

# IDENTIFICACIÓN DE PROPIEDADES DINÁMICAS DE ESTRUCTURAS CONSIDERANDO EFECTOS DE INTERACCIÓN SUELO-ESTRUCTURA (CASO DE ESTUDIO)<sup>1</sup>

Dorian Leidin Restrepo<sup>2</sup> y Juan Diego Jaramillo<sup>3</sup>

Resumen: A través de una técnica de identificación de sistemas se estiman las propiedades dinámicas del edificio principal de la sede de Empresas Públicas de Medellín y de su edificio adjunto, el Auditorio, cuando son excitados por sismos de bajas intensidades. Aprovechando la disposición y densidad de la instrumentación, se pudieron medir no sólo las propiedades dinámicas de los edificios sino también la de los sistemas suelo-edificio. En una etapa posterior del trabajo se comparan los parámetros dinámicos medidos con base en la instrumentación, con los que resultan de aplicar modelos numéricos tridimensionales convencionales y se discuten las posibles causas que explican las diferencias encontradas entre los dos conjuntos de parámetros.

**Palabras clave:** función de transferencia, identificación de sistemas, interacción suelo-estructura, propiedades dinámicas.

## IDENTIFICATION OF STRUCTURAL DYNAMIC PROPERTIES INCLUDING SOIL-STRUCTURE INTERACION EFFECTS (A CASE STUDY)

Abstract: The dynamic properties of two landmark buildings in the city of Medellín, Colombia, were determined via standard system identification techniques using low intensity ground motions. The buildings are those of the “Empresas Públicas de Medellín” main headquarters and an annex structure (the Auditorium). By taking advantage of the density and arrangement of the instrumentation, the dynamic properties of the full soil-structure system were evaluated. At a later stage of the work, the identified dynamic properties were compared with those resulting from conventional three-dimensional analytical models. The probable reasons for the discrepancies found between the identified and analytically obtained properties are discussed.

**Keywords:** dynamic properties, soil-structure interaction, system identification, transfer function.

### INTRODUCCIÓN

Una apropiada y realista determinación de las propiedades dinámicas de una edificación es importante para el análisis y diseño de la misma. Tradicionalmente, las oficinas de cálculo han utilizado expresiones aproximadas presentes en la normatividad sísmica para la determinación del periodo fundamental de vibración y de los amortiguamientos efectivos del sistema cuando se presenta interacción suelo-estructura.

Los nuevos criterios de diseño sísmico han centrado su interés en los desplazamientos de las estructuras como indicativos de daños, por lo que los analistas se han visto en la necesidad de realizar modelos cada vez más elaborados para la determinación, no sólo de los periodos estructurales, sino también de las formas modales y de los factores de participación, para determinar con más precisión los esfuerzos internos y las deformaciones.

Con base en lo anterior, la presente investigación se ha trazado dos objetivos, el primero, usando una técnica usual de identificación de sistemas y con base en registros sísmicos medidos en las edificaciones objeto del estudio, obtener los valores de periodos, formas modales, amortiguamientos y factores de participación incluyendo la interacción suelo-

---

<sup>1</sup> Artículo recibido el 25 de octubre de 2007 y aceptado el 25 de mayo de 2008.

<sup>2</sup>Grupo de Mecánica Aplicada, Universidad EAFIT, Medellín, Colombia, E-mail: drestre6@eafit.edu.co.

<sup>3</sup>Grupo de Mecánica Aplicada, Depto. de Ing. Civil, Universidad EAFIT, Medellín, Colombia. E-mail: jjarami@eafit.edu.co.

estructura. El segundo objetivo es comparar los parámetros obtenidos con la instrumentación, con los que resultan usando modelos dinámicos tridimensionales con modos clásicos y empotrados en la base.

## PROCEDIMIENTO EMPLEADO PARA LA IDENTIFICACIÓN DEL SISTEMA

El problema de identificación consiste en encontrar las propiedades dinámicas de un sistema, conociendo las señales de entrada y las señales de salida en diferentes puntos de éste.

De las diferentes metodologías existentes para identificación de sistemas, se seleccionó la metodología modal en el dominio de la frecuencia, que se basa en el ajuste de la función de respuesta modal de la estructura en el dominio de la frecuencia. Esta metodología permite concentrarse en zonas o ventanas del espectro en las cuales se espera una mayor participación de la respuesta de la estructura y por lo tanto se puede realizar una identificación de parámetros mas clara alejada del ruido inherente, en las muy bajas o muy altas frecuencias, de las señales registradas.

De manera cualitativa, para la identificación de los parámetros dinámicos de una estructura con el método de función de respuesta modal en el dominio de la frecuencia, en primer lugar se determina el número de modos a identificar, la ventana del espectro en la que se realizará la identificación y el número de señales de entrada y de salida a utilizar. De estos parámetros se calcula el número de variables a identificar. A continuación, las señales de entrada y de salida registradas se pasan al dominio de la frecuencia por medio de la transformada rápida de Fourier (FFT), se define la función de respuesta del sistema en términos de los parámetros dinámicos iniciales supuestos, se realiza luego el producto entre la función de respuesta y la señal de entrada para obtener una señal de salida teórica que se compara en el paso siguiente con la señal de salida registrada. Este par de señales se comparan por medio de una función de error y si éste es mayor que una tolerancia previamente establecida, se procede a minimizar el error actualizando a nuevos valores los parámetros dinámicos propuestos en el paso anterior. Este proceso se repite hasta conseguir un error tolerable, caso en el que se da por terminada la búsqueda de los parámetros dinámicos del sistema. El proceso de selección de qué parámetros cambiar y cuánto en cada iteración es un problema estándar del análisis numérico multivariable. En este caso particular se eligió el llamado método de minimización de Nelder-Mead (The Math Works, Inc, 1999) para resolver el problema. El procedimiento descrito se representa mediante el diagrama de flujo que se muestra en la Figura 1.

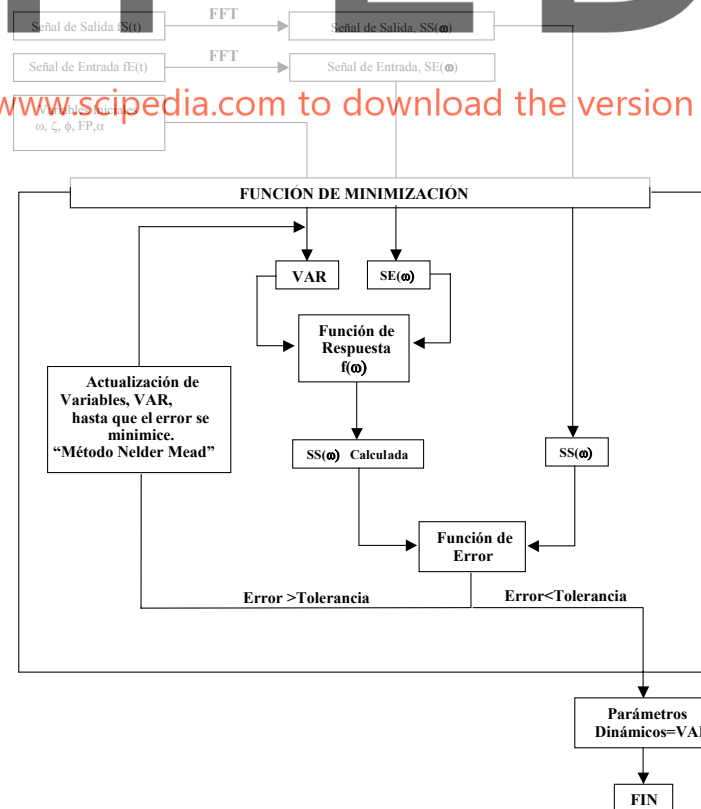


Figura 1: Diagrama de flujo del programa de identificación de sistemas.

