

**DESARROLLO DE UN MÓDULO COMPUTACIONAL PARA LA SÍNTESIS Y  
PROCESAMIENTO DE CAMPOS ÓPTICOS CON APLICACIONES EN  
HOLOGRAFÍA DIGITAL Y SPECKLE**

Daniel Esteban Sierra Sosa

[dsierras@eafit.edu.co](mailto:dsierras@eafit.edu.co)

Grupo de Óptica Aplicada  
Departamento de Ciencias Básicas  
Escuela de Ciencias y Humanidades  
Universidad EAFIT  
Medellín, Colombia

2010

**DESARROLLO DE UN MÓDULO COMPUTACIONAL PARA LA SÍNTESIS Y  
PROCESAMIENTO DE CAMPOS ÓPTICOS CON APLICACIONES EN  
HOLOGRAFÍA DIGITAL Y SPECKLE**

Trabajo de Grado para Optar al título de Ingeniero Físico

Asesor: Luciano A. Ángel Toro

Profesor -Investigador

Departamento de Ciencias Básicas

Grupo de Óptica Aplicada

Departamento de Ciencias Básicas

Escuela de Ciencias y Humanidades

Universidad EAFIT

Medellín, Colombia

2010

*“We keep moving forward, opening new doors,  
and doing new things, because we're curious  
and curiosity keeps leading us down new paths.”*

***Walt Disney***

## **AGRADECIMIENTOS**

A mi familia por su apoyo desinteresado y constante, sin quienes no sería quien soy hoy.

A todas las personas que me acompañaron este semestre apoyando mi trabajo y compartiendo conmigo en todo momento.

Agradezco a mi maestro y amigo Luciano Ángel Toro, el asesor de este Trabajo de Grado, que con paciencia y dedicación me ha formado no solo intelectualmente sino también como persona, motivándome constantemente a dar lo mejor de mi, invitándome a enfocarme en mi trabajo.

Agradezco además a los profesores del programa de Ingeniería Física por mi formación académica y personal.

<b>Introducción General</b>	<b>8</b>
<b>1 Preámbulo</b>	<b>9</b>
1.1 Introducción	9
1.2 La óptica digital y sus aplicaciones	9
1.3 Propuesta	11
1.4 Objetivos	12
1.4.1 <i>Objetivo General</i>	12
1.4.2 <i>Objetivos Específicos</i>	13
1.5 Orientación Conceptual y Justificación	13
1.6 Orientación Metodológica	14
1.7 Bibliografía	15
<b>2 Fundamentos Físicos y Matemáticos</b>	<b>17</b>
2.1 Introducción	17
2.2 Difracción de Fresnel y Fraunhofer	17
2.2.1 <i>Teoría Escalar de Difracción</i>	17
2.2.2 <i>Principio de Huygens-Fresnel</i>	19
2.2.3 <i>Aproximación de Fresnel</i>	21
2.2.4 <i>Aproximación de Fraunhofer</i>	22
2.3 Discretización de la Transformada Integral de Fresnel	22
2.4 Holografía Digital	24
2.4.1 <i>Holografía analógica y digital</i>	24
2.4.2 <i>Reconstrucción algorítmica de Hologramas digitales</i>	26
2.5 Speckle	26
2.5.1 <i>Descripción del fenómeno</i>	26
2.5.2 <i>Speckle Objetivo y Subjetivo</i>	27
2.5.3 <i>Metrología Speckle</i>	28
2.6 Bibliografía	28
<b>3 Estructura General del Módulo</b>	<b>30</b>
3.1 Introducción	30
3.2 Esquema General Algoritmo	30

3.3	Manejo de la Información	32
3.4	Descripción de la Interfaz Gráfica	35
3.5	Ingreso de los Parámetros	37
3.5.1	<i>Iluminación</i>	37
3.5.2	<i>Tramitancia de entrada</i>	38
3.6	Simulación Elementos Ópticos	38
3.6.1	<i>Aperturas-Obstáculos</i>	39
3.6.2	<i>Redes Difractivas</i>	41
3.6.3	<i>Lentes</i>	43
3.6.4	<i>Difusores</i>	45
3.6.5	<i>Cuñas Ópticas</i>	46
3.6.6	<i>Imágenes introducidas como Máscaras de Amplitud</i>	47
3.6.7	<i>Máscaras y Filtros</i>	48
3.7	Panel Central	51
3.8	Panel de Resultados y Post-Proceso	52
3.9	Bibliografía	54
<b>4</b>	<b>Calibración</b>	<b>55</b>
4.1	Introducción	55
4.2	Efecto Talbot	55
4.3	Lentes	57
4.4	Difracción Fraunhofer	59
4.5	Experimento de Young	62
4.6	Bibliografía	64
<b>5</b>	<b>Aplicaciones</b>	<b>65</b>
5.1	Introducción	65
5.2	Propagación Libre	65
5.2.1	<i>Difracción de Fresnel</i>	66
5.2.2	<i>Difracción de Fraunhofer</i>	68
5.3	Experimentos de Interferencia	71
5.3.1	<i>Experimento de Young</i>	72
5.3.2	<i>Experimento de Young con máscaras de amplitud: Control de la Visibilidad</i>	74

5.3.3	<i>Experimentos de Young con filtros de fase: Corrimiento de Franjas</i>	75
5.3.4	<i>Experimento con múltiples aperturas finitas</i>	76
5.3.5	<i>Experimentos con aperturas y filtros de fase: Vórtices</i>	77
5.4	Auto-imágenes	79
5.4.1	<i>Redes de Amplitud</i>	79
5.5	Focalización de haces y formación de imágenes mediante lentes	82
5.5.1	<i>Foco Gaussiano</i>	82
5.5.2	<i>Foco Con Aberraciones para lentes Esféricas</i>	83
5.5.3	<i>Formación de imágenes mediante Lentes Esféricas</i>	85
5.5.4	<i>Lentes Cilíndricas</i>	88
5.6	Transformadas de Fourier y Filtrado Espacial	89
5.6.1	<i>Transformadas y anti-transformadas de Fourier: Espectro e imagen</i>	90
5.6.2	<i>Filtrado Espacial: Sistema 4f</i>	91
5.7	Hologramas Digitales	93
5.7.1	<i>Generación Hologramas Digitales Sintéticos</i>	93
5.7.2	<i>Reconstrucción de Hologramas digitales</i>	94
5.8	Speckle	95
5.8.1	<i>Speckle Objetivo y Subjetivo</i>	95
5.8.2	<i>Efecto de la Apertura</i>	96
5.8.3	<i>Speckle Modulado con dos y múltiples aperturas</i>	97
5.9	Generación de Vórtices de Fase	98
5.10	Bibliografía	99
<b>6</b>	<b>Conclusiones</b>	<b>100</b>
<b>7</b>	<b>Anexos</b>	<b>102</b>
7.1	Publicaciones	102

## Introducción General

Los desarrollos en las diferentes disciplinas científicas se apoyan cada vez más en la simulación de los fenómenos asociados con sus áreas de conocimiento, y la óptica no es la excepción. Por otra parte, al margen de la disponibilidad comercial de una amplia gama de soluciones computacionales para la experimentación en óptica digital, las necesidades cambiantes de la investigación determinan que sea prácticamente imposible satisfacer las exigencias específicas y altamente especializadas de todos los usuarios a la vez, motivo por el cual se hacen necesarias frecuentes actualizaciones que incrementan el ya elevado costo del software.

En el presente documento se describen las características de un módulo computacional para la síntesis y procesamiento de campos ópticos, con aplicaciones en holografía digital y speckle, el cual se presenta en calidad de Trabajo de Grado para optar al título de Ingeniero Físico. Dicho módulo está dirigido a atender preferencialmente las necesidades específicas de la experimentación adelantada por el Grupo de Óptica Aplicada, y orientado además a constituirse en una plataforma útil para asistir diversos procesos de aprendizaje de la óptica física.

El texto se ha estructurado de manera que permita dar cuenta, no sólo de los rasgos principales y el uso potencial de este desarrollo, sino además, de la metodología empleada para su realización. En primer lugar se hace una revisión de la pertinencia de generar un módulo computacional de esta naturaleza, en segundo lugar se presenta la orientación conceptual y metodológica implicada en la construcción de la plataforma computacional, y finalmente se presenta la implementación y puesta en marcha del módulo, desde la fundamentación teórica hasta la obtención de resultados obtenidos a partir de la simulación de experimentos ópticos, exponiendo además cada uno de los elementos que componen la interfaz gráfica de usuario.

# 1 Preámbulo

## 1.1 Introducción

En este capítulo se introducen las premisas fundamentales del presente trabajo de grado, dando cuenta además de su contexto y la orientación conceptual y metodológica adoptada para su desarrollo, en el marco de la óptica digital.

## 1.2 La óptica digital y sus aplicaciones

En la actualidad, los progresos en las diferentes áreas del conocimiento están fuertemente ligados con la computación, y la física experimental no es ajena a este lazo, en donde la búsqueda del perfeccionamiento de los dispositivos y procesos ha sido una de las tareas a cumplir. Concretamente, en el campo de la óptica, la computación ha introducido notables mejoras en la sensibilidad y resolución, con un manejo más eficaz de la información, lo que implica procesos más eficientes y de mayor calidad. Los aportes de la computación en el objeto de estudio de la óptica constituyen una nueva disciplina científica conocida como óptica digital.

La óptica digital unifica la teoría, metodología y los medios técnicos para el procesamiento de señales ópticas por medio de métodos computacionales, lo que ha facilitado notablemente el estudio de los diferentes fenómenos de manera flexible, simple y natural [1].

Las primeras aplicaciones en óptica digital se reportan en 1920 con un sistema de transmisión de imágenes por cable a través del Atlántico, desarrollado por Harry G. Bartholomew y Maynard D. McFarlane, y conocido como el Sistema Bartlane [2]. Pero no fue hasta la década de los 40 y principios de los 50 que las aplicaciones en esta disciplina científica tomaron forma, con el trabajo llevado a cabo por Marechal en el filtrado espacial óptico, con la aplicación de métodos de Fourier en óptica realizada por Duffieux y finalmente con la invención de la holografía por Gabor, deviniendo en un gran número de nuevas aplicaciones [3]. A partir de este momento, los desarrollos en óptica digital avanzaron notablemente, beneficiados por la carrera espacial de la década de los 60, con aplicaciones para la simulación y el diseño de sistemas ópticos multipropósito, y la implementación de técnicas para la codificación y transmisión de imágenes en astronomía [1].

Los avances en la computación y las ciencias de la información a comienzos de la década de los 70, dieron lugar a la solución de problemas que tradicionalmente eran objeto de estudio de la óptica y la opto-electrónica. En esta época se publican las primeras investigaciones sobre la simulación de procesos holográficos y la

síntesis computacional de hologramas. La unión de la holografía de Gabor con las técnicas computacionales implicaron el perfeccionamiento de los procesos, generando un amplio espectro de nuevas aplicaciones; un ejemplo de esto es la síntesis de funciones de transferencia completamente arbitrarias, en sistemas iluminados no coherentemente, mediante hologramas generados por computador, presentado por Lohmann en 1977 [4].

Con el aumento en la velocidad de procesamiento computacional y la capacidad de almacenamiento de información, se potenciaron los desarrollos en el ámbito de la óptica digital, creciendo en cantidad y calidad; un mejor desempeño computacional supuso técnicas ópticas digitales o análogo-digitales más eficientes y robustas, y los avances informáticos como la reducción en el tamaño de píxel y el refinamiento de la discretización implicaron un aumento notable en la resolución de los sistemas ópticos y la solución más precisa de los diferentes modelos matemáticos asociados.

Los trabajos más recientes muestran que existe un interés creciente por la apropiación de técnicas asociadas con la óptica digital, perfeccionando los métodos computacionales relacionados con la simulación y emulación de fenómenos ópticos [5, 6, 7, 8], con el fin de lograr aplicaciones más precisas y adaptables a las especificidades que estas imponen. Estos avances en los métodos computacionales presuponen algoritmos eficientes para la adquisición, procesamiento y síntesis de información en sistemas digitales ó análogo-digitales, adaptándose además a las constantes innovaciones en el campo de la informática.

Desde la gestación de la óptica digital, se trabaja muy intensamente en desarrollos que derivan de la holografía, debido a su amplio espectro de uso. La conjunción de diferentes disciplinas, tales como la electrónica, la informática y la óptica, han mejorado notablemente la resolución de los hologramas una vez propuestos por Gabor, convirtiéndolos además en elementos ópticos adaptativos, que mediante la modulación de la amplitud y la fase sirven de interfaz análoga-digital, posibilitando la generación de aplicaciones como: la caracterización de componentes micro-ópticos [9], el contorneado de superficies difusas [10, 11], la encriptación de imágenes y señal tanto analógica como digitalmente [12, 13], la medición de esfuerzos en materiales [14], entre otras.

Pero los alcances de la óptica digital van mucho más allá de la holografía y las técnicas de procesamiento de imagen. También se ha venido trabajando a lo largo de los años en el desarrollo de técnicas tales como la corrección de la distorsión a través de sistemas de formación de imagen, basados en óptica virtual [15], que conducen al mejoramiento de sistemas ópticos análogo-digitales, desde la etapa del diseño hasta el post-procesamiento de imagen.

Desde hace unos años se trabaja además, en el campo de la óptica digital, en interferometría y microscopía de vórtices ópticos, micro-geometría de superficies

[16], técnicas de manipulación de micropartículas [17, 18], ensayos ópticos, estudio del momento orbital angular de campos de luz y generación de segundos armónicos usando haces Laguerre-Gauss [19]. Además, los desarrollos en el campo de las singularidades ópticas han servido de soporte para la implementación de técnicas diversas en litografía, microscopia de fluorescencia de alta resolución, trenzado cuántico, cronografía estelar y metrología de vórtices, algunas publicaciones recientes reportan la detección de desplazamientos y rotaciones con precisiones nanométrica y en la escala de los miliradianes, respectivamente [20, 21]. Otro grupo de aplicaciones de especial actualidad y relevancia está orientado al desarrollo de pinzas ópticas [22], cuyo uso tecnológico está vinculado a la posibilidad de atrapar y manipular micro o nano-partículas en una región con vorticidad no nula, con aplicaciones biológicas, en materiales y microingeniería.

Finalmente, los desarrollos en óptica digital han posibilitado la creación de nuevos elementos ópticos altamente integrantes, como son los dispositivos de pixeles inteligentes, los cuales combinan en un solo dispositivo arreglos de detectores de intensidad, amplificación de señal, emisores y moduladores de luz [23], además de permitir el trabajo a distancia en aplicaciones de tele-metrología basada en holografía digital [24].

### **1.3 Propuesta**

Las simulaciones de fenómenos físicos son herramientas básicas de uso frecuente, por lo cual existen diversas plataformas con aplicaciones específicas que dan respuesta a las diferentes necesidades concretas del usuario. Por regla general estos desarrollos computacionales son de alto costo, muy potentes en muchos casos, pero poco versátiles, debido a su especificidad, y el hecho de constituirse en sistemas cerrados, que no pueden ser intervenidos para adaptarse a nuevas necesidades.

En general, cada aplicación en el campo de la simulación impone condiciones nuevas sobre los algoritmos, exigiendo desarrollos alternativos y adaptaciones acordes con los parámetros experimentales. Desde esta perspectiva, se buscó generar una plataforma computacional adecuando algunas de las herramientas computacionales previamente desarrolladas por el Grupo de Óptica Aplicada de la Universidad EAFIT; y generando además nuevas herramientas basadas en algoritmos de holografía digital, con el fin de obtener una herramienta robusta para la simulación y emulación de fenómenos físicos asociados con la propagación de la luz bajo diferentes condiciones, facilitando la experimentación y visualización de los fenómenos.

Específicamente, dicho algoritmo (implementado en MATLAB®), se concibió como un instrumento capaz de representar un campo óptico escalar y emular la propagación del frente de onda asociado con dicho campo, a partir de la implementación de una Transformada de Fresnel. Sobre esta base, se quiso avanzar en la modelación de fenómenos relativos a la difracción del campo mediante diversos elementos y la acción de diversos instrumentos ópticos, en particular, mostrar el efecto asociado con lentes y difusores interpuestos a voluntad a lo largo del eje óptico

En suma, la propuesta implicó la generación de un algoritmo versátil y adaptable, fácil de usar y actualizar, constituido por una plataforma integradora provista de una interfaz gráfica y algoritmos satélites para emular y simular fenómenos propios de la propagación de la luz, y calibrado para la representación adecuada de los fenómenos.

Una herramienta computacional de esta naturaleza resulta útil, como era requisito, para la holografía digital y el tratamiento de campos de speckle, con el valor agregado de constituirse en un programa de fácil uso, tanto para usuarios conocedores de la óptica y la programación como para principiantes en ambas áreas, lo que hace posible además su empleo como fuente de ejemplificación en el desarrollo de actividades académicas, permitiendo la visualización de experiencias de laboratorio de manera ágil durante el desarrollo normal de una clase o proceso pedagógico.

## **1.4 Objetivos**

Los siguientes son los objetivos, general y específicos, del anteproyecto: “Desarrollo de un Módulo Computacional para la Síntesis y Procesamiento de Campos Ópticos con Aplicaciones en Holografía Digital y Speckle”, presentados el día 6 de Febrero de 2010 y aprobados el día 23 de Febrero del mismo año por el Comité de Carrera de Ingeniería Física.

### *1.4.1 Objetivo General*

Desarrollar un módulo computacional dedicado a la síntesis y procesamiento óptico digital, útil en la modelación, experimentación y enseñanza de la óptica física, con énfasis en los fenómenos asociados con la holografía digital y el speckle.

### 1.4.2 *Objetivos Específicos*

- Apropiar los fenómenos propios de la teoría de propagación de ondas de luz y algunos fenómenos y aplicaciones relacionadas, en particular, la holografía digital y el speckle.
- Seleccionar un grupo de fenómenos y experiencias de interés para ser modeladas y presentadas metodológicamente a partir del desarrollo de una plataforma computacional cuyo núcleo lo compone un algoritmo de propagación.
- Desarrollar y calibrar los algoritmos base para la simulación de los fenómenos relacionados con la propagación.
- Integrar el algoritmo base y programas satélites en una interface que interactúe de modo amigable con el usuario.
- Obtener y presentar algunos de los resultados típicos para este tipo de software, acompañados de un manual de uso.

## 1.5 **Orientación Conceptual y Justificación**

Desde el desarrollo de las aplicaciones para la transmisión digital de imágenes de la década de los 20, el enlace existente entre la óptica y la informática ha devenido en sistemas ópticos cada vez más flexibles y versátiles. De hecho, la cantidad y calidad de tales sistemas se han incrementado con el desarrollo de la informática, la capacidad de adquisición y transmisión de señales, y de procesamiento de datos [1]. Todos estos avances forman parte de un área mayor de investigación, particularmente activa en la actualidad, conocida como óptica digital.

Como una rama de la ciencia aplicada, la óptica digital puede ser caracterizada por las tareas que cumple, entre otras, las siguientes: síntesis de imágenes y visualización de información, corrección de distorsión en la señal, preparación y mejoramiento interactivo de imagen, extracción de información cuantitativa de imágenes y señales ópticas, y simulación de imagen y sistemas holográficos [1]. La óptica digital es de carácter unificador, ya que en su campo de acción

confluyen elementos de la teoría, la metodología y los medios técnicos de la óptica y otras ramas de la ciencia, la ingeniería y la tecnología, para la obtención de resultados cuantitativos y cualitativos asociados con procesos ópticos analógicos, digitales y la integración de ambos. En particular, la óptica digital es un atractivo objeto de estudio que integra conocimientos de física, matemáticas y ciencias de la información, puestos en relación con la solución de problemáticas específicas.

Esta propuesta de trabajo se enmarca en el contexto de un desarrollo en óptica digital, enfocado a la modelación, síntesis y enseñanza de la óptica física, con base en el fenómeno de la propagación de la luz, constituida como una sola herramienta robusta de procesamiento de información y visualización de fenómenos conexos, especialmente el speckle y la holografía digital.

La implementación de una plataforma versátil y funcional como esta, permite la fácil adaptación a aplicaciones de alto impacto tecnológico, tales como la metrología de vórtices, la holografía sintética y la interferometría digital de patrones de speckle, entre otras. A su vez permite la emulación de diversos experimentos ópticos con alto poder demostrativo, los cuales facilitan la comprensión de los fenómenos físicos; constituyéndose como una herramienta para el apoyo en la enseñanza de la óptica.

## **1.6 Orientación Metodológica**

Para la realización de la propuesta, el trabajo se dividió en 3 etapas, dirigidas a garantizar el logro de los objetivos específicos presentados antes .

La primera etapa consistió en un análisis bibliográfico y la aprehensión del fenómeno de la propagación de las ondas electromagnéticas y su formulación matemática, se hizo además una revisión de las técnicas computacionales asociadas y de las aplicaciones existentes sobre esta base. Esta etapa fue de carácter esencialmente teórico y sirvió para familiarizarse con algunos de los desarrollos existentes en el campo de la óptica digital.

La segunda etapa comprendió las actividades relacionadas con el estudio y desarrollo de los algoritmos para sintetizar campos ópticos propagados con características diversas, obteniendo mapas de fase a partir de distribuciones de intensidad dada, se generaron además diferentes elementos ópticos a partir de las técnicas computacionales necesarias para su implementación y finalmente se simularon diferentes resultados asociados con la propagación de campos ópticos. Esta fue una etapa de carácter práctico e implicó fundamentalmente la programación en MATLAB®. Finalmente, en la Etapa 3, se generaron prácticas de experimentación virtual, reafirmando los aportes pedagógicos generados a partir de la plataforma.

## 1.7 Bibliografía

- [1] YAROSLAVKSY, Lonid. Fundamentals of Digital Optics. New York: Springer-Verlag, 1996. 1-7
- [2] Gonzales, Rafael. Wintz, Paul. Digital Image Processing. Addison-Weasley Pub. Co., 1977.
- [3] Leith, Emmet. Some highlights in the history of information optics. Information Sciences 149, Elsevier, 2003. 271-275
- [4] Lohmann, A.W. Dallas, W.J. Barlet, H. Computer Generated Spatial Filters for Large Object Formats. Optics Communications, Volume 20/Issue 1, 1977. 50-55
- [5] Haldon, M. Ozaktasand, David. Miller, A.B. Digital Fourier Optics. Applied Optics, Volume 35/Issue 81, 1996
- [6] Palacios, Francisco, et. al. Methods of Fourier Optics in Digital Holographic Microscopy. Optics Communications, 235, 2008. 550-558
- [7] Myung, Kim, et. al. Digital Holography and Three-Dimensional Display, Chapter 2: Digital Holography and Multi-Wavelength Interference Techniques, Springer US, 2006.
- [8] Junchang, Lie. Zujie, Peng. Statistics Optics Discussion on the Formula of Digital Holographic 3D Surface Profiling Measurement. Elsevier. 2009
- [9] Müller, J., Kebbel, V., Jüpner, W. Digital Holography as a Tool for Testing High-Aperture Micro-Optics. Optics and Lasers in Engineering 43, 2005. 739-751
- [10] D. Velásquez. Contorneado de Superficies utilizando Holografía Digital. Tesis de Grado para optar al título de Magíster en Física, Universidad Nacional de Colombia, 2006.
- [11] Mosarraf Hossain, Md., et. al. Contouring of Diffused Objects by Using Digital Holography. Optics and Lasers in Engineering 45, 2007, 684-689
- [12] Monaghan, D.S., Gopinathan, U., Hennelly, B.M., Sheridan, J.T. Digital Optics, Digital Holography and Optical Encryption, Proceedings of SPIE, The International Society of Optical Engineering, 2005.
- [13] Lingfeng, Yu. Parametrized Multi-Dimensional Data Encryption by Digital Optics. Optics Communications, 203, 2002. 67-77

- [14] Aswendt, P., Hoefling, R., Totzauer, W. Digital Speckle Pattern Interferometry Applied to Thermal Strain Measurements of Metal-Ceramic Compounds. *Optics & Laser Technology*, Vol 22/Issue 4, 1990. 278-282
- [15] Torroba, Roberto. Digital Reconstruction of Grating-Distorted Image through Virtual-Optics Imaging Systems. *Optik Optics*, 116, 2005. 71-74
- [16] A. V. Tavrov, D. V. Ublinsky, and V. A. Andreev, Geometrical phases measurement with Michelson's interferometer for microsurface characterization, *SPIE Vol. 3121*, 183-186.
- [17] J. Masajada, Singular optics, In: 13th Polish-Czech-Slovak Conference on Wave and Quantum Aspects of Contemporary Optics, J. Nowak, M. Zajac, M. Masajada (Ed), *SPIE Vol. 5259*, 2003. 66-74
- [18] T. M. Grzegorzyc, B. A. Kemp, and J. Au Kong, Trapping and binding of an arbitrary number of cylindrical particles in an in-plane electromagnetic field, *J. Opt. Soc. Am. A.*, Vol. 23, No. 9, 2006. 2224-2230
- [19] K. Dholakia, N. B. Simpson, M. J. Padgett, Second-harmonic generation and the orbital angular momentum of light, *Phys. Rev. A* 54, 1996. R3742 - R3745
- [20] W. Wang, T. Yokozeki, R. Ishijima, A. Wada, Y. Miyamoto, M. Takeda, and S. G. Hanson, Optical vortex metrology for nanometric speckle displacement measurement, *Optics Express*, Vol. 14, No. 1, 2006, 120-127
- [21] W. Wang, T. Yokozeki, R. Ishijima, M. Takeda, and S. G. Hanson, Optical vortex metrology based on the core structures of phase singularities in Laguerre-Gauss transform of a speckle pattern, *Optics Express*, Vol. 14, No. 22, 2006. 195-206
- [22] Li-Gang Wang, Li-Qin Wang, Shi-Yao Zhu, Formation of optical vortices using coherent laser beam arrays, *Optics Communications* 282, 2009. 1088-1094
- [23] Sawchuk, Alexander. Optical Signal and Image Processing, from Analog Systems to Digital Pipeline Smart Pixels, *Proceedings of the 1998 International Conference on Image processing, IEEE*. 1998
- [24] Kreis, Thomas. et. al., *Digital Holography and Three-Dimensional Display: Tele-Metrology Based on Digital Holography*. Springer, 2008. Chapter 7

## 2 Fundamentos Físicos y Matemáticos

### 2.1 Introducción

En las diferentes ramas de la física y la ingeniería en las que se que se estudia el fenómeno de la propagación de ondas, la difracción juega un papel importante. En particular, en la óptica la comprensión de este fenómeno es la piedra angular sobre la que se cimientan los sistemas ópticos formadores de imagen y de procesamiento de datos, ya que en éste el formalismo matemático de las diferentes teorías de propagación de la luz encuentra su fundamento y sus límites.

Los efectos de la difracción de la luz fueron observados y caracterizados por Grimaldi, quien acuñó el término en 1665 [1]. La difracción ha sido definida por Sommerfeld como "la desviación de los rayos de luz de caminos rectilíneos que no pueden ser interpretados como reflexión o refracción" [2]. De esta forma, si un frente de onda encuentra en su camino un obstáculo que modifica localmente su amplitud o su fase, la onda será difractada. Los segmentos de la luz difractada que se propagan más allá del obstáculo interferirán entre ellos.

El estudio de la difracción de la luz permitió ampliar el conocimiento del comportamiento de la misma, y este conocimiento a su vez devino en una serie de aplicaciones de alto impacto tecnológico que aún hoy se siguen multiplicando y desarrollando. En particular, el estudio del fenómeno conocido como speckle y el desarrollo de técnicas holográficas, dan lugar a aplicaciones tales como la metrología, el contorneado de superficies, el análisis de cargas mecánicas, el almacenamiento de datos, la microscopía, entre otras.

En este capítulo se presenta la fundamentación teórica del fenómeno de difracción, las aproximaciones de Fresnel y Fraunhofer y su discretización con el fin de establecer un modelo para la simulación de la propagación de campos ópticos. Se presenta además una breve descripción de las técnicas holográficas, analógicas y digitales, y del fenómeno del speckle.

### 2.2 Difracción de Fresnel y Fraunhofer

#### 2.2.1 Teoría Escalar de Difracción

La teoría escalar de la difracción es el formalismo físico-matemático para describir el fenómeno de la difracción cuando los efectos relacionados con la polarización de la luz pueden no ser tenidos en cuenta. En este caso, una perturbación óptica  $E$  es una función escalar que satisface la ecuación diferencial de onda:

$$\nabla^2 E = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} \quad (2.1)$$

Una solución de esta ecuación es la función armónica:

$$E = \xi e^{-ikt} \quad (2.2)$$

Donde  $\xi$  es la amplitud compleja de la onda,  $k$  es el número de onda,  $c$  la velocidad de la luz y  $t$  el tiempo. Substituyendo la Ecuación (2.2) en la ecuación diferencial de onda se obtiene:

$$\nabla^2 \xi + k^2 \xi = 0 \quad (2.3)$$

La Ecuación (2.3) es conocida como la *ecuación de Helmholtz* la cual se soluciona por medio del teorema de Green. Una solución de esta ecuación conduce a una descripción de la perturbación óptica en el punto P, expresada en términos de la perturbación y su gradiente evaluados en una superficie cerrada arbitraria S que rodea al punto P, de la forma:

$$\xi_P = \frac{1}{4\pi} \left[ \oiint_S \frac{e^{ikr}}{r} \nabla \xi \cdot dS - \oiint_S \xi \nabla \left( \frac{e^{ikr}}{r} \right) \cdot dS \right] \quad (2.4)$$

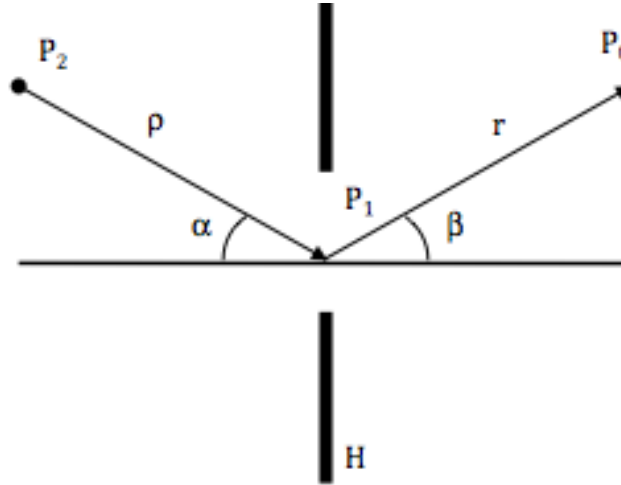
Esta solución se denomina el *Teorema Integral de Kirchhoff*. Para el sistema ilustrado en la Figura 1, una apertura H en un plano infinito es iluminada con un frente de onda esférico descrito por:

$$E(P_1) = \frac{E_0 e^{ik\rho}}{\rho} \quad (2.5)$$

Dicho frente de onda es emitido desde el punto  $P_2$  a una distancia  $\rho$  del punto  $P_1$  sobre la apertura formando un ángulo  $\alpha$  con respecto a la horizontal; posteriormente se propaga hasta el punto  $P_0$  a una distancia  $r$  y formando un ángulo  $\beta$  con la horizontal como se ilustra en la misma figura. Si se considera  $\rho \gg \lambda$  y  $r \gg \lambda$ , el campo óptico en  $P_0$  (lugar de observación) puede ser expresado como:

$$E(P_0) = \frac{iE_0}{\lambda} \iint_H \frac{e^{-ik(\rho+r)}}{\rho r} \left( \frac{\cos(\alpha) - \cos(\beta)}{2} \right) dH \quad (2.6)$$

Este resultado es conocido como la *Formula de Difracción de Fresnel-Kirchhoff*, el cual puede ser interpretado como sí en la apertura  $H$  estuviese formada por un número infinito de radiadores secundarios emitiendo onditas esféricas independientemente [3]



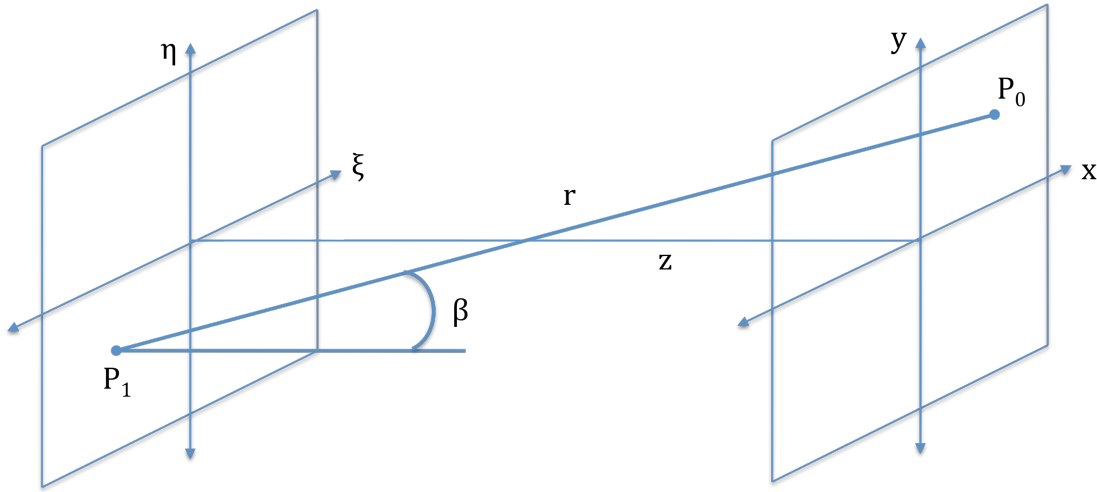
**Figura 1.** Esquema de un haz esférico que incidiendo en una apertura

### 2.2.2 Principio de Huygens-Fresnel

Supongamos que, como se representa en la Figura 2, a partir de un plano de entrada con coordenadas  $(\xi, \eta)$ , la luz se propaga libremente una distancia  $z$ , hasta un plano de salida con coordenadas  $(x, y)$ . El principio de Huygens-Fresnel postula que el campo óptico observado  $E(P_0)$  en el plano de salida es el resultado de la superposición de múltiples ondas elementales provenientes de todos los puntos  $P_1$  del plano de entrada. Con cada punto  $P_1$  se asocia un radiador elemental y una ondita radiada con las siguientes propiedades:

1. La onda radiada por cada uno de los radiadores tiene una amplitud proporcional a la amplitud de la excitación en dicho punto.
2. La amplitud de la onda radiada por cada radiador es inversamente proporcional a la longitud de onda.
3. La onda radiada por cada radiador incide sobre un punto arbitrario  $P_0$  del plano de salida en la dirección  $\beta$ , medida con respecto a la dirección normal al plano de entrada.

