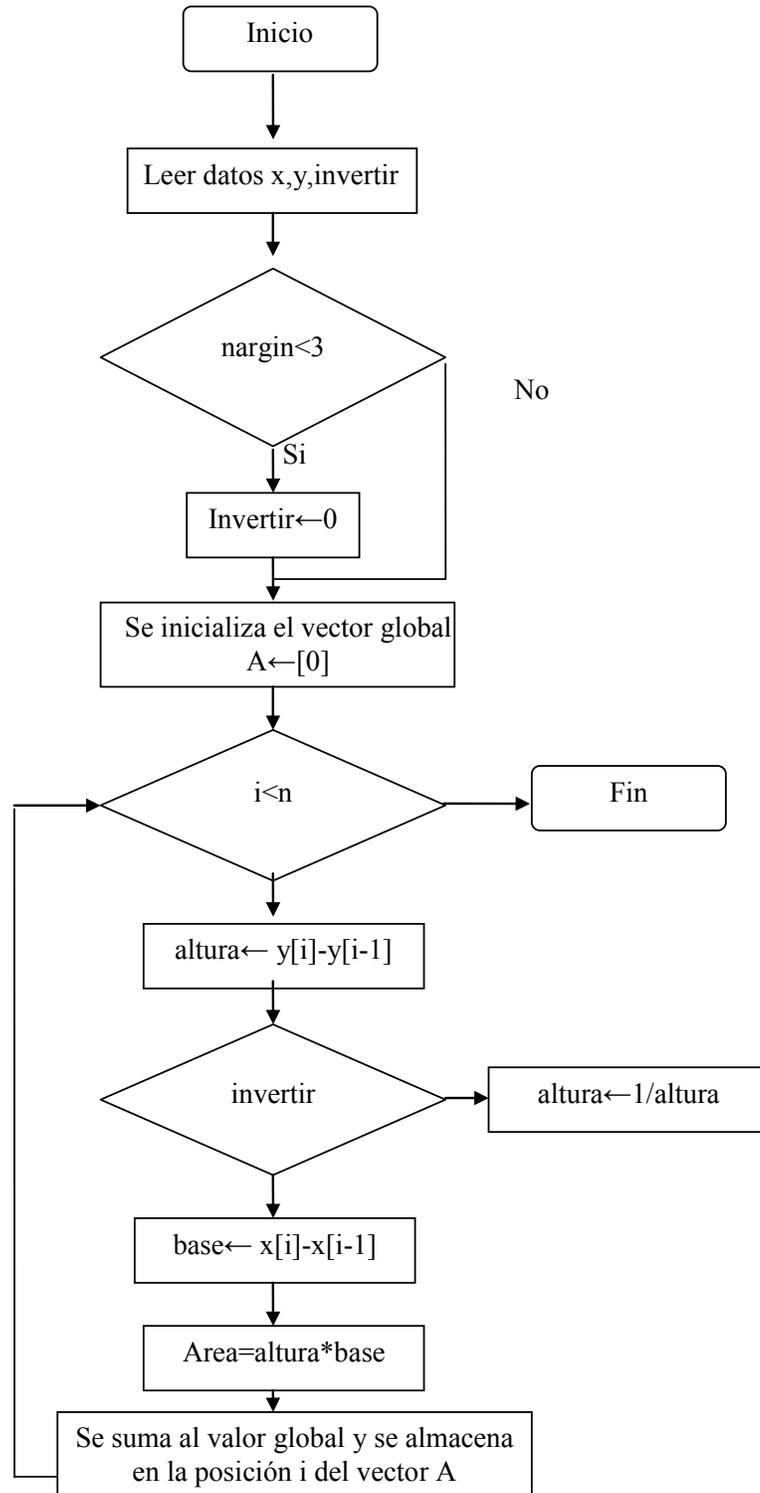
### Diagrama de flujo de principal\_conicidad.m



### Diagrama de flujo de data.m



# Diagrama de flujo integrar



## Diagrama de flujo EqC.m

