



Escuela de Economía y Finanzas  
Maestría en Administración Financiera – MAF  
**ESTIMACIÓN DE LA VOLATILIDAD A TRAVÉS DE LOS  
SUPUESTOS TEÓRICOS DE GODINHO Y BRANDÃO EN LA  
VALORACIÓN POR MEDIO DE OPCIONES REALES: CASO  
APLICADO A UN PROYECTO DEL SECTOR PETROLERO EN  
COLOMBIA**

**NUBIA MARCELA PRADA SÁNCHEZ  
MARTHA ELIZABETH MORENO ESCOBAR**

**UNIVERSIDAD EAFIT  
ESCUELA DE ECONOMÍA Y FINANZAS  
MAESTRÍA EN ADMINISTRACIÓN FINANCIERA  
BOGOTÁ**

**2017**

Escuela de Economía y Finanzas  
Maestría en Administración Financiera – MAF  
**ESTIMACIÓN DE LA VOLATILIDAD A TRAVÉS DE LOS  
SUPUESTOS TEÓRICOS DE GODINHO Y BRANDÃO EN LA  
VALORACIÓN POR MEDIO DE OPCIONES REALES: CASO  
APLICADO A UN PROYECTO DEL SECTOR PETROLERO EN  
COLOMBIA**

**Trabajo presentado como requisito parcial para optar al título de  
magíster en Administración Financiera**

**NUBIA MARCELA PRADA SÁNCHEZ<sup>1</sup>**

**MARTHA ELIZABETH MORENO ESCOBAR<sup>2</sup>**

**Asesor: Julián Pareja Vasseur, MF**

**UNIVERSIDAD EAFIT  
ESCUELA DE ECONOMÍA Y FINANZAS  
MAESTRÍA EN ADMINISTRACIÓN FINANCIERA**

**BOGOTÁ**

**2017**

---

<sup>1</sup> marcelapradas@gmail.com

<sup>2</sup> marthamore2@yahoo.es

Escuela de Economía y Finanzas  
Maestría en Administración Financiera – MAF

**Resumen**

En la actualidad los agentes del mercado requieren valorar sus inversiones con el objetivo de asegurar la maximización de la rentabilidad y la minimización del riesgo, por lo cual se aplican diferentes herramientas de valoración, como el flujo de caja descontado (*discounted cash flow* o DCF), múltiplos, tasa interna de retorno (*internal rate of return* o IRR) y valor económico agregado (*economic value added* o EVA), entre otros; el DCF es el método de mayor aplicación; sin embargo, no contempla variables como la flexibilidad y la incertidumbre en la valuación. Es así como la administración financiera provee otros instrumentos, como la valoración por medio de opciones reales, que incluye el impacto de alternativas operacionales tales como diferir, abandonar, expandir, parar, reiniciar y reducir, e incorpora el elemento de volatilidad, cuyo cálculo ha sido estudiado por diversos autores como Black y Scholes, Copeland y Antikarov, Herath y Park, Brandão, Godinho y Davis.

En dicho contexto, la presente investigación está orientada a analizar la metodología más idónea para estimar la volatilidad mediante el uso de los supuestos teóricos de Brandão y Godinho y determinar su impacto en la toma de decisiones para un proyecto del sector de petróleo y gas en Colombia, para lo cual se calculó el valor del proyecto por medio de opciones reales mediante la utilización de la volatilidad más exacta y se comparó con el resultado obtenido por el método de DCF.

**Palabras clave:** valoración de empresas, flujo de caja descontado, opciones reales, volatilidad.

***Abstract***

*In the present market players require to assess their investments with the aim of ensuring the maximization of the profitability and the minimization of risk, therefore, apply different tools of valuation, as the discounted cash flow (DCF), multiples, internal rate of return (IRR), economic value added (EVA), among others; being the DCF method of greater implementation; however, this does not provide for such variables as the flexibility and the uncertainty in the valuation. It is as well as, financial management provides other instruments such as the valuation by real options, which includes the impact of operational alternatives, such*

Escuela de Economía y Finanzas  
Maestría en Administración Financiera – MAF

*as delay, abandon, expand, stop, restart and reduce, and incorporates the element of volatility, whose calculation has been studied by various authors as Black & Scholes, Copeland and Antikarov, Herath and Park, Brandão, Godinho and Davis.*

*In this context, this research aims to analyze the most suitable methodology for estimating the volatility through the use of theoretical assumptions of Brandão and Godinho, and determine its impact on decision making for a project of the sector of oil and gas in Colombia, for it is calculated the value of the project by real options, using more exact volatility, and will be compared with the result obtained by the DCF method.*

**Key words:** *valuation of companies, discounted cash flow, real options, volatility.*

## Introducción

En la dinámica de la economía actual, los agentes que participan en el mercado tienen como prioridades sobre sus inversiones, maximizar su rentabilidad y establecer coberturas con el fin de mitigar el riesgo al que se exponen; en tal sentido, la teoría de planeación y administración financiera provee una serie de herramientas entre las que se incluyen las metodologías de valoración de activos de capital, que están orientadas a estimar el valor justo o apropiado con el cual es posible realizar una determinada transacción.

En el contexto de la valuación de activos y, de modo específico, en cuanto a la valoración de empresas y de proyectos, el método utilizado con mayor frecuencia corresponde al DCF, que permite de manera sencilla determinar el precio de un activo mediante la estimación de sus flujos de caja futuros para descontarlos a una tasa ajustada por riesgo; esta metodología, a pesar de sus múltiples fortalezas, deja de lado la variable incertidumbre y la flexibilidad operativa, que surgen como condiciones críticas al momento de realizar cualquier tipo de estimación (Mun, 2002). Con el fin de subsanar esta debilidad, es posible encontrar de desarrollo más reciente, un método no tradicional de valoración, como es el enfoque de opciones reales (*real options approach* o ROA), que incluye el impacto de alternativas operacionales tales como diferir, abandonar, expandir, suspender, cambiar o reducir, entre otras, e incorpora, además, un elemento fundamental conocido como la volatilidad.

Numerosos estudios han indicado que para aplicar correctamente el método ROA se hace necesaria una buena estimación de la volatilidad porque permite encontrar una

Escuela de Economía y Finanzas

Maestría en Administración Financiera – MAF

valoración más ajustada y acertada; en este sentido, la literatura refiere la importancia del anterior hecho, como lo sugirió Trigeorgis (1990), quien concluyo que desde los puntos de vista analítico y empírico un incremento en este factor en un 50% podría resultar en un aumento del 40% de la opción real, mientras que Keswani y Shackleton (2006) plantearon variaciones de más de 210% en el valor de la opción real cuando la volatilidad se incrementa del 10% al 30% (Brandão, Dyer y Hahn, 2012). En consecuencia, la volatilidad se convierte en uno de los principales parámetros para la estimación de la valoración por medio de ROA porque puede alterar el resultado y la razonabilidad, es decir, puede dar lugar a una subvaloración o sobrevaloración en la opción. Al respecto, la revisión de la literatura muestra que existen diversas metodologías de estimación de la volatilidad como las expuestas por Trigeorgis (1990; 1996), Dixit y Pindick (1994), Davis (1998), Copeland y Antikarov (2001), Herath y Park (2002), Godinho (2006) y Brandão, Dyer y Hahn (2005a; 2012).

En este contexto, el presente trabajo de investigación está orientado a analizar dos de las metodologías de más reciente aparición que se emplean para estimar la volatilidad mediante el uso de los supuestos teóricos de autores como Brandão y Godinho y a determinar su impacto en la toma de decisiones para un proyecto del sector petrolero en Colombia.

### **Marco conceptual**

En la actualidad, una de las metodologías más utilizadas para valorar todo tipo de activos es el DCF, que ofrece un enfoque determinístico de corto plazo por medio del que se establece el valor de la empresa o del proyecto a través de la estimación de los flujos de

Escuela de Economía y Finanzas

Maestría en Administración Financiera – MAF

dinero que se generarán en el futuro para descontarlos a una tasa ajustada por riesgo que surge con ellos y tiene completa relación con los mismos (Mun, 2002; Vidarte, 2009; Pareja Vasseur y Cadavid Pérez, 2016).

Esta metodología presenta evidentes deficiencias entre las que se cuentan: (a) no contempla el valor de la flexibilidad en los programas de inversión, (b) subestima el valor de los activos cuando existen opciones, (c) no considera la habilidad de la gerencia directiva para tomar decisiones, (d) presupone que todos los resultados futuros son fijos, (e) contempla el riesgo y el retorno de la inversión de manera estática, (f) se basa exclusivamente en la información que esté disponible en el momento del análisis y (g) no considera la naturaleza variable de la tasa de descuento que corresponde por lo común al costo promedio ponderado de capital (*weighted average cost of capital* o WACC) a través del tiempo, lo cual puede generar la subestimación o la sobreestimación de un proyecto de inversión en particular (Mun 2002; Schwartz y Trigeorgis, 2004; Hinojosa, 2012).

