

**ANÁLISIS DEL CONTAGIO FINANCIERO EN EL MERCADO CAMBIARIO  
COLOMBIANO DURANTE LA CRISIS DEL COVID-19 CON UN MODELO CÓPULA**



SEBASTIÁN RÍOS GÓMEZ

Tesis de Maestría

Asesor:

Ph. D(c) Fredy Ocaris Pérez Ramírez

UNIVERSIDAD EAFIT  
ESCUELA DE ADMINISTRACIÓN  
MAESTRÍA EN ADMINISTRACIÓN FINANCIERA  
MEDELLÍN  
2022

## Resumen

El presente estudio es un análisis sobre el contagio financiero en el peso colombiano (COP) durante la pandemia del COVID-19, medido contra diez monedas de las diferentes regiones del mundo exportadoras de petróleo que tienen relaciones comerciales con Colombia. Este se llevó a cabo con el método de correlaciones no lineales cópulas, en diferentes intervalos de tiempo para conocer el cambio en las estructuras de dependencia durante la crisis. Con los resultados obtenidos se puede confirmar el impacto en el mercado cambiario colombiano de la moneda de China, el país de origen de la crisis. Además, se encuentra un incremento en los niveles de contagio con el peso mexicano (MXN), el yuan (CNY) y el euro (EUR), acompañado de caídas con el real (BRL) y el dólar (DXY).

**Palabras clave:** Contagio financiero, cópulas, crisis COVID-19, dependencia, EVT, mercado cambiario.

### **Journal of Economic Literature (JEL):**

C58

E42

F31

F40

G15

## Contenido

<b>Introducción</b> .....	<b>7</b>
<b>1. Marco teórico</b> .....	<b>11</b>
1.1 Contagio financiero .....	11
1.2 Pandemia del COVID-19 como crisis de estudio .....	13
1.3 Activo financiero seleccionado .....	15
1.4 Mercados emergentes .....	18
1.5 Método de correlación.....	20
1.5.1 Teorema de Sklar.....	21
1.5.2 Cópulas como estudio de dependencias .....	23
1.5.3 Familias de cópulas seleccionadas .....	25
1.5.4 Distribuciones marginales .....	28
1.5.5 Teoría de valores extremos (EVT).....	30
<b>2. Metodología</b> .....	<b>33</b>
2.1 Selección de países .....	33
2.2 Marginales del modelo .....	38
2.2.1 Análisis preliminar .....	38
2.2.2 Modelo $ARMA(u,v) + GARCH(p,q)$ .....	39
2.2.3 Modelo de valores extremos (EVT).....	40
2.3 Cópulas .....	41
2.3.1 Familias de cópulas seleccionadas .....	42
<b>3. Resultados</b> .....	<b>44</b>
3.1 Análisis preliminar .....	44
3.2 Marginales modelo $ARMA(u,v) - GARCH(p,q)$ .....	48
3.2.1 Modelo $ARMA(u,v)$ .....	48
3.2.2 Modelo $ARMA(u,v) - GARCH(p,q)$ .....	50
3.2.3 Modelo de valores extremos.....	53
3.3 Dependencia .....	61
3.3.1 Medidas de concordancia y linealidad .....	61
3.3.2 Resultado modelo cópulas.....	64
<b>4 Conclusiones</b> .....	<b>71</b>
<b>5 Recomendaciones</b> .....	<b>74</b>
<b>Referencias</b> .....	<b>76</b>

## Lista de tablas

**Tabla 1.** *Definiciones de contagio financiero*

**Tabla 2.** *Selección de países*

**Tabla 3.** *Balanza comercial de Colombia, 2014-2021*

**Tabla 4.** *Total de exportaciones de Colombia, 2014-2021*

**Tabla 5.** *Producción de petróleo en TWh, 2013-2021*

**Tabla 6.** *Familias de cópulas*

**Tabla 7.** *Familias de cópulas*

**Tabla 8.** *Resultados del análisis preliminar*

**Tabla 9.** *Resultados del análisis preliminar*

**Tabla 10.** *Correlograma*

**Tabla 11.** *Resultados modelo ARMA( $u,v$ )*

**Tabla 12.** *Diagnóstico residuales modelo ARMA( $u,v$ )*

**Tabla 13.** *Diagnóstico residuales estandarizados modelo ARMA( $u,v$ )*

**Tabla 14.** *Resultados modelo ARMA( $u,v$ ) – GARCH( $p,q$ )*

**Tabla 15.** *Resultados modelo ARMA( $u,v$ ) – GARCH( $p,q$ )*

**Tabla 16.** *Diagnóstico de residuales estandarizados del modelo ARMA( $u,v$ ) – GARCH( $p,q$ )*

**Tabla 17.** *Diagnóstico de residuales estandarizados <sup>[2]</sup> del modelo ARMA( $u,v$ ) – GARCH( $p,q$ )*

**Tabla 18.** *Gráficas de valores extremos del peso colombiano (COP)*

**Tabla 19.** *Gráficas de valores extremos del dólar (DXY)*

**Tabla 20.** *Gráficas de valores extremos del yuan (CNY)*

**Tabla 21.** *Gráficas de valores extremos del real (BRL)*

**Tabla 22.** *Gráficas de valores extremos del peso mexicano (MXN)*

**Tabla 23.** *Gráficas de valores extremos del dólar canadiense (CAD)*

**Tabla 24.** *Gráficas de valores extremos del euro (EUR)*

**Tabla 25.** *Gráficas de valores extremos del rublo (RUB)*

**Tabla 26.** *Gráficas de valores extremos del yen (JPY)*

**Tabla 27.** *Gráficas de valores extremos de la corona (NOK)*

**Tabla 28.** *Gráficas de valores extremos del dólar australiano (AUD)*

**Tabla 29.** *Resultados de la distribución generalizada de Pareto (GPD)*

**Tabla 30.** *Resultados de concordancia y linealidad del periodo total*

**Tabla 31.** *Resultados de concordancia y linealidad del periodo precrisis*

**Tabla 32.** *Resultados de concordancia y linealidad del periodo crisis*

**Tabla 33.** *Resultados del modelo cópula del periodo total*

**Tabla 34.** *Resultados del modelo cópula del periodo precrisis*

**Tabla 35.** *Resultados del modelo cópula del periodo crisis*

**Tabla 36.** *Resultados del modelo cópula ampliado periodo crisis*

## Lista de ecuaciones

- Ecuación 1** *Teorema de Sklar*
- Ecuación 2** *Función cópulas arquimedianas*
- Ecuación 3** *Función cópula normal estándar*
- Ecuación 4** *Función cópula student's t*
- Ecuación 5** *Función cópula Gumbel*
- Ecuación 6** *Función generador cópula Gumbel*
- Ecuación 7** *Función cópula Clayton*
- Ecuación 8** *Función generador cópula Clayton*
- Ecuación 9** *Función cópula Frank*
- Ecuación 10** *Función generador cópula Frank*
- Ecuación 11** *Función cópula Joe*
- Ecuación 12** *Función generador cópula Joe*
- Ecuación 13** *Función modelo ARMA( $u,v$ )*
- Ecuación 14** *Función modelo GARCH( $p,q$ )*
- Ecuación 15** *Función modelo GARCH( $p,q$ )*
- Ecuación 16** *Función de máxima verosimilitud del modelo GARCH(1,1)*
- Ecuación 17** *Distribución generalizada de Pareto (GPD)*
- Ecuación 18** *Función de exceso de la distribución*
- Ecuación 19** *Retornos logarítmicos*

## **Introducción**

Hoy en día, con el desarrollo de la globalización económica y la apertura de los mercados financieros, se originan relaciones entre los países en las que se evidencia una conexión cada vez más cercana, así como una cobertura del capital de trabajo global (Zhang & Jiang, 2019). De este modo, los países de una región, por medio de las economías de escala y la eficiencia en los procesos productivos, puede proveer productos o servicios a cualquier región por fuera de sus fronteras, sin incurrir en costos excesivos.

Además, esta tendencia creciente a la integración entre los países y sus mercados financieros ha llevado a que aquellos incurran en limitaciones de tiempo y espacio por una conexión sin precedentes (Zhang & Jiang, 2019). Lo cual muestra la importancia de estudiar las interrelaciones que existen entre diferentes países para el desarrollo de la economía y los negocios.

Esta interdependencia entre los países hace que los sucesos que se desarrollan en el orden local pueden evolucionar al regional y posteriormente al global, con un “efecto dominó” (Paltalidis & Patsika, 2017). Además, Zhang y Jiang (2019) mencionan a este respecto que los riesgos y sucesos financieros de un país pueden causar impactos profundos en otros países.

En la historia se han desarrollado diferentes eventos que cumplen con estas características: por ejemplo, la crisis de México en 1994, la crisis asiática de 1997 y la crisis financiera global de 2008 (H. Wang *et al.*, 2020). Esta última se originó en el mercado hipotecario de Estados Unidos y causó un colapso financiero global con consecuencias sociales negativas. Así mismo, se propagó la crisis del COVID-19, con el primer caso notificado en Wuhan, China, el 31 de diciembre de 2019 (OMS, 2020).

El presente estudio se enfoca en aplicar el modelo de correlaciones de cópulas no lineales a la tasa de cambio del peso colombiano (COP), con el fin de estudiar el contagio sufrido por este durante la crisis de la pandemia del COVID-19, comparado contra diez monedas del mundo.

Además, se analizan cuáles fueron las monedas que tuvieron movimientos conjuntos más relevantes con el peso colombiano (COP) durante el periodo de la crisis. También, se busca conocer si se produce un incremento en el nivel de contagio o dependencia al momento de iniciar dicha crisis, como se muestra en los estudios de Tachibana (2018) y Xu y Lien (2020). Del mismo modo, se realiza un estudio de cola en cada moneda para conocer su comportamiento durante momentos de alta volatilidad.

El estudio correlacional de activos financieros es relevante puesto que permite conocer la exposición de un país al estar relacionado con otros. Esto hace posible identificar cuáles son los países que tienen un mayor riesgo de transmisión de volatilidades al momento de iniciar una crisis. Debido a que esto último pone en riesgo la estabilidad económica del país local por eventos que puedan darse en el extranjero, los banqueros centrales deben contar con esta información al momento de decidir las políticas monetarias.

Este análisis también es relevante para los administradores de portafolios, pues les permite identificar oportunidades de inversión y de cobertura. Esto es así porque, gracias a los estudios correlacionales de cópulas, se pueden conocer cuáles activos tienen movimientos contrarios aun en momentos de alta volatilidad, cuando las distribuciones de los retornos toman formas no normales. En consecuencia, podrían identificar los activos que mejor se adapten a las estrategias planteadas, según los movimientos conjuntos entre ambos.

En este orden de ideas, la metodología aplicada inicia con la construcción de los marginales del modelo cópula, mediante el modelo  $ARMA(u, v) + GARCH(p, q)$ . De este se extraen los residuales

estandarizados para llevar al modelo de valores extremos (EVT, por sus siglas en inglés), el cual se encarga del estudio de la cola derecha de cada serie de tasa de cambio. Además, los mismos residuales se utilizan para llevar al modelo cópula, con el cual se realiza el análisis de dependencia durante la crisis del COVID-19. Cabe mencionar que dentro de este estudio de dependencias también se hace un análisis preliminar mediante un correlograma e indicadores de concordancia y linealidad.

A partir de ambos se encuentra que la moneda que tuvo una mayor correlación con el peso colombiano (COP) durante la crisis del COVID-19 fue el peso mexicano (MXN). Además, se puede evidenciar un aumento en el nivel de dependencia con la moneda mencionada, y con el yuan (CNY) y el euro (EUR). Como también una caída en estos niveles en el real (BRL) y el dólar (DXY). Estos resultados son relevantes para los inversionistas, ya que los incrementos en la dependencia entre activos al momento de iniciar las crisis produce una disminución en las oportunidades de diversificación de los portafolios de inversión.

El anterior resultado con el yuan (CNY), junto con los efectuados en el análisis preliminar, permite corroborar que el peso colombiano (COP) recibió una volatilidad significativa de China al momento de iniciar la crisis, por medio de su moneda. Esto confirma que el país de origen de la crisis se convierte en un exportador de volatilidad hacia otros mercados, al momento de iniciar la pandemia. Además de constatar que esta impactó al mercado cambiario colombiano, con un aumento en los niveles de dependencia entre ambas monedas.

Por último, se encuentra que las estructuras de dependencia entre las monedas estudiadas no son constantes en el tiempo. Esto debido a que, al momento de realizar cambios en los intervalos de tiempo, se producen modificaciones en los tipos e intensidad de los contagios, medidos con las cópulas. Estos resultados coinciden con las conclusiones a las que llegan los estudios de H. Wang *et al.* (2020) y Xu y Lien (2020).

El presente estudio amplía el conocimiento sobre el método de cópulas, aplicado en activos emergentes, sobre los cuales existe una sólida teoría. No obstante, en la investigación realizada para este trabajo se encontró muy poca literatura que la implementara en el peso colombiano (COP). En este sentido, el trabajo hace una contribución a cerrar la brecha de conocimiento existente sobre el comportamiento de movimientos conjuntos en la moneda colombiana, comparada con otras diez monedas de todo el mundo durante la crisis del COVID-19.

Dicho conocimiento permite predecir comportamientos esperados de los activos, ante eventos de alta volatilidad en otro país, lo cual permite conocer el nivel e intensidad del contagio que se produce. Lo cual es relevante tanto para el Banco de la República, en su búsqueda de estabilidad económica, como también para inversionistas internacionales que quieran hacer inversiones en Colombia, donde deben tener relación con el mercado cambiario al momento de realizar las transacciones de cambio de divisas.

Esto les permite conocer el nivel de exposición al riesgo del activo, por movimientos de otros activos en el exterior, lo que demuestra su sensibilidad a eventos globales. También, permite inferir el nivel de aislamiento del país, al verse o no afectado por estos. Lo cual facilita diseñar estrategias de cobertura con activos que muestren movimientos contrarios, como se explica en los resultados obtenidos. En suma, el presente estudio entrega un aporte sobre el estudio de contagio en activos emergentes, en especial en Colombia, para ir removiendo de estos los riesgos asociados a la falta de investigaciones sobre la alta volatilidad, lo que permitiría entregar mayor seguridad y confianza de inversión al conocer los comportamientos esperados ante eventos de crisis.

El trabajo está dividido en cinco secciones: en la primera, se explica el marco teórico sobre los contagios financieros en el marco de la pandemia del COVID-19. En la segunda, se expone la metodología, indicando la selección de países y los marginales del modelo, seguidos por el análisis

preliminar con el modelo  $ARMA(u,v) + GARCH(p,q)$  y el de valores extremos (EVT), con las cópulas y sus respectivas familias seleccionadas. En el tercer apartado se presentan los resultados obtenidos con dichos modelos, para darle paso, en la cuarta sección, a las conclusiones. Por último, se plantean las recomendaciones.

## 1. Marco teórico

### 1.1 Contagio financiero

El presente estudio se enfoca en el estudio del contagio financiero, lo cual permite evaluar las complejas estructuras de dependencia entre los mercados financieros internacionales (Tachibana, 2018). Como lo demuestran las crisis financieras anteriores, los sucesos de alto impacto que ocurren en el orden local pueden trasladar sus efectos a otros países, lo que crea un vínculo de dependencia entre ellos.

Siguiendo la definición de contagio de Forbes y Rigobon (2002), aplicada en Benkraiem *et al.* (2022), Loaiza-Maya *et al.* (2015) y Paltalidis y Patsika (2017), “el contagio es un aumento significativo en las relaciones de dependencia entre los países, después de la ocurrencia de un evento significativo en uno de ellos” (Benkraiem *et al.*, 2022, p. 2).<sup>1</sup> Posteriormente, en una encuesta realizada por la revista *Forbes* en 2013, donde se recogieron diferentes opiniones sobre la definición de contagio, se llegó a la conclusión de que era “un evento negativo extremo en un país que afecta a otros” (Davidson, 2020, p. 168).

Lo anterior se puede contrastar con el método expuesto en Davidson (2020), que se basa en las cinco definiciones expuestas en Pericoli y Sbracia (2003) sobre el contagio financiero. Luego, se selecciona la más conveniente según el método de investigación que se esté aplicando (tabla 1).

---

<sup>1</sup> Las traducciones de las citas de los textos en inglés son responsabilidad del autor de este trabajo.

**Tabla 1*****Definiciones de contagio financiero***

<b>Definición 1</b>	El contagio es un incremento significativo en la probabilidad de una crisis en un país, condicionada a la crisis que ocurre en otra nación.
<b>Definición 2</b>	El contagio ocurre cuando la volatilidad de los precios de los activos sobrepasan al país en crisis y llega a otros.
<b>Definición 3</b>	El contagio ocurre cuando movimientos comunes de los precios de los activos cruzan hacia otro país, sin una razón dirigida por hechos fundamentales de los mercados.
<b>Definición 4</b>	El contagio es un incremento significativo en los movimientos comunes de precios y cantidades entre los mercados, condicionado por una crisis ocurrida en uno o varios mercados.
<b>Definición 5</b>	El contagio ocurre cuando los canales de transmisión se intensifican o cambian después de una crisis en un mercado.

*Nota:* Elaboración propia con base en Davidson (2020).

En este orden de ideas, siguiendo a Davidson (2020), para el presente estudio se toman en cuenta tres definiciones de contagio financiero: la segunda, debido a que es la más apropiada para la aplicación de los modelos  $GARCH(p,q)$ ; y, a su vez, las definiciones 3 y 4 se proponen para los análisis que hacen referencia a movimientos conjuntos o correlaciones entre activos financieros.

Con esto en mente, el presente estudio es relevante para los inversionistas internacionales porque permite anticipar acciones para mitigar los riesgos que puedan venir de un país, y que den lugar a un suceso relevante para otros (Wang & Zong, 2020). Además, los momentos de crisis traen consigo un aumento en los modelos *Value at Risk* (VaR), por un aumento en la volatilidad (Benkraiem *et al.*, 2022; Paltalidis & Patsika, 2017). Por estas razones, con el estudio del contagio financiero se pueden diseñar estrategias de cobertura precisas para los inversionistas, entendiendo la transmisión de riesgos de un país a otro.

Para el estudio del contagio financiero, en la presente investigación se analiza la crisis mundial del COVID-19 en la misma línea de los trabajos de Akhtaruzzaman *et al.* (2020), Benkraiem *et al.* (2022) y Xu y Lien (2021). Esto permite extender el conocimiento sobre el contagio financiero en

periodos calmados y en crisis, dividiendo el periodo total de la muestra en periodos de precrisis y crisis. Así mismo, se fundamenta en el estudio de Paltalidis y Patsika (2020), quienes dividen la muestra total en periodos precrisis, crisis y postcrisis, en su análisis del contagio durante la crisis financiera global del 2008 en diez países asiáticos y emergentes.

### ***1.2 Pandemia del COVID-19 como crisis de estudio***

La pandemia del COVID-19 inició oficialmente el 11 de marzo del 2020, aunque el primer caso reportado a la Organización Mundial de la Salud (OMS) por China fue el 31 de diciembre de 2019 (Akhtaruzzaman *et al.*, 2020). Según se menciona en Xu y Lien (2021), el inicio de la pandemia estuvo marcado por cuatro periodos: (1) incubación (27/12/2019 – 19/01/2020); (2) fiebre (20/01/2020 – 17/03/2020), (3) moderación (18/03/2020 – 28/04/2020), y (4) normalización (29/04/2020 – 26/04/2021). Según la base de datos publicada por la Organización *Our World in Data* (<https://ourworldindata.org/covid-cases>), al cierre de 2021 se tenían confirmados alrededor de 1.2 billones de casos.

En este periodo, el COVID-19 causó incertidumbre a nivel global y enormes impactos sociales y económicos. Además, ha sido fuente de daños importantes en el crecimiento económico global, al causar interrupciones en las cadenas de suministro y sembrar miedo en los mercados financieros (Xu *et al.* 2021). También, ocasionó una fuerte turbulencia en el mercado bursátil en todo el mundo, en la que se resaltan las caídas del índice *Dow Jones Industrial Average (DJIA)* en un 33 % y el *Standard & Poor's 500 (S&P 500)* de 29 %, desde diciembre del 2019 a marzo del 2020.

Los efectos económicos del COVID-19 han sido estudiados por Baker *et al.* (2020), Conlon y McGee (2020), Corbet *et al.* (2020), McKibbin y Fernando (2020), Ramelli y Wagner (2020) y Zhang y Jiang (2019). Además, se han publicado otros estudios, como los realizados por Atalan (2020) y Saadat *et al.* (2020) en los que se analiza el impacto de las cuarentenas sobre el ambiente social, económico y la calidad del aire.

Otro estudio efectuado por Janus (2021) encuentra que las dinámicas del PIB y la sensibilidad de los rendimientos de los bonos al índice *Chicago Board Option Exchange Volatility (VIX)* son los dos factores más importantes de un país para determinar la vulnerabilidad a la pandemia del COVID-19.

