DEPARTAMENTO DE CIENCIAS MATEMÁTICAS
Iniciación al Cálculo

Fracciones aritméticas y algebraicas

Pedro Vicente Esteban Duarte

Presentación

Para comprender la matemática se hace necesario ser conscientes de la utilidad de los números en las actividades habituales de nuestra vida. Normalmente hacemos operaciones sencillas con números enteros, siempre dentro de un determinado contexto y con un sentido, pero en ocasiones estas mismas circunstancias nos conducen a manejar fracciones.

Relacionar fracciones desde lo cotidiano implica la comprensión del significado de este tipo de números. Emplear mitades, tercios, etc., requiere tener claridad sobre los tipos de operaciones que con ellos es posible realizar. Es necesario tener un manejo adecuado, de los procedimientos utilizados, para operar con las fracciones aritméticas y algebraicas para resolver diversas situaciones en contexto.

Con este propósito, se pretende que el estudiante utilice los operadores matemáticos de suma $(+)$, resta $(-)$, multiplicación $(\times)$, división $(\div)$ y los signos de agrupación $(\ ), [\ ], \{\ \}$, de acuerdo con su orden de precedencia, para solucionar operaciones con fracciones aritméticas y algebraicas.

El módulo tiene los siguientes objetivos:

Objetivo general

Utilizar correctamente las fracciones aritméticas y algebraicas en la simplificación de expresiones y en la solución de problemas.

Objetivos específicos

- Justificar operaciones con fracciones aritméticas o algebraicas utilizando sus relaciones o propiedades.
- Solucionar problemas que requieran del uso de fracciones aritméticas o algebraicas.
- Representar situaciones de variación, relacionando diferentes representaciones de las fracciones, ya sean de tipo algebraico o aritmético.

Los conceptos expuestos y los ejercicios planteados son básicos para comprender conceptos fundamentales del Cálculo y de las Matemáticas en general.

El tiempo estimado para la solución del taller es de tres (3) horas.

En su estudio y solución le deseamos muchos éxitos.

1. Las fracciones aritméticas

En matemáticas, una fracción aritmética, es la expresión de una cantidad dividida entre otra; es decir que representa un cociente no efectuado de números enteros. El conjunto matemático que contiene a las fracciones es el conjunto de los números racionales, denotado por $\mathbb{Q}$.

Las fracciones están compuestas por un numerador, un denominador y la línea divisoria entre ambos, que es una barra horizontal. En una fracción común $\frac{a}{b}$ el denominador b representa la cantidad de partes iguales en que se ha dividido la unidad, y el numerador a corresponde a la cantidad que se ha tomado de la unidad.

1.1. Clasificación

De acuerdo a la relación que se establezca entre el numerador y el denominador de una fracción, entre enteros positivos, se establecer la siguiente clasificación.

- **Fracción propia:** la que tiene el numerador menor que el denominador.

$$\frac{3}{4} < 1$$

- **Fracción impropia:** la que tiene el numerador mayor que el denominador.

$$\frac{7}{4} > 1$$

- **Fracción mixta:** es la expresión matemática compuesta por una parte entera y una fracción. También puede considerarse la suma abreviada de un entero y una fracción propia.

$$\frac{10}{3} = 3 + \frac{1}{3} = 3\frac{1}{3} = \frac{3(3)+1}{3}$$

Ejercicio
Las fracciones $\frac{1}{6}$, $\frac{8}{3}$ y $2\frac{2}{5}$, son respectivamente
a. Propia, mixta e impropia.
b. Mixta, impropia y propia.
c. Propia, impropia y mixta.

- **Fracción reducible:** es la fracción en donde el numerador y el denominador tienen múltiplos comunes y puede simplificarse.

$$\frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

Ejercicio
Al reducir la fracción $\frac{36}{24}$ se obtiene
a. $\frac{6}{4}$
b. $\frac{3}{2}$
c. $\frac{2}{3}$

- **Fracción irreducible:** es aquella fracción donde el numerador y el denominador son números primos entre sí y por tanto no puede simplificarse.

$$\frac{7}{4}$$

- **Fracción inversa:** es la obtenida a partir de otra dada, en la que se invierten el numerador y el denominador. Para

$$\frac{6}{11}$$

su fracción inversa es

$$\frac{11}{6}$$

Hay que tener en cuenta que cuando el numerador de la primera fracción es cero (0), no existe la correspondiente fracción inversa.

