Solución de problemas literales

Pedro Vicente Esteban Duarte

Presentación

En todas las ciencias se presentan diversos problemas que deben ser planteados y resueltos. Para el planteamiento de un problema se requiere conocer el contexto, las condiciones en las que es válido y, además, formularlo en un lenguaje adecuado, para que pueda ser comprendido por personas interesadas en el mismo. Para la solución, es necesario el conocimiento de los términos en los que está planteado, hacer analogías con problemas similares, definir las variables necesarias, utilizar correctamente las fórmulas requeridas, validar la solución y utilizar la respuesta en la situación planteada para tener una mejor comprensión de ella.

La solución de problemas es una destreza que se adquiere con la práctica y la utilización adecuada de los conocimientos adquiridos en distintos cursos y actividades propias del contexto.

El módulo tiene los siguientes objetivos:

Objetivo general

Reconocer diferentes etapas para enfrentar y solucionar problemas matemáticos.

Objetivos específicos

- Seleccionar la información básica dada en un problema.
- Graficar la información dada cuando sea necesario.
- Aplicar métodos ya conocidos.
- Comprobar la respuesta o respuestas obtenidas.

Los conceptos expuestos y los ejercicios planteados son básicos para comprender conceptos fundamentales del Cálculo y de las Matemáticas en general.

El tiempo estimado para la solución del taller es de tres (3) horas.

En su estudio y solución, le deseamos muchos éxitos.

1. Solución de problemas literales

En la solución de un problema literal, intervienen muchos factores que deben ser tenidos en cuenta, entre los que se destacan los siguientes:

a. Hacer una lectura cuidadosa del problema hasta obtener una buena comprensión del mismo. La lectura debe llevar a identificar el área a la que pertenece el problema (álgebra, geometría, cálculo, física, química, entre otras).

b. Distinguir claramente los datos aportados (insumos) por el problema de los resultados pedidos (productos). En muchas ocasiones, se dan datos que no son necesarios para la solución del problema. En otras ocasiones, pareciera que hacen falta datos (implícitos), pero que de una lectura cuidadosa se pueden deducir.

c. Diseñar un plan para la resolución del problema. Aquí, intervienen los distintos tipos de fórmulas que se pueden aplicar, la elaboración de tablas, gráficas, partir el problema en otros más sencillos, plantear soluciones a partir de otros problemas conocidos, entre otras situaciones posibles.

d. Ejecutar el plan. Para ello, es importante estar seguros de que las fórmulas aplicadas son las correctas y que se están utilizando los datos que intervienen en el planteamiento del problema.

e. Verificar que la respuesta o las respuestas obtenidas cumplan con las condiciones dadas por el problema.

A continuación, se presentan algunos ejemplos para ilustrar la metodología de solución de problemas literales.

2. Simbolización de expresiones literales

En la solución de problemas, aparecen expresiones literales que se deben traducir al lenguaje simbólico. Para dos variables x y y, algunas de las frases comunes y su respectiva representación simbólica, se muestran a continuación.

Simbolice las siguientes expresiones:

a. El doble de x es igual a su triple disminuido en 2.

   Solución

   Cada una de las partes de la expresión se simboliza como:

   El doble de x: $2x$

   El triple disminuida en 2: $3x-2$

   Por último, se relaciona cada una de las partes mediante el operador: $2x = 3x-2$

Expresión literal	**En símbolos**
El doble de x	$2x$
El triple de x	$3x$
El cuadrado de x	x^2
El cubo de x	x^3
El doble de x al cuadrado	$(2x)^2$
El triple de x menos x al cuadrado	$3x-x^2$
La mitad de x	$\frac{x}{2}$
La tercera parte de x	$\frac{x}{3}$
A x se le suma 5	$x+5$
A la quinta parte de x se le resta 4	$\frac{x}{5}-4$
La suma de los números x y y	$x+y$
El doble de la suma de x y y	$2(x+y)$
El triple del cuadrado del producto de x y y	$3(xy)^2$
El cociente de x y y, incrementado en 5	$\frac{x}{y}+5$
Razón entre x y y	$\frac{x}{y}$
...	...

b. El cuadrado de una variable x menos la variable x es igual a menos 6.