Una característica relevante que producen las crisis es el aumento en la dependencia entre los países al momento de inicio, es decir, un aumento en el contagio financiero. Como se menciona en Benkraiem *et al.* (2022), se presenta un fenómeno de contagio si la dependencia es mayor en tiempos de crisis. Esto se demuestra en los resultados obtenidos por Tachibana (2018), quien encuentra que tanto la moneda como el mercado accionario de 21 diferentes países tienen una fuerte relación con los mercados de EE. UU., la cual se intensifica al momento de producirse una gran volatilidad en este último, como la causada en la crisis financiera de 2008.

También se encuentran resultados similares en Xu y Lien (2020), quienes analizan los impactos de la guerra comercial entre China y Estados Unidos sobre el yuan (CNY). En este estudio se evidencia que de las seis monedas analizadas contra el yuan (CNY), todas, excepto el yen (JPY), presentaron un incremento en la dependencia al momento de iniciar la crisis.

Por esta razón, el estudio del contagio financiero se hace relevante para los banqueros centrales. Debido a que se debe entender el comportamiento de las estructuras de dependencia entre los países, para conocer qué acciones tomar a la hora de defender la economía ante una crisis en el exterior. Además, también es relevante para los inversionistas internacionales, porque al aumentar la interdependencia en momentos de crisis, se disminuyen las probabilidades de diversificación.

Este último aspecto, como se resalta en Paltalidis y Patsika (2017), ocasiona un inconveniente para la teoría de portafolios de Markowitz (1952), debido a que una de las premisas principales es que el rendimiento de un portafolio puede mejorar, colocando las inversiones en diferentes clases de activos.

Por otro lado, se ha hecho relevante el estudio del contagio financiero en dos periodos separados, tomando la muestra total de datos y dividiéndola por una fecha cercana al inicio de la crisis, para entender las relaciones en ambos momentos. Esto permite examinar los cambios que puedan darse en la estructura de contagio entre dos países a causa de la crisis.

La metodología se seleccionó siguiendo la aplicada en Tachibana (2018), quien estudia el contagio financiero que produjo el mercado de acciones de EE. UU., en el periodo 2003-2017. En este se divide el estudio de la muestra total en periodos precrisis, crisis y postcrisis, además de realizar el análisis sobre la muestra total.

### ***1.3 Activo financiero seleccionado***

Para el estudio correlacional, se tomó en cuenta el mercado cambiario, debido a que, como lo explican H. Wang *et al.* (2020):

El mercado cambiario tiene características únicas que lo diferencian de los demás mercados financieros. En primer lugar, cuenta con una amplia oferta y demanda entre los participantes a nivel global, debido a que no es un sistema centralizado y opera las 24 horas del día. En segundo lugar, es el responsable de conectar la economía y el intercambio de bienes o servicios de un país con los demás. Por esta razón, las transacciones cambiarias juegan un rol fundamental en la balanza de pagos internacionales y en el desarrollo de la economía mundial (p. 402).

Así mismo, la tasa de cambio cumple un papel relevante en la competitividad de cada país (Tachibana, 2018). Porque, si por ejemplo, un país tiene un tamaño de las exportaciones mayor al de las importaciones, es decir, es netamente exportador, entonces consigue un mayor beneficio con una tasa de cambio apreciada.

En contraste, si un país es netamente importador, le conviene más tener una tasa de cambio depreciada, pues de esta forma puede adquirir los productos del exterior a un menor valor monetario.

Por esta razón, algunos países de la región del este de Asia tienen un régimen de tasa de cambio flotante administrada, con el que mantienen su precio depreciado para favorecer y mantener la competitividad de las exportaciones en el mercado global (Hsieh & Huang, 2012).

Del mismo modo, como lo mencionan Kupka *et al.* (2018), el movimiento de las monedas posee una naturaleza compleja porque depende de la intervención de diferentes actores, como el intercambio internacional, los bancos centrales y demás políticas de cada país. Por ejemplo, si un país presenta condiciones desfavorables, es probable que su moneda pierda valor en comparación con otros países.

El estudio de contagio en el mercado cambiario ha sido estudiado por diferentes autores (Celik, 2012; Cubillos-Rocha *et al.*, 2019; Loaiza-Maya *et al.*, 2015; Patton, 2006; Yang *et al.*, 2016). Un trabajo que demuestra su importancia es el realizado por H. Wang *et al.* (2020), en el que estudian las estructuras de dependencia entre 39 tasas de cambio, entre países desarrollados y emergentes, durante 2007 y 2009. Estos autores concluyen que “el contagio financiero identificado en el mercado cambiario demuestra serias amenazas a la estabilidad de la economía” (2020, p. 408).

Por otro lado, el estudio del contagio financiero en el mercado cambiario es de importancia para los bancos centrales y administradores de portafolios. Debido a que entrega un conocimiento sobre las estructuras de dependencia con otras monedas del mundo y ayuda a entender las correlaciones existentes entre ellas. Además, aporta al conocimiento sobre el contagio financiero en los mercados cambiarios.

En adición, es relevante para los bancos centrales porque permite conocer el comportamiento de transmisión del contagio desde otras economías, lo que ayudaría a adelantar acciones para mantener la estabilidad económica. Por ejemplo, al momento de una crisis, como la del 2008 cuando se dio un contagio inducido por inversionistas, el Banco Central puede aplicar políticas de

aislamiento o estabilidad, como el control de flujos o las intervenciones al mercado cambiario, con el fin de aislar a la economía local del país originario de la crisis (J. Wang *et al.*, 2020).

Así mismo, es importante para los administradores de portafolios y riesgos debido a que permite conocer los movimientos conjuntos entre dos monedas, lo que conduce a mejorar las oportunidades de diversificación (Paltalidis & Patsika, 2017; Hsieh & Wang, 2012; Loaiza-Maya *et al.*, 2015). Porque, si dos países tienen una dependencia inversa, se pueden efectuar coberturas y diversificaciones. En cambio, si presentan dependencias positivas, se reducirían las oportunidades de diversificación.

Un estudio que demuestra la importancia de la idea anterior es el realizado por Xu y Lien (2020), quienes se enfocan en investigar el impacto de la guerra comercial entre Estados Unidos y China en las estructuras de dependencia del yuan (CNY) con sus socios comerciales más importantes. En este pudieron concluir que “la dependencia de AUD-CNY, EUR-CNY, JPY-CNY, KRW-CNY y SGD-CNY incrementan, mientras que la dependencia entre JPY-CNY decrece significativamente después del inicio de la guerra comercial” (Xu & Lien, 2020, p. 13). Lo anterior demostró que al momento del arribo de la crisis, debido al inicio de la guerra comercial, los inversionistas emigraron a Japón en busca de diversificación y refugio.

Por otro lado, si se analiza la crisis del COVID-19, no solo el mercado de acciones global tuvo momentos de incertidumbre. También el mercado cambiario internacional vivió días muy volátiles. Esto se resalta en el estudio de Akhtaruzzaman *et al.* (2020), quienes concluyen que los costos de cobertura y los desajustes en las tasas de cambio incrementaron los riesgos de mercado y crédito para los inversionistas internacionales. Esto lleva a que los actores del mercado, en particular los bancos, incrementen la aversión al riesgo, lo que reduce la liquidez en el mercado y causa efectos

negativos para la economía. Lo cual debe ser contrarrestado con las acciones del Banco Central, inyectando liquidez en los mercados para evitar la recesión económica.

Además, como se menciona en Xu *et al.* (2021), el COVID-19 ha causado cambios relevantes en las tasas de cambio de mercados emergentes y en la eficiencia de los mercados cambiarios internacionales. Este incremento en la volatilidad causado por la crisis puede ocasionar cambios en las estructuras de dependencia entre los países.

Esto se demuestra en los resultados de la investigación de Xu *et al.* (2021), donde se evidencia una caída en la dependencia con el yuan (CNY) a medida que incrementaban los casos de contagio, debido a que se buscaba refugio fuera del país de origen. Por su parte, en el estudio adelantado por Tachibana (2018), se encuentra que “cada retorno de las monedas locales estudiadas tiene una correlación positiva con los retornos de acciones de Estados Unidos, la cual se intensifica al momento de iniciar momentos volátiles en el último” (p. 105). Esto demuestra que los activos en el mercado cambiario tienden a relacionarse en una mayor proporción, al momento de iniciar la crisis.

#### ***1.4 Mercados emergentes***

Los mercados emergentes se han convertido en un destino atractivo para los inversionistas internacionales en la última década, con el fin de tomar ventaja de las economías con crecimiento económico más acelerado (Paltalidis & Patsika, 2017). Además, en un estudio de Loaiza-Maya *et al.* (2015) se resalta el punto de partida por el deseo de invertir en estos países, luego de la crisis financiera global del 2008. Esto demuestra el atractivo que están teniendo los países emergentes y la necesidad de adelantar estudios sobre sus mercados y las interacciones entre ellos. En efecto, un

problema importante en las decisiones de inversión de estos países son las interdependencias entre sus economías (Loaiza-Maya *et al.*, 2015).

Igualmente, el estudio del mercado cambiario en países con economías abiertas y pequeñas es importante debido a la tasa de cambio nominal, puesto que es un factor determinante a la hora de calcular los niveles de precio (Loaiza-Maya *et al.*, 2015). Lo anterior se torna más relevante cuando se analizan economías netamente importadoras, pues su nivel de precios tiene una alta dependencia con los precios de los productos extranjeros y la tasa de cambio nominal a la que ingresen esos productos. Por ejemplo, para el caso de Colombia, donde según los datos de la balanza comercial publicada por el DANE para los años 2020 y 2021, las cifras serían -15.258 y -10.129 millones de dólares, respectivamente; esto demostraría un alto riesgo inflacionario y competitivo, por el nivel de la tasa de cambio nominal.

Asimismo, la motivación por escoger los mercados emergentes está motivada, de un lado, porque han sido un entorno estudiado en los últimos años, aunque con muy poca atención capturada. Por otro lado, ha sido una región donde se han presentado numerosas crisis de diversa índole, lo cual demuestra diferentes tipos de contagio (Davidson, 2020). Por esta razón, se hace relevante para el presente estudio.

Sobre el inicio de las crisis en los mercados emergentes, Davidson (2019) menciona:

Si después del choque ocurrido en un país, las dependencias son mayores que en “tiempos normales”, el contagio está presente. Sin embargo, es difícil precisar qué debería ser considerado “tiempos normales” y “tiempos en exceso”. Lo que se considera normal puede variar en el tiempo con el desarrollo de la economía que sufre cambios estructurales. Este problema está especialmente presente en los mercados emergentes, donde se han experimentado mayores turbulencias económicas y cambios en las estructuras fundamentales (p. 68).

La pandemia del COVID-19 causó dramáticas salidas de inversionistas de capital de los mercados emergentes. Lo cual produjo que los flujos en dólares (USD) se convirtieran en un conductor importante de las tasas de cambio de las economías del grupo de países BRICS (Xu *et al.*, 2021). Lo anterior demuestra la importancia del estudio de las estructuras de dependencia durante el COVID-19, debido a que las salidas de dinero pueden provocar depreciaciones de la moneda local, lo que puede ser perjudicial para países netamente importadores, como en el caso colombiano.

En conclusión, el presente estudio tiene gran relevancia por el estudio de interdependencia en el mercado cambiario colombiano con diferentes países de las demás regiones del mundo, durante la crisis del COVID-19. Lo cual puede identificar países transmisores de volatilidad a través de las tasas de cambio. Además de conocer los cambios generados en las estructuras de dependencia al momento de iniciar la crisis.

### ***1.5 Método de correlación***

Para la evaluación del contagio financiero, se aplicó un método de correlación. Este se ha convertido en la metodología más común cuando se investiga el contagio en el mercado financiero global (Chiang *et al.*, 2007; Collins & Biekpe, 2003; Forbes & Rigobon, 2002). Del mismo modo, se convierte en un factor relevante debido a que, como se vivió en las crisis anteriores, existe un incremento significativo en la sincronización entre los activos financieros y su dependencia al momento de iniciar la crisis (Paltalidis & Patsika, 2017).

Dentro de las metodologías de estudio correlacional, se selecciona el método de cópulas, propuesto inicialmente por Sklar en 1959. La aplicación de este es ampliamente utilizada para el estudio de dependencias entre activos financieros (Tachibana, 2018; Wang & Zong, 2019; Zhang & Liu, 2018; Zhang & Jiang, 2019; Zorgati *et al.*, 2018). También ha sido aplicada para el estudio

del mercado cambiario (Cubillos-Rocha *et al.*, 2018; Hsieh & Huang, 2012; Loaiza-Maya *et al.*, 2015; Paltalidis & Patsika, 2017; J. Wang *et al.*, 2020; Xu & Lien, 2020).

### **1.5.1 Teorema de Sklar**

Con respecto a la teoría sobre las cópulas, estas fueron nombradas por primera vez en los estudios de Sklar (1959) para hacer referencia a “unas funciones que se unen con otras de 1-dimensión, para formar distribuciones multivariadas” (Nelsen, 2006, p. 2). Nelsen menciona que Sklar produjo los resultados más importantes en su época sobre las cópulas, en el estudio de espacios métricos probabilísticos. Con todo, el estudio de distribuciones multivariadas con distribuciones marginales univariadas fijas, la cual es la base del teorema, fue aplicada en otros estudios anteriores (Frechet, 1951; Dall’Aglia, 1956; Ferón, 1956; Hoeffding, 1940, 1941).

Sklar (1959) define la cópula como “una función que une o empareja funciones de distribución multivariadas con sus funciones de distribución marginales de una dimensión”; también son “funciones de distribución cuyos marginales de 1-dimensión son uniformes” (citado en Nelsen, 2006, p. 1). Además, existe un interés en su aplicación para el estudio de probabilidad y estadística, porque se consideran medidas de dependencia libres de escalar y son el punto de partida para construir familias de distribuciones bivariadas (Nelsen, 2006).

Sobre esto, Zhang y Jiang (2019) examinan las cópulas como una función de conexión, debido a que “en el modelamiento de distribuciones conjuntas en el mercado financiero, se pueden evidenciar dos aspectos: la estructura de dependencia y la distribución marginal” (p. 379). Donde la cópula toma la función de la dependencia y forma una conexión entre la función de distribución conjunta de altas dimensiones y sus marginales de bajas dimensiones (Loaiza-Maya *et al.*, 2015).

También, como lo explica Nelsen (2006), *cópula* tiene el significado en latín de “enlace, lazo, vínculo” y es empleada en gramática y lógica para describir la parte de la proposición que conecta al sujeto y el predicado. Por esta razón, y por lo mencionado anteriormente, la *cópula* se refiere a una función que conecta las funciones multivariadas con sus marginales de baja dimensión, tomando el rol de la estructura de dependencia.

Precisamente, el teorema de Sklar menciona que “ $F$  es una función de distribución conjunta, con marginales  $S$  y  $G$ . Entonces, existe una *cópula*  $C$ , tal que para todo  $x, y$  en  $\overline{\mathbb{R}}$ . Si  $S$  y  $G$  son continuos, entonces  $C$  es única” (Nelsen, 2006, p. 2):

**Ecuación 1. Teorema de Sklar**

$$F(x) = C(S(x), G(y))$$

Donde  $F$  hace referencia a una función de distribución conjunta,  $S$  y  $G$  son variables aleatorias continuas y  $C$  es la *cópula* que forma la relación entre ambas. De acuerdo con Nelsen (2006), el teorema de Sklar muestra el rol que juegan las *cópulas* en la relación entre funciones de distribución multivariadas y sus marginales univariados. Además, se resalta el teorema como la teoría central de las *cópulas* y la mayoría de sus aplicaciones en estadística.

Una característica relevante que poseen las *cópulas*, por su participación en una función de distribución conjunta, es que sus medidas y propiedades permanecen invariantes ante transformaciones crecientes de las variables aleatorias. Sobre esto, Nelsen (2006) menciona que la *cópula* es la encargada de capturar este tipo de propiedades de la función de distribución conjunta y lo resume de la siguiente forma:

Bajo transformaciones crecientes de las variables aleatorias la *cópula* es invariante, mientras que los marginales se pueden cambiar a voluntad. Esto, lleva a concluir que es precisamente la *cópula* la que captura estas propiedades de la distribución conjunta, la cual es invariante ante transformaciones estrictamente crecientes (2006, p. 4).

Las propiedades mencionadas hasta aquí las explican Kupka *et al.* (2018) como las condiciones que debe cumplir una función para ser considerada una cópula  $C$  de  $n$ -dimensiones:

1.  $C$  es  $n$ -creciente
2.  $C = 0$ , i.e.,  $C(x_1 \rightarrow x_n)$
3.  $C(1 \rightarrow x_n \rightarrow 1) = x_n$ ,  $n = 1$
4. Dominio  $C = [0, 1]^n$

De este modo, estas propiedades que pertenecen a la función de distribución conjunta, las cuales tienen la característica de ser invariantes ante transformaciones crecientes de las variables aleatorias, se expresan en términos de la cópula.

### 1.5.2 Cópulas como estudio de dependencias

Para el presente estudio es pertinente utilizar una metodología que permita analizar las estructuras de dependencia entre dos variables aleatorias. Sobre esto, Zhang y Jiang (2019) mencionan que “la función cópula es una herramienta de investigaciones de correlaciones no lineales, usualmente empleada en el estudio de riesgos financieros, la cual puede describir con precisión la estructura de dependencia entre variables aleatorias” (p. 379). Además, los modelos de distribuciones multivariadas se pueden analizar desde dos aspectos: la estructura de dependencia y la distribución marginal (Benkraiem *et al.*, 2022). Así pues, la función cópula permite que las funciones de distribución multivariadas se puedan separar en los marginales de 1-dimensión y la estructura de dependencia, medida por medio de la cópula.

Un beneficio de las cópulas, que puede abarcar dos características relevantes, es la flexibilidad (Hsieh & Huang, 2012; J. Wang *et al.*, 2020; Zhang & Jiang, 2019). La primera característica de este beneficio está relacionada con la posibilidad de capturar relaciones no lineales entre las variables aleatorias (Benkraiem *et al.*, 2022; Zhang & Jiang, 2019). La segunda tiene que ver con la capacidad de capturar la dependencia en las colas (Paltalidis & Patsika, 2017; Patton, 2006; J. Wang *et al.*, 2020).

Estas capacidades son muy útiles a la hora de estudiar activos financieros porque, como se menciona en Xu y Lien (2020), las variables financieras por lo general tienen comportamientos no normales, distribución asimétrica y colas pesadas; rechazando normalidad y no linealidad. Igualmente, Zhang y Jiang (2019) mencionan el gran número de relaciones no lineales dentro de las series financieras, además del pico agudo y la cola gruesa.

Así mismo, otra característica es que la dependencia que se encuentra en el centro de la distribución no es la misma de las colas (Hsieh & Huang, 2012). Por esta razón, las cópulas se convierten en el método más apropiado para estudiar los retornos financieros de las monedas seleccionadas, debido a que no este no se encuentra limitado por los supuestos de normalidad (Hsieh & Huang, 2012).

Así pues, la cópula se convierte en un método más robusto si se compara con correlaciones, cointegraciones y modelos GARCH( $p,q$ ). Esto, debido a que las correlaciones son medidas de dependencia lineal y las cointegraciones no pueden medir la intensidad (Benkraiem *et al.*, 2022). Por su parte, Hsieh y Huang (2012) resaltan que las cópulas proveen una alternativa para, no solo capturar el promedio de la correlación, sino la estructura de dependencia entre dos mercados diferentes.

Además, la aplicación de las cópulas para el estudio del contagio financiero en el mercado cambiario ha sido ampliamente utilizada. Un ejemplo es el estudio realizado por H. Wang *et al.* (2020), donde se aplica la metodología de cópulas mixtas dinámicas (DMC) sobre 39 monedas durante la crisis financiera global del 2008. También, en el realizado por Xu y Lien (2020), quienes estudian el contagio sufrido por el yuan (CNY) durante la guerra comercial entre China y EE. UU., por medio de la metodología de cópulas “*Time Varying*” propuesta por Patton (2006). Así mismo, Paltalidis y Patsika (2019) aplican la metodología de Patton (2006) sobre 10 monedas de mercados emergentes durante la crisis global del año 2008.

En esa misma línea, Loaiza-Maya *et al.* (2015) emplean la metodología de cópulas R-Vine para estudiar las tasas de cambio de Chile, México, Colombia y Brasil durante el periodo 2005-2012. Por último, un estudio reciente de Xu *et al.* (2021) aplica la metodología de cópulas estáticas sobre las monedas de las economías pertenecientes al grupo BRICS durante la crisis de la pandemia del COVID-19.

Lo anterior demuestra que la selección de la metodología de cópulas es apropiada para el estudio del contagio financiero en el peso colombiano (COP), durante la pandemia del COVID-19.