## FUNCIÓN DE RESPUESTA

La ecuación general que representa el equilibrio dinámico de un sistema de múltiples grados de libertad sometido a movimientos en la base se escribe:

$$[M]\ddot{\mathbf{x}} + [C]\dot{\mathbf{x}} + [K]\mathbf{x} = -[M][\gamma]\mathbf{A}_g \quad (1)$$

donde [M], [C] y [K] representan las matrices de masa, amortiguamiento y rigidez, respectivamente. Las variables  $\ddot{\mathbf{x}}$ ,  $\dot{\mathbf{x}}$  y  $\mathbf{x}$  representan los vectores de aceleración, velocidad y desplazamiento relativos al terreno de los diferentes grados de libertad (G de L), respectivamente,  $[\gamma]$  representa la matriz de participación de las aceleraciones del terreno en los diferentes G de L, y  $\mathbf{A}_g$  representa el vector de aceleraciones del terreno.

Uno de los problemas que surgen en el planteamiento del problema cuando se considera interacción suelo-estructura se debe al hecho de que en la gran mayoría de los casos los suelos poseen niveles de amortiguamiento diferentes a los presentes en la estructura por lo que el análisis tradicional con modos clásicos no es aplicable.

Realizando un cambio en la ecuación de equilibrio aún es posible encontrar una base de vectores y valores propios que permiten desacoplar el sistema, pero en este caso con la diferencia de que estos vectores y valores propios se encuentran en el campo de los complejos. De acuerdo con Hurty (1964), este proceso puede desarrollarse como se describe a continuación.

A la ecuación (1) se le añade una ecuación obvia y se escriben ambas como:

$$\begin{bmatrix} [0] & [M] \\ [M] & [C] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{x}} \\ \dot{\mathbf{x}} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} -[M] & [0] \\ [0] & [K] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{x}} \\ \mathbf{x} \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} [0] \\ [M][\gamma] \end{bmatrix} \mathbf{A}_g \quad (2)$$

Para vibraciones libres la ecuación (2) se escribe como:

$$[A]\dot{\mathbf{z}} + [B]\mathbf{z} = \mathbf{0} \quad (3)$$

Register for free at <https://www.scipedia.com> to download the version without the watermark

donde las matrices [A] y [B] son:

$$[A] = \begin{bmatrix} [0] & [M] \\ [M] & [C] \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$[B] = \begin{bmatrix} -[M] & [0] \\ [0] & [K] \end{bmatrix} \quad (5)$$

y el vector  $\mathbf{z}$  es:

$$\mathbf{z} = \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{x}} \\ \mathbf{x} \end{Bmatrix} \quad (6)$$

Si a la ecuación (3) se le propone una solución de la forma:

$$\mathbf{z} = \mathbf{y}e^{pt} \quad (7)$$

los vectores y valores propios utilizados en el caso de amortiguamiento no clásico son los que se obtienen de resolver:

$$[[D]-\lambda[I]]\mathbf{y} = \mathbf{0} \quad (8)$$

donde la matriz [D] es:

$$[D] = -[B]^{-1}[A] \quad (9)$$

y el parámetro  $\lambda$  es:

$$\lambda = \frac{1}{p} \quad (10)$$

En las ecuaciones anteriores,  $p$  representa el valor propio complejo, siendo  $\mathbf{y}$  el vector propio complejo de orden  $2m$ , donde  $m$  es el número de grados de libertad del sistema.

Debido a la forma del vector  $\mathbf{z}$ , de acuerdo a la ecuación (6), los primeros  $m$  componentes del vector propio complejo corresponden a las componentes del vector de formas modales multiplicadas por su correspondiente valor propio  $p$ , y estas formas modales corresponden a los últimos  $m$  términos del vector propio.

El  $n$ -ésimo vector propio  $\mathbf{y}_n$  tiene la forma:

$$\mathbf{y}_n = \begin{Bmatrix} p_n \boldsymbol{\varphi}_n \\ \boldsymbol{\varphi}_n \end{Bmatrix} \quad (11)$$

donde  $\boldsymbol{\varphi}_n$  representa el vector de formas modales complejas.

Es posible demostrar que los valores y vectores propios vienen por pares conjugados, de tal manera que al sumar la participación de cada par conjugado se obtenga una respuesta real, como debe ser.

Register for free at <https://www.scipedia.com> to download the version without the watermark

Por analogía con la respuesta de un sistema de un grado de libertad, los valores propios de un par conjugado se pueden escribir como:

$$p_n = -\xi_n \omega_n \pm i \omega_n \sqrt{1 - \xi_n^2} \quad (12)$$

donde  $\omega_n$  corresponde a la frecuencia propia de vibración del modo y  $\xi_n$  corresponde al amortiguamiento viscoso equivalente de ese modo. La variable  $i$  representa la unidad imaginaria. De la ecuación (12) resulta claro que la amplitud de los valores característicos es igual a la frecuencia propia de vibración del modo, o sea  $|p_n| = \omega_n$ .

Igualmente es posible demostrar con un procedimiento similar al que se usa en la dinámica estructural clásica para demostrar las propiedades de ortogonalidad de los modos respecto a las matrices de masa, [M] y rigidez, [K] (véase por ejemplo, Hurty, 1964) que las formas modales  $\mathbf{y}_n$  son ortogonales respecto a las matrices [A] y [B], como se muestra la ecuación (13):

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_i^T [A] \mathbf{y}_j &= 0 \\ &\text{para } i \neq j \\ \mathbf{y}_i^T [B] \mathbf{y}_j &= 0 \end{aligned} \quad (13)$$

Lo anterior permite desacoplar las ecuaciones (2) y resolverlas independientemente cuando se expresa la solución  $\mathbf{z}$  en la base de las formas modales.

Luego de desacoplar el sistema de ecuaciones dinámicas y después de considerar que la respuesta al modo  $j$  se consigue como la suma de las respuestas conjugadas a los modos conjugados  $j$ , se puede mostrar que la función de respuesta que relaciona las señales de entrada,  $Ag_x(\omega)$ ,  $Ag_y(\omega)$  y  $Ag_z(\omega)$  con la  $i$ -ésima componente del vector de aceleraciones relativas en el dominio de la frecuencia en cualquier punto de la estructura,  $Ar_i(\omega)$ , se escribe:

$$Ar_i(\omega) = \sum_{j=1}^n \bar{\varphi}_{ij} FT_j(\omega) \left[ \bar{FP}_j^x Ag_x(\omega) \kappa_{ij}^x(\omega) + \bar{FP}_j^y Ag_y(\omega) \kappa_{ij}^y(\omega) + \bar{FP}_j^z Ag_z(\omega) \kappa_{ij}^z(\omega) \right] \quad (14)$$

donde  $n$  es el número de modos que se considera participan en la respuesta,  $\bar{\varphi}_{ij}$  representa la amplitud del grado de libertad  $i$  del modo  $j$ ,  $\bar{\omega}_j$  representa la amplitud del valor propio  $j$  y  $\bar{FP}_j^k$  representa la amplitud de los factores de participación complejos del modo  $j$  correspondientes a cada componente de la señal de entrada,  $x$ ,  $y$  ó  $z$ , que se expresan como:

$$\bar{FP}_j^k = 2\bar{\omega}_j \left| \frac{\boldsymbol{\varphi}_j^T [M] \boldsymbol{\gamma}^k}{\mathbf{y}_j^T [A] \mathbf{y}_j} \right| \quad (15)$$

donde  $\boldsymbol{\gamma}^k$  es la  $k$ -ésima columna de la matriz  $[\boldsymbol{\gamma}]$ .

Por otro lado,  $\kappa_{ij}^x$ ,  $\kappa_{ij}^y$  y  $\kappa_{ij}^z$ , en la ecuación (14) son parámetros que consideran la parte compleja de los valores y vectores propios y por ende de los factores de participación. Estos parámetros se pueden escribir como:

$$\kappa_{ij}^k = \cos(\psi_{ij}^k - \tau_j) - i\beta_j \cos(\psi_{ij}^k) \quad (16)$$

$$\psi_{ij}^k = \alpha_j^k + \theta_{ij} \quad (17)$$

donde  $\alpha_j^k$  representa la fase del factor de participación del modo  $j$  correspondiente a la señal de entrada  $k$ ,  $\theta_{ij}$  representa la fase del grado de libertad  $i$  del modo  $j$  y  $\tau_j$  representa la fase del valor propio del modo  $j$ .

