



# Estudio computacional de la transferencia de calor por radiación en campo cercano

Yordani Zambrano Corado

Director: PhD. Jorge León David Caro

Co-Director PhD. Juan Manuel Jaramillo Ocampo

Universidad EAFIT

Medellín-Colombia

2023

# Dedicatoria

Dedico esta tesis a mi familia, por su amor incondicional, apoyo constante y por ser mi fuente de inspiración.

# Agradecimientos

Quiero expresar mi más sincero agradecimiento a todas las personas que contribuyeron de alguna manera en la realización de esta tesis. En primer lugar, agradezco a mis asesores, el PhD Jorge León David Caro y el PhD Juan Manuel Jaramillo Ocampo, por su orientación, apoyo y dedicación a lo largo de este proyecto. Sus conocimientos y consejos fueron invaluable para el éxito de esta investigación.

En segundo lugar, quiero agradecer al profesor Javier Martínez Plazas por ser mi fuente de inspiración desde el pregrado y haber depositado su confianza en mi aquel septiembre del año 2013 cuando decidió que mi primera ponencia a nivel nacional fuera en la Universidad EAFIT en los días de la ciencia aplicada. Gracias a él estoy aquí. No puedo dejar de mencionar a mis amigos del grupo IMPLICA de la Universidad De La Amazonia Su apoyo emocional y palabras de aliento fueron fundamentales para mantenerme motivado durante este proceso.

Por último, quiero expresar mi gratitud a Santiago, Camilo y Omar, quienes se convirtieron en mi familia durante mi estancia en Medellín.

Este logro no hubiera sido posible sin el apoyo y contribución de cada uno de ustedes. ¡Gracias por ser parte de mi camino hacia el objetivo de esta meta académica!

# Contenido

<b>Resumen</b>	<b>vi</b>
<b>Abstract</b>	<b>vii</b>
<b>1 Introducción</b>	<b>1</b>
<b>2 Estado del arte</b>	<b>3</b>
<b>3 Marco teórico</b>	<b>9</b>
3.1 Radiación electromagnética . . . . .	9
3.2 Campo Eléctrico . . . . .	9
3.3 Campo Magnético . . . . .	10
3.4 Ecuaciones de Maxwell . . . . .	10
3.4.1 Ley de Gauss para el campo eléctrico: . . . . .	10
3.4.2 Ley de Gauss para el campo magnético: . . . . .	11
3.4.3 Ley de Faraday de la inducción electromagnética: . . . . .	11
3.4.4 La ley de Ampere-Maxwell: . . . . .	11
3.5 Radiación de un cuerpo negro . . . . .	12
3.6 Teorema de fluctuación y disipación . . . . .	14
3.7 Transferencia de calor por radiación en campo cercano . . . . .	16
<b>4 Metodología</b>	<b>20</b>
4.1 Etapa 1: Desarrollo de un esquema para la comprensión de las ecuaciones de campo cercano . . . . .	20
4.2 Etapa 2: Reconocimiento del lenguaje de programación a utilizar . . . . .	22
4.3 Etapa 3: Definición de las ecuaciones a programar . . . . .	24
<b>5 Resultados</b>	<b>29</b>
5.1 Validación del código desarrollado . . . . .	30
5.2 Análisis de los resultados de la transferencia de calor en campo cercano . . . . .	35
5.3 Estudio de casos específicos . . . . .	36
5.4 Análisis detallado del código desarrollado . . . . .	36
<b>6 Discusión</b>	<b>40</b>
<b>7 Conclusiones</b>	<b>42</b>

# Indice de Figuras

3.1	Flujo espectral de calor para dos cuerpos negros . . . . .	14
3.2	Placas planas paralelas . . . . .	16
3.3	Tunelamiento de fotones . . . . .	17
3.4	Vectores en campo cercano . . . . .	18
5.1	Movilidad de tipo n . . . . .	31
5.2	Movilidad de tipo p . . . . .	31
5.3	Parte real de la permitividad . . . . .	32
5.4	Parte imaginaria de la permitividad . . . . .	33
5.5	Flujo espectral de calor . . . . .	34
5.6	Flujo total de calor . . . . .	34
5.7	Diagrama de flujo . . . . .	38

# Indice de Tablas

4.1	Ecuaciones de permitividad para la TCRCC según diferentes autores	21
4.2	Ecuaciones de flujo espectral para la TCRCC según diferentes autores	21
4.3	Ecuaciones de flujo total de calor para la TCRCC según diferentes autores . . . . .	22
4.4	Comparación entre lenguajes de programación . . . . .	24