Como un método alternativo de valoración ante las limitaciones expuestas surgió el ROA (Myers y Turnbull, 1977), que complementa el tradicional DCF y permite incluir la flexibilidad del negocio (Pareja Vasseur y Cadavid Pérez, 2016). El método ROA se define como el derecho, mas no la obligación, de ejercer una decisión a un determinado precio de ejercicio y período. Los tipos de opciones que se evalúan con ROA son los siguientes (Copeland y Antikarov, 2001):

**Tabla 1.** *Tipos de opciones*

Tipo de opción	Definición
Opción de diferir	Corresponde a una opción <i>call</i> americana, que se define como la posibilidad que se tiene de retrasar el inicio de un proyecto y se puede ejercer en cualquier momento hasta la fecha de vencimiento (Hull, 2009, p. 333)
Opción de expandir	Es una opción <i>call</i> americana que se refiere a expandir un proyecto mediante la inversión de determinada cuantía para aumentar las operaciones
Opción de abandonar o contraer	Es, desde el punto de vista formal, una opción <i>put</i> americana que se entiende como la de abandonar o contraer un proyecto a un precio determinado
Opción de extender	Es una opción <i>call</i> americana que permite extender la vida de un proyecto mediante el pago de un precio de ejercicio

Fuente: elaboración propia

En el mencionado contexto, Titman y Martin (2009) expusieron que el uso del ROA puede presentar errores tales como utilizar una volatilidad equivocada, suponer que el precio de ejercicio de la opción real es fijo y sobrestimar la flexibilidad. Por lo anterior, esta investigación se centró en el análisis de la estimación y el impacto de la volatilidad en ROA como una de las variables de mayor relevancia en el modelo, que se define como la incertidumbre acerca de cómo evolucionará una determinada variable, tanto en dirección,



Escuela de Economía y Finanzas

Maestría en Administración Financiera – MAF

es decir, si aumentará o disminuirá, como también en velocidad, que se entiende como el porcentaje de cambio que tendrá (Rodríguez, 2001).

En su forma básica la volatilidad corresponde como *proxy* a la desviación estándar, definida como una medida de dispersión de los datos con respecto al valor promedio, que cuantifica el riesgo de los retornos de un activo y se denota con el símbolo  $\sigma$  o  $S$ , según la procedencia de la serie de datos, y corresponde a la raíz cuadrada positiva de la varianza.

Varianza muestral:

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (R_i - \bar{R})^2}{n-1} \quad (1.1)$$

Desviación estándar muestral:

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (R_i - \bar{R})^2}{n-1}} \quad (1.2)$$

A continuación se exponen algunas de las metodologías más recientes empleadas para la estimación de la volatilidad, como las definidas por Copeland y Antikarov (2001), Godinho (2006) y Brandão *et al.* (2005a, 2012), basadas en la técnica de Monte Carlo que busca desarrollar la probabilidad de distribución para una tasa de retorno superior al promedio (Velásquez Orozco, 2010).

**Método de renuncia de activos comercializados (*market asset disclaimer*) o de Copeland y Antikarov: CyA (2001)**

El método de la simulación del valor presente (*present value* o PV) mediante modelos logarítmicos se basa en el enfoque de renuncia de activos comercializados (*marketed asset disclaimer* o MAD) y la prueba de Samuelson (*Samuelson's proof*), en los que la tasa de retorno de cualquier activo sigue una caminata aleatoria (*random walk*). Los autores centraron su investigación en los problemas de la estimación de la volatilidad, en

Escuela de Economía y Finanzas

Maestría en Administración Financiera – MAF

razón a que en estudios anteriores se indicaba que ella no es la misma para un proyecto, ni para las variables de entrada del mismo, y mucho menos es igual a la de la firma.

En el desarrollo de este estudio se demostró cómo utilizar el enfoque de Monte Carlo para valorar un proyecto por medio de la estimación de las propiedades estocásticas de las variables que impulsan la volatilidad. La simulación de Monte Carlo permite modelar las correlaciones cruzadas entre los diversos insumos, tales como el precio y la cantidad, así como las propiedades de series de tiempo, como ocurre en procesos de reversión a la media. Asimismo, analizaron dos enfoques para estimar una medida unificada de la volatilidad, la utilización de datos históricos y la estimación subjetiva proporcionada por la gerencia, cuyo resultado entrega una única estimación de la volatilidad denominada consolidada, que se construye a partir de numerosas incertidumbres (Copeland y Antikarov, 2001).

**Análisis de Montecarlo para combinar las incertidumbres**

Para ilustrar la utilización del análisis de Montecarlo, CyA (2001) utilizaron un proyecto simple de siete años con los siguientes supuestos: el proyecto no es estocástico, no hay opciones para ampliar la vida útil del mismo y hay incertidumbre sobre tres parámetros de entrada:

- a. El precio por unidad, que está autocorrelacionado consigo mismo a través del tiempo.
- b. La cantidad o volumen de venta, que está correlacionada en sentido positivo con el precio.
- c. El costo variable por unidad, que presenta una correlación positiva con la cantidad.

Escuela de Economía y Finanzas  
Maestría en Administración Financiera – MAF

En sus inicios, en el modelo solo se contempló el precio como la variable que poseía incertidumbre y más tarde se le adicionaron otras fuentes de la misma. Con respecto al primer escenario, se supone que existe incertidumbre en las estimaciones del precio, sin importar las bandas de confianza que se decidió utilizar, debido a que la simulación permitió capturar diferentes valores; asimismo, se considera que los errores de la estimación estaban correlacionados en sentido positivo a través del tiempo con una autocorrelación de 90%, lo que implica que si se subestima el precio que se puede conseguir en un año es muy probable que se haya subestimado para el siguiente período. Esta dependencia se denomina autocorrelación y si es negativa implica que un valor alto es más probable que sea seguido por un valor bajo, y viceversa, que se conoce como procesos de reversión a la media (*mean-reverting procedures*).

Con posterioridad se hizo el análisis de Montecarlo con el programa *Crystal Ball* para construir el precio con incertidumbre en el modelo. Para ello se estableció la distribución de probabilidad para esta variable de entrada, se definió su autocorrelación y por último se analizó la distribución de probabilidad de la variable de salida, que permitió extraer la desviación estándar, utilizada en la construcción del árbol de decisión u opción real; por lo tanto, la variable de interés fue:

$$z = \ln\left(\frac{PV_1 + FCF_1}{PV_0}\right) \quad (1.3)$$

Esta variable se calcula con el PV en el período 0 ( $PV_0$ ), que es constante, y la iteración de las variables de entrada en el período 1, es decir, los flujos de caja esperados (simulados):

$$PV_1 = \sum_{t=2}^7 \frac{FCF_t}{(1+WACC)^{t-1}} \quad (1.4)$$

### Movimiento browniano geométrico

CyA (2001) en la fase inicial se centraron en la estimación subjetiva de una única fuente de incertidumbre y supusieron la no existencia de autocorrelación. Una de las hipótesis más simples es que la incertidumbre sigue un movimiento browniano geométrico (*geometric brownian motion* o GBM) en el que su valor en el próximo período ( $V_{t+\Delta t}$ ) es igual a su valor en el actual período ( $V_t$ ), multiplicado por un factor de crecimiento continuo  $r$  durante un intervalo  $\Delta t$ . La tasa de crecimiento  $r$  es una variable aleatoria con distribución normal y con crecimiento constante esperado  $\bar{r}$  y desviación estándar constante  $\sigma$  (Copeland y Antikarov, 2001, p.260):  $V_{t+\Delta t} = V_t e^{r\Delta t}$ . Ver demostración del intervalo de confianza para la tasa continua  $r$  en el apéndice.

Para un período  $t = n\Delta t$ , el crecimiento esperado total es la suma de las tasas anuales de crecimiento de  $r_i$  con  $i=1, \dots, n$ .

$$\bar{R}_T = \sum_{i=1}^T \bar{r}_i \quad (1.5)$$

En consecuencia, los extremos superior e inferior del intervalo de confianza de 95% de los valores del activo son: superior  $[V_T] = V_0 e^{\sum_{i=1}^T r_i + 2\sigma\sqrt{T}}$  e inferior  $[V_T] = V_0 e^{\sum_{i=1}^T r_i - 2\sigma\sqrt{T}}$ .

Si se espera que la incertidumbre siga un crecimiento continuo, se reemplaza la suma de crecimientos  $\sum r_i$  en el período con el producto del crecimiento promedio y el número total de períodos,  $\bar{r}T$ .

Escuela de Economía y Finanzas

Maestría en Administración Financiera – MAF

Si la forma general de la incertidumbre se ha determinado y si la trayectoria esperada de los datos se ha incorporado, la previsión al final del período  $t$  de la incertidumbre tiene el valor esperado de  $E(V_T)$ . Con un 95 por ciento de confianza, si los expertos ofrecen mayor o menor valor de  $V$ , se puede calcular la volatilidad de la tasa de crecimiento como:

$$\sigma = \frac{\ln \left[ \frac{V_T^{Superior}}{V_0} \right] - \sum_{i=1}^n r_i}{2\sqrt{T}} \quad (1.6)$$

$$\sigma = \frac{\sum_{i=1}^n r_i - \ln \left[ \frac{V_T^{Inferior}}{V_0} \right]}{2\sqrt{T}} \quad (1.7)$$

A continuación se utilizó la simulación de Monte Carlo para cada año y se definió el crecimiento de ventas,  $R_t$ , como una variable aleatoria con distribución normal con desviación estándar  $\sigma$ . El valor de la incertidumbre para un año dado se genera mediante la fórmula  $V_t = V_{t-\Delta t} e^{r_i}$ .