### **1.5.3 Familias de cópulas seleccionadas**

En el presente estudio se toman en cuenta los tipos de cópulas gaussianas y arquimedianas. Para el primer caso, siguiendo los estudios de Paltalidis y Patsika (2017) y Hsieh y Huang (2012), se seleccionaron las cópulas gaussiana y student's *t*. En el segundo caso, partiendo de las veintidós familias de cópulas arquimedianas expuestas en Nelsen (2006), se seleccionan las de Gumbel (1960), Clayton (1978), Frank (1979) y Joe (1993). Estas familias también se incluyen en los estudios de Paltalidis y Patsika (2017), Hsieh y Huang (2012) y Benkraiem *et al.* (2022). Además, como se menciona en Koliai (2016), las cópulas elípticas y arquimedianas siguen siendo las más empleadas para el estudio de casos multivariados.

Como lo expone Nelsen (2006), las familias de cópulas arquimedianas son uno de los resultados más importantes de los estudios de espacios métricos probabilísticos. Además, tiene una gran utilidad en la modelación estadística por la variedad de estructuras de dependencia en sus familias. A su vez, poseen una forma simple y son fáciles de construir, porque son expresadas en términos de 1-parámetro (generador) y se pueden aplicar mejor que las funciones de 2-parámetros. Estos beneficios son relevantes porque la naturaleza de las dependencias puede tomar una gran variedad de formas (Patton, 2006).

Otro beneficio de la familia de cópulas arquimedianas es que permite el estudio de dependencia en las colas asimétricas (Hsieh & Huang, 2012). Por ejemplo, la cópula Gumbel y Joe permiten estudiar la cola derecha, la cópula Clayton la izquierda, y la cópula Frank, ninguna (Koliai, 2016).

Para el presente estudio, solo se seleccionan familias de cópulas de 1-parámetro. Sobre este punto, Nelsen (2006) afirma que son familias que se construyen teniendo en cuenta un generador  $\varphi_\theta(t)$ , las cuales deben ser continuas, estrictamente decrecientes y convexas.

En concepto de Czado (2019), las familias arquimedianas de 1-parámetro tienen la siguiente forma:

**Ecuación 2.** Función cópulas arquimedianas

$$\mathbb{C}(u, v) = \varphi^{[-1]}(\varphi(u) + \varphi(v))$$

Donde  $\mathbb{C}$  es una cópula arquimediana, con generador  $\varphi$ . Además,  $u$  y  $v$  hacen referencia a las distribuciones marginales continuas uniformes de cada variable aleatoria. Lo anterior también se aplica en las fórmulas siguientes.

Por otro lado, si el generador  $\varphi(0) = \infty$ , el generador es denominado estricto: es decir, cumple con las condiciones ya mencionadas. En este punto,  $\varphi^{[-1]}$  es la pseudo-inversa de  $\varphi$ , el cual está definido en  $\varphi^{[-1]}: [0, \infty] \rightarrow [0, 1]$ .

A continuación se presentan las funciones de la cópula en las familias que se van a aplicar en el estudio:

**Ecuación 3.** Función cópula normal estándar

$$\mathbb{C}(u, v) = \Phi_\theta(\Phi^{-1}(u), \Phi^{-1}(v)) = \int_{-\infty}^{\Phi^{-1}(u)} \int_{-\infty}^{\Phi^{-1}(v)} \frac{1}{2\pi\sqrt{1-\theta^2}} \exp\left(-\frac{s^2 - 2\theta st + t^2}{2(1-\theta^2)}\right) ds dt$$

Donde  $\Phi_\theta$  es una distribución normal estándar bivariada con coeficiente de correlación lineal  $\theta$ , restringido al intervalo  $(-1, +1)$ . Además  $(u, v)$  hace referencia a las distribuciones marginales del modelo. Esta última aclaración aplica para las demás fórmulas.

**Ecuación 4.** Función cópula student's  $t$

$$\mathbb{C}(u, v) = \int_{-\infty}^{t_u^{-1}(u)} \int_{-\infty}^{t_v^{-1}(v)} \frac{1}{2\pi\sqrt{1-\theta^2}} \exp\left(1 + \frac{s^2 - 2\theta st + t^2}{u(1-\theta^2)}\right)^{-\frac{u+2}{2}} ds dt$$

Donde  $t_u^{-1}(u)$  muestra la función de distribución conjunta inversa de la distribución t-student estándar univariada.

**Ecuación 5.** Función cópula de Gumbel

$$\mathbb{C}(u, v) = \exp\left(-\left[(-\ln u)^\theta + (-\ln v)^\theta\right]^{1/\theta}\right)$$

**Ecuación 6.** Función generador cópula de Gumbel

$$\varphi_\theta(t) = (-\ln t)^\theta$$

**Ecuación 7.** Función cópula de Clayton

$$\mathbb{C}(u, v) = \left[\max(u^{-\theta} + v^{-\theta} - 1, 0)\right]^{-1/\theta}$$

**Ecuación 8.** Función generador cópula de Clayton

$$\varphi_\theta(t) = \frac{1}{\theta}(t^{-\theta} - 1)$$

**Ecuación 9.** Función cópula de Frank

$$\mathbb{C}(u, v) = -\frac{1}{\theta} \ln\left(1 + \frac{(e^{-\theta u} - 1)(e^{-\theta v} - 1)}{e^{-\theta} - 1}\right)$$

**Ecuación 10.** Función generador cópula de Frank

$$\varphi_\theta(t) = -\ln \frac{e^{-\theta t} - 1}{e^{-\theta} - 1}$$

**Ecuación 11.** Función cópula de Joe

$$\mathbb{C}(u, v) = 1 - \left[(1-u)^\theta + (1-v)^\theta - (1-u)^\theta(1-v)^\theta\right]^{1/\theta}$$

**Ecuación 12.** Función generador cópula de Joe

$$\varphi_\theta(t) = -\ln[1 - (1-t)^\theta]$$

Para las ecuaciones presentadas anteriormente,  $\mathbb{C}$  hace referencia a la cópula,  $u$  y  $v$  son las distribuciones marginales continuas uniformes de cada variable aleatoria,  $\varphi$  es el generador necesario en las cópulas arquimedianas y  $\theta$  hace referencia a la constante que toma diferentes limitaciones con respecto a la familia. Una teoría ampliada se presenta en Nelsen (2006) y Czado (2019).

#### 1.5.4 Distribuciones marginales

Dentro del estudio de los marginales, se aplica un modelo  $ARMA(u,v) + GARCH(p,q) - EVT$ , debido a que las metodologías univariadas  $ARMA(u,v) + GARCH(p,q)$  son ampliamente utilizadas en el estudio de datos financieros para capturar los efectos de autocorrelación, heterocedasticidad y volatilidad (Koliai, 2016). Además, su aplicación en el estudio de movimientos conjuntos por medio de cópulas ha sido utilizada en diferentes estudios, como en Benkraiem *et al.* (2022), Koliai (2016), Loaiza-Maya *et al.* (2015), Paltalidis y Patsika (2017) y Tachibana (2018).

Se toma la decisión de escoger una extensión del modelo  $ARMA(u,v)$  porque este posee el supuesto de varianza constante, con la demostración de ruido blanco en los residuales (Cryer & Chan, 2008). Como ya se mencionó, las variables financieras por lo general suelen tener comportamientos no normales, distribución asimétrica y colas pesadas, rechazando normalidad y no linealidad (Xu & Lien, 2020). Por esta razón, en muchas ocasiones no se cumple la condición de varianza constante en los residuales del modelo  $ARMA(u,v)$ . Por lo tanto, se añade la extensión  $GARCH(p,q)$  para modelar la varianza cambiante dentro de las series financieras (Engle, 1982).

Además, se examina el modelo  $GARCH(p,q)$  en lugar del  $ARCH(p,q)$ , porque en el último solo se incluyen los datos más recientes para llevar a cabo las predicciones de la varianza condicional, a diferencia del modelo  $GARCH(p,q)$ , en el que se incluyen todos los datos de la serie, dando un

menor peso a las volatilidades más lejanas (Cryer & Chan, 2008). Del mismo modo, se utiliza la generalización aplicada en Bollerslev (1986) y Taylot (1986), quienes introducen  $p$  intervalos en la varianza condicional para referirse al orden que debe tener el modelo (Cryer & Chan, 2008).

La combinación del modelo  $ARMA(u,v) + GARCH(p,q)$  representa la media condicional y la varianza condicional de la distribución marginal (Tachibana, 2018). Por esto, gracias a la media condicional se pueden proyectar valores futuros, basados en los datos actuales y pasados. Lo mismo sucede con la varianza condicional, pues se puede predecir la variabilidad de los valores futuros por medio del estudio de los actuales y pasados (Cryer & Chan, 2008). En adición, permite remover los efectos autorregresivos y heterocedásticos, mediante la detección de sus errores condicionales en las distribuciones marginales (Benkraiem *et al.*, 2022; Paltalidis & Patsika, 2017).

Siguiendo la explicación de Cryer y Chan (2008, p. 310):

El modelo  $GARCH(p,q)$  asume que la media condicional es cero. Para las series financieras, es riesgoso asumir esto porque muchas veces no se mantiene. Por esto, la estructura de la media condicional se debe modelar con  $ARMA(u,v)$ , con el término de ruido blanco modelado por  $GARCH(p,q)$ . Entonces, la serie de tiempo  $Y_t$  está dada por [ecuaciones 13-15]:

**Ecuaciones 13, 14 y 15.** Funciones del modelo  $ARMA(u,v) + GARCH(p,q)$

$$Y_t = \phi_n Y_{t-n} + \theta_n e_{t-n} \quad (13)$$

$$e_t = \sigma_{t/t-1} \varepsilon_t \quad (14)$$

$$\sigma_{t/t-1}^2 = \omega + \alpha_q e_{t-q}^2 + \beta_p \sigma_{t-p/t-p-1}^2 \quad (15)$$

De las anteriores ecuaciones, la 13 hace referencia al modelo  $ARMA(u,v)$  donde  $Y_t$  es la serie de tiempo,  $\phi$  y  $\theta$  son los parámetros desconocidos del modelo y  $e_t$  hace referencia a la variable de error, también denominada *innovaciones*.

Por su parte, las ecuaciones 14 y 15 hacen referencia al modelo GARCH( $p,q$ ), en el que inicialmente la variable de error se calcula a partir de la media condicional ( $\sigma_{t/t-1}$ ), calculada en el modelo ARMA( $u,v$ ) anterior y  $\varepsilon_t$ , el cual hace referencia a una secuencia de variables aleatorias con independencia e idénticamente distribuidas (Cryer & Chang, 2008).

Posteriormente, en la ecuación 15 se calcula la varianza condicional ( $\sigma_{t/t-1}^2$ ), donde  $\omega$  y  $\alpha$  hacen referencia a los parámetros desconocidos del modelo GARCH( $p,q$ ). Debido a que se está utilizando la transformación de Bollerslev (1986) y Taylor (1986), se agrega el término  $\beta_p \sigma_{t-p/t-p-1}^2$ , donde se introducen  $p$  intervalos en varianza condicional (Cryer & Chang, 2008).

Siguiendo la metodología aplicada en Loaiza-Maya *et al.* (2015), Tachibana (2018) y Benkraiem *et al.* (2022), para el modelo GARCH( $p,q$ ) se seleccionan los órdenes del modelo (1,1), debido a que este es apropiado para analizar las series de tiempo (Benkraiem *et al.*, 2022). De este modo, la estimación de los parámetros dentro del modelo combinado con estos órdenes, por medio del método de máxima verosimilitud, se puede realizar maximizando la función de verosimilitud con la siguiente fórmula (Cryer & Chang 2008):

**Ecuación 16.** Función de máxima verosimilitud modelo GARCH (1,1)

$$L(\omega, \alpha, \beta) = -\frac{n}{2} \log(2\pi) - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \{ \log(\sigma_{t-1/t-2}^2) + e_t^2 / \sigma_{t/t-1}^2 \}$$

### 1.5.5 Teoría de valores extremos (EVT)

Como se mencionó antes, el COVID-19 provocó caídas del índice *Dow Jones Industrial Average* (DJIA) de 33 % y del *Standard & Poor's 500* (S&P 500) de 29 %, desde diciembre del 2019 a marzo del 2020. Esto indica que fue una fuente de riesgo sistémico, porque el mercado chino como

epicentro del contagio financiero causó fluctuaciones relevantes en otros mercados financieros (Xu & Lien, 2020).

Por esta razón, es importante implementar, dentro del análisis de los marginales, una teoría que se enfoque en el análisis de datos extremos; en este caso se seguirá la metodología aplicada en Koliai (2016). En este estudio se construyó un modelo de riesgo para realizar exámenes de estrés por medio de escenarios, de dieciséis variables aleatorias, entre las que se encuentran índices de acciones, tasas de cambio y *commodities*.

La teoría de valores extremos (EVT) se enfoca en especificar la distribución de la cola en función de la distribución de la variable seleccionada. Esto permite evitar errores de especificación en el modelo, al no estar enfocado en la serie completa. Además, garantiza una mayor precisión al estar enfocado únicamente en los valores extremos, más allá de un cuantil (Koliai, 2016). Porque un aspecto negativo de los modelos  $GARCH(p,q)$  es que no se pueden aproximar al comportamiento de la cola en la distribución marginal, el cual es esencial para medir el contagio financiero (H. Wang *et al.*, 2020).

De las posibles distribuciones de valores extremos involucradas en la teoría, se sigue la metodología aplicada en Koliai (2016) y J. Wang *et al.* (2020), quienes optan por la distribución generalizada de Pareto. Esta permite especificar de manera acertada los valores extremos de los residuales estandarizados de los modelos  $ARMA(u,v) + GARCH(p,q)$  (Koliai, 2016). Por esta razón, es apropiado involucrarla en el presente estudio, al ser la metodología a aplicar en los marginales.

La distribución generalizada de Pareto hace parte de la metodología de excedentes del umbral, en el estudio de valores extremos (Haugh, 2016). Esta distribución cumple un rol fundamental para el desarrollo de la metodología mencionada, debido a que es la encargada de especificar los valores

por fuera del umbral y establecer el modelo. De acuerdo con Haugh (2016), la distribución generalizada de Pareto está dada por (ecuación 17):

**Ecuación 17.** Distribución generalizada de Pareto

$$G_{\xi,\beta}(\chi) = \begin{cases} 1 - (1 + \xi\chi/\beta)^{-1/\xi}, & \xi \neq 0 \\ 1 - e^{-\chi/\beta}, & \xi = 0 \end{cases}$$

Donde  $\beta > 0$  y  $\chi > 0$ . Además,  $\xi$  hace referencia al parámetro del perfil y  $\beta$  al parámetro de la escala.

Cabe mencionar que la teoría de valores extremos solo puede aplicarse en variables aleatorias que son independientes e idénticamente distribuidas (Koliai, 2016). Por lo tanto, se debe buscar cumplir con estas condiciones en los marginales seleccionados para el análisis de la cola.

Por otro lado, como lo menciona Koliai (2016), la selección que se hace del límite de la cola en la distribución para enfocar el estudio de los valores extremos, es importante para la precisión de la teoría. Por esto, se sigue la metodología aplicada en el mismo estudio y en J. Wang *et al.* (2020), donde se selecciona un 90 % para la cola derecha.

Aparte de la especificación de la distribución generalizada de Pareto (GPD), se construyen una serie de graficas para analizar y validar la cola de la distribución y el modelo generado a partir de esta. Una de las gráficas es la función de exceso de la distribución, la cual funciona para presentar de manera gráfica los valores que están por fuera de la distribución del modelo. Como lo expone Haugh (2016), esta función consta de (ecuación 18):

**Ecuación 18.** Función de exceso de la distribución

$$F_u(x) = P(X - u \leq x/X > u) = \frac{F(x + u) - F(u)}{1 - F(u)}$$

Donde  $u$  hace referencia a los valores en exceso de la distribución.

## 2. Metodología

### 2.1 Selección de países

Para el estudio de las estructuras de dependencia en el mercado cambiario colombiano se seleccionaron diez países de las diferentes regiones, entre las que se encuentran América, Europa, Asia y Oceanía. Esta elección se hizo tomando en cuenta características como los niveles de producción de petróleo y las relaciones comerciales que tienen con Colombia. De estos, se analizan los precios de cierre diarios de sus tasas de cambio, comparadas contra el dólar (USD), entre el 1 de enero de 2014 y el 31 de diciembre de 2019.

**Tabla 2**

#### *Selección de países*

PAÍS	REGIÓN	ISO
COLOMBIA	AMÉRICA	COP
ESTADOS UNIDOS	AMÉRICA	USD
CHINA	ASIA	CNY
BRASIL	AMÉRICA	BRL
MÉXICO	AMÉRICA	MXN
CANADÁ	AMÉRICA	CAD
EUROPA	EUROPA	EUR
RUSIA	EUROPA	RUB
JAPÓN	ASIA	JPY
NORUEGA	EUROPA	NOK
AUSTRALIA	OCEANÍA	AUD

La metodología en la selección de países se tomó siguiendo en parte la aplicada por H. Wang *et al.* (2020), quienes analizaron 39 monedas de Europa, América, Asia, África y Oceanía con el propósito de tener una buena representación del mercado cambiario global.

Con esto en mente, se eligieron EE. UU., Brasil, México y Canadá en la región de América. Para el caso de Europa, se toma al euro (EUR) como moneda referente, además de añadir a los países de Noruega (NOK) y Rusia (RUB) como miembros de esa región. En Asia se seleccionan a China (CNY) y Japón (JPY). Por último, para Oceanía se elige a Australia (CAD). De esta forma, se tendrán en cuenta la mayoría de regiones geográficas, solo quedando por fuera África.

Por otro lado, además de tener en cuenta la cobertura global del mercado cambiario, se buscaron países que tuvieran relaciones comerciales relevantes con Colombia. Esta decisión se tomó siguiendo la metodología aplicada por Xu y Lien (2020), quienes seleccionan los seis principales socios comerciales de China para analizar el impacto de la guerra comercial con EE. UU. sobre el yuan (CNY).

Para analizar los socios comerciales de Colombia, se toman en cuenta los datos de la balanza comercial para los años en estudio. Con los datos presentados por el DANE, se realiza un filtro de los principales países, de acuerdo con la balanza comercial, desde 2014 hasta 2021 (tabla 3).

**Tabla 3**

***Balanza comercial de Colombia 2014-2021***

<b>Países</b>	<b>2014</b>	<b>2015</b>	<b>2016</b>	<b>2017</b>	<b>2018</b>	<b>2019</b>	<b>2020</b>	<b>2021</b>
<b>EE. UU.</b>	-3.185	-4.773	-1.007	-802	-1.669	-1.079	-992	-2.432
<b>Venezuela</b>	1.567	789	443	116	229	154	170	268
<b>Perú</b>	15	239	392	496	438	425	200	262
<b>Chile</b>	116	1	-15	373	497	347	204	390
<b>Ecuador</b>	995	710	419	772	1.066	1.154	706	954
<b>Japón</b>	-1.018	-633	-628	-611	-750	-704	-431	-719,3
<b>Alemania</b>	-1.815	-1.701	-1.172	-1.335	-1.656	-1.626	-1.086	-1.251
<b>México</b>	-4.176	-2.806	-2.361	-1.788	-2.188	-2.344	-1.671	-2.462
<b>Canadá</b>	-416	-393	-316	-208	86	-374	-273	-197
<b>Brasil</b>	-742	-807	-1.034	-835	-1.149	-1.566	-1.053	-1.192
<b>China</b>	-5.397	-7.259	-6.870	-6.106	-5.907	-5.913	-7.053	-9.447
<b>Otros países</b>	7.828	1.053	1.068	3.978	3.962	745	1.153	567

*Nota:* Elaboración propia con base en las estadísticas del DANE.

De los países presentados por el DANE, se aplica un filtro buscando dejar únicamente a los más relevantes para el análisis. Se resalta el nivel de dependencia de las importaciones de China, México, Estados Unidos, Alemania, Brasil y Japón, para el 2021. Aunque se tiene un nivel de exportaciones netas relevantes con Ecuador, este país se excluye del estudio por contar con una economía dolarizada. Además, Venezuela también se descarta debido a los problemas económicos en los que se encuentra, donde según datos de la CEPAL, la economía ha tenido una contracción de 75 %, desde el 2013 al 2021, resaltando la caída en el 2020 de 30 %, por causa de la pandemia del COVID-19 (CEPAL, 2021).

Considerando los datos presentados, resaltan los países de EE. UU., China, Brasil, México, Japón, Alemania y Canadá, los cuales se tomaron en cuenta dentro del análisis debido a sus relaciones comerciales con Colombia. Por otro lado, se registran los niveles de producción de petróleo de los países de la selección, teniendo en cuenta el grado de dependencia de Colombia en las exportaciones de petróleo y su influencia en la oferta de divisas.

En la tabla 4 se presentan los niveles de exportación de petróleo en millones de dólares FOB y el total de exportaciones de Colombia, de acuerdo con las estadísticas del DANE.