# Resumen

El objetivo de la presente investigación es realizar un estudio computacional de la transferencia de calor por radiación en campo cercano (TCRCC) considerando la gran importancia que este fenómeno tiene en diferentes aplicaciones tecnológicas. Para poder implementar nuevos sensores o actuadores con mejores prestaciones que los actuales se hace necesario modelar el fenómeno de la TCRCC y ver el comportamiento en nuevos materiales, con el fin de optimizar esta propiedad en ellos. La investigación que se ha desarrollado es de carácter descriptivo ya que se utilizó un método de análisis para lograr caracterizar un fenómeno físico a través de sus propiedades, sumado a lo anterior se han tenido en cuenta diferentes criterios de clasificación para poder sistematizar ecuaciones involucradas en la teoría que fundamenta dicho fenómeno.

Se espera con este documento proporcionar una comprensión clara de la transferencia de calor por radiación en campo cercano (TCRCC), un fenómeno que se rige por las leyes de la interacción entre la radiación electromagnética y la materia a escala cuántica. Para lograr esto, se presentarán códigos de simulación abiertos que permitirán a otros investigadores utilizarlos como referencia y allanar el camino para nuevas investigaciones. Es importante destacar que, dada la complejidad de la teoría que explica y permite modelar la TCRCC, es necesario tener conocimientos básicos de la electrodinámica cuántica y la estadística. Además, se requiere una comprensión sólida de la termodinámica y la física del estado sólido para comprender cómo se transfiere el calor a través de la materia. Es importante tener en cuenta que la información sobre los procedimientos matemáticos utilizados para obtener resultados en la mayoría de las publicaciones es limitada, lo que hace que este documento sea una referencia valiosa y precisa para el diseño de nuevos programas y la profundización en este tema.

Finalmente, este documento ofrece una comprensión detallada de las ecuaciones que rigen la transferencia de calor por radiación térmica en campo cercano entre placas planas paralelas. Se inicia con un análisis exhaustivo del estado del arte, que abarca las publicaciones más relevantes sobre la TCRCC, identificando avances, limitaciones y brechas en el conocimiento actual. Posteriormente, se presenta el marco teórico que sustenta la investigación, basado en la teoría de fluctuaciones electromagnéticas y el intercambio de energía térmica. Se describe la metodología empleada, incluyendo la implementación de códigos de simulación abierta y su validación a través de resultados de artículos específicos en un programa en lenguaje FORTRAN. Luego se presentan los resultados obtenidos y se discuten en detalle.

# Abstract

The objective of this research is to carry out a computational study of Near-Field Radiative Heat Transfer (NFRHT) considering the great importance that this phenomenon has in different technological applications. In order to implement new sensors or actuators with better performance than the current ones, it is necessary to model the NFRHT phenomenon and see its behavior in new materials, in order to optimize this property in them. The research that has been developed is descriptive in nature since an analysis method was used to characterize a physical phenomenon through its properties. In addition, different classification criteria have been taken into account to systematize equations involved in the theory that underlies this phenomenon.

This document aims to provide a clear understanding of NFRHT, a phenomenon governed by the laws of interaction between electromagnetic radiation and matter at the quantum scale. To achieve this, open simulation codes will be presented, which will allow other researchers to use them as a reference and pave the way for new research. It is important to note that, given the complexity of the theory that explains and allows to model NFRHT, basic knowledge of quantum electrodynamics and statistics is required. In addition, a solid understanding of thermodynamics and solid-state physics is required to understand how heat is transferred through matter. It is important to note that information on the mathematical procedures used to obtain results in most publications is limited, making this document a valuable and accurate reference for the design of new programs and the deepening of this topic.

Finally, this document offers a detailed understanding of the equations that govern the Near-Field Radiative Heat Transfer between parallel flat plates. It begins with a thorough analysis of the state of the art, which covers the most relevant publications on NFRHT, identifying advances, limitations, and gaps in current knowledge. Subsequently, the theoretical framework that underlies the research is presented, based on the theory of electromagnetic fluctuations and thermal energy exchange. The methodology used is described, including the implementation of open simulation codes and their validation through results from specific articles in a FORTRAN language program. Then, the results obtained are presented and discussed in detail.