- **Fracción compuesta:** es aquella cuyo numerador o denominador (o los dos) contiene a su vez fracciones.

$$\frac{\frac{1}{3}}{5}$$

Ejercicio

Al simplificar la fracción $\frac{\frac{3}{4}}{\frac{6}{14}}$ se obtiene

a. $\frac{7}{4}$

b. $\frac{4}{7}$

c. $\frac{1}{2}$

En ocasiones una fracción numérica puede representarse mediante un número decimal. Para ello, basta con efectuar la división. Esta forma es la manera más simple que se tiene para representar una fracción sobre la recta real.

1.2. Operaciones con fracciones

Las fracciones tienen reglas propias para efectuar las operaciones de suma, resta, multiplicación, división y potenciación entre ellas.

1.2.1. Suma y resta de fracciones

Para efectuar el algoritmo de la suma o resta es necesario reconocer si las fracciones son homogéneas o heterogéneas. Cuando tengan el mismo denominador, se suman o se restan los numeradores y se mantiene el mismo denominador.

$$\frac{a}{b}+\frac{c}{b}=\frac{a+c}{b}$$

$$\frac{1}{5}+\frac{6}{5}=\frac{1+6}{5}=\frac{7}{5}$$

En el caso que los denominadores sean diferentes, se reducen a común denominador, que es el mínimo común múltiplo de los denominadores. Este denominador común, se divide por cada uno de los denominadores, multiplicándose el cociente obtenido por el numerador correspondiente, luego se suman o se restan los numeradores de las fracciones equivalentes obtenidas.

$$\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{ad+bc}{bd}$$

$$\frac{2}{7}+\frac{7}{3}=\frac{(2)(3)}{21}+\frac{(7)(7)}{21}=\frac{6+49}{21}=\frac{55}{21}$$

Al sumar o restar dos fracciones o un número y una fracción se debe hacerlo mentalmente, con el fin de agilizar la solución de los problemas en los que se encuentren involucrados.

Ejercicio

Al efectuar $3+\frac{2}{5}$ y $\frac{1}{3}-\frac{1}{2}$ se obtiene respectivamente

a. $\frac{5}{6}$ y $\frac{1}{6}$

b. $\frac{17}{5}$ y $-\frac{1}{6}$

c. $\frac{13}{5}$ y $-\frac{1}{6}$

1.2.2. Multiplicación de fracciones

El producto de dos fracciones es otra fracción que tiene por numerador el producto de los numeradores y por denominador el producto de los denominadores.

$$\frac{a}{b}\frac{c}{d}=\frac{ac}{bd}$$

$$\frac{2}{3}\frac{5}{7}=\frac{(2)(5)}{(3)(7)}=\frac{10}{21}$$

1.2.3. División de fracciones

El cociente de dos fracciones es otra fracción que tiene por numerador el producto de los extremos y por denominador el producto de los medios.

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{ad}{bc}$$

$$\frac{\frac{1}{4}}{\frac{3}{7}} = \frac{(1)(7)}{(4)(3)} = \frac{7}{12}$$

Al simplificar fracciones, tenga en cuenta el orden en el que se debe aplicar los diferentes operadores: Primero se efectúan los paréntesis internos, segundo las potencias, tercero las multiplicaciones y divisiones y por último las sumas y restas.

$$\left[\left(\frac{2}{3}-1\right)^2+\frac{3}{2}\right]\div\frac{29}{4}=\left[\left(\frac{-1}{3}\right)^2+\frac{3}{2}\right]\div\frac{29}{4}=\left[\frac{1}{9}+\frac{3}{2}\right]\div\frac{29}{4}=\frac{29}{18}\div\frac{29}{4}=\frac{2}{9}$$

Una fracción numérica puede escribirse mediante un número decimal. Para ello, basta con efectuar la división. Esta forma es la manera más simple para representar una fracción sobre la recta real.