Register for free at <https://www.scipedia.com> to download the version without the watermark

Finalmente, la función de transferencia del modo  $j$  entre la aceleración de entrada y la aceleración relativa de salida se escribe:

$$FT_j(\omega) = \frac{\beta_j^2}{1 - \beta_j^2 + 2i\xi_j\beta_j} \quad (18)$$

donde  $\xi_j$  representa la razón de amortiguamiento viscoso del modo  $j$  y:

$$\beta_j = \frac{\omega}{\omega_j} \quad (19)$$

La forma funcional de la función de respuesta es similar a la usualmente utilizada y encontrada en la mayoría de los textos de dinámica, y sólo difiere en el parámetro adicional  $\kappa_{ij}^k$ .

Debido a que los acelerogramas registran aceleraciones absolutas, a las aceleraciones relativas calculadas con la función de respuesta se les debe sumar la aceleración de entrada correspondiente a la dirección del grado de libertad que se esté analizando y obtener la señal de salida teórica absoluta para poderla comparar con la señal de salida registrada.

## VARIACIÓN DE LOS PARÁMETROS DINÁMICOS CON LA SEÑAL DE ENTRADA

En la sección anterior se propuso una expresión general que considerando modos no clásicos relaciona las señales de entrada de un sistema dinámico con la salida en un punto arbitrario del mismo, ver ecuación (14). Aunque en esta expresión se encuentran involucrados todos los parámetros para la completa caracterización del problema dinámico, ésta por sí sola no es suficiente para dar claridad acerca de la interpretación que se le debe dar a los mismos cuando en la función de repuesta se utilizan señales de entrada registradas en diferentes lugares del sistema. Tampoco es claro si los parámetros identificados caracterizan la estructura, el suelo o el sistema suelo-estructura. Surgen entonces los interrogantes: ¿serán los parámetros dinámicos independientes de la señal de entrada? y si no lo son ¿a quién corresponden y cuál es la interpretación física de estos parámetros?

Con el fin de responder a estas interrogantes, Luco (1980) estudió la respuesta dinámica de un sistema elástico de altura  $h$ , soportado por una cimentación circular plana e infinitamente rígida de radio  $r$  y que se apoya en un semiespacio viscoelástico con módulo cortante  $G$ , densidad  $\rho$ , coeficiente de Poisson  $\nu$  y velocidad de onda de corte  $V_s$ , cuando es excitado por un movimiento del semiespacio  $U_g$ , como el mostrado en la Figura 2.

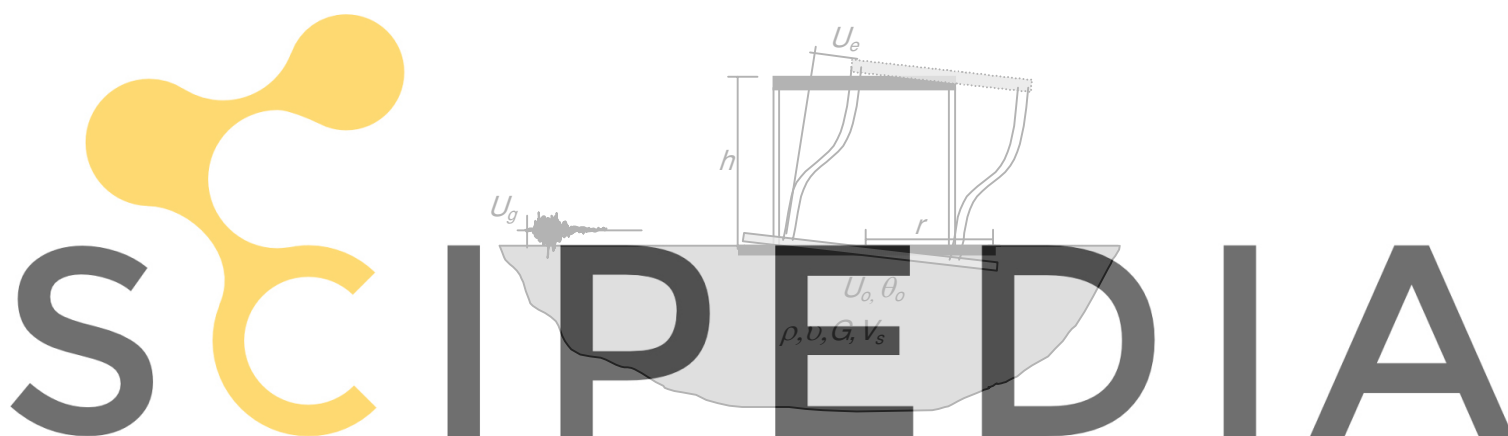


Figura 2: Dinámica de un sistema elástico considerando interacción suelo-estructura.

Register for free at <https://www.scipedia.com> to download the version without the watermark

En la Figura 2,  $U_e$  representa el desplazamiento de la estructura relativo a la cimentación, y  $U_o$  y  $\theta_o$  representan los desplazamientos y rotaciones de la cimentación, respectivamente.

De estos estudios Luco demuestra que una técnica de identificación basada en la señal de campo libre y la señal en la azotea, dará como resultado el vector de parámetros dinámicos del sistema suelo-estructura, que en adelante se llamará Sistema Flexible. Igualmente, una técnica de identificación basada en la señal de cimentación y la señal en la azotea dará como resultado el vector de parámetros dinámicos del sistema sin el aporte de la cimentación, que en adelante se llamará Sistema Seudo Flexible. Finalmente, una técnica de identificación basada en la señal de cimentación más la señal de cabeceo, dada por  $h\theta_o$ , y la señal en azotea, dará como resultado el vector de parámetros dinámicos de la estructura como si estuviera empotrada en la cimentación, que en adelante se llamará Sistema Rígido.

## RESULTADOS DE LOS SISTEMAS ESTRUCTURALES ANALIZADOS

Con base en todo lo anterior, se diseñó en ambiente MATLAB el algoritmo ISIS para identificación de parámetros dinámicos de sistemas. Este programa se utilizó para identificar los parámetros dinámicos del edificio sede principal de las Empresas Públicas de Medellín (Edificio EPM) y su auditorio (ver la Figura 3).

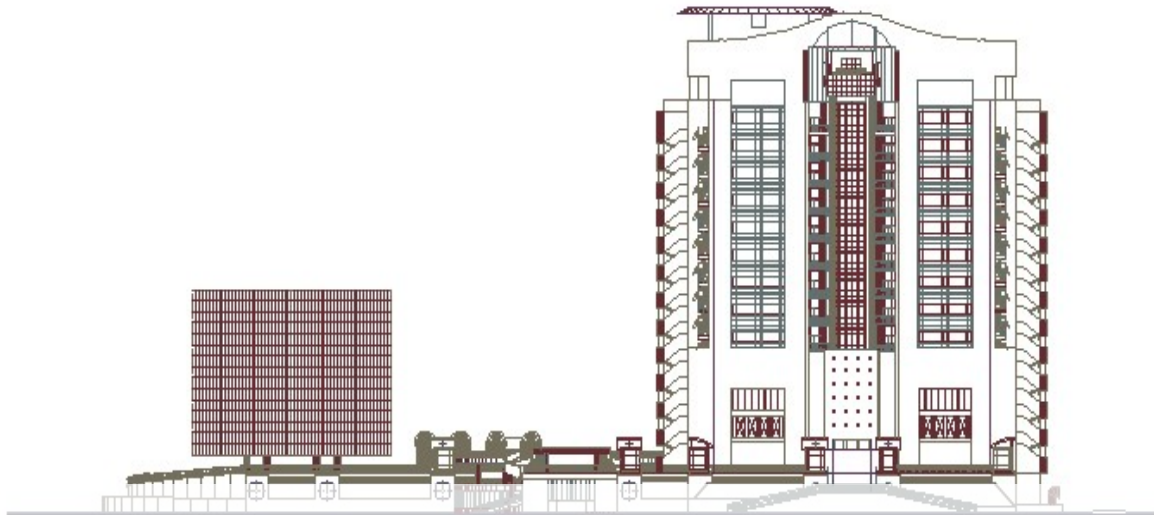


Figura 3: Esquema general del edificio principal de empresas públicas de Medellín y su auditorio.

La ubicación y dirección de los sensores es como se indica esquemáticamente en la Figura 4.

