



**Estimación del Valor en Riesgo -VaR- para un portafolio de inversión  
compuesto por acciones del COLCAP bajo el método de Cópulas  
usando la distribución t-student**

Por

**Jhon Stiwart Ayala Urrea**

*jsayalau@eafit.edu.co*

**Ricardo Hoyos Giraldo**

*rhoyosg@eafit.edu.co*

Tesis presentada como requisito parcial para obtener el título de Magíster en  
Administración Financiera

Asesor

Germán Adolfo Peña Higuavita, CFA, FRM

UNIVERSIDAD EAFIT

Pereira, mayo, 2022

© 2022 por Ricardo Hoyos Giraldo y Jhon Stiwart Ayala Urrea

Todos los Derechos Reservados

## Contenido

1. Introducción.....	6
2. Marco teórico.....	7
3. Metodología.....	15
3.1. Identificación de estudios previos basados en la estimación del VaR por medio de la función de Cópulas .....	15
3.2. Metodología de la investigación.....	16
4. Resultados.....	18
4.1. Análisis de las acciones que cotizaban en el índice COLCAP durante los años 2019 y 2020 .....	19
4.2. Cálculo del Valor en Riesgo – VaR bajo métodos paramétricos. ....	23
4.3. Aplicación de pruebas de Backtesting para medir la eficiencia del Valor en Riesgo – VaR.....	24
4.4. Cópula usando una distribución t-student: .....	26
4.4.1. Pruebas de bondad de ajuste: .....	27
5. Conclusiones y recomendaciones .....	31
Referencias bibliográficas.....	32

## Lista de tablas

Tabla 1. Acciones y su participación en el portafolio óptimo del año 2019.....	19
Tabla 2. Resultados de la maximización del R-Sharpe para el portafolio óptimo año 2019	21
Tabla 3. Acciones y su participación en el portafolio óptimo del año 2020.....	21
Tabla 4. Resultados de la maximización del R-Sharpe para el portafolio óptimo año 2020	23
Tabla 5. Resultados del Valor en Riesgo – VaR por lo métodos paramétricos tradicionales .....	24
Tabla 6. Resultados de las Pruebas de Backtesting para los años 2019 y 2020.....	25
Tabla 9. Prueba de Kolmogorov-Smirnov.....	27
Tabla 10. Resultados de las pruebas de Backtesting para el año 2019 bajo el método de Cópulas.....	29

## Lista de figuras

Figura 1. Desequilibrios en los mercados.....	8
Figura 2. Cálculo del VaR desde la distribución de probabilidad de ganancias del portafolio.....	9
Figura 3. Cálculo del VaR desde la distribución de probabilidad de pérdidas del portafolio	9
Figura 4. Distribución normal bivariada.....	12
Figura 5. Cópula con distribución t-student.....	13
Figura 6. Metodología de solución.....	17
Figura 7. Distribución t-student con 4 grados de libertad.....	28
Figura 8. Comparativo VaR 2019 por diferentes métodos de estimación.....	30

## Resumen

El Valor en Riesgo (VaR) es una medida utilizada para calcular el límite de la posible pérdida de valor de un portafolio, con un nivel de confianza definido. Existen métodos tradicionales para calcularlo, como son Simulación Histórica y Varianza-Covarianza; sin embargo, ambos se apoyan del pasado para explicar el futuro, por lo que, ante eventos que ocurren por primera vez, su estimación del riesgo se ve limitada. En esta investigación se plantea una forma de preparar al mercado financiero para una próxima pandemia u otro evento de riesgo futuro. Se hace uso del método de Cópulas, siguiendo una distribución t-student, que proporciona una forma de definir la estructura de correlación entre dos o más variables, independientemente de las formas de sus distribuciones de probabilidad. Los resultados obtenidos demuestran que la estimación del VaR es más precisa y consistente, bajo el método de Cópulas que por los métodos tradicionales.

**Palabras claves:** Portafolio, Valor en riesgo, Cópulas, Estructura de dependencia, Riesgo de mercado.

## Abstract

Value at Risk (VaR) is a measure used to calculate the limit of the possible loss of value of a portfolio with a defined confidence level. There are traditional methods to calculate it such as Historical Simulation and Variance-Covariance; however, both rely on the past to explain the future, so in the face of events occurring for the first time, their risk estimate is limited. This research proposes a way to prepare the financial market for an upcoming pandemic or other future risk event. The Copulas method is used following a t-student distribution that provides a way to define the correlation structure between two or more variables, regardless of the shapes of their probability distributions. The results obtained show that the estimation of VaR is more accurate and consistent under the Copulas method than by traditional methods.

**Key words:** Portfolio, Value at Risk, Copula, Dependency structure, Market risk.

## 1. Introducción

En la última década, la administración del riesgo en los mercados financieros ha tomado gran relevancia, principalmente por la necesidad de anticiparse a eventos extremos, como lo ocurrido en 2008 con la crisis financiera en Estados Unidos y, ahora más recientemente en el año 2020, con la pandemia Covid-19. De acuerdo con la CEPAL (2020), ante la pandemia de Covid-19, las economías a lo largo y ancho del planeta se han cerrado y paralizado, y las sociedades han entrado en cuarentenas severas y prolongadas. Estas medidas, tal como señala la Comisión Económica para América Latina y el Caribe – CEPAL-, solo son comparables a las tomadas en situaciones de guerra.

Ante estos hechos, es claro que cuanto más eficiente sea la administración del riesgo, menores serán los efectos negativos, y en un escenario financiero; algunos de los métodos tradicionales para la administración del riesgo pueden no ser suficientes para enfrentar situaciones imprevistas, como interrupciones en las actividades productivas, contracción de la demanda, disminución del empleo y confinamientos que generan pérdidas significativas en los mercados.

Para cuantificar la exposición al riesgo de mercado al que se enfrentan las empresas, se suele utilizar una medida conocida como Valor en Riesgo –VaR-, que permite calcular la posible pérdida de un portafolio dado un nivel de confianza definido.

¿Si el mercado se quisiera preparar para eventos de riesgo futuros, qué método le permitiría hacer una mejor estimación del VaR?

Si en el año 2021 el mercado se quisiera preparar para afrontar eventos de riesgo futuro, esta investigación explica cómo a partir de dos escenarios diferentes, se puede lograr utilizar un método que permita tener una mejor estimación del VaR.

Para el primer escenario, se tomó como base los datos del año 2019, donde los mercados venían actuando en condiciones normales y, el año 2020 como segundo escenario, donde se presenta el revuelo con la pandemia del Covid-19.

Para ambos escenarios se estimó el Valor en Riesgo mediante los modelos tradicionales y, posteriormente, se realizaron las pruebas de Backtesting de acuerdo con los datos del año 2021. Los resultados obtenidos indican que para el año donde el mercado actúa con normalidad (2019), las pruebas no las logra pasar, debido a que en la ventana de tiempo hay ausencia de datos extremos, como los ocurridos en el año 2020 y, es aquí donde se convierte en un verdadero reto para la administración del riesgo esperar que sucesos tan complejos ocurran para así poder enfrentarlos.

Es por esta razón, que ante condiciones normales del mercado, se requiere utilizar una metodología más robusta para la estimación del VaR, permitiendo anticiparse a eventos de riesgo futuros, por lo cual se propone el modelo de cópulas, siguiendo una distribución t-student, debido a que ofrece más observaciones en la cola de la distribución, lo cual permite capturar mejor la dispersión de los datos, tal y como se demuestra en un caso específico en el que se conforman dos portafolios de inversión calibrados, con datos del índice COLCAP en Colombia.