**Tabla 4**

***Total de exportaciones de Colombia 2014-2021***

AÑO	TOTAL EXPORTACIONES	TOTAL EXPORTACIONES DE PETRÓLEO	PARTICIPACIÓN
2021	41.389.989	13.514.411	33 %
2020	31.055.811	8.754.767	28 %
2019	39.489.168	15.961.953	40 %
2018	41.904.777	16.842.687	40 %
2017	38.021.860	13.308.015	35 %
2016	31.768.341	10.795.579	34 %
2015	36.017.522	14.566.130	40 %
2014	54.856.755	28.988.176	53 %

*Nota:* Elaboración propia con base en las estadísticas del DANE.

En la tabla se puede apreciar la fuerte dependencia de Colombia del petróleo, con un porcentaje de participación relevante en los años objeto de análisis. Además, es una materia prima que cumple un papel importante en el movimiento de la tasa de cambio.

Esto lo demuestra el estudio realizado por Guerrero *et al.* (2019), en el que se aplica un modelo econométrico VaR para analizar los impactos del movimiento de los precios del petróleo en la tasa de cambio entre 2008 y 2015. En este se encuentra que al realizar un descenso de 60 % sobre el precio del petróleo, la depreciación del peso colombiano respondería en el corto plazo con un 40 %, lo que evidencia “la relación directa que existe entre el precio del petróleo sobre el tipo de cambio en Colombia” (Guerrero *et al.*, 2019, pp. 236-237). Otro resultado similar se encuentra en Xu y Lien (2021), quienes resaltan que los choques en los precios del petróleo causan diferentes efectos en las tasas de cambio de las economías de los BRICS.

En este orden de ideas, lo siguiente es analizar los productores de petróleo a nivel global para tenerlos en cuenta dentro del análisis de países. En la tabla 5 se presenta un acumulado de la producción de petróleo por país, expresado en terrarios hora (TWh), en el periodo 2013-2021.

**Tabla 5**

***Producción de petróleo en TWh en 2013-2021***

<b>País</b>	<b>TWh 2013 - 2021</b>
<b>EE. UU.</b>	63.951
<b>Arabia Saudí</b>	57.735
<b>Rusia</b>	57.375
<b>Canadá</b>	24.621
<b>Iraq</b>	21.055
<b>China</b>	20.954
<b>Irán</b>	19.312
<b>Emiratos Árabes Unidos</b>	18.015

<b>Kuwait</b>	15.111
<b>Brasil</b>	14.562
<b>México</b>	11.947
<b>Nigeria</b>	10.161
<b>Venezuela</b>	10.148
<b>Noruega</b>	9.114
<b>Kazajistán</b>	8.869
<b>Angola</b>	8.001

*Nota:* Elaboración propia con base en *Our World in Data*.<sup>2</sup>

En la tabla anterior se resaltan países que ya se encontraban en los filtros presentados antes. Dentro de estos se encuentran EE. UU., Canadá, China, Brasil y México. Por esta razón, fueron tomados en cuenta dentro del presente estudio. Además, se seleccionaron los países de Rusia y Noruega, considerando la relación que tienen sus economías con el petróleo y la facilidad para obtener información confiable.

En conclusión, teniendo en cuenta los factores ya presentados, se seleccionaron los diez países a incluir dentro del análisis del contagio financiero sufrido por el peso colombiano, en el periodo 2014-2021.

Para los datos de las respectivas monedas dentro del modelo, se incluyó el cierre ajustado y sus cálculos de retornos diarios. Para esto último, se aplicó la siguiente fórmula, empleada también por Xu y Lien (2020) y Tachibana (2018):

**Ecuación 19.** Retornos logarítmicos en series de tiempo

$$R_t = \ln \frac{P_t}{P_{t-1}}$$

---

<sup>2</sup> Véase: <https://ourworldindata.org/grapher/oil-production-by-region>

## **2.2 Marginales del modelo**

Los cálculos y modelos del presente estudio se realizaron con el *software* RStudio versión 2022.07.1+554. En este se instalaron las siguientes librerías: *tseries*, *forecast*, *graphics*, *quantmod*, *fUnitRoots*, *lmtest*, *stats*, *astsa*, *ggplot2*, *FinTS*, *rugarch*, *dynlm*, *vars*, *broom*, *car*, *sandwich*, *knitr*, *pdfetch*, *tsbox*, *zoo*, *vrtest*, *fGarch*, *copula*, *VineCopula*, *evir*, *ismev*, *ineq*, *clue*, *modeest*, *clue*.

Las series históricas de las once monedas fueron extraídas de la base de datos *Yahoo Finance*, desde el 1 de enero de 2014 hasta el 31 de diciembre de 2021. En el primer momento del modelo, donde se crean los modelos autorregresivos y heterocedásticos, se sigue la metodología aplicada en Benkraiem *et al.* (2022) y H. Wang *et al.* (2020), eliminando cualquier dato que no corresponda en la fecha con un dato de la otra serie, con el fin de evitar correlaciones espurias en el estudio de la dependencia.

Todas las monedas se encuentran expresadas en unidades de la moneda local por 1 USD, para realizar el análisis teniendo en cuenta la misma unidad de medida. Esto implica el riesgo planteado por Cubillos-Rocha *et al.* (2019) y Xu y Lien (2020), en el sentido de que las monedas que se cotizan en dólares (USD) tienden a reaccionar a fluctuaciones en la economía de EE. UU. Además, se origina un incremento en el riesgo para los países que tienen relaciones comerciales estrechas, caso que se demuestra para Colombia, donde según los datos de la balanza comercial presentados anteriormente, se puede inferir una fuerte dependencia por el intercambio con ese país.

### **2.2.1 Análisis preliminar**

Posterior a la creación de cada serie de tiempo, se hace un análisis preliminar de los retornos de los precios de las tasas de cambio. En este se calculan las siguientes variables: media, valor máximo, valor mínimo, desviación estándar, asimetría y curtosis. De esta forma, se pueden hacer

inferencias sobre el cumplimiento de los supuestos de normalidad, casos de desfase del promedio o colas pesadas. Además, como estudio preliminar de las dependencias entre las monedas, se realiza un correlograma que expresa la matriz de correlación entre estas.

### **2.2.2 Modelo ARMA( $u,v$ ) + GARCH( $p,q$ )**

Al aplicar la teoría de cópulas, se debe iniciar por la construcción de los marginales continuos uniformes. En el presente estudio, estos se analizan por medio de un modelo ARMA( $u,v$ ) + GARCH( $p,q$ ).

Primero, se calcularon los órdenes para el modelo ARMA( $u,v$ ), con el método de máxima verosimilitud (ML), minimizando el criterio Akaike (AIC). En el modelo se incluyeron los retornos de las series de tiempo, con el fin de eliminar la estacionariedad. De los resultados entregados, se extraen los residuales y residuales estandarizados para la respectiva validación de su fiabilidad.

En este punto, se aplican los test de Dickey Fuller para comprobar la estacionariedad, de Ljung-Box para verificar la independencia y el test Arch de Engle (1982) para corroborar la heterocedasticidad. El estudio cuenta con un nivel de significancia de 95 %, por lo que se considera que los exámenes cumplen cuando el P-valor sea mayor o menor a 5 %, según sea el caso del test. De este proceso, “resultan los órdenes del modelo ARMA( $u,v$ ) adecuados para cada serie de tiempo, cumpliendo con las condiciones de independencia y ruido blanco en los residuales estandarizados” (Cryer & Chang, 2008, p. 301).

Posteriormente, se determina la necesidad de anexar el modelo GARCH( $p,q$ ), con el fin de corregir los problemas que se puedan presentar en los residuales, principalmente el de heterocedasticidad. Siguiendo la metodología aplicada en Loaiza-Maya *et al.* (2015), Koliai (2016)

y Benkraiem *et al.* (2022), se opta por un modelo GARCH(1,1) para la parametrización de los modelos, debido a que este modelo es apropiado para el trabajo sobre series de tiempo.

Por último, se valida la fiabilidad del modelo  $ARMA(u,v) + GARCH(p,q)$  resultante de la combinación. Esta se aplica sobre los residuales estandarizados y los residuales estandarizados al cuadrado del modelo de cada tasa de cambio, como se aplica en las validaciones de los modelos propuestos en Paltalidis y Patsika (2017), Loaiza-Maya *et al.* (2015) y Benkraiem *et al.* (2022). Se aplican los test de Dickey Fuller, Ljung-Box y Arch de Engle (1982). Igualmente para estos casos, se considera un nivel de significancia de 95 %.

### **2.2.3 Modelo de valores extremos (EVT)**

Posterior a la finalización del modelo  $ARMA(u,v) + GARCH(p,q)$ , con la validación de los residuales estandarizados al cuadrado, se aplica la teoría de valores extremos (EVT). Como ya se mencionó, se sigue la metodología aplicada por Koliai (2016) y H. Wang *et al.* (2020), donde se selecciona un 90 % para la cola derecha. En este punto, se estima la distribución generalizada de Pareto para analizar los gráficos de esta. Además, se estiman los valores de escala, perfil y cuantil 90 resultantes del modelo.

A su vez, se efectúa un análisis gráfico de los resultados, en el que se incluye el diagrama de los residuales estandarizados al cuadrado, trazando líneas rojas sobre el percentil 90 y 10. También se expresa el histograma resultante de la cola derecha. Además, como mecanismo de validación del modelo, se expresan los resultados de los residuales en gráficas de cuantil-cuantil. Y por último, se expresa la gráfica de la función de exceso de la distribución, mencionada en el apartado anterior.

### 2.3 Cópulas

Como método preliminar al análisis sobre las cópulas, se debe hacer la división de la muestra en los diferentes periodos de interés. De este modo, se tomó el lapso comprendido entre el 1 de enero de 2014 y el 31 de diciembre de 2018 como periodo precrisis. Así mismo, se tomó la muestra entre el 1 de enero de 2018 y el 31 de diciembre de 2019 como periodo de crisis. En adición, se aplica el estudio sobre el periodo total, entre 1 de enero de 2014 y el 31 de diciembre de 2019.

La metodología de dividir la muestra para el estudio en dos periodos, durante la ocurrencia de una crisis, se adoptó siguiendo la utilizada por H. Wang *et al.* (2020), donde se analiza una muestra desde enero de 2005 hasta diciembre de 2009, la cual está dividida por el mes de agosto de 2007. También, la usada en Benkraiem *et al.* (2022) y Akhtaruzzaman *et al.* (2020), aplicadas en la crisis del COVID-19, con su respectiva división en periodos de precrisis y crisis.

De esta forma, se pueden apreciar las variaciones en las estructuras de dependencia e intensidad del contagio. Debido a que se puede analizar si se cumple la premisa enunciada por Benkraiem *et al.* (2022) y Tachibana (2018), en el sentido de que se produce un aumento en el contagio y la conexión entre los países al momento de iniciar la crisis. Además, se pueden comparar las estructuras que tuvieron los países en esos periodos específicos y en el tiempo total.

Con el fin de efectuar un análisis preliminar sobre las estructuras de dependencia entre los países, se calculan los valores de concordancia Kendall's *tau* y Spearman y el valor lineal Pearson. Estos se realizan sobre la muestra dividida por la pandemia del COVID-19, al igual que sobre el periodo total. Esto con el fin de comparar los resultados presentados inicialmente en el correlograma y los que se van a presentar después con las cópulas. De esta forma, se pueden confirmar por medio de diferentes metodologías de estudio correlacional los comportamientos en las estructuras de dependencia del peso colombiano (COP) durante el COVID-19.

De este modo, para la construcción del modelo cópula se toman los residuales estandarizados resultantes del modelo validado  $ARMA(u,v) + GARCH(p,q)$  de cada tasa de cambio. Sobre estos, se realizan las divisiones expresadas anteriormente y se aplica la transformación matricial para convertirlas en distribuciones uniformes.

Como ya se mencionó, en la teoría sobre cópulas los marginales deben ser uniformes en  $[0,1]$  y continuos, para que la cópula sea única. La metodología de extraer los residuales estandarizados para aplicar en la cópula, se tomó siguiendo a Paltalidis y Patsika (2019), Loaiza-Maya *et al.* (2015) y Benkraiem *et al.* (2021).

Posteriormente, se aplica la estimación de las cópulas, con el método de máxima verosimilitud (ML), el cual se selecciona por medio del menor criterio Akaike (AIC); como ya se mencionó, esta metodología es ampliamente utilizada (Benkraiem *et al.*, 2022; Koliai, 2016; Loaiza-Maya *et al.*, 2015); Paltalidis & Patsika, 2017; Tachibana, 2018). De estos resultados, se presentan los datos de tipo de familia, parámetro 1, parámetro 2, valor Kendall de la cópula, dependencia en cola izquierda y derecha, valor de máxima verosimilitud, valor Akaike (AIC) y P-valor.

Cada uno de estos resultados se presenta para el periodo total, periodo precrisis y periodo crisis. De esta forma, se logran estudiar las estructuras de dependencia e intensidad del contagio del peso colombiano (COP) durante el periodo en estudio.

### **2.3.1 Familias de cópulas seleccionadas**

En este estudio se tienen en cuenta 12 cópulas de las familias mencionadas anteriormente. De estas, también se incluyen las rotaciones de la familia arquimediana para tener una mayor amplitud en la posibilidad de estructuras entre las variables (tabla 6).

**Tabla 6*****Familias de cópulas***

<b>Familia cópula</b>
Independencia
Gaussiana
Student's <i>t</i>
Clayton
Gumbel
Frank
Joe
Clayton rotada 270°
Clayton rotada 90°
Joe rotada 90°
Joe rotada 270°
Gumbel rotada 270°
Gumbel rotada 90°

*Nota:* Elaboración propia con base en el *software* RStudio versión 2022.07.1+554.

Posteriormente para el periodo de crisis, se hace una ampliación para las familias de cópulas de dos parámetros, con el fin de evidenciar si se puede conseguir un modelo que se adapte de una mejor manera a la relación entre las variables durante este momento de alta volatilidad. Por esta razón, se toman en cuenta 21 cópulas adicionales (tabla 7).

**Tabla 7*****Familias de cópulas***

<b>Familia</b>
BB1
BB6
BB7
BB8
BB6 rotada 180°
BB1 rotada 90°
BB6 rotada 90°
BB7 rotada 90°
BB8 rotada 90°
BB1 rotada 270°

BB6 rotada 270°
BB7 rotada 270°
BB8 rotada 270°
Tawn de Tipo 1
Tawn de Tipo 1 rotada 180°
Tawn de Tipo 1 rotada 90°
Tawn de Tipo 1 rotada 270°
Tawn de Tipo 2
Tawn de Tipo 12 rotada 180°
Tawn de Tipo 12 rotada 90°
Tawn de Tipo 12 rotada 270°

*Nota:* Elaboración propia con base en el *software* RStudio versión 2022.07.1+554.

### 3. Resultados

#### 3.1 Análisis preliminar

**Tabla 8**

#### *Resultados del análisis preliminar*

PAÍS	ISO	REGIÓN	# DATOS	MEDIA	Max	Min
COLOMBIA	COP	América	2077	0,04 %	7,44 %	-3,95 %
EE. UU.	DXY	América	2077	0,01 %	2,41 %	-2,40 %
CHINA	CNY	Asia	2077	0,003 %	1,84 %	-1,42 %
BRASIL	BRL	América	2077	0,04 %	7,25 %	-6,22 %
MÉXICO	MXN	América	2077	0,02 %	8,30 %	-3,26 %
CANADÁ	CAD	América	2077	0,09 %	2,97 %	-3,19 %
EUROPA	EUR	Europa	2077	0,08 %	2,81 %	-2,82 %
RUSIA	RUB	Europa	2077	0,04 %	11,86 %	-5,62 %
JAPÓN	JPY	Asia	2077	0,004 %	3,27 %	-3,14 %
NORUEGA	NOK	Europa	2077	0,02 %	9,12 %	-5,35 %
AUSTRALIA	AUD	Oceanía	2077	0,01 %	3,22 %	-2,85 %

*Nota:* Elaboración propia con datos extraídos con el *software* R Studio versión 2022.07.1+554.

**Tabla 9****Resultados del análisis preliminar**

ISO	Desviación estándar	Asimetría	Curtosis
COP	1,12 %	0,85	3,89
DXY	0,41 %	0,07	2,59
CNY	0,24 %	0,23	6,90
BRL	1,11 %	0,17	3,55
MXN	0,80 %	0,98	8,55
CAD	0,47 %	-0,05	2,72
EUR	0,49 %	0,08	3,24
RUB	1,13 %	1,13	12,64
JPY	0,51 %	-0,09	3,73
NOK	0,75 %	0,96	14,23
AUD	0,61 %	0,12	1,46

*Nota:* Elaboración propia con datos extraídos con el *software* RStudio versión 2022.07.1+554.

Para iniciar la presentación de resultados, se aplicó un análisis preliminar de indicadores sobre las series de tiempo de cada tasa de cambio. En este, se tomaron en cuenta el mismo número de datos para cada una de las series, y de esta forma poder tener un análisis con variables de las mismas dimensiones; para este caso se tienen 2.077 datos por moneda.

La mayoría de países violan los supuestos de normalidad en cuanto a asimetría igual a cero y curtosis igual a 3. Esto cumple con los comentarios enunciados en las secciones anteriores, donde se resalta que las series financieras tienen comportamientos no normales y de colas pesadas, en especial cuando se incluyen los datos de la crisis del COVID-19, en la cual se ha demostrado que no siguieron comportamientos de normalidad.

Estos resultados concuerdan con los encontrados en Koliai (2016), Paltalidis y Patsika (2017) y Zhang y Jiang (2019), pues se encuentra que “las series de retornos financieros muestran signos de leptocurtosis, correlación serial, fuerte heterocedasticidad y clústeres de volatilidad, con asimetría y efectos de apalancamiento del pasado” (Koliai, 2016, p. 2).

Sobre los indicadores mencionados, los países que presentan una mayor asimetría a la derecha se ordenan en el rublo (RUB), peso mexicano (MXN), corona (NOK) y peso colombiano (COP). Además, el dólar canadiense (CAD) y el yen (JPY) presentan asimetría hacia el lado izquierdo de la distribución. Por otro lado, cuando se analizan los datos de la curtosis, las monedas de los países que presentan los mayores valores son la corona (NOK), el rublo (RUB), el peso mexicano (MXN) y el yuan (CNY).

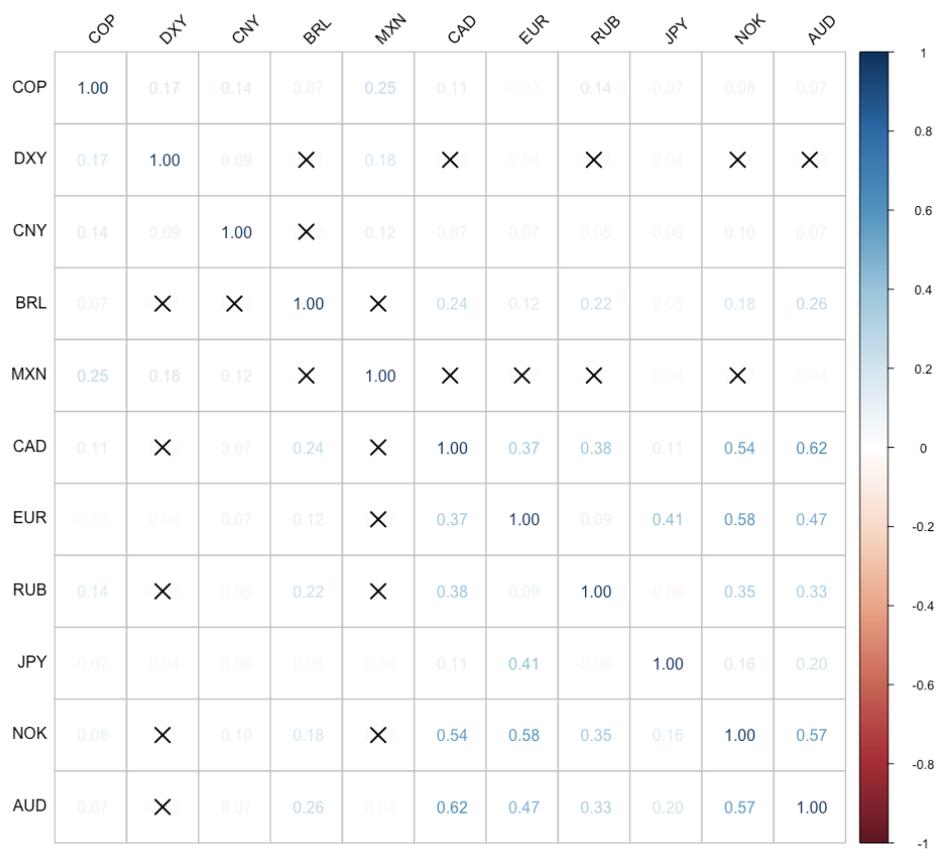
Asimismo, los que presentan menores valores son el dólar australiano (AUD), el dólar (USD) y el dólar canadiense (CAD), por debajo de 3, es decir, poseen colas livianas. Igualmente, cuando se analizan los datos de las desviaciones estándar, los que presentan unos mayores valores son el rublo (RUB), el peso colombiano (COP), el real (BRL), y menores datos los poseen el yuan (CNY), el dólar (USD), el dólar canadiense (CAD) y el euro (EUR).