Por último, la estimación consolidada de la volatilidad que se calcula a través del criterio de valor presente neto (*net present value* o NPV) es el que se utiliza en el árbol de decisión, que se considera como el activo subyacente riesgoso del que depende la aplicación del método ROA.

### **Estimación de la volatilidad según Godinho (2006)**

Godinho (2006) estudió el método propuesto por CyA (2001) y propuso tres procedimientos alternativos para estimar la volatilidad, para lo cual consideró un proyecto con un flujo de caja de inversión inicial conocido  $F_0$ , una serie de flujos de caja futuros

Escuela de Economía y Finanzas  
Maestría en Administración Financiera – MAF

inciertos  $F_t$ ,  $t = 1, \dots, T$  y una tasa de descuento continua compuesta  $r$  y definió las siguientes variables:

- a. Valor de mercado del proyecto (*market value* o  $MV_n$ ): valor de los flujos de caja que van a ocurrir después del momento  $n$ , descontados en  $n$  a una tasa  $r$ .

$$MV_n = \sum_{t=n+1}^T F_t e^{-r(t-n)} \quad (1.8)$$

- b. Valor actual del proyecto (*present worth* o  $PW_n$ ): MV en el momento  $n$  más el flujo de caja actual:

$$PW_n = MV_n + F_n = \sum_{t=n+1}^T F_t e^{-r(t-n)} + F_n = \sum_{t=n}^T F_t e^{-r(t-n)} \quad (1.9)$$

- c. Valor actual en el momento 0 -  $PW_0$ : NPV del proyecto.
- d. Variable aleatoria -  $k_n$ : representa la volatilidad o la tasa de retorno continua compuesta del proyecto entre los momentos  $n-1$  y  $n$ . A partir del PV del proyecto en el momento  $n$  se obtiene  $k_n$ , así:

$$PW_n = MV_{n-1} e^{k_n} \quad (1.10)$$

$$e^{k_n} = \frac{PW_n}{MV_{n-1}}$$

$$\ln e^{k_n} = \ln\left(\frac{PW_n}{MV_{n-1}}\right)$$

$$k_n = \ln\left(\frac{PW_n}{MV_{n-1}}\right) \quad (1.11)$$

Escuela de Economía y Finanzas

Maestría en Administración Financiera – MAF

Por otra parte, Godinho (2006) analizó el modelo de estimación de la volatilidad mediante la incorporación explícita del momento en el cual se estiman los flujos de caja y la información que está disponible, para lo cual consideró  $E_n(F_t)$  como el valor esperado del flujo de caja en el momento  $t = n + 1$ , calculado en el momento  $n$  con la información disponible, donde:

$$\text{Valor de mercado: } MV_n = \sum_{t=n+1}^T E_n(F_t) e^{-r(t-n)} \quad (1.12)$$

$$\text{Valor presente en el momento } n = PW_n = \sum_{t=n}^T E_n(F_t) e^{-r(t-n)} \quad (1.13)$$

**Análisis de Godinho (2006) sobre el método propuesto por CyA (2001)**

Copeland y Antikarov (2001) propusieron utilizar la simulación de Monte Carlo para construir una distribución de probabilidad para  $k_1$ , cuya desviación estándar corresponde a la volatilidad del proyecto, para lo cual sugirieron que:

- a. El valor de mercado en el momento 0 ( $MV_0$ ) se calcula a partir del  $PV_0$  estimado con los flujos de caja esperados en el mismo, por lo que con posterioridad se mantiene constante, de modo que solo el valor presente en el momento 1 ( $PW_1$ ) se itera en la simulación.
- b. La volatilidad del proyecto es constante. Si cambia con el tiempo, el método puede adaptarse mediante la estimación de la desviación estándar de  $k_n$  para diferentes valores de  $n$ , en lugar de utilizar solo  $k_1$ .

Escuela de Economía y Finanzas  
Maestría en Administración Financiera – MAF

Mediante la adaptación del método es posible estimar una estructura temporal de la volatilidad en lugar de solamente la volatilidad de un proyecto. Sin embargo, este método es mucho más difícil de aplicar si la volatilidad también cambia con el valor del proyecto. Solo se puede definir  $k_n$  para proyectos en los que PV y MV no cambien de signo y en los que el valor actual sea siempre positivo.

En este procedimiento se define  $k_1$  como:

$$k_1 = \ln\left(\frac{PW_1}{MV_0}\right) = \ln(PW_1) - \ln(MV_0) \quad (1.14)$$

Donde  $MV_0$  es una constante, y, por lo tanto,  $k_1$  corresponde a la suma de una variable aleatoria con una constante, lo que no hace cambiar la desviación estándar, tal como se detalla a continuación:

La varianza de  $k_1$  se define como:

$$\begin{aligned} V[k_1] &= V[\ln(PW_1) - \ln(MV_0)] \\ V[k_1] &= V[\ln(PW_1)] - V[\ln(MV_0)] \\ V[k_1] &= V[\ln(PW_1)] - 0 \end{aligned}$$

Al aplicar la raíz cuadrada positiva de la varianza se obtiene la desviación estándar de  $k_1$ , que se denota como  $\sigma_{k_1} = \sigma_{\ln(PW_1)}$

Por otra parte, CyA definieron el PV como:

$$PW_1 = \sum_{t=1}^T F_t e^{-r(t-1)} = \sum_{t=1}^T E_t(F_t) e^{-r(t-1)} \quad (1.15)$$

Respecto al anterior planteamiento, Godinho (2006) estableció que esta definición no es correcta, en razón a que cualquier medida del valor del proyecto en un momento dado



solo debe utilizar la información que está disponible en ese momento debido a que en el cálculo de  $PW_1$  se consideran flujos de caja *ex post* en lugar de sus valores esperados, que contemplan fuentes de posibles cambios en  $PW_1$ , adicionales a las existentes en el primer año del proyecto, lo que conduce a un aumento de la volatilidad.

### **Procedimientos alternativos para la estimación de la volatilidad propuesto por Godinho (2006)**

Procedimiento uno: cálculo analítico de los flujos de caja futuros por medio de la utilización de la información del año 1

Godinho (2006) propuso calcular  $MV_0$  por medio de la estimación del valor esperado de los flujos de caja futuros  $E_0(F_t)$  mediante la determinación de una expresión analítica o la simulación de los flujos de caja hasta el final del proyecto y el cálculo de la media de dichos valores, para lo cual basó la estimación de  $E_0(F_t)$  en la información disponible al principio del proyecto y en que la información es conocida y no cambia. Asimismo, planteó calcular  $PW_1$  por medio de la simulación del comportamiento del proyecto en el primer año y para cada iteración estimar los flujos de caja futuros esperados,  $E_1(F_t)$ , según la información disponible al final del primer año. No obstante, el problema de este procedimiento es la dificultad en la estimación de expresiones analíticas para el valor esperado de los flujos de caja futuros, dada la información disponible en el primer año,  $E_1(F_t)$ . Para el efecto, Godinho (2006) propuso utilizar la simulación para estimar el valor esperado; sin embargo, dicha propuesta presenta una restricción debido a que basa la

Escuela de Economía y Finanzas  
Maestría en Administración Financiera – MAF

estimación de  $E_1(F_t)$  en la información del año 1, que cambia en cada iteración de la simulación.

Procedimiento dos: simulación de dos niveles

Godinho (2006) propuso usar una simulación principal para estimar la volatilidad del proyecto y otra de segundo nivel para calcular los flujos de caja futuros esperados a partir de la información del año 1. Para esta última, el punto de partida es la información generada por las iteraciones de primer nivel, en el que cada iteración calcula una muestra de cada flujo de caja hasta el final del proyecto. Al finalizar la simulación se calcula el promedio de los flujos de caja para cada año y este resultado es la estimación del valor esperado de los flujos de caja, dada la información del primer año. Sin embargo, el problema de este procedimiento es el tiempo de ejecución en el programa de simulación, debido a que el tamaño de la simulación de dos niveles crece de forma exponencial con el número de iteraciones.

Procedimiento tres: regresión

Godinho (2006) se basó en el enfoque de mínimos cuadrados de Montecarlo, en el que se consideran dos simulaciones de un solo nivel, así:

- a. Primera simulación: se simula el comportamiento del proyecto durante su vida entera por medio de la estimación de un modelo que permite el cálculo de la expectativa condicional de  $PW_1$ , dada la información disponible en el año 1.
- b. Segunda simulación: se simula solo el primer año del proyecto y el modelo estimado se utiliza para calcular un valor para  $PW_1$  en cada iteración.

Escuela de Economía y Finanzas

Maestría en Administración Financiera – MAF

A continuación Godinho (2006) aplicó una regresión lineal para estimar el modelo en la primera simulación, para lo cual seleccionó como variable dependiente la suma de los flujos de caja descontados del primer año, cuyo resultado son varias funciones de las variables de estado del proyecto. Sin embargo, la exactitud de los resultados depende de la adecuada elección de las funciones de las variables de estado que se incluyan en la regresión.

### **Estimación de la volatilidad por Brandão *et al.* (2012)**

Brandão *et al.* (2012) desarrollaron una visión general del problema de la valoración por medio de opciones reales y de la determinación de la volatilidad de un proyecto, evaluaron el método de estimación de la volatilidad propuesto por CyA (2001) y demostraron una estimación no sesgada de la misma para un proyecto de  $n$  períodos.