Solución

Cada una de la partes se simboliza como:

El cuadrado de x: x^2

Menos la variable x: $-x$

Luego, la expresión dada se transforma en: $x^2 - x = -6$

c. Tres veces una variable x es igual a la variable y aumentada en 10.

Cada una de las partes se puede simbolizar como:

Tres veces la variable x: $3x$

La variable y aumentada en 10: $y+10$

Por lo tanto, la expresión se simboliza como: $3x = y+10$

d. Para la ecuación $\frac{1}{2}(x+y) = x^2+y^2$, escribir una expresión verbal que la represente.

Solución

Como en los casos anteriores, se puede comenzar por escribir cada una de las partes de la ecuación en el lenguaje natural. Supongamos que x y y representa números cualquiera.

$\frac{1}{2}(x+y)$: la mitad de la suma de los números x y y.

x^2+y^2: la suma del cuadrado de los números x y y.

Por lo tanto, la ecuación dada se puede escribir como: la mitad de la suman de dos números es igual a la suma de los cuadrados de los números.

e. Simbolizar la expresión: x es proporcional a y.

Solución

Cuando una variable x es proporcional a otra variable y es porque existe una constante positiva k que permite expresar a x como ky. A la constante k se le denomina constante de proporcionalidad.

Por lo tanto, la expresión “x es proporcional a y” se simboliza como: $x = ky$.

Por ejemplo: “6 es proporcional a 2”, puesto que existe una constante 3 positiva, tal que $6 = 3(2)$.

f. Simbolizar la expresión: x es inversamente proporcional a y.

Solución

Cuando una variable x es inversamente proporcional a otra variable y es porque existe una constante positiva k que permite expresar a x como $\frac{k}{y}$. Es decir que x es igual a $\frac{k}{y}$. A la constante k se le denomina constante de proporcionalidad.

Por lo tanto, “x es inversamente proporcional a y” se simboliza como $x = \frac{k}{y}$.

Ejercicio

Escribir en lenguaje simbólico la expresión: la suma de dos números al cubo es igual a tres veces su producto.

a. $3(x+y) = (xy)^3$

b. $(x+y)^3 = 3xy$

c. $x^3 + y^3 = 3xy$

d. $x^3 + y^3 = (3x)(3y)$

Ejercicio

Escribir en lenguaje natural la expresión simbólica: $\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}y < x + y$, x y y números.

a. Seis veces la suma de dos números es menor que su suma.

b. Un sexto de la suma de dos números es mayor que su suma.

c. La mitad de un número, más la tercera parte de otro es menor que la suma de los números.

d. La mitad de un número, más la tercera parte de otro es mayor que la suma de los números.

Ejercicio

Un empleado E_1 se toma 7 veces más tiempo en hacer una tarea que un empleado E_2. Si el empleado E_1 realiza la tarea en 63 minutos, el tiempo que tarda el empleado E_2 en realizar la tarea es

a. Siete (7) horas y 21 minutos.

b. 441 minutos.

c. Siete (7) minutos.

d. Nueve (9) minutos.

A continuación, se presentan algunos ejemplos de ejercicios en los que para su solución es necesario pasar del lenguaje natural al simbólico.

3. Ejemplos

En esta sección se plantean algunos ejemplos de problemas típicos que se presentan en cálculo y matemáticas en general.

3.1. Cilindros y conos

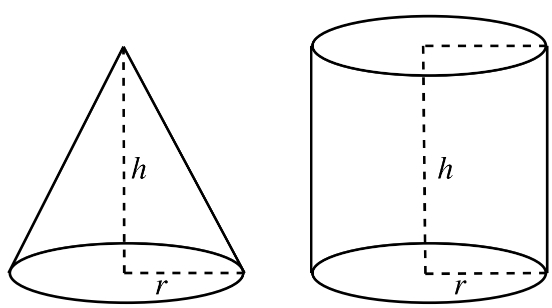
Un vaso en forma cilíndrica esta lleno de agua. Se desea trasvasar esa agua a vasos en forma de conos que tienen la misma altura y radio del cilindro. El número de conos que se pueden llenar es:

Solución

a. El problema pertenece a la geometría. Relaciona el volumen de dos figuras geométricas, como son el cilindro y el cono.

b. Los datos aportados por el problema son: el cono y el cilindro tienen el mismo radio y la misma altura. El volumen de agua que contiene el cilindro y el de la suma de los conos debe ser el mismo. Si r es el radio y h la altura, de la geometría se sabe que:

$$
\begin{aligned}
V_{cilindro} &= \pi r^2 h \\
V_{cono} &= \frac{1}{3}\pi r^2 h
\end{aligned}
$$



c. En la solución del problema, se puede utilizar el dato de que tanto los radios como las alturas del cono y del cilindro son iguales. A partir de esto se tiene que el volumen del cono se puede expresar en términos del volumen del cilindro.

d. Para encontrar la solución, se puede expresar el volumen del cono en términos del volumen del cilindro de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} V_{cono} &= \frac{1}{3}\pi r^2 h \\ &= \frac{1}{3} V_{cilindro}, \text{ y así} \\ 3V_{cono} &= V_{cilindro} \end{aligned}$$

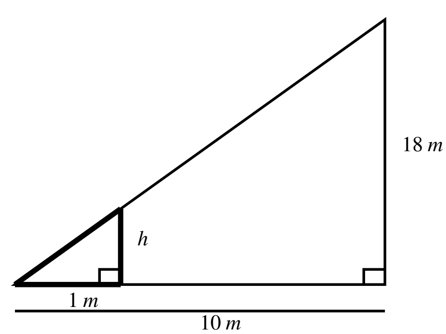
e. Por lo tanto, la respuesta es que con un cilindro lleno de agua, de radio r y altura h se pueden llenar tres (3) conos de las mismas dimensiones.

   La comprobación de la respuesta se puede hacer comenzando por la última fórmula utilizada y verificando que todos los pasos dados son correctos.

3.2. Proporcionalidad

Una lámpara en el piso alumbra una pared vertical de un edificio que se encuentra a 10 m de la lámpara. Una persona situada a 1 m de la lámpara proyecta una sombra sobre el edificio de 18 m. Halle la estatura de la persona.

a. El problema pertenece al área de la geometría, más concretamente al tema de la proporcionalidad entre triángulos rectángulos. La siguiente figura representa la situación descrita en el ejercicio. En la mayoría de problemas literales, hacer un dibujo permite tener una mejor comprensión del mismo.



b. Los datos aportados por el problema son la distancia a la que se encuentra el hombre de la fuente de luz ($1\ m$), la distancia de la fuente de luz a la pared vertical ($10\ m$), la altura a la que se proyecta la sombra del hombre sobre la pared ($18\ m$). Además, de la redacción del ejercicio, se deduce que se tienen dos triángulos rectángulos semejantes, pues tienen un ángulo agudo común. La pregunta es encontrar la altura del hombre. En el dibujo se designó esta variable por la letra h.

c. El plan para solucionar el problema lo sugiere la geometría del mismo. Como se tienen dos triángulos rectángulos semejantes, sus lados correspondientes son proporcionales entre sí, y se pueden aplicar las propiedades de la proporcionalidad. Se tiene que la altura del hombre es correspondiente a la altura que proyecta su sombra sobre el edificio. La distancia a la que está el hombre de la fuente de luz es correspondiente a la distancia que esta la misma fuente de luz a la pared.

d. Teniendo en cuenta lo anterior se tiene que:

$$\frac{h}{18} = \frac{1}{10}$$

al multiplicar a ambos lados de la igualdad por 18 se tiene que:

$$\begin{aligned} \frac{h}{18}(18) =& \frac{1}{10}(18) \\ h =& \frac{18}{10} \\ h =& 1.8\ m \end{aligned}$$

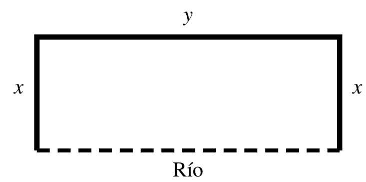
e. La respuesta encontrada corresponde con un ejercicio coherente. La estatura del hombre está dentro de lo normal.