Ejercicio

Al simplificar la fracción $\frac{1-\frac{1}{2}}{3-\frac{1}{3}}$ se obtiene

a. $\frac{3}{16}$

b. $\frac{16}{3}$

c. $\frac{1}{6}$

2. Las fracciones algebraicas

Una fracción algebraica es el cociente indicado de dos expresiones algebraicas. Por ejemplo $\frac{x}{x^2+1}$ es una fracción algebraica donde el numerador es x y el denominador x^2+1

2.1. Simplificación de las fracciones algebraicas

Este tipo de expresiones, en algunos casos, se puede reducir. Es decir, cambiar su forma, pero sin cambiar su valor. Lo que se busca es convertirla en una fracción equivalente cuyos términos sean primos entre sí.

En el caso en que la fracción este compuesta por monomios, se simplifica hasta que no sea posible reducirla más.

$$\frac{4a^2b^5}{6a^3b^3m} = \frac{2b^2}{3am}$$

Cuando la fracción algebraica este compuesta por polinomios, tanto en el numerador como en el denominador, se descomponen en factores y se suprimen los factores comunes.

$$\frac{2xy-2x+3-3y}{18x^3+15x^2-63x} = \frac{2x(y-1)+3(1-y)}{3x(6x^2+5x-21)} = \frac{2x(y-1)-3(y-1)}{3x(6x^2+5x-21)} = \frac{(y-1)(2x-3)}{3x(3x+7)(2x-3)} = \frac{y-1}{3x(3x+7)}$$

Ejercicio

Al efectuar y simplificar $\dfrac{3x}{x-1} - \dfrac{2x}{x-1}$ se obtiene

a. $\frac{5x}{x-1}$

b. $\frac{x}{x-1}$

c. $\frac{-x}{x-1}$

Para simplificar las fracciones algebraicas, se utilizan las reglas de factorización y se opera de acuerdo con el orden de precedencia, en el que se efectuan las operaciones.

2.2. Operaciones con fracciones algebraicas

Para resolver problemas, con frecuencia debemos combinar expresiones racionales y luego simplificar los resultados, efectuando operaciones entre fracciones algebraicas. A continuación se explica como se realizan este tipo de operaciones.

2.2.1. Suma y resta de fracciones algebraicas

Para sumar este tipo de expresiones se recomienda realizar el siguiente procedimieto:

1. Si es posible, se simplifican las fracciones dadas.

2. Se encuentra el minímo comun denominador, de todas las fracciones dadas.
3. Se efectuan las multiplicaciones necesarias, en los numeradores, por los factores correspondientes para que cada denominador sea igual al minimo comun múltiplo ($m.c.m$). Recordar que el minímo común múltiplo es el producto de todos los factores comunes y no cumunes, con la mayor potencia, de los denominadores de todas las fracciones.
4. Se reducen los términos semejantes en el numerador
5. Si es posible, se simplifica la fracción resultante.

$$\frac{3}{2a}+\frac{a-2}{6a^2}=\frac{3(3a)}{6a^2}+\frac{a-2}{6a^2}=\frac{9a}{6a^2}+\frac{a-2}{6a^2}=\frac{9a+a-2}{6a^2}=\frac{10a-2}{6a^2}=\frac{5a-1}{3a^2}$$

Para realizar la operación

$$\frac{1}{3x+3}+\frac{1}{2x-2}+\frac{1}{x^2-1}$$

como los denominadores son polinomios, es necesario hallar el $m.c.m$. Factorizando los polinomios, se tiene que:

$$\begin{aligned} 3x+3 &= 3(x+1)\\ 2x-2 &= 2(x-1)\\ x^2-1 &= (x+1)(x-1) \end{aligned}$$

Luego el $m.c.m$ es igual a $6(x+1)(x-1)$ que es el producto de los factores comunes y no comunes con el mayor exponente.