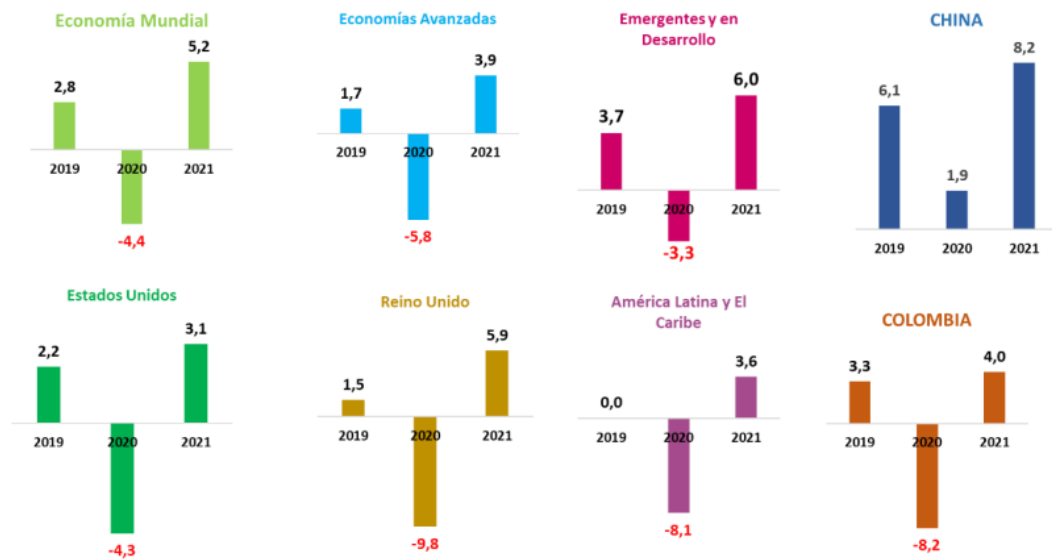
## **2. Marco teórico**

Según el BID (2020), el impacto del choque generado por el Covid-19 sobre el PIB global sería más profundo que el causado por la crisis financiera de 2008, y podría incluso superar al de la Gran Depresión de los años 30. Entre los efectos generados por la pandemia se encuentran la paralización de la actividad económica en distintos países, lo que a su vez se ha reflejado en una disrupción en las cadenas de suministro a nivel global. Además, el efecto del Covid-19 también se ha transmitido a los mercados financieros internacionales, presentándose una mayor incertidumbre y aversión al riesgo, lo que ha afectado principalmente a los mercados emergentes.

Según cifras del FMI, los tres principales índices bursátiles de Estados Unidos han revertido fuertemente su tendencia, pasando de un mercado alcista robusto hacia un mercado bajista que parece no encontrar piso en medio de un contexto de extremo pánico. En el 2020, tanto el Dow Jones, el S&P 500 y el Nasdaq registraron caídas históricas, retrocediendo el 32%, 28,6% y 25,5% respectivamente (Yosovitch, 2020).

El efecto de estos desequilibrios en los mercados financieros tiene su impacto en las diferentes economías del mundo. De acuerdo con la ANDI (2020), el crecimiento esperado a nivel mundial era del 3,6% en 2020, sin embargo, la comparación con las diferentes economías muestra lo siguiente:

**Figura 1.** Desequilibrios en los mercados



Fuente: WEO, FMI, octubre, 2020.

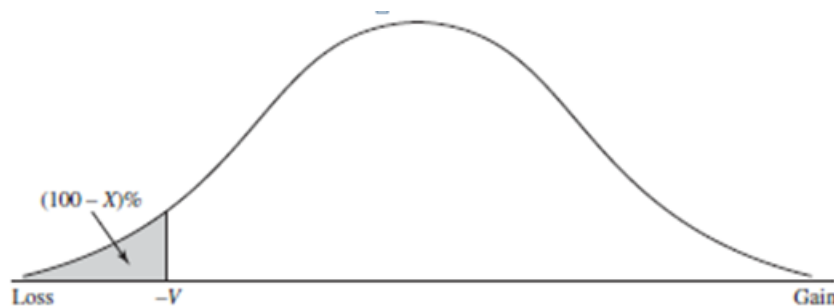
A partir de lo anterior, se evidencia la necesidad que tienen los mercados para anticiparse a eventos de mucho estrés que vienen ocurriendo con mayor frecuencia; y es aquí donde la administración del riesgo toma un papel importante, debido a que es el proceso de entender, costear y manejar eficientemente los niveles inesperados en los resultados, permitiendo estimar y cuantificar las pérdidas potenciales que se pueden sufrir.

Una de las medidas más utilizadas es el Valor en Riesgo (VaR), el cual puede ser entendido como la máxima pérdida en el valor de un portafolio de inversión en un horizonte de tiempo dado y con un nivel de confianza establecido, es decir “se tiene un  $X$  por ciento de certeza de que no se perderá más de  $V$  dólares en el tiempo  $T$ ”, la variable  $V$  es el VaR del portafolio. Es una función de dos parámetros: el horizonte de tiempo,  $T$ , y el nivel de confianza,  $X$  por ciento (Hull, 2015).



Si se analiza a manera de ejemplo, cuando  $T$  son 5 días y  $X = 97$ , el VaR es la pérdida en el percentil 3 de la distribución de ganancias sobre los próximos cinco días. Alternativamente, es la pérdida en el percentil 97 de la distribución de pérdidas durante los próximos cinco días. De manera más general, cuando se utiliza la distribución de ganancias, el VaR es igual a menos la ganancia en el percentil  $(100 - X)$  de la distribución, como se muestra en la siguiente gráfica (Hull, 2015).

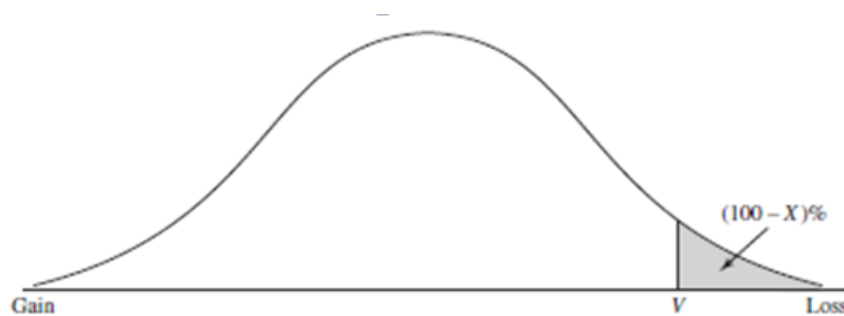
**Figura 2.** Cálculo del VaR desde la distribución de probabilidad de ganancias del portafolio



Fuente: Hull, 2015.

Cuando se utiliza la distribución de pérdidas, el VaR es igual a la pérdida en el  $X$  percentil de la distribución, como se muestra en la siguiente gráfica:

**Figura 3.** Cálculo del VaR desde la distribución de probabilidad de pérdidas del portafolio



Fuente: Hull, 2015.

De acuerdo con lo anterior, existen diferentes métodos para estimar el VaR, los más utilizados son el método Analítico o Paramétrico, basado en la Matriz de Varianzas Covarianzas, que se caracteriza por su facilidad de aplicación al asumir la hipótesis de

normalidad. También está el método por simulación con dos grandes vertientes, la Simulación Histórica y la Simulación de Montecarlo. En general, ambos modelos estiman los cambios potenciales en el valor de una posición, utilizando para ello, ya sean los movimientos históricos de los activos individuales que la conforman, en el caso de la Simulación Histórica; o bien un número suficiente de escenarios de precios hipotéticos, generados aleatoriamente, en la Simulación de Monte Carlo.