3.3. Área y perímetro

Un granjero tiene $1800\ m$ de cerca y desea cercar un campo rectangular que limita con un río recto. No se necesita cerca a lo largo del río. Exprese el área del campo en términos de su ancho.

Solución

a. De la lectura, se tiene que el problema corresponde a una situación geométrica, en la que interviene el área y el perímetro de un rectángulo. El perímetro de un rectángulo es la suma de las longitudes de sus lados: dos veces el ancho más dos veces el largo. El área se encuentra multiplicando el largo por el ancho. Un dibujo de la situación descrita se presenta a continuación:



b. Los datos aportados por el problema son los siguientes: el perímetro de la zona que necesita cerca suma 1800 m. Si x es el ancho y y el largo del rectángulo, a partir de la figura y la redacción del problema, la expresión se puede escribir simbólicamente de la siguiente manera: $2x + y = 1800$. Aquí, es importante recalcar que a lo largo del río no se requiere cerca y es un dato del problema que se debe tener en cuenta. La incógnita o término a encontrar es el área del rectángulo en términos de su ancho x. Si A es el área, simbólicamente se puede expresar como $A = xy$. El área tiene dos variables (el ancho x y el largo y).

c. A partir de la redacción del ejercicio, los datos aportados por el mismo y la figura realizada, se puede ver que para hallar la respuesta, hay que encontrar una expresión equivalente al largo (y), con el fin de sustituirla en la ecuación del área, para que ésta quede expresada solamente en términos del ancho (x).

d. Teniendo en cuenta las ecuaciones para el perímetro y el área dadas anteriormente se tiene que:

$$\begin{aligned} 2x + y =& 1800, \text{perímetro} \\ A =& xy, \text{área} \end{aligned}$$

Despejando y del perímetro, se tiene que: $y = 1800 - 2x$

Al sustituir está expresión en la fórmula del área, se tiene: $A = xy = x(1800 - 2x)$

Por lo tanto, el área en términos del ancho x está dada por $A = x(1800 - 2x) = 1800x - 2x^2$

e. La respuesta encontrada es coherente con los datos dados por el problema y con la pregunta planteada en el mismo.

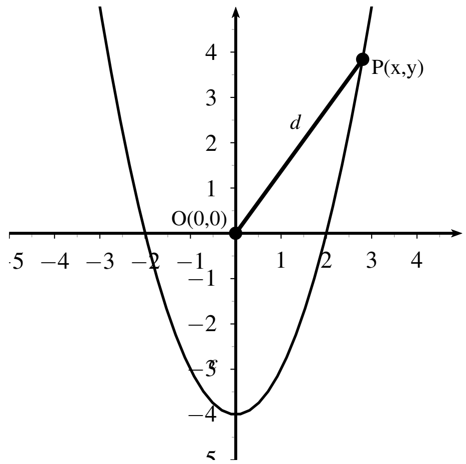
El área también se puede expresar en términos del largo: $A = 900y - \frac{y^2}{2}$. Verificarlo.

3.4. Distancia desde el origen a una gráfica

Si $P(x, y)$ es un punto de la gráfica de la ecuación de $y = x^2 - 4$, exprese la distancia d de P al origen O como una función de x.

Solución

a. El problema plantea encontrar la distancia entre dos puntos. En este caso, un punto fijo que es el origen $O(0, 0)$ y un punto móvil $P(x, y)$ sobre una ecuación que representa una parábola. La situación descrita en el problema se representa gráficamente en el siguiente dibujo:



b. Los datos aportados por el problema son el punto de origen $O(0,0)$, un punto cualquiera $P(x,y)$, sobre la parábola $y = x^2 - 4$ y la pregunta a resolver, es la distancia entre esos dos puntos. De la geometría, se tiene que la distancia entre dos puntos cualquiera en el plano cartesiano $P_0(x_0,y_0)$ y $P(x,y)$, está dada por:

$$d(P_0,P) = \sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2}$$

c. Para encontrar la respuesta pedida hay que reemplazar en la fórmula de la distancia los datos dados por el problema. En este caso se toma el punto (x_0,y_0) como $(0,0)$ y a $P(x,y)$ como un punto cualquiera sobre la parábola. Al reemplazar, se tiene que:

$$\begin{aligned} d(O,P) &= \sqrt{(x-0)^2 + (y-0)^2}, \text{reemplazando los datos dados en la fórmula.} \\ &= \sqrt{x^2 + y^2}, \text{realizando las operaciones indicadas.} \\ &= \sqrt{x^2 + (x^2-4)^2}, \text{sustituyendo } y \text{ por el valor dado en la parábola.} \\ &= \sqrt{x^4 - 7x^2 + 16}, \text{desarrollando el binomio y simplificando.} \end{aligned}$$

De donde se tiene que la distancia entre el origen $O(0,0)$ y cualquier punto de la parábola $y = x^2 - 4$ está dada por:

$$d = \sqrt{x^4 - 7x^2 + 16}$$

d. Para verificar que la respuesta es la correcta, se pueden tomar algunos valores particulares de x y sustituirlos en la fórmula hallada.

Por ejemplo, para $x = 0$, se tiene que $d = \sqrt{x^4 - 7x^2 + 16} = \sqrt{0^4 - 0^2 + 16} = \sqrt{16} = 4$, que es la distancia entre el punto $O(0,0)$ y el punto $P(0,-4)$ sobre la parábola.

Verifique la distancia entre el origen y los puntos sobre la parábola con los valores $x = 2$ y $x = -2$.

4. Ejercicios de problemas literales

1. Un terreno rectangular tiene un perímetro de 40 metros. Si el terreno tiene base de medida a metros, entonces el área en términos de a es igual a

   a. $10a-a^2$
   b. $20a-a^2$
   c. $40a-a^2$
   d. $20a+a^2$

2. Un rectángulo tiene un perímetro de 40 centímetros. Si la región rectangular tiene base de medida a centímetros, entonces la diagonal del rectángulo en términos de a es igual a

   a. $20a-a^2$
   b. $\sqrt{400-40a+a^2}$
   c. $400-40a+2a^2$
   d. $\sqrt{400-40a+2a^2}$

3. Una región rectangular tiene un perímetro de 20 centímetros. Si la región tiene base de medida x centímetros, entonces el área en términos de x es igual a

   a. $10x-x^2$
   b. $5x-x^2$
   c. $20x-x^2$
   d. $50x+x^2$

4. Una región rectangular tiene un área de 10 centímetros cuadrados. Si la región tiene base de medida x centímetros, entonces el perímetro en términos de x es igual a

   a. $\dfrac{x^2+10}{x}$
   b. $\dfrac{2x^2+20}{x}$
   c. $\dfrac{2x^2+10}{x}$
   d. $\dfrac{2x^2-20}{x}$

5. Una región rectangular tiene un área de 8 metros cuadrados. Si la región tiene base de medida b centímetros, entonces el perímetro en términos de b es igual a

   a. $\dfrac{2b^2-16b}{b}$

b. $\dfrac{2b^2+8b}{b}$

c. $\dfrac{2b^2+16}{b}$

d. $\dfrac{b^2+16b}{b}$

6. Se dispone de un alambre de 20 centímetros para formar un cuadrado y una circunferencia respectivamente. El área encerrada por estas figuras en términos del radio r de la circunferencia es igual a

   a. $\pi r^2+(10-\pi r)^2$
   b. $\pi r^2+(5-\frac{\pi r}{2})^2$
   c. $\pi r^2+25-(\frac{\pi r}{2})^2$
   d. $\pi r^2+(20-\pi r)^2$

7. Se dispone de un alambre de 12 pies para formar un cuadrado y una circunferencia respectivamente. El área encerrada por estas figuras en términos del radio r de la circunferencia es

   a. $\pi r^2+(\frac{12-\pi r}{2})^2$
   b. $\pi r^2+(\frac{3-\pi r}{2})^2$
   c. $\pi r^2+(\frac{6-\pi r}{4})^2$
   d. $\pi r^2+(\frac{6-\pi r}{2})^2$

8. La suma de dos números naturales es 24. Si uno de los números es tres veces el otro, entonces el número mayor es

   a. 15
   b. 6
   c. 18
   d. 8

9. La suma de dos números naturales es 35. Si uno de los números es cuatro veces el otro, entonces el número menor es

   a. 5
   b. 7
   c. 10
   d. 8

10. En un cuadrado con un área de 4 centímetros cuadrados, la longitud de su diagonal es

    a. $\sqrt{4}$ centímetros.

b. $2\sqrt{2}$ centímetros cuadrados.
c. $2\sqrt{2}$ centímetros.
d. 8 centímetros.