Para analizar en concreto el caso del peso colombiano (COP), este presenta una media por encima de cero, lo que confirma la asimetría que tiene hacia el lado derecho. Además, posee curtosis por encima de 3, lo que confirma la violación de normalidad de la serie, por lo que se deducen comportamientos no normales y colas pesadas.

Otro comportamiento que arroja datos especiales es el del yuan (CNY), el cual muestra la menor desviación estándar entre todas las monedas, aunque una curtosis muy por encima de 3, lo que muestra el comportamiento de cola que tuvo dicha moneda durante la pandemia.

Por otro lado, para realizar un análisis preliminar sobre las dependencias que existen entre todas las monedas, se aplica un correlograma que expresa la matriz de correlación (tabla 10).

**Tabla 10**  
**Correlograma**



Nota: Elaboración propia con el software RStudio versión 2022.07.1+554.

Si se inicia analizando los datos del peso colombiano (COP), los mayores niveles de correlación se presentan en el orden con el peso mexicano (MXN), dólar (USD), yuan (CNY) y rublo (RUB). En este caso, se cumplen los resultados presentados en Loaiza-Maya *et al.* (2015) y Xu *et al.* (2020), donde los países de una misma región tienden a tener correlaciones mayores entre ellos. Posteriormente, se encuentra la dependencia con el yuan (CNY), donde se evidencian los contagios financieros producidos por la pandemia del COVID-19, cuyo sitio de origen fue China.

Además, el mayor nivel de correlación se presenta entre el dólar canadiense (CAD) y el dólar australiano (AUD). Este resultado rompe el supuesto de la tendencia a la clusterización entre países de la misma región, ya mencionado. Aunque, según los resultados presentados, se muestra que los

países miembros de la región europea tienden a asociarse en mayor medida, si se comparan con los países de América y Asia. La idea anterior se confirma al constatar que las monedas de los países que tienen mayores correlaciones con los demás son las encontradas en el euro (EUR), la corona (NOK), el rublo (RUB), el dólar australiano (AUD) y el dólar canadiense (CAD).

Como el dólar australiano (AUD) se encuentra solo en una región, se evidencia una correlación más fuerte con Europa, incluyendo el dólar canadiense (CAD), que con las demás regiones. Así mismo, se encuentra que el yen (JPY) presenta su correlación más fuerte con el euro (EUR) y las correlaciones más bajas con las demás monedas, aunque en general presenta correlaciones bajas con todas ellas.

Por otro lado, si se analizan los datos del yuan (CNY), al ser la moneda del país de origen del COVID-19, se encuentra una mayor correlación con el peso colombiano (COP), el peso mexicano (MXN), la corona (NOK) y el dólar (USD). Estos resultados confirman que se presentó un mayor contagio en los países emergentes que en los países desarrollados.

### ***3.2 Marginales modelo ARMA( $u,v$ ) – GARCH( $p,q$ )***

#### **3.2.1 Modelo ARMA( $u,v$ )**

Para iniciar con el modelo sobre los marginales, primero se presentan los resultados obtenidos del modelo ARMA( $u,v$ ). En este se muestran los órdenes del modelo autorregresivo (AR) y el de media móvil (MA), sus respectivos parámetros y desviaciones estándar (\*), el valor de máxima verosimilitud (LLH) y el criterio de Akaike (AIC).

**Tabla 11****Resultados modelo ARMA(u,v)**

ISO	AR	MA	AR1	AR2	MA1	LLH	AIC
COP	0	1			-.0,1689 *0,0216	6408,8	-12811
DXY	0	0				8478,2	-16954
CNY	0	1			-.0,0861 *0,0216	9593,6	-19183
BRL	0	1			-.0,1387 *0,0215	6417,4	-12829
MXN	0	0				7073,9	-14.146
CAD	0	0				8176,2	-16350
EUR	0	0				8116,2	-16230
RUB	0	1			0,044 *0,022	6378,5	-12751
JPY	1	1	-.0,8956 *0,0618		0,8679 *0,0685	8028,8	-16052
NOK	2	0	-.0,044 *0,0219	0,0267 *0,0219		7221,8	-14438
AUD	0	0				7656,2	-15310

Nota: Elaboración propia con datos extraídos con el *software* Rstudio versión 2022.07.1+554.

Para el diagnóstico de los resultados obtenidos, se presentan los datos de *p*-valor sobre los test mencionados en la metodología, aplicados sobre los residuales y residuales estandarizados de cada modelo. Esto con el fin de confirmar la estacionariedad, la independencia y la homocedasticidad.

**Tabla 12****Diagnóstico residuales modelo ARMA(u,v)**

ISO	Dickey Fuller	Ljung-Box	Test de Arch
COP	0,01	0,96	2,2E-16
DXY	0,01	0,71	2,2E-16
CNY	0,01	0,98	8,0E-13
BRL	0,01	0,94	2,2E-16
MXN	0,01	0,40	2,2E-16
CAD	0,01	0,77	2,2E-16
EUR	0,01	0,16	2,2E-16
RUB	0,01	0,99	2,2E-16
JPY	0,01	0,44	2,2E-16
NOK	0,01	0,99	2,2E-16
AUD	0,01	0,46	2,2E-16

Nota: Elaboración propia con datos extraídos con el *software* RStudio versión 2022.07.1+554.

**Tabla 13****Diagnóstico residuales estandarizados modelo ARMA( $u,v$ )**

ISO	Dickey Fuller	Ljung-Box	Test de Arch
COP	0,01	0,96	2,20E-16
DXY	0,01	0,71	2,20E-16
CNY	0,01	0,98	8,01E-13
BRL	0,01	0,94	2,20E-16
MXN	0,01	0,40	2,20E-16
CAD	0,01	0,77	2,20E-16
EUR	0,01	0,16	2,20E-16
RUB	0,01	0,99	2,20E-16
JPY	0,01	0,44	2,20E-16
NOK	0,01	0,99	2,20E-16
AUD	0,01	0,46	2,20E-16

Nota: Elaboración propia con datos extraídos con el *software* RStudio versión 2022.07.1+554.

**3.2.2 Modelo ARMA( $u,v$ ) – GARCH( $p,q$ )**

De acuerdo con los resultados obtenidos, se demuestra que las series cumplen con la estacionariedad y la independencia, pero tienen problemas de heterocedasticidad. Por esta razón, en todas las series se hace necesario aplicar el modelo ARMA( $u,v$ ) – GARCH( $p,q$ ). Para el cálculo de este, se tuvo en cuenta la distribución normal y student's  $t$ , como condición de la distribución del modelo, en la que se seleccionó la que presenta menor AIC. Los resultados se dividen en las tablas 14 y 15, respectivamente.

**Tabla 14****Resultados del modelo ARMA( $u,v$ ) – GARCH( $p,q$ )**

ISO	FAMILIA	AR	MA	ARCH	GARCH	AR1	AR2	MA1
COP	normal	0	1	1	2			-.0,1529 *0,02295
DXY	student's $t$	0	0	1	1			
CNY	student's $t$	1	1	1	1			-.0,09680 *0,02124
BRL	normal	0	1	1	2			-.0,1313 *0,02386
MXN	student's $t$	0	0	1	1			
CAD	normal	0	0	1	3			
EUR	student's $t$	0	0	1	1			
RUB	normal	0	1	1	3			0,004920 *0,02494

JPY	student's <i>t</i>	1	1	1	1	-.0,8977 *0,06615		0,8715 *0,07350
NOK	normal	2	0	1	2	-.0,05624 *0,02429	0,01718 *0,02411	
AUD	normal	0	0	1	2			

Nota: Elaboración propia con datos extraídos con el *software* RStudio versión 2022.07.1+554.

**Tabla 15**

**Resultados del modelo ARMA(*u,v*) – GARCH(*p,q*)**

ISO	mu	omega	alpha1	beta1	beta2	beta 3	LLH	AIC
COP	-.0,0001515 *0,0001632	0,000001544 *0,0000006382	0,1471 * 0,01934	0,01475 *0,01844	0,8352 *0,0241 4		6.601,1	-6,34
DXY	0,00007559 *0,00007365	0,0000001312 *0,00000006982	0,04795 *0,01032	0,9549 *0,009508			8.624,4	-8,30
CNY	0,000008731 *0,0000196	6,E-12	0,08261	0,9182			10039,3 8	-9,65
BRL	0,0003540 *0,0001830	0,000008264 *0,000002236	0,1655 *0,02342	0,1983 *0,08444	0,5741 *0,0903 0		6.530,2	-6,28
MXN	.- 0,000061899 *0,0001323	0,000002004 *0,0000007901	0,1508 *0,03101	0,8572 *0,02949			7.347,3	-7,06
CAD	0,00007994 *0,00009522	0,0000008819 *0,0000002847	0,09343 *0,01473	0,00000001 *0,1478	0,3569 *0,1164	0,51 *0,1529	8.257	7,94
EUR	0,0001077 *0,00008472	0,0000001298 *0,00000007619	0,04613 *0,00949 6	0,9579 *0,008626			8.306	-7,99
RUB	0,00009352 *0,0001557	0,000001995 *0,0000005702	0,1873 *0,02467	0,1210 *0,1062	0,4593 *0,0928 4	0,2197 *0,0887 0	6.942	-6,68
JPY	0,0002102 *0,0001579	0,0000005596 *0,0000002233	0,09988 *0,02003	0,8987 *0,02025			8.254	-7,94
NOK	0,0002022 *0,0001429	0,000003717 *0,0000009769	0,1041 *0,01957	0,8283 *0,1486	0,00000 001 *0,344		7.392	-7,20
AUD	0,0001135 *0,0001173	0,0000004012 *0,0000001722	0,03942 *0,01183	0,9495 *0,3200	0,00000 001 *0,3075		7751,37	-7,45

Nota: Elaboración propia con datos extraídos con el *software* RStudio versión 2022.07.1+554.

Como se aplicó en el diagnóstico anterior, se presentan los *p*-valores de los test aplicados sobre los residuales estandarizados y residuales estandarizados al cuadrado. Esto con el fin de confirmar la pertinencia del modelo para el análisis posterior en las cópulas.

Dentro de la metodología, se tenía planteado utilizar un modelo GARCH(1,1), pero debido a la dificultad para capturar errores de independencia y heterocedasticidad, se tomó la decisión de ampliar los órdenes del modelo GARCH( $p,q$ ) para lograr corregir estas dificultades. Esta metodología se aplicó siguiendo a Paltalidis y Patsika (2017).

**Tabla 16**

**Diagnóstico de residuales estandarizados del modelo ARMA( $u,v$ ) - GARCH( $p,q$ )**

ISO	RESIDUALES ESTANDARIZADOS		
	Dickey Fuller	Ljung-Box	Test de Arch
COP	0,01	0,86	0,23
DXY	0,01	0,94	0,96
CNY	0,01	0,32	1,00
BRL	0,01	0,70	0,81
MXN	0,01	0,73	0,72
CAD	0,01	0,91	0,80
EUR	0,01	0,25	0,52
RUB	0,01	0,60	0,24
JPY	0,01	0,19	0,90
NOK	0,01	0,71	0,90
AUD	0,01	0,72	0,09

*Nota:* Elaboración propia con datos extraídos con el *software* RStudio versión 2022.07.1+554.

**Tabla 17**

**Diagnóstico de residuales estandarizados al cuadrado del modelo ARMA( $u,v$ ) - GARCH( $p,q$ )**

ISO	RESIDUALES ESTANDARIZADOS <sup>2</sup>		
	Dickey Fuller	Ljung-Box	Test de Arch
COP	0,01	0,08	0,99
DXY	0,01	0,43	1,0
CNY	0,01	0,99	1,0
BRL	0,01	0,23	1,0
MXN	0,01	0,86	1,0
CAD	0,01	0,04	1,0
EUR	0,01	0,86	0,99
RUB	0,01	0,05	1,0
JPY	0,01	1,00	1,0
NOK	0,01	0,37	1,0
AUD	0,01	0,74	0,04

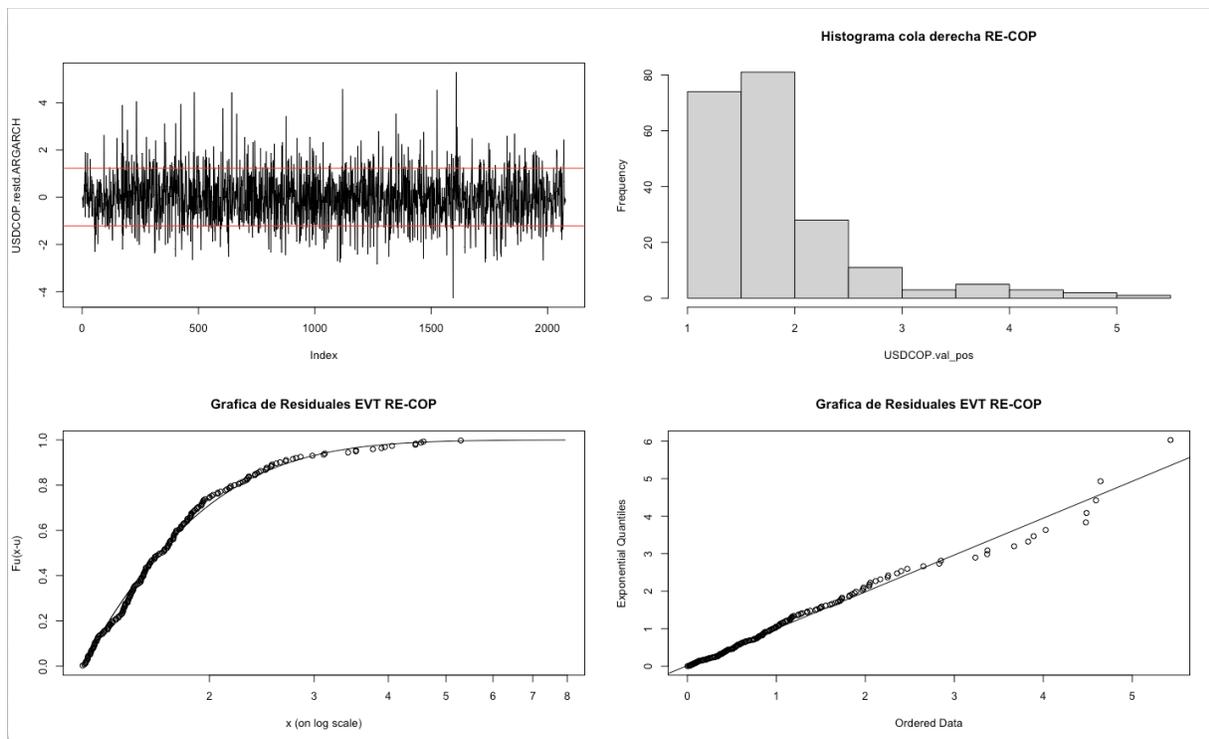
*Nota:* Elaboración propia con datos extraídos con el *software* RStudio versión 2022.07.1+554.

De acuerdo con los resultados de los residuales de cada modelo de marginales, se evidencia que los problemas de estacionariedad, independencia y heterocedasticidad están corregidos, tanto para los residuales estandarizados como en los residuales estandarizados al cuadrado. Esto demuestra que son los apropiados para aplicar al modelo de cópulas.

### 3.2.3 Modelo de valores extremos

**Tabla 18**

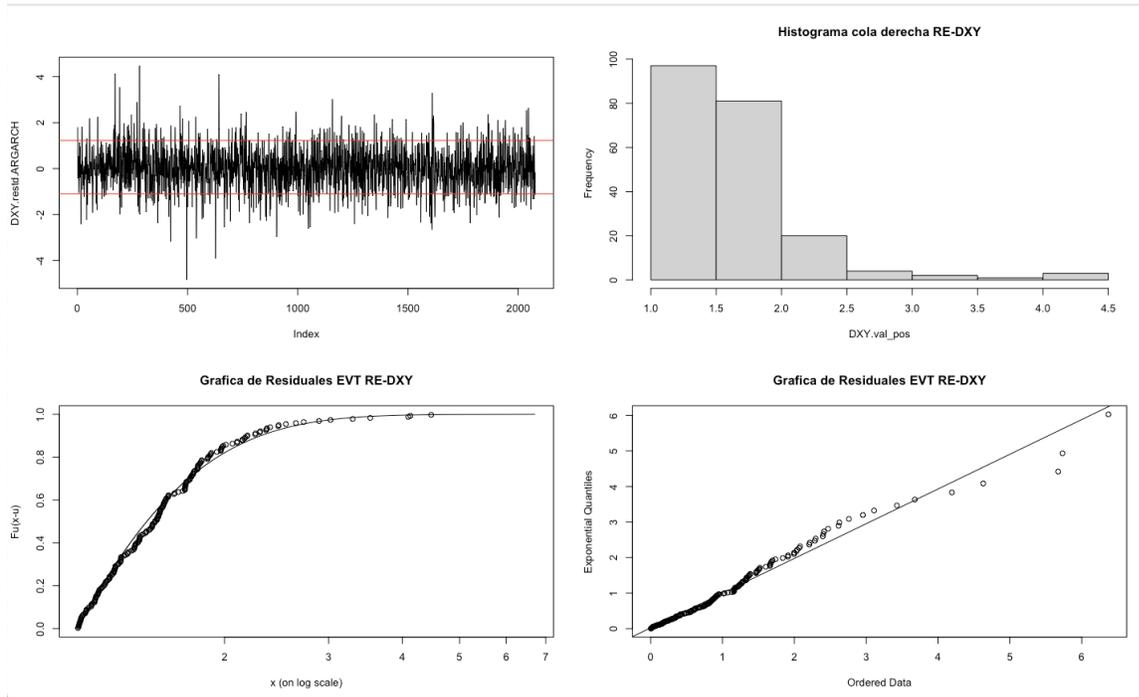
***Gráficas de valores extremos del peso colombiano (COP)***



*Nota:* Elaboración propia con el *software* RStudio versión 2022.07.1+554.

**Tabla 19**

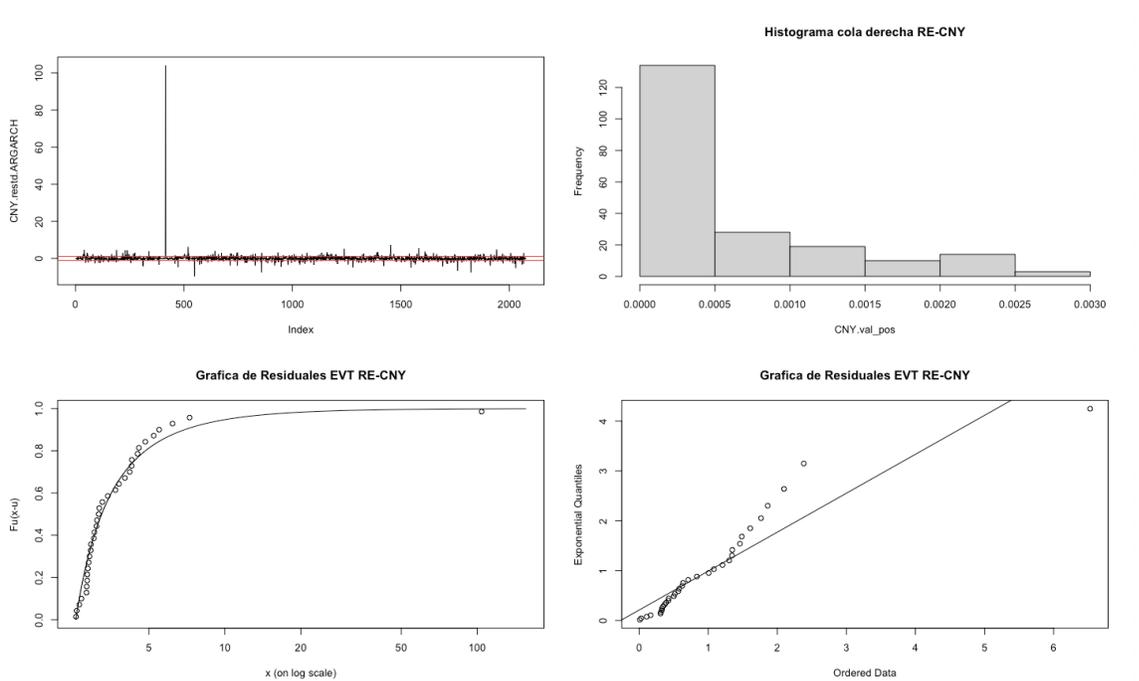
**Gráficas de valores extremos del dólar (DXY)**



Nota: Elaboración propia con el software RStudio versión 2022.07.1+554.