Los modelos por simulación (Simulación Histórica y Simulación de Montecarlo) son los más utilizados, ya que permiten una buena estimación del VaR cuando se espera que en el futuro los mercados se comporten de igual manera que en el pasado; si los mercados no siguen una misma dinámica entre el pasado y el futuro, es aquí donde los supuestos en los que se basan estos modelos no funcionan de la mejor manera, por lo que es necesario hacer estimaciones a partir de otros modelos más robustos. Una forma de agregar más eficiencia a los métodos tradicionales es emplear la función cópula, que permite resolver los problemas de riesgo multivariado y permite calcular las relaciones de dependencia sin incurrir en las desventajas que presenta la correlación lineal, y posibilita, además, modelar la dependencia de valores extremos (Torres, 2009). No obstante, la función cópula ya es utilizada en métodos como la Simulación de Montecarlo, pero al seguir una distribución normal no facilita la captura de datos extremos en la ventana de tiempo analizada. Es acá donde se logra hacer más robusto el modelo, al emplear una cópula siguiendo una distribución t-student, dado que se logra estresar más el modelo de estimación del VaR al hacer las colas de la distribución más pesadas, tal como lo explica Hull (2015):

Según Hull (2015), el método de cópulas se puede entender de la siguiente manera:

Se supone que  $G_1$  y  $G_2$  son las distribuciones de probabilidad marginal acumulada de  $V_1$  y  $V_2$ . Se tiene que:

$V_1 = v_1$  a  $U_1 = u_1$  y  $V_2 = v_2$  a  $U_2 = u_2$  de modo que:

$$G_1(v_1) = N(u_1) \text{ y } G_2(v_2) = N(u_2)$$

Donde N es la función de distribución normal acumulada. Esto significa que:

$$u_1 = N^{-1}[G_1(v_1)] \quad u_2 = N^{-1}[G_2(v_2)]$$

$$v_1 = G^{-1} [N (u_1)] \quad v_2 = G^{-1} [N (u_2)]$$

Entonces se supone que las variables  $U_1$  y  $U_2$  son normales bivariadas. La propiedad clave de un modelo de cópula es que conserva las distribuciones marginales de  $V_1$  y  $V_2$ , mientras se define una estructura de correlación entre ellas (Hull, 2015).

Es así como la estructura de dependencia del portafolio y los activos que lo conforman no depende de la correlación individual, sino del coeficiente de spearman o parámetro Rho, el cual es una medida de asociación lineal que utiliza los rangos y los compara, para reflejar el grado de dependencia de las series arrojadas por la estimación de la Cópula. Una Cópula extrae la estructura de dependencia de la función de distribución multivariada y, de esta manera, contiene mucha más información de la dependencia de los activos de un portafolio (Ceballos, 2015).

Al igual que los métodos tradicionales para la estimación del VaR, también existen multitud de cópulas que se agrupan en dos grandes familias: las elípticas y las cópulas arquimedianas (Rivas, 2016). En esta investigación se mostrarán las cópulas elípticas que son la Gaussiana y la t-student.

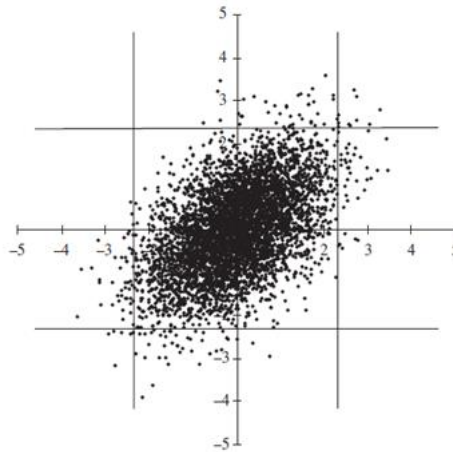
Según Ntwiga (2004), la cópula Gaussiana es de las más extendidas en el mundo financiero y su distribución es la más utilizada, representa la estructura de dependencia para una distribución normal multivariante. Sea  $\Phi \Sigma$  la función de distribución normal multivariante con media cero y matriz de correlaciones  $\Sigma$  y  $\Phi - 1$  la inversa de la distribución normal univariante estándar y  $p$  el coeficiente de correlación, entonces se define matemáticamente la cópula Gaussiana como:

$$C_{Gauss}(u_1, u_2, \dots, u_n; \Sigma) = \Phi_{\Sigma}[\Phi^{-1}(u_1), \Phi^{-1}(u_2), \dots, \Phi^{-1}(u_n)]$$

$$= \int_{-\infty}^{\Phi^{-1}(u_1)} \dots \int_{-\infty}^{\Phi^{-1}(u_n)} \frac{1}{2\pi\sqrt{1-p^2}} \exp\left(\frac{2pst - s^2 - t^2}{2(1-p^2)}\right) ds dt$$

En la siguiente gráfica, se observa la distribución normal bivariada:

**Figura 4.** Distribución normal bivariada



Fuente: Hull, 2015.

De acuerdo con Hull (2015), la dependencia de la cola es mayor en una distribución t-student bivariada que en una distribución normal bivariada.

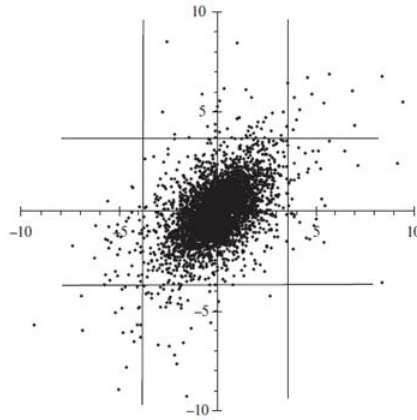
La cópula t-student es muy similar a la gaussiana. La principal diferencia es que contiene la estructura de dependencia para la distribución t-student. De la misma manera que la anterior, se define  $T\Sigma, v$  a la función de distribución t-student centrada, con matriz de correlación  $\Sigma$ , con  $v$  grados de libertad,  $t_{v-1}$  representa la inversa a la función de distribución t-student, y  $p$  la correlación. Se puede definir esta cópula como:

$$C_{t-stu}(u_1, u_2, \dots, u_n; \Sigma) = T\Sigma, v [t_{v-1}(u_1), t_{v-1}(u_2), \dots, t_{v-1}(u_n)]$$

$$= \int_{-\infty}^{t_{v-1}(u_1)} \dots \int_{-\infty}^{t_{v-1}(u_n)} \frac{1}{2\pi\sqrt{1-p^2}} \exp\left(\frac{s^2 - t^2 - 2pst}{v(1-p^2)}\right) - \frac{v+2}{2} ds dt$$

El modelo de cópulas siguiendo la distribución t-student proporciona una mejor descripción del comportamiento de los datos, ya que muestra más observaciones en la cola de la distribución, comparada con la cópula Gaussiana (Wang, 2010), dado que captura mejor la dispersión de los datos, como se observa en la siguiente gráfica:

**Figura 5.** Cópula con distribución t-student



Fuente: Hull, 2015.

Es preciso puntualizar que a medida que aumentan los grados de libertad, la probabilidad de eventos en las colas disminuye, por lo cual cuando  $v$  tiende a infinito la cópula t-student converge a una Gaussiana. Sin embargo, con un grado de libertad bajo sí, difieren considerablemente los valores. La principal ventaja de esta cópula es que consigue estudiar la dependencia tanto en el centro como en las colas de la distribución, mientras que la Gaussiana sólo detecta la dependencia en el centro de la distribución, y es por esto una gran ventaja, y para el caso de esta investigación, resulta fundamental utilizar este modelo, ya que lo que busca es encontrar una forma de preparar al mercado ante próximos eventos de riesgo futuros que ocurren por primera vez.

Ante estos eventos es importante mencionar cómo a partir de los números aleatorios generados por la distribución t-student y la matriz de varianza covarianza, se calculan los escenarios que permiten hacer la proyección del riesgo.