11. En un rectángulo con un área de 18 centímetros cuadrados, la longitud de la base es el doble de la altura. La longitud de su altura es

a. 6 centímetros.
b. $5\sqrt{3}$ centímetros.
c. $\sqrt{3}$ centímetros.
d. 3 centímetros.

12. En un rectángulo con un área de 8 centímetros cuadrados, la base es el doble de la altura. La longitud de una de sus diagonales es

a. 4 centímetros.
b. $2\sqrt{5}$ centímetros.
c. $\sqrt{6}$ centímetros.
d. 6 centímetros.

13. Un triángulo rectángulo tiene 40 centímetros cuadrados de área. Si la suma de las longitudes de los catetos es igual a 9 centímetros, entonces la longitud del cateto menor mide

a. 4 centímetros.
b. 5 centímetros.
c. 3 centímetros.
d. $\sqrt{10}$ centímetros.

14. Una lámpara se encuentra en el suelo a una distancia horizontal de 10 metros de un edificio. Una persona situada a 1 metro de la lámpara proyecta una sombra sobre el edificio de 17 metros. La estatura de la persona es igual a

a. 1.84 metros.
b. 1.75 metros.
c. 1.70 metros.
d. 1.63 metros.

15. Una lámpara se encuentra en el suelo a una distancia horizontal de 10 metros de un edificio. Una persona situada a 2 metros de la lámpara proyecta una sombra sobre el edificio de 8 metros. La estatura de la persona es igual a:

a. 1.65 metros.

b. 1.75 metros.
c. 1.70 metros.
d. 1.60 metros.

16. Considere un cilindro circular recto de radio r y altura h, lleno de agua hasta los $\frac{2}{5}$ de su altura. El porcentaje del volumen del cilindro que se encuentra vacío es igual a

a. 20 %
b. 40 %
c. 60 %
d. 80 %

17. Si el perímetro de un triángulo equilátero es 18 centímetros, entonces su área es

a. $9\sqrt{3}$ centímetros cuadrados.
b. $\frac{9\sqrt{3}}{2}$ centímetros cuadrados.
c. $\frac{9\sqrt{2}}{2}$ centímetros cuadrados.
d. $9\sqrt{2}$ centímetros cuadrados.

18. Un salón de clases tiene 14 metros de largo, 10 metros de ancho y 3 metros de altura. El volumen del salón es,

a. 420 metros cuadrados.
b. 140 metros cúbicos.
c. 27 metros cúbicos.
d. 420 metros cúbicos.

19. Considere un edificio de 10 metros de largo, 10 metros de ancho y 5 metros de alto. Si se requiere pintar las paredes exteriores laterales del edificio y es sabido que un litro de pintura cubre 10 metros cuadrados, entonces el número de litros requeridos, es igual a

a. 40
b. 5
c. 10
d. 20

20. Si en un triángulo rectángulo isósceles, la hipotenusa mide $\sqrt{10}$ metros. Entonces el área en metros cuadrados, es igual a

a. 10
b. 5
c. $\frac{5}{2}$

d. $\sqrt{10}$

21. Si en un triángulo rectángulo isósceles, la hipotenusa mide $5\sqrt{2}$ metros, entonces el perímetro en metros, es igual a

a. $5(2+\sqrt{2})$
b. $2(2+\sqrt{2})$
c. $3(2+\sqrt{2})$
d. $10+\sqrt{2}$

22. El largo de un rectángulo es tres veces el ancho. El perímetro del rectángulo es de 32 centímetros. La medida de la longitud de la diagonal del rectángulo es

a. $2\sqrt{10}$ centímetros
b. $4\sqrt{10}$ centímetros
c. $8\sqrt{10}$ centímetros
d. 16 centímetros