4. Los cambios en la amplitud de la onda radiada en el punto  $P_1$  y la fase en el punto  $P_0$  están determinados por  $\cos(\beta)$



**Figura 2.** Esquema para entender la difracción

El principio de Huygens-Fresnel se expresa matemáticamente como

$$E(P_0) = \frac{1}{i\lambda} \iint_H E(P_1) \frac{e^{ikr}}{r} \cos(\beta) dx dy \quad (2.7)$$

donde  $E(P_1)$  representa el campo óptico en un punto arbitrario  $P(\xi, \eta)$  del plano de entrada y  $E(P_2)$  el campo óptico de un punto arbitrario  $P(x, y)$  del plano de observación. Definiendo  $\cos(\beta)$  como la expresión trigonométrica [2]:

$$\cos(\beta) = \frac{z}{r} \quad (2.8)$$

y substituyéndolo en la Ecuación (2.7), se obtiene

$$E(x, y) = \frac{z}{i\lambda} \iint_H E(\xi, \eta) \frac{e^{ikr}}{r^2} d\xi d\eta \quad (2.9)$$

donde

$$r = \sqrt{z^2 + (x - \xi)^2 + (y - \eta)^2} \quad (2.10)$$

### 2.2.3 Aproximación de Fresnel

El principio de Huygens-Fresnel se puede transformar en una expresión más simple, reduciendo la distancia  $r$  del punto  $P_1$  al  $P_0$  mediante una aproximación basada en la expansión binomial de la raíz cuadrada presentada en la Ecuación (2.10), lo que conduce a una expresión para esta distancia de la forma:

$$r \approx \left[ 1 + \frac{1}{2} \left( \frac{x-\xi}{z} \right)^2 + \frac{1}{2} \left( \frac{y-\eta}{z} \right)^2 \right] \quad (2.11)$$

con la cual el campo óptico en el plano de salida  $XY$  se transforma en:

$$E(x,y) = \frac{e^{ikz}}{i\lambda z} \int \int_{-\infty}^{\infty} E(\xi,\eta) e^{\frac{ik}{2z}[(x-\xi)^2+(y-\eta)^2]} d\xi d\eta \quad (2.12)$$

que a su vez puede ser expresado como una convolución de la forma:

$$E(x,y) = \int \int_{-\infty}^{\infty} E(\xi,\eta) h(x-\xi, y-\eta) d\xi d\eta \quad (2.13)$$

donde

$$h(x-\xi, y-\eta) = \frac{e^{ikz}}{i\lambda z} e^{\frac{ik}{2z}[(x-\xi)^2+(y-\eta)^2]} \quad (2.14)$$

Otra forma de simplificar la Ecuación (2.12) se logra factorizando y reordenando los términos de la expresión, lo que conduce a:

$$E(x,y,z) = \frac{e^{ikz}}{i\lambda z} e^{\frac{ik}{2z}(x^2+y^2)} \int \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ E(\xi,\eta) e^{\frac{ik}{2z}(\xi^2+\eta^2)} \right\} e^{\frac{-2\pi i}{\lambda z}(x\xi+y\eta)} d\xi d\eta \quad (2.15)$$

que es equivalente a la *Transformada de Fourier* -reescalada- del producto del campo complejo  $E(\xi,\eta)$  a la derecha del plano de entrada y el factor cuadrático  $\exp[(ik/2z)(\xi^2+\eta^2)]$ . Las ecuaciones (2.12) y (2.15) son conocidas como la *Integral de Transformación de Fresnel*. [2]

### 2.2.4 Aproximación de Fraunhofer

A partir de la aproximación de Fresnel, en algunos casos adicionalmente puede asumirse que la distancia  $z$  entre el plano de entrada y el de salida es suficientemente grande, como para aproximar a la unidad el término cuadrático  $\exp[(ik/2z)(\xi^2 + \eta^2)]$  en la integral de transformación de Fresnel sobre toda la apertura, dicha condición se cumple si:

$$z \gg \frac{k(\xi^2 + \eta^2)_{\max}}{2} \quad (2.16)$$

De esta forma, la expresión para el campo óptico observado se reduce a una expresión más simple, de la forma:

$$E(x, y) = \frac{e^{ikz} e^{\frac{ik}{2z}(x^2 + y^2)}}{i\lambda z} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} E(\xi, \eta) \left[ e^{\frac{-2\pi i}{\lambda z}(x\xi + y\eta)} \right] d\xi d\eta \quad (2.17)$$

Entonces, el campo  $E(x, y)$  en el plano de salida se relaciona de modo directo con una transformada de Fourier del campo  $E(\xi, \eta)$  sobre la apertura, evaluada en las frecuencias:

$$f_x = \frac{x}{\lambda z} \quad (2.18)$$

$$f_y = \frac{y}{\lambda z} \quad (2.19)$$

## 2.3 Discretización de la Transformada Integral de Fresnel

La transformada Integral de Fresnel es el punto de partida de la modelación de todos los fenómenos y sistemas ópticos que serán considerados en el marco de la plataforma desarrollada en el presente Trabajo de Grado. De hecho, la difracción de la luz, expresada a partir del principio de Huygens-Fresnel, desempeña un rol fundamental en la explicación de los demás fenómenos de la óptica, y es por ello que, como veremos más adelante, a partir de la modelación de la difracción modelaremos lo que ocurre con la luz en situaciones muy diversas.

Para efectos de cómputo de la Integral de Fresnel, se consideran los planos de entrada y salida como un arreglo de “puntos” discretos (en realidad áreas pequeñas denominadas pixeles), dispuestos en un arreglo matricial de dimensiones  $m \times n$ , y sobre los cuales opera la transformada.

Sea una matriz rectangular de dimensiones  $N_x$  y  $N_y$  correspondiente al plano de entrada  $\xi\eta$ , en las cuales, a cada uno de sus elementos (en adelante pixeles) se les asignan dimensiones  $\Delta x_h$  y  $\Delta y_h$  (en adelante tamaño de pixeles) en las direcciones  $\xi$  y  $\eta$ , respectivamente; expresando las coordenadas del plano de entrada como  $k\Delta x_h$  y  $l\Delta y_h$  y las del plano de salida  $m\Delta x_i$  y  $n\Delta y_i$  donde  $k, l, m$  y  $n$  son números enteros, la Transformada de Fresnel (2.15) reordenando los términos se convierte en:

$$E_0(m, n, z) = \frac{iE_0 e^{-ikz}}{\lambda z} e^{\left[ -\frac{i\pi}{\lambda z} (m^2 \Delta x_i^2 + n^2 \Delta y_i^2) \right]} \sum_{k=0}^{N_x-1} \sum_{l=0}^{N_y-1} h(k, l) e^{\left[ -\frac{i\pi}{\lambda z} (k^2 \Delta x_h^2 + l^2 \Delta y_h^2) \right]} e^{\left[ \frac{2\pi i}{\lambda z} (k \Delta x_h m \Delta x_i + l \Delta y_h n \Delta y_i) \right]} \quad (2.20)$$

en donde  $m=0,1,2,\dots, N_x-1$ ,  $n=0,1,2,\dots, N_y-1$ ,  $\Delta x_i$  y  $\Delta y_i$  son las dimensiones para los pixeles del plano de salida,  $E_0$  representa el campo complejo en el plano de entrada, y  $h(k, l)$  la amplitud del campo iluminador de la transmitancia de amplitud, en general son funciones complejas, asociadas con el plano de entrada. La expresión anterior se conoce como la Transformada de Fresnel Discreta.

Reordenando los términos en la Ecuación (2.20) se obtiene:

$$E_0(m, n, z) = \frac{iE_0 e^{-ikz}}{\lambda z} e^{\left[ \frac{-i\pi}{\lambda z} \left( \frac{m^2}{N_x^2 \Delta x_h^2} + \frac{n^2}{N_y^2 \Delta y_h^2} \right) \right]} \sum_{k=0}^{N_x-1} \sum_{l=0}^{N_y-1} H(k, l) e^{\left[ 2\pi i \left( \frac{km}{N_x} + \frac{ln}{N_y} \right) \right]} \quad (2.21)$$

donde

$$H(k,l) = h(k,l)e^{\left[-\frac{i\pi}{\lambda z}(k^2 \Delta x_h^2 + l^2 \Delta y_h^2)\right]} \quad (2.22)$$

Esto a su vez permite expresar la Transformada Discreta de Fresnel en la forma

$$E_o(m,n,z) = \frac{iE_0 e^{-ikz}}{\lambda z} e^{\left[-\frac{i\pi}{\lambda z}\left(\frac{m^2}{N_x^2 \Delta x_h^2} + \frac{n^2}{N_y^2 \Delta y_h^2}\right)\right]} FFT[H(k,l)] \quad (2.23)$$

Aquí  $FFT[H(k,l)]$  representa la *Transformada Rápida de Fourier Discreta* evaluada en  $f_x = k\Delta x_h/\lambda z$  y  $f_y = l\Delta y_h/\lambda z$  de la función de transmitancia de amplitud por el término que la acompaña como se observa en la ecuación 2.22. [4]

## 2.4 Holografía Digital

Cuando Denis Gabor en 1948 intentaba mejorar la resolución en la microscopía electrónica invento la holografía; pero la falta de fuentes coherentes de iluminación retrasó su desarrollo. Es hasta 1960 cuando la invención del láser catapultó la técnica y sus aplicaciones. En 1962 Leith y Upatnieks desarrollaron técnicas fuera de eje para la generación de hologramas que a diferencia de las desarrolladas por Gabor, el haz de referencia y el haz objeto se encuentran fuera de eje, mediante las cuales se hicieron posibles aplicaciones tales como almacenamiento de datos, la metrología, el procesamiento óptico, entre otras.

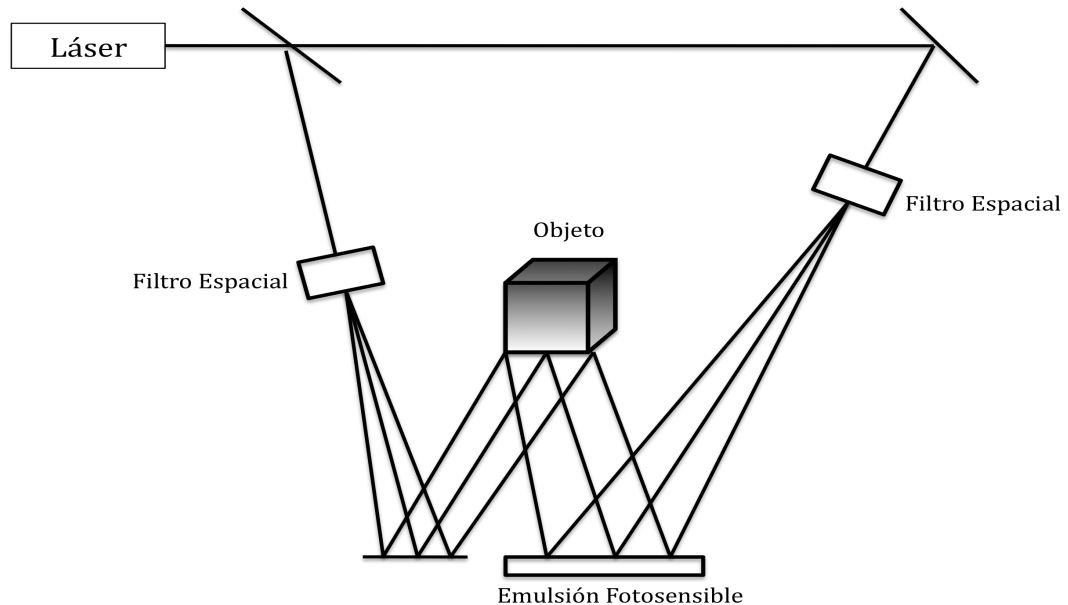
Las diferentes aplicaciones en el campo de la holografía se han desarrollado desde entonces, y en particular, la conjunción entre los procesos computacionales y las técnicas holográficas han dado lugar múltiples aplicaciones nuevas y al refinamiento de las técnicas existentes [5].

### 2.4.1 Holografía analógica y digital

Convencionalmente un holograma surge de la conjunción de los fenómenos de interferencia y difracción. Como se ilustra en la Figura 3, para el registro (generación, almacenamiento o construcción) de un holograma, un haz propagado desde un objeto interfiere con un haz de referencia, generando una rejilla de difracción. Para su reconstrucción, el registro es iluminado con el haz de referencia empleado en el paso de registro, y por un fenómeno difractivo el haz objeto es reconstruido. Los primeros hologramas de este estilo que registraron

objetos 3-D fueron realizados simultáneamente en 1962 por Yuri Denisyuk en la Union Soviética [6] y por Leith y Upatnieks de la Universidad de Michigan [7]. Estas rejillas de difracción pueden ser registradas analógicamente en distintos medios, en particular, en emulsiones fotográficas de alta resolución, en materiales foto-termoplásticos o en cristales fotorrefractivos. Este procedimiento en general es bastante exigente en relación con las condiciones de registro y reconstrucción.

En 1966, Brown y Lohman describen un método para generar hologramas por computadora, y reconstruir a partir de ellos imágenes, ópticamente. La tecnología que estaba surgiendo en la época hizo posible la creación de hologramas a partir de simulaciones numéricas, hologramas sintéticos, que luego podían ser impresos e iluminados para reproducir imágenes que ni siquiera pertenecían a la realidad física. Estas técnicas, conocidas como holografía generada por computadora, tienen numerosas aplicaciones funcionales, como la síntesis de funciones de transferencia arbitrarias y la corrección de aberraciones, entre otras. [8, 9]



**Figura 3.** Esquema para la generación de hologramas de transmisión.

En la holografía digital, el medio de registro pasa a ser una cámara CCD (Charge Coupled Device) u otro dispositivo electro-óptico que permita almacenar digitalmente la información de las redes de difracción que constituyen el holograma. Esto permite adquirir y procesar una alta cantidad de datos en corto tiempo, y expandir el espectro de aplicaciones de la holografía, haciendo los procesos de registro y reconstrucción mucho más eficientes y rápidos.

## 2.4.2 Reconstrucción algorítmica de Hologramas digitales

En la holografía digital, la reconstrucción del holograma se realiza mediante procesos digitales, mediante los cuales es posible recuperar la información de amplitud y fase del holograma previamente digitalizado. Esto se realiza a partir de la Ecuación (2.23), entendiendo que  $E_0(m,n,z)$  es una función compleja que representa la onda reconstruida, que no es otra que la onda difractada por el holograma. Este a su vez se representa mediante la función de tramitancia compleja  $h(k,l)$ . La expresión para la intensidad y la fase módulo  $2\pi$  de la onda reconstruida son, respectivamente:

$$I(m,n,z) = |E_0(m,n,z)|^2 = \Re^2 [E_0(m,n,z)] + \Im^2 [E_0(m,n,z)] \quad (2.24)$$

$$\phi(m,n) = \arctan \left( \frac{\Im [E_0(m,n,z)]}{\Re [E_0(m,n,z)]} \right) \quad (2.25)$$

en donde  $\Re[E_0(m,n,z)]$  e  $\Im[E_0(m,n,z)]$  se refieren a la parte real e imaginaria del campo  $E_0$ , respectivamente. Estas ecuaciones hacen visible el hecho de que en la holografía digital es posible recuperar de modo directo la información de fase en el holograma, a diferencia de lo que ocurre en la holografía analógica.

## 2.5 Speckle

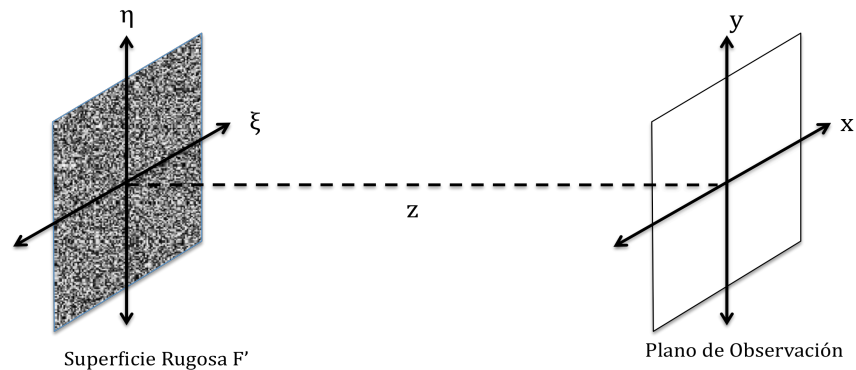
### 2.5.1 Descripción del fenómeno

En los años sesenta, con el advenimiento de los láseres comerciales de onda continua, se hizo popular el fenómeno conocido como speckle o granularidad óptica. Si bien el speckle se presenta con frecuencia en la óptica, siendo más la regla que la excepción, una forma simple de observarlo es haciendo que un haz de luz coherente se refleje en una superficie dispersora rugosa o se transmita a través de un vidrio difusor. Si la rugosidad de la superficie es grande en la escala de la longitud de onda, entonces se observa un patrón muy fino caracterizado por variaciones de intensidad con alto contraste. Puesto que este patrón es el resultado de la interferencia de muchísimas ondas con amplitudes y fases que varían aleatoriamente, siendo imposible conocer de antemano y con total exactitud las amplitudes y las fases de todas las onditas que interfieren, las leyes que gobiernan este fenómeno son de naturaleza estadística [10].

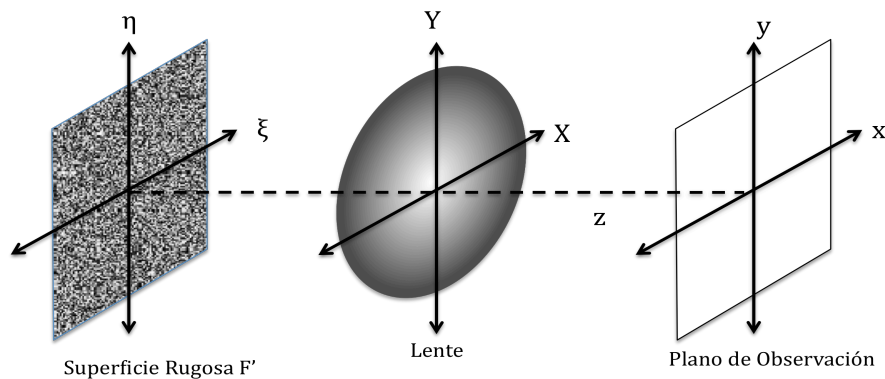
### 2.5.2 Speckle Objetivo y Subjetivo

El speckle surge de los patrones de interferencia de frentes de onda generados cuando una fuente de luz coherente que incide sobre una superficie rugosa es dispersada. Los patrones de speckle formados en el espacio son conocidos como patrones de speckle objetivo. El speckle que puede ser observado en el plano imagen de una lente se conoce como speckle subjetivo. [11, 12]

En concreto el speckle objetivo se forma cuando un haz láser con una frecuencia  $\omega$  incide sobre una superficie rugosa  $F'$  localizada en un plano de entrada, y debido a las irregularidades aleatorias en esta superficie, justo delante de  $F'$  se genera un campo óptico aleatorio  $E(\xi, \eta)$ , que se propaga libremente una distancia arbitraria  $z$  hasta un plano de salida, como es descrito en la Figura 4.a.



a.



b.

**Figura 4.** a). Esquema para generación de speckle objetivo. b). Esquema para speckle subjetivo

El speckle subjetivo se forma cuando entre la superficie F' y el plano de salida se ubica una lente, y se configura un sistema formador de imagen como se ilustra en la Figura 4.b. Adicionalmente, si la distancia desde el plano de la lente hasta el plano de observación es la misma que en el caso del speckle objetivo (entre los planos del difusor y observación), los dos tipos de patrones de speckle serán estadísticamente iguales.

### 2.5.3 *Metrología Speckle*

Dentro de un amplio espectro de aplicaciones de la física, la metrología speckle ha recibido especial atención por parte de científicos, ingenieros, técnicos e industriales. Es bien conocido su desarrollo continuo a partir de los años setenta, en áreas tales como la medición de rugosidad en superficies, la determinación de desplazamientos y campos de tensiones, el análisis de vibraciones y la medición de deformaciones en mecánica experimental, las medidas de trayectorias de movimiento, la inspección de estructuras, el control de calidad, entre otros [13].

Durante décadas estas técnicas fueron catalogadas (no sin ambigüedades) en dos grandes categorías: fotografía, e interferometría speckle. Simplificando al máximo esta clasificación, la fotografía speckle se basa en el registro de dos o más distribuciones de intensidad que caracterizan los estados inicial y final, o una serie de estados intermedios del objeto bajo estudio, por ejemplo una superficie que experimenta una deformación estática o una vibración. La interferometría speckle también parte del registro de varias distribuciones de intensidad, pero en este caso, esas distribuciones son el resultado de la interferencia de una onda de referencia con el campo que porta la información de interés. De este modo se logra almacenar, y después recuperar, la información relacionada con la fase del campo. Conocer el comportamiento de la fase del speckle es lo que permite descubrir y cuantificar los cambios que han ocurrido durante el proceso.

## 2.6 **Bibliografía**

[1] Sir David Brewster. A Treatise on Optics. London: Longman, Rees, Orme, Brown & Green and John Taylor. 1831.

[2] J.W Goodman. Introduction to Fourier Optics. McGraw-Hill, United States of America. 1996.

[3] E. Hetch. Óptica. Addison Wesley Iberoamericana. Madrid. 2000.

- [4] D. Velásquez. Contorneado de Superficies utilizando Holografía Digital. Tesis de Grado para optar al título de Magíster en Física, Universidad Nacional de Colombia, 2006.
- [5] Ting-Chung Poon. Digital Holography and Three-Dimensional Display, Springer US. 2006
- [6] Denisyuk, Yuri N. (1962). "On the reflection of optical properties of an object in a wave field of light scattered by it". Doklady Akademii Nauk USSR 144.
- [7] Leith, E.N.; Upatnieks, J. "Reconstructed wavefronts and communication theory". J. Opt. Soc. Am. 52 (10). 1962.
- [8] Lohmann, A.W. Dallas, W.J. Barlet, H. Computer Generated Spatial Filters for Large Object Formats. Optics Communcations, Volume 20/Issue 1, 1977.
- [9] Yoshizawa, T. Handbook of optical metrology, CRC Press Taylor & Francis Group, 2009
- [10] J. W. Goodman, Speckle Phenomena in Optics, Theory and Applications. Roberts & Company, Englewood, Colorado, 2007.
- [11] H. Römer Theoretical Optics, an introduction, Wiley-VCH; 1 edition, 2005
- [12] L. Ángel Estudio de speckles modulados y aplicaciones. Tesis de Grado para optar al título de Doctor en Fisica, Universidad de la Plata, 2000.
- [13] R. K. Erf, Speckle Metrology, Academic Press, New York, 1978.

## 3 Estructura General del Módulo

### 3.1 Introducción

Para simular el fenómeno de la propagación de campos luminosos es necesario partir de los modelos experimentales asociados, de modo que los resultados obtenidos estén acorde con la realidad. Desde esta perspectiva, nuestro problema es abordado a partir de un modelo experimental, y se transforma en un problema computacional con el fin de emular resultados reales.

En el presente capítulo se presentan las características generales del módulo computacional desarrollado para la experimentación y simulación de la propagación de campos ópticos, desde una interfaz gráfica, y con base en la implementación de un algoritmo en el ambiente MATLAB®. Además, se presenta una síntesis de la forma de abordar los fenómenos ópticos para efectos del presente desarrollo, y desde esta perspectiva, se introducen los elementos básicos de la estructura subyacente en la programación del algoritmo, cuyo conocimiento a su vez posibilita una aproximación natural al manejo efectivo del software según el interés que prime en cada caso.

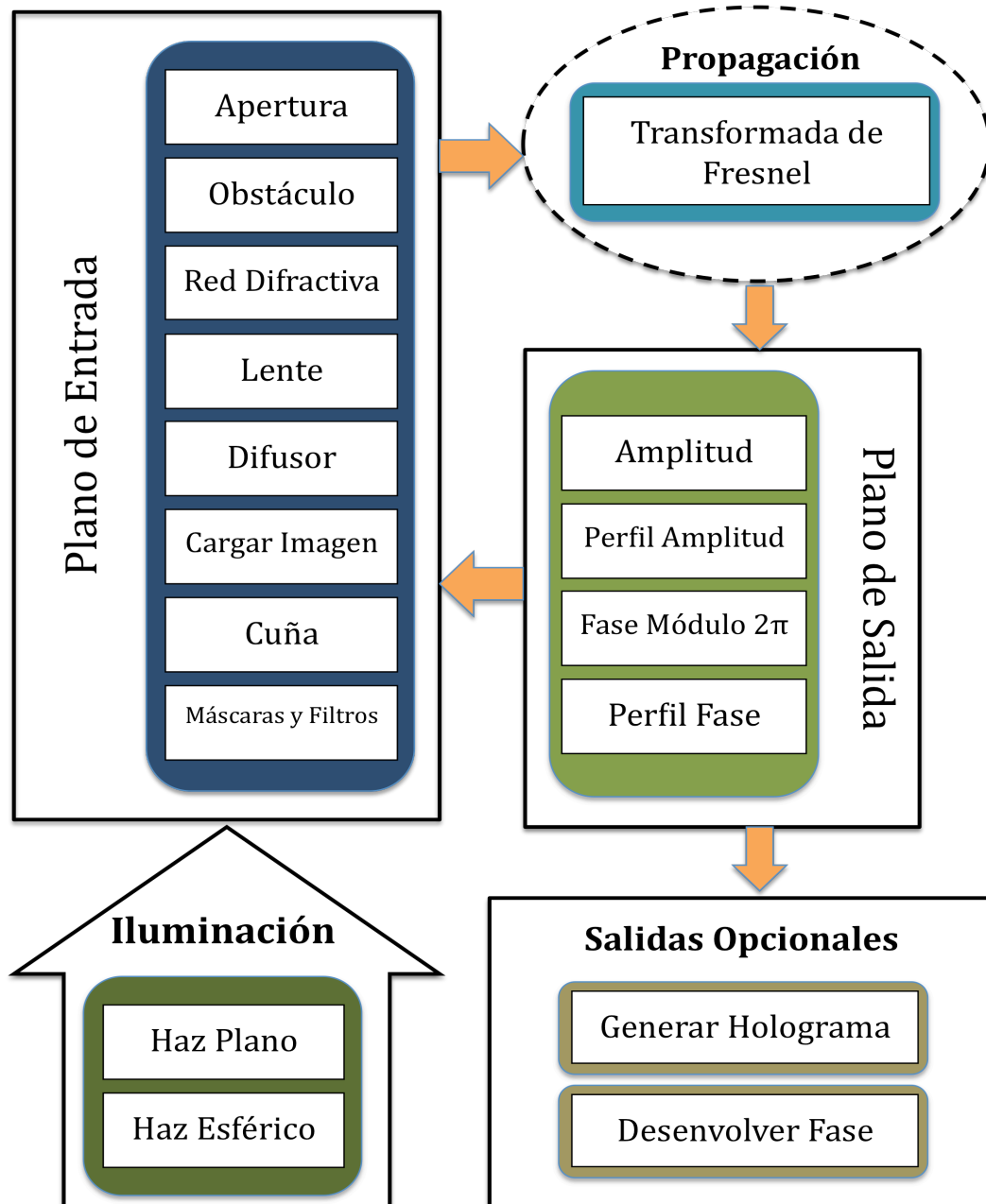
### 3.2 Esquema General Algoritmo

En su forma más simple un experimento de propagación de la luz parte de un sistema como el ilustrado en la Figura 2, donde a partir de un plano de entrada la luz se propaga libremente a través de una distancia arbitraria hasta un plano de salida. El plano de entrada está delimitado por una apertura cuadrada, sobre éste se pueden ubicar uno o varios elementos ópticos, de modo que el resultado de la propagación se verá afectado consistentemente.

Para simular y emular la propagación de la luz en este sistema, se parte de la discretización de los planos de entrada y salida, dividiéndolos en un número arbitrario de regiones cuadradas iguales conocidas como píxeles. Para efectos de simulación, las dimensiones de los píxeles, dadas en fracciones decimales de metros, serán las mismas en los planos de entrada y salida. El tamaño físico de los planos de entrada y salida será por tanto determinado por la cantidad de píxeles y las dimensiones que a estos se les asigne.

Como el plano de entrada está dividido en píxeles, y siendo estos la unidad fundamental de dimensión mínima, asumiremos en nuestro modelo que cada uno de ellos se comporta como un radiador elemental de ondas secundarias, como es postulado por el *Principio de Huygens-Fresnel* descrito en 2.2.2. Ahora bien, la amplitud compleja de cada una de estas ondas puede ser modificada localmente

por la presencia de distintos elementos ópticos ubicados en el plano de entrada, por ejemplo aperturas y obstáculos, redes de difracción, prismas, lentes de diverso tipo, hologramas, entre otros.



**Figura 5.** Esquema general de funcionamiento del algoritmo.

El campo óptico en el plano de salida será la superposición de cada una de las onditas radiadas por los píxeles del plano de entrada, modificadas por los

elementos allí presentes, luego de haberse propagado una distancia arbitraria. Para emular computacionalmente los resultados de esta propagación se realiza algorítmicamente una *Transformada Discreta de Fresnel* como la describen las ecuaciones 2.21 a 2.23.

Como se ilustra en la Figura 5, para efectos de la simulación el plano de entrada puede ser iluminado mediante haces planos o esféricos, de los cuales el usuario sólo puede seleccionar uno en cada proceso. En el plano de entrada se pueden ubicar uno o varios elementos ópticos, afectando de este modo la amplitud y/o la fase del haz iluminador. Dichos elementos se clasifican del siguiente modo: Aperturas, obstáculos, redes difractivas, lentes, difusores, imágenes (como tramitancias de amplitud), cuñas, máscaras de amplitud y fase, incluidos filtros espirales de fase.

Posteriormente se simula la propagación del campo óptico mediante una *Transformada Integral de Fresnel Discreta* como la descrita en la Ecuación (2.23), propagación que se realiza a través de una distancia arbitraria escogida por el usuario. Finalmente, como resultado de la propagación se obtiene en el plano de salida la amplitud del campo óptico, la fase módulo  $2\pi$ , y sus respectivos perfiles.

La plataforma visual cuenta con la facilidad de seleccionar los elementos ópticos o las salidas de la plataforma para guardarlos como imágenes, generar una malla 3-D o abrirlos en una ventana diferente para contar con las herramientas de zoom y rastreo de valores punto por punto.

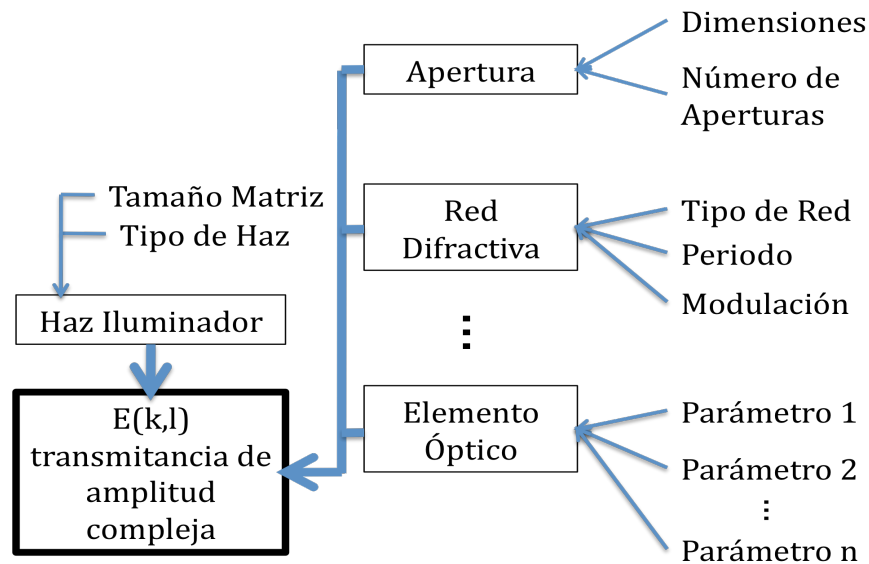
Es posible generar propagaciones de forma cíclica, a partir de un proceso previamente realizado: esto se logra almacenando los resultados de la propagación inmediatamente anterior en la memoria, transformando el plano de salida en un nuevo plano de entrada, y reiniciando el módulo computacional a sus valores por defecto, para que los elementos ópticos queden disponibles para ser ubicados en el nuevo plano de entrada; esto permite la generación de aplicaciones tales como sistemas de formación de imagen, generación de speckle subjetivo, filtrado espacial, entre otros.

Como salidas opcionales de la propagación generada, el usuario puede escoger la opción de generar un holograma digital sintético a partir de cualquiera de las salidas y los elementos ópticos, o desenvolver la fase.

### **3.3 Manejo de la Información**

El primer paso para simular la propagación de luz en el espacio libre consiste en definir el plano de entrada, para esto un tamaño de matriz  $m \times n$  (que se constituye en la ventana para la tramitancia de entrada) y el tipo de haz iluminador son seleccionados; luego se pueden ubicar los diferentes elementos ópticos como se

ilustra en la Figura 6, lo que define una función para la tramitancia de amplitud compleja.

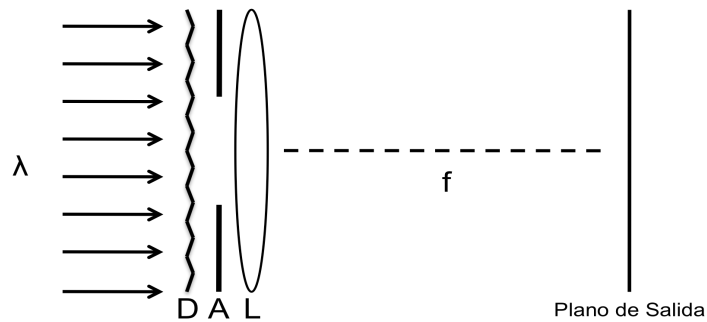


**Figura 6.** Manejo de datos para definir la transmitancia de entrada

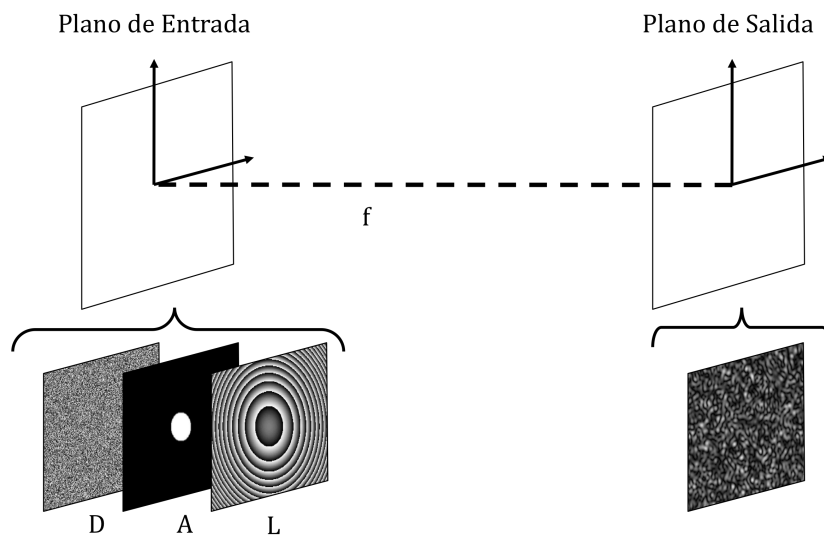
Cada uno de los elementos ópticos está definido por una serie de parámetros variables que pueden ser introducidos arbitrariamente por el usuario, acorde con la naturaleza del elemento elegido; por ejemplo, si se elige una lente esférica, deberá indicarse cuál es su distancia focal, y si la lente tuviese aberraciones asociadas, deberán ingresarse el coeficiente respectivo, según el tipo de aberración. Aunque el ingreso de estos parámetros supone un conocimiento básico de óptica, el programa genera alertas si la información ingresada no fuese coherente con la teoría o el diseño de la aplicación.