Según Hull (2015), cuando se requieren muestras  $\epsilon_1$  y  $\epsilon_2$  de una distribución normal bivariada (donde ambas variables tienen media cero y desviación estándar uno), el procedimiento habitual consiste en obtener primero muestras independientes  $z_1$  y  $z_2$  de una distribución normal estándar univariada (es decir, una distribución normal con media cero y desviación estándar uno). Las muestras requeridas  $\epsilon_1$  y  $\epsilon_2$  se calculan de la siguiente manera:

$$\varepsilon_1 = z_1$$

$$\varepsilon_2 = \rho z_1 + z_2 \sqrt{1 - \rho^2}$$

Donde  $\rho$  es el coeficiente de correlación en la distribución normal bivariada.

Se considera a continuación una situación en la que necesitan muestras de una distribución normal multivariante (donde todas las variables tienen media cero y desviación estándar uno) y el coeficiente de correlación entre la variable  $i$  y la variable  $j$  es  $\rho_{ij}$ . Primero se muestrea  $n$  variables independientes  $z_i (1 \leq i \leq n)$  de distribuciones normales estándar univariadas. Las muestras requeridas son  $\varepsilon_i (1 \leq i \leq n)$ , donde:

$$\varepsilon_i = \sum_{k=1}^i \alpha_{ik} z_k$$

y los  $\alpha_{ik}$  son parámetros elegidos para dar las varianzas correctas y las correlaciones correctas para  $\varepsilon_i$ . Para  $1 \leq j < i$ , debemos tener

$$\sum_{k=1}^i \alpha_{ik}^2 = 1$$

y, para todo  $j < i$ ,

$$\sum_{k=1}^i \alpha_{ik} \alpha_{jk} = \rho_{ij}$$

La primera muestra,  $\varepsilon_1$ , se iguala a  $z_1$ . Estas ecuaciones se pueden resolver de modo que  $\varepsilon_2$  se calcule a partir de  $z_1$  y  $z_2$ ,  $\varepsilon_3$  se calcule a partir de  $z_1, z_2$  y  $z_3$ , y así sucesivamente. El procedimiento se conoce como la descomposición de Cholesky.

### 3. Metodología

#### 3.1. Identificación de estudios previos basados en la estimación del VaR por medio de la función de Cópulas

Inicialmente es necesario identificar las diferentes metodologías utilizadas para calcular y gestionar el Valor en Riesgo, por lo cual se tomaron como base algunos estudios previos a partir de la literatura, para establecer el alcance que se puede tener al realizar una adecuada estimación del VaR.

Ceballos (2015), en un caso aplicado para implementar las cópulas y estimar el Valor en Riesgo de un portafolio compuesto por dos activos, la tasa representativa del mercado colombiano (TRM) y la tasa de cambio EUR/PESO, utilizó los precios de cierre diarios desde el 5 de enero del 2010 hasta el 17 de junio del 2015 de cada una de las series, para un total de 1422 observaciones. El comportamiento de estos dos activos presenta una tendencia alcista en los últimos años, lo cual responde a los movimientos por los que ha atravesado la economía colombiana, como es el deterioro de los precios del petróleo, lo cual afecta de manera directa el precio de las divisas.

Ceballos (2015), para estimación del VaR de este portafolio, definió las distribuciones marginales y la distribución multivariada de los activos. El proceso que siguió para estimar la cópula y calcular el Valor en Riesgo fue el siguiente:

- Calcular los retornos de los activos y corregir los problemas de heterocedasticidad de los datos y, así mismo, estandarizar dichos residuales.
- A partir de los retornos obtuvo las distribuciones marginales univariadas, las cuales fueron necesarias para calcular el parámetro correspondiente a la cópula.
- Una vez obtenidas las distribuciones marginales univariadas y el valor de la cópula, procedió a simular variables uniformes con distribución conjunta para la cópula estimada.
- Por medio del Método de Simulación de Montecarlo se simularon los retornos, con base en las variables uniformes simuladas anteriormente y la inversa de la función de distribución.

- Después de obtener los retornos, se calculó la distribución de pérdidas y ganancias del portafolio.
- Finalmente se ponderaron los rendimientos, en este caso del 50% para cada activo, y se obtuvo el percentil de los rendimientos ponderados con un nivel de confianza determinado, que fue del 99%.

Por otra parte, Bucio y Cabello (2016) analizaron el valor en riesgo anual de los mercados accionarios de México y Estados Unidos, mediante el VaR tradicional vs VaR con cópulas elípticas. El desarrollo metodológico de este trabajo partió de encontrar la función de distribución conjunta más adecuada de los datos analizados. Esto se logró seleccionando las funciones de distribución marginales específicas para los rendimientos de riesgo individual, y una función cópula para unir las marginales en una sola función de distribución conjunta. Bucio y Cabello (2016), definen los siguientes pasos para estimar el VaR bajo el enfoque de cópulas, así:

1. Establecer el portafolio de dos activos.
2. Simular los escenarios de MonteCarlo para cada log-rendimiento de los activos a partir de un horizonte temporal usando la distribución condicional conjunta.
3. Con base en los diferentes escenarios, el portafolio es reevaluado en función del factor tiempo  $t$ .
4. Las pérdidas del portafolio en cada escenario son calculadas.
5. El cálculo del VaR se realiza a diferentes niveles de confianza.
6. Finalmente, se toma el vector de pérdidas y ganancias y se ordena de manera ascendente, dando como resultado la simulación del vector de pérdidas y ganancias con el cual se hace el cálculo del valor en riesgo vía  $c\%$  percentil.

### **3.2. Metodología de la investigación**

Para dar solución a esta investigación, es necesario analizar las diferentes metodologías para calcular el Valor en Riesgo, siendo Simulación Histórica, Varianza-Covarianza y la Simulación de Montecarlo los puntos de partida. Se propone entonces hacer el cálculo del VaR y su respectivo Backtesting, de tal manera que se pueda identificar la idoneidad de cada



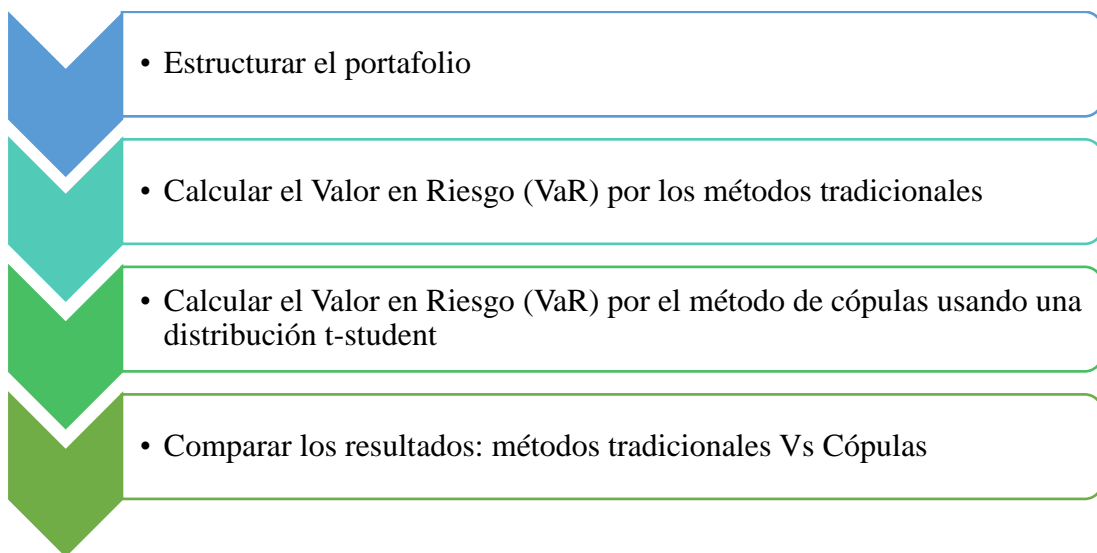
una de estas metodologías en la evaluación del riesgo, especialmente en los escenarios que se observan en la actualidad, donde la volatilidad es un factor de riesgo.