# Capítulo 1

## Introducción

El fenómeno de la transferencia de calor por radiación térmica en campo cercano se da cuando la longitud de onda dominante, es decir, la longitud de onda que tiene la mayor contribución en el proceso de transferencia de calor por radiación, entre dos cuerpos a determinada temperatura es mayor o del mismo orden que la distancia que los separa. En el caso de dos placas planas paralelas, la longitud de onda dominante se encuentra típicamente en el rango del infrarrojo cercano (NIR, por sus siglas en inglés), que va desde los 780 nanómetros hasta los 1 micrómetros. Sin embargo, en sistemas más complejos o con materiales diferentes, la longitud de onda dominante puede variar.

En el siglo pasado, existía una gran dificultad para la construcción y el proceso experimental al querer poner dos placas paralelas alineadas y muy cercanas entre sí, del orden de micras o nanómetros. Con el advenimiento de los procesos de fabricación a escala micrométrica o nanométrica, se superó esta dificultad en gran medida [1]. Teniendo en cuenta que es posible fabricar estas estructuras a esas escalas, donde este fenómeno se vuelve relevante, se han elaborado muchas investigaciones a partir de diferentes materiales como, por ejemplo, placas conductoras, placas semiconductoras, o placas dieléctricas [2–5].

La teoría física que envuelve este fenómeno exige conocimientos previos en áreas como termodinámica, mecánica cuántica y electromagnetismo avanzado. El siguiente trabajo presenta de forma ordenada y adecuada con un carácter más fenomenológico, el desarrollo de la teoría de manera que otra persona pueda apropiarse de estos conceptos sin necesidad de traer a colación todo el desarrollo teórico que se necesita para enfrentar problemas en este campo de la física. En paralelo a este documento y siendo el principal objetivo del trabajo, se ha realizado un análisis computacional a partir del cual se puedan validar algunos de los resultados de la literatura y explorar el comportamiento del fenómeno de campo cercano en otros nuevos materiales.

## Objetivos

### Objetivo General

Realizar un estudio computacional de la transferencia de calor por radiación entre placas planas paralelas las cuales están separadas a una distancia del orden o menor que la longitud de onda dominante.

### Objetivos Específicos

1. Describir la fenomenología de la transferencia de calor por radiación térmica en campo cercano.
2. Implementar numéricamente las ecuaciones que modelan el fenómeno físico transferencia de calor por radiación térmica entre placas planas paralelas en campo cercano.
3. Desarrollar un modelo computacional que permita el análisis del fenómeno de transferencia de calor por radiación en campo cercano entre placas planas paralelas mediante un código abierto.

# Capítulo 2

## Estado del arte

Las investigaciones recientes en la TCRCC se han centrado tanto en aspectos teóricos como experimentales. En el lado teórico, los investigadores han desarrollado nuevos modelos para comprender y predecir la transferencia de calor entre dos objetos cercanos. Estos modelos suelen involucrar el uso de la teoría electromagnética, que permite a los investigadores calcular la transferencia de calor radiactiva entre dos superficies como una función de la distancia de separación, las propiedades del material y la temperatura [6, 7]. También se han realizado estudios experimentales para investigar la TCRCC. Estos estudios suelen implicar el uso de equipos especializados, como la microscopía térmica por escaneo o dispositivos micro fabricados, para medir la transferencia de calor entre dos superficies. Estos experimentos han proporcionado información valiosa sobre los mecanismos fundamentales de la transferencia de calor en campo cercano y han ayudado a validar los modelos teóricos [8].

Teniendo en cuenta lo anteriormente mencionado se han considerado algunos criterios para la elaboración del presente estado del arte como lo son la relevancia de artículos y estudios más significativos que se han publicado en los últimos años en el campo de TCRCC, el impacto potencial de dichos artículos para futuras investigaciones y finalmente la calidad de estos basado en su diseño experimental, metodología y análisis. Al considerar estos criterios el presente documento proporciona una visión general, completa y actualizada sobre la TCRCC enfocada en los objetivos que rigen la presente investigación. El primer estudio experimental donde se logró observar los efectos de la TCRCC fue el realizado por Hargreaves [9], él presenta una investigación sobre la transferencia de energía electromagnética entre dos placas metálicas paralelas a diferentes temperaturas en función de su separación. En dicha investigación se tomaron dos placas con recubrimiento de cromo y se le separó a una distancia de  $2,5\mu m$ , la cual era menor que la longitud de onda dominante establecida en un valor de  $25\mu m$ . Las placas se encontraban a temperaturas de  $323K$  y  $306K$  para la placa emisora y receptora, respectivamente. Se observó que a esta distancia de separación la transferencia de calor aumentaba considerablemente respecto a lo establecido por la ley de Planck. Obtuvo como resultado un decaimiento exponencial de la transferencia de calor a medida que la distancia entre las placas iba aumentando.