**Tabla 20**

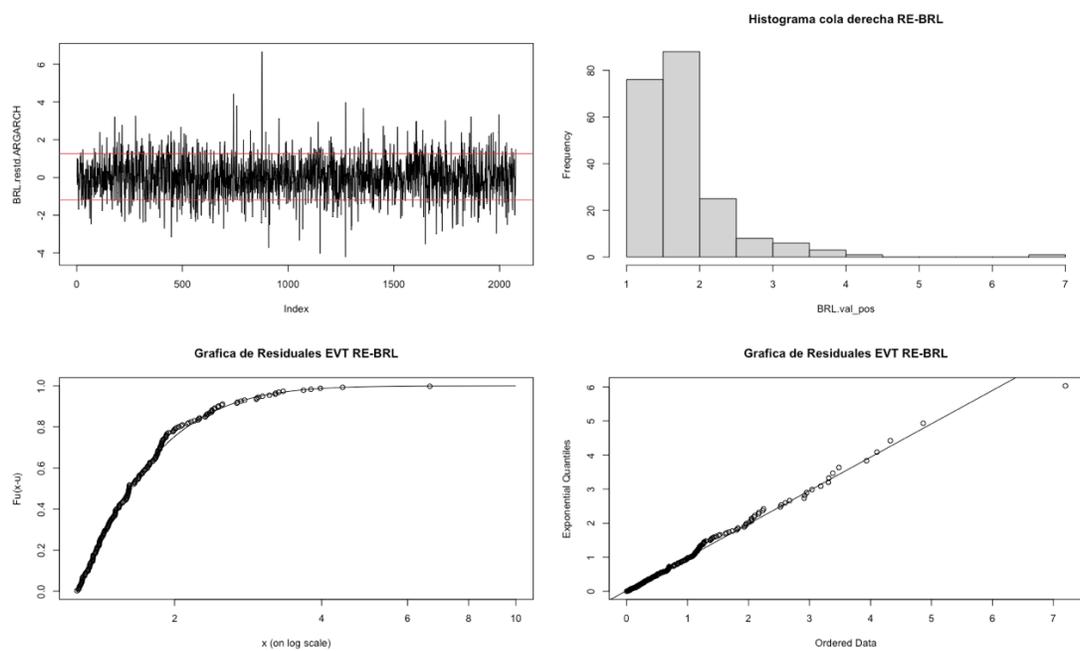
**Gráficas de valores extremos del yuan (CNY)**



Nota: Elaboración propia con el software RStudio versión 2022.07.1+554.

**Tabla 21**

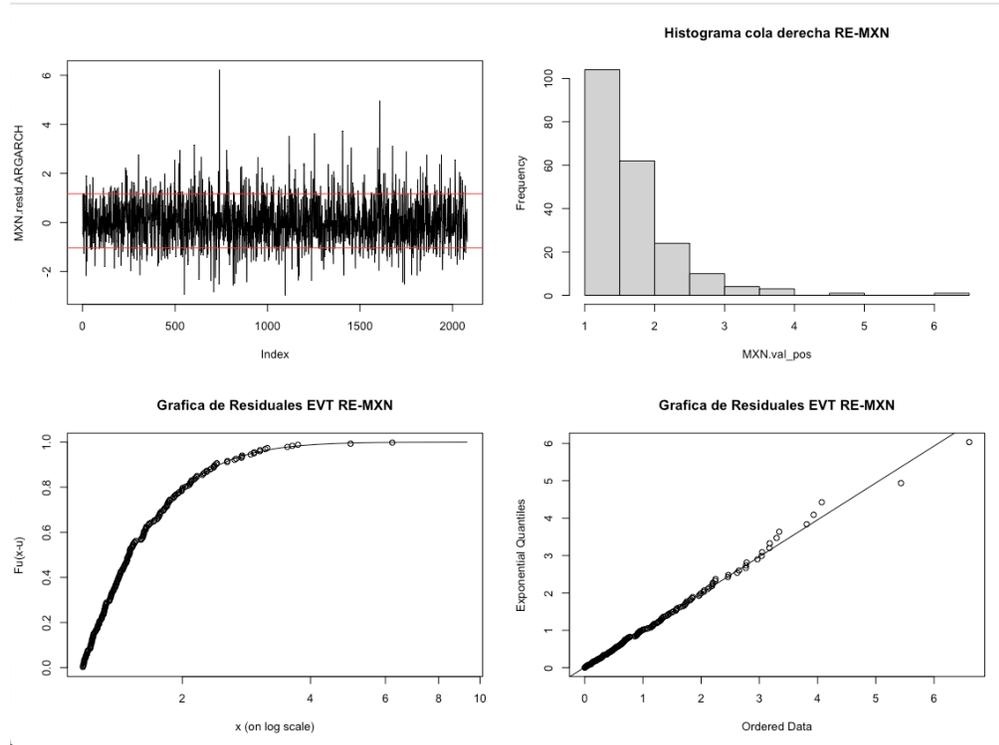
**Gráficas de valores extremos del real (BRL)**



Nota: Elaboración propia con el software RStudio versión 2022.07.1+554.

**Tabla 22**

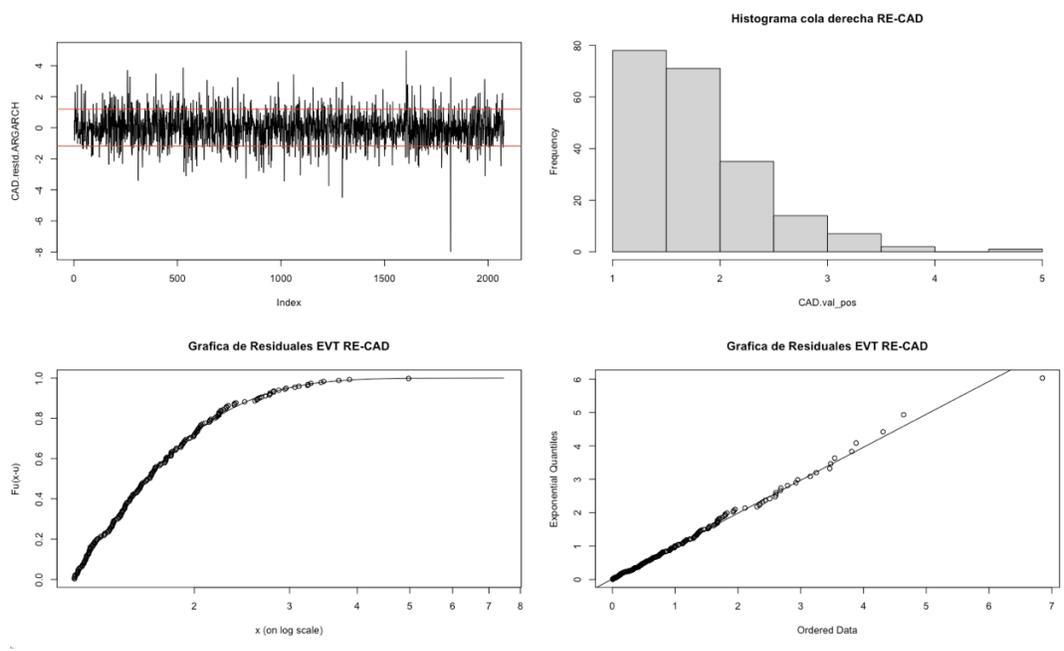
**Gráficas de valores extremos del peso mexicano (MXN)**



Nota: Elaboración propia con el software RStudio versión 2022.07.1+554.

**Tabla 23**

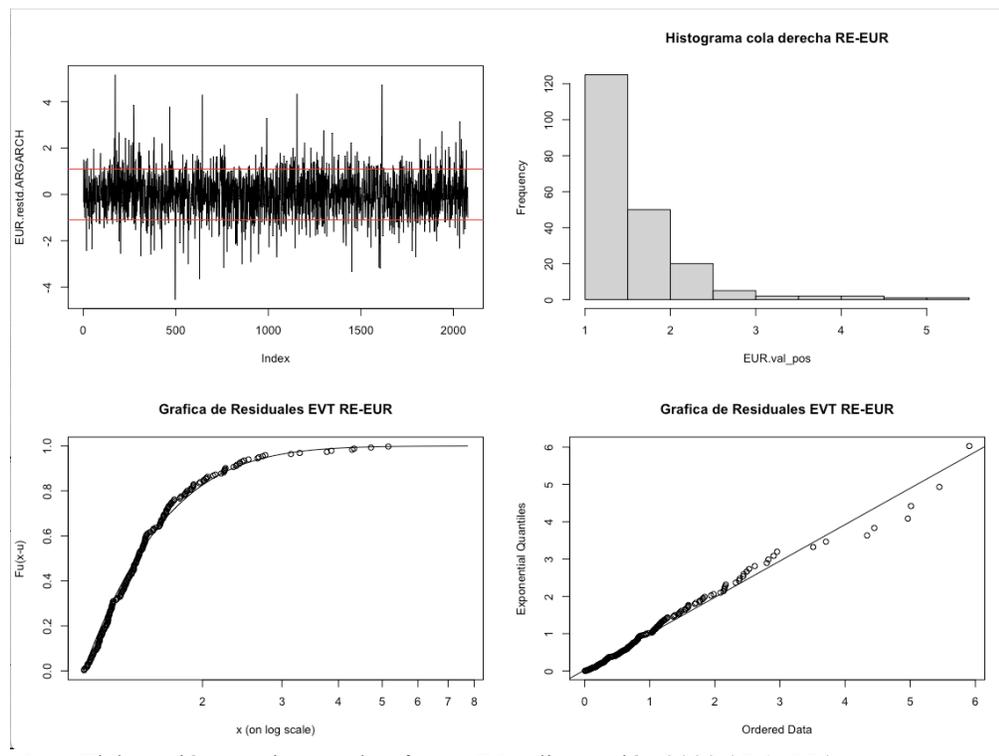
**Gráficas de valores extremos del dólar australiano (CAD)**



Nota: Elaboración propia con el software RStudio versión 2022.07.1+554.

**Tabla 24**

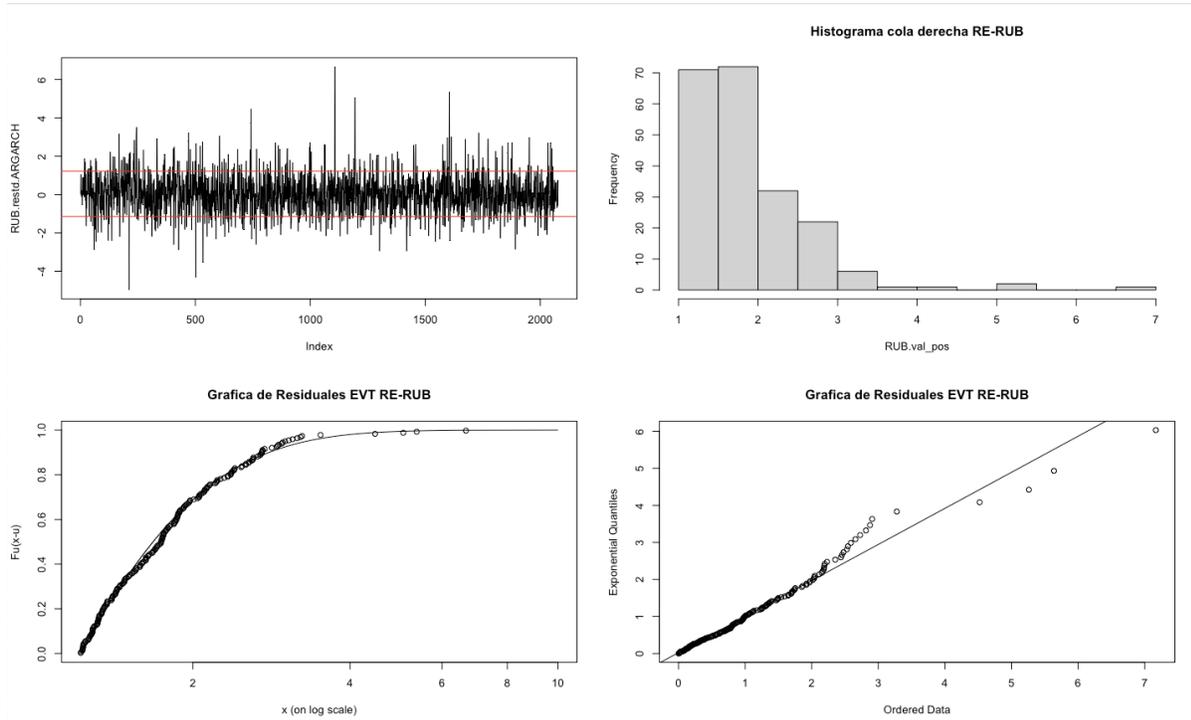
**Gráficas de valores extremos del euro (EUR)**



Nota: Elaboración propia con el software RStudio versión 2022.07.1+554.

**Tabla 25**

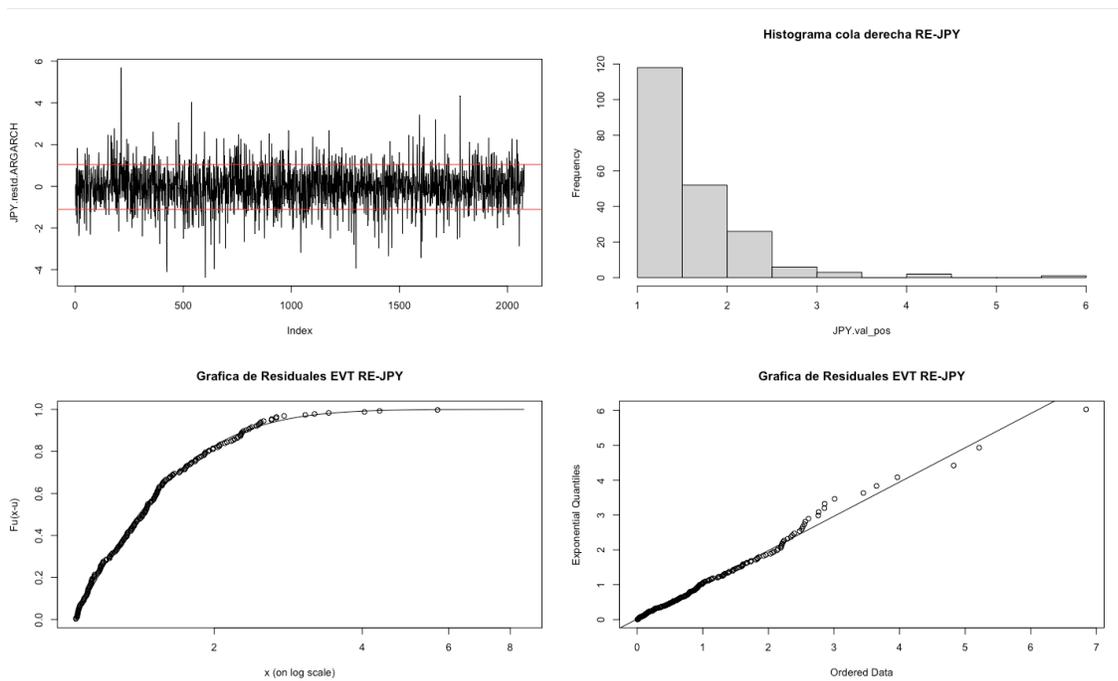
**Gráficas de valores extremos del rublo (RUB)**



Nota: Elaboración propia con el software RStudio versión 2022.07.1+554.

**Tabla 26**

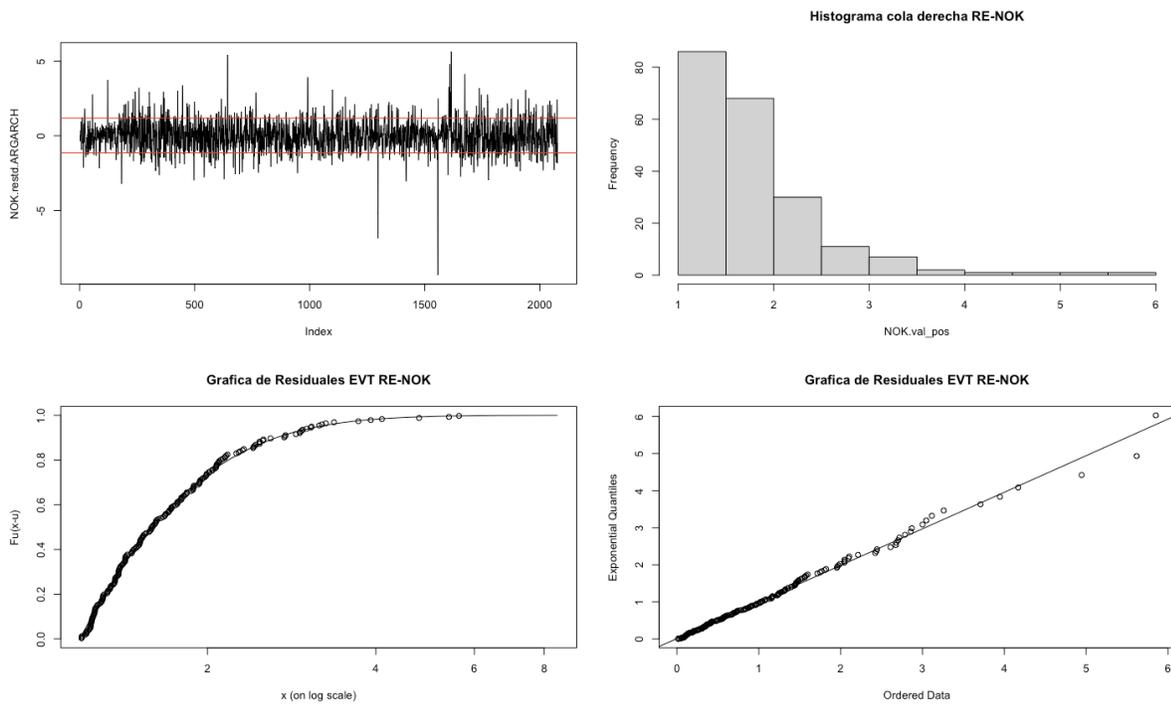
**Gráficas de valores extremos del yen (JPY)**



Nota: Elaboración propia con el software RStudio versión 2022.07.1+554.

**Tabla 27**

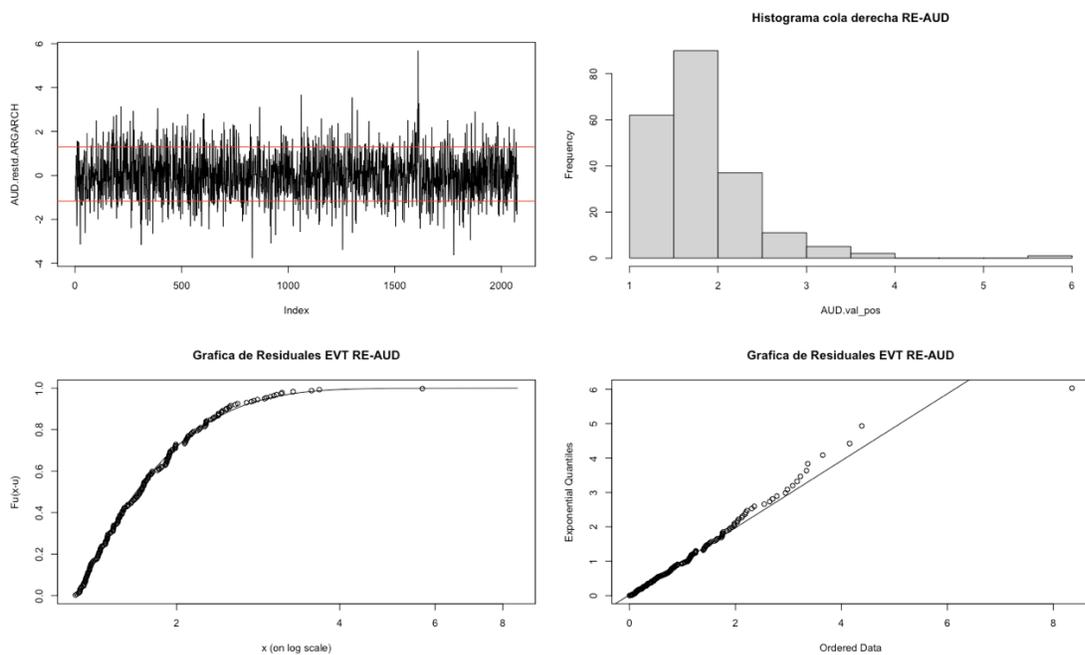
**Gráficas de valores extremos de la corona (NOK)**



Nota: Elaboración propia con el software RStudio versión 2022.07.1+554.

**Tabla 28**

**Gráficas de valores extremos del dólar australiano (AUD)**



Nota: Elaboración propia con el software RStudio versión 2022.07.1+554.