Dividiendo el denominador común $6(x+1)(x-1)$ entre cada denominador, o lo que es lo mismo, entre la descomposición de cada denominador, y multiplicando cada cociente por el numerador respectivo, tendremos:

$$\frac{1}{3x+3}+\frac{1}{2x-2}+\frac{1}{x^2-1}=\frac{2(x-1)+3(x+1)+6}{6(x+1)(x-1)}=\frac{2x-2+3x+3+6}{6(x+1)(x-1)}=\frac{5x+7}{6(x+1)(x-1)}$$

Ejercicio

Al efectuar y simplificar $\dfrac{x}{x-1}-\dfrac{x}{x+1}$ se obtiene

a. $\frac{2x}{(x+1)^2}$

b. $\frac{2x}{(x-1)(x+1)}$

c. $\frac{x}{(x-1)(x+1)}$

2.2.2. Multiplicación de fracciones algebraicas

Para efectuar la multiplicación entre expresiones algebraicas, el procedimiento que debe efectuarse es el siguiente:

1. Se descompone en factores los términos de las fracciones que se van a multiplicar.
2. Se simplifica, suprimiendo los factores comunes en los numeradores y denominadores.
3. Se multiplican entre si las expresiones que queden en los numeradores después de simplificar, y este producto se divide por el producto de las expresiones que queden en los denominadores.

$$\frac{2a}{3b^3}\,\frac{3b^2}{4x}\,\frac{x^2}{2a^2}=\frac{(2)(3)ab^2x^2}{(3)(4)(2)a^2b^3x}=\frac{x}{4ab}$$

2.2.3. División de fracciones algebraicas

Para dividir fracciones algebraicas basta con multiplicar el dividendo por el divisor invertido.

$$\frac{x^2+4x}{8}\div\frac{x^2-16}{4}=\frac{x^2+4x}{8}\,\frac{4}{x^2-16}=\frac{x(x+4)}{8}\,\frac{4}{(x+4)(x-4)}=\frac{x}{2x-8}$$

Ejercicio

Al efectuar y simplificar $\dfrac{x}{x+2} \div \dfrac{x}{2}$ se obtiene

a. $\frac{2x}{x+1}$

b. $\frac{x}{x+2}$

c. $\frac{2}{x+2}$

3. Ejercicios

1. De los siguientes enunciados, el verdadero es

   a. La fracción $\frac{15}{10}$ es mixta
   b. $\frac{5}{8}$ es el inverso multiplicativo de $\frac{-8}{5}$
   c. $\frac{-5}{8}$ es la inversa multiplicativa de $\frac{-8}{5}$
   d. 4.12121212... no es igual a una fracción

2. De los siguientes enunciados, el verdadero es

   a. La fracción $\frac{14}{8}$ está en forma reducida
   b. $\frac{-6}{8}$ es la inversa multiplicativa de $\frac{6}{8}$
   c. $\frac{-6}{8}$ es la inversa aditiva de $\frac{-8}{6}$
   d. $\frac{6}{11}$ es una fracción irreducible

3. De los siguientes enunciados, el verdadero es

   a. La fracción $\frac{9}{8}$ es una fracción propia
   b. $4\frac{3}{2}$ es una fracción mixta
   c. $\frac{5}{7}$ es una fracción impropia
   d. $\frac{7}{5}$ es una fracción compuesta

4. De los siguientes enunciados, el falso es

   a. El número 5.42 es igual a una fracción
   b. El número $2.\overline{25}$ no es igual a una fracción
   c. $3\frac{2}{5}$ es una fracción compuesta
   d. $\frac{30}{25}$ es una fracción reducible

5. La expresión $5\frac{3}{4}$ es equivalente a

   a. $\frac{15}{4}$
   b. $5.\overline{34}$
   c. $\frac{20}{3}$
   d. $\frac{69}{12}$

6. El par de fracciones equivalentes es

   a. $\frac{81}{64}, \quad \frac{44}{40}$

b. $\frac{30}{35}$, $\frac{43}{49}$
c. $\frac{30}{35}$, $\frac{42}{49}$
d. $\frac{48}{44}$, $\frac{72}{63}$