Domoto [10] presenta la medición del flujo radiactivo de calor entre dos discos de

cobre a una temperatura de helio líquido. Uno de los discos para efectos prácticos se define como el emisor y se estableció que su temperatura podía variar desde  $15.1K$  hasta  $10K$ . El segundo disco definido como receptor mantuvo una temperatura constante de  $4.5K$ . Tomando la primera temperatura de  $15.1K$  en el emisor, se planteó una distancia entre ambos discos que podía variar desde los  $2010\mu m$  hasta los  $10\mu m$ . Para la segunda temperatura de  $10K$  se creó un intervalo de separación entre los discos de  $440\mu m$  y  $50\mu m$ . Los discos tenían un diámetro de  $8.5cm$ . El montaje experimental de dicho estudio se basó en lo propuesto por Carvalho [11]. Finalmente, los resultados que obtuvo Domoto describen un decaimiento exponencial del flujo radiactivo de calor a medida que las distancias de separación entre los discos van aumentando, lo que concuerda con el estudio realizado por Hargreaves. Podemos observar que con estas dos investigaciones previas la teoría de TCRCC empieza a tomar forma con dos conceptos claves que serán utilizadas más adelante como lo son Transferencia y Flujo radiactivo de calor, lo anterior basado en estudios completamente experimentales.

Posteriormente Polder y Van Hove [12] propusieron un marco teórico para calcular la transferencia de calor por radiación entre dos cuerpos muy próximos entre sí. Teniendo en cuenta las leyes de Maxwell [13, 14] y el teorema de fluctuación y disipación [15, 16]. El modelo matemático establecido por esta investigación pudo determinar una congruencia con los resultados experimentales obtenidos por Hargreaves en cuanto a la forma de las curvas y la distancia crítica por debajo de la cual se observan los fenómenos de campo cercano. Se encontró que dicha distancia crítica es del orden de micrómetros. También establecieron que las ecuaciones de transferencia de calor por radiación entre dos cuerpos muy próximos entre sí dependen en gran medida de la distancia de separación entre los cuerpos, así como de sus propiedades ópticas, en este caso más específicamente de la constante dieléctrica y la función de respuesta óptica. Los autores utilizaron una constante dieléctrica de 1 para el vacío, ya que el vacío no tiene una respuesta dieléctrica medida. Para la función de respuesta óptica utilizaron una función para un metal ideal en el modelo matemático presentado en el artículo. La función de respuesta óptica ideal es una aproximación teórica que no tiene en cuenta todas las complejidades del comportamiento óptico de los metales reales. Sin embargo, es importante tener en cuenta que las propiedades ópticas de los materiales son complejas y pueden involucrar otras variables, como la absorción, la dispersión y la transmisión de la radiación electromagnética. En otros estudios, se pueden considerar otras propiedades ópticas, como la reflectividad, la transmitancia, el índice de refracción y la absorción, dependiendo del objetivo del estudio [17–19]. En general, el artículo de Polder y Van Hove proporcionó una base teórica para comprender la transferencia de calor por radiación en el régimen de campo cercano y, desde entonces, se ha convertido en un trabajo fundamental en este campo.

Fu [20] aprovechó las teorías fundamentales desarrolladas en estos estudios previos y diseñó un modelo teórico para describir la transferencia de calor a través del vacío en objetos cercanos. En su modelo teórico logró obtener resultados en la medición de la TCRCC en superficies paralelas de silicio dopado, asociando una función dieléctrica especial para este material, dicha función dieléctrica es establecida por los autores como el modelo de Drude [7], el cual es un modelo clásico para la descripción de la