En realidad, la tramitancia de amplitud compleja en el plano de entrada resulta de la superposición de una serie de tramitancias asociadas con los distintos elementos ópticos disponibles, incluyendo aperturas, obstáculos, difusores, filtros de amplitud y fase, imágenes, etc. Más adelante se mostrarán algunos ejemplos de funciones de tramitancia complejas obtenidas de este modo (ver Figura 7).

Dado que la plataforma está elaborada de manera modular, en la cual un módulo o algoritmo central de propagación es asistido por un conjunto de algoritmos satélite, nuevos elementos ópticos pueden ser anexados a la plataforma sin afectar la funcionalidad de la misma; de esta forma la plataforma se vuelve versátil, adaptándose a los requerimientos de un usuario con conocimientos de programación.



a)



b)

**Figura 7.** a) Esquema para un experimento de formación de speckle en el plano focal de una lente, utilizando un difusor D, una apertura A, y una lente L de distancia focal  $f$ . b) Simulación del sistema experimental, donde se superponen el difusor D, la apertura A y lente L, obteniendo en el plano de salida un patrón de speckle.



**Figura 8.** Diagrama de flujo de datos.

Como se esquematiza en la Figura 8, una vez los elementos ópticos en el plano de entrada y la iluminación están definidos, se realiza una transformación lineal (*Transformada Discreta de Fresnel*) sobre la función compleja  $E(k,l)$  asociada a la matriz que representa la transmitancia de amplitud en la entrada, resultando en una función compleja  $E(m,n,z)$  que da cuenta del campo óptico a la salida del sistema, el cual ha sido propagado una distancia  $z$ . La información de amplitud y fase de la transmitancia de salida se obtiene de manera análoga a la descrita en el párrafo 1.3.2 para los hologramas digitales, siendo la amplitud obtenida mediante la Ecuación (2.24) y la fase módulo  $2\pi$  con la Ecuación (2.25).

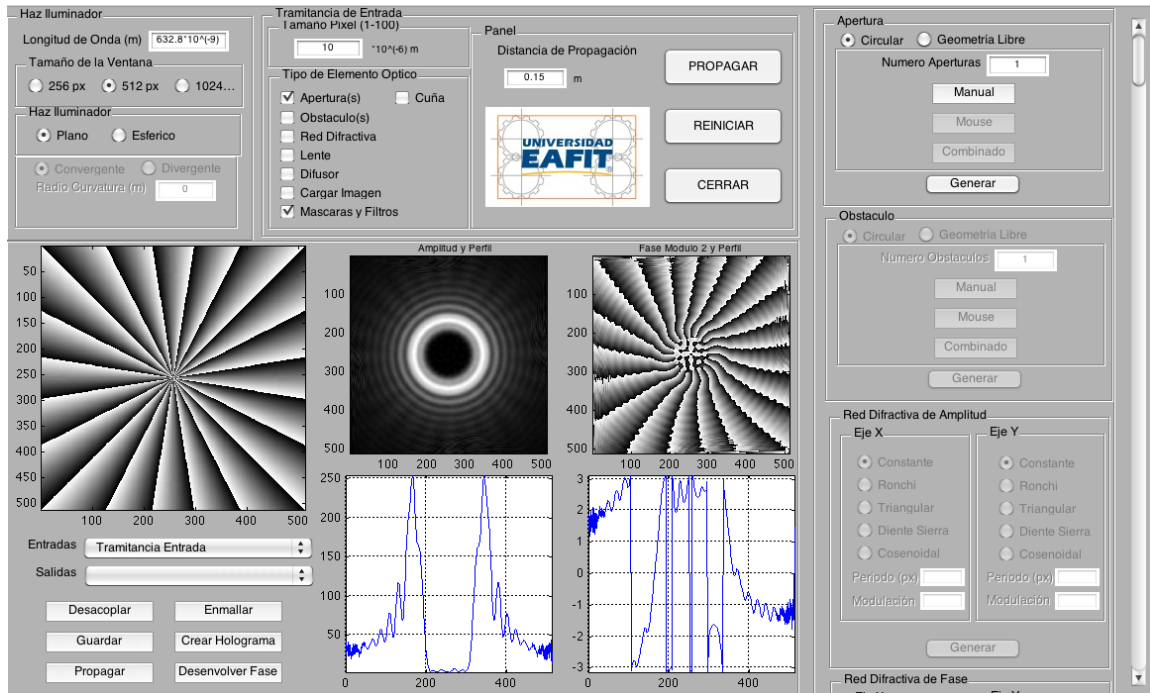
### 3.4 Descripción de la Interfaz Gráfica

La integración de los diferentes algoritmos para simular la propagación de campos luminosos en diferentes condiciones, se hace mediante una interfaz gráfica cuyo aspecto puede apreciarse en la Figura 9 a); esto permite que pueda ser usado por cualquier persona con conocimientos básicos en óptica, pero sin conocimientos de programación. Cada uno de los elementos presentados mediante la interfaz serán descritos más adelante.

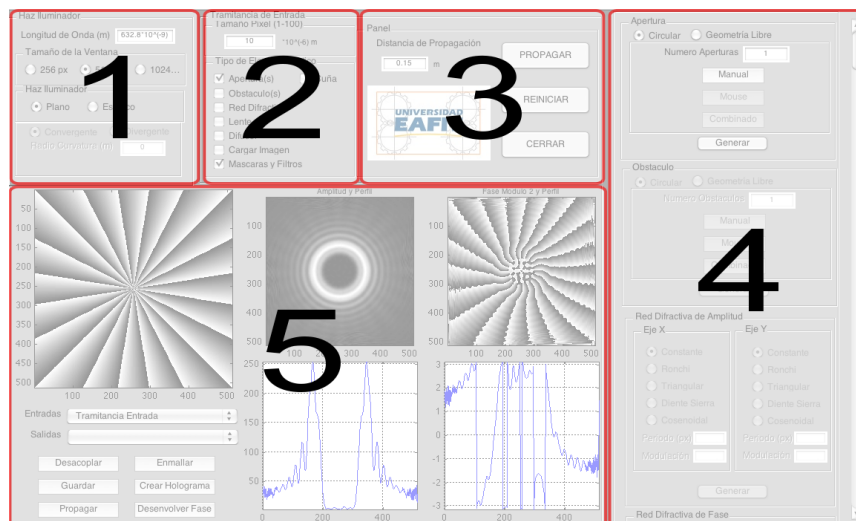
La interfaz gráfica fue implementada en el ambiente MATLAB®, sin emplear *toolboxes* adicionales; esto para que la plataforma sea totalmente funcional aun utilizando la versión básica del programa. A su vez, los algoritmos propios de nuestra plataforma son abiertos para hacerla completamente modificable en caso de surgir incompatibilidades con una nueva versión de MATLAB® y para futuras actualizaciones.

La presentación de la información en la interfaz gráfica fue dividida en 5 regiones, distribuidas como se ilustra en la Figura 9 b). En la primera región se introducen los parámetros de la iluminación, esto es, aquellos que se relacionan con las características del haz que ilumina y es difractado en el plano de entrada. En la segunda región se introduce el tamaño de píxel correspondiente a los planos de entrada y salida, y se activan los elementos ópticos que se usarán en el proceso. Estos elementos ópticos, como aperturas u obstáculos, redes de difracción, lentes y otros más, serán los encargados de alterar el campo óptico en el plano de entrada y producir la difracción. En la tercera región se introduce la distancia a la cual se realizará la propagación (medida desde el plano de entrada hasta el plano de salida) y es donde además se encuentran los botones para iniciar la propagación principal, reiniciarla y cerrar la plataforma. En la cuarta región se encuentra un cuadro deslizable en el cual se introducen los parámetros propios de cada uno de los elementos ópticos; estos parámetros se describirán mas adelante. Finalmente, en la quinta región, se presentan los resultados obtenidos en el plano de salida, con una ventana multipropósito para ampliar los resultados e ingresar algunos de los parámetros de los elementos ópticos, y algunos botones

adicionales, para generar hologramas, desenvolver la fase, realizar una nueva propagación a partir del plano de salida y generar gráficos 3D de los elementos y los resultados.



a).



b).

Figura 9. a). Vista de la plataforma b). Distribución de la plataforma.

### 3.5 Ingreso de los Parámetros

Una vez esta definido el experimento que se emulará, es necesario introducir los parámetros propios asociados con dicho experimento. A continuación se describen los parámetros que el módulo computacional permite ingresar directamente desde la interfaz gráfica.

#### 3.5.1 Iluminación

La definición del haz que incide sobre el plano de entrada (la iluminación) es el primer paso para simular el fenómeno óptico; para el efecto se especifica la longitud de onda de la fuente de luz coherente en metros, el tamaño de la ventana iluminada en pixeles, pudiéndose escoger entre 256, 512 y 1024 pixeles, y el tipo de frente de onda del haz iluminador. El módulo computacional incluye por defecto las opciones de haz plano y haz esférico; si el usuario elige un haz esférico, entonces deberá además ingresar si se trata de un haz convergente o divergente y el radio de curvatura respectivo (en metros), lo que corresponde a la distancia donde se sitúa una fuente puntual.

En la Figura 10 se ilustra el aspecto visual de la interfaz gráfica programada, la cual se corresponde con la región 1 de la Figura 9 b). El módulo computacional incluye valores por defecto que son: Una longitud de onda igual a  $632.8 \cdot 10^{-9}$  m que corresponde a la proveniente de un láser de helio-neón, y un tamaño de ventana de 256 pixeles.

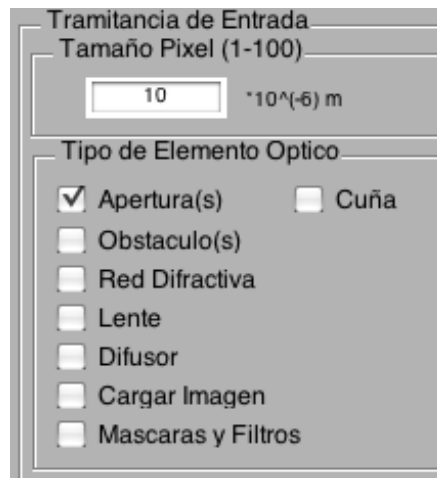
The image shows a graphical user interface panel titled "Haz Iluminador". It contains several input fields and radio button options. The "Longitud de Onda (m)" field is a text box containing the value "632.8\*10<sup>-9</sup>". Below it, the "Tamaño de la Ventana" section has three radio buttons labeled "256 px", "512 px", and "1024 px", with "256 px" selected. The next section, also titled "Haz Iluminador", has two radio buttons labeled "Plano" and "Esferico", with "Esferico" selected. The final section has two radio buttons labeled "Convergente" and "Divergente", with "Convergente" selected, and a "Radio Curvatura (m)" text box containing the value "0".

**Figura 10.** Aspecto visual del panel de ingreso de parámetros para la iluminación.

Es posible implementar diferentes tipos de iluminación debido a la forma en la que el módulo computacional esta programado, esto no modifica la funcionalidad de la plataforma, sin embargo supone ciertas habilidades para programar del usuario.

### 3.5.2 *Tramitancia de entrada*

La tramitancia de entrada, que por defecto es cuadrada, queda definida por el tamaño de los píxeles (en micrómetros), de la cual dependerá el tamaño físico de la ventana respectiva, siendo su lado el producto del número de píxeles especificado y el tamaño de cada uno de los píxeles. En la definición de la tramitancia de entrada intervienen además los distintos elementos ópticos que podrán ser seleccionados. El aspecto visual del panel para el ingreso de parámetros para la tramitancia de entrada que corresponde a la región 2 de la misma figura se ilustra en la Figura 11. La funcionalidad y criterios para la elección de los parámetros correspondientes a cada tipo de elemento serán especificados a continuación.



**Figura 11.** Panel para el ingreso de parámetros de la tramitancia de entrada.

## 3.6 Simulación Elementos Ópticos

Los diferentes paneles para el ingreso de los parámetros de los elementos ópticos (que se seleccionan en la Figura 11) se encuentran ubicados en la región 4 como se muestra en la Figura 9 b). Esta región la constituye panel deslizable en donde aparecen los elementos ópticos incluidos por defecto, y en donde eventualmente

podrían ser ubicados otros paneles correspondientes a nuevos elementos. Por defecto el módulo computacional incluye los siguientes elementos: Aperturas, obstáculos, redes difractivas, lentes esféricas y cilíndricas, difusores, imágenes (que una vez ingresadas son ingresadas como tramitancias de amplitud), máscaras y filtros de amplitud y fase, y cuñas ópticas, como se describen a continuación.

### 3.6.1 Aperturas-Obstáculos

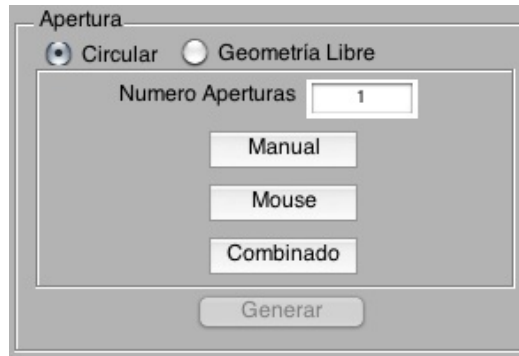
Las aperturas y los obstáculos son máscaras que se interponen en el plano de entrada; una apertura permite el paso de la luz al interior de su geometría mientras el obstáculo lo impide en donde este se halle definido.

El ingreso de los parámetros correspondientes a las aperturas y los obstáculos es el mismo. El usuario puede escoger entre geometrías circulares y geometrías libres, y la cantidad de aperturas u obstáculos que quiere introducir en el plano de entrada. Al escoger introducir geometrías circulares se activa un panel con los botones: Manual, Mouse y Combinado; en la opción Manual se genera una nueva ventana donde se introducen las coordenadas correspondientes al centro del círculo y un punto sobre el borde del círculo; en la opción Mouse el usuario introduce las coordenadas del centro del círculo y de un punto sobre el borde utilizando el mouse en la ventana multipropósito incluida en la región 5 de la Figura 9 b). Finalmente, si la opción Combinado es elegida, el usuario ingresa manualmente un valor para el radio del círculo, y con el mouse elige el punto en el que se ubicará su centro. En cualquiera de los casos anteriores los valores se ingresan en píxeles. Si se desea, estos pueden convertirse a dimensiones reales (metros) teniendo en cuenta el tamaño del píxel elegido antes.

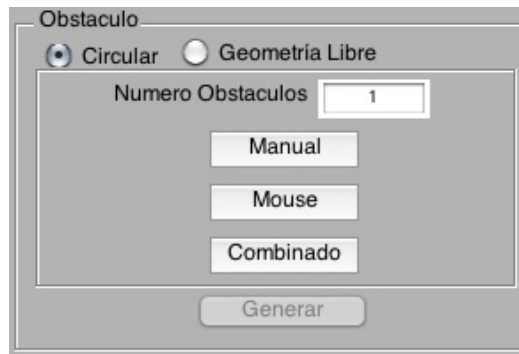
El procedimiento, cualquiera sea el elegido, la definición de los parámetros de las aperturas u obstáculos, debe repetirse cuantas veces se requiera, hasta que la totalidad de las aperturas u obstáculos han sido definidas. Ahora bien, la plataforma permite definir en el plano de entrada tanto aperturas como obstáculos simultáneamente, permitiendo de este modo generar estructuras difractantes con geometrías muy diversas, tal como se mostrará más adelante.

Si la opción *Geometría Libre* es escogida, el usuario debe generar un polígono o varios polígonos, según elija. Para generar cada polígono, el usuario inicia con un clic en el botón izquierdo del mouse sobre la ventana multipropósito de la región 5, indicando de este modo la posición del primer vértice del polígono, y posteriormente repite este proceso para cada vértice, dando doble clic cuando desee cerrar el polígono. El proceso se repite para cada apertura u obstáculo, según el número especificado previamente.

El aspecto visual de los paneles de parámetros para la generación de aperturas se ilustra en la Figura 12 a), y de obstáculos en la Figura 12 b); nótese que visualmente ambos paneles son idénticos, aunque en la programación del algoritmo el tratamiento es diferente.



a)

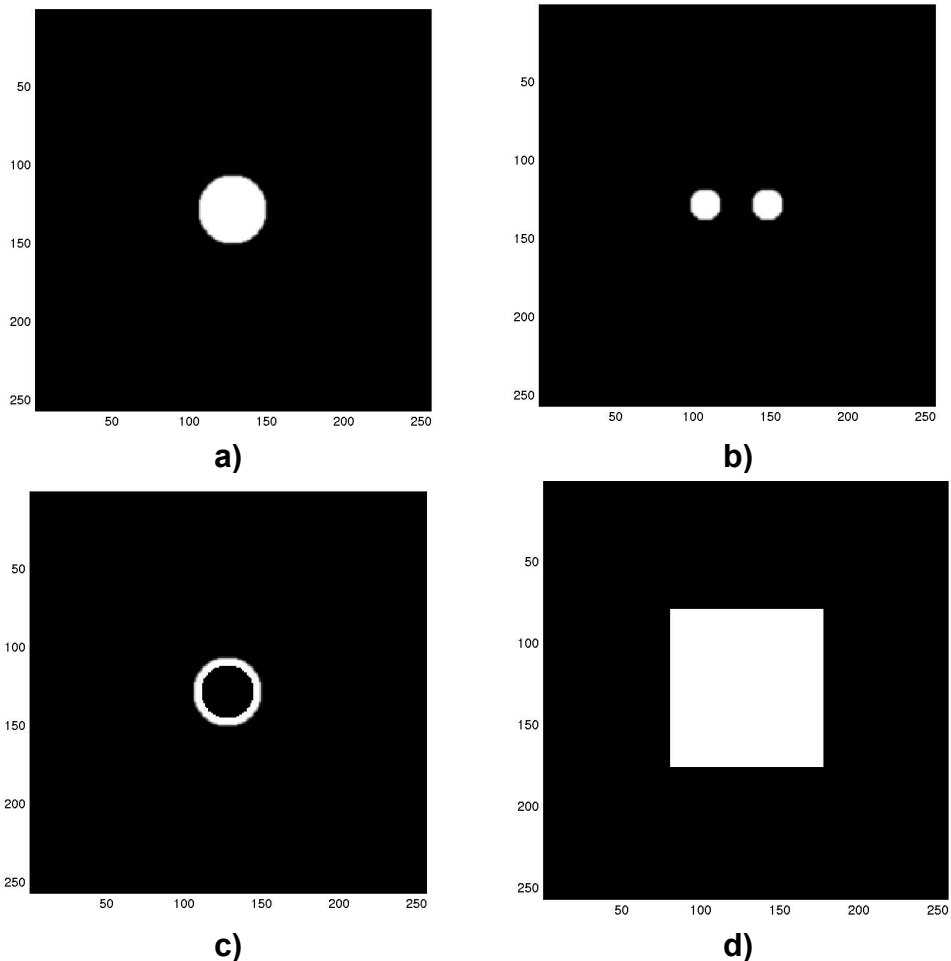


b)

**Figura 12.** Aspecto visual del ingreso de los parámetros de a) aperturas, b) obstáculos.

En la Figura 13 se presentan algunos ejemplos de aperturas y obstáculos generados con el módulo computacional, en la Figura 13 a) se ilustra una apertura circular con un radio de 22 píxeles en una matriz cuadrada de 256x256, esta apertura se generó mediante la opción “Manual” y tiene como centro el punto (128,128) siendo el origen el píxel de la esquina superior izquierda, en la Figura 13 b) se presentan 2 aperturas circulares con 10 píxeles de radio cada una estas se ubican en las coordenadas (108,128) y (148, 128). También es posible realizar la combinación de aperturas y obstáculos como se puede observar en la Figura 13 c), donde al interior de una apertura de 22 píxeles de radio se ubica un obstáculo circular de 17 píxeles de radio. Finalmente, se ilustra la generación de una

apertura poligonal; se observa una apertura cuadrada generada con la opción “*Geometría Libre*”, con una arista de 97 píxeles y centrada en el punto (128, 128).



**Figura 13.** Ejemplos de aperturas-obstáculos: a) Apertura circular ubicada en (128,128) de 22 píxeles de radio, b) 2 Aperturas circulares de 10 píxeles de radio ubicadas en (128,108) y (128,148), c) Combinación de apertura de 22 píxeles de radio con obstáculo de 17 píxeles de radio, ambos con centro en (128,128), d) Apertura cuadrada con una arista de 97 píxeles centrada en (128,128).

### 3.6.2 Redes Difractivas

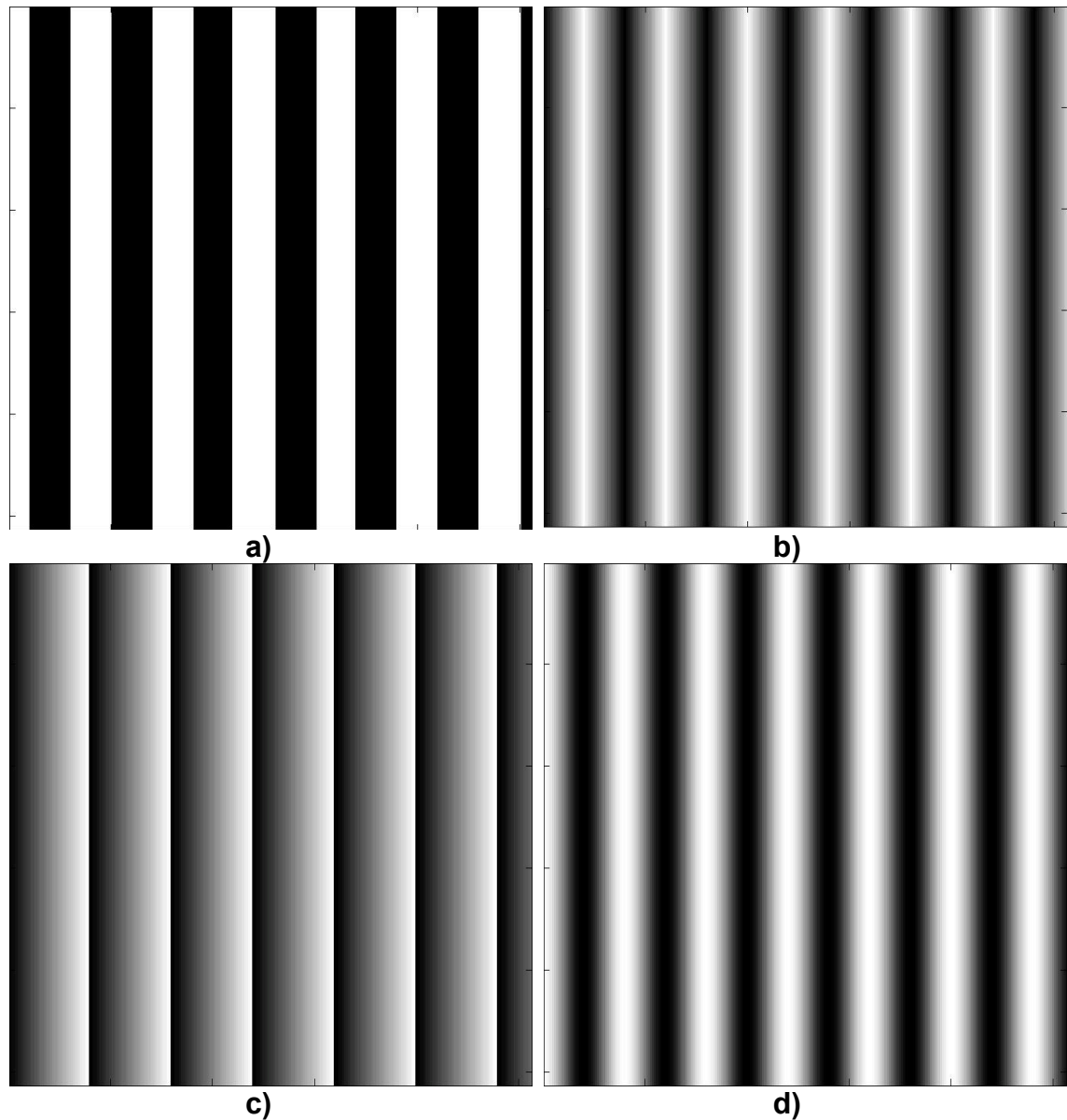
La generación de redes difractivas considera las opciones de redes en los ejes X y Y, tanto de amplitud como de fase. La superposición de redes (de cualquier tipo) sobre los dos ejes también es posible, especificando las características de ambas.

Una red de amplitud es aquella donde a partir de una ecuación periódica se define una función en niveles de grises que modula la amplitud real del campo, con lo cual se permite mayor o menor paso de luz por regiones; en el caso de las redes de fase, se modula la fase del haz iluminador, o equivalentemente, se introduce un retraso local en el camino óptico recorrido por la onda al atravesar el plano de entrada. El aspecto visual del ingreso de parámetros para las redes difractivas se ilustra en la Figura 14. Las funciones periódicas que se consideraron ilustradas en la Figura 15, fueron de los siguientes tipos: Redes de Ronchi, Triangular, Diente de Sierra y Cosenoidal; el usuario escoge la función que desee asignar a cada eje coordenado, e introduce el periodo (en metros) y la modulación correspondiente, que para el caso de las redes de amplitud está entre 0 y 1, y para las redes de fase varía entre  $-\pi$  y  $\pi$ . La opción “constante” en cualquiera de los ejes indica que a lo largo de ese eje no hay variaciones asociadas, esto es, que no hay una red difractiva asociada con el eje respectivo.

a)

b)

**Figura 14.** Aspecto visual del ingreso de los parámetros para a) Red difractiva de amplitud, b) Red difractiva de fase.



**Figura 15.** Ejemplos de redes difractivas con período de 40 píxeles: a) Red de Ronchi, b) Red Triangular, c) Red Diente de Sierra, d) Red Cosenoidal.

### 3.6.3 Lentes

Las lentes son otro elemento óptico introducido por defecto en el módulo computacional; se consideraron lentes esféricas y cilíndricas, tanto convergentes como divergentes. Para el caso de las lentes esféricas, el usuario introduce el foco (en metros) y tiene la opción de introducir aberraciones mediante el polinomio de Zernike, introduciendo el coeficiente y los valores de  $n$  y  $m$  [1], de lo contrario a

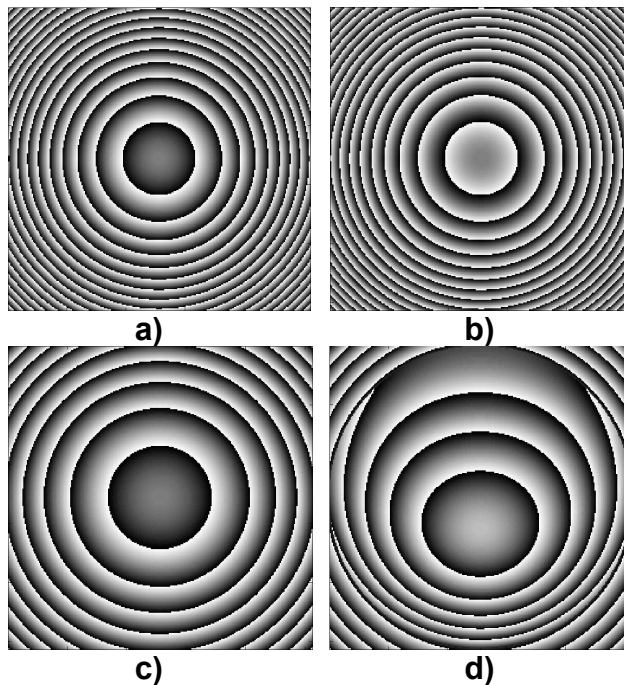
estos parámetros se les asigna el valor 0. Esta opción está únicamente disponible para las lentes esféricas. En el caso de las lentes cilíndricas, el usuario introduce el foco y el ángulo (en grados) que forman el eje de la lente y la horizontal. El aspecto visual del área de la interfaz asociada con este elemento se ilustra en la Figura 16.

The image shows a software interface for configuring lenses. It is titled "Lentes" and contains the following elements:

- Two radio buttons: "Esférica" (selected) and "Cilíndrica".
- Two radio buttons: "Convergente" (selected) and "Divergente".
- A section titled "Aberraciones (Polinomio Zernike)" containing three input fields: "Coeficiente", "n", and "m", each with a small "0" in a box next to it.
- Two input fields: "Foco (m)" and "Angulo (°)".
- A "Generar" button at the bottom.

**Figura 16.** Aspecto visual del panel de parámetros para lentes.

Las lentes son simuladas como elementos de fase, y operan introduciendo diferencias de camino óptico en perfiles circulares, en su representación visual se encuentran restringidas al intervalo  $[-\pi, \pi]$  debido a la periodicidad de la Ecuación (2.25). En la Figura 17 se ilustran 4 casos de la representación visual de las lentes, en la Figura 17 a) se presenta una lente convergente de 15 cm de foco, en la Figura 17 b) se presenta una lente divergente con la misma distancia focal, la Figura 17 c) ilustra una lente convergente con una distancia focal de 30 cm, finalmente se presenta una lente convergente de distancia focal 30 con coma en la Figura 17 d).



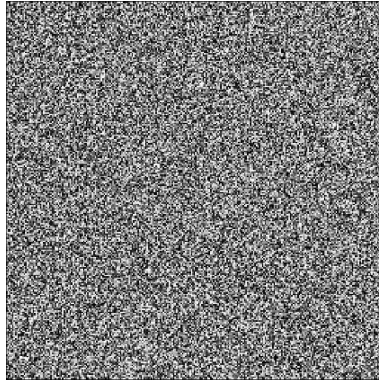
**Figura 17.** Ejemplos de Lentes: a) Lente Convergente con foco +15 cm, b) Lente Divergente con foco -15 cm, c) Lente Convergente con foco +30 cm, d) Lente Convergente con foco +30 cm, con coma.

### 3.6.4 Difusores

Como se mostró en el parágrafo 2.5.1, un difusor es una superficie rugosa cuya granularidad es semejante o superior a la longitud de onda. Su función es alterar aleatoriamente la fase del haz iluminador, con lo cual se anula completamente la coherencia espacial de dicho haz. En este caso no es necesario el ingreso de parámetros: Basta con activar la opción *Generar* en el panel que se ilustra en la Figura 18. Un difusor generado con el módulo computacional se presenta en la Figura 19.



**Figura 18.** Aspecto visual del panel Difusor.



**Figura 19.** Ejemplo de Difusor.

### 3.6.5 Cuñas Ópticas

Una cuña es un elemento óptico típicamente fabricado en vidrio, con un ángulo pequeño para refractar la luz que pasa a través de ella. El ángulo en el que se refracta la luz esta determinado por:

$$\theta_{refracción} = \arcsin(n \sin \theta_{diedro}) - \theta_{diedro} \quad (3.1)$$

donde  $\theta_{diedro}$  es el ángulo que forma el plano que contiene a la transmitancia de entrada y el plano inclinado de la cuña (en adelante ángulo diedro y el lado que lo contiene será diedro) y  $n$  es el índice de refracción de material empleado para su construcción. Para introducir estos parámetros, el módulo computacional cuenta con un panel como se ilustra en la Figura 20, donde el ángulo de la cuña representa el ángulo que forma la arista del ángulo diedro con la horizontal. Los valores de los ángulos deben especificarse en grados. Dos ejemplos característicos de cuñas se presentan en la Figura 21, empleando a) Cuña con ángulo diedro  $4.5^\circ$ , ángulo del diedro  $90^\circ$  e índice de refracción 1.52, b) Cuña con ángulo diedro  $4.5^\circ$ , ángulo del diedro  $45^\circ$  e índice de refracción 1.52

Cuña

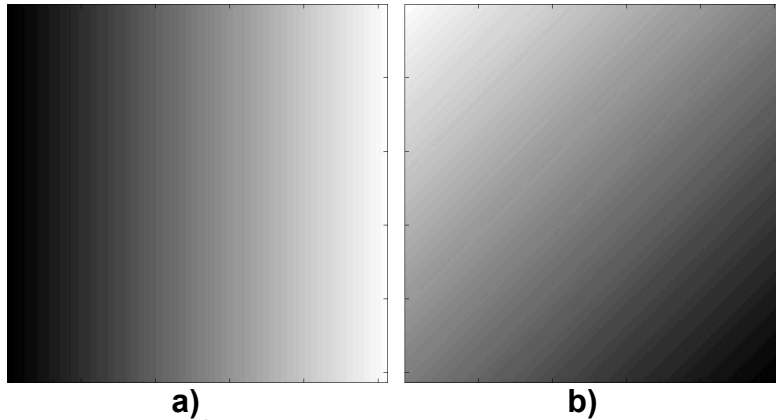
Indice de Refracción

Angulo Diedro (°)

Angulo Cuña (°)

Generar

**Figura 20.** Aspecto visual del panel de parámetros para las cuñas.



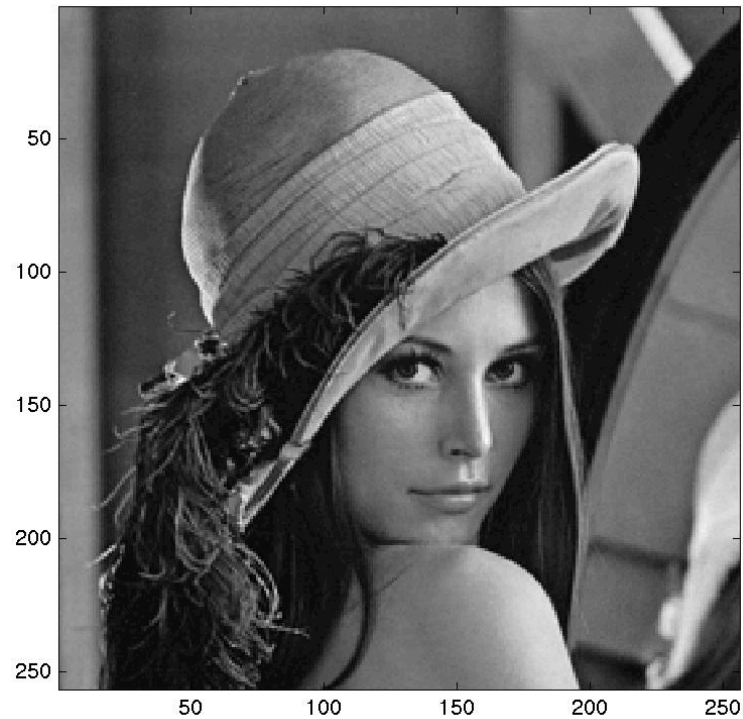
**Figura 21.** Ejemplo de Cuña Óptica: a) Cuña con ángulo diedro  $4.5^\circ$ , ángulo del diedro  $90^\circ$  e índice de refracción 1.52, b) Cuña con ángulo diedro  $4.5^\circ$ , ángulo del diedro  $45^\circ$  e índice de refracción 1.52.