7. La expresión $5\frac{1}{4}+3\frac{1}{2}$ es igual a

 a. 6
 b. $\frac{11}{4}$
 c. 8.75
 d. $\frac{3}{4}$

8. De las siguientes fracciones $\frac{10}{9}$, $\frac{10}{8}$, $\frac{10}{7}$, $\frac{10}{6}$, la de mayor valor es

 a. $\frac{10}{9}$
 b. $\frac{10}{8}$
 c. $\frac{10}{7}$
 d. $\frac{10}{6}$

9. De las siguientes fracciones $\frac{6}{4}$, $\frac{8}{6}$, $\frac{12}{5}$, $\frac{24}{14}$, la de mayor valor es

 a. $\frac{6}{4}$
 b. $\frac{8}{6}$
 c. $\frac{12}{5}$
 d. $\frac{24}{14}$

10. De los siguientes enunciados, el falso es

 a. $\frac{10}{7}+\frac{8}{7}=2\frac{4}{7}$
 b. $\frac{24}{7}-\frac{4}{7}=20\frac{1}{7}$
 c. $\frac{15}{10}\cdot\frac{16}{5}=4\frac{4}{5}$
 d. $\frac{12}{7}\div\frac{8}{5}=1\frac{1}{14}$

11. De los siguientes enunciados, el falso es

 a. $\frac{5}{7}+\frac{5}{9}=\frac{1}{3}$
 b. $5\frac{1}{3}+2\frac{1}{6}=7.5$
 c. $1\frac{3}{8}\cdot 2\frac{2}{5}=3.3$
 d. $1\frac{1}{14}\div\frac{4}{7}=1\frac{7}{8}$

12. De los siguientes enunciados, el falso es

    a. $8\frac{1}{4} \div 2\frac{3}{4}$ es un número entero.
    b. $\frac{12}{7} \div \frac{4}{7}$ es un número entero.
    c. $\frac{24}{11} \div \frac{6}{11}$ es un número entero.
    d. $\frac{5}{4} \div \frac{5}{2}$ es un número entero.

13. De los siguientes enunciados, el falso es

    a. La mitad de $\frac{16}{10}$ es $\frac{8}{5}$
    b. La mitad de $\frac{16}{5}$ es $\frac{8}{5}$
    c. La mitad de $\frac{12}{8}$ es $\frac{3}{4}$
    d. La mitad de $\frac{20}{7}$ es $1\frac{3}{7}$

14. De los siguientes enunciados, el falso es

    a. $\frac{3}{4}$ de 12 es 9
    b. $\frac{3}{4}$ de 20 es 15
    c. $\frac{3}{4}$ de $\frac{10}{3}$ es $2.\overline{5}$
    d. $\frac{3}{4}$ de 0.8 es 0.6