respuesta óptica de los materiales conductores y semiconductores, donde se involucran diferentes niveles de dopaje en dos casos particulares, el primero de ellos con fósforo y el segundo con Boro. Los niveles de dopaje aplicados a las superficies para ambos casos podían variar desde  $1 \times 10^{14} \text{ cm}^{-3}$  hasta  $1 \times 10^{20} \text{ cm}^{-3}$ , adicional a esto realiza una descripción detallada sobre la función de intercambio encargada de medir el flujo espectral de energía y el flujo total de calor, trabajando con temperaturas de  $1000K$  y  $300K$  para las placas emisora y receptora respectivamente. Esta función de intercambio se refiere a una función matemática que describe cómo los electrones intercambian lugares en un sólido en el marco de la teoría cuántica. Esta función es importante para describir las propiedades electrónicas y térmicas del material, y es una parte esencial de la teoría de la densidad funcional (DFT) que se utiliza para calcular las propiedades de los materiales a nivel atómico. La presente investigación logró concluir que la transferencia de calor por radiación a escala nanométrica para el silicio altamente dopado supera por mucho lo establecido por la Ley de Stefan-Boltzmann y aumenta significativamente a una distancia de separación de  $1 \text{ nm}$ , el flujo de energía neto puede superar los  $10^9 \text{ W m}^{-2}$  y el flujo de calor calculado es 10 veces el de la conducción de aire a presión atmosférica, cuyo valor es de  $0.025 \text{ W/m}^2$ .

Hu [21] midió el flujo de calor en el campo cercano para dos placas de silicio de  $1.27\text{cm}$  de diámetro y  $0.635\text{cm}$  de grosor. La placa emisora y receptora tenían una temperatura de  $323K$  y  $297K$  respectivamente y la distancia que las separaba era de  $1\mu\text{m}$ . Esta investigación logró obtener la primera evidencia concluyente de que la radiación térmica del campo cercano entre superficies paralelas excedía lo predicho por la teoría de radiación de cuerpo negro en un 35%.

En el estudio teórico realizado por Basu y Zhang [22] se investiga cómo optimizar la función de intercambio para lograr la transferencia máxima de energía a distancias nanométricas, en un rango que varía desde  $0.1\text{nm}$  hasta  $100\text{nm}$ . La estrategia empleada para lograr optimizar la función de intercambio consistió en trabajar con una función dieléctrica independiente de las frecuencias utilizadas. Los parámetros se aplicaron a dos superficies hechas de silicio a  $300K$  y  $0K$  para el cuerpo emisor y receptor, respectivamente. Este artículo presenta una descripción detallada de como al establecer la parte real de la permitividad alrededor de un valor de  $-1$  se logra obtener el máximo flujo de calor sin dejar de lado que el factor más importante para que dicho flujo se logre obtener es la separación de las placas.

Para establecer que la parte real de la permitividad debía tener un valor  $-1$  primero se analizaron dos tipos de polarizaciones de ondas (s y p) que realizan contribuciones en la función de intercambio. Posterior a esto logran identificar que la contribución de la polarización-s es mínima y despreciable cuando la componente horizontal del vector de onda en el vacío supera su valor crítico. De manera continua reestructuraron la ecuación de transferencia de calor teniendo en cuenta únicamente el tipo de polarización p. Dicha ecuación al ser evaluada a diferentes valores de permitividad alcanzaba su pico máximo en  $-1$ .

Partiendo del anterior trabajo de Basu y Zhang, X J Wang [23] se centra en estudiar las variables asociadas a dos (2) funciones dieléctricas, las cuales son definidas como el modelo de Drude y el modelo de Lorentz. Lo anterior buscando generar la

máxima TCRCC, estableciendo parámetros fijos para la distancia, la frecuencia de plasma y la tasa de dispersión en materiales como GaAs, MgO, SiC, Si-19, Si-20. La distancia fue establecida con un valor de 10 nm y la frecuencia de plasma se estableció en un valor de  $1.59 \times 10^{13}$  Hz. Por último, la tasa de dispersión se varió entre cuatro valores específicos:  $0.001\omega_p$ ,  $0.01\omega_p$ ,  $0.1\omega_p$ , y  $0.5\omega_p$ . Los resultados obtenidos fueron similares a los del artículo anterior, donde la máxima TCRCC se logró cuando la parte real de la permitividad se acercaba a un valor de -1.

El valor negativo de la parte real de la permitividad eléctrica es un requisito importante para la máxima transferencia de calor por radiación en campo cercano teniendo en cuenta que, en la radiación térmica en campo cercano, la transferencia de energía se produce a través de la interacción entre las fluctuaciones del campo electromagnético y las cargas en la superficie de los cuerpos. El campo electromagnético fluctúa entre las dos superficies y genera fluctuaciones en las cargas de la superficie, que a su vez emiten radiación electromagnética. La presencia de una parte real negativa en la permitividad eléctrica del material de las superficies cercanas permite que las cargas en la superficie oscilen en fase con el campo electromagnético y, por lo tanto, maximicen la emisión de radiación electromagnética en el espacio entre las superficies.