### 3.6.6 Imágenes introducidas como Máscaras de Amplitud

Para cargar una imagen como una máscara de amplitud solo basta dar clic en el botón *Cargar* como se ilustra en la Figura 22, y una nueva ventana se abrirá donde se puede seleccionar cualquier archivo con formato de imagen (TIFF, JPEG, PNG, BMP, entre otras). Las imágenes serán automáticamente redimensionadas por el software, convirtiéndolas en imágenes cuadradas de 256x256, 512x512 ó 1024x1024 píxeles, acorde con la elección previa del tamaño (en píxeles) de la ventana en el plano de entrada como se muestra en la Figura 23, donde se muestra una imagen de Lena redimensionada a una matriz cuadrada de 256x256 píxeles.



**Figura 22.** Aspecto visual del panel para cargar imágenes.

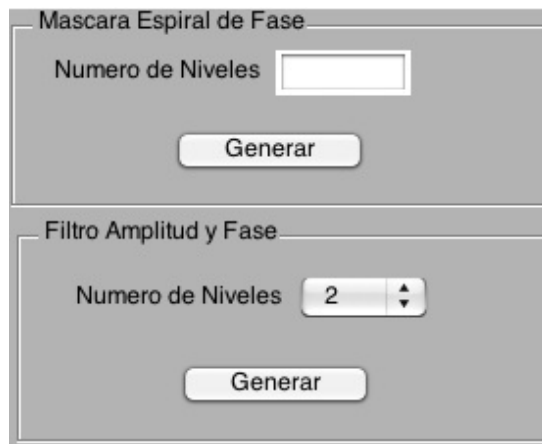


**Figura 23.** Ejemplo de imagen de Lena cargada con el módulo computacional.

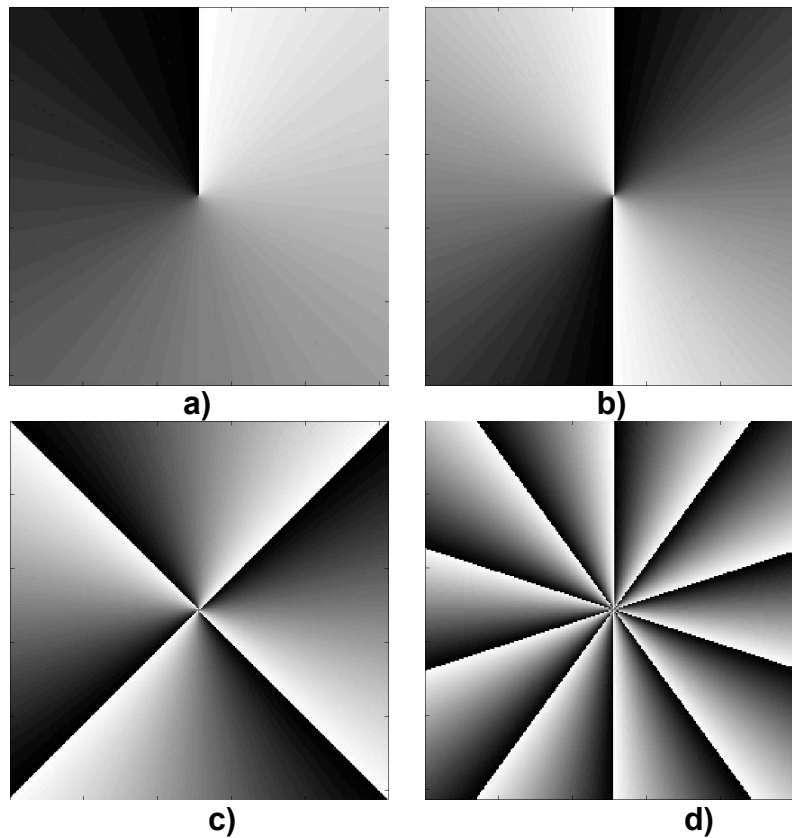
### 3.6.7 Máscaras y Filtros

En la sección de máscaras y filtros, se consideraron dos tipos especialmente útiles para la generación de vórtices ópticos; estos son: Máscaras espirales de fase y filtros de amplitud y fase. La Figura 24 se muestra el aspecto visual del panel para la generación de máscaras y filtros.

Una máscara espiral de fase es un disco (limitado por la geometría de la tramitancia de entrada) sobre el que va creciendo en la dirección angular una modulación en la fase que va de  $0$  a  $2\pi$ , estos discos pueden tener varios niveles, ocupando áreas iguales, en cada uno de los cuales la fase se comporta de la manera descrita anteriormente, como se ilustra en la Figura 25 para 1, 2, 4 y 10 niveles. El usuario debe especificar el número de niveles, siendo admitidos únicamente los filtros con un único nivel o con un número par de niveles.



**Figura 24.** Aspecto visual del ingreso de parámetros para máscaras y filtros.

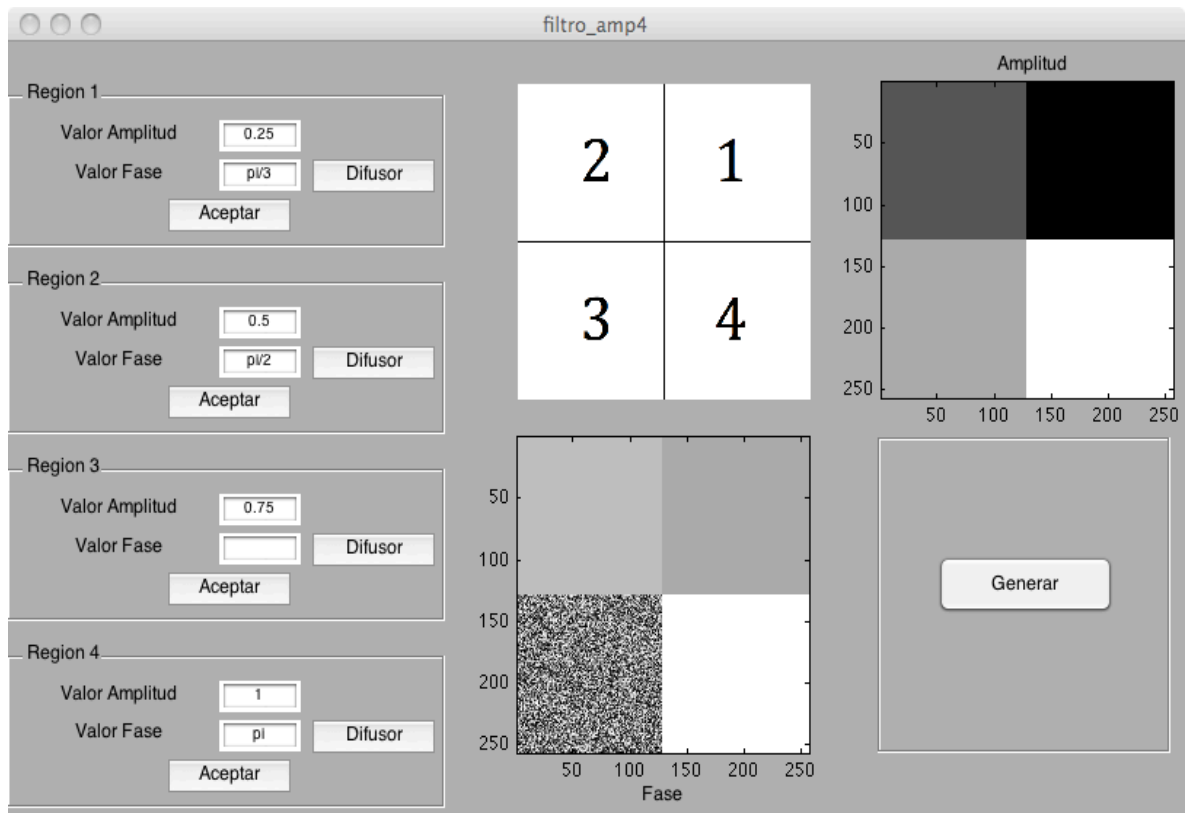


**Figura 25.** Discos espirales de fase de: a) 1 Nivel, b) 2 Niveles, c) 4 Niveles, d) 10 Niveles.

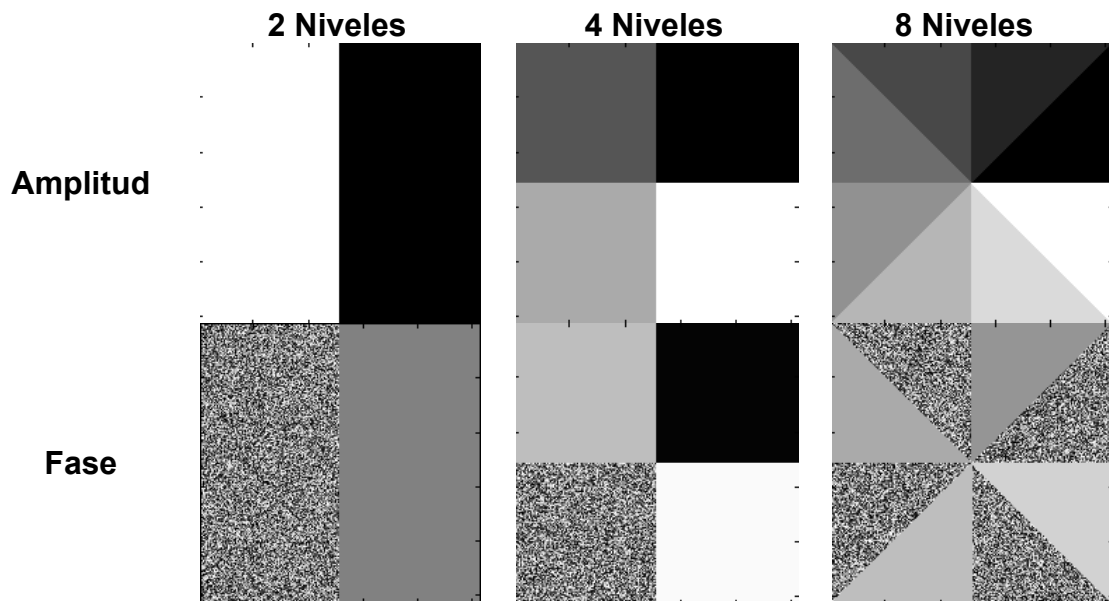
En los filtros de amplitud y fase el plano de entrada se puede dividir en 2, 4 y 8 regiones, donde se pueden asignar valores de amplitud y fase, o difusores. Una

nueva ventana, como se ilustra en la Figura 26, en este caso para 4 niveles, se abre al dar clic en el botón generar, después de seleccionar el número de divisiones.

En esta ventana se presenta el plano de entrada dividido por regiones, y hay un panel para cada una de estas regiones, donde se especifican los valores de la tramitancia de amplitud (comprendidos entre 0 y 1) y la tramitancia de fase (entre 0 y  $2\pi$ ); también esta disponible la opción de generar un difusor ideal en la región respectiva. En la Figura 27 se presenta un ejemplo de los filtros generados empleando el modulo computacional, donde se ilustran los diferentes niveles y la selección de valores arbitrarios de amplitud y fase, incluyendo además difusores en algunas regiones.



**Figura 26.** Aspecto visual de la generación de filtros de amplitud y fase.



**Figura 27.** Ejemplo de Filtros de amplitud y fase con diferentes valores asignados y difusores.

### 3.7 Panel Central

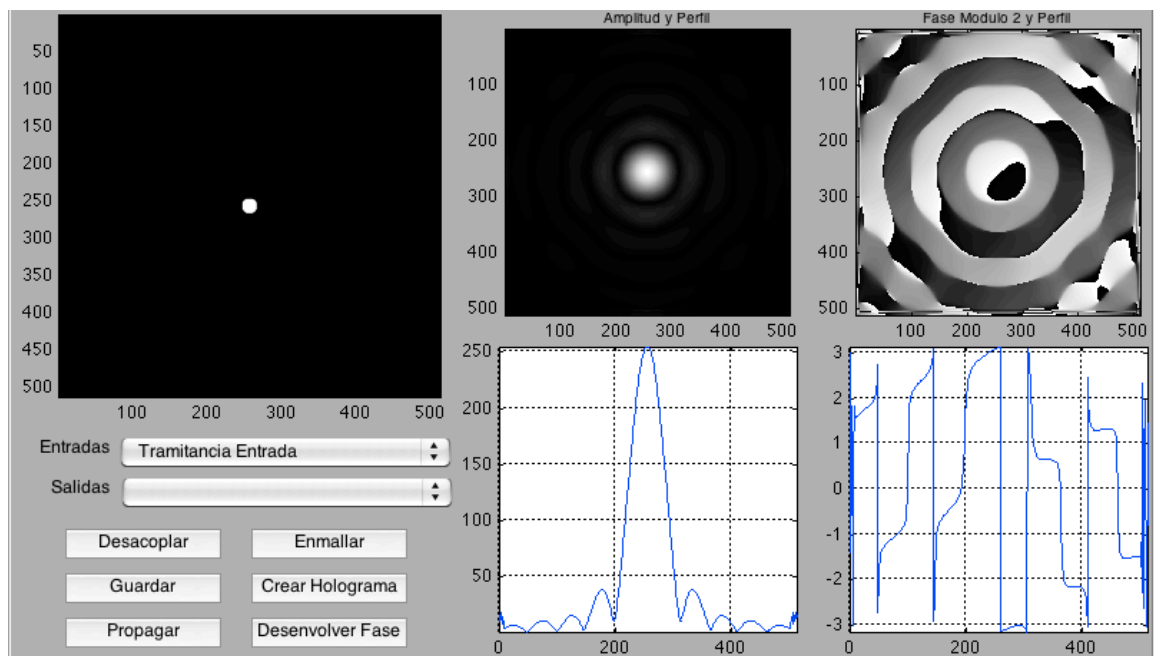
En esta ubicación, que corresponde a la región 3 en la Figura 8 b), se ingresa la distancia de propagación en metros, y se encuentran los botones de operación principal al lado del logo de la Universidad EAFIT; el botón propagar inicia el proceso de propagación una vez establecida la configuración del experimento; el botón reiniciar vuelve el módulo computacional al estado inicial; y se cuenta con un botón para cerrar el módulo computacional. La Figura 28 ilustra su aspecto visual del panel central.



**Figura 28.** Aspecto visual panel central.

### 3.8 Panel de Resultados y Post-Proceso

El panel de resultados y post-procesos ilustrado en la Figura 29 incluye: Cuatro ventanas fijas (al lado derecho del panel) donde se presentan los resultados del proceso: Amplitud, fase modulo  $2\pi$  y sus respectivos perfiles de línea; una ventana multipropósito (extremo superior izquierdo del panel); dos menús desplegables que contienen los resultados de la propagación y los elementos ópticos, y 6 botones más: Desacoplar, enmallar, guardar, generar holograma, propagar y desenvolver fase.

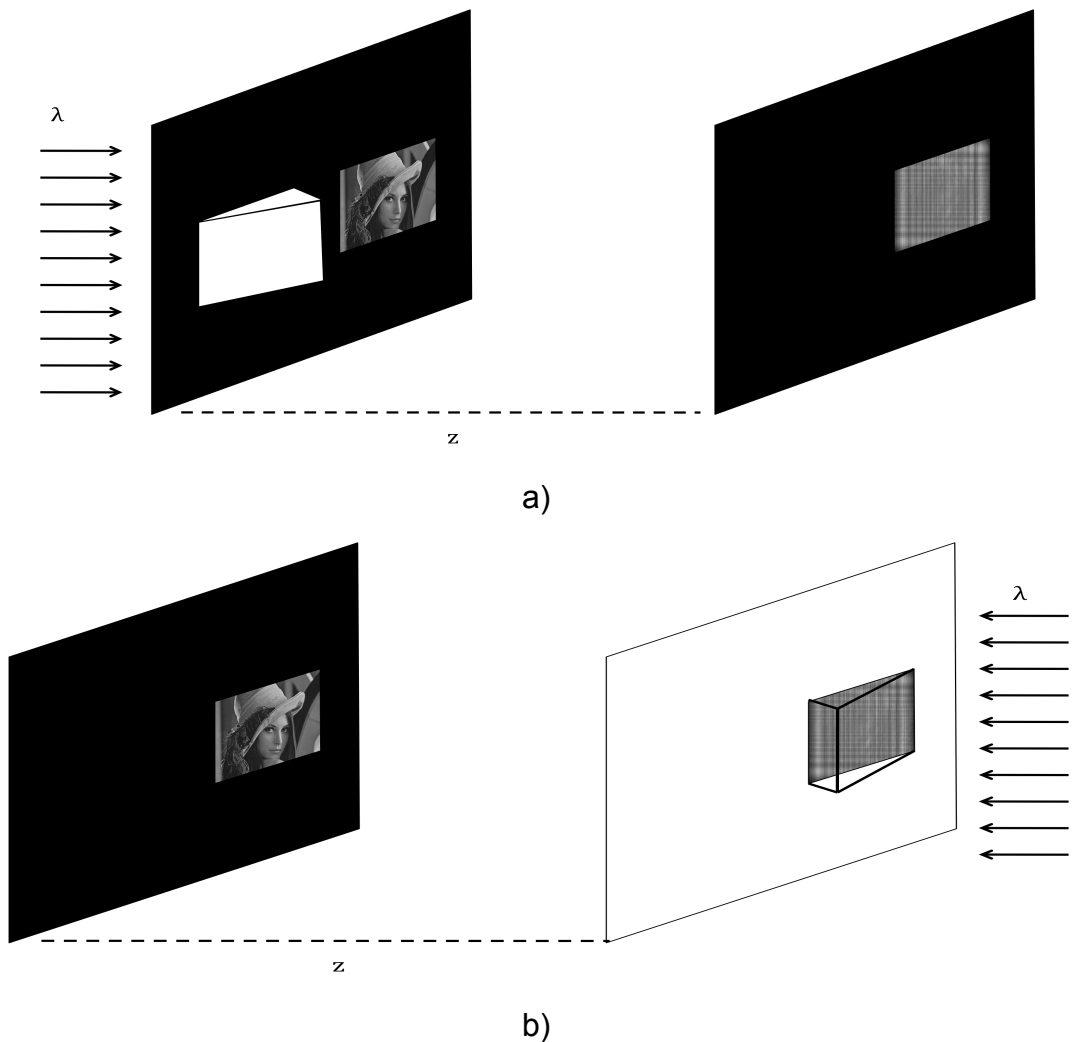


**Figura 29.** Aspecto visual del panel de resultados y post-proceso.

La ventana multipropósito permite ampliar cualquiera de los elementos ópticos introducidos asociados con el plano de entrada, o el resultado de la propagación (mapa de amplitud o fase, y los perfiles de línea respectivos). Para seleccionar el elemento o resultado que se desea visualizar en esta ventana, el usuario debe seleccionar la opción correspondiente en los menús desplegables. Esta ventana sirve además para asistir la generación de las aperturas y los obstáculos del plano de entrada cuando las opciones mouse y combinado son seleccionadas. Adicionalmente, cuando se realizan los post-procesos de “generación de hologramas digitales” y “desenvolvimiento de fase” que serán descritos más adelante, el módulo computacional opera a partir de la información mostrada en esta ventana.

El botón “desacoplar” despliega en una ventana aparte la imagen que muestre la ventana multipropósito, y el botón “enmallar” genera un mallado 3-D asociado con la imagen de la ventana; existe también un botón disponible para guardar la imagen seleccionada.

Los post-procesos disponibles en el módulo computacional son la generación de hologramas digitales y el desenvolvimiento de fase. El botón “Crear Holograma” brinda la posibilidad de obtener un holograma por computadora a partir de la imagen seleccionada en la ventana multipropósito, por medio de un proceso de holografía digital como el que fue descrito en el parágrafo 2.4.1. Estos hologramas pueden a su vez ser reconstruidos como se describe en 2.4.2.



**Figura 30.** a) Esquema de generación de hologramas digitales, b) esquema de reconstrucción.

Específicamente, el holograma se construye haciendo interferir, a la distancia seleccionada por el usuario, un haz de referencia plano con la luz difractada por la

imagen desplegada en la ventana multipropósito. Para entender el experimento que se emula en este caso (ver Figura 30 a), el haz iluminador pasa a través de dos aperturas cuadradas iguales, separadas entre sí; en una de estas aperturas se sitúa la imagen, y en la otra se coloca una cuña óptica que desvía una parte del haz iluminador de modo que interfiera con la luz difractada por la imagen a la distancia seleccionada.

La reconstrucción del holograma (Ver Figura 30 b), se realiza iluminando el holograma mediante un haz conjugado del haz de referencia, y propagando el campo difractado por el holograma a través de una distancia igual a la que fue seleccionada en el proceso de registro digital. Empleando la misma plataforma, este proceso se realiza colocando en el plano de entrada, sobre una única ventana, tanto el holograma como una cuña óptica con las mismas características de la que fue empleada en el registro, pero con su diedro rotado  $180^\circ$ ; de este modo, el haz iluminador es inclinado hasta incidir con el ángulo de reconstrucción adecuado, y la propagación reconstruye la imagen original.

El botón “Desenvolver la Fase” interpreta la fase módulo  $2\pi$  obtenida en la Ecuación (2.25) uniendo los saltos de fase de  $2\pi$ , que debido al rango de la función  $\arctan(\theta)$  se encuentra restringida al intervalo  $[-\pi, \pi]$ . Al realizar este proceso se encuentra el mapa real de fase.

Finalmente, el botón “Propagar” genera un nuevo proceso de propagación, conservando los datos de salida de la propagación anterior. Entonces, la transmitancia compleja en el plano de entrada para esta nueva propagación es la señal compleja obtenida como resultado de la propagación anterior. Este proceso puede repetirse cuantas veces se desee, lo que a su vez permite realizar procesos cíclicos de propagación, permitiendo la implementación de aplicaciones tales como al formación de imágenes o el filtrado espacial, en donde necesariamente se ven implicados varios pasos de propagación para producir la señal analítica de salida final.

### **3.9 Bibliografía**

[1] M. Born, E. Wolf. “Principles of Optics, 7th Edition”, Cambridge University Press, 1999. Pags 517-547

## 4 Calibración

### 4.1 Introducción

Para emular la propagación de campos luminosos, los resultados obtenidos computacionalmente deben arrojar información concordante cualitativa y cuantitativamente con la información que se obtendría experimentalmente. De esta forma, los patrones de difracción obtenidos en el módulo computacional, no solo deben parecerse en forma a los obtenidos experimentalmente, sino que además deben ser contrastables con la realidad, exigencia que solamente puede satisfacerse si se realiza un procedimiento de calibración confiable.

Para llevar a cabo la calibración del algoritmo computacional se simularon diversos experimentos de difracción, tanto en el régimen de Fresnel como en el de Fraunhofer. En particular, se utilizaron para la calibración fenómenos asociados con la formación de auto-imágenes, focalización de haces mediante lentes, y difracción en campo lejano para aperturas con geometría simple. La comparación cuantitativa de los resultados simulados con los esperados permitió establecer factores de calibración (escala) adecuados.

### 4.2 Efecto Talbot

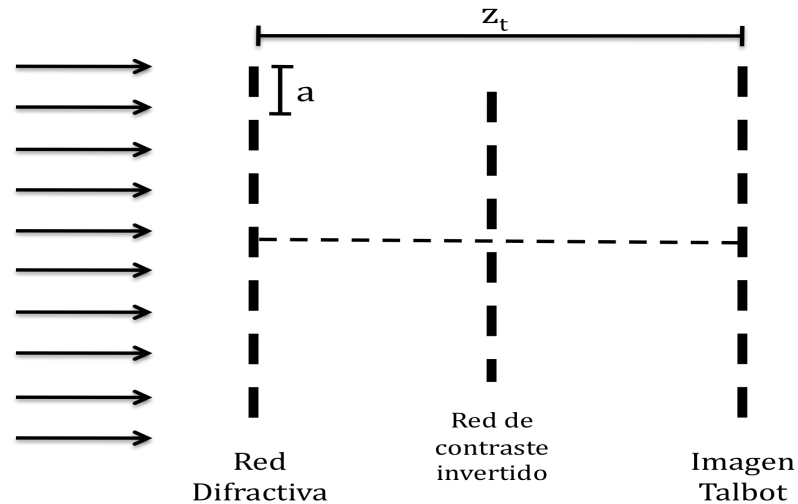
Existen ciertos objetos que, al difractar un haz de luz coherente, reproducen por propagación libre una réplica exacta de sí mismos, siempre que la propagación se realice a través de una distancia múltiplo entero de una distancia conocida como la distancia Talbot, la cual depende de las propiedades del objeto y la longitud de onda de la luz difractada. Estos objetos se conocen como los objetos de Montgomery.

Considerando la interferencia de los haces difractados por una red, Lord Rayleigh en 1980 llegó a una explicación teórica del fenómeno al demostrar la periodicidad longitudinal del campo difractado, lo que devino en una expresión para la distancia entre el objeto y la primera réplica de la imagen original de la forma [1], conocida como la distancia Talbot:

$$Z_1 = \frac{2a^2}{\lambda} \quad (4.1)$$

donde  $a$  es el periodo de la red y  $\lambda$  es la longitud de onda. En la Figura 31 se ilustra un sistema óptico, en donde se muestra cómo un haz de luz coherente que incide sobre una red de difracción y se propaga libremente la distancia Talbot,

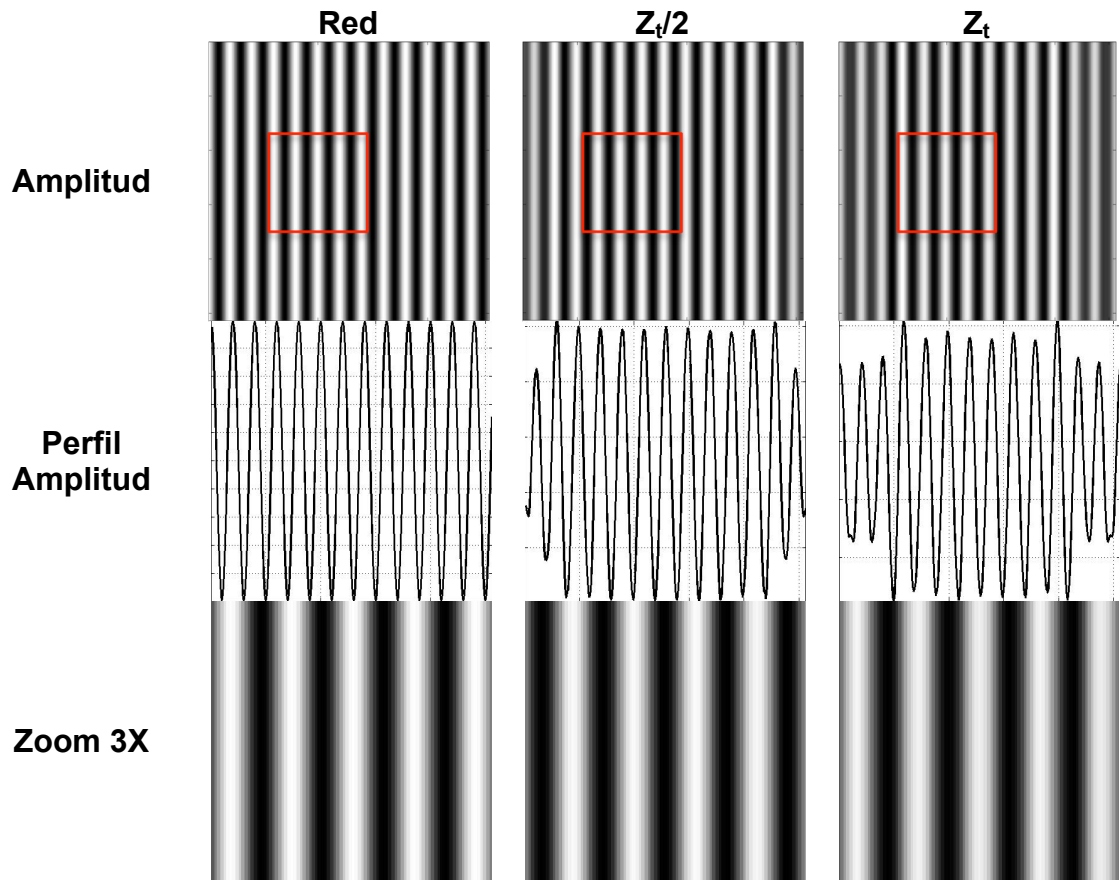
forma una réplica de la red original. A la mitad de esta distancia se obtiene una red con contraste invertido.



**Figura 31.** Localización de los planos Talbot

Uno de los métodos de calibración del algoritmo para la propagación de campos luminosos fue el efecto Talbot, debido a que en su formulación este efecto relaciona las distancias de propagación para las cuales se obtienen las distintas réplicas del objeto, con el período de la red que se emplea como elemento óptico y la longitud de onda. De este modo lo que permite el efecto Talbot es establecer una relación entre las dimensiones reales sobre la transmitancia de entrada (el período de la red en este caso) y la distancia propagada (múltiplo o submúltiplo de la distancia Talbot).

Se llevaron a cabo experimentos donde se propagaban a la distancia Talbot diferentes tipos de redes con diferentes períodos entre  $10\mu\text{m}$  y  $100\mu\text{m}$ ; la Figura 32 muestra un resultado típico obtenido para una red de perfil cosenoidal con un período  $20\mu\text{m}$ . Se considera que el algoritmo ha sido calibrado cuando sus parámetros han sido ajustado de modo que la propagación en el espacio libre a la distancia Talbot teórica reproduce una réplica exacta de todas y cada una de las redes estudiadas. Coherentemente, al propagar el campo óptico una distancia correspondiente a la mitad de la distancia Talbot obtenemos una red de contraste invertido.



**Figura 32.** Generación de auto-imágenes para una red cosenoidal con un período de  $20 \mu\text{m}$ . Arriba se muestra la distribución de amplitud real (en 256 tonos de grises) para la tramitancia de entrada (izquierda), la autoimagen de contraste invertido obtenida a la mitad de la distancia Talbot (centro), y la primera autoimagen de contraste directo (derecha). En la fila central se presentan los perfiles de amplitud normalizados correspondientes,, y en la fila de abajo se muestra una ampliación de la región indicada sobre las imágenes de la fila superior. Se seleccionó la misma región en las tres imágenes con el fin de apreciar la inversión de contraste de la imagen obtenida a la mitad de la distancia Talbot.

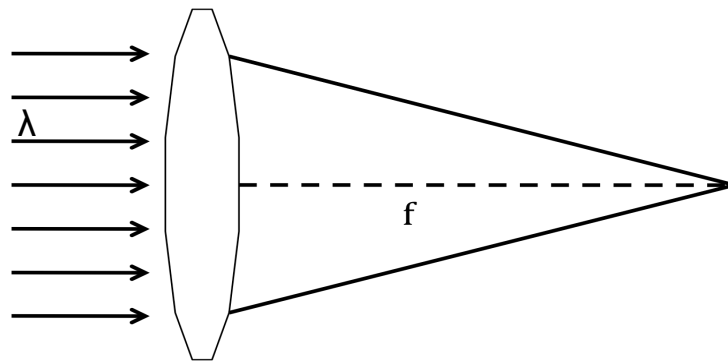
### 4.3 Lentes

Entendemos una lente como un dispositivo refractor , que reconfigura los frentes de onda del campo luminoso incidente cuando se realiza el paso la luz a través de este dispositivo. Idealmente una lente de foco positivo hará incidir la luz hacia un solo punto, y si es de foco negativo la luz divergirá desde un punto ubicado detrás

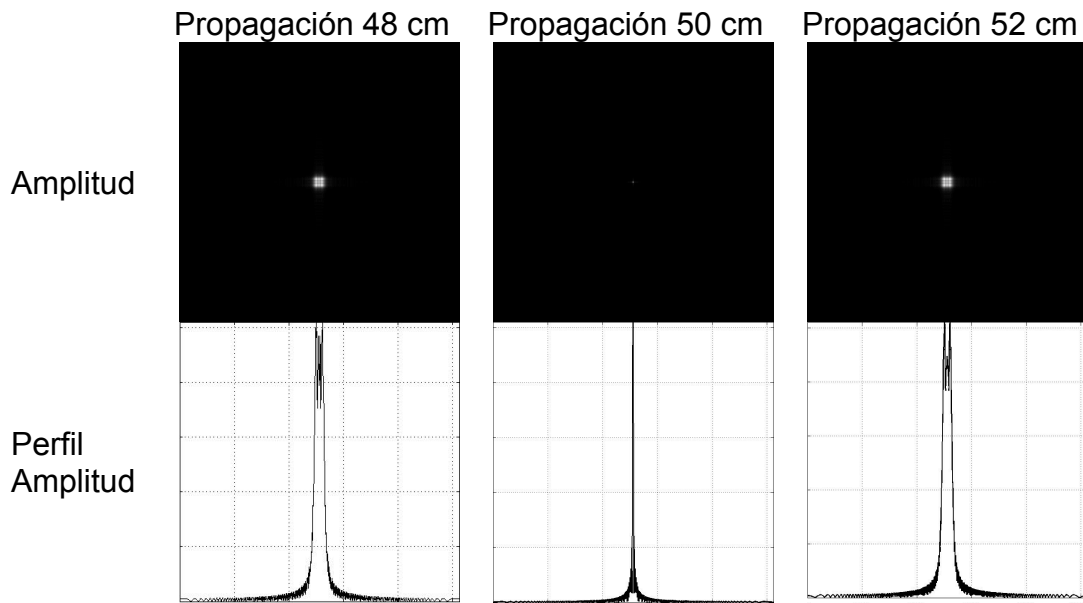
de la lente; estas lentes son conocidas como convergentes y divergentes respectivamente [2]. En óptica, las lentes son elementos de uso común, pueden ser empleadas de manera tan simple como un vidrio magnificador o en sistemas que contienen 20 o más lentes en zoom ópticos.