23. A una reunión asistieron 84 personas entre niños, hombres y mujeres. El número de mujeres duplica al de hombres y el número de niños es el triple que de hombres y de mujeres juntos. El número de niños que hay en la reunión, es igual a

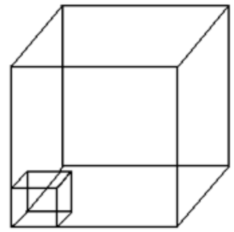
a. 7
b. 14
c. 49
d. 63

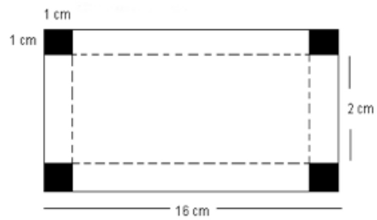
24. En una reunión hay 120 personas entre niños, hombres y mujeres. El número de niños es el triple del de hombres y el número de mujeres es la mitad del total entre hombres y niños. El número de mujeres que hay en la reunión, es igual a

a. 20
b. 30
c. 40
d. 60

25. Si el lado del cubo mayor mide 12 centímetros y el lado del menor mide 4 centímetros, entonces las veces que el cubo mayor contiene al cubo menor es

a. 30
b. 24
c. 12



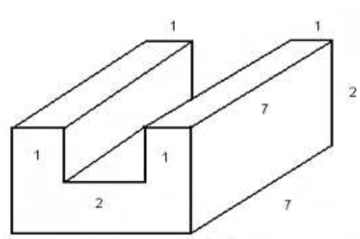


d. 27

26. En la hoja rectangular que se ilustra, se recortan las esquinas sombreadas y se doblan para formar una caja. El volumen de la caja resultante es

a. 32 centímetros cuadrados
b. 28 centímetros cúbicos
c. 32 centímetros cúbicos
d. 64 centímetros cúbicos

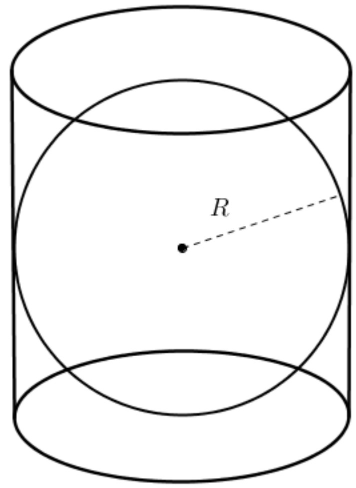
27. El volumen de la figura es igual a:



a. 35
b. 28
c. 42
d. 56

28. En la figura se ilustra una esfera de radio R inscrita en un cilindro. El volumen del cilindro es igual a:

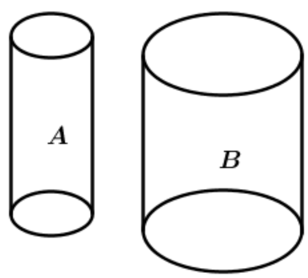
a. $2\pi R^3$
b. πR^3



c. $4\pi R^2$

d. $2\pi R^2$

29. En la figura se muestran dos cilindros de 10 centímetros de altura. El radio de la base del cilindro A es $\frac{1}{2}$ del radio de la base del cilindro B. Si el cilindro A tiene un volumen de 20 centímetros cúbicos, entonces el volumen del cilindro B, en centímetros cúbicos, es



a. 40

b. 60

c. 80

d. 30

30. Se dispone de 100 metros de cerca para encerrar un terreno de forma rectangular. Si uno de los lados no tiene cerca, el área máxima que se puede encerrar es

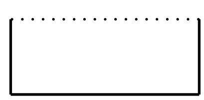


Figura 1: Rectángulo.