### **La volatilidad del valor del proyecto**

Brandão *et al.* (2012) definieron un proyecto  $V$  con función de ingresos procedentes de la venta de un producto con precio estocástico  $S(t)$ , con costos variables  $c(t) = c \cdot S(t); 0 < c < 1$ , donde  $c$  es una constante, flujos de caja del proyecto  $F(t)$ , PV de los flujos de caja  $V(\tau)$ , tasa de descuento del proyecto  $\mu$  y tiempo  $t = \tau$ .

Además, en el modelo se incluyeron los siguientes supuestos: no hay costos fijos,  $F(t)$  es función lineal de  $S(t)$  y según el lema de Itō (*Itō's lemma*) se demostró que  $F$  es también un proceso de difusión GBM, con los mismos parámetros de  $S(t)$ , en el que el proceso para los flujos de caja  $F(t)$  e ingresos  $S(t)$  se denota así:

Escuela de Economía y Finanzas  
Maestría en Administración Financiera – MAF

$$dF = \alpha F(t) + \sigma_s F dz \quad (1.16)$$

$$dS = \alpha S dt + \sigma_s S dz \quad (1.17)$$

Donde  $\alpha$  es la media de retorno o tasa de crecimiento,  $\sigma_s$  es la volatilidad del proceso o desviación estándar de los rendimientos y  $dz = \varepsilon \sqrt{dt}$  es el proceso estándar de Wiener.

Asimismo, expresaron el flujo de caja del proyecto como  $F(t) = (1-c)S(t)$ , donde  $\lambda = 1-c$ , y, por ende,  $F = \lambda S$ . Lo anterior implica que para el proyecto, la volatilidad de  $S(t)$  y  $F(t)$  es la misma.

Por otra parte, el modelo estocástico para el valor del proyecto se puede determinar de la siguiente manera:

$$V_\tau = \int_{t=\tau}^{\alpha} E[F(t)] e^{-\mu(t-\tau)} dt \quad (1.18)$$

$$E[F(\tau)] = F_0 e^{\alpha\tau} \quad (1.19)$$

La relación entre  $V(\tau)$  y  $F(t)$  es:

$$V(\tau) = \frac{F(\tau)}{\mu - \alpha}, \mu > \alpha \quad (1.20)$$

Por medio de la aplicación del lema de Itô a los flujos de caja se obtiene:

$$dV = \alpha \frac{F}{\mu - \alpha} dt + \sigma_s \frac{F}{\mu - \alpha} dz \quad (1.21)$$

Por lo tanto, el proceso estocástico para el valor del proyecto  $V$  se puede escribir como:

$$dV = \alpha V dt + \sigma_s V dz \quad (1.22)$$

De lo anterior se deduce que la volatilidad del proyecto es igual a la de los flujos de caja y a la volatilidad de  $S(t)$  y es independiente de  $\lambda$ . Por ende,  $\text{var}(\alpha) = \text{var}(\gamma)$ .

### Estimación de la volatilidad con simulación

Brandão *et al.* (2012) consideraron un proyecto de un período en el que los ingresos  $S(t)$  siguen un GBM. La volatilidad de  $S(t)$  es la desviación estándar anualizada de los retornos, que se define como  $G = \ln(S)$ , y  $dG = (\alpha - \frac{1}{2}\sigma_s^2)dt + \sigma_s dz$ . Este proceso estocástico es un movimiento browniano aritmético (*arithmetic brownian motion* o ABM) con volatilidad de  $\sigma_s$ , que es igual a la de  $S$ . El rendimiento esperado para el activo  $S$  es  $E[\alpha] = \alpha$ , y los retornos en forma estocástica son  $\alpha = G = \ln S$ .

CyA definieron la volatilidad del proyecto como la desviación estándar de los retornos del proyecto ( $\gamma$ ), así:

$$\gamma = \ln\left(\frac{V_1}{V_0}\right) \quad (1.23)$$

Donde  $V_0$  es el PV esperado del proyecto en el tiempo 0 y  $V_1 = \sum_{t=1}^n F_t * e^{-\mu(t-1)}$  es el valor del proyecto estocástico en el tiempo 1. La desviación estándar se puede determinar con una simulación de Monte Carlo. De acuerdo con la ecuación (1.22), la volatilidad de los flujos de caja y la del proyecto es la misma y debería ser  $\text{var}(\alpha) = \text{var}(\gamma)$ . Para comprobar lo anterior se debe determinar la expresión para  $\gamma$  y derivar la varianza y la

Escuela de Economía y Finanzas

Maestría en Administración Financiera – MAF

desviación estándar en forma analítica. El proceso para los flujos de caja está definido por

la ecuación (1.16); por su parte, el flujo de caja estocástico en  $t=1$  es  $F_1 = F_0 e^\alpha$  y su valor

esperado en el tiempo 0 es  $E_0(F_1) = F_0 e^\alpha$ . En seguida se define el valor del proyecto

estocástico en  $t=1$  como  $V_1 = F_0 e^\alpha$  y el valor esperado del proyecto en  $t=0$  como

$V_0 = E_0[F_1]e^{-\mu} = F_0 e^\alpha e^{-\mu} = F_0 e^{\alpha-\mu}$ ; por lo tanto, los retornos del proyecto pueden escribirse

como  $\gamma = \ln(e^{\alpha-\alpha+\mu})$ , expresión que se obtiene de reemplazar  $V_0$  y  $V_1$  en la ecuación (1.23),

así:

$$\gamma = \ln\left(\frac{V_1}{V_0}\right) = \ln\left(\frac{F_0 e^\alpha}{F_0 e^{\alpha-\mu}}\right) = \ln\left(\frac{e^\alpha}{e^{\alpha-\mu}}\right) = \ln(e^{\alpha-\alpha+\mu}) = \alpha - \alpha + \mu$$

Donde  $\alpha$ ,  $\alpha$  y  $\mu$  son constantes y no afectan la varianza de la variable

aleatoria, de forma que  $\text{var}(\alpha) = \text{var}(\gamma)$ , con lo que se demuestra que el enfoque de

simulación de CyA es correcto para un proyecto de un período.

Sin embargo, no ocurre lo mismo cuando un proyecto tiene dos o más períodos, en cuyo caso las expresiones determinísticas y estocásticas del flujo de caja para el período 1

son  $F_1 = F_0 e^\alpha$  y  $F_1 = F_0 e^\alpha$ , en su orden.

Del mismo modo, en el período 2 se tiene  $F_2 = F_0 e^{2\alpha}$  y  $F_2 = F_0 e^{\alpha_0+\alpha_1}$ , donde  $\alpha_0$  y

$\alpha_1$  son las variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas de los retornos

estocásticos para el activo en el primer y en el segundo períodos, en orden. Con este

enfoque, el valor esperado del proyecto en  $t=0$  corresponde a:

$$V_0 = E_0(F_1)e^{-\mu} + E_0(F_2)e^{-2\mu} \quad (1.24)$$

Escuela de Economía y Finanzas  
Maestría en Administración Financiera – MAF

Donde:

El valor esperado del flujo de caja estocástico  $F_1$  en  $t = 0$  es:

$$\begin{aligned} F_1 &= F_0 e^\alpha \\ E_0(F_1) &= F_0 e^\alpha \end{aligned} \quad (1.25)$$

El valor esperado del flujo de caja estocástico  $F_2$  en  $t = 0$  es:

$$\begin{aligned} F_2 &= F_1 e^\alpha \\ F_2 &= F_0 e^\alpha e^\alpha = F_0 e^{2\alpha} \\ E_0(F_2) &= F_0 e^{2\alpha} \end{aligned} \quad (1.26)$$

Al reemplazar (1.25) y (1.26) en (1.24) se obtiene:

$$\begin{aligned} V_0 &= F_0 e^\alpha e^{-\mu} + F_0 e^{2\alpha} e^{-2\mu} \\ V_0 &= F_0 e^{\alpha-\mu} + F_0 e^{2\alpha-2\mu} \\ V_0 &= F_0 e^{\alpha-\mu} (1 + e^{\alpha-\mu}) \end{aligned} \quad (1.27)$$

El valor estocástico del proyecto en el período 1 puede expresarse como la suma de los flujos de caja estocásticos en el período 1 más los flujos de caja descontados estocásticos del período 2,  $V_1 = F_1 + F_2 e^{-\mu}$ , que en términos del flujo de caja en el período 0 es:

$$\begin{aligned} V_1 &= F_0 e^{\alpha_0} + F_0 e^{\alpha_0 + \alpha_1} e^{-\mu} = F_0 e^{\alpha_0} + F_0 e^{\alpha_0 + \alpha_1 - \mu} \\ V_1 &= F_0 (e^{\alpha_0} + e^{\alpha_0 + \alpha_1 - \mu}) \end{aligned} \quad (1.28)$$

Al reemplazar (1.27) y (1.28) en (1.23) se tiene que:

$$\gamma = \ln \left( \frac{F_0 (e^{\alpha_0} + e^{\alpha_0 + \alpha_1 - \mu})}{F_0 e^{\alpha - \mu} (1 + e^{\alpha - \mu})} \right) \quad (1.29)$$