15. El resultado de operar $\frac{12}{18} + \frac{25}{15}$ es

    a. $\frac{27}{33}$
    b. $\frac{7}{6}$
    c. 2.3
    d. $2\frac{1}{3}$

16. Al efectuar $\frac{7}{24} + \frac{5}{24}$, se obtiene

    a. $\frac{35}{24}$
    b. $\frac{12}{48}$
    c. 0.5
    d. $\frac{1}{12}$

17. Al efectuar $\frac{28}{20} - \frac{21}{35}$, se obtiene

    a. 0.8
    b. $\frac{8}{5}$

c. $\frac{49}{55}$
d. $2\frac{2}{5}$

18. Al simplificar $\frac{24}{16}+\frac{72}{16}-\frac{6}{12}$, se obtiene

 a. $\frac{5}{2}$
 b. $\frac{8}{5}$
 c. 5.5
 d. 5.2

19. Al simplificar $\frac{3}{4}+\frac{7}{8}-\frac{3}{6}$, se obtiene

 a. $\frac{43}{24}$
 b. $\frac{7}{6}$
 c. 1
 d. $\frac{9}{8}$

20. Al simplificar $\frac{14}{21}-\frac{32}{24}+\frac{60}{18}$, se obtiene

 a. 8.3
 b. $2.\overline{6}$
 c. 2.6
 d. $\frac{4}{3}$

21. Al simplificar $[(\frac{2}{3})^2-\frac{7}{6}]\div(\frac{2}{3}-\frac{4}{9})$, se obtiene

 a. 8.5
 b. $\frac{2}{9}$
 c. $\frac{-34}{81}$
 d. -3.25

22. Al simplificar $[(\frac{3}{4}-\frac{5}{6})\cdot(\frac{2}{5}-\frac{8}{5})]\div(1-\frac{7}{5})$, se obtiene

 a. $\frac{-1}{25}$
 b. $\frac{1}{4}$
 c. $\frac{-1}{4}$
 d. $\frac{1}{25}$

23. Al simplificar la expresión $\frac{x^2+x-6}{-x^2-x+6}$, se obtiene

a. 1
b. -1
c. $\frac{x-2}{x+2}$
d. $\frac{x+3}{2-x}$

24. Al simplificar la expresión $\frac{x^3+x^2-12x}{x^3+7x^2+12x}$, se obtiene

a. $\frac{x^2+x-12}{x^2+7x+12}$
b. -1
c. $\frac{x-3}{x+3}$
d. $\frac{x^2+x}{x^2+7x}$

25. Al simplificar la expresión $\frac{x^4-x}{x^2-x}$, se obtiene

a. $\frac{x^3-1}{x-1}$
b. x^2
c. x^2-x+1
d. x^2+x+1

26. Al simplificar la expresión $\frac{4x^2-64}{2x^2+16x+32}$, se obtiene

a. $\frac{2x+8}{x-4}$
b. $\frac{2x-8}{x+4}$
c. $\frac{2x^2-32}{x^2+8x+16}$
d. $\frac{2x-8}{x-4}$