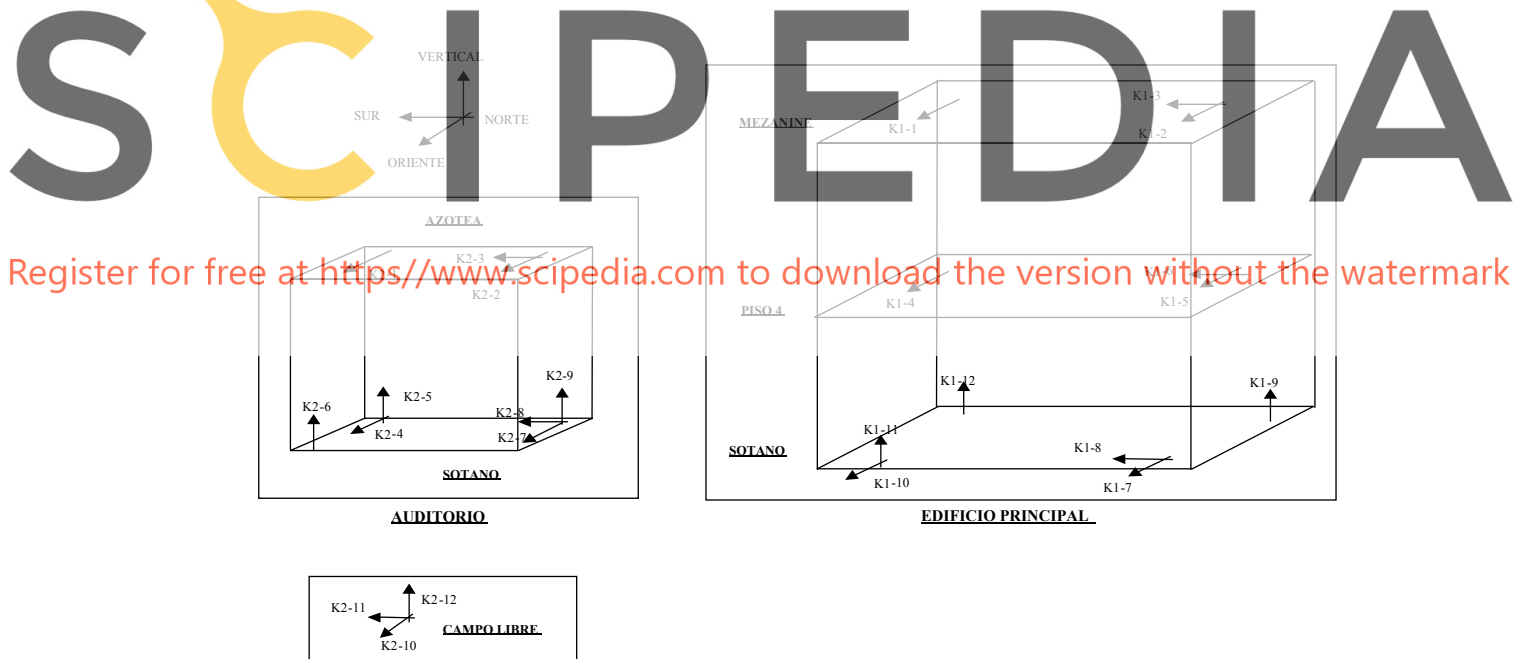


Figura 4: Esquema general de ubicación de sensores en el edificio principal y en el auditorio.

Las señales sísmicas utilizadas fueron aquellas de mayor intensidad producidas por eventos sísmicos registrados durante 24 meses de operación de la red de acelerómetros de estos edificios (ver la Tabla 1).

**Tabla 1. Registros de aceleración utilizados.**

ACELERACIONES MÁXIMAS EN CAMPO LIBRE						
Fecha	Acel Max U1 cm/s <sup>2</sup> (%G)		Acel Max U2 cm/s <sup>2</sup> (%G)		Acel Max Vert cm/s <sup>2</sup> (%G)	
05/18/2001	0.89	(0.09)	1.00	(0.10)	0.44	(0.04)
06/23/2001	1.00	(0.10)	0.85	(0.08)	0.55	(0.06)
07/05/2001	1.30	(0.13)	1.20	(0.12)	0.80	(0.08)
04/14/2002	2.52	(0.25)	1.90	(0.19)	1.00	(0.10)
04/26/2002	3.50	(0.36)	3.90	(0.40)	1.50	(0.15)
11/25/2002	0.80	(0.08)	0.70	(0.07)	0.40	(0.04)
01/14/2003	0.40	(0.04)	0.30	(0.03)	0.15	(0.02)
01/22/2003	0.37	(0.04)	0.42	(0.04)	0.34	(0.03)
02/08/2003	0.50	(0.05)	0.47	(0.05)	0.24	(0.02)

Para la identificación de las propiedades del Sistema Flexible se utilizaron como señales de entrada los registros medidos en campo libre, los cuales corresponden a los medidos por los sensores K2-10 y K2-11 (ver la Figura 4) tanto para el edificio EPM como para el auditorio.

Para la identificación de las propiedades del Sistema Seudo-Flexible se utilizaron como señales de entrada los registros medidos por los sensores K1-7, K1-8 y K1-10 para el edificio principal, y por los sensores K2-4, K2-7 y K2-8 para el auditorio.

Para la identificación de los parámetros dinámicos del Sistema Rígido se utilizaron como señales de entrada las aceleraciones horizontales de la cimentación más las aceleraciones rotacionales de la misma, multiplicadas por la distancia medida desde la cimentación hasta el sensor de salida en la azotea. Las aceleraciones rotacionales se obtienen de las señales medidas por tres sensores verticales de acuerdo con:

$$\begin{bmatrix} \ddot{V}_z \\ \ddot{\theta}_x \\ \ddot{\theta}_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I & y_1 & -x_1 \\ I & y_2 & -x_2 \\ I & y_3 & -x_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{V}_1 \\ \ddot{V}_2 \\ \ddot{V}_3 \end{bmatrix} \quad (20)$$

donde,  $\ddot{V}_z$ ,  $\ddot{\theta}_x$  y  $\ddot{\theta}_y$  son las aceleraciones vertical y rotacionales en dos ejes ortogonales de la placa de cimentación considerada como cuerpo rígido, y  $x_i$  e  $y_i$  corresponden a las distancias medidas desde el centro de la placa al sensor vertical  $\ddot{V}_i$ .

Los sensores utilizados para encontrar las aceleraciones rotacionales en el edificio principal fueron los K1-9, K1-11 y K1-12. De igual forma, se utilizaron los sensores K2-5, K2-6 y K2-9 para hallar las aceleraciones rotacionales del auditorio.

En lo que sigue se estiman con el programa ISIS los siguientes parámetros dinámicos asociados a cada modo de vibración  $j$ : las frecuencias,  $\omega_j$ , los amortiguamientos,  $\zeta_j$ , las amplificaciones para cada respuesta  $i$  y para cada componente de excitación  $k$ ,  $A_{ij}^k$ , estimadas estas últimas como el producto entre la amplitud de la forma modal,  $\bar{\varphi}_{ij}$ , la amplitud del factor de participación,  $\overline{FP}_j^k$ , y la amplitud del parámetro complejo,  $\kappa_{ij}^k$ . Finalmente, se estima el ángulo  $\psi_{ij}^k$  (ver la ecuación (17)), que define la parte imaginaria del parámetro complejo  $\kappa_{ij}^k$ , y que en adelante se denominan las fases.

Los resultados obtenidos con el modelo aquí propuesto son los que se muestran en las Figuras 5 y 6.