Esto resulta en una transferencia de calor óptima por radiación en campo cercano. Por lo tanto, es importante que los materiales utilizados en la radiación térmica en campo cercano tengan una parte real negativa de la permitividad eléctrica para maximizar la transferencia de energía.

S. Basu, B.J Lee y Z.M Zhang [24] establecen una investigación basada en superficies de silicio dopado, específicamente con fósforo y Boro, teniendo en cuenta la investigación previa de Fu y Zhang en 2005 [20]. Los niveles de dopaje podían variar desde  $1 \times 10^{18}$  hasta  $1 \times 10^{21}$ . Una de las superficies se encontraba a una temperatura de 400 K y la otra a 300 K. La separación entre las superficies era de una distancia de 10  $\mu\text{m}$ . Esta investigación logró concluir que las ondas evanescentes que son responsables del efecto de tunelamiento de fotones se pueden mejorar en términos de frecuencia y amplitud cuando los polaritones de la superficie se excitaban, sumado a lo anterior logro concluir que, si bien reducir el ancho de la brecha de vacío mejora la transferencia radiactiva de campo cercano debido al túnel de fotones, aumentar el nivel de dopaje para el silicio no necesariamente aumenta la transferencia de energía.

S.Basu [6] hace una descripción teórica detallada sobre múltiples estudios y fundamentos que sostienen la teoría de TCRCC, especialmente en espacios de vacío de escala nanométrica. El autor presenta los fundamentos teóricos y las aplicaciones prácticas de la transferencia de calor en campos cercanos, así como las técnicas experimentales utilizadas para medir la transferencia de calor en estos sistemas. Todo lo anterior teniendo como referente principal las investigaciones derivadas de la propuesta inicial de Fu y Zhang en 2005 [20] y soportando la mayor parte de la información teórica en el libro publicado por Zhang en 2007 [7], sumado a lo anterior añade una recolección de datos históricos y soluciones para algunos procesos matemáticos que no se presentan en otras publicaciones, no obstante, ambos libros publicados por Basu y Zhang no presentan con claridad los procedimientos necesarios para expresar las ecuaciones de Maxwell en términos de la función de Green, lo anterior teniendo

en cuenta que la teoría electromagnética es uno de los pilares que sustentan la teoría de campo cercano junto al teorema de fluctuación y disipación, donde no se evidencia ninguna estructura matemática procedimental que explique el fenómeno sino que se da apertura directa a la ecuación del conjunto promedio de las densidades de corriente fluctuantes. La ausencia de estos procedimientos intermedios genera inconsistencias en sus explicaciones teniendo errores de tipo algorítmico debido al mal uso de sub-índices, súper índices, organización y operación entre matrices.

En los últimos 5 años se encuentran investigaciones como las realizadas por Pérez Rodríguez [25] quien presenta un estudio teórico para calcular la transferencia de calor por radiación en campo cercano para materiales de doble capa con forma rectangular hechas con una primera capa inferior de un sustrato dieléctrico hecho de bromuro de sodio (NaBr) y una capa superior de un semiconductor dopado, arseniuro de galio (GaAs). La investigación no especifica con qué dopante se utiliza el semiconductor GaAs pero establece que es dopado con una cantidad de  $N = 5 \times 10^{23} \text{ m}^{-3}$  el grosor de las capas de GaAs y NaBr son  $50\text{nm}$  y  $500\text{nm}$  respectivamente. La distancia de separación entre los sistemas doble capa es de  $50\text{nm}$ . Esta investigación concluyo que la TCRCC se puede modificar abriendo una brecha en el flujo de calor espectral en una región de frecuencia específica en sistemas formados por el apilamiento de un semiconductor dopado y un material dieléctrico polar. Lo anterior basado en la interacción de los fonones y polaritones de las superficies.