Teniendo presente los supuestos de los métodos tradicionales para la estimación del VaR y los eventos extremos que se vuelven cada vez más recurrentes, se hace necesario evaluar el impacto que tiene el uso de una cópula con distribución de colas pesadas (t-student), para calcular el VaR de un portafolio de inversión compuesto por acciones del COLCAP y sus efectos en la administración del riesgo. Bajo esta metodología, se espera tener resultados mucho más precisos, debido a las características de la cópula, entendida como aquella herramienta que proporciona una forma de definir la estructura de correlación entre dos o más variables, independientemente de las formas de sus distribuciones de probabilidad (Hull, 2015).

Adicionalmente, si se agrega la distribución t-student para la modelación de la cópula, se logra capturar de mejor manera la dispersión de los datos al tener una cola más pesada, haciendo que el modelo cuente con mayor amplitud en el análisis de los eventos extremos y permita observar cuáles son sus efectos en la administración del riesgo.

Para llevar a cabo el desarrollo de la investigación se seguirán los siguientes pasos:

**Figura 6.** Metodología de solución



Fuente: Elaboración propia, 2021.

Inicialmente se realizará la estructuración de un portafolio de inversión compuesto por acciones del índice COLCAP, tomando como base una periodicidad de los valores de manera diaria y un nivel de confianza para el cálculo del VaR del 95%. A partir del modelo de Markowitz, se determinan los pesos porcentuales que tendrá cada acción dentro del portafolio y se calcularán los retornos financieros en la ventana de tiempo definida.

Luego de calcular los retornos financieros de los activos que componen el portafolio, se procederá a calcular la distribución de pérdidas y ganancias y las volatilidades. Con estos datos se procede con el cálculo del VaR por los métodos tradicionales (Simulación Histórica, Varianza covarianza y Simulación de Montecarlo).

Después de utilizar los modelos tradicionales, se realiza una prueba de Backtesting para un periodo de tiempo establecido, con el fin de medir la precisión de los modelos, este se hace calculando una matriz de pérdidas y ganancias, contrastándolo con el valor en riesgo obtenido en los modelos antes mencionados. De acuerdo a un número de excepciones y un nivel de confianza establecido, se determina si el modelo pasa la prueba Backtesting.

Posteriormente, se modelará una estructura de correlación bajo el método de cópulas, siguiendo la distribución t-student, tal como se realizó con los métodos tradicionales; se tomará como base una periodicidad de los valores de manera diaria y un nivel de confianza para el cálculo del VaR del 95%. Con este modelo se obtienen colas más pesadas que capturan mejor la dispersión y eventos extremos en la ventana de tiempo, definida para el cálculo del VaR. Finalmente, se hará una comparación de los resultados obtenidos entre los métodos tradicionales y el método de cópulas para el cálculo del VaR, desde una perspectiva de la administración del riesgo, para observar el impacto que tienen éstos en los retornos financieros del portafolio.

#### **4. Resultados**

En este capítulo se presentan los resultados obtenidos en la investigación, partiendo del análisis de las diferentes acciones del índice COLCAP en Colombia, para la conformación de dos portafolios de inversión para los años 2019 y 2020, respectivamente. Luego de tener cada portafolio, se procede a realizar el cálculo del Valor en Riesgo – VaR por medio de los

diferentes métodos tradicionales y cópula con distribución t-student, para evaluar y comparar su impacto en la administración del riesgo de mercado.

#### **4.1. Análisis de las acciones que cotizaban en el índice COLCAP durante los años 2019 y 2020**

En primer lugar, se analizaron las diferentes acciones que estaban cotizando en el índice COLCAP en Colombia durante los años 2019 y 2020 respectivamente, con el fin de aplicar el método de Markovitz y la maximización del Ratio de Sharpe, para establecer el portafolio óptimo, tanto para el año 2019, considerado de baja volatilidad, como para el año 2020, considerado de alta volatilidad, principalmente por la pandemia Covid-19.

Una vez analizadas las diferentes acciones, se logra componer el portafolio óptimo del año 2019, con 17 acciones con su respectiva inversión y participación porcentual, como se aprecia en la siguiente tabla.

Cabe mencionar que la inversión en el portafolio está representada sobre una base de 1000 USD.

**Tabla 1.** Acciones y su participación en el portafolio óptimo del año 2019

<b>Acción</b>	<b>Nemotécnico</b>	<b>Inversión</b>	<b>Participación porcentual</b>
Grupo Aval	GAA	153,938	15,40%
Bolsa de Valores de Colombia	BVC	0,103	0,01%
Preferencial Davivienda	DVI_p	63,616	6,36%
Grupo de Energía de Bogotá	GEP	41,636	4,16%
Almacenes Éxito	IMI	19,463	1,95%
ISA	ISA	55,556	5,56%
Nutresa	NCH	59,754	5,98%

Promigas	PMG	24,046	2,40%
Grupo Argos	ARG	44,569	4,46%
Preferencial Grupo Argos	ARG_p	15,922	1,59%
Banco de Bogotá	BBO	55,885	5,59%
Bancolombia	BIC	56,434	5,64%
Preferencial Bancolombia	BIC_p1	141,415	14,14%
Corficolombiana	CFV	133,230	13,32%
Canacol	CNE	65,692	6,57%
Míneros	MAS	54,382	5,44%
Preferencial Aval	GAA_p	14,312	1,43%
TOTAL		1000	100%

Fuente: Elaboración propia a partir de datos del COLCAP, 2021.

Al apreciar el portafolio óptimo del año 2019, se logra determinar que en su gran mayoría lo componen empresas del sector financiero, con presencia de Bancos como Aval, Bancolombia, Banco de Bogotá y Davivienda, también Corficolombiana y la Bolsa de Valores de Colombia. Seguidamente, un sector importante es el energético, con presencia de empresas como ISA, Grupo de Energía de Bogotá, Promigas y Míneros, lo cual evidencia la fortaleza de este sector en la economía colombiana. Finalmente, hubo presencia en el portafolio de sectores como alimentos, representados principalmente por la compañía Nutresa, el sector construcción con presencia de la empresa Argos y el sector comercio con la compañía Almacenes Éxito.

Para la conformación de este portafolio óptimo, se calcularon los retornos diarios de cada acción en la ventana de tiempo comprendida entre el 2 de febrero de 2019 y el 31 de diciembre del mismo año. A partir de esta información, se construyó una matriz de covarianza para determinar la variación del portafolio con base a un activo libre de riesgo,

definido de acuerdo con la tasa de los bonos T-Bills a un año para el 2019 y, así hallar la mejor relación entre volatilidad y rendimiento esperado, por medio de la maximización del Ratio de Sharpe. Los resultados de la composición del portafolio se presentan a continuación:

**Tabla 2.** Resultados de la maximización del R-Sharpe para el portafolio óptimo año 2019

<b>R-sharpe</b>	<b>Rf</b>	<b>Rendimiento Anual</b>	<b>Volatilidad Anual</b>
3,9725	2,010%	31,43%	7,41%

Fuente: Elaboración propia, 2021.

Debido a que el objetivo de esta investigación es comparar diferentes métodos para la estimación del Valor en Riesgo, de acuerdo con momentos de bajo y alto estrés económico, se procedió a conformar el portafolio óptimo del año 2020, siguiendo el mismo procedimiento que para el año 2019. En esta ocasión, se tomaron las acciones que durante este año cotizaban en el índice COLCAP en Colombia. Los resultados reflejan que el portafolio óptimo del año 2020 estuvo conformado por 8 acciones, es decir, 9 empresas menos, en comparación con el año 2019, lo cual despierta más el interés por evaluar los efectos del riesgo en un escenario mucho más volátil, como fue el ocurrido con la pandemia Covid-19 durante este periodo.