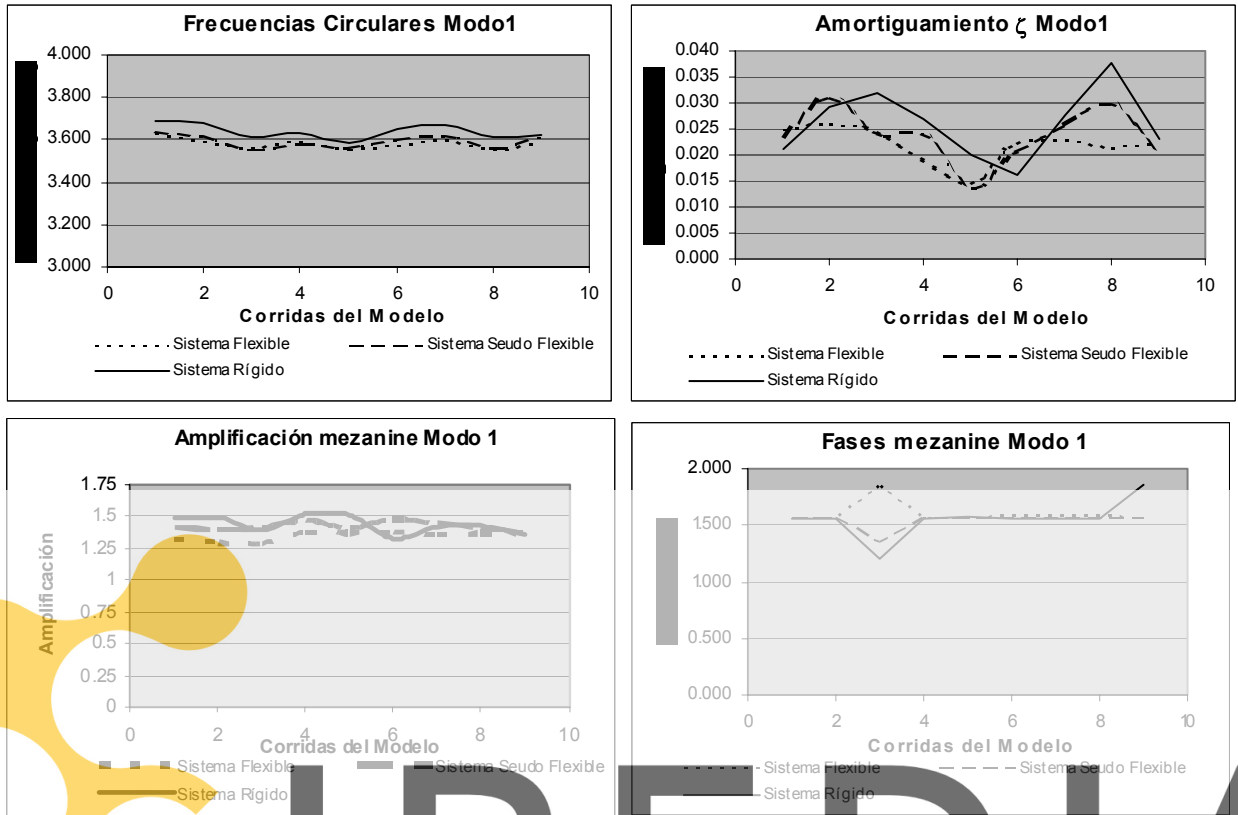


Figura 5: Parámetros dinámicos identificados para el primer modo del edificio principal de las Empresas Públicas de Medellín.

Register for free at <https://www.scipedia.com> to download the version without the watermark

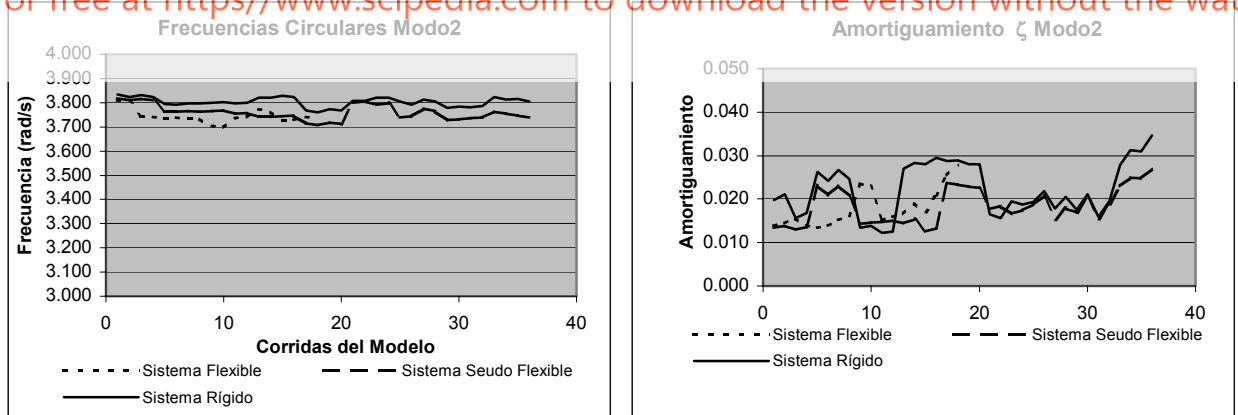
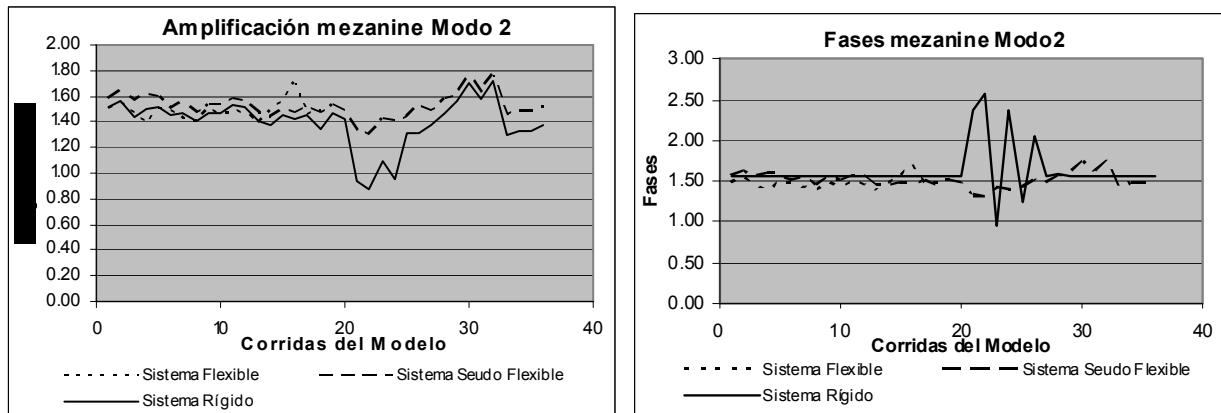


Figura 6: Parámetros dinámicos identificados para el segundo modo del edificio principal de las Empresas Públicas de Medellín.



**Figura 6 (cont.):** Parámetros dinámicos identificados para el segundo modo del edificio principal de las Empresas Públicas de Medellín.

En la Tabla 2 se muestran los valores promedio y las desviaciones calculadas para cada una de las direcciones analizadas en el edificio principal de EPM.

**Tabla 2.** Valores promedio y desviaciones estándar “ $\sigma$ ” de los parámetros dinámicos identificados para el edificio principal de las Empresas Públicas de Medellín.

VALORES PROMEDIO Y DESVIACIONES ESTÁNDAR PARA EL MODO 1 EN EL MEZANINE										
SISTEMA	$\omega$ (rad/s)	Periodo (s)	$\sigma$	$\zeta$	$\sigma$	Amp.	$\sigma$	Fase (rad)	$\sigma$	$\epsilon$ %
Flexible	3.585	1.753	0.024	0.0221	0.0035	1.35	0.036	1.594	0.0894	0.00
Seudo Flexible	3.597	1.747	0.030	0.0237	0.0053	1.42	0.038	1.538	0.0692	0.33
Rígido	3.640	1.726	0.036	0.0252	0.0067	1.43	0.069	1.554	0.1638	1.60

VALORES PROMEDIO Y DESVIACIONES ESTÁNDAR PARA EL MODO 2 EN EL MEZANINE										
SISTEMA	$\omega$ (rad/s)	Periodo (s)	$\sigma$	$\zeta$	$\sigma$	Amp.	$\sigma$	Fase (rad)	$\sigma$	$\epsilon$ %
Flexible	3.744	1.678	0.028	0.0178	0.0044	1.48	0.072	1.565	0.0029	0.00
Seudo Flexible	3.759	1.671	0.030	0.0184	0.0041	1.52	0.095	1.564	0.0055	0.42
Rígido	3.803	1.652	0.019	0.0223	0.0061	1.40	0.180	1.624	0.2893	1.55

La variable  $\epsilon$  que se muestra en la Tabla 2 indica la variación porcentual de los periodos de los diferentes sistemas respecto al periodo del sistema flexible.