Para efectos de calibración del algoritmo, se emplearon simulaciones de lentes convergentes, llevando la luz de un frente de onda plano a un punto ubicado en el plano focal de la lente. En este caso, la calibración se basa en la comparación de la distancia a la cual se focaliza el frente de onda en la experiencia simulada con la distancia a la cual se focalizaría la luz en el experimento real. Equivalentemente, se trata de correlacionar los valores de las distancias focales simulada y real.

En la Figura 33 se presenta el esquema del sistema óptico empleado para calibrar el módulo computacional, en este proceso se emplearon lentes con distancias focales de 10 a 250 cm. La Figura 34 presenta un ejemplo para una lente convergente (como la presentada en la Figura 17. a) con un foco de 50 cm, se presenta además los resultados para propagaciones 2 cm antes y después del plano focal.



**Figura 33.** Sistema óptico donde un frente de onda es enfocado mediante una lente convergente con foco  $f$ .



**Figura 34.** Focalización de un haz plano mediante una lente convergente con una distancia focal de 50 cm. Arriba se representa la amplitud real del campo propagado considerando tres distancias distintas, y abajo se muestran los perfiles de línea (normalizados) respectivos. En la columna izquierda el campo se propagó 48 cm, en la del centro 50 cm, y en la de la derecha 52 cm.

#### 4.4 Difracción Fraunhofer

En instrumentación óptica la difracción de Fraunhofer es un efecto de gran importancia práctica. Para efectos de la calibración del algoritmo desarrollado, se supone que sobre una apertura circular incide un haz plano y que este se propaga más allá de la apertura hasta una distancia  $z$ , tal que esta satisfaga la condición de campo lejano de la Ecuación (4.1):

$$z > \frac{2D^2}{\lambda} \quad (4.2)$$

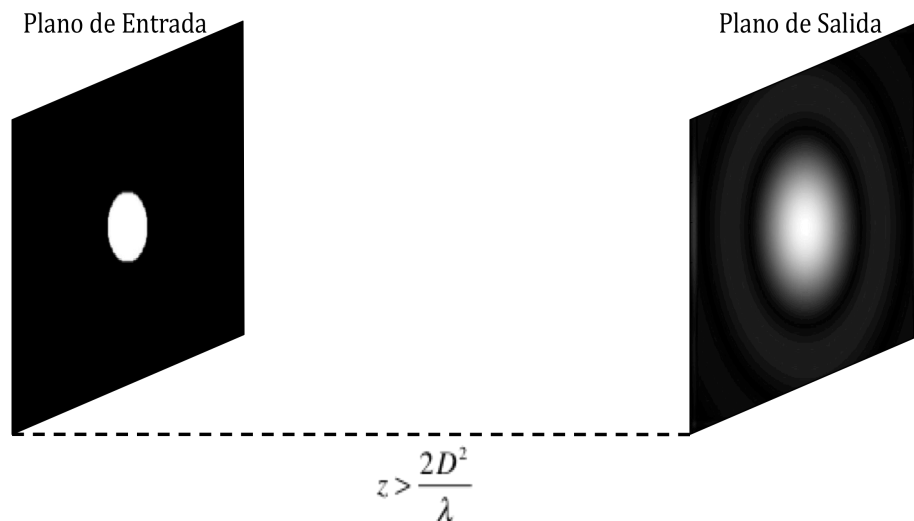
donde  $D$  es el diámetro de la apertura y  $\lambda$  es la longitud de onda del campo luminoso incidente. Esta condición, aunque es menos restrictiva que la establecida en la Ecuación (2.16), ha sido suficiente para lograr un acuerdo significativo de las simulaciones con los resultados esperados.

Al ser propagado el campo luminoso el disco central, conocido como *disco de Airy*, esta rodeado por un anillo oscuro. El radio de este disco esta dado por:

$$q = 1.22 \frac{R\lambda}{2a} \quad (4.3)$$

Para realizar la calibración del módulo computacional, se asume que se satisface la Ecuación (4.2), y que el algoritmo está calibrado cuando el valor teórico para el radio del disco de Airy se corresponde con el simulado

Se simuló un sistema óptico donde un haz plano incide sobre una apertura circular situada en el plano de entrada y es propagado una distancia arbitraria que satisface la Ecuación (4.2); se consideraron aperturas de 0.1mm hasta 1mm, propagando hasta una distancia 3 veces mayor a  $2D^2/\lambda$ ; el esquema del sistema óptico se presenta en la Figura 35.



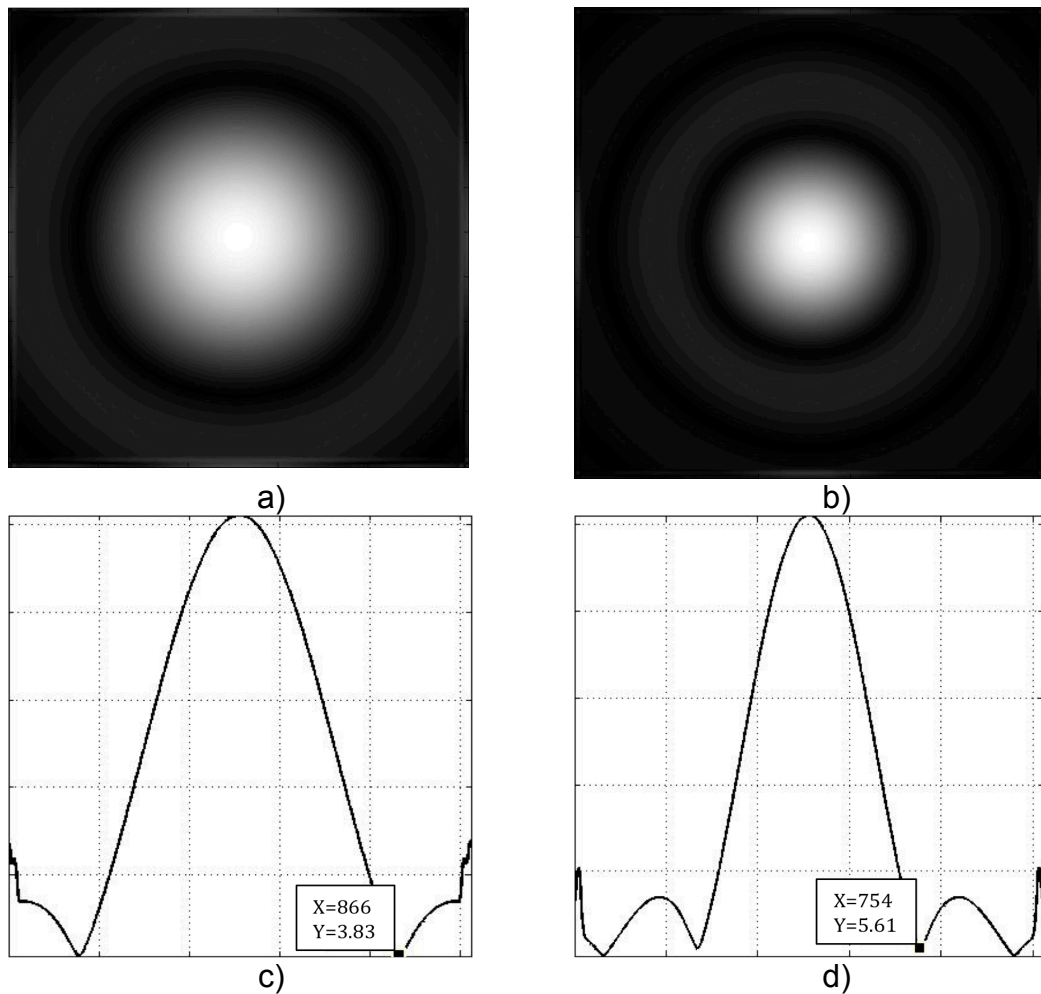
**Figura 35.** Esquema del sistema óptico para la difracción en el régimen de Fraunhofer.

En la Figura 36 se presentan los resultados obtenidos mediante el módulo computacional, simulando un experimento en el cual un haz plano incide sobre una apertura de 0.25mm de radio situada sobre un plano de entrada de 1024x1024 píxeles y es propagado libremente a una distancia de 2.3m. En a) se muestra el mapa de amplitud real obtenido con una longitud de onda de 432.8nm, y en b) para 632.8nm. En c) y d) se presentan los perfiles de línea respectivos.

El análisis de la Figura 36 c) permite establecer que el mínimo de intensidad se encuentra en la coordenada  $X=866$  mientras que el máximo de intensidad está en  $X=512$ , con lo cual el radio del disco de Airy es de 354 píxeles; que equivalen (con píxeles de  $10\mu\text{m}$ ) a 3.54mm. Por otra parte, haciendo uso de la Ecuación (4.3), para un haz de longitud de onda de 632.8nm, el radio del disco de

Airy tendría un valor de 3.55mm. Note que ambos resultados (teórico y simulado) coinciden en el rango de cifras significativas considerado.

La Figura 36 b) y la Figura 36 d) ilustran los resultados para el mismo experimento, pero con una longitud de onda de 432.8nm, con un radio para el disco de Airy de 2.42mm. Obsérvese que, en concordancia con la predicción teórica, al comparar los resultados de a) y c) con los de b) y d), los cambios entre las longitudes de onda y los radios de los respectivos discos de Airy son proporcionales.



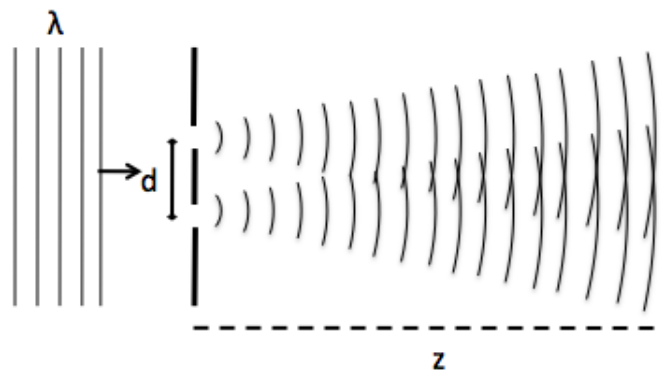
**Figura 36.** Discos de Airy para patrones de difracción de Fraunhofer producidos con una apertura de 0.25mm de radio, propagada a una distancia de 2.3m: a) Amplitud para el sistema iluminado con una longitud de onda de 632.8nm, b) Amplitud para el sistema iluminado con una longitud de onda de 432.8nm, c) Perfil de amplitud normalizado a 255 para el caso de 632.8nm, d) Perfil de amplitud normalizado a 255 para el caso de 432.8nm.

## 4.5 Experimento de Young

Uno de los experimentos clásicos de óptica es el *Experimento de Young*. En la Figura 37 se ilustra este experimento, partiendo de un haz plano monocromático que incide sobre una máscara con dos aperturas pequeñas, a partir de las cuales emergen los respectivos campos difractados que a su vez interfieren en un plano situado delante de la máscara que contiene las aperturas. Para efectos de calibración del algoritmo, este experimento es empleado ya que la separación de las franjas obtenidas en el plano de salida está determinada por la expresión [2]:

$$y \approx \frac{\lambda z}{d} \quad (4.4)$$

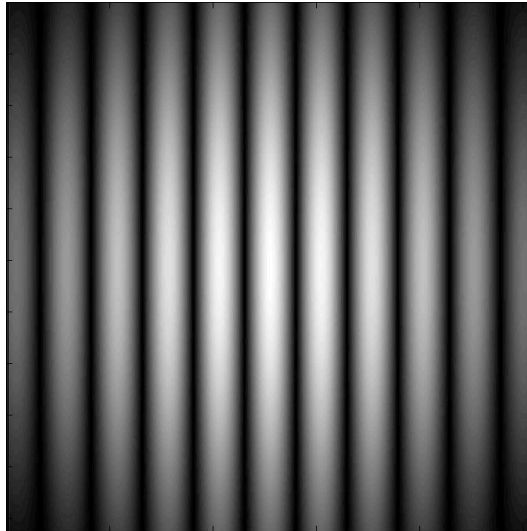
donde  $\lambda$  es la longitud de onda del campo incidente,  $z$  es la distancia del plano de entrada al plano de salida, y  $d$  es la separación entre las aperturas de la máscara en el plano de entrada. Esta expresión relaciona la distancia de propagación con variables asociadas a el plano de entrada y el plano de salida, lo que permite establecer factores de calibración que dan cuenta de las dimensiones asociadas a todo el sistema simulado.



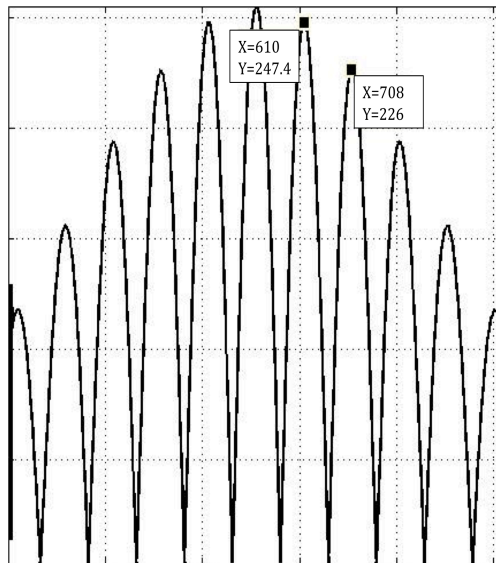
**Figura 37.** Esquema del Experimento de Young.

Para calibrar el algoritmo se emplearon un par de aperturas de  $10\mu\text{m}$  de radio con una separación entre ellas comprendida entre  $20\mu\text{m}$  y  $100\mu\text{m}$ . Dado que en estos experimentos se definió un tamaño de píxel de  $10\mu\text{m}$ , las aperturas en este caso representan un único radiador, o equivalentemente, la mejor aproximación para fuentes puntuales. En la Figura 38 se ilustra el resultado del experimento con una separación entre las aperturas de  $160\mu\text{m}$  y con una distancia de propagación de  $25\text{cm}$ , lo que en teoría conduce a una separación entre dos máximos de intensidad consecutivos de  $0.98\text{ mm}$ . Una vez calibrado el algoritmo, en esta simulación se obtuvieron máximos con una separación de 99 píxeles, que

equivalen a 0.99 (con píxeles de  $10\mu\text{m}$ ). El acuerdo entre los resultados asociados con los experimentos reales y los simulados se mantiene para todos los casos analizados. Sin embargo, debe tenerse en cuenta que la aproximación de la Ecuación (4.3) introduce errores importantes cuando el período de las franjas es comparable al tamaño de la ventana de salida, dado que en este caso, la aproximación de ángulos pequeños pierde validez.



a)



b)

**Figura 38.** Ejemplo de resultados obtenidos en la simulación del experimento de Young empleando el modulo computacional: a) Amplitud, b) Perfil de Amplitud normalizado a 255 con máximos en las coordenada X dada en píxeles en 708 y 610.

## 4.6 Bibliografía

[1] J.W Goodman. Introduction to Fourier Optics. McGraw-Hill, United States of America. 1996.

[2] E. Hetch. Óptica. Addisson Wesley Iberoamericana. Madrid. 2000.

## 5 Aplicaciones

### 5.1 Introducción

En este capítulo se presentan algunos resultados ilustrativos, obtenidos con el módulo computacional, donde se simulan experimentos, emulando los resultados que podrían conseguirse de manera analógica. De este modo, se quiere ilustrar el tipo de experiencias, en áreas temáticas diversas de la óptica, que podrían ser asistidas mediante el uso de la plataforma, y especialmente aquellas más afines a las líneas de desarrollo del Grupo de Óptica Aplicada de EAFIT.

Se pretende además que este conjunto de experiencias permita apreciar que la utilidad del módulo, para la enseñanza de la óptica física, no se limita al nivel básico, sino que permite avanzar hasta niveles de formación intermedio y avanzado. Por ejemplo, en el nivel básico podrían incluirse la focalización de haces y la formación de imágenes mediante lentes simples, sin aberraciones, la difracción producida por arreglos de aperturas u obstáculos con geometrías sencillas, o redes, y su dependencia de los parámetros relevantes, y la clásica experiencia de Young, entre otros experimentos. Para los niveles intermedio y superior, podrían reservarse temas como visibilidad de franjas, formación de auto-imágenes con objetos de amplitud y fase, holografía digital, filtrado espacial, speckle objetivo y subjetivo, speckle modulado, análisis de mapas de fase y vórtices de fase, entre otros.

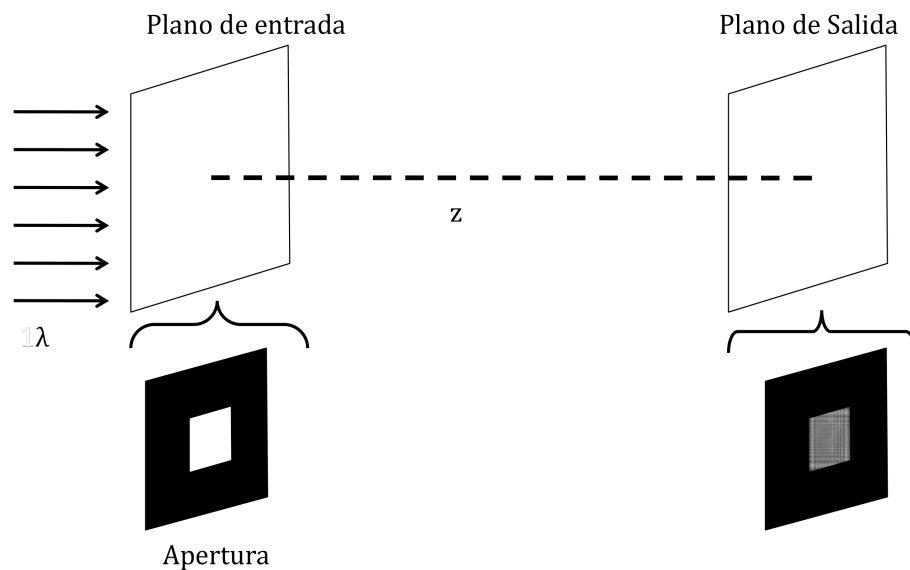
### 5.2 Propagación Libre

En este apartado se presenta el fenómeno asociado con la transformación de un campo luminoso a raíz de su propagación en el espacio libre, avanzando desde un plano de entrada hasta un plano de salida, separados una distancia dada. En este contexto, el campo luminoso se difracta en el plano de entrada a causa de la modificación local de la amplitud y/o la fase de la onda en dicho plano. Consecuentemente, el objeto difractante se representa mediante una función de tramitancia, en general compleja. En el plano de salida se obtiene un campo óptico, con información de amplitud y fase.

Se consideran dos casos especiales de propagaciones: Aquellas que se ajustan a las condiciones de campo cercano (difracción de Fresnel) y las que pueden decirse de campo lejano (difracción de Fraunhofer), discriminados según la distancia de propagación de la Ecuación (4.2).

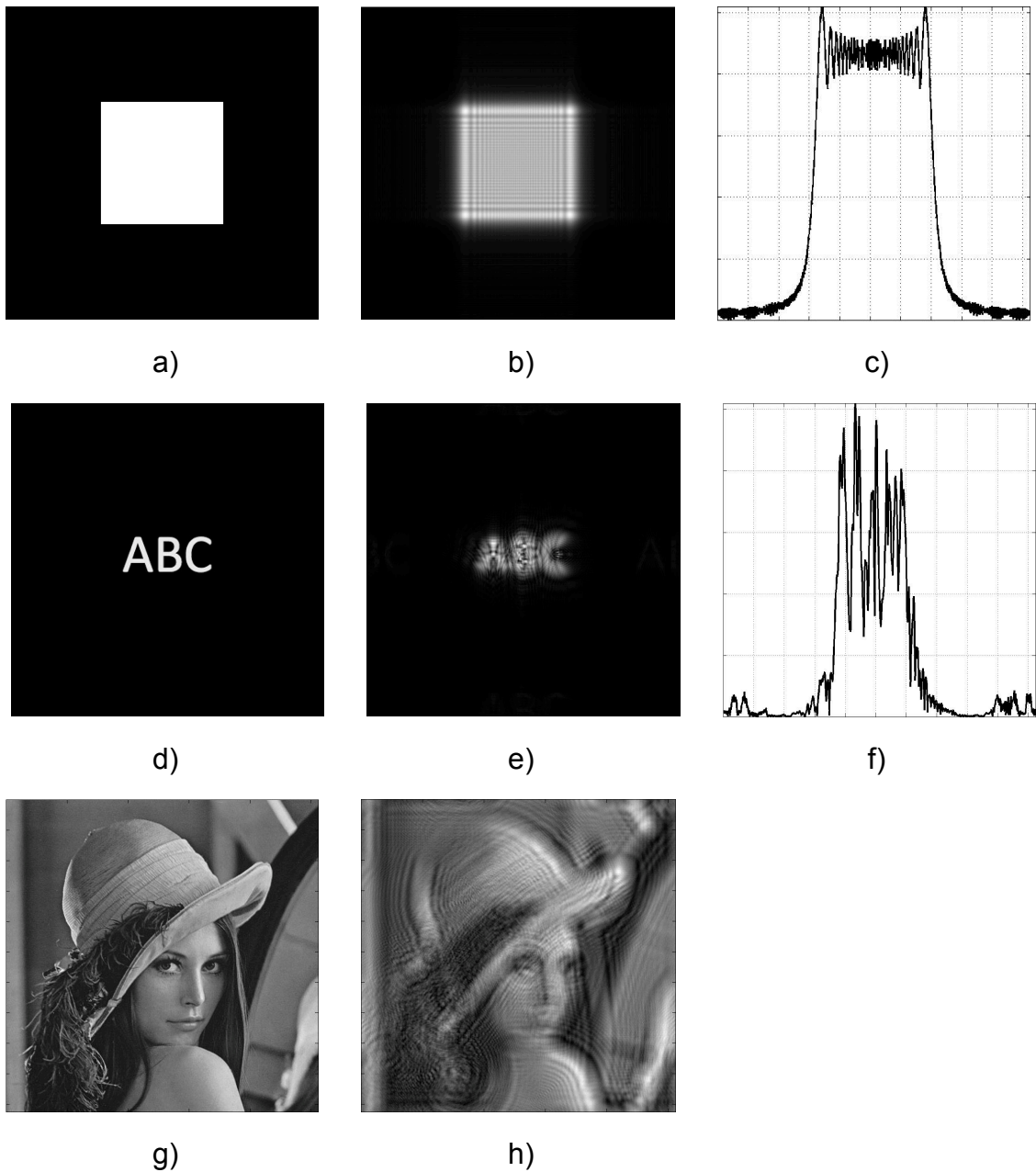
### 5.2.1 Difracción de Fresnel

La Aproximación de Fresnel, descrita en 2.2.3 da cuenta de la difracción en el campo cercano cuando la Ecuación 4.2 no se satisface. La Figura 39 muestra el sistema óptico simulado, en el cual un frente de onda monocromático plano incide sobre el plano de entrada, interponiéndose una tramitancia de amplitud en dicho plano. A partir de allí la luz difractada se propagará una distancia arbitraria hasta el plano de salida, para obtener los mapas de amplitud y fase respectivos.



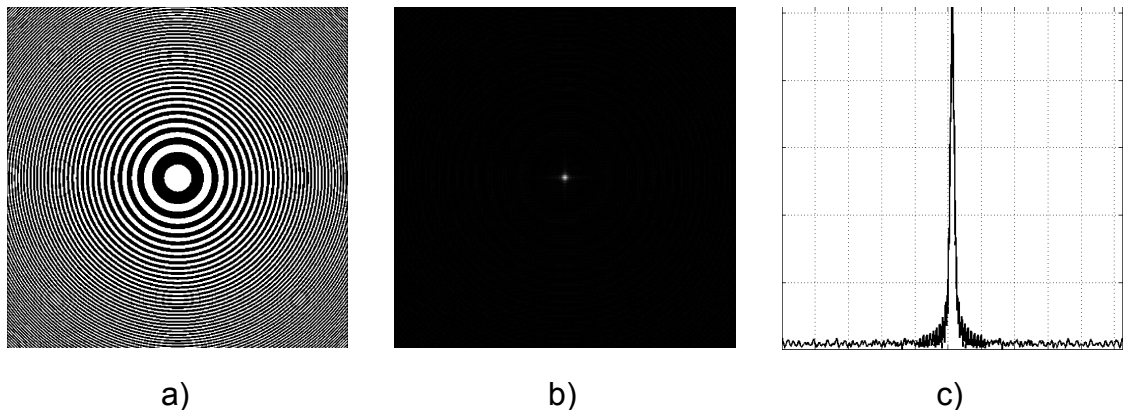
**Figura 39.** Esquema del sistema óptico simulado para la difracción.

Los resultados obtenidos para la difracción de la luz, provenientes de una apertura cuadrada y para una máscara de amplitud con un conjunto más elaborado de aperturas se presentan en la Figura 40, a) – d), donde a) y d) son las tramitancias de amplitud empleadas en cada experimento, b) y e) la amplitud del campo respectiva luego de ser propagado una distancia de 20 cm; y c) y f) presentan los perfiles de línea sobre la horizontal y pasando por el centro del mapa de amplitud, para el caso de la apertura cuadrada y la máscara con las letras ABC, respectivamente.



**Figura 40 A.** Resultados de la propagación en el régimen de Fresnel: a) Apertura cuadrada con 400 píxeles de arista (4 mm), b) Difracción de la luz a 20 cm para la propagación desde la apertura cuadrada, c) Perfil de línea de la amplitud en b); d) Letras ABC como tramitancia de amplitud de 1024x1024 píxeles (10.24mm por 10.24 mm), e) Difracción de la luz a 10 cm para el caso del texto ABC, f) perfil de amplitud (sobre la horizontal y pasando por el centro) para la propagación de la luz difractada por la máscara con el texto ABC, g) Lena como tramitancia de amplitud de 1024x1024 píxeles (10.24mm por 10.24 mm), h) difracción de la luz a 20 cm para el caso de Lena.

En la Figura 40 B se presenta un caso particular de propagación en el régimen de Fresnel: Una placa zonal de Fresnel binaria es cargada en el módulo computacional como transmitancia de entrada, de modo que el haz monocromático plano incidente pueda ser enfocado cuando la luz se propaga hasta la distancia focal, que para esta placa es de 70cm.



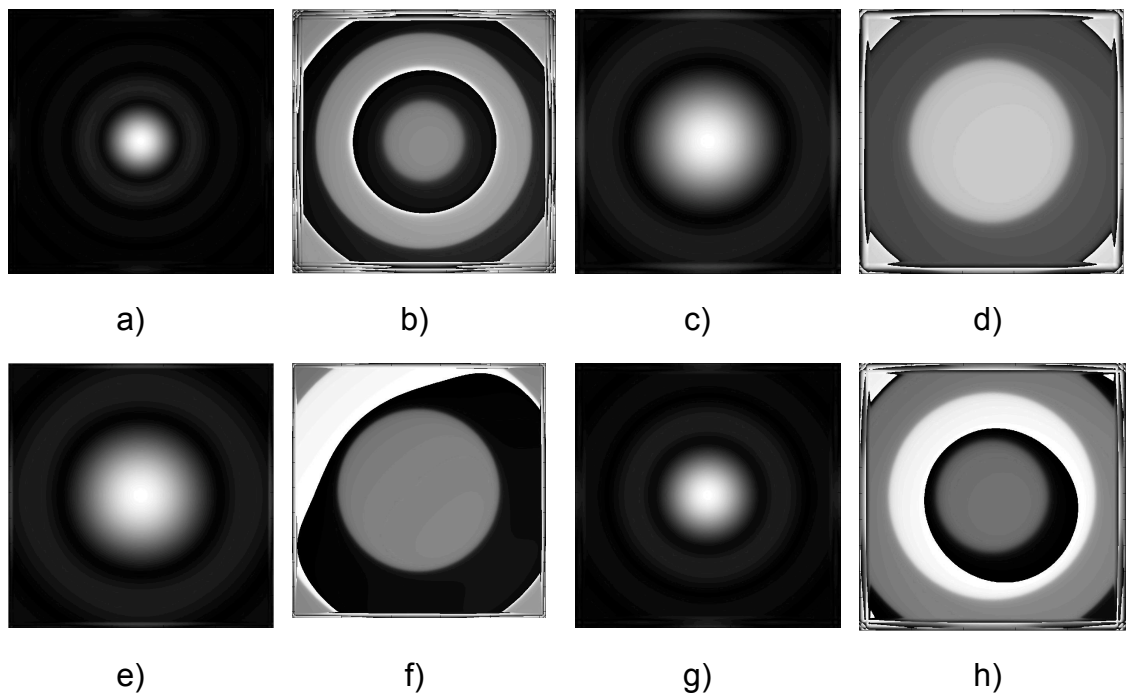
**Figura 40 B.** Focalización de placa zonal de Fresnel; a) Placa de Fresnel situada en el plano de entrada, b) Amplitud a la distancia focal (70 cm), c) Perfil de línea para el mapa de amplitud, sobre la horizontal pasando por el centro.

### 5.2.2 Difracción de Fraunhofer

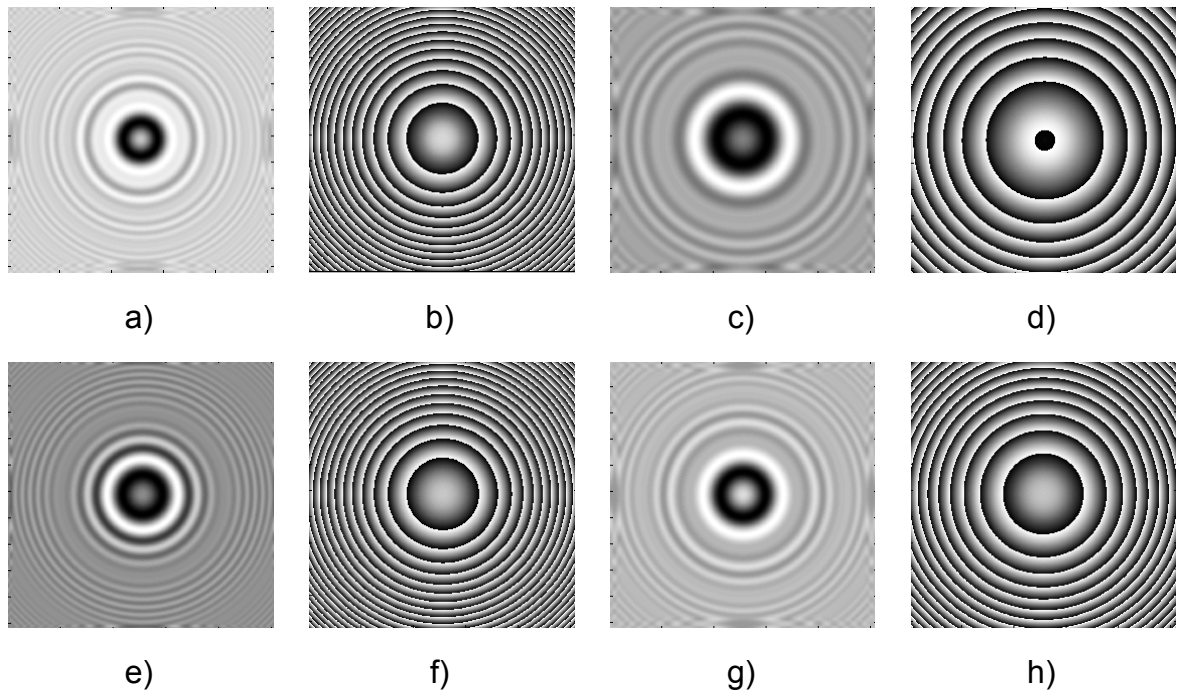
Las figuras 41 A y 41 B extienden los resultados obtenidos en la sección 4.4; en estas se muestra el efecto de la variación de los parámetros de la Ecuación (4.2) para aperturas y obstáculos. La Figura 41 A: En a) y b) se presenta la difracción en el régimen de Fraunhofer (amplitud y fase módulo  $2\pi$ ) para una apertura circular de 50 píxeles de radio (0.5 mm para píxeles de  $10\mu\text{m}$ ) propagada una distancia de 2 m y empleando un haz iluminador plano con una longitud de onda de 632 nm; en c) y d) se muestra la distribución de amplitud y fase (módulo  $2\pi$ ) para el patrón obtenido con los mismos parámetros, excepto que se duplica la distancia de propagación; en e) y f) se conserva la distancia de propagación de 2 m y la longitud de onda de 632nm, pero se reduce el radio de la apertura a 25 píxeles; finalmente en g) y h) se presentan la amplitud y fase asociadas con la luz difractada por una apertura de 50 píxeles, iluminada por un haz plano de 432 nm de longitud de onda, propagada una distancia de 4m. En este caso, la comparación de e) y f) muestra cómo las dimensiones del patrón de difracción se

reduce proporcionalmente con la longitud de onda. Note el efecto análogo asociado con el hecho de duplicar la distancia de propagación y de reducir a la mitad el radio de la apertura, presentados en c) y e) respectivamente. La asimetría de los mapas de fase en f) y h) se debe al hecho de no haberse centrado perfectamente la apertura en el plano de entrada. Estos resultados son obtenidos de manera análoga para obstáculos circulares (Figura 41 B).