**Tabla 3.** Acciones y su participación en el portafolio óptimo del año 2020

<b>Acción</b>	<b>Nemotécnico</b>	<b>Inversión</b>	<b>Participación porcentual</b>
Bolsa de Valores de Colombia	BVC	100,220	10,02%
Celsia	CEL	143,926	14,39%
Grupo de Energía de Bogotá	GEB	158,022	15,80%
ISA	ISA	147,059	14,71%
Promigas	PMG	158,034	15,80%
Preferencial Avianca	AVT_p	27,316	2,73%

Corficolombiana	CFV	23,795	2,38%
Mineros	MAS	241,628	24,16%
TOTAL		1000	100%

Fuente: Elaboración propia, 2021.

Con base en la tabla anterior, para el año 2020 se logran apreciar cambios relevantes en la composición del portafolio óptimo, donde se puede analizar que son menos acciones las que logran maximizar el R-Sharpe y entre las cuales no se encuentran entidades financieras en comparación con el año 2019, donde predominaron este tipo de entidades. Esta situación refleja el impacto del Covid-19 en el sector bancario, dado que a raíz de la pandemia, el sector tuvo que brindar alivios al flujo de caja de los deudores, además de otorgar créditos a algunos de los sectores más golpeados por la crisis (Arbeláez, 2020).

Debido a las distintas medidas de confinamiento implementadas en el mundo, en aras de frenar la ola de contagios por el Covid-19 para proteger la salud de la población, se afectó a un gran número de firmas y se dio un récord histórico en la destrucción de empleo, impactando los ingresos de las familias, lo que incrementó en conjunto la probabilidad de impago de los deudores (Ospina, 2020). Por su parte, se logra apreciar que en este portafolio predomina la participación del sector energético, con presencia de las compañías Mineros, Promigas, ISA y Grupo de Energía de Bogotá, las cuales también estuvieron en el portafolio del 2019, sin embargo, se sumó a ellas la compañía Celsia con una participación del 14,39% en el portafolio. La predominancia de este tipo de compañías en el portafolio es consistente y esperado, según las condiciones de pandemia y confinamientos vividos en el año 2020. Mientras algunos sectores se veían fuertemente afectados como el financiero, el turismo y el comercio, otros salían vencedores como lo fue el sector energético.

Para la conformación de este portafolio óptimo, se calcularon los retornos diarios de cada acción en la ventana de tiempo comprendida entre el 2 de enero de 2020 y el 31 de diciembre del mismo año. A partir de esta información, se construyó una matriz de covarianza para determinar la variación mínima del portafolio, con base a un activo libre de riesgo y así hallar

la mejor relación entre volatilidad y rendimiento esperado, por medio de la maximización del Ratio de Sharpe. Los resultados de la composición del portafolio se presentan a continuación:

**Tabla 4.** Resultados de la maximización del R-Sharpe para el portafolio óptimo año 2020

<b>R-sharpe</b>	<b>Rf</b>	<b>Rendimiento Anual</b>	<b>Volatilidad Anual</b>
1,33	2,010%	25,66%	17,78%

Fuente: Elaboración propia, 2021.

Como se logra apreciar en la tabla anterior, es notorio el efecto de una situación de pandemia en los portafolios de inversión. Mientras en el año 2019 la volatilidad del portafolio óptimo era cercano al 8%, para el año 2020 la volatilidad incrementó a 2 dígitos, ubicándose cerca al 18%. Estos resultados confirman la importancia de una eficiente gestión del riesgo, debido a que en momentos de alta volatilidad es fundamental contar con estimaciones de riesgo consistentes, que ayuden a los inversionistas y agentes del mercado a cubrir sus posiciones.

#### **4.2. Cálculo del Valor en Riesgo – VaR bajo métodos paramétricos**

Teniendo en cuenta el objetivo de esta investigación y la necesidad de preparar a los mercados financieros ante eventos de riesgo futuros, se procedió a realizar la estimación del Valor en Riesgo – VaR, tanto para el portafolio del año 2019 como para el año 2020, usando inicialmente los métodos paramétricos más tradicionales como son Simulación Histórica, Varianza-Covarianza y Simulación de Montecarlo.

Los resultados obtenidos de la estimación del VaR por cada método tradicional y para cada portafolio, se visualizan en la siguiente tabla. El VaR está expresado en USD por cada 1000 invertidos en cada portafolio:

**Tabla 5.** Resultados del Valor en Riesgo – VaR por lo métodos paramétricos tradicionales

<b>Método paramétrico</b>	<b>Nivel de Confianza</b>	<b>VaR Año 2019</b>	<b>VaR Año 2020</b>
Simulación Histórica	95%	6,23	13,32
Varianza-Covarianza	95%	7,67	18,42
Simulación de MonteCarlo	95%	7,88	18,05

Fuente: Elaboración propia, 2021.

Los resultados preliminares de la estimación del VaR por lo métodos paramétricos más tradicionales confirman lo esperado, al ser mayor el VaR del año 2020 (alta volatilidad) que del año 2019 (baja volatilidad), evidentemente por cuestiones asociadas al estrés económico vivido por la pandemia Covid-19. Se logra apreciar que el VaR toma valores más grandes en la medida en que existe presencia de datos extremos en la ventana de tiempo analizada, es decir, para el año 2020 se logra capturar información histórica relevante a partir de la pandemia por el Covid-19, esto hace que el Valor en Riesgo pueda ser mayor en comparación con el año 2019, en el cual se puede ver que no fluctúa significativamente el VaR bajo los 3 métodos tradicionales.

#### **4.3. Aplicación de pruebas de Backtesting para medir la eficiencia del Valor en Riesgo – VaR**

Con los datos calculados del Valor en Riesgo – VaR para los años 2019 y 2020, se procede a realizar las respectivas pruebas de Backtesting, lo cual consiste en evaluar la precisión de los modelos, confrontando el VaR con la máxima pérdida esperada en un periodo de tiempo posterior. Para efectos de esta investigación, se realizan las pruebas de Backtesting en la ventana de tiempo comprendida entre el 5 de enero de 2021 y el 29 de julio del mismo año, ya que es el año siguiente el momento donde el mercado se mueve en condiciones de mucho estrés.

Para calcular las pruebas de Backtesting, se construye una matriz de pérdidas y ganancias con las acciones de cada portafolio y esto se contrasta con el respectivo Valor en Riesgo de cada año, de acuerdo con un número máximo de excepciones y un nivel de confianza



establecido, que para efectos de esta investigación se estableció en el 95%, que es lo más habitual para estos cálculos.

Los resultados obtenidos de las pruebas de Backtesting para ambos portafolios se presentan a continuación:

**Tabla 6.** Resultados de las Pruebas de Backtesting para los años 2019 y 2020

Backtesting	Año 2019		Año 2020	
	Simulación Histórica	Varianza-Covarianza	Simulación Histórica	Varianza-Covarianza
Observaciones	143	143	143	143
VaR	6,23	7,67	13,32	18,42
Confianza	95%	95%	95%	95%
Probabilidad de pérdida >VaR	5%	5%	5%	5%
Excepciones esperadas	7	7	7	7
Excepciones observadas	24	18	6	4
Pasa Backtesting	No	No	Sí	Sí

Fuente: Elaboración propia, 2021.

Como se evidencia en la tabla anterior, para el año 2020 se logra superar el Backtesting bajo el método de Simulación Histórica y Varianza-Covarianza. Esta situación se genera debido a la existencia de datos extremos en la ventana de tiempo analizada, correspondiente a la situación ocasionada por la pandemia Covid-19. No obstante, para el año 2019 el VaR calculado por los métodos tradicionales no supera el Backtesting.

Esta situación refleja la exposición a la que se enfrenta los fondos de inversión y, en general, cualquier inversionista. Si bien la información histórica es fundamental para la estimación del VaR, la presunción de que “el pasado explica el futuro” no suele ser tan acertada cuando

en ese “pasado” no han ocurrido eventos tan extremos como pandemias, para poder prepararse mejor para el futuro. La ausencia de datos extremos en la ventana de tiempo, sobre la cual se estima el Valor en Riesgo, puede ocasionar escenarios optimistas que, ante situaciones de mucho estrés económico, no permiten realizar una cobertura más precisa del riesgo.