Se observa claramente que la diferencia entre los periodos de los tres sistemas es mínima al igual que la variación en los amortiguamientos, de donde se concluye que la interacción suelo-estructura no es un fenómeno relevante en esta edificación.

Es claro también de los resultados presentados, que a medida que se va rigidizando el modelo los periodos identificados son más bajos, que era lo esperado y da confianza sobre el procedimiento ejecutado.

### PARÁMETROS DINÁMICOS OBTENIDOS CON SAP2000

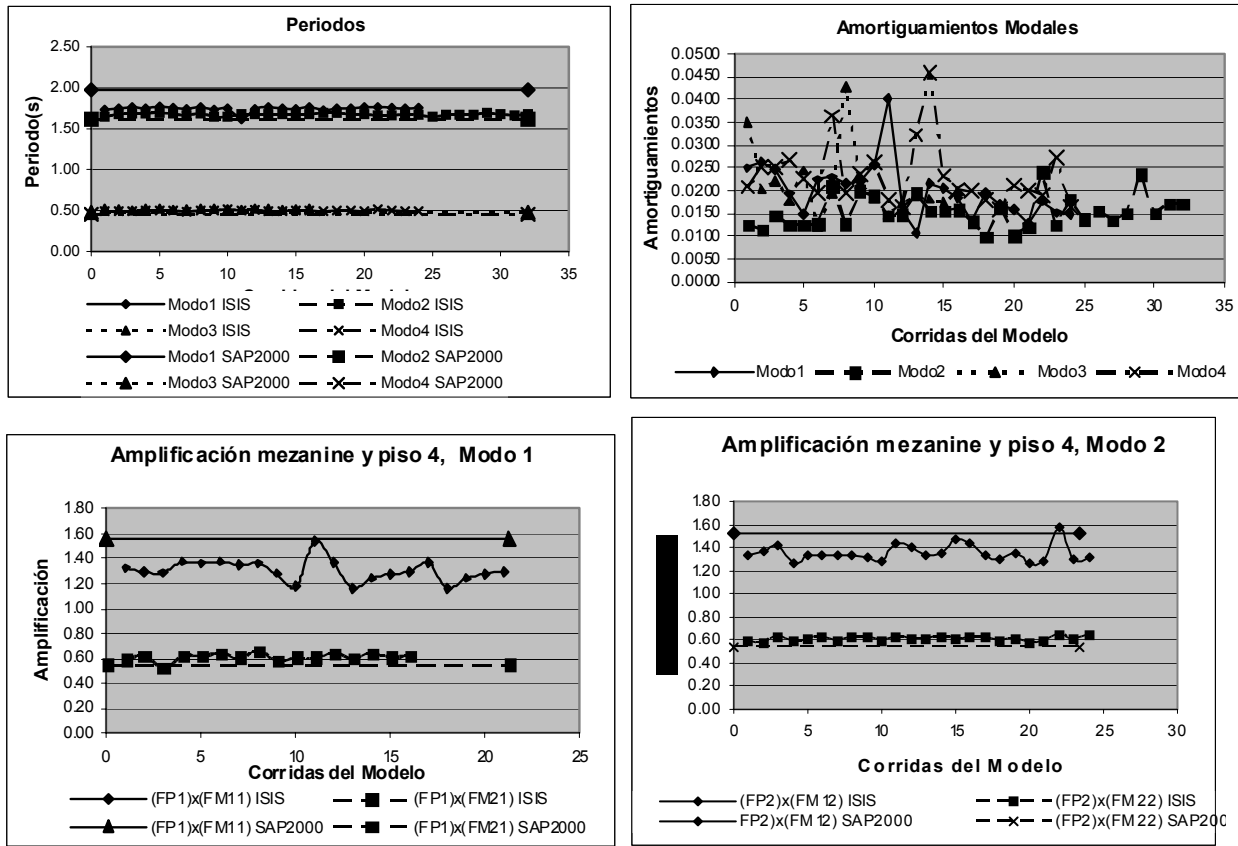
Con el fin de comparar los resultados obtenidos con el sistema ISIS con aquellos que convencionalmente se obtendrían en una oficina de cálculo para el Sistema Rígido (empotrado en la base) se realizaron más de veinte modelos tridimensionales del edificio principal de Empresas Públicas de Medellín usando el programa de análisis estructural SAP2000 (CSI, 2002). Los diez casos más representativos de los modelos analizados se muestran en la Tabla 3.

**Tabla 3. Periodos obtenidos con SAP2000 para el edificio principal de las Empresas Públicas de Medellín.**

ID	Modelo	Periodos (s)
1	Modelo Convencional	Modo 1: 2.85
		Modo 2: 2.02
		Modo 3: .715
		Modo 4: .570
2	Incremento en la rigidez de las columnas producido por el acero de refuerzo	Modo 1: 2.61
		Modo 2: 2.02
		Modo 3: 0.61
		Modo 4: 0.57
3	Módulo de Elasticidad $E$ considerando Agregado Metamórfico (NSR-98)	Modo 1: 2.31
		Modo 2: 1.90
		Modo 3: .560
		Modo 4: .530
4	Módulo de Elasticidad $E$ considerando Agregado Igneo (NSR-98)	Modo 1: 2.14
		Modo 2: 1.76
		Modo 3: 0.52
		Modo 4: 0.49
5	Módulo de Elasticidad $E = 1.3 E$ del caso 3	Modo 1: 2.18
		Modo 2: 1.79
		Modo 3: 0.53
		Modo 4: 0.50
6	Módulo de Elasticidad $E = 1.3 E$ del caso 4	Modo 1: 2.03
		Modo 2: 1.67
		Modo 3: 0.49
		Modo 4: 0.50
7	Módulo de Elasticidad sin distinción de agregado y basado en resistencias iguales al promedio de los ensayos de cilindros llevados a cabo durante la construcción	Modo 1: 2.41
		Modo 2: 1.98
		Modo 3: 0.59
		Modo 4: 0.56
8	Módulo de Elasticidad $E = 1.3 E$ del caso 7.	Modo 1: 2.12
		Modo 2: 1.74
		Modo 3: 0.51
		Modo 4: 0.48
9	Módulo de Elasticidad $E = 1.3 E$ Agregado Metamórfico y basado en resistencias iguales al promedio de los ensayos de cilindros llevados a cabo durante la construcción	Modo 1: 1.97
		Modo 2: 1.62
		Modo 3: 0.48
		Modo 4: 0.45
10	Módulo de Elasticidad $E = 1.3 E$ Agregado Igneo y basado en resistencias iguales al promedio de los ensayos de cilindros llevados a cabo durante la construcción	Modo 1: 1.78
		Modo 2: 1.47
		Modo 3: 0.42
		Modo 4: 0.40

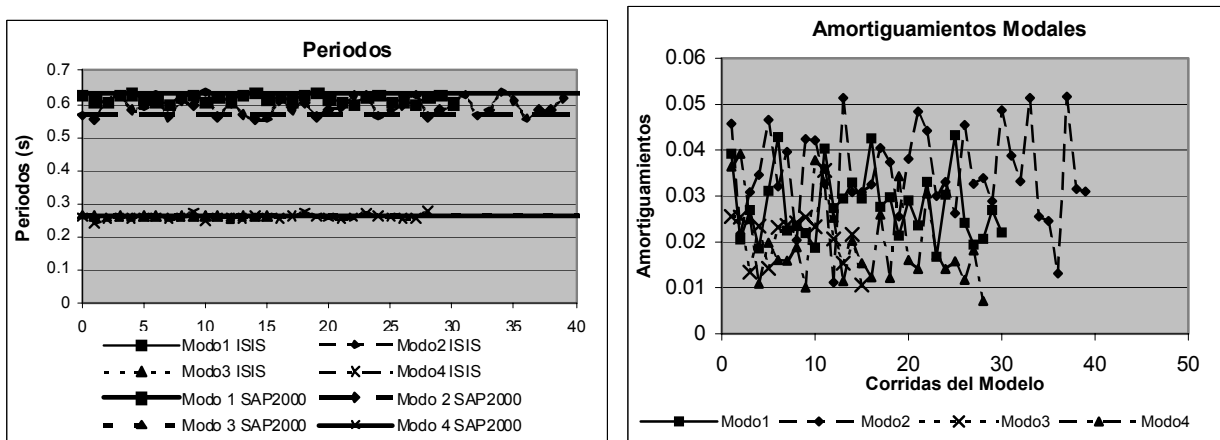
La decisión de multiplicar el módulo de elasticidad  $E$  por un factor de 1.3 en los casos 5, 6, 8, 9 y 10, se basa en la recomendación hecha por Pristley y Paulay (1991) la cual pretende tener en cuenta el incremento que posee el módulo de elasticidad dinámico sobre el módulo de elasticidad estático ya que este último es el que habitualmente recomiendan los códigos de diseño sísmico.