Wang [26] investigó la TCRCC en laminas mono capa de plata, donde la separación de dichas laminas podía variar a partir de  $0.001\mu\text{m}$  determinando que la anexión de más capas del mismo material presentaba un mayor flujo de calor logrando que fuera 4600 veces más que el límite del cuerpo negro. La cantidad de capas utilizadas en el estudio varía entre 1 y 10. Sin embargo, existe un límite para la adición de capas de plata en la transferencia de calor por radiación cercana. En general, la transferencia de calor por radiación cercana aumenta con el número de capas de metal, pero eventualmente alcanza un límite debido a la disminución de la amplitud del campo eléctrico en las capas más alejadas del sustrato y la mayor disipación de energía en la estructura multicapa. Además, el aumento del número de capas también puede aumentar la absorción de radiación en el material, lo que puede limitar aún más la transferencia de calor. No se menciona un número límite específico de capas en el artículo. En la investigación, se indica que las placas se fabrican mediante deposición de vapor en condiciones de ultra-alto vacío sobre sustratos planos. La separación entre las placas se controla mediante el uso de soportes de silicio mono cristalino, que proporcionan una separación precisa y uniforme de las placas. Además, se menciona que se utiliza un microscopio de fuerza atómica (AFM) para medir la distancia entre las placas con alta precisión. No se especifica el tamaño de las láminas en términos de longitud y anchura, pero se menciona que se utilizaron dos láminas idénticas.

Yuan [27] realiza un estudio sobre la transferencia en campo cercano en placas paralelas de oro, aluminio y cobre que se encontraban separadas a una distancia de  $10\mu\text{m}$  y donde se incorporaba un campo eléctrico perpendicular a las placas. En el estudio mencionado, el campo eléctrico externo se incorporó mediante el uso de electrodos aplicados a las placas metálicas. Los electrodos permiten aplicar un potencial

eléctrico a las placas y así controlar el campo eléctrico en la región de separación entre las placas. De esta manera, se puede modificar la transferencia de calor por radiación cercana entre las placas mediante la variación del campo eléctrico externo. En sus resultados se logra determinar que el aumento del campo eléctrico en el sistema de placas permite una mejora significativa en el flujo de calor espectral.

De las primeras investigaciones que establecieron los aportes iniciales sobre la teoría de campo cercano se puede concluir que:

- No existía un formalismo matemático que diera cuenta de los fenómenos asociados a los experimentos hasta el aporte realizado por Polder y Van Hove.
- En los diferentes experimentos realizados se utilizaron metales o semiconductores y en los resultados obtenidos se observó que para los dos tipos de materiales se generaba un decaimiento exponencial a medida que la separación entre las placas se incrementaba.
- Debido a la búsqueda de materiales con mejores propiedades térmicas y eléctricas las investigaciones más recientes se han centrado en materiales dopados y aleaciones que permitan mejorar el flujo de calor para tener una gama de aplicaciones más amplias.

Si bien en la mayoría de las investigaciones recientes y anteriormente mencionadas utilizan las mismas ecuaciones establecidas en textos como el de Zhang y Basu, estas no proporcionan con exactitud los procesos matemáticos realizados y tampoco una elaboración detallada sobre las simulaciones establecidas para la obtención de resultados. Teniendo en cuenta este vacío en la parte procedimental en dichas investigaciones, se puede generar un aporte significativo en la elaboración detallada de un código que permita analizar, comprender y corroborar toda la información necesaria para el desarrollo de experimentos en placas paralelas basados en la teoría de campo cercano a partir de la literatura anteriormente descrita.

# Capítulo 3

## Marco teórico

### 3.1 Radiación electromagnética

El fundamento teórico de la radiación fue establecido en 1864 por el físico James Clerk Maxwell, quien postuló que las cargas aceleradas o las corrientes eléctricas cambiantes dan lugar a campos eléctricos y magnéticos. Estos campos se llaman ondas o radiación electromagnética y representan la energía emitida por la materia como resultado de los cambios en las configuraciones electrónicas de los átomos o moléculas. En 1887 Heinrich Hertz demostró en forma experimental su existencia. Las ondas electromagnéticas transportan energía y viajan a la velocidad de la luz en el vacío  $2.9979 \times 10^8 \text{ m/s}$  [28].