Es en este punto de la investigación, donde se evidencia lo trascendental de contar con métodos más agudos, que logren capturar de mejor manera la dispersión de los datos.

Como se esperaba, ante un año de baja volatilidad como lo fue el 2019, la estimación del Valor en Riesgo por los métodos tradicionales no logra capturar de forma precisa la dispersión de los datos, obteniendo colas muy livianas en la distribución normal, lo cual hace que el VaR esté subestimado.

Es aquí donde se confirma desde la práctica, la necesidad de emplear métodos más robustos para el cálculo del Valor en Riesgo, como son las Cópulas, lo cual se explicará con mayor detalle más adelante.

Dado que el VaR del portafolio de inversión del año 2019 no superó las pruebas de Backtesting, se procede a realizar una modelación de la cópula, siguiendo una distribución t-student, con lo cual se espera agudizar el modelo para construir colas más pesadas en la función de distribución, y así buscar una forma de preparar a los mercados financieros ante próximos eventos de riesgo futuros.

#### **4.4. Cópula usando una distribución t-student**

Para el cálculo de la Cópula t-student es necesario utilizar los grados de libertad, ya que estos caracterizan la forma de la curva, pues cuántos más grados de libertad, más acampanada será la forma de la curva y, por lo tanto, más se asemejará a una distribución normal estándar. Según Rodó (2019), los grados de libertad son definidos como la dimensión del dominio de un vector incierto, estos pueden ser entendidos como la combinación del número de observaciones de un conjunto de datos que varían de manera aleatoria e independiente, menos las observaciones que están condicionadas a estos valores arbitrarios, es decir, los grados de libertad son el número de observaciones puramente libres cuando se estiman los parámetros.

Por lo regular, la distribución t-student se emplea para tamaños de población pequeños (n) y grados de libertad pequeños (n-1), con lo cual se obtienen colas más amplias. En la medida que aumentan los grados de libertad, la distribución t-student tiende a aproximarse a una distribución normal, obteniendo colas más livianas.

Como el objetivo de esta investigación es resolver el problema de las colas livianas, inicialmente se realizó una prueba de bondad de ajuste, con el fin de evaluar si la matriz de pérdidas y ganancias del portafolio del año 2019 se lograba ajustar a una distribución t-student. Los resultados de este proceso se mencionan a continuación.

#### 4.4.1. Pruebas de bondad de ajuste

Se realiza la prueba mencionada con base en el test de Kolmogorov-Smirnov (2015), en el cual se plantean las siguientes hipótesis:

**H<sub>0</sub>:** la matriz de pérdidas y ganancias del portafolio del año 2019 se ajusta a una distribución t-student con 4 grados de libertad.

**H<sub>1</sub>:** la matriz de pérdidas y ganancias del portafolio del año 2019 no se ajusta a una distribución t-student con 4 grados de libertad.

El resultado de la prueba de Kolmogorov-Smirnov se muestra a continuación:

**Tabla 7.** Prueba de Kolmogorov-Smirnov

	D= 0,047013
	p-value= 0,8012

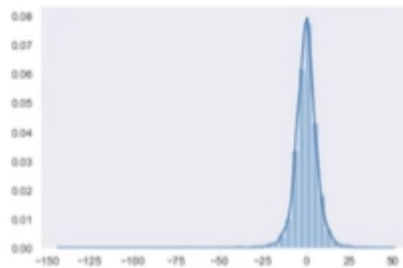
Fuente: Elaboración propia, 2022.

De acuerdo con los resultados, se acepta la hipótesis nula, debido a que el p-value es mayor al nivel de significancia del 5%, esto permite concluir que la matriz de pérdidas y ganancias del portafolio del año 2019, se ajusta a una distribución t-student.

Como se pudo evidenciar en la prueba anterior, se procede a utilizar 4 grados de libertad con la distribución t-student para el cálculo de la Cópula, ya que con este número de grados se alcanza una función más puntuda y una cola más pesada en la distribución, logrando capturar de manera eficiente la dispersión de los datos.

Mientras en una distribución normal, se obtienen datos que oscilan entre -20 y 20, con la distribución t-student con 4 grados de libertad, se logra que los datos oscilen entre -150 y 50, como se observa en la siguiente gráfica.

**Figura 7.** Distribución t-student con 4 grados de libertad



Fuente: Elaboración propia, 2021.

Es aquí donde se aprecia el potencial de la distribución t-student en un modelo de Cópula, ya que logra resolver el problema de las colas livianas y así capturar mejor la dispersión en los diferentes escenarios del portafolio.

Luego de definir los grados de libertad y obtener la matriz de pérdidas y ganancias del portafolio, se realiza la modelación de la Cópula y se obtiene un Valor en Riesgo VaR correspondiente a 10,869 para el año 2019.

Con este resultado, se procede a someter el VaR a las pruebas de Backtesting, con el fin de evaluar el impacto de la Cópula con la distribución t-student. El resultado se muestra a continuación:

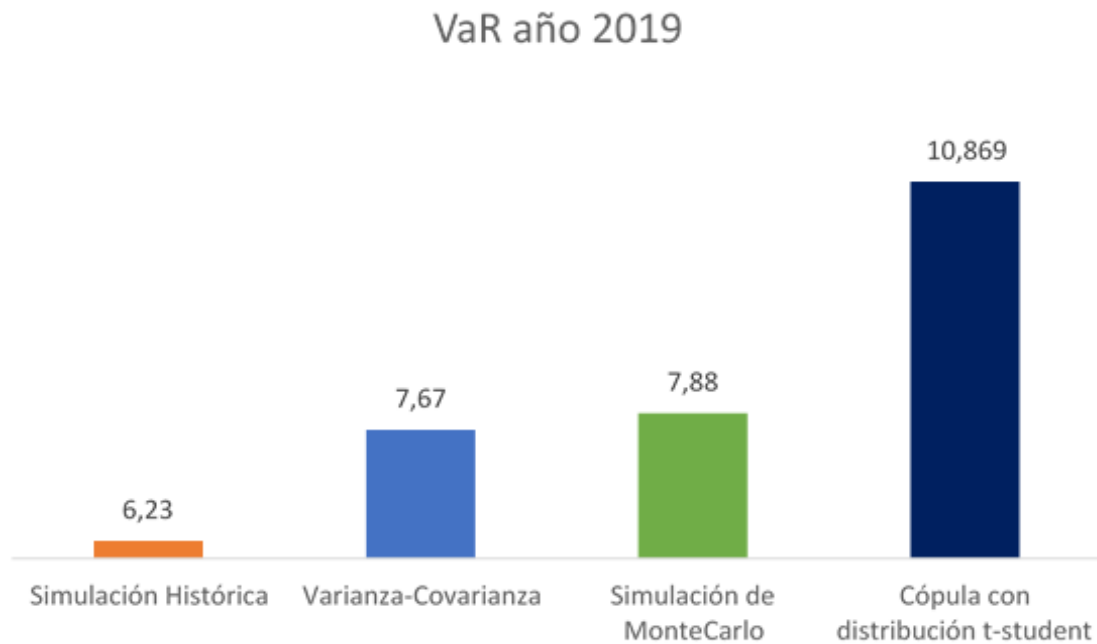
**Tabla 8.** Resultados de las pruebas de Backtesting para el año 2019 bajo el método de Cópulas

Backtesting	Año 2019		
	Simulación Histórica	Varianza-Covarianza	Cópula con distribución t-student
Observaciones	143	143	143
VaR	6,23	7,67	10,869
Confianza	95%	95%	95%
Probabilidad de pérdida >VaR	0,05	0,05	0,05
Excepciones permitidas	7	7	7
Excepciones	24	18	6
Pasa Backtesting	No	No	Sí

Fuente: Elaboración propia, 2021.