Escuela de Economía y Finanzas  
Maestría en Administración Financiera – MAF

$$\gamma = \ln \left( \frac{e^{\alpha_0} (1 + e^{\alpha_1 - \mu})}{e^{\alpha - \mu} (1 + e^{\alpha - \mu})} \right)$$

$$\gamma = \ln(e^{\alpha_0} (1 + e^{\alpha_1 - \mu})) - \ln(e^{\alpha - \mu} (1 + e^{\alpha - \mu}))$$

$$\gamma = \ln(e^{\alpha_0} + \ln(1 + e^{\alpha_1 - \mu})) - (\ln(e^{\alpha - \mu}) + \ln(1 + e^{\alpha - \mu}))$$

$$\gamma = \alpha_0 + \ln(1 + e^{\alpha_1 - \mu}) - (\alpha - \mu + \ln(1 + e^{\alpha - \mu})) \quad (1.30)$$

Dado que  $\alpha$  y  $\mu$  son constantes, por lo tanto la varianza de los retornos  $\gamma$  se puede expresar como  $Var(\gamma) = Var\left(\alpha_0 + \ln\left[1 + e^{\alpha_1 - \mu}\right]\right)$ , lo que demuestra que con este método se obtiene una estimación sesgada al alza de la varianza real para el valor del proyecto debido a que  $\alpha_0$  y  $\ln\left[1 + e^{\alpha_1 - \mu}\right] > 0$  son independientes; por ende,  $Var(\gamma) > Var(\alpha_0)$ . Este problema se agravaría para un proyecto con tres o más períodos, por lo que se espera que el error en la estimación de la volatilidad de un proyecto incremente en función de  $t$  cuando se utiliza este enfoque, lo que se da debido a que los modelos de simulación generan posibles variaciones en los flujos futuros en un determinado tiempo  $t$ , de modo que  $E_t(V_t)$  se toma con respecto al período relevante, lo que genera incertidumbre que puede afectar a  $V_t$ .

### **Estimación no sesgada de la volatilidad del proyecto**

Para demostrar cómo corregir el sesgo de la volatilidad, Brandão *et al.* (2012) proporcionaron un desarrollo analítico, en el cual establecieron que la volatilidad del proyecto a partir del período de 0 a 1 depende solo de los resultados de la incertidumbre en



Escuela de Economía y Finanzas

Maestría en Administración Financiera – MAF

el período 1 debido a que la incertidumbre en períodos futuros aún no se ha resuelto. En el instante  $t = 1$ , el mejor estimador imparcial de los flujos de caja  $F_2, \dots, F_n$  son sus valores esperados condicionales sobre el resultado de  $F_1$ . La variable aleatoria  $\gamma$  se calcula con la ecuación:

$$\gamma = \ln \left( \frac{\tilde{V}_1}{V_0} \right) = \ln \left( \frac{\tilde{F}_1 + \sum_{t=2}^T E[\tilde{F}_t] e^{-\mu(t-1)}}{\sum_{t=1}^T E[\tilde{F}_t] e^{-\mu t}} \right) \quad (1.31)$$

En general, el numerador de la ecuación puede ser el valor en el período  $t$ , en cuyo caso el denominador es el valor en el período  $t-1$ ; esta especificación corresponde al enfoque de las expectativas condicionales generalizadas (*generalized conditional expectations* o GCE), que se prueba para el proyecto de dos períodos antes definido. Por tanto, se utilizan los valores del proyecto entre los períodos 0 y 1 y se limita la simulación de la incertidumbre solo a dicho período al tener en cuenta la analogía con el método de determinación de la volatilidad de una acción con precio  $P_t$  a partir de la serie histórica de los precios; se calcula la volatilidad como la desviación estándar de los rendimientos,

$\ln \left( \frac{P_{t+1}}{P_t} \right)$ , donde el precio de mercado  $P_t$  en cualquier período  $t$  es función de los retornos futuros esperados con base en la información disponible en el momento  $t$ . De esta forma en la expresión anterior, el valor de  $P_{t+1}$  no incluye ninguna información sobre el precio real obtenido en el próximo período  $t+2$ , o cualquier otro período futuro.

Del mismo modo, la incertidumbre en el periodo 1 generará valores estocásticos,  $F_1 = F_0 e^{\alpha}$ , y como la incertidumbre futura no se puede resolver todavía, todos los flujos de

Escuela de Economía y Finanzas

Maestría en Administración Financiera – MAF

caja posteriores serán valores esperados condicionales tales que  $F_2 = F_1 e^\alpha$ , y así sucesivamente, de forma que la mejor estimación imparcial de  $F_2$  corresponde al valor esperado condicional de  $F_2$  dado un valor de  $F_1$ .

De esta forma, el valor del proyecto en el tiempo 0 se expresa como en la ecuación (1.27). Sin embargo, se requiere aislar la incertidumbre en el período 1 para así obtener una expresión diferente. Si se parte de que  $F_1 = F_0 e^{\alpha_0}$  y que  $F_2 = F_0 e^{\alpha_0} e^\alpha = F_0 e^{\alpha_0 + \alpha}$ , el valor del proyecto estocástico en el tiempo 1  $V_1$  será igual a:

$$\begin{aligned} V_1 &= F_1 + E_1(F_2)e^{-\mu} \\ V_1 &= F_0 e^{\alpha_0} + F_0 e^{\alpha_0 + \alpha - \mu} \\ V_1 &= F_0 e^{\alpha_0} (1 + e^{\alpha - \mu}) \end{aligned} \quad (1.32)$$

Al sustituir (1.27) y (1.32) en (1.23) se obtiene  $\alpha_0 - \alpha + \mu$ , tal como se muestra en el siguiente desarrollo:

$$\gamma = \ln \left( \frac{F_0 e^{\alpha_0} + \sum_{t=2}^n F_0 e^{\alpha_0 + (\alpha - \mu)(t-1)}}{\sum_{t=1}^n F_0 e^{(\alpha - \mu)t}} \right) = \ln \left( \frac{F_0 e^{\alpha_0} \left( 1 + \sum_{t=2}^n e^{(\alpha - \mu)(t-1)} \right)}{F_0 e^{(\alpha - \mu)} \left( 1 + \sum_{t=2}^n e^{(\alpha - \mu)(t-1)} \right)} \right)$$

$$\gamma = \alpha_0 - (\alpha - \mu) = \alpha_0 - \alpha + \mu$$

Dado que la adición de una constante a una variable aleatoria no hace cambiar la varianza, entonces  $Var(\gamma) = Var(\alpha_0)$ , lo que demuestra que este método puede ser extendido a proyectos con cualquier número de períodos. De esta forma se concluye que el enfoque del GCE es imparcial en este ejemplo puesto que la varianza del proyecto  $\gamma$  dependerá exclusivamente de los retornos del activo  $\alpha_0$ .

## 2 Ejercicio de aplicación

Desde la década de los ochenta, la actividad petrolera ha representado un papel importante para la economía colombiana debido a la capacidad de producción del país, a la reanudación de las exportaciones y a la bonanza del precio internacional del petróleo. Por lo tanto, las fluctuaciones en variables como el precio o la cantidad de crudo tienen un impacto directo en los presupuestos de inversión de las compañías petroleras, así como en el ingreso del Gobierno nacional y en las finanzas territoriales (Melo, Ramos, Parrado y Zarate, 2016).

En relación con el precio internacional del petróleo, desde el año 2003 se observó un ascenso vertiginoso, que alcanzó una cotización de USD100 por barril en 2008, tendencia que se interrumpió transitoriamente en 2009 cuando el precio se redujo a USD60 por barril debido a los efectos económicos derivados de la crisis financiera internacional. En los siguientes años, el precio del petróleo ascendió de nuevo a niveles superiores a USD90 por barril y desde mediados de 2014 se registró una caída significativa por el aumento de la oferta mundial de crudo y la reducción de la demanda de los principales compradores de materias primas. Al final de 2015, la cotización del crudo de referencias *WTI* y *Brent* se situó en USD49 y 37,28 por barril, en su orden (Melo, Ramos, Parrado y Zarate, 2016).

Por otra parte, los elevados precios del petróleo estimularon la producción de crudo que, con algunos altibajos, ascendió en forma gradual hasta estabilizarse alrededor de un millón de barriles diarios entre los años 2013 y 2015. Durante la segunda mitad de la década anterior y los primeros años de la actual las labores de búsqueda de crudo

aumentaron de manera continua. En 2008 se perforaron 100 pozos y, más tarde, después de una reducción en 2009, se perforaron 126 en 2011 y 131 en 2012. La caída reciente de los precios internacionales del petróleo redujo la exploración petrolera a 24 pozos en el año 2015 (Melo, Ramos, Parrado y Zarate, 2016).