Nótese que en estos casos como en cualquier otro que se realice utilizando la plataforma, la información de fase para el campo difractado está disponible sin tener que recurrir (como en el caso analógico) a medios indirectos, por ejemplo métodos interferométricos, para acceder a dicha información. Esto representa una ventaja importante para el desarrollo de ciertas aplicaciones, por ejemplo el contorneado holográfico digital [1]

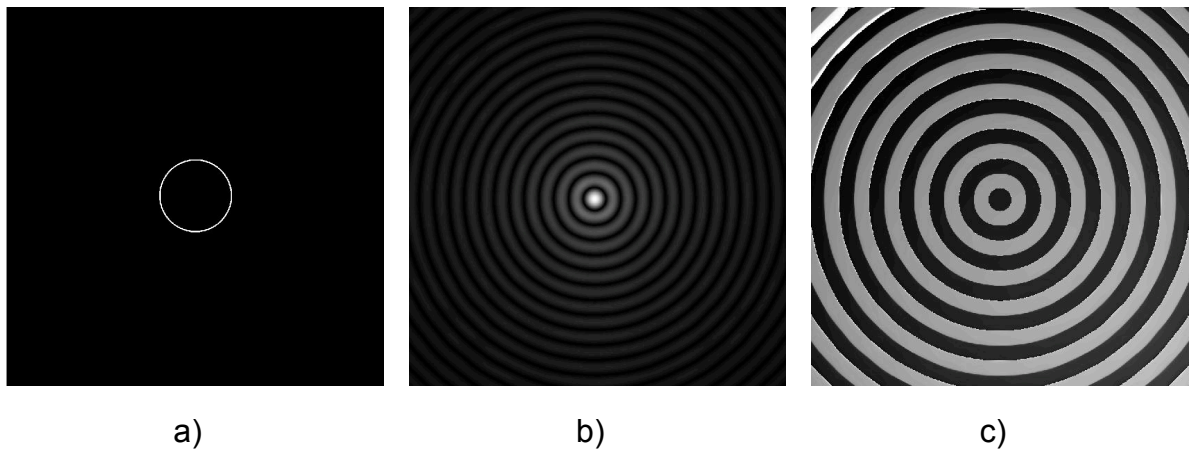


**Figura 41 A.** Patrones de amplitud provenientes de: a) Apertura circular de 50 píxeles (0.5 mm) de radio iluminada con un haz plano de 632nm de longitud de onda, y propagada una distancia de 2 m, b) fase módulo  $2\pi$  del sistema anterior; c) apertura circular de 50 píxeles de radio, iluminada con un haz plano de 632nm de longitud de onda, y propagada una distancia de 4 m, d) Fase módulo  $2\pi$  del sistema anterior; e) apertura circular de 25 píxeles de radio iluminada con un haz plano de 632nm de longitud de onda, y propagada una distancia de 2 m, f) fase módulo  $2\pi$  del sistema anterior; g) apertura circular de 50 píxeles de radio iluminada con un haz plano de 432nm de longitud de onda, y propagada una distancia de 4 m, h) fase módulo  $2\pi$  del sistema anterior.



**Figura 41 B.** Patrones de amplitud proveniente de: a) Obstáculo circular de 50 píxeles (0.5 mm) de radio iluminado con un haz plano de 632nm de longitud de onda, y propagado una distancia de 2 m, b) fase módulo  $2\pi$  del sistema anterior; c) obstáculo circular de 50 píxeles de radio, iluminado con un haz plano de 632 nm de longitud de onda, y propagado una distancia de 4 m, d) fase módulo  $2\pi$  del sistema anterior; e) obstáculo circular de 25 píxeles de radio iluminado con un haz plano de 632nm de longitud de onda, y propagado una distancia de 2 m, f) fase módulo  $2\pi$  del sistema anterior; g) obstáculo circular de 50 píxeles de radio iluminado con un haz plano de 432nm de longitud de onda, y propagado una distancia de 4 m, h) fase módulo  $2\pi$  del sistema anterior

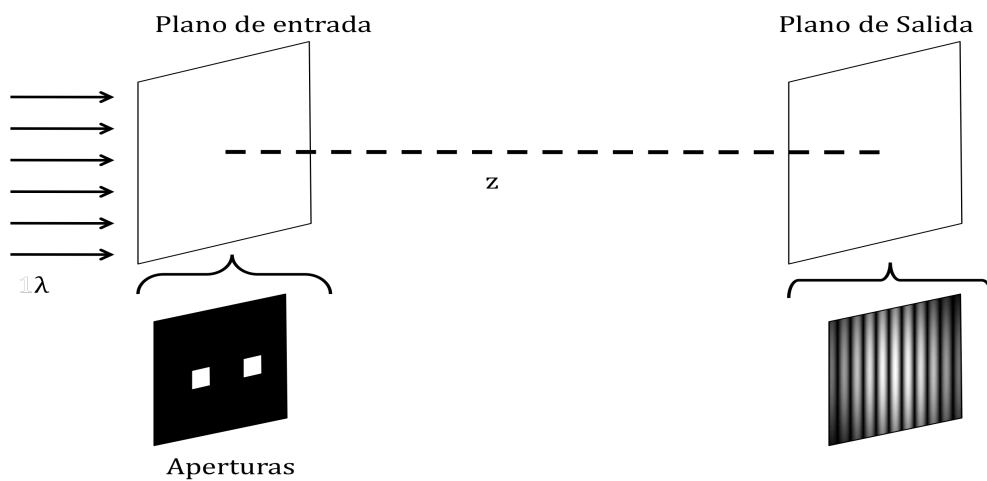
Al combinar aperturas y obstáculos, se pueden generar nuevas geometrías; un ejemplo de esto es la generación de anillos. Este caso es relevante, en particular para el Grupo de Óptica Aplicada, no sólo por las particularidades del patrón de difracción asociado, sino también porque, en combinación con un difusor, dicha apertura produce estructuras sub-speckle. La Figura 42 presenta los resultados de la difracción de la luz proveniente de un anillo cuyo radio externo es de 100 píxeles (1 mm) y el interno de 90 píxeles (0.9 mm), en a) se ilustra la geometría, en b) la amplitud al propagar el campo una distancia de 1 m y en c) el mapa de fase módulo  $2\pi$  correspondiente. Si se tiene en cuenta que, salvo factores de fase, el paso desde a) hasta b) y c) se corresponde con una transformada de Fourier, y el proceso inverso con una anti-transformada, entonces, estos resultados ponen en evidencia que la periodicidad de los anillos en b) y c) tiene como contraparte (si se realiza la anti-transformada) un conjunto de frecuencias espaciales de magnitud constante, ubicadas sobre una circunferencia en a).



**Figura 42** Propagación en el régimen de Fraunhofer de la luz difractada a partir de un anillo, a una distancia de 1m: a) Anillo de 1mm de radio externo y 0.9 mm de radio interno, b) mapa de amplitud, c) mapa de fase módulo  $2\pi$ .

### 5.3 Experimentos de Interferencia

Los experimentos de interferencia son aquellos donde la luz es difractada a partir de mascarar con 2 o más aperturas ubicadas en el plano de entrada. A partir de allí la luz se propaga libremente hasta superponerse coherentemente en el plano de salida. La Figura 43 ilustra el experimento simulado en el módulo computacional, donde en el plano de entrada se ubica la máscara, en este caso con dos aperturas muy pequeñas en relación con la distancia de propagación.



**Figura 43.** Esquema del sistema óptico simulado para experimentos de interferencia.

### 5.3.1 Experimento de Young

Como fue descrito en la sección 4.5, en este experimento un haz que supondremos plano, pero que también podría ser esférico (convergente o divergente), incide sobre un par de aperturas, que para efecto de esta ilustración serán circulares, de dimensiones finitas, situadas en el plano de entrada. Debido a la discretización del plano de entrada, esto es, a su estructura necesariamente pixelada, las aperturas no son estrictamente circulares, y a medida que se reduce el tamaño de las mismas tienden a formas cuadradas. Así, al simular una fuente puntual, se entiende que esta será un único píxel rectangular.

La intensidad total del campo difractado de cada una de las aperturas está definido como:

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\delta) \quad (5.1)$$

en donde  $I_1$  e  $I_2$  son las intensidades de cada una de las aperturas y  $\delta$  es la diferencia de fase resultante de la combinación de la diferencia de caminos ópticos recorridos por los campos provenientes de cada apertura y la diferencia del ángulo de desfase original.

El contraste de los patrones de franjas obtenidos está determinado por su *visibilidad*, definida esta como:

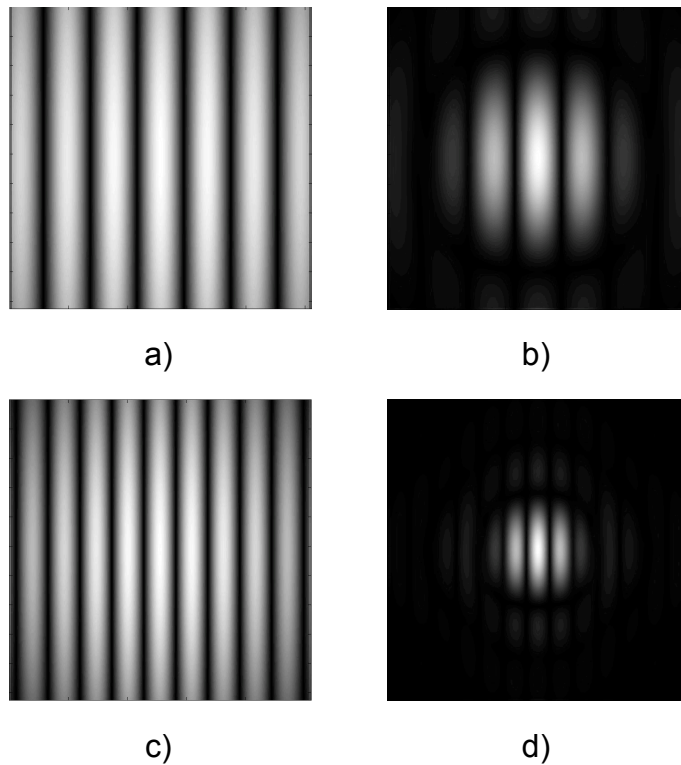
$$v = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} \quad (5.2)$$

en donde  $I_{\max}$  es la intensidad máxima que se produce en las crestas del patrón e  $I_{\min}$  es la intensidad mínima correspondiente, , que de acuerdo con la Ecuación (5.1) son:

$$I_{\max} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \quad (5.3)$$

$$I_{\min} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2} \quad (5.4)$$

Note que si estas intensidades son iguales, la visibilidad del patrón será 1, y de lo contrario será un número menor que 1 y mayor que 0.



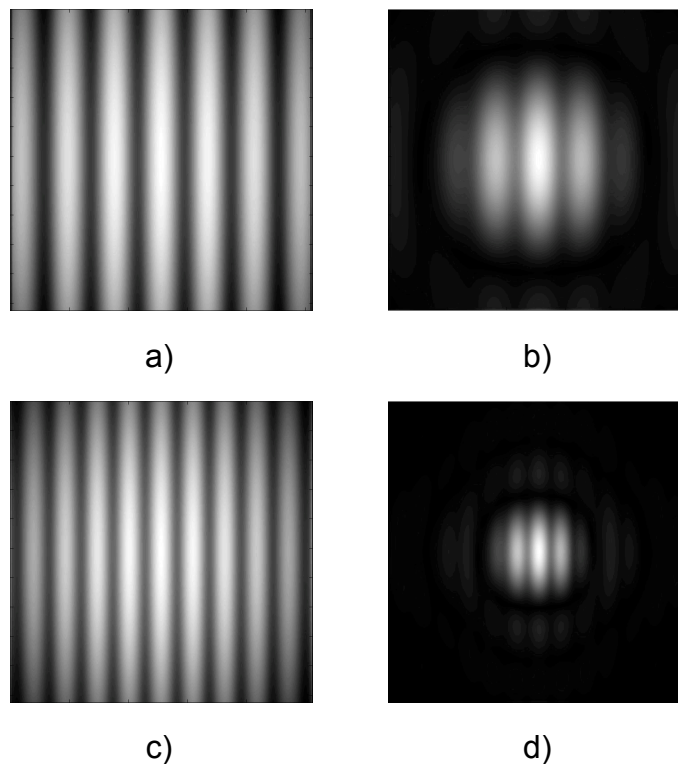
**Figura 44.** Variación de parámetros para un experimento de Young con: a) Aperturas de 1 píxel ( $10\mu\text{m}$ ) separadas 20 píxeles ( $0.2\text{ mm}$ ), iluminadas por un haz con una longitud de onda de  $632\text{ nm}$  y propagada la luz una distancia de  $50\text{ cm}$ . En los otros resultados se modifican los siguientes parámetros: Para b) el tamaño de las aperturas es de 5 píxeles de radio, el resto es igual que en a); en c) se conservan los parámetros de a), pero la longitud de onda es de  $432\text{ nm}$ , en d) el tamaño de las aperturas es de 5 píxeles y la distancia de propagación es de  $25\text{ cm}$ .

La Figura 44 presenta los resultados obtenidos para un Experimento de Young donde se modifican los parámetros de la Ecuación (4.4); en a) se simuló una máscara con un par de aperturas de un píxel ( $10\mu\text{m}$ ) y una separación entre ellas de 20 píxeles, sobre las que incide un haz plano de  $632\text{ nm}$  de longitud de onda, propagada una distancia de  $50\text{ cm}$ ; en b) el radio de las aperturas fue de 5 píxeles ( $50\mu\text{m}$ ), conservando el resto de parámetros iguales observe que consistentemente se reduce la dimensión del lóbulo central de difracción, evidenciándose en este caso la aparición del primer anillo oscuro del patrón. En c) también se conservan los parámetros de a), excepto que la longitud de onda es  $432\text{ nm}$ ; note la reducción del período de las franjas proporcional a la disminución en el valor de la longitud de onda. En d) se presenta el resultado de propagar una distancia de  $25\text{ cm}$  el experimento, conservando los demás parámetros de b); en este caso, puesto que la distancia al plano de observación se reduce a la mitad, asimismo el lóbulo central de difracción y la separación entre las franjas disminuye a la mitad.

En síntesis, este experimento muestra que cuando el tamaño de la apertura aumenta, el diámetro del lóbulo central de difracción disminuye, y viceversa. En particular, puesto que en a) y c) las aperturas son las más pequeñas posibles (un píxel de diámetro), sólo se observa el centro del lóbulo central de difracción. Si la separación entre las aperturas aumenta (disminuye), entonces la frecuencia espacial de las franjas aumenta (disminuye). Y cuando la distancia de propagación (o la longitud de onda) aumenta o disminuye, manteniendo los demás parámetros, las dimensiones del lóbulo central cambian proporcionalmente.

En cada uno de los casos simulados antes el radio de las dos aperturas es el mismo, con lo cual, al estar iluminados por un haz plano, la intensidad de las ondas que interfieren es la misma, y en teoría la visibilidad del patrón es 1.

### 5.3.2 Experimento de Young con máscaras de amplitud: Control de la Visibilidad

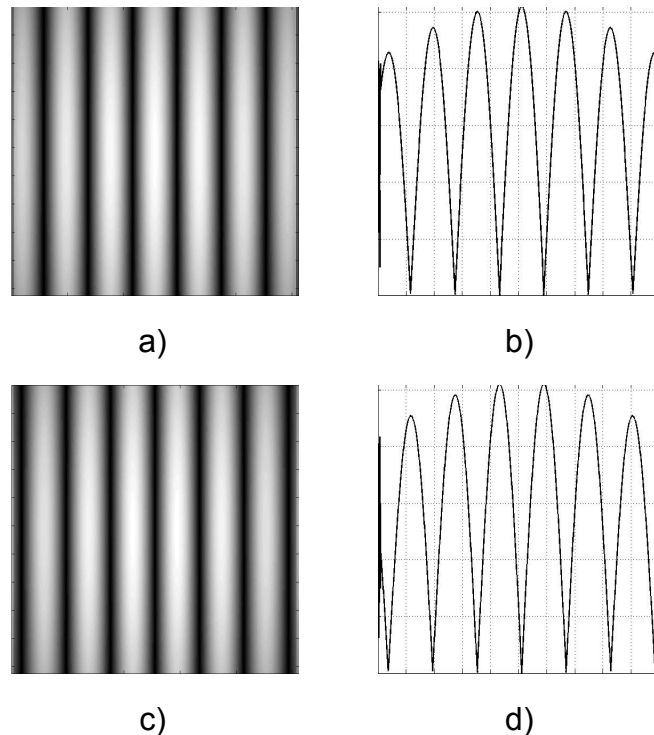


**Figura 45.** Experimento de Young con un filtro de amplitud en una apertura y con aperturas de 1 píxel, separadas 20 píxeles, iluminadas por un haz con una longitud de onda de 632 nm y propagada una distancia de 50 cm, presentado en a), donde se modifican los siguientes parámetros: Para b) el tamaño de las aperturas es de 5 píxeles de radio, en c) la longitud de onda es de 432 nm, en d) el tamaño de las aperturas es de 5 píxeles y la distancia de propagación es de 25 cm.

Para la simulación de este experimento se conservó la configuración presentada en el párrafo 5.3.1, pero en una de las aperturas se añadió un filtro que sólo permite el paso del 33% de la intensidad del campo luminoso que incide sobre la máscara, lo que reduce la amplitud de la modulación y el contraste de las franjas de acuerdo con la Ecuación (5.1). La Figura 45 presenta la amplitud de cada uno de los casos que son análogos a los presentados en la Figura 44.

### 5.3.3 Experimentos de Young con filtros de fase: Corrimiento de Franjas

Si sobre una de las aperturas en el Experimento de Young se ubica un filtro de fase, el patrón de franjas se desplaza globalmente, debido a que las fases de las ondas emitidas por los radiadores de una de las aperturas estarán retrasadas con respecto a las fases de las ondas provenientes de la otra apertura.

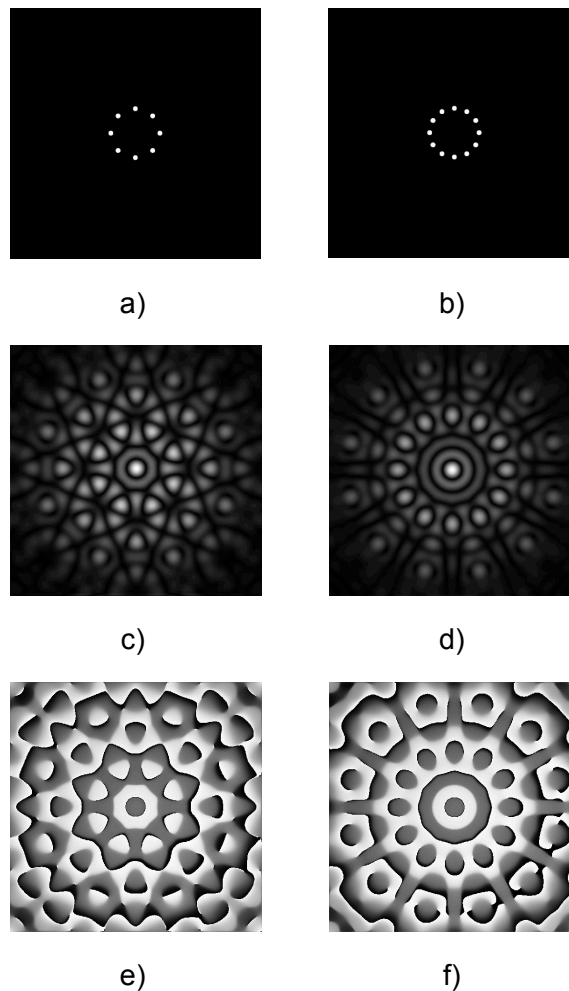


**Figura 46.** Experimento de Young con un filtro de fase en una de las aperturas. Se simularon aperturas de 1 píxel ( $10\mu\text{m}$ ) separadas 20 píxeles, iluminadas por un haz con una longitud de onda de  $632\text{ nm}$ ; en a) se ilustra la amplitud y en b) el perfil transversal respectivo; en c) se ilustra la amplitud cuando se ubica un filtro de fase con un valor de  $\pi$  en una de las aperturas y en d) el respectivo perfil.

En la Figura 46 se observa el desplazamiento de los máximos de interferencia; se simuló un experimento de Young con aperturas de 1 píxel ( $10\mu\text{m}$ ), separadas entre sí una distancia de 20 píxeles; el campo fue propagado una distancia de 50

cm. En c) se muestra la amplitud del patrón obtenido con los mismos parámetros, pero incluyendo un filtro de fase con un valor de  $\pi$  sobre una de las aperturas. En b) y d) se muestran los perfiles de línea correspondientes. Note que en este caso, asociado con el cambio de fase de  $\pi$  radianes, se produce un corrimiento de medio período en las franjas.

#### 5.3.4 Experimento con múltiples aperturas finitas



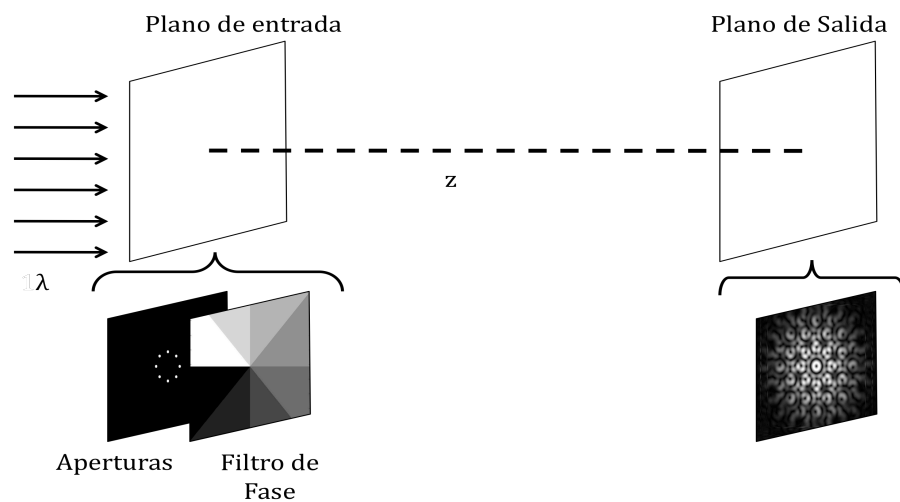
**Figura 47.** Interferencia de haces provenientes de múltiples aperturas. a) Sistema de 8 aperturas de 10 píxeles ( $100\mu\text{m}$ ) de radio, con sus centros distribuidos uniformemente sobre una circunferencia de radio 100 píxeles, b) sistema de 12 aperturas con el mismo radio de a) y situadas de modo similar sobre una circunferencia de radio 100 píxeles, c) amplitud del campo propagado 1.3 m para 8 aperturas, d) amplitud del campo propagado 1.3 m para 12 aperturas, e) fase módulo  $2\pi$  para 8 aperturas, f) fase módulo  $2\pi$  para 12 aperturas.

Al hacer incidir un frente de onda plano sobre una configuración de varias aperturas se presentan sistemas de franjas asociadas con cada pareja de aperturas

Se simularon dos máscaras con 8 y 12 aperturas, para las que se emplearon radios de 20 píxeles (cada píxel de  $10\mu\text{m}$ ) para las aperturas y un radio de 100 píxeles para el círculo que circunscribe el polígono, luego el campo difractado se propagó a través del espacio libre por 1.3 m. En la Figura 47 se presentan los resultados obtenidos en la simulación de estos experimentos: En a) y b) se presentan los sistemas de aperturas; en c) y d) la distribución de amplitud real obtenida en el plano de salida, asociados con a) y b), respectivamente. Note que sólo es posible apreciar la modulación de los lóbulos centrales de los patrones de difracción respectivos, dado el reducido tamaño de cada una de las aperturas en relación con la distancia de propagación. Finalmente, en e) y f) se presentan los mapas de fase módulo  $2\pi$  asociados con cada uno de los experimentos.

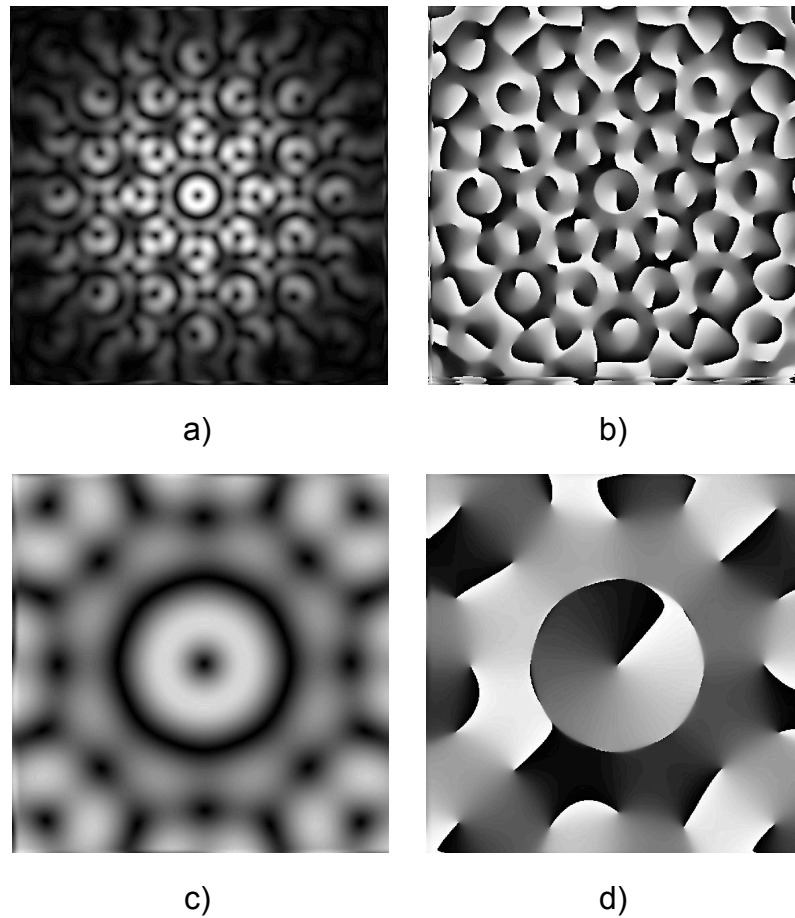
### 5.3.5 Experimentos con aperturas y filtros de fase: Vórtices

Como se ilustra en la Figura 48, si al realizar un experimento de interferencia con múltiples aperturas se superpone en el plano de entrada un filtro con valores de fase que cambian por sectores. Cada sector subtiende un ángulo idéntico desde el centro del filtro, y en cada sector el valor de fase tiene un valor constante. Este valor cambia de un sector a otro escalonadamente, de manera monótona, completando en los  $360^\circ$  transiciones de fase que van de 0 a  $2\pi$  o un múltiplo entero de esta cantidad. En el centro del patrón se obtendrá un vórtice de fase óptico, también conocido como singularidad o dislocación de fase.



**Figura 48.** Esquema del sistema óptico simulado para experimentos con aperturas múltiples y filtros de fase.

Los vórtices son los lugares del frente de onda en donde la fase no está definida, y equivalentemente, son aquellos lugares en donde la intensidad del campo luminoso se anula. Ahora bien, regularmente se asigna con cada vórtice un peso, con signo positivo o negativo, denominado también carga topológica del vórtice, denotando así lo que se conoce como la vorticidad del frente de onda en cada uno de estos puntos singulares, y estableciendo cómo varía la fase alrededor de cada vórtice a lo largo de un circuito que rodea el vórtice. En cada ciclo la fase aumenta o disminuye a razón de un múltiplo entero de  $2\pi$ .



**Figura 49.** Resultados obtenidos de la simulación para sistemas de múltiples aperturas con filtros de fase. En a) se muestra la amplitud del campo difractado correspondiente a un arreglo de 8 aperturas con 10 píxeles ( $10\mu\text{m}$  por píxel) de radio cada una, con sus centros sobre una circunferencia de 100 píxeles de radio, y propagado el campo a una distancia de 1.3 m. En b) se presenta la fase módulo  $2\pi$  para este sistema. En c) y d) se presentan los mismos resultados, de la amplitud y la fase modulo  $2\pi$ , pero en este caso para el campo propagado una distancia de 5 m.

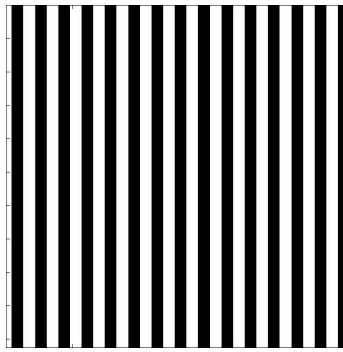
La Figura 49 presenta los resultados obtenidos para una máscara con 8 aperturas, cada una de 10 píxeles ( $10\mu\text{m}$  por píxel) de diámetro, cuyos centros se hayan distribuidos uniformemente sobre una circunferencia de 100 píxeles de radio, y junto con esta máscara, se encuentra un filtro de fase que va de 0 a  $2\pi$  en una rotación completa, con 8 sectores de fase constante, con saltos de  $\pi/4$  entre sectores consecutivos. En a) se presenta la amplitud real de la luz propagada a una distancia de 1.3 m a partir del plano de entrada, y en b) se presenta la fase módulo  $2\pi$  de dicho patrón. En c) y d) se presenta la amplitud y fase módulo  $2\pi$  para el mismo sistema óptico propagado una distancia de 5 m. Note la singularidad de fase predominante en el centro del patrón, que por supuesto no es la única de este mapa de fase.

## 5.4 Auto-imágenes

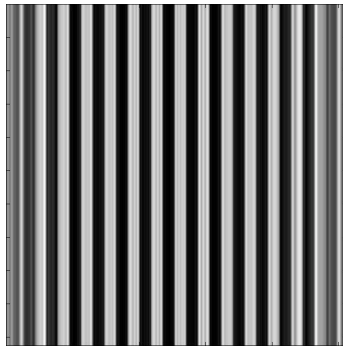
Las auto-imágenes son obtenidas por medio del Efecto Talbot tratado en la sección 4.2; en este caso un haz plano incide sobre una red difractiva de amplitud o fase. y al propagar una distancia conocida como la distancia Talbot o un múltiplo de ésta (ver Ecuación 4.1), se obtiene una autoimagen de la red ubicada en el plano de entrada, esto es, una réplica exacta de la red. Si la luz difractada se propaga una distancia equivalente a la mitad de (ó un número semientero de veces) la distancia Talbot, se obtendrá una red de contraste invertido.

### 5.4.1 Redes de Amplitud

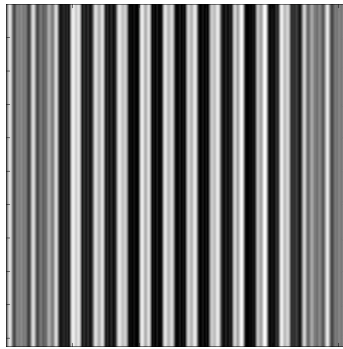
Para extender los resultados obtenidos en la sección 4.2, se presentan las auto-imágenes de otro objeto de Montgomery; en la Figura 51 se muestran los patrones de amplitud obtenidos al situar una red de Ronchi, una red periódica binaria, con un periodo de 70 píxeles (0.7 mm) en el plano de entrada. En a) se ilustra la red de Ronchi empleada, en b) el mapa de amplitud obtenido (con contraste invertido) al propagar la luz difractada de esta red una distancia de 75 cm, correspondiente a un medio de la distancia Talbot, y en c) el mapa de amplitud o autoimagen de contraste directo, obtenida al ubicar el plano de observación a una distancia de 150 cm, correspondiente a la distancia Talbot.



a)



b)

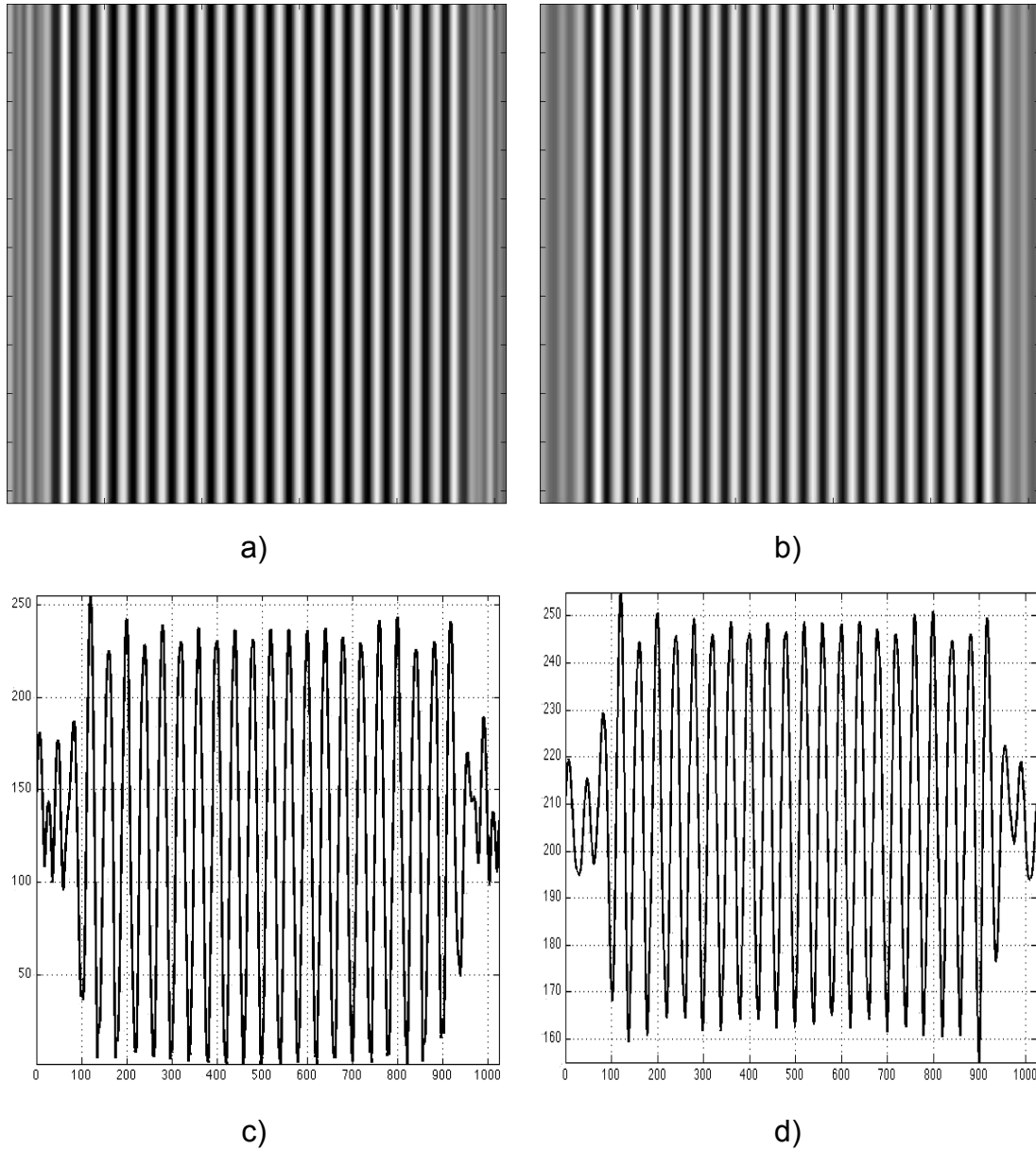


c)

**Figura 51** Efecto Talbot para una red de Ronchi. En a) una red de 70 píxeles (0.7 mm) de período, en b) el mapa de amplitud obtenido al propagar la luz proveniente de la red a la mitad de la distancia Talbot, en c) el mapa de amplitud a la distancia Talbot.