27. Al simplificar la expresión $\frac{x^2-4}{x^2+2x-8}$, se obtine

a. $\frac{x}{x-2}$
b. $\frac{x}{x+2}$
c. $\frac{2}{4}$
d. $\frac{x+2}{x+4}$

28. Al simplificar la expresión $\frac{x^2+6x+9}{x^2-9}$, se obtiene

a. $\frac{x+3}{x-3}$
b. $\frac{x+1}{x-1}$

c. 1

d. $\frac{x+6}{x}$

29. Al simplificar la expresión $\frac{2x^2+5x+2}{2x^2+3x-2}$, se obtiene

a. 1

b. -1

c. $\frac{2x+1}{2x-1}$

d. $\frac{5x+2}{3x-2}$

30. Al simplificar la expresión $\frac{x^3-1}{x^2-1}$, se obtine

a. $x+1$

b. $\frac{x^2-x+1}{x+1}$

c. $\frac{x^2+x+1}{x-1}$

d. $\frac{x^2+x+1}{x+1}$

31. Al simplificar la expresión se obtiene $\frac{x^2-9}{x^2+2x-15} \cdot \frac{x^2-25}{x^2+x-6}$, se obtiene

a. $\frac{x-5}{x-2}$

b. -1

c. $\frac{5}{2}$

d. $\frac{x+5}{x+2}$

32. Al simplificar la expresión $\frac{x^2-2x-15}{x^2-9} \cdot \frac{x^2+x-6}{x^2-7x+10}$, se obtiene

a. 1

b. -1

c. $\frac{(x+5)(x+3)}{(x-5)(x-3)}$

d. $\frac{x+3}{x-3}$

33. Al simplificar la expresión $\frac{x^2+2x-3}{x^2+4x+3} \cdot \frac{x^3+1}{x^3-1}$, se obtiene

a. -1

b. $\frac{x^2-x+1}{x^2+x+1}$

c. $\frac{x^2+x+1}{x^2-x+1}$

d. $\frac{(x-1)(x^2-x+1)}{(x+1)(x^2+x+1)}$

34. Al simplificar la expresión $\frac{x^2+x-12}{x^2-4} \div \frac{x^2-16}{x^2-4x+4}$, se obtine

a. $\frac{x^2-5x+6}{x^2-2x-8}$

b. $\frac{-3}{4}$

c. $\frac{x-2}{x+2}$

d. $\frac{x-3}{x-4}$

35. Al simplificar la expresión $\frac{m-3}{m^2+m-2} \div \frac{m^2-3m}{m^2+m-2}$, se obtiene

a. $\frac{m-1}{m^2-m}$

b. $\frac{1}{m}$

c. $\frac{m-3}{m^2-3m}$

d. $\frac{m+2}{m^2+2m}$

36. Al simplificar la expresión $\frac{m^2+m-2}{m^2-4} \div \frac{1-m}{m^2-2m}$, se obtiene

a. $\frac{m^2-m}{1-m}$

b. $\frac{-m+m^2}{1-m}$

c. $\frac{m(1+m)}{1-m}$

d. $-m$

37. Al simplificar la expresión $\frac{\frac{1}{x}-1}{\frac{1}{x}+1}$, se obtiene

a. 1

b. -1

c. $\frac{1+x}{1-x}$

d. $\frac{1-x}{1+x}$

38. Al simplificar la expresión $\frac{1+\frac{2}{x}}{2-\frac{1}{x}}$, se obtiene

a. $\frac{(x+2)(2x-1)}{x^2}$

b. 3

c. $\frac{x+2}{2x-1}$

d. $\frac{2x-1}{x+2}$

39. Al simplificar la expresión $\frac{x+2}{2x^2+3x-2} + \frac{x-1}{x+2}$, se obtiene

a. $\frac{2x^2+2x+3}{2x^2+3x-2}$

b. $\frac{2x^2-2x+3}{2x^2+3x+2}$

c. $\frac{2x^2-2x+3}{2x^2+3x-2}$

d. $\frac{-x^2+2x-3}{2x^2+3x-2}$

40. Al simplificar la expresión $\frac{x}{x-3} - \frac{2}{x^2-7x+12}$, se obtiene

a. $\frac{x-2}{(x-4)(x-3)}$

b. $\frac{x^2-6x}{(x-4)(x-3)}$

c. $\frac{x^2+4x+2}{x^2-7x-12}$

d. $\frac{x^2-4x-2}{x^2-7x+12}$

41. Al simplificar la expresión $\frac{3}{(x-1)^3} - \frac{x-2}{(x-1)^4}$, se obtine

a. $\frac{2x+1}{(x-1)^4}$

b. $\frac{2x-1}{(x-1)^4}$

c. $\frac{2x-5}{(x-1)^4}$

d. $\frac{5-x}{(x-1)^4}$

42. Al simplificar la expresión $\frac{6}{x-2} - \frac{3}{2-x}$, se obtiene

a. $\frac{3}{x-2}$

b. $\frac{3}{2-x}$

c. $\frac{3}{2x-4}$

d. $\frac{9}{x-2}$

43. Al simplificar la expresión $\frac{1}{x^2-x} + \frac{1}{x} - \frac{1}{x-1}$, se obtine

a. $\frac{2}{x^2-1}$

b. $\frac{-2}{x^2-1}$

c. 0

d. $\frac{1}{x^2-1}$

44. Al simplificar la expresión $\frac{3}{x^2-1} - \frac{2}{x+1} + \frac{2}{x-1}$, se obtiene

a. $\frac{3}{x^2-1}$

b. $\frac{-4}{x^2-1}$

c. $\frac{7}{x^2-1}$

d. 0

45. Al simplificar la expresión $\frac{5}{x^2-1}+\frac{3}{x+1}+\frac{2}{1-x}$, se obtiene

a. $\frac{5x+4}{x^2-1}$

b. $\frac{4}{x^2-1}$

c. $\frac{x}{x^2-1}$

d. $\frac{5x-4}{x^2-1}$

4. Bibliografía

1. Zill, D. G., & Dewar, J. M. (2008). Precálculo con avances de cálculo. McGraw-Hill Interamericana.

2. James, S., Redlin, L., Watson, S., Vidaurri, H., Alfaro, A., Anzures, M. B. J., & Fragoso Sánchez, F. (2007). Precálculo: matemáticas para el cálculo. México: Thomson Learning, 847.

3. Leithold, L., & González, F. M. (1998). Matemáticas previas al cálculo: funciones, gráficas y geometría analítica: con ejercicios para calculadora y graficadora. Oxford University Press.

4. Sullivan, M. (1998). Precálculo. Pearson Educación.