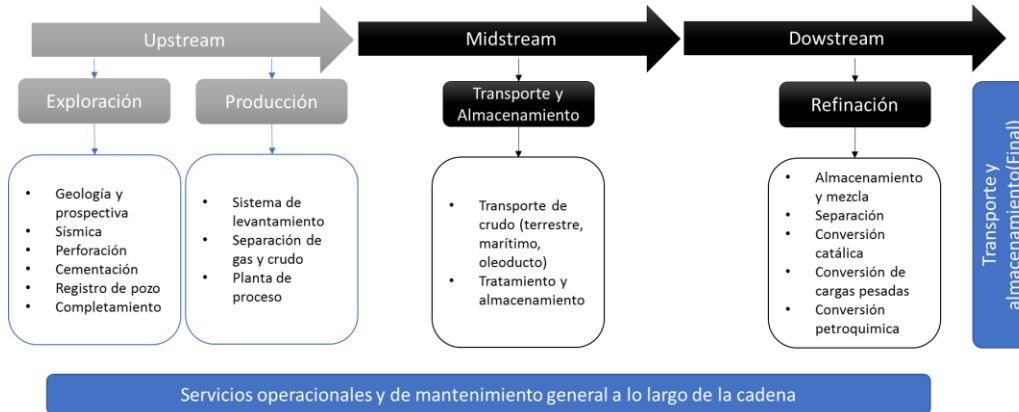
En consideración a lo anterior y al tener en cuenta que la variable con más fluctuación y de mayor impacto para la actividad petrolera en los últimos años (2014 a 2016) fue el precio internacional del petróleo, la presente investigación tiene como propósito establecer el impacto de la volatilidad del precio del petróleo en la valoración de un proyecto de exploración y producción del sector petrolero en Colombia, para lo cual en el capítulo de presentación y análisis de resultados se describe: i) el proyecto objeto de análisis; ii) la estimación de la volatilidad de acuerdo con el análisis teórico de las metodologías planteadas por CyA, Godinho y Brandão *et al.*; iii) la valoración del proyecto mediante DCF y iv) la valoración del proyecto mediante ROA, que incluye la estructura general del método numérico por medio de árboles binomiales.

### **3 Presentación y análisis de resultados**

#### **Descripción del proyecto**

La compañía multinacional petrolera “X” (por confidencialidad se reserva el nombre) tiene operación en Colombia y se dedica en forma exclusiva al proceso *upstream* (ver figura 1). Para el año 2011 suscribió un contrato de exploración y producción de petróleo (EyP), por medio del cual le fue asignada un área de 37.500 hectáreas de propiedad del Estado colombiano, terreno ubicado en el departamento de Casanare, que

Escuela de Economía y Finanzas  
Maestría en Administración Financiera – MAF  
sirve para realizar trabajos de exploración, evaluación y explotación de petróleo, con un porcentaje de participación de 37%.



**Figura 1.** Cadena de valor para la producción de hidrocarburos.

Fuente: Proxeport Colombia (2011, p. 24)

En desarrollo del contrato de EyP, para ese mismo año (2011) se realizó la perforación del primer pozo (pozo 1), que presentó fallas técnicas por el incremento del corte de agua, lo que obligó a la suspensión del mismo, que quedó inactivo desde el año 2012.

Por reglamentación de la Agencia Nacional de Hidrocarburos (ANH), la operación del campo debe ser reactivada en el año 2017 o de lo contrario se debe generar la devolución del mismo. Dada la condición anterior, se procedió a realizar un análisis geológico y geofísico del área, y como resultado se pudieron definir las siguientes alternativas:

Opción 1: invertir en la perforación de un pozo bilateral (pozo 2), con el que se espera reactivar la operación del pozo 1, incrementar la producción por pozo y reducir costos asociados de obra civil, tramos de pozo, materiales y tiempo.

Escuela de Economía y Finanzas  
Maestría en Administración Financiera – MAF  
Opción 2: ceder el campo a otro operador.

**Estimación de la volatilidad de acuerdo con el análisis teórico de las metodologías planteadas por CyA, Godinho y Brandão *et al.***

El cálculo de la volatilidad del proyecto se basó en la revisión teórica de los estudios realizados por CyA (2001), Godinho (2006) y Brandão *et al.* (2005a, 2012), con lo cual se concluyó que la volatilidad del activo subyacente es igual a la del proyecto, tal como se demostró en la sección 2, correspondiente al marco teórico de la presente investigación. Además, de acuerdo con la naturaleza de las actividades de la compañía, se estableció que debido a que opera en la modalidad *upstream* y sus ventas se realizan por medio del marcador Brent, se encuentra expuesta, en lo primordial, a la volatilidad del precio de petróleo en la categoría mencionada, lo cual permite justificar su uso para el caso. Para efectos exclusivos de la investigación se procedió a utilizar la volatilidad 360 diarios del *spot* Brent, recuperada del sistema de información Bloomberg al 1 de diciembre de 2016, que emula la irregularidad y la variabilidad del precio y que refleja la dinámica entre la oferta (capacidad instalada) y la demanda de hidrocarburos y sus derivados.

**Valoración del proyecto mediante DCF**

Se procedió a la valoración del proyecto de EyP para la proporción correspondiente a la compañía operadora, que, como antes se mencionó, posee una participación del 37% sobre el resultado del proyecto, por el método tradicional DCF, descontado a una tasa del 9% anual (WACC), para un horizonte de tiempo de cinco años (2017-2021) y con un costo de devolución del área asignada en el año 6 (2022) de 700 mil dólares, sin tener en cuenta

la flexibilidad estratégica ni la incertidumbre del proyecto. Se obtuvo un NPV negativo de 219,5 mil dólares, tal como se muestra en el anexo.

### **Valoración del proyecto mediante ROA**

La organización considera que el área de exploración es estratégica y tiene una probabilidad de éxito de EyP del 68%, superior a la de otros proyectos de la compañía, que es inferior o igual al 60%. Por lo que, a pesar de tener un NPV del proyecto negativo de 219,5 miles de dólares, la dirección consideró necesario valorar el mismo por medio de la metodología ROA, que permite incluir los efectos de la volatilidad y la flexibilidad operativa.

Para el desarrollo de la metodología ROA se consideraron las siguientes variables de entrada:

- PV de los ingresos durante la vida del proyecto (5 años), descontado a un WACC del 9%, que asciende a 23.575,17 miles de dólares.
- Volatilidad del proyecto del 36,7%, que corresponde a la volatilidad *spot* del Brent a 360 días, recuperada del sistema de información Bloomberg al 1 de diciembre de 2016.
- Factor de alza del precio del petróleo ( $u_1$ ) calculado mediante la siguiente expresión:

$$u_1 = e^{\sigma\sqrt{\Delta t}} = e^{0,367\sqrt{1}} = 1,44$$

- Factor de baja del precio del petróleo ( $d_1$ ) calculado mediante la siguiente expresión:

$$d_1 = \frac{1}{u_1} = \frac{1}{1,44} = 0,69$$

- Probabilidad de invertir ( $p$ ), calculada mediante la siguiente expresión:

Escuela de Economía y Finanzas  
Maestría en Administración Financiera – MAF

$$p = \frac{[(1 + R_f) - d]}{(u - d)} = \frac{[(1 + 0,0306) - 0,69]}{(1,44 - 0,69)} = 0,45$$

- Probabilidad de no invertir ( $q$ ), calculada mediante la expresión:

$$q = 1 - p = 1 - 0,45 = 0,55$$

- PV de los costos de producción durante la vida del proyecto (cinco años), descontado a un WACC del 9%, que asciende a 20.592,31 miles de dólares.
- Volatilidad de los costos de producción del 10%.
- Factor de alza de los costos de producción ( $u_2$ ), calculado mediante la siguiente expresión:

$$u_2 = e^{\sigma\sqrt{\Delta t}} = e^{0,1\sqrt{1}} = 1,11$$

- Factor de baja de los costos de producción ( $d_2$ ), calculado mediante la siguiente expresión:

$$d_2 = \frac{1}{u_2} = \frac{1}{1,11} = 0,9$$

- Probabilidad técnica o de éxito geológico ( $P_e$ ), que depende de la probabilidad de presencia de los siguientes cinco factores independientes: roca generadora ( $P_g$ ), roca almacenadora ( $P_a$ ), trampa ( $P_t$ ), roca de sello ( $P_s$ ) y dinámica del *play* ( $P_d$ ). Estas probabilidades se calculan con base en la información disponible y en el desarrollo de estudios integrales de las características geológicas, geofísicas y geoquímicas de los



Escuela de Economía y Finanzas  
Maestría en Administración Financiera – MAF

diferentes niveles del subsuelo del sitio en que se desea perforar. La determinación de  $P_e$  se obtiene mediante la siguiente fórmula:

$$P_e = P_g \times P_a \times P_l \times P_s \times P_d$$

Para el caso objeto de estudio, la compañía determinó los siguientes valores para  $P_e$ :

**Tabla 2.** Probabilidades técnicas o de éxito geológico  $P_e$  del proyecto.

t (año)	0	1	2	3	4	5
$P_e$	0.68	0.80	0.90	0.90	0.80	0.70
Categoría de riesgo	Bajo	Muy bajo	Muy bajo	Muy bajo	Muy bajo	Bajo

Fuente: elaboración propia

A continuación se aplicó el siguiente procedimiento:

**Paso 1. Construcción del árbol de decisión para la PV de los ingresos**

Se calcularon los ingresos generados por el proyecto para cada año y se determinó el PV de los mismos al descontarlos a una tasa anual del 9% (WACC); a partir de este dato se construyó el árbol de decisión con un horizonte de tiempo de cinco años en el que se incorporaron los factores al alza ( $u_1$ ) y a la baja ( $d_1$ ) del precio del petróleo, así:

PV de los ingresos en el año 1 (2017) afectado al alza:

$$PV_{año1} = (PV_{año0} * u_1) = (23.575,17 * 1,44) = 34.028,35$$

PV de los ingresos en el año 1 (2017) afectado a la baja:

$$PV_{año1} = (PV_{año0} * d_1) = (23.575,17 * 0,69) = 16.333,11$$

Escuela de Economía y Finanzas  
Maestría en Administración Financiera – MAF

Este ejercicio se realizó para cada uno de los períodos de la vida del proyecto y para cada nodo del árbol de decisión, como se muestra en el anexo.