En la Figura 7 se comparan gráficamente los resultados del modelo 10 para el edificio principal de EPM usando SAP 2000, con los resultados obtenidos usando el programa ISIS para el Sistema Flexible y utilizando además los sensores ubicados en el nivel intermedio del edificio.



**Figura 7: Parámetros dinámicos identificados y calculados para el edificio principal de las Empresas Públicas de Medellín.**

En la Figura 8 se muestran los mismos resultados mostrados en la Figura 7 para el edificio sede principal, pero esta vez para el edificio del auditorio.



**Figura 8: Parámetros dinámicos identificados y calculados para el edificio del auditorio.**

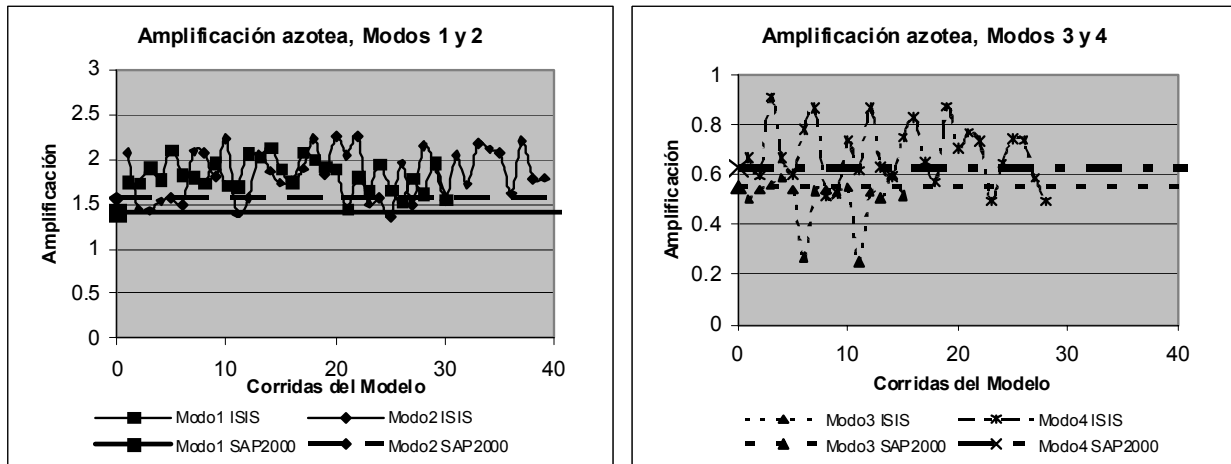


Figura 8 (cont.): Parámetros dinámicos identificados y calculados para el edificio del auditorio.

### ANÁLISIS DE RESULTADOS

Analizando las gráficas de resultados para los dos primeros modos fundamentales del Edificio EPM (Figuras 5 y 6), claramente se aprecia cómo las frecuencias circulares del Sistema Flexible son menores (periodos mayores) que los valores obtenidos para el Sistema Seudo-Flexible (periodos intermedios), y éstos a su vez son menores que los del Sistema Rígido (periodos menores), lo cual comprueba los resultados teóricos que predicen un incremento en el periodo del sistema suelo-estructura respecto al sistema empotrado en la base debido a la mayor flexibilidad del primero.

Continuando con las Figuras 5 y 6, y después de notar que las diferencias entre periodos y amortiguamientos de los tres sistemas son mínimas, lo que significa que la estructura no presenta efectos apreciables de interacción suelo-estructura, se observa que los amortiguamientos para los dos modos se encuentran entre el 2% y el 2.5%, lo que concuerda bastante bien con los valores recomendados para estructuras de concreto reforzado que responden en el rango elástico y con valores de esfuerzo menor a 1/2 del valor del esfuerzo de fluencia (Newmark and Hall, 1982). Según estos autores, los amortiguamientos para este tipo de estructuras y a niveles bajos de esfuerzo se encuentran entre el 2% y el 3%.

Tabla 4. Comparación de respuestas SAP2000-ISIS en modos fundamentales para el edificio principal de las Empresas Públicas de Medellín.

	MODO 1				MODO 2			
	Periodo (s)	$\zeta$	Amp. azotea	Amp. Piso 4	Periodo	$\zeta$	Amp. azotea	Amp. Piso 4
SAP2000	1.976	-----	1.56	0.55	1.617	-----	1.52	0.54
ISIS	1.744	0.0198	1.28	0.61	1.673	0.0154	1.35	0.61
% error	13.3	-----	21.9	9.80	3.35	-----	12.6	11.5

Respecto a la amplificación de la respuesta, claramente se aprecia que estos valores se mantienen relativamente estables, salvo por una pequeña variación en la gráfica del segundo modo (ver la Figura 6), y como se puede observar, estos valores en promedio se encuentran entre 1.4 y 1.5, que concuerda con los estimados para estructuras aporricadas, comúnmente encontrados entre 1.2 y 1.6.

Debido a que en la actualidad la utilización de modos no clásicos no es una metodología difundida, no es fácil hacer comentarios acerca de la validez de los resultados encontrados para las fases del parámetro complejo,  $g_{ij}^k$ . Sin embargo, al analizar la respuesta del primer modo de un sistema elástico con modos clásicos cuando es excitado por una sola componente del acelerograma, se advierte que la respuesta obtenida con la ecuación (14) se reduce a:

$$Ar_i(\omega) = \bar{\varphi}_{i1} \overline{FT}_1(\omega) \overline{FP}_1^x Ag_x(\omega) k^x_{i1}(\omega) \quad (21)$$

y ésta debe ser exactamente igual a la encontrada con la metodología convencional:

$$Ar_i(\omega) = \lambda_{i1} FT_1(\omega) \Gamma_1^x Ag_x(\omega) \quad (22)$$

donde  $\lambda_{ij}$  representa la amplitud del grado de libertad  $i$  del primer modo  $\lambda_1$  utilizando la metodología clásica, y  $\Gamma_1^x$  representa el factor de participación del primer modo asociado a la señal de entrada en la dirección  $x$ , que se escribe como:

$$\Gamma_1^x = \frac{-\lambda_1^T [M] Y^x}{\lambda_1^T [M] \lambda_1} \quad (23)$$

Comparando las ecuaciones (21) y (22) se deduce que:

$$\overline{\varphi_{i1}} \overline{FP_1^x} \overline{\kappa_{i1}^x} = \lambda_{i1} \Gamma_1^x \quad (24)$$

y que la parte imaginaria del parámetro  $\kappa$ , que es función de la frecuencia  $\omega$ , es igual a cero, de donde se concluye, de acuerdo a la ecuación (16), que la fase del parámetro complejo es igual a  $\pi/2$ . Comparando este resultado con los valores mostrados en las Figuras 5 y 6, se ve cómo en la gran mayoría de los casos analizados los valores identificados por el programa ISIS son razonables.

De los resultados promedio y desviaciones estándar mostradas en la Tabla 2 y de las Figuras 5 y 6 se nota la estabilidad de los resultados obtenidos para las frecuencias circulares y los amortiguamientos en ambos modos. De la Tabla 2, los valores de la amplificación dinámica y de la fase del parámetro complejo presentan una mayor dispersión que puede deberse al ruido presente en las señales que tienden a tener un efecto más pronunciado en señales de bajas intensidades como las utilizadas en este trabajo.