Si se analizan previamente las gráficas incluidas dentro del estudio, el peso colombiano (COP) muestra una gran cantidad de datos por fuera de la línea roja trazada en la gráfica de los residuales estandarizados. A su vez, como lo muestra el histograma, se presenta una cola con una caída asimétrica y larga, la cual concuerda con la de los países emergentes. Estos resultados están en congruencia con los presentados en la asimetría y curtosis y la confirmación de no normalidad en la serie. También, si se evalúa el caso del yuan (CNY), este presenta una cola corta en el eje  $X$ , pero con una gran dimensión en el eje  $Y$ , como se advierte en el histograma. Esto se demuestra en la gráfica de residuales estandarizados, en la que se presentan *outliers*, muy por fuera de la volatilidad normal de la serie. Esta demuestra el impacto de la pandemia del COVID-19 en la moneda de su país de origen. El comportamiento descrito hace que la caída de la cola derecha sea asimétrica.

Si se toma en cuenta el histograma del peso colombiano (COP), la gráfica muestra una mayor similitud con el del real (BRL) que con el peso mexicano (MXN), aunque ambas monedas tienen una cola más larga que el primero. Esto puede demostrar un comportamiento en cola más similar al real (BRL). En general, todos los países presentan modelos ajustados, según la gráfica de la distribución de exceso de distribución, así como en la gráfica exponencial de los residuales (tabla 29).

**Tabla 29**

***Resultados de la distribución generalizada de Pareto (GPD)***

<b>ISO</b>	<b>Asimetría</b>	<b>Curtosis</b>	<b>Q(90)</b>	<b>Perfil</b>	<b>Escala</b>
COP	0,85	3,89	1,22 %	0,08	0,49
DXY	0,07	2,59	1,13 %	0,01	0,50
CNY	0,23	6,90	1,10 %	0,69	0,77
BRL	0,17	3,55	1,26 %	0,11	0,48
MXN	0,98	8,55	1,17 %	0,36	1,34
CAD	-0,05	2,72	1,20 %	-0,04	0,63
EUR	0,08	3,24	1,09 %	0,13	0,47
RUB	1,13	12,64	1,22 %	0,04	0,65
JPY	-0,09	3,73	1,04 %	0,08	0,51
NOK	0,96	14,23	1,18 %	0,09	0,58
AUD	0,12	1,46	1,30 %	-0,01	0,56

*Nota:* Elaboración propia con datos extraídos con el *software* RStudio versión 2022.07.1+554.

La primera conclusión que se puede evaluar de los resultados del modelo es que todos los países presentan comportamientos en la cola derecha por fuera de los supuestos de normalidad. Esto se demuestra en los datos de perfil y escala de los países, donde se forman encogimientos de la cola fuera de lo normal. Lo anterior se refuerza con los datos de asimetría y curtosis, en los que la mayoría de los países rompen los supuestos de normalidad de asimetría igual a cero y curtosis igual a tres.

Las monedas de los dos países que resaltan por tener los valores más altos son el peso mexicano (MXN) y el yuan (CNY). Este último muestra el impacto que tuvo la pandemia sobre la moneda del país de origen, con una volatilidad relevante en la cola derecha. Además, algunas monedas que también resaltan por el perfil de la cola, son el real (BRL) y el euro (EUR). También, si se evalúan los datos de la escala, las que resaltan son el rublo (RUB) y el dólar canadiense (CAD).

Por otro lado, al analizar los datos del perfil, el dólar canadiense (CAD) y el dólar australiano (AUD) presentan valores negativos. Además de valores cercanos a cero en el dólar (DXY). En la primera moneda mencionada, los resultados concuerdan con la asimetría negativa. Así mismo, para las tres monedas los resultados están en línea con una curtosis menor a 3. Igualmente, al tomar en cuenta los menores valores de la escala, estos se presentan en el euro (EUR), el real (BRL) y el peso colombiano (COP). Esto muestra un encogimiento de la curva similar entre los tres países.

Los resultados muestran un comportamiento de cola similar entre el peso colombiano (COP) y el real (BRL). A su vez, se evidencia un menor impacto de cola en las monedas de los países desarrollados, como el dólar (DXY), el dólar canadiense (CAD), el euro (EUR) y el yen (JPY). Por último, se demuestra el impacto de la pandemia sobre el yuan (CNY), pues las gráficas muestran datos *outliers*, además de valores mayores en escala y perfil de la cola derecha.

### 3.3 Dependencia

#### 3.3.1 Medidas de concordancia y linealidad

Para el análisis de dependencia se empieza a aplicar la división de los datos en periodos precrisis y crisis. Además, se realiza un análisis sobre el periodo total. Por otro lado, como se explica en la metodología, en la primera parte del estudio de dependencia se analizaron los valores Kendall, Spearman y Pearson. Esto con el fin de tener una vista preliminar de cálculos basados en la concordancia y la linealidad de las variables, para posteriormente compararlos con los resultados obtenidos en las cópulas (tabla 30).

**Tabla 30**

*Resultados de concordancia y linealidad del periodo total*

COP	ISO	Región	Periodo total		
			Kendall	Spearman	Pearson
	DXY	América	0,12	0,18	0,17
	CNY	Asia	0,11	0,16	0,07
	BRL	América	0,05	0,07	0,08
	MXN	América	0,19	0,28	0,26
	CAD	América	0,04	0,07	0,08
	EUR	Europa	-0,02	-0,03	-0,03
	RUB	Europa	0,08	0,12	0,13
	JPY	Asia	-0,02	-0,04	-0,05
	NOK	Europa	0,03	0,04	0,06
	AUD	Oceanía	0,04	0,06	0,06

*Nota:* Elaboración propia con datos extraídos con el *software* RStudio versión 2022.07.1+554.

**Tabla 31****Resultados de concordancia y linealidad del periodo precrisis**

COP	ISO	Región	Periodo precrisis		
			Kendall	Spearman	Pearson
	DXY	América	0,12	0,18	0,18
	CNY	Asia	0,05	0,08	0,02
	BRL	América	0,08	0,12	0,12
	MXN	América	0,15	0,22	0,18
	CAD	América	0,09	0,13	0,16
	EUR	Europa	-0,01	-0,01	-0,01
	RUB	Europa	0,12	0,17	0,20
	JPY	Asia	-0,03	-0,04	-0,06
	NOK	Europa	0,06	0,09	0,12
	AUD	Oceanía	0,07	0,11	0,12

*Nota:* Elaboración propia con datos extraídos con el *software* RStudio versión 2022.07.1+554.

**Tabla 32****Resultados de concordancia y linealidad del periodo de crisis**

COP	ISO	Región	Periodo crisis		
			Kendall	Spearman	Pearson
	DXY	América	0,08	0,12	0,10
	CNY	Asia	0,17	0,25	0,03
	BRL	América	0,02	0,03	0,03
	MXN	América	0,23	0,34	0,33
	CAD	América	-0,01	-0,01	0,01
	EUR	Europa	-0,06	-0,08	-0,07
	RUB	Europa	0,03	0,04	0,04
	JPY	Asia	-0,01	-0,02	-0,03
	NOK	Europa	-0,02	-0,03	-0,01
	AUD	Oceanía	0,00	0,00	-0,02

*Nota:* Elaboración propia con datos extraídos con el *software* RStudio versión 2022.07.1+554.

De acuerdo con los resultados obtenidos en el periodo total, las monedas de los países que tienen un mayor nivel de contagio con el peso colombiano (COP) son: el peso mexicano (MXN), el dólar (USD) y el yuan (CNY). Los resultados obtenidos en el peso mexicano (MXN) concuerdan con los evidenciados en el correlograma del análisis preliminar.

También los resultados de la relación con el dólar (USD) son esperados, debido a la relación que se tiene con esa moneda al ser la base de cotización. Por último, la relación con el yuan (CNY) demuestra el contagio financiero presentado en el peso colombiano (COP) por el país de origen del COVID-19. Estos resultados concuerdan con lo expresado en el marco teórico, en el sentido en que los países donde se origina la crisis se convierten en exportadores de volatilidad y contagio hacia otras economías.

Al momento de analizar los periodos divididos, se encuentra un aumento importante en contagio financiero con el peso mexicano (MXN) y con el yuan (CNY). De manera sorpresiva, el nivel de contagio para el real (BRL) y el dólar (USD) disminuyó al momento de inicio de la crisis. Estos resultados concuerdan con los de Loaiza-Maya *et al.* (2015) en su análisis de las tasas de cambio de Brasil, Chile, Colombia y México, durante el periodo 2005-2012. En ese estudio se encuentran diferencias en el contagio en periodos de apreciación y depreciación, a lo cual los autores denominan “asimetría en el contagio”. Con ello se refieren a que en los diferentes periodos expresados se pueden dar asimetrías en el comportamiento del contagio, de modo que algunos países presentan aumentos en la dependencia y otros disminuciones.

También, estos resultados pueden contrastarse con los expuestos en el estudio de Xu y Lien (2020), en el que se presentan disminuciones en la dependencia con el yen (JPY), debido a que es usada como moneda de reserva de la crisis. Entonces, se podría interpretar que el real (BRL) y usualmente el dólar (USD), fueron usadas como moneda de refugio en los mercados emergentes e integrados en América.

Por otro lado, las correlaciones negativas encontradas en el euro (EUR) y el yen (JPY) se mantienen para todos los periodos estudiados. Este resultado concuerda con las correlaciones presentadas en el correlograma preliminar. Para la primera moneda mencionada, se presenta un aumento en la dependencia negativa entre las monedas al momento de iniciar la crisis. En cambio, para la segunda, se evidencia una disminución en el nivel de contagio, acercándose a la independencia.

Al igual que el yen (JPY), las monedas de otros países presentan disminuciones en los niveles de contagio, entre las cuales se encuentran el rublo (RUB) y el dólar australiano (AUD). Por otra parte, se encuentran monedas de países que tienen un cambio en la relación de dependencia, en la que pasan de relaciones positivas a negativas, atravesando la independencia. Entre estas se encuentra el dólar canadiense (CAD) y la corona (NOK).

### 3.3.2 Resultado modelo cópulas

En las tablas 33, 34 y 35 se presentan los resultados obtenidos en las cópulas, con los indicadores mencionados en la metodología.

**Tabla 33**

***Resultados del modelo cópula periodo total***

	ISO	Región	Periodo Total									
			Familia	Parám. 1	Parám. 2	Kendall's tau	DCI	DCD	LLH	AIC	P-Valor	
<b>COP</b>	DXY	América	Student's <i>t</i>	0,18	24,93	0,12				34,57	-65,14	< 0.01
	CNY	Asia	Student's <i>t</i>	0,17	10,32	0,11	0,02	0,02	36,07	-68,13	< 0.01	
	BRL	América	Gaussiana	0.08		0.05			5.95	-9,91	< 0.01	
	MXN	América	Frank	1.78		0.19			84.16	-166,32	< 0.01	
	CAD	América	Joe	1.09		0.05		0.11	14,9 9	-27,98	< 0.01	
	EUR	Europa	Gaussiana	-0,03		-0,02			1.09	-0,18	0.17	
	RUB	Europa	Survival Clayton	0.15		0.07	0.01		18.5 4	-35,07	< 0.01	
	JPY	Asia	Rotated Gumbel 270 degrees	-1.02		-0.02			3.57	-5.13	0.11	
	NOK	Europa	Survival Clayton	0.09		0.04			7.08	-12.17	0.05	
	AUD	Oceanía	Student's <i>t</i>	0.06	12.12	0.04			9.57	-15.14	< 0.01	

*Nota:* Elaboración propia con datos extraídos con el *software* RStudio versión 2022.07.1+554.

**Tabla 34**

**Resultados del modelo cópula periodo precrisis**

	ISO		Periodo precrisis							
	Familia	Parám. 1	Parám. 2	Kendall's tau	DCI	DCD	LLH	AIC	P-Valor	
<b>COP</b>	DXY	Frank	1,13		0,12			19,27	-36,53	< 0.01
	CNY	Survival Clayton	0,11		0,05			5,66	-9,31	< 0.01
	BRL	Survival Gumbel	1.08		0.07	0.1		9.83	-17,65	< 0.01
	MXN	Frank	1.4		0.15			28.21	-54,42	< 0.01
	CAD	Gumbel	1.11		0.1		0.13	17.23	-32,45	< 0.01
	EUR	Student's <i>t</i>	-0,01	15.73	-0,01			2,07	-0,13	0.78
	RUB	Gaussiana	0.19		0.12			20.41	-38.82	< 0.01
	JPY	Student's <i>t</i>	-0.05	9.3	-0.03	0.01	0.01	5.9	-7.8	0.18
	NOK	Gumbel	1.06		0.06		0.08	8.03	-14.06	< 0.01
	AUD	Student's <i>t</i>	0.12	7.31	0.07	0.03	0.03	14.83	-25.66	< 0.01

*Nota:* Elaboración propia con datos extraídos con el *software* RStudio versión 2022.07.1+554.

**Tabla 35**

**Resultados del modelo cópula periodo crisis**

	ISO		Periodo Crisis							
	Familia	Parám. 1	Parám. 2	Kendall's tau	DCI	DCD	LLH	AIC	P-Valor	
<b>COP</b>	DXY	Frank	0,75		0,08			4,83	-7,66	< 0.01
	CNY	Student's <i>t</i>	0,27	8,47	0,18	0,04	0,04	27,36	-50,73	< 0.01
	BRL	Frank	0.2		0.02			0.35	1.31	0.38
	MXN	Gaussiana	0.36		0.23			41.96	-81,92	< 0.01
	CAD	Student's <i>t</i>	-0.01	10.1	0,0	0.01	0.01	2.34	-0,69	0.82
	EUR	Frank	-0.5		-0.06			2.19	-2.39	0.03
	RUB	Survival Clayton	0.06		0.03			0.99	0.02	0.27
	JPY	Rotated Clayton 270 degrees	-0.03		-0.01			0.2	1.59	0.63
	NOK	Rotated Joe 270 degrees	-1.04		-0.02			1.11	-0.21	0.45
	AUD	Joe	1.03		0.02	0.04		0.56	0.88	1

*Nota:* Elaboración propia con datos extraídos con el *software* RStudio versión 2022.07.1+554.

Como se mencionó en la metodología, al momento de estudiar el periodo de crisis se aplicaría una ampliación del modelo cópula para las familias de dos parámetros, abriendo la posibilidad de tomar una mayor cantidad de estructuras de dependencia entre las monedas, debido al momento de alta volatilidad. En la tabla 36 se presentan los resultados para los modelos que arrojaron un menor AIC.

**Tabla 36**

***Resultados del modelo cópula ampliado periodo de crisis***

ISO	Periodo crisis								
	Familia	Parám. 1	Parám. 2	Kendall's tau	DCI	DCD	LLH	AIC	P-Valor
COP	BRL	Rotated Tawn type 2 180 degrees	11.1		0		2.07	-0.13	0.38
	RUB	INDEPENDENCIA	0		0		0	0	0.27
	JPY	INDEPENDENCIA	0		0		0	0	0.63
	NOK	Rotated Tawn type 2 270 degrees	-1.65	0.03	-0.02		2.83	-1.66	0.45
	AUD	INDEPENDENCIA	0		0		0	0	1

*Nota:* Elaboración propia con datos extraídos con el *software* RStudio versión 2022.07.1+554.

Como primera observación de los resultados, se muestra un cambio en las familias de cópulas al momento de cambiar los intervalos de tiempo, de modo que para la mayoría de monedas se evidencian cópulas, parámetros y valores Kendall diferentes para cada periodo analizado. Esto demuestra una evolución en las estructuras de dependencia entre los países, mostrando la variedad de estas entre dos monedas con el paso del tiempo. Además, corrobora el beneficio de las cópulas explicado en secciones anteriores, con lo cual poseen amplia flexibilidad para entender diferentes formas de dependencia.

Los resultados mencionados anteriormente, son similares a los encontrados en H. Wang *et al.* (2020), quienes analizan las dinámicas de las estructuras de dependencia de 39 monedas durante los años 2005-2009, divididos por la crisis financiera de 2007; así como a los del estudio aplicado

por Loaiza-Maya *et al.* (2015), en el periodo comprendido entre 2005-2012, de seis monedas latinoamericanas durante la crisis posterior a 2007, y al realizado por Xu y Lien (2020) sobre las estructuras de dependencia del yuan (CNY) durante la guerra comercial con EE. UU.

Así mismo, existen estudios sobre las estructuras de dependencia durante el COVID-19 que muestran un cambio en los parámetros al momento de iniciar la crisis. Entre estos, se encuentra el realizado por Benkraiem *et al.* (2022), quienes analizan diez índices accionarios de países asiáticos para evaluar el impacto de la pandemia. Por su parte, Xu *et al.* (2021) estudian las fluctuaciones dinámicas en el mercado monetario internacional, para las economías BRICS. En conclusión, en todos los estudios realizados sobre las diferentes crisis financieras se muestran modificaciones en las estructuras de dependencia al momento de cambiar los intervalos de tiempo, lo que muestra que la interdependencia entre los países no es constante.

Para los resultados enfocados en el periodo total, se confirman los obtenidos en el análisis de concordancia, linealidad y correlograma, donde las monedas que presentan un mayor nivel de dependencia con el peso colombiano (COP) son el peso mexicano (MXN), el dólar (USD) y el yuan (CNY). Incluso, este último presenta una dependencia en ambas colas, lo que evidencia la transmisión del contagio financiero por la pandemia del COVID-19. A su vez, se mantienen las relaciones de dependencia negativas con el yen (JPY) y el euro (EUR).

Por otro lado, para los resultados en el periodo precrisis, se muestra una mayor dependencia con los países de la región de América, enfocada en el peso mexicano (MXN), el dólar (USD) y el real (BRL). Además, se muestra una dependencia muy leve con el dólar canadiense (CAD), lo que confirma los resultados presentados en el correlograma, en el que se menciona que esta última tiene una mayor correlación con las monedas de Europa y el dólar australiano (AUD).

Cabe resaltar el nivel de dependencia que se muestra con el rublo (RUB), lo cual puede estar explicado por la relación que tiene la tasa de cambio con los precios del petróleo y la tendencia a moverse en conjunto con el *commodity*, como se explicó en secciones anteriores.

Al analizar los resultados obtenidos en el periodo de crisis, se muestra un aumento en el contagio financiero con el peso mexicano (MXN), el yuan (CNY) y el euro (EUR). Esto demuestra la importante relación que existe entre el peso colombiano (COP) y el peso mexicano (MXN), durante el periodo estudiado. Además, confirma que el país originario de la crisis del COVID-19 se convirtió en un exportador de volatilidad hacia otras economías.

Para estas tres monedas, los resultados concuerdan con los encontrados en Xu y Lien (2020), en los que se demuestra un aumento en los movimientos comunes del mercado monetario al momento de iniciar la crisis. Esto lleva a concluir que existe una intensificación de la dependencia, en momentos de extrema volatilidad. Así mismo, los resultados también concuerdan con Tachibana (2018), quien concluye que existe una intensificación en la interdependencia en tiempos volátiles.

En los estudios realizados por Xu *et al.* (2021) sobre los efectos de la pandemia del COVID-19 en las dependencias del mercado monetario en las economías BRICS, se encuentra que las que se forman entre el yuan (CNY) y los demás pares decaen al momento de iniciar la crisis y siguen disminuyendo a medida que aumentan los casos de contagio en China. Los resultados pueden contrastarse con el presente estudio, debido a que el peso colombiano (COP) mostró un aumento relevante en la dependencia con el yuan (CNY) y una caída con el real (BRL). Por esto, si se utiliza el peso colombiano (COP) como un *proxy* del yuan (CNY), ambos presentan una caída en la dependencia al momento de iniciar la pandemia del COVID-19 con el real (BRL).

Los resultados sobre el yuan (CNY) concuerdan con los obtenidos por Akhtaruzzaman *et al.* (2020), donde se estudia el contagio durante el COVID-19 en los retornos de las acciones de

compañías financieras y no financieras, tomando como base a China frente a los países del G7. En este se pudo concluir que “China y Japón parecen ser transmisores netos de excedentes de volatilidad, mostrando una similitud entre el contagio financiero y el contagio por el virus” (Akhtaruzzaman *et al.*, 2020, p. 4).

Así mismo, se encuentran resultados similares en el estudio de Tachibana (2018), quien analiza el contagio entre el mercado de acciones de EE. UU. y diferentes monedas del mundo durante la crisis financiera de 2008. El autor concluye que “las monedas de las economías locales tienen una relación positiva con el mercado de acciones de Estados Unidos, la cual se intensifica al momento que este último incrementa sus niveles de volatilidad” (Tachibana, 2018, p. 13). Lo cual demuestra que los países donde se originan las crisis se convierten en exportadores de volatilidad hacia otros. En este sentido, los resultados del presente estudio confirman que China fue transmisor de volatilidad al momento de iniciar la crisis.