**Paso 2. Determinar el valor de la inversión**

De acuerdo con la información del proyecto, se estableció que la inversión del mismo se realiza en tres etapas, así: *drilling* por 1.973,0 miles de dólares, facilidades de superficie por 885 miles de dólares y desmantelamiento por 700 miles de dólares, para un total de 2.858 miles de dólares. Ver detalle en anexo.

**Paso 3. Valor de la cesión del proyecto**

Para el caso de estudio, la compañía estimó un valor residual (VR) para el proyecto de 700 mil dólares en el año 0 (2016). Para los demás años se calculó el VR, así:

$$VR_{t=1} = VR_0 * (1 + Inflación_1) = 700 * (1 + 3,9\%) = 727,3$$

Este ejercicio se realizó para cada uno de los períodos de la vida del proyecto, como se muestra en el anexo.

**Paso 4. Construcción del árbol de decisión para el PV de los costos de producción**

Se calcularon los costos generados por el proyecto en cada uno de los años del horizonte de tiempo y se determinó el PV de los mismos al descontarlos a una tasa WACC del 9%; a partir de estos datos se construyó un árbol de decisión para cinco años, en el que se incorporaron los factores al alza ( $u_2$ ) y a la baja ( $d_2$ ) de los costos, así:

PV de los costos de producción en el año 1 (2017) con afectación al alza:

$$PV_{año1} = (PV_{año0} * u_2) = (20.592,3 * 1,11) = 22.758,0$$

PV de los costos de producción en el año 1 (2017) con afectación a la baja:

$$PV_{\text{año1}} = (PV_{\text{año0}} * d_2) = (20.592,3 * 0,90) = 14.266,5$$

Este ejercicio se realizó para cada uno de los períodos de la vida del proyecto y para cada nodo del árbol de decisión, como se muestra en el anexo.

### **Paso 5. Construcción del árbol de decisión para el beneficio y la ganancia**

Se calculó el beneficio en el período 5 afectado por la probabilidad técnica del periodo, así:

$$Beneficio_{t=5} = (Ingreso_5 - Costo_5 - Inversión_5) * Prob.Tec_5$$

$$Beneficio_{t=5} = (147.701,6 - 33.951,0 - 0) * 0,7 = 79.625,4$$

En seguida se comparó el valor del beneficio con el de la opción de abandono en el mismo período con el fin de elegir el máximo entre los dos valores, así:

$$Beneficio_t > Abandono_t \Rightarrow \text{Producir}$$

$$Beneficio_t < Abandono_t \Rightarrow \text{Abandonar}$$

Para el año 5 el resultado fue:

$$Beneficio_5 > Abandono_5 \Rightarrow \text{Producir}$$

$$79.625,4 > 827,4 \Rightarrow \text{Producir}$$

Para los demás períodos se partió del beneficio calculado en el período 5 y se aplicó la siguiente fórmula:

$$Max_t \left\{ \left[ \frac{BeneficioAlza_{t+1} * p + BeneficioBaja_{t+1} * q}{1 + R_f} * Prob.Tec_t \right] - Inversión_t; Abandono_t \right\}$$

$$Max_4 \left\{ \left[ \frac{BeneficioAlza_5 * p + BeneficioBaja_5 * q}{1 + R_f} * Prob.Tec_4 \right] - Inversión_4; Abandono_4 \right\}$$

Escuela de Economía y Finanzas  
Maestría en Administración Financiera – MAF

$$Max_4 \left\{ \left[ \frac{79.625,4 * 0,45 + 34.728,0 * 0,55}{1 + 3,06\%} * 0,8 \right] - 0; 803,3 \right\} = \{42.641,9; 803,3\}$$

42.641,9 > 803,3  $\Rightarrow$  *Producir*

Este ejercicio se realizó para cada uno de los períodos de la vida del proyecto y para cada nodo del árbol de decisión, como se muestra en el anexo.

Por último, el beneficio del nodo 0 del árbol de decisión corresponde al NPV estratégico del proyecto.

**Paso 6. Determinar el valor presente neto esperado o valor presente estático**

Se calculó el *NPV* en  $t=0$  de los flujos de caja del proyecto afectados por la probabilidad técnica, descontados al WACC, así:

$$E(NPV) = F_0 * Prob.Tec_0 + \frac{\sum_{t=1}^n F_t * Prob.Tec_t}{(1+Wacc)^t} = 238,9$$

**Paso 7. Determinar el valor opción de abandono**

La opción de abandono proporciona al inversionista el derecho a vender, liquidar o cerrar un proyecto determinado a cambio de un precio. Para el caso objeto de análisis, corresponde a la opción que tiene la compañía de ceder el proyecto de EyP a otro operador a cambio de su valor residual, en cuanto considere que las condiciones de producción no son rentables.

Por lo anterior, el valor de la opción corresponde a la diferencia entre el NPV estratégico y el NPV estático y debe ser mayor que cero para que genere valor y se decida optar por el resultado indicado por el método ROA.

Escuela de Economía y Finanzas  
Maestría en Administración Financiera – MAF

$$Valor_{OpciónAbandono} = NPV_{Estratégico} - NPV_{Estático}$$

$$Valor_{OpciónAbandono} = 982,6 - 238,9$$

$$Valor_{OpciónAbandono} = 743,7$$

#### 4 Conclusiones

Los modelos propuestos por Godinho y Brandão *et al.* parten de la necesidad de comprobar la sobrestimación de la volatilidad obtenida en el modelo postulado por CyA, que se basa en el cálculo de la desviación estándar de los retornos del proyecto; sin embargo, este procedimiento presenta problemas en su aplicación concernientes al cálculo de los flujos de efectivo debido a que usan flujos de caja *ex post* en lugar de valores esperados y consideran en mayor medida fuentes de posibles cambios que las existentes en el primer año del proyecto, lo que conduce a un aumento de la volatilidad y con ello una sobrestimación del valor de opción determinado mediante ROA.

Por su parte, Godinho incorporó de manera explícita en el modelo el momento en que se estiman los flujos de efectivo y la información disponible, para lo cual propuso: i) realizar el cálculo analítico de flujos de efectivo futuros por medio de la utilización de la información del año 1; sin embargo, esta manera de proceder presenta debilidades por la imposibilidad de encontrar expresiones analíticas para el valor esperado de los flujos de efectivo futuros, dada la información disponible en el año 1; ii) simulación de dos niveles, cuyo problema radica en que la simulación crece en forma exponencial en cuanto a complejidad con el número de iteraciones, y iii) regresión lineal, en la que la exactitud de los resultados depende de la adecuada elección de las funciones de las variables de estado que se incluirán en la regresión.

Escuela de Economía y Finanzas  
Maestría en Administración Financiera – MAF  
Asimismo, Brandão *et al.* establecieron que el enfoque de simulación de CyA

(2001) es correcto para un proyecto de un período; sin embargo, cuando un proyecto tiene dos o más períodos, presenta una estimación sesgada al alza de la varianza real para el valor del proyecto, error que se incrementa en función del tiempo. Para corregir esta situación, Brandão *et al.* determinaron que la volatilidad del proyecto depende solo de los resultados de la incertidumbre en el período 1 debido a que la incertidumbre en períodos futuros aún no se ha resuelto y a que todos los flujos de efectivo posteriores serán valores esperados condicionales. Además, demostraron que la volatilidad del proyecto es igual a la de los flujos de efectivo y del activo subyacente, elemento este considerado en el caso de aplicación del presente documento.

Efectuada la valoración del proyecto de EyP de crudo según la metodología de DCF, se estableció que al no contemplar el valor de la flexibilidad operativa y el riesgo se subestimó el valor del activo, al generar un NPV estático negativo. Por otra parte, con la valoración del proyecto mediante ROA se determinó la viabilidad financiera del mismo, al evaluar desde el punto de vista estratégico la decisión de inversión en cada uno de los períodos.

Ante una fluctuación del 20% en el valor de la volatilidad del proyecto (36,7%), se impacta el valor de la opción en un 62% al alza y del 38% a la baja, con lo que se evidencia que un error en la estimación de dicho parámetro genera la sobreevaluación o la subvaloración del proyecto, fenómeno que impacta la toma de decisiones.