En el módulo computacional es posible definir la modulación de las franjas, entre cero y uno para las redes de amplitud. El efecto de la modulación en la propagación de la luz difractada por una red cosenoidal se ilustra en la Figura 52. En a) la luz difractada por una red con un período de 40 píxeles (0.4 mm) es

propagada a la distancia Talbot, obteniéndose mapas de amplitud para la red con modulación uno. En b) el resultado análogo, pero con una red cuya modulación es 0.2. En c) y d) se muestran los perfiles transversales respectivos normalizados a 255.

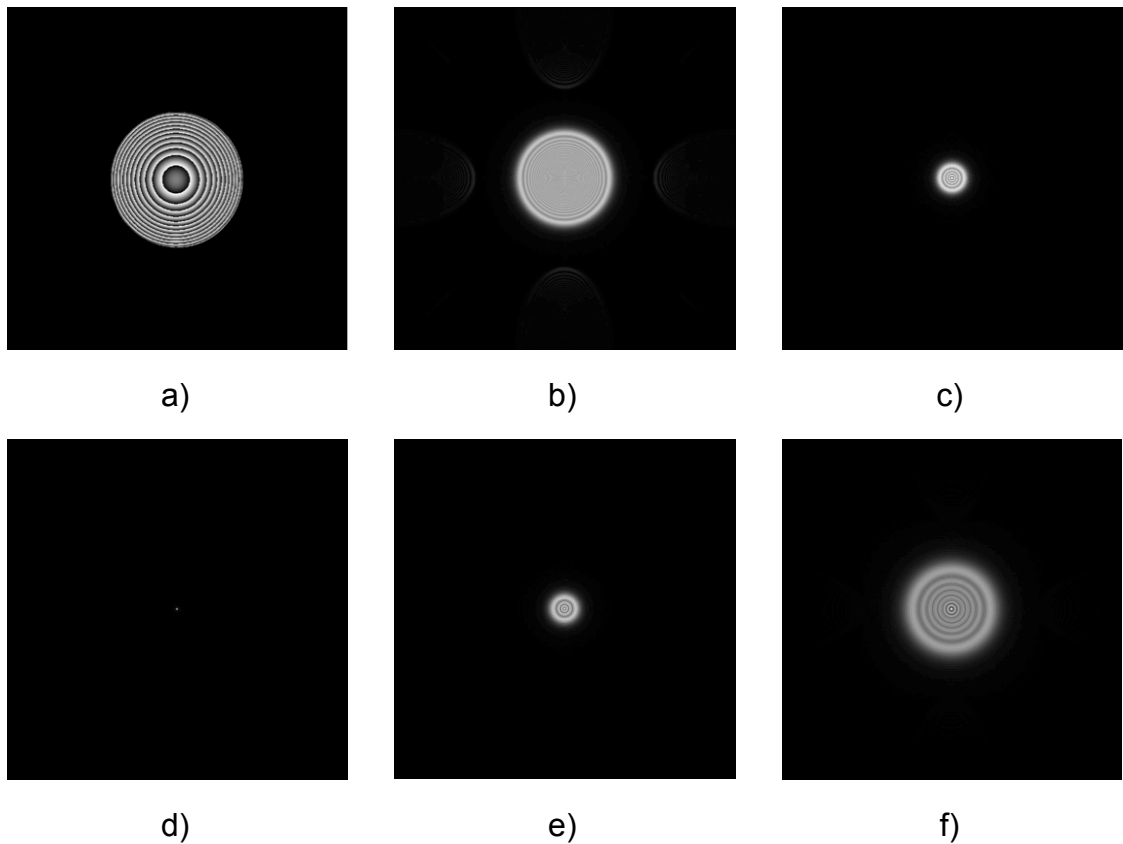


**Figura 52.** Franjas para un experimento de efecto Talbot con una red cosenoidal con período de 40 píxeles (0.4 mm) propagado a la distancia Talbot, en a) mapa de amplitud para red con modulación 1, en b) mapa de amplitud para red con modulación 0.2, en c) y d) perfiles de amplitud transversales normalizados a 255, correspondientes a los mapas de amplitud presentados en a) y b) respectivamente.

## 5.5 Focalización de haces y formación de imágenes mediante lentes

### 5.5.1 Foco Gaussiano

En la Figura 53 se presenta un seguimiento de la propagación de la luz difractada a partir de una lente simple sin aberraciones, expandiendo los resultados obtenidos en la Sección 4.3. Note que para distancias de propagación cercanas a la distancia focal de la lente, tanto adelante y atrás de la misma, los patrones de difracción son muy similares.



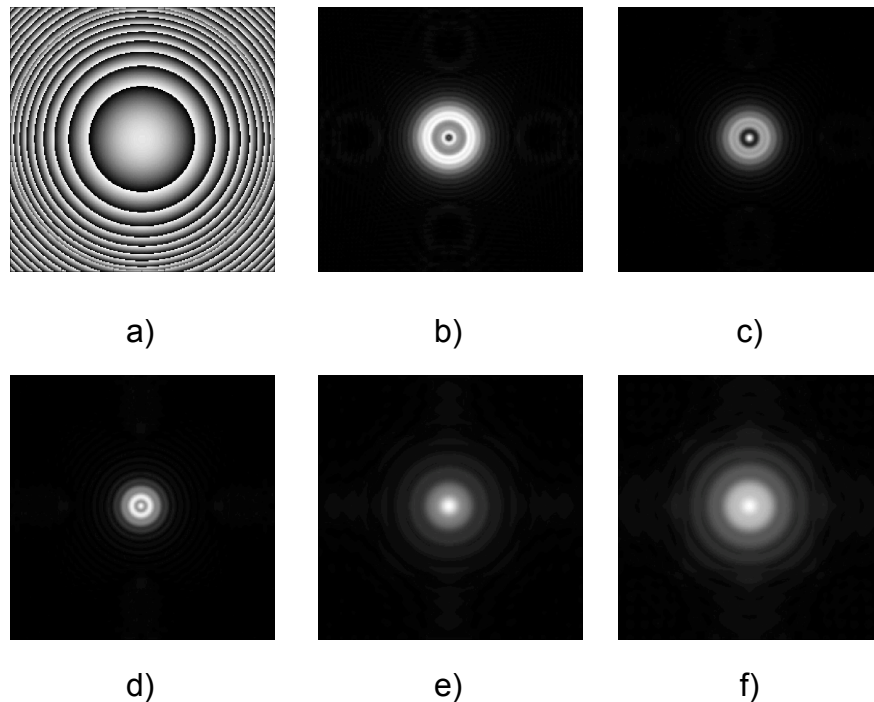
**Figura 53.** Mapas de amplitud de la luz difractada por una apertura a) de 250 píxeles de radio empleada como diafragma de apertura en el plano de una lente de foco 250 mm propagada una distancia de: b) 10 cm, c) 20 cm, d) 25 cm, e) 30 cm, f) 40 cm.

### 5.5.2 Foco Con Aberraciones para lentes Esféricas

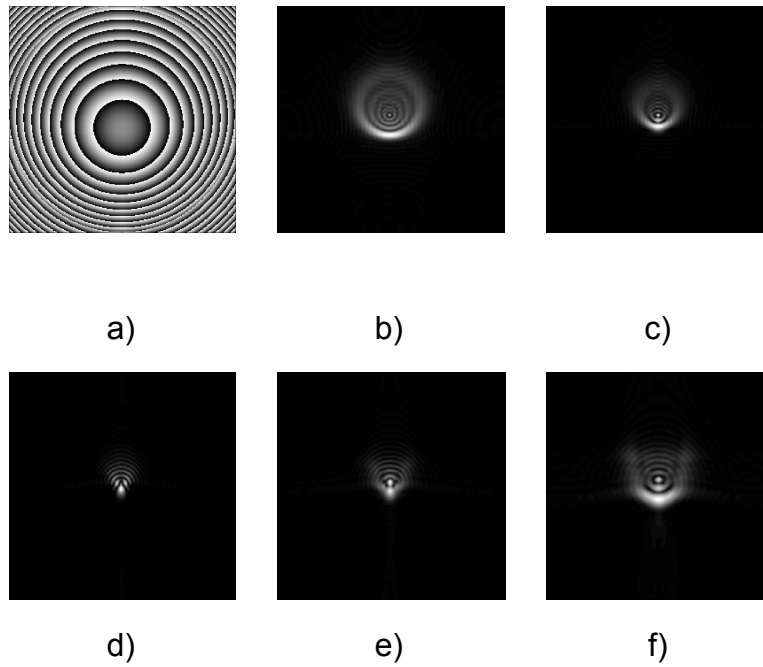
El módulo computacional brinda la posibilidad de introducir aberraciones en las lentes esféricas, empleando polinomios de Zernike, los cuales forman un conjunto de funciones de potencias en coordenadas polares, que son ortogonales a un círculo de radio 1; esto permite una adecuada simulación de las aberraciones en lentes esféricas, ya que estos polinomios se ajustan perfectamente a la geometría circular de las lentes.

Se simula un experimento similar al ilustrado en la Figura 33, donde un haz plano incide sobre una lente, y la luz difractada de esta lente se propaga hasta la distancia focal; se toman algunas imágenes adicionales de la amplitud obtenida para propagaciones a distancias antes y después de la distancia focal de la lente.

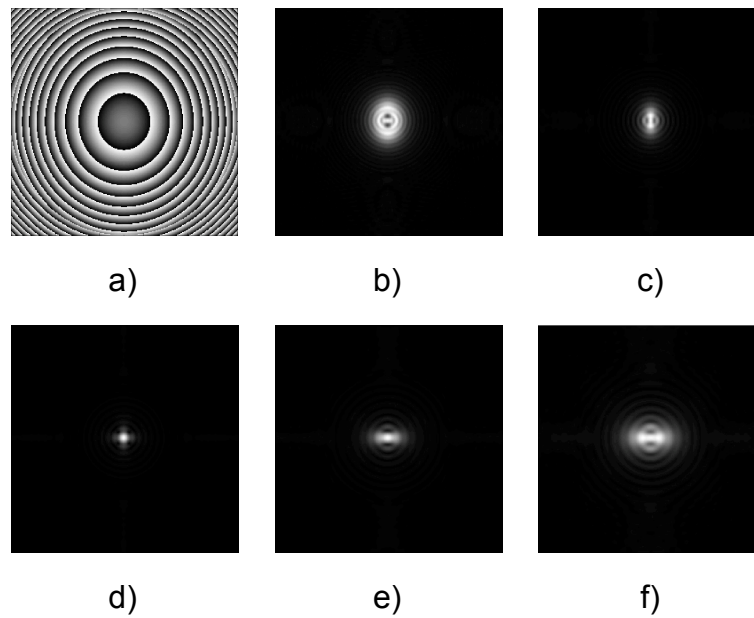
En las figuras 54 a 56 se presentan las lentes (como mapas de fase módulo  $2\pi$ ) y los mapas de amplitud obtenidos al propagar la luz difractada de una lente con diferentes tipos de aberración. El foco se encuentra a 150 mm a la distancia focal. Note que en presencia de aberración esférica se presentan cambios ostensibles en los patrones de amplitud obtenidos al propagar distancias antes y después de la distancia focal. Las aberraciones simuladas son: Aberración Esférica, Coma y astigmatismo [2]



**Figura 54.** Mapas de amplitud obtenidos de la difracción de luz a partir de una lente con aberración esférica y de foco 150 mm ilustrada en a), al ser propagada una distancia de: b) 10 cm, c) 12 cm, d) 15 cm, e) 30 cm, f) 33 cm.



**Figura 55.** Mapas de amplitud obtenidos de la difracción de luz a partir de una lente con coma y de foco 150 mm ilustrada en a), al ser propagada una distancia de: b) 10 cm, c) 12 cm, d) 15 cm, e) 17 cm, f) 20 cm-



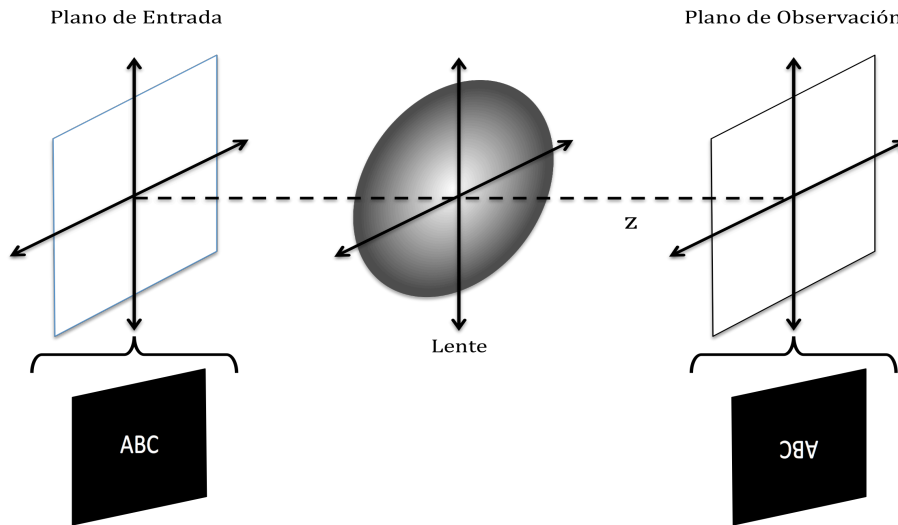
**Figura 56.** Mapas de amplitud obtenidos de la difracción de luz a partir de una lente con astigmatismo y de foco 150 mm ilustrada en a), al ser propagada una distancia de: b) 10 cm, c) 12 cm, d) 15 cm, e) 18 cm, f) 20 cm.

### 5.5.3 Formación de imágenes mediante Lentes Esféricas

A partir de una imagen cargada como tramitancia de amplitud la luz es propagada a través del espacio libre una distancia dada hasta un plano donde se encuentra una lente, posteriormente el campo transformado por la lente es propagado nuevamente hasta el plano de salida, como se ilustra en la Figura 57. Las distancias de propagación y el foco de la lente se encuentran relacionados por la formula de lentes para lentes delgadas:

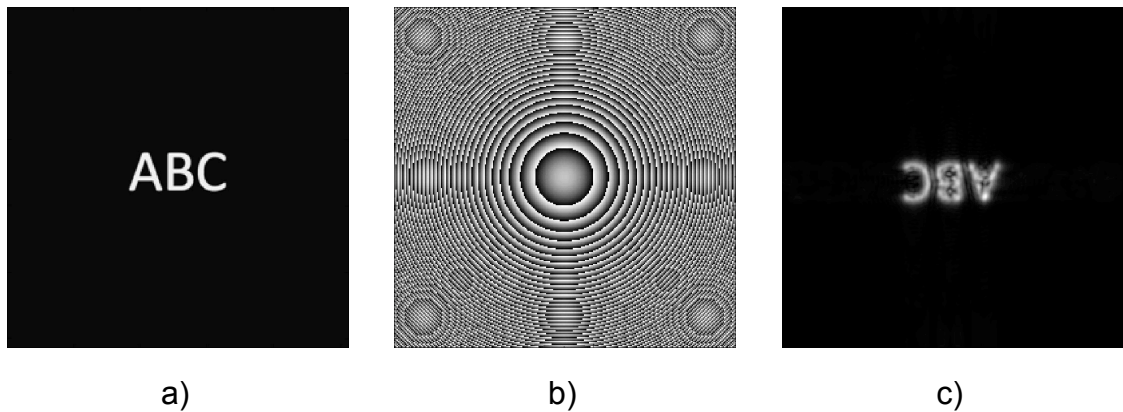
$$\frac{1}{S_1} + \frac{1}{S_2} = \frac{1}{f} \quad (5.5)$$

en donde  $S_1$  es la distancia (objeto) del plano de entrada a la lente,  $S_2$  es la distancia (imagen) de la lente al plano de salida, y  $f$  es el foco de la lente, positivo para las lentes convergentes y negativo para las divergentes. Las distancias  $S_1$  y  $S_2$  también obedecen leyes de signos bien conocidas, dependiendo del carácter real ó virtual de los objetos y las imágenes.



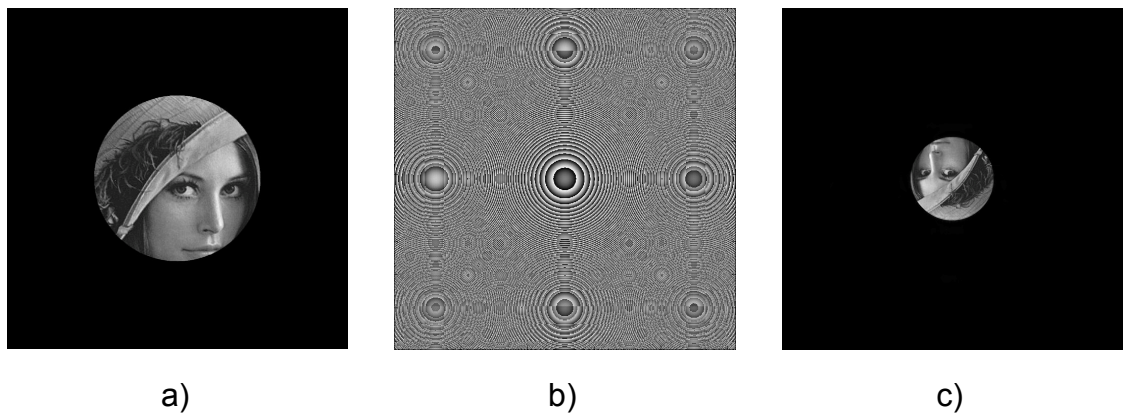
**Figura 57.** Esquema del experimento para formación de imágenes a partir de una lente esférica.

En la Figura 58 se presenta un sistema formador de imagen constituido por una lente esférica con una aberración (se simularon problemas de geometría y no es posible encontrar el foco exacto) y de magnificación -1.

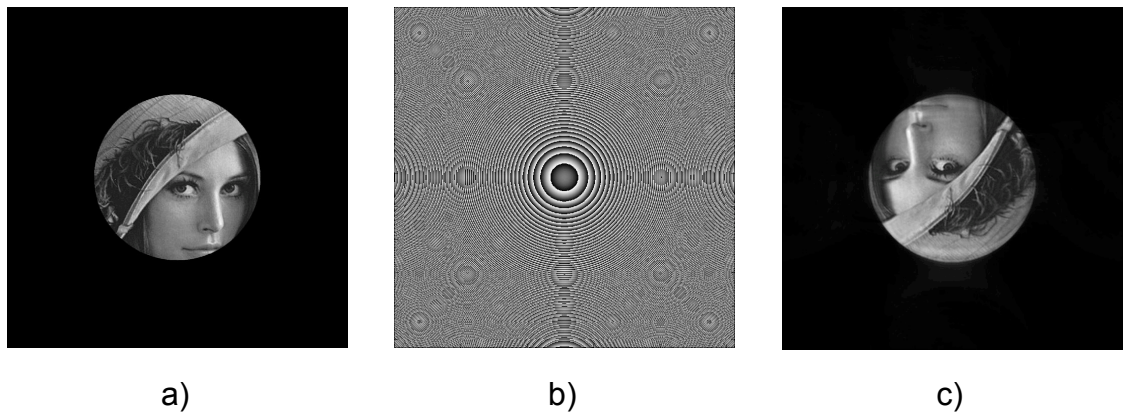


**Figura 58.** Sistema de formación de imagen de magnificación -1 para una lente con desenfoque: en a) transmitancia de amplitud, b) lente de 50 mm de foco con aberración, f) imagen reconstruida para el sistema con aberración.

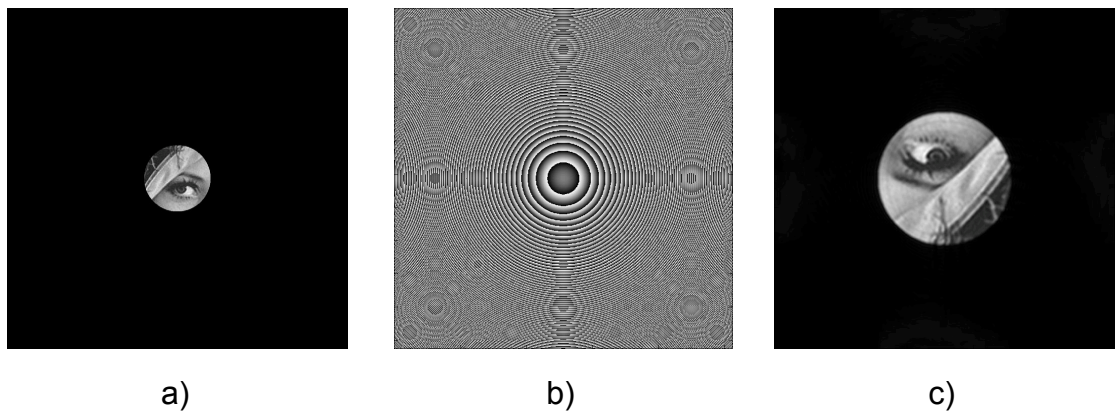
En las figuras 59 a 61 se ilustran 3 simulaciones de experimentos de formación de imagen, presentando resultados para magnificaciones de  $-1/2$ ,  $-1$  y  $-2$  respectivamente, para la luz difractada desde una imagen ubicada 55 cm delante de la lente.



**Figura 59.** Ejemplo de formación de imagen para la luz difractada por la transmitancia de amplitud (Lena) presentada en a), con una distancia objeto de 55cm, y siendo utilizada una lente convergente representada como un objeto de fase en b) con distancia focal de 183 mm. Para obtener la imagen, la luz es propagada nuevamente (a partir de la lente) una distancia de 27.5 cm para obtener la imagen que se muestra en c), invertida con magnificación  $-1/2$ .

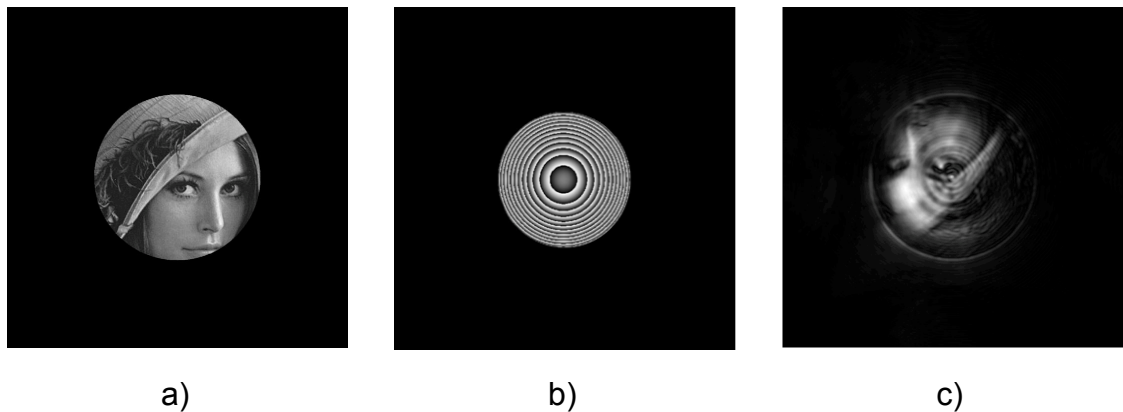


**Figura 60.** Ejemplo de formación de imagen para la luz difractada por la tramitancia de amplitud presentada en a). La luz se propaga una distancia de 55cm, hasta una lente b), con distancia focal de 275 mm. La luz es propagada nuevamente una distancia de 55 cm para obtener una imagen c) invertida con magnificación -1.



**Figura 61.** Ejemplo de formación de imagen para la luz difractada por la tramitancia de amplitud presentada en a). La luz es propagada una distancia de 55cm hasta una lente b), con distancia focal de 360 mm; la luz es propagada nuevamente una distancia de 1.1 m para obtener una imagen c), invertida con magnificación -2.

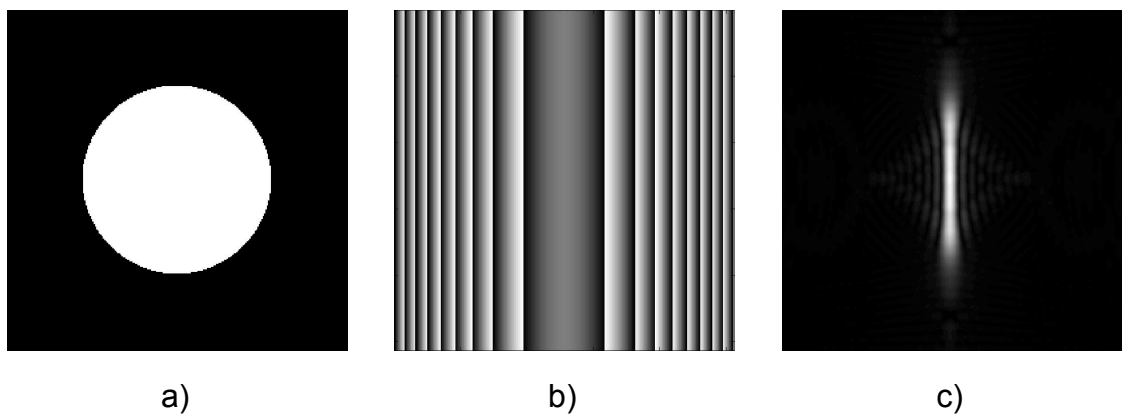
En la Figura 62 se presenta la pérdida de la resolución de la imagen reconstruida debido a la ubicación de un diafragma iris en el plano de la lente, limitando la pupila y la apertura angular del sistema. Puede compararse este resultado con el de la Figura 60.



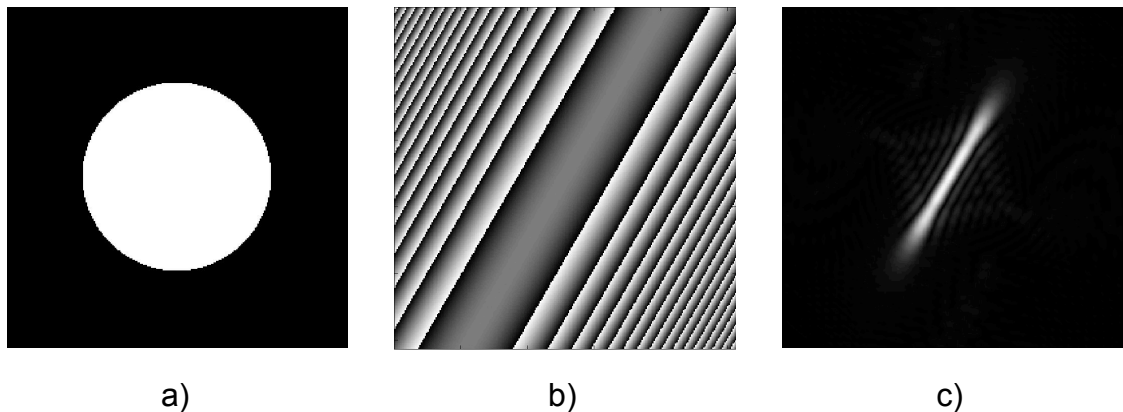
**Figura 62.** Ejemplo del efecto de la pupila en la formación de imagen para la luz difractada de la transmitancia de amplitud presentada en a). Los parámetros del sistema son los de la Figura 60, excepto que en el plano de la lente b) se colocó un diafragma de 200 píxeles (2 mm) de diámetro.

#### 5.5.4 Lentes Cilíndricas

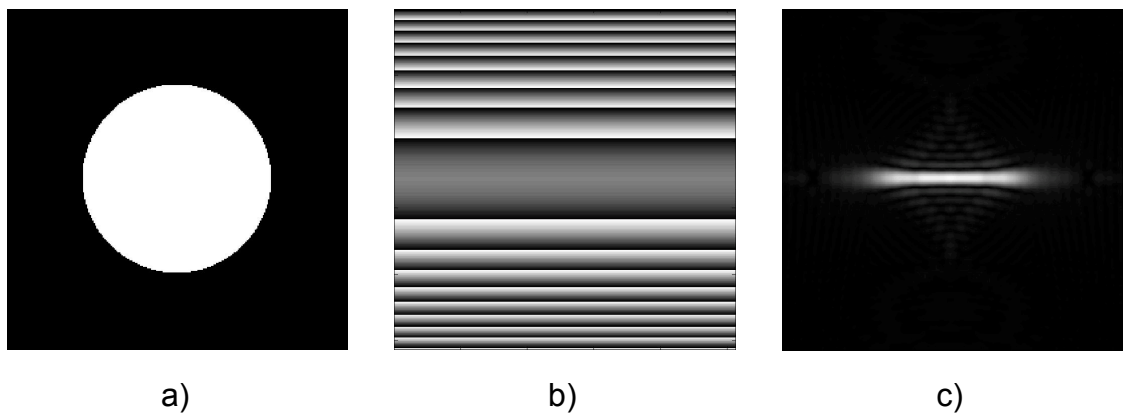
Este tipo de lentes se constituye con base en secciones de cilindros, y enfocan la luz en una línea y no en un punto como lo hacen las lentes esféricas; este tipo de lentes alteran el camino óptico del campo incidente en una dirección y lo dejan inalterado en otra. En las figuras 63 a 65 se presenta la focalización de una apertura con 200 píxeles (2 mm) de radio, empleando lentes cilíndricas de 15 cm de foco formando ángulos de  $0^\circ$ ,  $30^\circ$  y  $90^\circ$  con respecto a la vertical.



**Figura 63.** Focalización empleando lente cilíndrica a  $0^\circ$ , en a) apertura de 200 píxeles (2 mm) de radio, b) lente cilíndrica de 15 cm de foco, c) mapa de amplitud en la distancia focal.



**Figura 64.** Focalización empleando lente cilíndrica con su eje formando  $30^\circ$  respecto a la vertical; en a) apertura de 200 píxeles (2 mm) de radio, b) lente cilíndrica de 15 cm de foco, c) mapa de amplitud en la distancia focal.

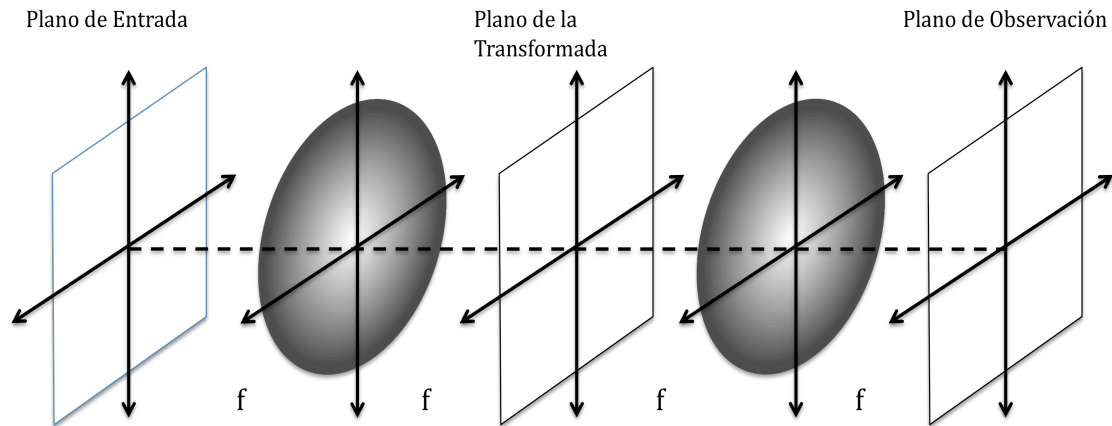


**Figura 65.** Focalización empleando lente cilíndrica a  $90^\circ$  con respecto a la vertical, en a) apertura de 200 píxeles (2 mm) de radio, b) lente cilíndrica de 15 cm de foco, c) mapa de amplitud en la distancia focal.

## 5.6 Transformadas de Fourier y Filtrado Espacial

Partiendo de la capacidad del módulo computacional para realizar múltiples procesos de propagación, es posible la simulación de experimentos en los cuales se requiere la introducción de múltiples elementos ópticos; un ejemplo de esto son los sistemas formadores de imagen  $4f$  (también conocidos como ordenadores ópticos coherentes) donde la luz proveniente desde una tramitancia de amplitud iluminada con un haz plano se difracta una distancia igual a la distancia focal de una lente, incide sobre la lente y se propaga nuevamente una distancia igual a 2 veces la distancia focal de la lente, en donde se sitúa una segunda lente de la

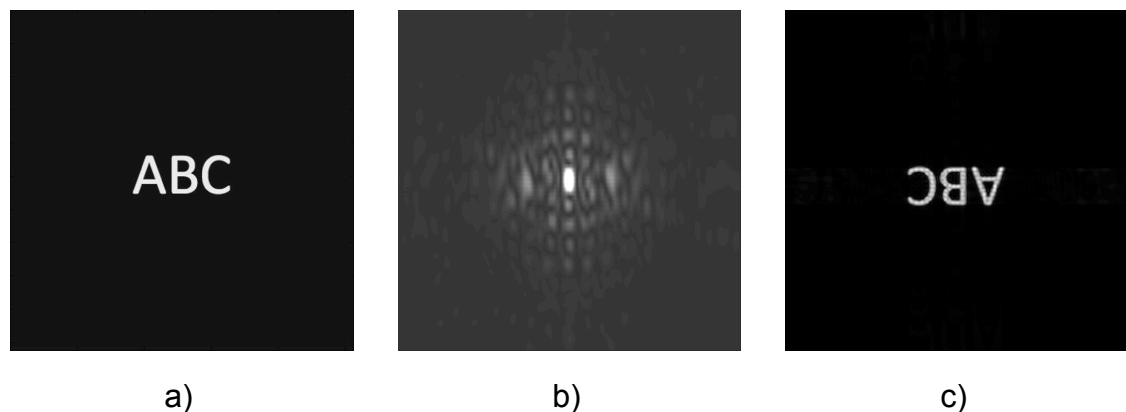
misma naturaleza, y es propagada nuevamente hasta un plano de salida ubicado a la distancia focal de la segunda lente. Este experimento se esquematiza en la Figura 66, donde se puede observar además un plano intermedio ubicado a la distancia focal de la primera lente del sistema; en este plano el campo es la Transformada de Fourier de la tramitancia de amplitud situada en el plano de entrada.



**Figura 66.** Esquema de sistema 4f para formación de imagen.

### 5.6.1 Transformadas y anti-transformadas de Fourier: Espectro e imagen

En la Figura 67 se presenta un ejemplo de la simulación de un sistema 4f, con dos lentes de 1 m de distancia focal; en la tramitancia de entrada se situó una máscara de amplitud con una apertura conformada por las letras ABC.