a. 1000 metros cuadrados

b. 1200 metros cuadrados

c. 1250 metros cuadrados

d. 1500 metros cuadrados

31. Una empresa requiere impresiones de hojas para un libro. Las hojas deben tener márgenes de 2 pulgadas en la parte inferior y superior, y de 1 pulgada en cada una de las márgenes izquierda y derecha. Las hojas deben de tener un área total de 100 pulgadas cuadradas. Si la base total de la hoja mide x pulgadas, el área impresa es

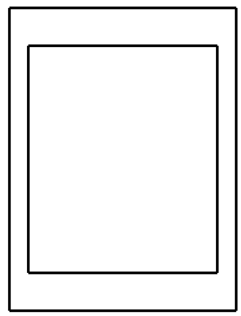


Figura 2: Rectángulo.

a. $(x-4)(\frac{100}{x}-2)$

b. $(x-2)(\frac{100}{x}-1)$

c. $(x-2)(\frac{100}{x}-4)$

d. $100-4x-\frac{100}{x}$

32. Si largo de un rectángulo es tres veces el ancho y la diagonal del rectángulo mide 10 centímetros, la longitud del perímetro del rectángulo es

a. $2\sqrt{10}$ centímetros

b. $4\sqrt{10}$ centímetros

c. $8\sqrt{10}$ centímetros

d. 16 centímetros

33. Un cilindro de radio R y de altura H se encuentra lleno de agua hasta las $\frac{4}{5}$ partes de su altura. El porcentaje del volumen del cilindro que se encuentra vacío es:

a. 80%

b. 20%

c. 25%

d. 10 %

34. Un cilindro de radio R y de altura H se encuentra lleno de agua hasta las $\frac{3}{4}$ partes de su altura. El porcentaje del volumen del cilindro que se encuentra vacío es:

a. 25 %

b. 10 %

c. 15 %

d. 75 %

35. Un tanque rectangular, que tiene como base un cuadrado de 3 metros de lado y una altura de 2 metros, tiene una capacidad de

a. 18 litros

b. 180 litros

c. 180 litros

d. 18.000 litros

36. Un grupo de amigos decide arrendar una finca para ir de vacaciones por un valor de 1.200.000 pesos; y deciden compartir los gastos en partes iguales. Ahora, si encuentran a una persona más que se les una, cada uno contribuirá con 80.000 pesos. El número de personas que conforman el grupo es igual a

a. 10

b. 12

c. 14

d. 15

37. Un grupo de amigos decide arrendar una finca para ir de vacaciones por un valor de 1.260.000 pesos; y deciden compartir los gastos en partes iguales. Ahora, si encuentran a una persona más que se una, cada uno pagará 3.000 pesos menos. El número de personas que conforman el grupo es igual a

a. 15

b. 20

c. 21

d. 22

38. Un grupo de estudiantes organiza un paseo y deciden contratar un servicio de transporte por un valor de 1.200.000 pesos; los gastos se reparten por partes iguales. Ahora, si se retira un estudiante, cada uno pagará 2.000 pesos más. El número de estudiantes que conforman el grupo es igual a

a. 20

b. 24

c. 25

d. 28

39. La cantidad de una solución ácida al 60 % que se debe mezclar con una solución al 20 % para obtener 200 mililitros de una solución al 40 % es igual a

    a. 100 mililitros

    b. 80 mililitros

    c. 120 mililitros

    d. 150 mililitros

40. La cantidad de una solución ácida al 20 % que se debe mezclar con una solución al 60 % para obtener 500 mililitros de una solución al 50 % es igual a

    a. 100 mililitros

    b. 120 mililitros

    c. 125 mililitros

    d. 130 mililitros

5. Bibliografía

1. Zill, D. G., & Dewar, J. M. (2008). Precálculo con avances de cálculo. McGraw-Hill Interamericana.

2. James, S., Redlin, L., Watson, S., Vidaurri, H., Alfaro, A., Anzures, M. B. J., & Fragoso Sánchez, F. (2007). Precálculo: matemáticas para el cálculo. México: Thomson Learning, 847.

3. Leithold, L., & González, F. M. (1998). Matemáticas previas al cálculo: funciones, gráficas y geometría analítica: con ejercicios para calculadora y graficadora. Oxford University Press.

4. Sullivan, M. (1998). Precálculo. Pearson Educación.