## Referencias

- Brandão, L. E., Dyer, J. S., & Hahn, W. J. (2005a). Response to comments on Brandão et al. (2005). *Decision Analysis*, 2(2), 103-109. doi: 10.1287/deca.1050.0042
- Brandão, L. E., Dyer, J. S., & Hahn, W. J. (2012). Volatility estimation for stochastic project value models. *European Journal of Operational Research*, 220 (3), 642-648.
- Bloomberg (2016). *Volatilidad 360 diarios del spot Brent*. Recuperado el 2 de diciembre de 2016, de: <https://www.bloomberg.com/>
- Copeland, T., & Antikarov, V. (2001). *Real options: a practitioner's guide*. Nueva York, NY: Texere.
- Davis, G. A. (1998). Estimating volatility and dividend yield when valuing real options to invest or abandon. *The Quarterly Review of Economics and Finance*, 38, 725-754. Recuperado el 10 de noviembre de 2016, de: <https://fenix.tecnico.ulisboa.pt>
- Dixit, A. K., & Pindyck, R. S. (1994). *Investment under uncertainty*. Princeton, NJ: Princeton University Press.
- Godinho, P. M. C. (2006). Monte Carlo estimation of project volatility for real options analysis. *Journal of Applied Finance*, 16(1), 15-30. Recuperado el 10 de noviembre de 2016, de: <http://papers.ssrn.com/sol3/>
- Herath, H. S. B., & Park, C. S. (2002). Multi-stage capital investment opportunities as compound real options. *The Engineering Economist: A Journal Devoted to the Problems of Capital Investment*, 47(1), 1-27.
- Hinojosa, S. A. (2012). *Opciones reales y evaluación de proyectos de infraestructura pública: un eslabón que falta*. Recuperado el 10 de noviembre de 2016, de: [http://www.cepal.org/ilpes/noticias/paginas/7/53027/SERGIO\\_HINOJOSA\\_Opc\\_Reales\\_EPIP.pdf](http://www.cepal.org/ilpes/noticias/paginas/7/53027/SERGIO_HINOJOSA_Opc_Reales_EPIP.pdf)
- Hull, J. C. (2009). *Options, futures and other derivatives*. Upple-Saddle River, NJ: Pearson Education.
- Keswani, A., & Schackleton, M. B. (2006). How real option disinvestment flexibility augments project NPV. *European Journal of Operational Research*, 168(1), 240-252.
- Melo, L, Ramos, J, Parrado, L, Zarate, H (2016). *Bonanzas y crisis de la actividad petrolera y su efecto sobre la economía colombiana*. Borradores de economía, 961.

Escuela de Economía y Finanzas

Maestría en Administración Financiera – MAF

- Mun, J. (2002). *Real options analysis tools and techniques for valuing strategic investments and decisions*. Hoboken, NJ: John Wiley & Sons.
- Myers, S. C., & Turnbull, S. M. (1977). Capital budgeting and the capital asset pricing model: good news and bad news. *Journal of Finance*, 32(2), 321-333. doi: 10.2307/2326764
- Pareja Vasseur, J., y Cadavid Pérez, C. (2016). Valoración de patentes farmacéuticas a través de opciones reales: equivalentes de certeza y función de utilidad. *Contaduría y Administración*, 61(4), 794-814. Recuperado el 10 de noviembre de 2016, de: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0186104216300328>
- Proexport, Colombia (2011, septiembre). *Bienes y servicios petroleros*. Bogotá: Proexport Colombia, Vicepresidencia de Inversión Extranjera. Recuperado el 29 de enero de 2017, de: <http://www.inviertaencolombia.com.co/Adjuntos/Bienes%20y%20Servicios%20Petroleros.pdf>
- Rodríguez, G. (2001). *Real options*. Rosario: Bolsa de Comercio de Rosario. Recuperado el 10 de noviembre de 2016, de: [http://www.bcr.com.ar/Publicaciones/investigaciones/real%20option\\_rodr%C3%ADguez.pdf](http://www.bcr.com.ar/Publicaciones/investigaciones/real%20option_rodr%C3%ADguez.pdf)
- Schwartz, E, & Trigeorgis, L. (Eds.). (2004). *Real options and investment under uncertainty: classical readings and recent contributions*. Londres, Reino Unido: The MIT Press.
- Titman, S., y Martin, J. D. (2009). *Valoración. El arte y la ciencia de las decisiones de inversión corporativa*. Madrid: Pearson Educación.
- Trigeorgis, L. (1990). A real options application in natural resource investments. *Advances in Futures and Options Research*, 4, 153-164.
- Trigeorgis, L. (1996). *Real options, managerial flexibility and strategy in resources allocation*. Cambridge, MA: The MIT Press.
- Velásquez Orozco, L. (2010). *Cálculo de la volatilidad en las opciones reales*. Chía, Colombia: Universidad de La Sabana, Especialización en Finanzas y Mercado de Capitales, trabajo de grado. Recuperado el 10 de noviembre de 2016, de: [http://intellectum.unisabana.edu.co/bitstream/handle/10818/1345/LILIANA\\_VELASQUEZ\\_OROZCO.pdf?sequence=1&isAllowed=y](http://intellectum.unisabana.edu.co/bitstream/handle/10818/1345/LILIANA_VELASQUEZ_OROZCO.pdf?sequence=1&isAllowed=y)
- Vidarte, J. J. (2009). El flujo de caja descontado como la mejor metodología en la determinación del valor de una empresa. *Revista Gestión y Desarrollo*, 6, 103-110.



Escuela de Economía y Finanzas  
Maestría en Administración Financiera – MAF

**Anexo: Resultados caso de aplicación**

Resultados de la valoración del proyecto por DCF

<b>Año</b>	<b>Ingresos</b>	<b>Regalías</b>	<b>Costos</b>	<b>Otros gastos</b>	<b>Impuestos</b>	<b>Capex</b>	<b>FCF</b>
0						1.973,0	(1.973,0)
1	3.170,1	253,6	2.042,9	14,6	335,0	885,0	(361,1)
2	10.925,2	874,0	6.130,7	51,5	1.547,6		2.321,4
3	6.743,3	539,5	4.772,1	32,7	587,6		811,5
4	5.351,5	428,1	4.965,0	24,3	-		(65,9)
5	3.805,1	304,4	3.531,8	17,6	-	-	(48,7)
6						700,0	(700,0)
<b>Total</b>	<b>29.995,3</b>	<b>2.399,6</b>	<b>21.442,5</b>	<b>140,7</b>	<b>2.470,2</b>	<b>3.558,0</b>	<b>(15,8)</b>
						<b>NPV</b>	<b>(219,5)</b>

Escuela de Economía y Finanzas  
Maestría en Administración Financiera – MAF

Paso 1. Árbol de decisión del valor presente de ingresos

	0	1	2	3	4	5
						147.701,6
					102.329,1	
			70.895			70.895
		49.116			49.116	
	34.028,4		34.028			34.028
23.575,17		23.575			23.575	
	16.333,1		16.333			16.333
		11.316			11.316	
			7.840			7.840
					5.431	
						3.763

Paso 2. Determinación del valor de la inversión

t (año)	0	1	2	3	4	5
Inversión	1.973	885	0	0	0	0

Paso 3. Valor de la cesión del proyecto

t (año)	0	1	2	3	4	5
Abandono	700,0	727,3	749,8	776,8	803,3	827,4

Escuela de Economía y Finanzas  
Maestría en Administración Financiera – MAF

Paso 4. Construcción del árbol de decisión para el PV de los costos de producción

	0	1	2	3	4	5
						33.951,0
					30.720,1	
			27.797			21.283
		25.152			19.258	
	22.758			17.425		13.342
20.592		15.767			12.072	
	14.267			10.924		8.364
		9.884			7.568	
			6.848			5.243
				4.744		
						3.287

Escuela de Economía y Finanzas

Maestría en Administración Financiera – MAF

Paso 5. Construcción del árbol de decisión para el beneficio y la ganancia

	0	1	2	3	4	5
						79.625,4
					42.641,9	Producir
				25.554	Producir	34.728,0
			15.216	Producir	18.314	Producir
		7.105	Producir	10.771	Producir	14.480
983	Producir	6.266	Producir	7.440	Producir	5.578
Producir		2.331	Producir	4.233	Producir	2.725
		Producir	2.406	Producir	2.725	Producir
			Producir	1.545	Producir	1.818
				Producir	988	Producir
					Producir	827
						Abandonar

Escuela de Economía y Finanzas  
Maestría en Administración Financiera – MAF  
**Apéndice: demostración del intervalo de confianza para la tasa continúa  $r$**

Al final de un período,  $r$  se encuentra con un 95 por ciento de confianza dentro del siguiente intervalo:

$$r \in [\bar{r} - 2\sigma, \bar{r} + 2\sigma]$$

Durante un período  $T = n\Delta t$ , el crecimiento esperado total tiene distribución normal con media  $\bar{r}T$  y desviación estándar  $\sigma\sqrt{T}$ . Al final de  $T$ ,  $r$  con un 95% de intervalo de confianza recae en el siguiente intervalo:  $r \in [\bar{r}T - 2\sigma\sqrt{T}, \bar{r}T + 2\sigma\sqrt{T}]$

Los valores superior e inferior del límite de confianza del 95 por ciento de  $r$  son: superior  $[r] = \bar{r}T + 2\sigma\sqrt{T}$  e inferior  $[r] = \bar{r}T - 2\sigma\sqrt{T}$ . Debido a que la tasa de crecimiento determina el nivel de la variable aleatoria en el tiempo  $t$  ( $V_T$ ) se tienen los límites:

$$\text{superior } [V_T] = V_0 e^{\bar{r}T + 2\sigma\sqrt{T}} \text{ e inferior } [V_T] = V_0 e^{\bar{r}T - 2\sigma\sqrt{T}}.$$

Si el modelo DCF contiene una ruta específica prevista por la incertidumbre, ello significa que hay diferentes tasas de crecimiento previstas para cada período  $\bar{r}_i$ .