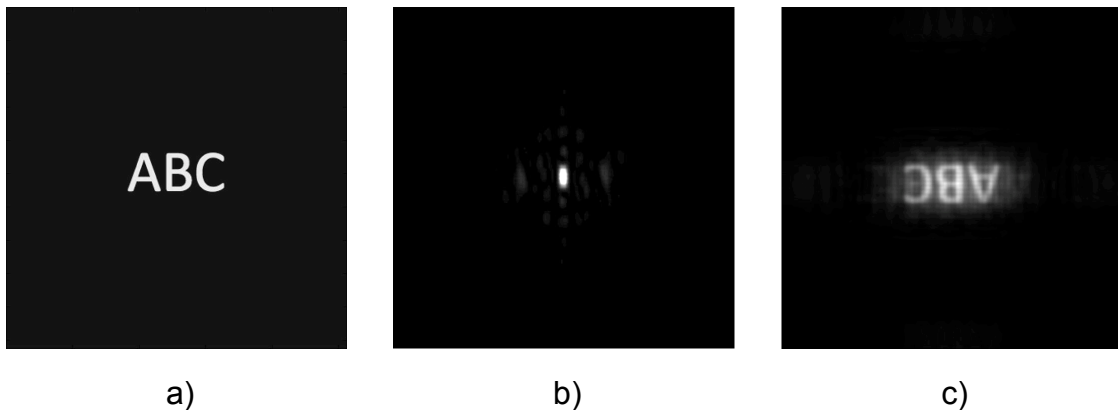


**Figura 67.** Simulación del sistema 4f conformado por dos lentes de distancia focal de 1m obteniendo: a) Tramitancia de amplitud, b) amplitud del campo óptico en el plano de la transformada, c) imagen reconstruida.

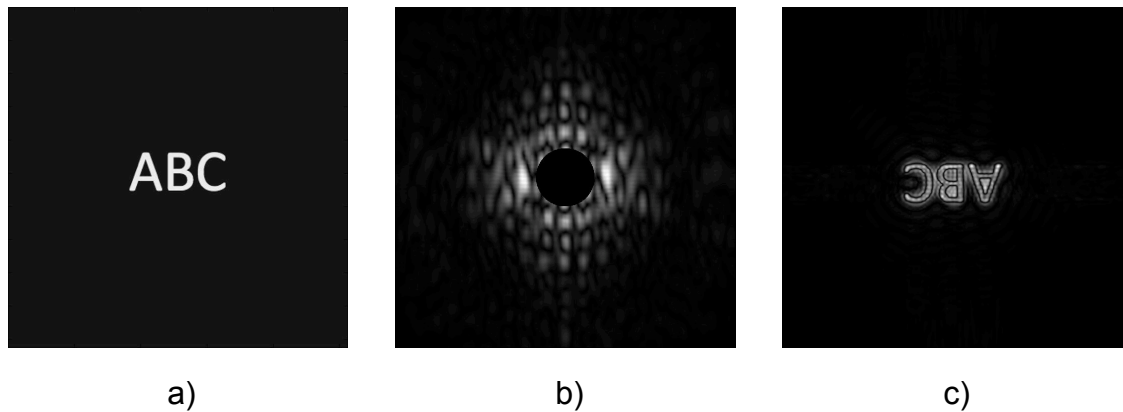
### 5.6.2 Filtrado Espacial: Sistema 4f

En el plano de la transformada tenemos las frecuencias espaciales de la transmitancia de entrada, razón por la cual al aplicar máscaras sobre esta estaremos filtrando total o parcialmente alguna de estas frecuencias. Mediante una apertura en este plano de un radio determinado estaremos filtrando las frecuencias altas en la imagen reconstruida (lo que implica una pérdida en los detalles finos de la imagen), y al situar un obstáculo estaremos filtrando las frecuencias bajas de la imagen (lo que implica una pérdida en los detalles gruesos); este procedimiento es conocido como filtrado espacial.

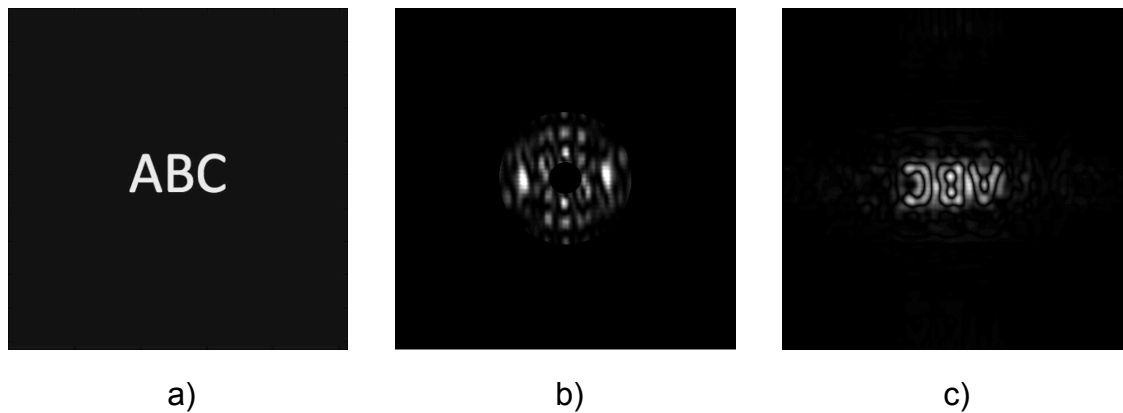
En las figuras 68 a 70 se presentan los resultados obtenidos al filtrar espacialmente una imagen. En la Figura 68 se presenta el efecto de interponer en el plano de la transformada una apertura de 300 píxeles de radio (3 mm), con un efecto notable en la calidad de la imagen; en la Figura 69 el efecto de un obstáculo de 88 píxeles (0.8 mm), en donde se hace evidente la preponderancia de las altas frecuencias en la definición de los bordes de la imagen, y en la Figura 70 los efectos de interponer una apertura de 200 (2 mm) píxeles de radio combinada con un obstáculo de 48 (0.4 mm) píxeles de radio, es decir, un anillo de radios exterior 2mm e interior 0.4mm.



**Figura 68.** Filtrado espacial por apertura: a) Transmitancia de amplitud, b) Transformada de Fourier de la transmitancia de amplitud con una apertura de 300 píxeles (3 mm) de radio, c) Imagen reconstruida



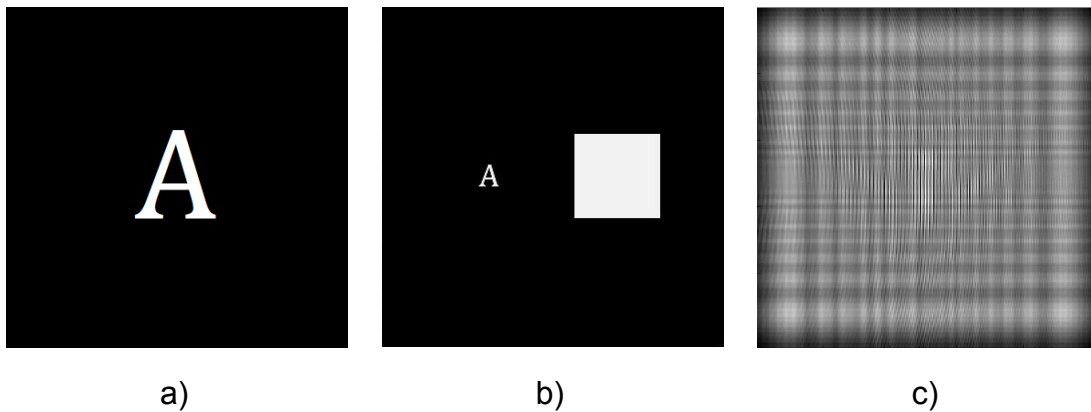
**Figura 69.** Filtrado espacial por obstáculo: a) Tramitancia de amplitud, b) Transformada de Fourier de la tramitancia de amplitud con un obstáculo de 88 píxeles (0.8 mm) de radio, c) Imagen reconstruida.



**Figura 70.** Filtrado espacial por apertura y obstáculo: a) Tramitancia de amplitud, b) Transformada de Fourier de la tramitancia de amplitud con una apertura de 200 píxeles (2 mm) de radio y un obstáculo de 48 píxeles (0.48 mm) de radio, c) Imagen reconstruida.

Estas técnicas son empleadas, entre otros fines, para la reducción del ruido de las imágenes capturadas mediante algunos dispositivos electrónicos; en la Figura 71 se presenta el filtrado espacial de un patrón de franjas proveniente de un experimento interferométrico. Note cómo la tramitancia de entrada original presenta ruido en los bordes de las franjas, pero al utilizar una apertura de 200 píxeles de radio como filtro en un sistema formador de imagen 4f, empleando un sistema de lentes de 400mm de distancia focal, el ruido es notablemente reducido.



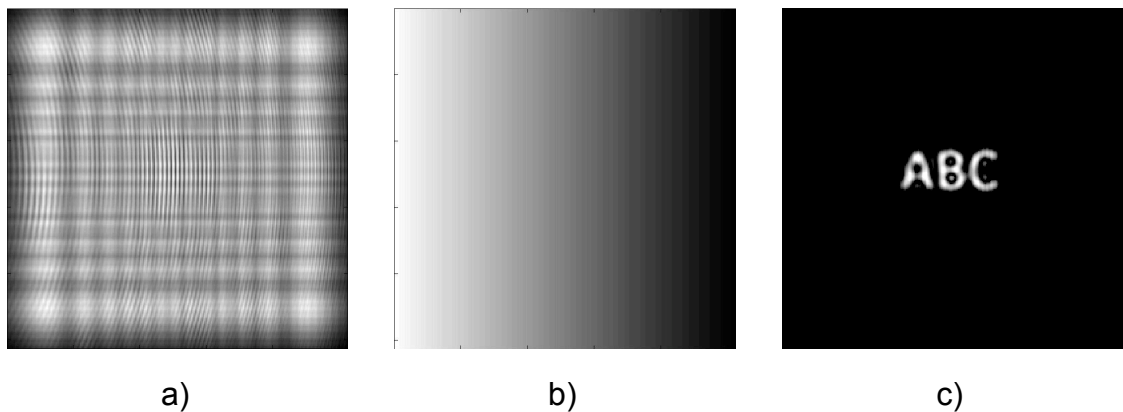


**Figura 72.** Generación de Holograma digital. En a) Imagen a grabar, b) Mascara de tramitancia de amplitud a la izquierda imagen seleccionada y a la derecha iluminación de la cuña, c) holograma digital obtenido.

### 5.7.2 Reconstrucción de Hologramas digitales

Para la reconstrucción de los hologramas digitales generados por el módulo computacional, los datos para la simulación del haz de referencia son mostrados en pantalla, estos datos recrean el haz de referencia conjugado para que la reconstrucción sea posible.

La Figura 73 presenta la reconstrucción de un holograma digital, en a) la imagen que sirve como tramitancia de amplitud; sobre esta se sobrepone la cuña presentada en b), la cual tiene un índice de refracción de 1.77 y un ángulo diedro de  $1.57^\circ$ ; finalmente el holograma digital es reconstruido como se muestra en c).

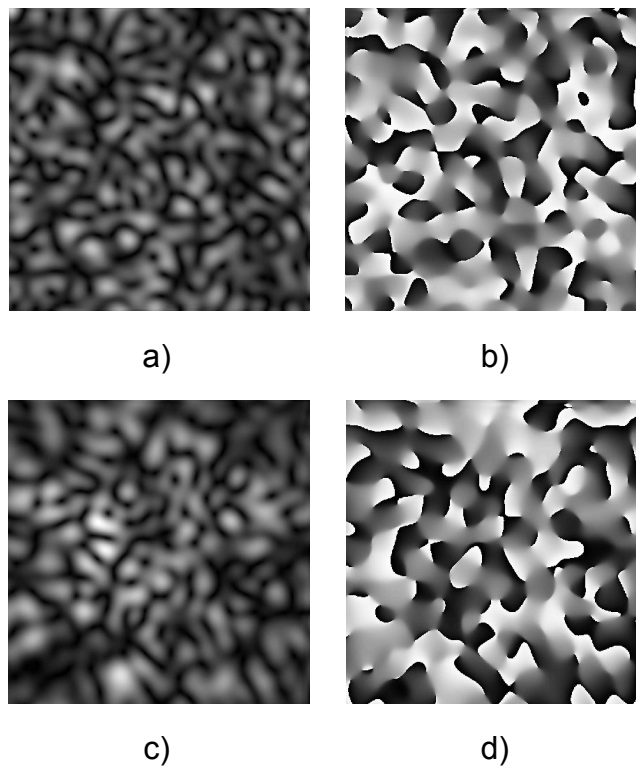


**Figura 73.** Reconstrucción de un holograma digital. En a) se presenta el holograma a reconstruir, en b) cuña para la generación de haz de referencia conjugado con un índice de refracción de 1.77 y un ángulo diedro de  $1.57^\circ$ , c) imagen reconstruida.

## 5.8 Speckle

### 5.8.1 Speckle Objetivo y Subjetivo

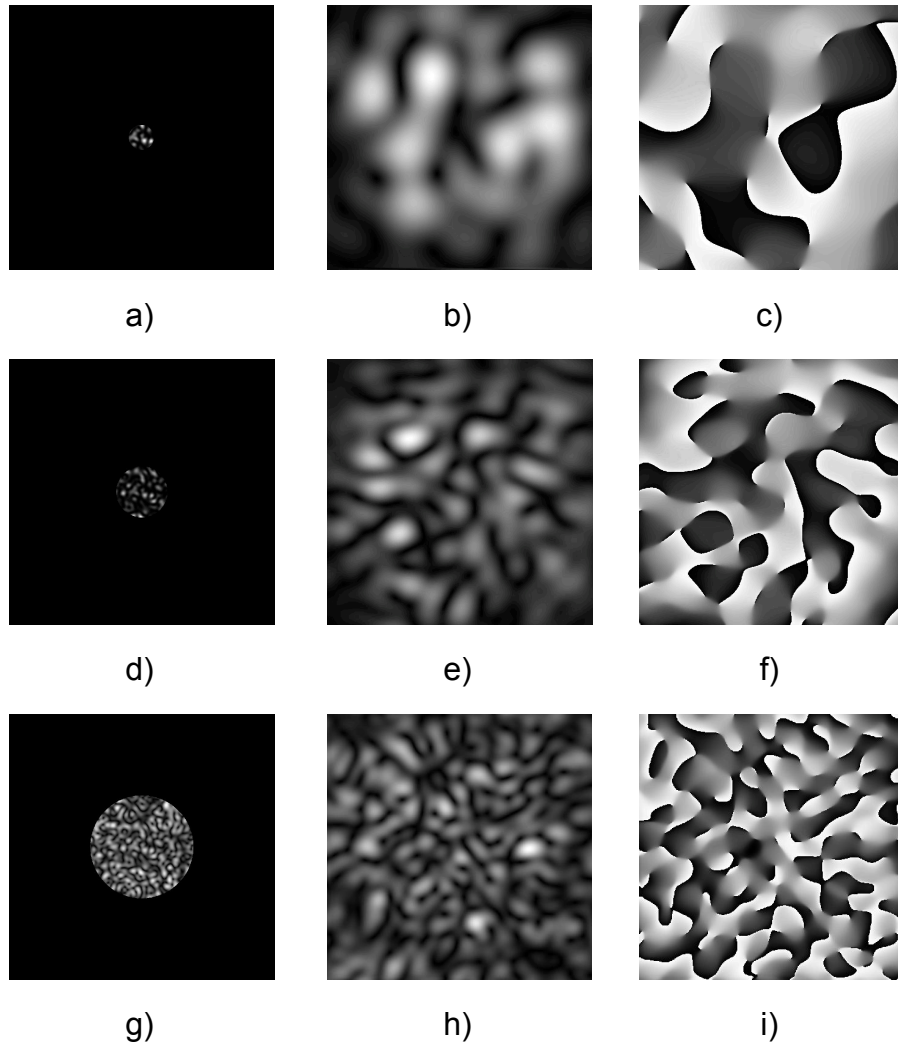
Se presenta un ejemplo de la simulación de campos de speckle objetivo y subjetivo empleando el módulo computacional; para la generación de estos patrones de speckle se situaron en el plano de entrada un difusor y una apertura de 200 píxeles (2 mm) de radio. En el caso del speckle objetivo, el campo difractado por este sistema se propagó hasta una distancia de 2m. En el caso del speckle subjetivo, se generó un sistema formador de imagen a partir de una lente convergente de 1.5 m de distancia focal sobre la cual se ubicó una pupila de 200 píxeles (2 mm); la luz fue propagada (1 m) desde el plano de entrada hasta el plano de la lente y luego hasta el plano de salida una distancia de 2 m. La Figura 74 presenta los mapas de amplitud y fase módulo  $2\pi$  obtenidos al simular este experimento: En a) y b) se presentan la amplitud y la fase para el speckle objetivo y en c) y d) los del speckle subjetivo. Note que ambos pares de mapas son similares. Su equivalencia desde el punto de vista estadístico ha sido analizada en el marco de un proyecto de investigación del Grupo.



**Figura 74.** Mapas de amplitud y fase módulo  $2\pi$  para speckle objetivo y speckle subjetivo. Para el caso del speckle objetivo se presentan en a) y b) la amplitud y el mapa de fase módulo  $2\pi$ , respectivamente; para el speckle subjetivo en c) se presenta la amplitud y en d) la fase módulo  $2\pi$  del campo.

### 5.8.2 Efecto de la Apertura

Para patrones de speckle subjetivo, algunas de las características de los campos de obtenidos son modificadas si en el plano de la lente se interpone un diafragma que limita la pupila del sistema.



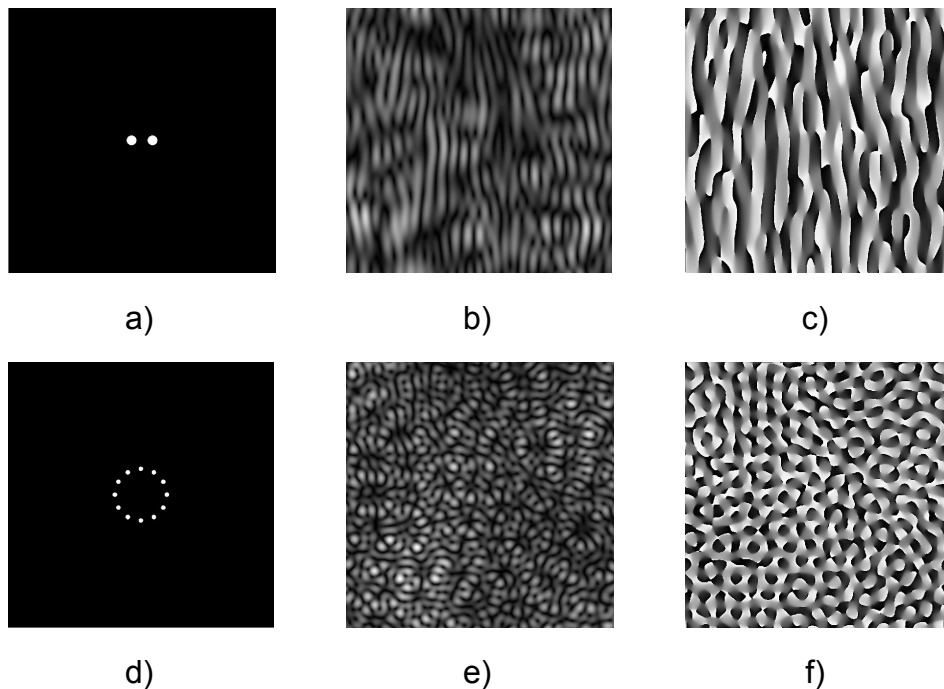
**Figura 75.** Efecto de la ubicación de pupilas en el plano de la lente en el caso del speckle subjetivo; a), d) y g) presentan las diferentes aperturas de (0.5 mm, 1 mm y 2 mm) interpuestas en el plano de la lente para luz que ha sido difractada por un difusor situado a una distancia de 1 m, b), e) y h) presentan los respectivos mapas de amplitud para cada una de estas aperturas y c), f) e i) presentan los mapas de fase módulo  $2\pi$  respectivos.

La Figura 75 muestra el cambio en el tamaño del grano al interponer en el plano de la lente máscaras con aperturas de 0.5 mm, 1 mm y 2 mm de radio. En dicha figura se puede apreciar el efecto de la disminución en el tamaño de grano

producido por el aumento del radio de la apertura. Note que este efecto es observado tanto en los mapas de amplitud como en los de fase.

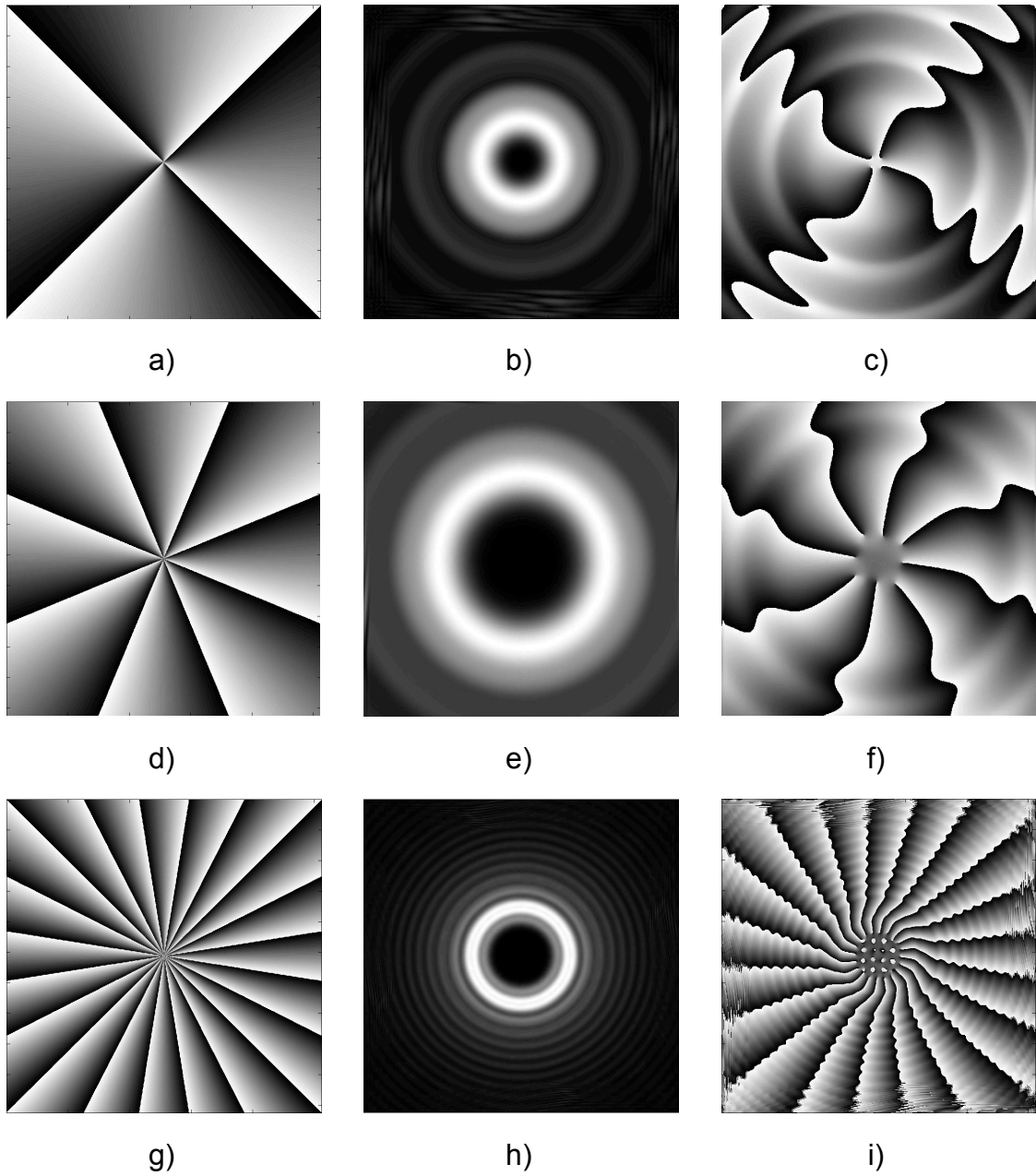
### 5.8.3 Speckle Modulado con dos y múltiples aperturas

Si en vez de una sola apertura situada en el plano de la lente se sitúan 2 o más aperturas, los patrones de speckle obtenido en el plano imagen serán modulados por la interferencia de las ondas provenientes de cada pareja de aperturas. La Figura 76 presenta la amplitud y la fase módulo  $2\pi$  de la modulación de los campos de speckle al interponer en el plano de la lente una mascara con 2 aperturas de 0.2 mm de radio, separadas una distancia de 0.4 mm, y 12 aperturas de 0.1 mm de radio situadas sobre una circunferencia de radio 1 mm. Al comparar los resultados obtenidos en la Figura 47 d) con la Figura 76 e) se puede notar que el campo difractado al interponer un difusor en el plano de entrada sobre las aperturas conserva la formación de las mismas estructuras de interferencia, en este caso conocidas como estructuras sub-speckle.



**Figura 76.** Efecto de la interposición de 2 y 12 aperturas en el plano de la lente para speckle subjetivo, en a) aperturas de 0.2 mm de radio separadas una distancia de 1 mm, en b) mapa de amplitud modulado, c) Fase Módulo  $2\pi$  de este sistema. En d), e) y f) se presentan los resultados obtenidos al interponer 12 aperturas de 0.1 mm de radio, con sus centros distribuidos uniformemente sobre una circunferencia con un 1mm de radio en el plano de la lente, e) mapa de amplitud modulado y f) fase módulo  $2\pi$  del sistema.

## 5.9 Generación de Vórtices de Fase



**Figura 77.** Vórtices generados con discos espirales de fase: en a), d) y g) se presentan discos espirales de fase de 4, 8 y 20 niveles respectivamente; en b) y e) se presentan la amplitud del campo difractado de los discos de 4 y 8 niveles propagado una distancia de 2 m, en h) se presenta la amplitud del campo difractado del disco de 20 niveles propagado una distancia de 50 cm; en c), f) e i), se presentan los respectivos mapas de fase módulo  $2\pi$ .

En la Figura 77 se presentan tres casos de singularidades de fase generadas a partir de discos espirales de fase con 4, 8 y 20 niveles; sobre estos discos espirales de fase se interpone una apertura para corregir los efectos de borde introducidos por el tamaño finito de la ventana; la carga topológica de estos vórtices puede ser conocido *a priori* [3]

## 5.10 Bibliografía

[1] D. Velásquez. Contorneado de Superficies utilizando Holografía Digital. Tesis de Grado para optar al título de Magíster en Física, Universidad Nacional de Colombia, 2006.

[2] M. Born, E. Wolf. "Principles of Optics, 7th Edition", Cambridge University Press, 1999. Pags 517-547

[3] Qiansen Xie, Daomu Zhao, Optical vortices generated by multi-level achromatic spiral phase plates for broadband beams, Optics Communications 281, 2008.

## 6 Conclusiones

La simulación de fenómenos físicos es una herramienta muy útil en la enseñanza y la investigación científica. En este sentido, existen múltiples aplicaciones computacionales dedicadas a la experimentación y simulación de diversos fenómenos físicos, y la óptica no es la excepción. Comercialmente se pueden encontrar diversos programas enfocados a la simulación y emulación de sistemas ópticos que permiten conocer los resultados de la experimentación con gran precisión; pero por regla general son de alto costo y no es posible realizar actualizaciones sobre los mismos, mucho menos adaptarlos a las necesidades propias.

Sobre esta base se desarrolló un módulo computacional dedicado a la síntesis y procesamiento óptico digital, útil en la modelación, experimentación y enseñanza de la óptica física; este módulo, desarrollado en MATLAB® e implementado con énfasis en los fenómenos asociados con la holografía digital y el speckle, cuenta con una interfaz grafica amigable, lo que facilita su uso.

Para realizar este módulo computacional, se apropiaron los conceptos y modelos matemáticos relativos a la propagación de las ondas de luz, dado su rol fundamental en óptica. Especialmente se ahondó en el estudio de la holografía digital y el speckle, y se llevó a cabo una cuidadosa selección de los fenómenos y experiencias de mayor interés, en el contexto de las líneas de investigación del Grupo de Óptica Aplicada y ante la expectativa de aportar una herramienta para el aprendizaje de la óptica en distintos niveles de formación.

La modelación de estas experiencias fue abordada desde la perspectiva más general posible, y presentada metodológicamente mediante una plataforma computacional con algoritmos constitutivos que debieron ser calibrados para la simulación y emulación de experiencias reproducibles, tanto cualitativa como cuantitativamente, en el laboratorio.

La calibración del algoritmo fue realizada con base en experiencias asociadas con la difracción en los regímenes tanto de campo cercano como de campo lejano; específicamente, se apoyó en experimentos básicos de difracción, focalización de haces, formación de autoimágenes y generación de franjas de interferencia. Los resultados obtenidos muestran un excelente acuerdo con las predicciones teóricas asociadas con dichos experimentos para distancias de propagación iguales o mayores a 4cm para todos los tamaños de las ventanas habilitadas.

La utilidad del módulo para la experimentación en óptica digital y el aprendizaje de la óptica fue ilustrada mediante la simulación de diversos fenómenos, incluidos los siguientes: Focalización de haces y formación de imágenes mediante lentes simples (con y sin aberraciones); difracción producida por arreglos de aperturas y obstáculos con distintas geometrías, y redes con perfil cosenoidal, binario, diente

de sierra y triangular; obtención de franjas de Young, con control de la visibilidad y la posición de las franjas; formación de auto-imágenes con objetos de amplitud y fase; síntesis y reproducción de hologramas digitales; filtrado espacial, speckle objetivo y subjetivo, speckle modulado, estructuras sub-speckle; y generación y análisis de mapas de fase y vórtices de fase mediante diversos métodos.

La plataforma computacional fue implementada como un conjunto de subrutinas que operan en el ambiente MATLAB®, integradas en una interfaz gráfica común con el fin de facilitar la actualización del módulo sin perder funcionalidad, de modo que pueda dar respuesta a las necesidades específicas impuestas por el usuario y soportar la investigación que este desarrolle. En concreto, la plataforma presentada, en el estado actual, da respuesta a algunas de las necesidades específicas del Grupo, en áreas como la holografía digital y el speckle modulado.

Actualmente se avanza en la consolidación de nuevas herramientas que complementan este desarrollo, específicamente para apoyar el trabajo en curso del Grupo con miras a la apropiación de las técnicas básicas de la metrología de vórtices, en particular, a través de algoritmos para la localización de vórtices, asignación de cargas topológicas, cálculo de densidades y análisis de propiedades de correlación. Por otra parte, el módulo computacional puede ser adaptado a aplicaciones que requieren conversiones analógico-digitales, añadiendo un algoritmo satélite que incorpore el toolbox de adquisición de datos de MATLAB®.

## 7 Anexos

### 7.1 Publicaciones

Dos publicaciones en evaluación para el evento, RIAO-OPTILAS 2010, VII Reunión Iberoamericana de Óptica (RIO), X Encuentro Latinoamericano de Óptica, Láseres y Aplicaciones (OPTILAS) que se llevara a cabo en la ciudad de Lima Perú, del 20 al 24 de septiembre de 2010.

#### **CLASSICAL DIFFRACTION EXPERIMENTS FOR DIGITAL HOLOGRAPHY ALGORITHM CALIBRATION**

Luciano Ángel Toro, Daniel Sierra-Sosa

Grupo de Óptica Aplicada, Universidad EAFIT

langel@eafit.edu.co

In digital holography, it is recorded an intensity pattern that is associated with the interference of two waves: the object beam and reference beam. This procedure allows storing the phase information of the object beam but coded in the interference pattern, which is an intensity pattern (hologram). In the reconstruction process, an image of the object is achieved by means of a digital operation that reproduces the light propagation through the hologram followed by the propagation through a distance in space. To do this, a discrete version of the Fresnel Transform (DFT) is implemented by using different numerical approaches. In our case, this was achieved by using the algorithm: "Two Dimensional Fast Fourier Transform (2D-FFT)" provided by MATLAB®, with a graphic user interface (GUI) for parameter settings and processing decisions. Among other, the list of the relevant physical parameters includes: wave length, pixel dimensions, number of pixels at the input and output, and propagation distance. To reconstruct the holographic image like in the experiment, the preceding parameters must be properly adjusted. This procedure is referred as the reconstruction system calibration. Several classical experiments, including near and far field diffraction, self-imaging by using both amplitude and phase gratings, Young interference fringes, and using lenses, were conducted for calibration purposes. A comparison between digital and

experimental results, allowed us to set the calibration parameters. Typical results in our analysis are presented to demonstrate the procedure.

Key words: Propagation, Fast Fourier Transform, Digital Holography.

## **SPECKLE FIELDS SYNTHESIS BY USING THE DISCRETE FRESNEL TRANSFORM ALGORITHM**

Luciano Ángel-Toro, Daniel Sierra-Sosa

Grupo de Óptica Aplicada, Universidad EAFIT

langel@eafit.edu.co

This work presents the results concerning the application of a "Discrete Fresnel Transform" algorithm (DFT), conventionally used in digital holography, upgraded for synthesising and experimenting with speckle fields. Speckle fields can be generated both on the basis of "free-space propagation" and "image forming". The MATLAB® software environment was used to implement this algorithm, which allows setting the relevant parameters by using a graphic user interface (GUI). Among other parameters, the wave-length of the illuminating beam and the characteristics of the optical aperture (both for a free propagation and an imaging system) are chosen from the menu. In particular, multiple-apertures pupils can be used to generate modulated speckle fields and sub-speckle structures. Results are presented as intensity and modulo  $2\pi$ -phase maps. As expected, the phase maps reveals the vortices networks, which acts as markers in metrological applications. The intensity and phase distributions on the respective maps are analysed, on the basis of their statistical properties. In particular, we studied the Gaussian nature of speckle, the average dimensions of the associated coherence patches, the internal modulation of speckles, and the vortex detection and location.

Key words: Speckle, Metrology, Phase Dislocations, Vortex Networks.

Publicación aceptada en las memorias del evento "The 2nd International Symposium on Optical Engineering and Photonic Technology: OEPT 2010" en el marco de "The 3rd International Multi-Conference on Engineering and

Technological Innovation: IMETI 2010” que se llevará a cabo en Orlando, Florida del 29 de Junio al 3 de Julio de 2010.