Es contundente lo que se logra apreciar con el método de Cópulas, usando la distribución t-student. La baja volatilidad en el mercado durante el año 2019, hace que el Valor en Riesgo por los métodos tradicionales no logre superar las pruebas de Backtesting, sin embargo, al estresar el modelo por medio de la distribución t-student, hace que las colas de la distribución sean más pesadas y, por tanto, logren capturar de mejor manera la dispersión de los datos, lo que permite llegar a un Valor en Riesgo muy robusto, haciendo que pueda superar las pruebas de Backtesting, como se aprecia en la siguiente gráfica.

**Figura 8.** Comparativo VaR 2019 por diferentes métodos de estimación



Fuente: Elaboración propia, 2021.

Esto permite evidenciar el rigor de este método y su impacto positivo en la administración del riesgo. La confianza en tiempos de baja volatilidad puede llevar a subestimaciones del VaR, por lo cual, ante la presencia de escenarios adversos como pandemias, guerras o desastres naturales, el VaR puede no cubrir de manera precisa la posible pérdida de valor en los portafolios de inversión, dado que se ha demostrado que el mercado no se encuentra preparado para afrontar escenarios de riesgo futuros.

Es aquí donde radica la importancia de utilizar una distribución que permita capturar mejor la dispersión de los datos, debido a que trabaja con colas más pesadas; además, para simular lo que pasa en la época de pandemia, realmente no es necesario tener un escenario igual en el pasado, sino que se necesita una estructura de correlación con colas más pesadas, como es la distribución t-student y, de esa manera, se puede tener un mejor análisis de la dispersión de los datos, a través del cálculo del Valor en Riesgo – VaR.

## 5. Conclusiones y recomendaciones

Valorar el riesgo de manera adecuada y oportuna es fundamental, ya que de este proceso depende en gran medida, la estabilidad y permanencia en el tiempo de los mercados. Existen varios métodos para realizar estas estimaciones, pero los más utilizados a lo largo del tiempo han sido los tradicionales (Simulación Histórica, Varianza Covarianza y la Simulación de Montecarlo), debido a su facilidad de aplicación al asumir la hipótesis de que los mercados actúan con normalidad, pero la estimación se queda corta, ya que no contempla escenarios donde los mercados se ven enfrentados a momentos de mucho estrés, y es por esta razón que se plantea utilizar modelos más robustos que contemplen este tipo de eventos.

Ante la necesidad de anticiparse a eventos de riesgo futuros, en esta investigación se planteó la utilización de la función de cópulas, siguiendo la distribución t-student para la estimación del valor en riesgo, ya que es un modelo más robusto que permite contemplar momentos donde los mercados funcionan de manera normal y, momentos donde hay mucho estrés, como por ejemplo los vividos actualmente por la pandemia del Covid-19.

Con el fin de dar respuesta a la utilización del modelo, se conformaron dos portafolios de inversión calibrados con datos del índice COLCAP en Colombia, tomando como base los años 2019, donde el mercado actuó con normalidad, y el año 2020, donde se presentó la pandemia. Con los resultados obtenidos de la valoración, se logró demostrar que la utilización del modelo de Cópulas permite mayor efectividad que los modelos tradicionales, debido a que determina la estructura de dependencia del portafolio y de los activos riesgosos que lo conforman, sin partir de supuestos sobre sus distribuciones; por lo cual admite tener mayor número de observaciones en las colas de la distribución, permitiendo así capturar mejor la dispersión de los datos, sin necesidad de partir de supuestos que puedan llevar a una sobreestimación o una subestimación del VaR.

Por otra parte, se recomienda al mercado financiero tener en cuenta modelos más robustos para la estimación del VaR, que permitan poder anticiparse a tomar mejores decisiones con relación a los riesgos que se enfrentan a diario. Como se expuso en esta investigación, un claro ejemplo es la utilización del modelo cópulas; aunque existen modelos que permiten una efectiva estimación de acuerdo con el momento que se enfrente.

Finalmente, en esta investigación se logra apreciar el potencial de la distribución t-student como complemento a la cópula, dado que permite ampliar la observación de los datos analizados y así capturar mejor la información en las colas de la distribución. Además, un hecho importante en esta investigación fue trabajar con acciones del índice COLCAP, ya que usualmente el acceso a la información histórica de este índice es limitado, generando un desafío importante para el análisis del Valor en Riesgo.

### Referencias bibliográficas

- ANDI. (2020). *COLOMBIA: BALANCE 2020 Y PERSPECTIVAS 2021*, 27. Bogotá, Colombia.
- Arbeláez, M. A. (2020). *Respuesta del sector bancario a la crisis del Covid-19*. Bogotá: Fedesarrollo, 65 p.
- BID. (2020). *Colombia: desafíos de desarrollo en tiempos de COVID-19*, 3. Obtenido de <https://publications.iadb.org/publications/spanish/document/Colombia-Desafios-del-desarrollo-en-tiempos-de-COVID-19.pdf>
- Bucio, C. y Cabello, A. (2016). Valor en riesgo anual de los mercados accionarios de México y Estados Unidos: VaR tradicional vs VaR cópulas elípticas. *Estocástica: Finanzas y Riesgo*, 6(1), pp. 83-114.
- Ceballos, A. M. (2015). *IMPLEMENTACION DE CÓPULAS PARA LA ESTIMACIÓN DEL VALOR EN RIESGO*, 19. Obtenido de <https://repository.urosario.edu.co/bitstream/handle/10336/11519/CeballosLopez-angela-2015.pdf;jsessionid=A242D61E8881CAA05C6148F51EA22A26?sequence=1>
- CEPAL. (2020). Los efectos del COVID-19 en el comercio internacional y la logística. *CEPAL*, 24. Editorial CEPAL.
- COLCAP. (2021). *Datos históricos del índice COLCAP*. Obtenido de <https://es.investing.com/indices/colcap-historical-data>
- Hull, J. C. (2015). *Risk Management and Financial Institutions*. Wiley Finance Series.
- Kolmogorov-Smirnov (2015). *Goodness of fit test in R*. Obtenido de <https://www.r-bloggers.com/2015/01/goodness-of-fit-test-in-r/>



- Ntwiga, D. B. (2004). Copulas in Finance. *African Institute for Mathematical Sciences*.
- Ospina, J. (2020). Una reflexión sobre el sector financiero colombiano a raíz del Covid-19. *Universidad EAFIT*, 1-8.
- Rivas, S. (2016). *Análisis de los métodos multivariantes*, 24. Obtenido de <https://eprints.ucm.es/id/eprint/39874/1/Santiago%20Rivas%20Pardinas.pdf>
- Rodó, P. (2019). *Grados de libertad*. Obtenido de <https://economipedia.com/definiciones/grados-de-libertad.html>
- Torres, G. O. (2009). Valor en riesgo desde un enfoque de cópulas. *AD-MINISTER Universidad EAFIT*, 0(15), 113-136.
- Wang, Z. J. (2010). Estimating portfolio risk using garch-evt-copula model: An empirical study on exchange rate market. *Lecture Notes in Electrical Engineering*, 27.
- WEO, FMI (octubre, 2020). *Perspectivas de la Economía Mundial*. Obtenido de <https://www.imf.org/es/Publications/WEO/Issues/2020/09/30/world-economic-outlook-october-2020#Table>.
- Yosovitch, J. (19 de Marzo de 2020). *Diez gráficos que muestran el peor mes de la historia de Wall Street*. Obtenido de <https://www.cronista.com/finanzas-mercados/Diez-graficos-que-muestran-el-peor-mes-de-la-historia-de-Wall-Street-20200319-0008.html>