Por otro lado, los resultados se pueden contrastar con los encontrados en Xu y Lien (2020) y Tachibana (2018), en el sentido en que los países de la misma región tienden a interdependizarse entre ellos al momento de estallar la crisis. Para el presente estudio sobre el peso colombiano (COP) ello se cumple en parte, debido a que existe un aumento importante en el contagio con el peso mexicano (MXN), pero una disminución con el dólar (USD) y el real (BRL).

Lo anterior demuestra que la moneda en Colombia presentó una asimetría en el contagio, con relación a sus pares de la región de América, al mostrar una diferencia en el comportamiento del contagio en los periodos de apreciación y depreciación (Loaiza-Maya *et al.*, 2015). Cabe resaltar que, si bien se produjo una disminución en el nivel de dependencia con el dólar (USD) después del estallido de la crisis, esta sigue siendo muy significativa para el peso colombiano (COP), si se compara con los demás países.

Igualmente, se confirman los resultados presentados en el análisis de concordancia y linealidad, donde se produce una disminución en el nivel de dependencia con el rublo (RUB), el yen (JPY) y el dólar australiano (AUD). Estas monedas se encuentran en niveles cercanos a la independencia en el transcurso de la crisis. Además, la caída más significativa se produjo en el rublo (RUB), el cual contaba con un nivel de dependencia importante en el periodo precrisis y muestra signos de cambio de dependencia al momento del estallido de la crisis, con un cambio de signo en el parámetro de la cópula y su valor Kendall.

Este resultado concuerda con el presentado en el análisis previo de concordancia y linealidad. Esto también se constata en el estudio de Xu y Lien (2020) sobre el yen (JPY), donde se observa un incremento persistente en el contagio de cinco monedas durante la guerra comercial entre China y EE. UU., a excepción del yen (JPY). En el mismo trabajo se interpreta que esta moneda pudo haberse usado como método de cobertura o moneda de refugio, en el comportamiento de las demás monedas. Por esta razón, se utilizan las mismas conclusiones para el comportamiento entre el peso colombiano (COP) y el rublo (RUB), donde este último se empleó como método de cobertura.

Por otra parte, se deben resaltar los resultados obtenidos en la dependencia en colas del dólar canadiense (CAD) durante el periodo precrisis, el cual demuestra movimientos conjuntos con el peso colombiano (COP) en los periodos de baja volatilidad. Lo cual no se trasladó al comportamiento de las monedas durante el COVID-19, cuando el dólar canadiense (CAD) se separó del comportamiento de la región de América para seguir a las monedas de Europa y al dólar australiano (AUD).

#### 4. Conclusiones

De los resultados presentados en el apartado anterior, se derivan las conclusiones que se exponen a continuación.

La mayoría de las series violan los supuestos de normalidad en el comportamiento de la distribución. Esto se puede concluir al analizar los resultados del análisis preliminar, con asimetría en las series de tiempo y curtosis por encima de 3. Además, de acuerdo con las gráficas presentadas en la teoría de valores extremos (EVT), se puede evidenciar que el comportamiento en colas que tuvieron las monedas se aleja de un comportamiento normal, donde la crisis del COVID-19 muestra impactos de cola por encima de los esperados en los supuestos. Entonces, se puede confirmar lo presentado en el marco teórico, donde se mencionó que las series financieras, en su mayoría de ocasiones, presenta comportamientos no normales.

Por otro lado, al analizar los resultados presentados en el correlograma y en el ítem de dependencia, el peso colombiano muestra una relación muy importante con el peso mexicano en el periodo estudiado. Mostrando los mayores indicadores de dependencia en los resultados del correlograma, en los análisis de concordancia y linealidad y en las cópulas. Además, otras monedas que presentan comportamientos relevantes son el dólar (DXY) y el yuan (CNY).

Igualmente, se puede concluir que el peso colombiano presentó correlaciones negativas con el euro (EUR) y el yen (JPY), según los resultados presentados en el correlograma, en los indicadores de concordancia y linealidad y en las cópulas. También, se puede resaltar que al momento de iniciar la crisis, se presentan caídas en los niveles de contagio con el real (BRL), el dólar (DXY), el yen (JPY), el rublo (RUB) y el dólar australiano (AUD). Estos resultados se pueden evidenciar en el análisis de concordancia y linealidad y en las cópulas. Cabe destacar que aunque se presenta una

caída en la dependencia con el dólar (DXY), su nivel sigue siendo relevante si se compara con las monedas de los demás países.

Por otra parte, se puede concluir que el país de origen de la crisis se convierte en un exportador de volatilidad hacia otros mercados. Esto se constata en los resultados del modelo de valores extremos (EVT), que evidencian un comportamiento extremo en la cola derecha de la distribución, el cual se confirma con los datos de curtosis, donde se muestran colas pesadas. Del mismo modo, en los resultados se encontró que esta volatilidad llegó al peso colombiano (COP), como lo muestran los resultados presentados en el correlograma, en el análisis de concordancia y linealidad y en las cópulas. Asimismo, se confirma con los indicadores de dependencia en la cola derecha e izquierda entre el peso colombiano (COP) y el yuan (CNY), al momento de iniciar la crisis. Por esta razón, se puede corroborar lo enunciado en el marco teórico, puesto que los países que son origen de la crisis son exportadores de volatilidad, la cual tuvo un impacto en el peso colombiano (COP) al presentarse un incremento relevante con la interdependencia del yuan (CNY).

El aumento en el contagio y la recepción de volatilidad no solo se evidenció en el yuan (CNY), sino que también se presentó con el peso mexicano (MXN) y el euro (EUR). Entonces, estos resultados concuerdan con lo descrito en el marco teórico, ya que al inicio de la crisis se presenta un aumento en la dependencia entre los activos financieros. Por otro lado, como se mencionó antes, tuvo disminuciones en el contagio con otras de las monedas analizadas, como en el caso del real (BRL) y el dólar (DXY). Por tanto, se podría concluir que el peso colombiano (COP) presentó asimetría en el contagio durante la crisis del COVID-19, al tener diferencias en las apreciaciones y depreciaciones con las otras monedas.

Estos resultados son congruentes con los encontrados en Loaiza-Maya *et al.* (2015). Además, pueden contrastarse con los presentados en Xu y Lien (2020), donde se muestra una caída en los

niveles de dependencia con las monedas que son usadas como cobertura. Esto permite concluir que el real (BRL) y el dólar (DXY) fueron utilizados como monedas de refugio contra los demás activos estudiados. Estos resultados se presentan en el análisis de concordancia y linealidad y en las cópulas.

En adición, al analizar los resultados que arrojan las cópulas, se puede concluir que las estructuras de dependencia entre los países del estudio no es constante durante el tiempo, debido a que se presentan cambios en las familias de cópulas que explican la dependencia entre los pares de monedas, al momento de cambiar los intervalos de tiempo. Por un lado, esto confirma lo explicado en el marco teórico, dado que las estructuras de dependencia y contagio que existen entre los países comportan cambios constantes a lo largo del tiempo. Por otro lado, demuestra los beneficios de flexibilidad en las cópulas, descritos en el mismo apartado, donde se menciona que las cópulas poseen numerosas opciones para explicar las diferentes dependencias que se pueden presentar entre los activos.

Por último, se puede concluir, de acuerdo con los resultados del análisis de concordancia y linealidad y las cópulas en el momento precrisis, que el peso colombiano (COP) poseía un alto contagio regional según los indicadores de dependencia con el peso mexicano (MXN), el real (BRL) y el dólar (DXY). No obstante, estos resultados solo se mantienen durante el periodo analizado, debido a que al momento de iniciar la crisis se presentó una asimetría en el contagio del peso colombiano (COP), como se mencionó antes.

Además, cabe resaltar el desempeño con el dólar canadiense (CAD), que, como ya se mencionó, tuvo un comportamiento separado de la región de América y siguió uno alineado con Europa y el dólar australiano (AUD). Estos resultados se confirman en el correlograma, en los indicadores de concordancia y linealidad y en las cópulas. Finalmente, otro resultado que se puede concluir del

momento precrisis es la relación del peso colombiano (COP) con el rublo (RUB), debido a su alto nivel de dependencia antes de iniciar la crisis. Esto confirma la inferencia expresada en el marco teórico de las tasas de cambio con el precio del petróleo, el cual es un activo relevante en el nivel de exportaciones de Rusia y Colombia.

## 5. Recomendaciones

Como recomendaciones al presente estudio, se incluye, en primer lugar, la metodología aplicada en H. Wang *et al.* (2020), que recomienda utilizar modelos de cópulas con familias mixtas, lo cual permite ampliar la flexibilidad en la explicación de estructuras de dependencia complejas que se pueden dar entre los activos. Esto debido a que fusionan las estructuras de dos familias separadas para formar una única y compararla con los residuales estandarizados continuos uniformes de ambas series de tiempo, en la aplicación del modelo cópula.

En segundo lugar, con el fin de mejorar el modelo cópula aplicado, se recomienda utilizar modelos de cópulas condicionales en lugar de estáticas. Estos modelos se aplican en los estudios de Hsieh y Huang (2012), Paltalidis y Patsika (2020), Xu y Lien (2020) y Zhang y Jiang (2019); en especial, se aplica el modelo *Time Varying* presentado en Patton (2006). Este hace posible analizar las estructuras de dependencia entre los activos financieros de forma dinámica, debido a que permite estudiar los cambios que se puedan presentar con el paso del tiempo.

En el presente estudio se aplicaron las cópulas estáticas en diferentes intervalos de tiempo, y de esta forma se pudo concluir que los movimientos comunes entre los activos no son constantes en el tiempo. Este supuesto es la base en el modelo de Patton (2006); en adición, proporciona más información sobre los cambios en la dependencia en las colas de las cópulas. Otra de las

metodologías que permite el cambio de los parámetros de las cópulas en el tiempo, es el modelo *EDAS (Estimation of Distribution Algorithms)*, aplicado en Kupka *et al.* (2018).

En tercer lugar, otra recomendación sobre el modelo de las cópulas es utilizar la metodología R-Vine aplicada en Loaiza-Maya *et al.* (2015). Esta permite crear árboles de dependencia de distribuciones multivariadas, lo cual facilita conocer la dependencia entre un mayor número de variables para tener una mejor claridad de los movimientos conjuntos entre diferentes variables, y no solo de un par del mismo tipo.

Esta metodología también la aplica Tachibana (2018), al tener en cuenta los retornos accionarios de las economías locales, los retornos de la moneda local y el retorno accionario de EE. UU. Además, se podría seguir la metodología aplicada en Davidson (2020), que incluye variables macroeconómicas dentro del análisis de los activos. Esto con el fin de incluir variables que tienen un impacto relevante en los movimientos conjuntos entre los activos y los cambios que se producen entre las estructuras de dependencia.

Por otro lado, en la metodología utilizada para los marginales del modelo cópula, se recomienda emplear la evaluada en Xu y Lien (2020, 2021), quienes aplican el modelo *GAS (Generalized Autoregressive Score)*. Comparado con los modelos GARCH, este modelo permite “explotar la densidad completa de la distribución, por encima de solo la media y los momentos de alta volatilidad de la serie financiera” (Xu & Lien, 2020, p. 2).

Por último, se recomienda seguir la metodología aplicada en Davidson (2020), en la cual se utilizan datos mensuales de los activos, con un plazo más amplio de años totales. Esto facilita analizar el comportamiento y las consecuencias de los movimientos conjuntos en el largo plazo.

## Referencias

- Akhtaruzzaman, M., Boubaker, S., & Sensoy, A. (2020). Financial Contagion During COVID-19 Crisis. *Finance Research Letters, Forthcoming*. <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.3584898>
- Atalan, A. (2020). Is the lockdown important to prevent the COVID-19 pandemic? Effects on psychology, environment and economy-perspective. *Annals of Medicine and Surgery, 56*, 38-42. <https://doi.org/10.1016/j.amsu.2020.06.010>
- Baker, S. R., Bloom, N., Davis, S. J., Kost, K., Sammon, M., & Viratyosin, T. (2020). The Unprecedented Stock Market Reaction to COVID-19. *The Review of Asset Pricing Studies, 10*(4), 742-758. <https://doi.org/10.1093/rapstu/raaa008>
- Benkraiem, R., Garfatta, R., Lakhel, F., & Zorgati, I. (2022). Financial contagion intensity during the COVID-19 outbreak: A copula approach. *International Review of Financial Analysis, 81*(C). <https://doi.org/10.1016/j.irfa.2022.102136>
- Bollerslev, T. (1986). *Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*. Elsevier.
- Celik, S. (2012). The more contagion effect on emerging markets: The evidence of DCC-GARCH model. *Economic Modelling, 29*(5), 1946-1959. <https://doi.org/10.1016/j.econmod.2012.06.011>
- Chiang, T. C., Jeon, B. N., & Li, H. (2007). Dynamic correlation analysis of financial contagion: Evidence from Asian markets. *Journal of International Money and Finance, 26*(7), 1206-1228. <https://doi.org/10.1016/j.jimonfin.2007.06.005>
- Collins, D., & Biekpe, N. (2003). Contagion: a fear for African equity markets? *Journal of Economics and Business, 55*(3), 285-297. [https://doi.org/10.1016/S0148-6195\(03\)00020-1](https://doi.org/10.1016/S0148-6195(03)00020-1)
- Comisión Económica para América Latina y el Caribe [CEPAL]. (2021). *Balance preliminar de las economías de América Latina y el Caribe 2021*. CEPAL. <https://repositorio.cepal.org/handle/11362/47669>

- Conlon, T., & McGee, R. (2020). Safe haven or risky hazard? Bitcoin during the COVID-19 bear market. *Finance Research Letters*, 35. <https://doi.org/10.1016/j.frl.2020.101607>
- Corbet, S., Hou, Y., Hu, Y., & Oxley, L. (2020). The influence of the COVID-19 pandemic on asset-price discovery: Testing the case of Chinese informational asymmetry. *International Review of Financial Analysis*, 72. <https://doi.org/10.1016/j.irfa.2020.101560>
- Cryer, J. D., & Chan, K-S. (2008). *Time Series Analysis: With Applications in R* (2.<sup>a</sup> ed.). Springer.
- Cubillos-Rocha, J. S., Gómez-González, J. E., & Melo-Velandia, L. F. (2019). Detecting exchange rate contagion using copula functions. *North American Journal of Economics & Finance*, 47, 13-22. <https://doi.org/10.1016/j.najef.2018.12.001>
- Czado, C. (2019). *Analyzing Dependent Data with Vine Copulas*. Springer.
- Davidson, S. N. (2020). Interdependence or contagion: A model switching approach with a focus on Latin America. *Economic Modelling*, 85, 166-197. <https://doi.org/10.1016/j.econmod.2019.05.015>
- Engle, R. F. (1982). Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation. *Econometrica*, 50(4), 987-1007. <https://doi.org/10.2307/1912773>
- Forbes, K. J., & Rigobon, R. (2002). No Contagion, Only Interdependence: Measuring Stock Market Comovements. *The Journal of Finance*, 57(5), 2223-2261. <https://doi.org/10.1111/0022-1082.00494>
- Guerrero Bueno, L. L., Caraballo, L. J. y Fajardo Ortiz, E. J. (2019). Aplicación de un modelo de Vectores Autorregresivos VAR para medir el efecto de la variación de los precios del petróleo sobre el tipo de cambio en Colombia. *Revista Gestión y Desarrollo Libre*, 4(7), 206-240. [https://revistas.unilibre.edu.co/index.php/gestion\\_libre/article/view/8139](https://revistas.unilibre.edu.co/index.php/gestion_libre/article/view/8139)
- Haugh, M. (2016). Risk Management and Time Series. *IEOR E4602: Quantitative Risk Management*. [https://martin-haugh.github.io/files/QRM/TimeSeries\\_RiskManagement.pdf](https://martin-haugh.github.io/files/QRM/TimeSeries_RiskManagement.pdf)

- Hsieh, C.-H., & Huang, S.-C. (2012). Time-Varying Dependency and Structural Changes in Currency Markets. *Emerging Markets Finance & Trade*, 48(2), 94-127. <https://doi.org/10.2753/REE1540-496X480206>
- Janus, J. (2021). The COVID-19 shock and long-term interest rates in emerging market economies. *Finance Research Letters*, 43. <https://doi.org/10.1016/j.frl.2021.101976>
- Koliai, L. (2016). Extreme risk modeling: An EVT–pair-copulas approach for financial stress tests. *Journal of Banking and Finance*, 70, 1-22. <https://doi.org/10.1016/j.jbankfin.2016.02.004>
- Kupka, I., Kiseľák, J., Ishimura, N., Yoshizawa, Y., Salazar, L., & Stehlík, M. (2018). Time evolutions of copulas and foreign exchange markets. *Information Sciences*, 467, 163-178. <https://doi.org/10.1016/j.ins.2018.07.052>
- Loaiza-Maya, R. A., Gómez-González, J. E., & Melo-Velandia, L. F. (2015). Exchange rate contagion in Latin America. *Research in International Business and Finance*, 34, 355-367. <https://doi.org/10.1016/j.ribaf.2015.02.019>
- McKibbin, W. J., & Fernando, R. (2020). The Global Macroeconomic Impacts of COVID-19: Seven Scenarios. *CAMA Working Paper*, (19/2020). <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.3547729>
- Nelsen, R. B. (2006). *Properties and applications of copulas: A brief survey*. <https://w4.stern.nyu.edu/ioms/docs/sg/seminars/nelsen.pdf>
- Organización Mundial de la Salud [OMS]. (2020, abril 27). *COVID-19: cronología de la actuación de la OMS*. <https://www.who.int/es/news/item/27-04-2020-who-timeline---covid-19>
- Paltalidis, N., & Patsika, V. (2017). Asymmetric Dependence in International Currency Markets. *The European Journal of Finance*, 26(10), 994-1017. <https://doi.org/10.1080/1351847X.2019.1650089>
- Patton, A. J. (2006). Modelling Asymmetric Exchange Rate Dependence. *International Economic Review*, 47(2), 527-556. <https://www.jstor.org/stable/3663514>

- Pericoli, M., & Sbracia, M. (2003). A Primer on Financial Contagion. *Journal of Economic Surveys*, 17(4), 571-608. <https://doi.org/10.1111/1467-6419.00205>
- Ramelli, S., & Wagner, A. F. (2020). Feverish Stock Price Reactions to COVID-19. *Review of Corporate Finance Studies*, 9(3), 622-655. <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.3550274>
- Saadat, S., Rawtani, D., & Hussain, C. M. (2020). Environmental perspective of COVID-19. *Science of the Total Environment*, 728. <https://doi.org/10.1016/j.scitotenv.2020.138870>
- Tachibana, M. (2018). Safe-haven and hedge currencies for the US, UK, and Euro area stock markets: A copula-based approach. *Global Finance Journal*, 35, 82-96. <https://doi.org/10.1016/j.gfj.2017.07.001>
- Wang, J., Niu, X., Liu, Z., & Zhang, L. (2020). Analysis of the influence of international benchmark oil price on China's real exchange rate forecasting. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 94. <https://doi.org/10.1016/j.engappai.2020.103783>
- Wang, H., Yuan, Y., Li, Y., & Wang, X. (2020). Financial contagion and contagion channels in the forex market: A new approach via the dynamic mixture copula-extreme value theory. *Economic Modelling*, 94, 401-414. <https://doi.org/10.1016/j.econmod.2020.10.002>
- Wang, P., & Zong, L. (2020). Contagion effects and risk transmission channels in the housing, stock, interest rate and currency markets: An Empirical Study in China and the U.S. *North American Journal of Economics and Finance*, 54. <https://doi.org/10.1016/j.najef.2019.101113>
- Xu, Y., & Lien, D. (2020). Dynamic exchange rate dependences: The effect of the U.S.-China trade war. *Journal of International Financial Markets, Institutions and Money*, 68, 1-14. <https://doi.org/10.1016/j.intfin.2020.101238>
- Xu, Y., & Lien, D. (2021). COVID-19 and currency dependences: Empirical evidence from BRICS. *Finance Research Letters*, 45. <https://doi.org/10.1016/j.frl.2021.102119>

- Yang, L., Cai, X. J., Zhang, H., & Hamori, S. (2016). Interdependence of foreign exchange markets: A wavelet coherence analysis. *Economic Modelling*, 55, 6-14. <https://doi.org/10.1016/j.econmod.2016.01.022>
- Zhang, G., & Liu, W. (2018). Analysis of the international propagation of contagion between oil and stock markets. *Energy*, 165(A), 469-486. <https://doi.org/10.1016/j.energy.2018.09.024>
- Zhang, X., & Jiang, H. (2019). Application of Copula function in financial risk analysis. *Computers and Electrical Engineering*, 77, 376-388. <https://doi.org/10.1016/j.compeleceng.2019.06.011>
- Zorgati, I., Lakhali, F., & Zaabi, E. (2019). Financial contagion in the subprime crisis context: A copula approach. *North American Journal of Economics and Finance*, 47, 269-282. <https://doi.org/10.1016/j.najef.2018.11.014>