**Tabla 5. Valores promedio y desviaciones estándar “ $\sigma$ ” de los parámetros dinámicos identificados en la azotea del Auditorio (Sistema Flexible).**

MODO	$\omega$ (rad/s)	Periodo (s)	$\sigma$	$\zeta$	$\sigma$	Amp.	$\sigma$
Modo1	10.190	0.616	0.178	0.0278	0.008	1.83	0.177
Modo2	10.634	0.591	0.047	0.0348	0.010	1.84	0.285
Modo3	24.175	0.260	0.230	0.0217	0.103	0.50	0.002
Modo4	24.336	0.258	0.720	0.0203	0.009	0.69	0.120

De las Figuras 7 y 8, y de las Tablas 4, 5 y 6 se aprecia que los resultados obtenidos para los periodos de ambas estructuras son muy estables y se asemejan a los valores predichos por los modelos analíticos tridimensionales.

De igual forma, se aprecia cierta diferencia entre el periodo del primer modo identificado por el programa ISIS y el encontrado con SAP2000, siendo este último un 13.3% mayor que el real (ver la Tabla 4). Lo anterior significa que la estructura posee una rigidez adicional en la dirección sur (ver la Figura 4) la cual no ha podido ser capturada totalmente por los modelos tridimensionales.

**Tabla 6. Comparación de Respuestas en modos fundamentales SAP2000-ISIS para la azotea del auditorio.**

	MODO 1			MODO2		
	Periodo (s)	$\zeta$	Amp.	Periodo (s)	$\zeta$	Amp.
SAP2000	0.630	-----	1.41	0.566	-----	1.56
ISIS	0.616	0.0278	1.83	0.591	0.0348	1.84
% error	2.3	-----	23	4.2	-----	15.2

	MODO 3			MODO 4		
	Periodo (s)	$\zeta$	Amp.	Periodo (s)	$\zeta$	Amp.
SAP2000	0.264	-----	0.55	0.259	-----	0.625
ISIS	0.260	0.0271	0.50	0.258	0.0203	0.69
% error	1.54	-----	10	0.4	-----	9.4

Respecto a los amortiguamientos modales, se aprecia cómo en el caso del edificio principal, éstos tienen una tendencia bien definida alrededor del 2%, lo cual demuestra la regularidad en la configuración de esta estructura y la poca interacción con los elementos no estructurales. En contraste con lo anterior, se observa que en el caso del auditorio, el cual por su naturaleza presenta una configuración estructural especial y una alta interacción con los elementos no estructurales, los amortiguamientos modales presentan una tendencia un poco más errática (pero manteniéndose por debajo del 5%) con un valor medio entre todos los modos del 3.5%.

Es clara la estabilidad y similitud de los resultados obtenidos con el programa ISIS y los encontrados utilizando SAP2000 respecto a la amplificación dinámica.

Para el caso del auditorio, de la Figura 8 se observa cómo para estructuras con configuraciones estructurales y usos especiales como ésta, la utilización de modelos tridimensionales para predecir su respuesta sísmica, tiende a subvalorar la respuesta por lo que las fuerzas internas en los elementos y los desplazamientos predichos por los modelos tridimensionales serían menores a los realmente experimentados por la estructura.

## CONCLUSIONES

Se desarrolló un algoritmo (ISIS) para identificación de parámetros dinámicos de sistemas que pueden incluir los efectos del suelo de fundación.

Para tratar de manera rigurosa las posibles diferencias en los amortiguamientos estructurales y del suelo de fundación, este último debido fundamentalmente a fenómenos de radiación, se utilizaron formas modales no clásicas (complejas) para desacoplar el sistema de ecuaciones incluyendo de manera explícita los términos de amortiguamiento.

El sistema ISIS desarrollado opera en el dominio de la frecuencia y en una banda seleccionada por el analista para evitar en alguna medida las incertidumbres producidas por el ruido ambiental y lograr una menor dispersión en los valores de los parámetros a identificar.

El sistema ISIS se aplicó para identificar los parámetros dinámicos, incluyendo los efectos de interacción suelo-estructura, del edificio sede principal de las Empresas Públicas de Medellín y de su auditorio. Los resultados encontrados en esta aplicación para diferentes eventos sísmicos son muy estables, lo que habla bien del procedimiento propuesto, puesto que no son de esperar cambios importantes de estos parámetros para los diferentes acelerogramas utilizados, dadas las bajas intensidades que los caracterizan.

Igualmente, son indicativos de la robustez del procedimiento propuesto la consistencia de los valores encontrados para parámetros como los periodos de vibración de los Sistemas Flexible, Semi-Flexible y Rígido, que deberían ser, y efectivamente así resultaron, menores a medida que el sistema se rigidiza por la consideración o no del suelo de cimentación.

Basados en los resultados obtenidos en este trabajo con el sistema ISIS, se concluye que las edificaciones estudiadas no poseen efectos de interacción suelo-estructura relevantes que puedan afectar de manera significativa las propiedades dinámicas de las mismas.

Considerando como ciertos los valores de los parámetros dinámicos obtenidos con el sistema ISIS, se comprueba la validez de los valores obtenidos para estos mismos parámetros usando modelos analíticos tridimensionales como los calculados usando el programa de análisis estructural SAP2000. En este punto es importante resaltar el hecho de que estos sólo se acercan a los valores medidos experimentalmente si se tienen en cuenta todos los factores que puedan afectar de manera significativa la respuesta dinámica de la estructura. Por ejemplo, en el caso estudiado resultó de gran importancia en la estimación de los periodos de vibración, la consideración de módulos de elasticidad dinámicos obtenidos de los ensayos hechos a los materiales usados en la estructura, y no de los valores, relativamente bajos, propuestos en los reglamentos y que tratan de considerar los agrietamientos del concreto cuando se presentan intensidades sísmicas importantes como son aquellas cercanas a las de diseño.

Cuando se desea estimar las propiedades dinámicas de estructuras sometidas a intensidades bajas en donde los materiales, particularmente el concreto, se mantiene sin fisuración, se recalca, entonces, la necesidad de contar con valores de módulos de elasticidad más precisos, o el empleo de factores de sobrerigidez, ya que al utilizar los propuestos por las normas actuales en los modelos tridimensionales se obtienen estructuras más flexibles de lo que realmente son.

Se aprecia igualmente, la tendencia de las estructuras simétricas, regulares y con baja o casi nula interacción con elementos no estructurales, como es el caso del edificio Principal de Empresas Públicas, a tener amortiguamientos en condiciones de servicio del orden del 2% como tradicionalmente se ha propuesto.

Contrario al caso anterior, se ve como para estructuras con configuraciones especiales y alto contenido de elementos no estructurales como es el caso del auditorio, estos amortiguamientos tienden a aumentar como era de esperarse, llegando a valores promedio de 3.5% en condiciones de servicio.

## **AGRADECIMIENTOS**

Los autores quieren dejar constancia de su agradecimiento a las Empresas Públicas de Medellín por creer en el valor de la instrumentación y en el tipo de estudios aquí descrito, no sólo para su beneficio sino para beneficio de la comunidad, diseñadores, constructores y usuarios en general.

## **REFERENCIAS**

- AIS - Asociación Colombiana de Ingeniería Sísmica (1999). *Normas Colombianas de Diseño y Construcción Sismo-resistente, Ley 400 de 1997, Decreto 33 de 1998*, Santafé de Bogotá, Colombia.
- CSI - Computers and Structures, Inc. (2002). *SAP2000 Integrated Software for Structural Analysis and Design*, Computers and Structures, Inc., Berkeley, California.
- Hurty, W. C. (1964). *Dynamics of Structures*, Prentice Hall, New Jersey.
- Luco, J. E. (1980). "Soil-structure interaction and identification of structural models", Proceedings of the ASCE Specialty Conference in Civil Engineering and Nuclear Power, Knoxville, Tennessee.
- Newmark, N. M. y Hall, W. (1982). *Earthquake Spectra and Design*, EERI, Richmond., California.
- Priestley, M. J. N y Paulay, T. (1992). *Seismic Design of Reinforced Concrete and Masonry Buildings*, John Wiley & Sons, Inc.
- The Math Works, Inc. (1999). *MATLAB, the Language of Technical Computing*, version 5.3.0.10183(R11).