La radiación electromagnética que se genera debido al movimiento térmico de partículas cargadas es lo que conocemos como la radiación térmica. Realmente, esta radiación es el resultado de las transiciones energéticas de las moléculas, los átomos y los electrones de una sustancia. La temperatura es una medida de la intensidad de estas actividades a nivel microscópico y la rapidez de la emisión de radiación térmica se incrementa al aumentar la temperatura. La radiación térmica es emitida en forma continua por toda la materia cuya temperatura está por arriba del cero absoluto. La radiación térmica cae casi por completo en el rango de longitudes de onda de  $0.1 \mu\text{m}$  y  $100 \mu\text{m}$ , donde se incluye toda la radiación visible y la infrarroja (IR), así como parte de la radiación ultravioleta (UV) [28, 29].

El entendimiento de los fenómenos de campo eléctrico y magnético, junto con sus expresiones matemáticas, permite una comprensión más accesible del concepto de ondas electromagnéticas. Esta comprensión, a su vez, será fundamental para entender el teorema de fluctuación y disipación, que se deriva del desarrollo de las ecuaciones de Maxwell. Al comprender mejor estas ecuaciones, se podrá interpretar con mayor precisión el fenómeno de transferencia de calor por radiación en campo cercano.

### 3.2 Campo Eléctrico

El campo eléctrico es una medida de la fuerza eléctrica que actúa sobre una carga eléctrica en cualquier punto del espacio. Se define como la fuerza eléctrica por unidad

de carga que actúa sobre una carga de prueba positiva colocada en ese punto [14].

El campo eléctrico de una superficie emisora puede inducir un campo eléctrico en una superficie receptora cercana. Este campo eléctrico inducido puede aumentar la transferencia de calor entre las dos superficies, ya que los electrones en los materiales cercanos responden al campo eléctrico de la superficie emisora y comienzan a oscilar. Esta oscilación produce ondas electromagnéticas que pueden transferir energía térmica a la superficie receptora. Teniendo en cuenta lo anterior el campo eléctrico es una de las variables fundamentales que afectan la TCRCC ya que la comprensión y el control de este pueden permitir la optimización de la transferencia de calor en campo cercano.

### 3.3 Campo Magnético

El campo magnético se define como una cantidad vectorial que representa la influencia de los objetos cargados en movimiento (corriente eléctrica) en su entorno. El campo magnético se denota comúnmente como  $\vec{B}$  y se mide en unidades de Tesla (T) o Gauss (G) [14]. El campo magnético puede ser creado por una corriente eléctrica, un imán permanente o un electroimán.

El campo magnético puede jugar un papel importante en la transferencia de calor en el campo cercano, especialmente en procesos que involucran materiales magnéticos. Cuando se aplica un campo magnético, se pueden generar corrientes eléctricas en el material, lo que a su vez puede generar calor debido a la resistencia del material. La transferencia de calor en el campo cercano también puede ser influenciada por los gradientes de campo magnético. Los gradientes de campo magnético pueden influir en el movimiento y la orientación de las partículas magnéticas en un material, lo que puede afectar la conductividad térmica del material y, por lo tanto, su capacidad para transferir calor.

### 3.4 Ecuaciones de Maxwell

Las ecuaciones de Maxwell son cuatro ecuaciones que describen el comportamiento del campo eléctrico y magnético, así como su relación con la carga y la corriente eléctricas, y son la base de la teoría electromagnética. Las ecuaciones de Maxwell en forma diferencial son las siguientes:

#### 3.4.1 Ley de Gauss para el campo eléctrico:

Esta ecuación establece que el flujo eléctrico que sale de una superficie cerrada es proporcional a la carga eléctrica dentro de la superficie. En otras palabras, la carga eléctrica produce un campo eléctrico que se irradia hacia el espacio circundante.

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (3.1)$$

Donde  $\vec{E}$  es el campo eléctrico,  $\rho$  es la densidad de carga eléctrica y  $\epsilon_0$  es la permitividad eléctrica del vacío.

### 3.4.2 Ley de Gauss para el campo magnético:

Esta ecuación establece que no hay fuentes de campo magnético aisladas, lo que significa que el flujo magnético que sale de una superficie cerrada siempre es cero. En otras palabras, no hay cargas magnéticas aisladas y el campo magnético solo puede generarse por cargas eléctricas en movimiento.

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (3.2)$$

Donde  $\vec{B}$  es el campo magnético.

### 3.4.3 Ley de Faraday de la inducción electromagnética:

Esta ecuación establece que un campo magnético que cambia en el tiempo induce un campo eléctrico en el espacio circundante. En otras palabras, una variación en el campo magnético produce una corriente eléctrica que fluye en una dirección opuesta.

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (3.3)$$

Donde  $\vec{E}$  es el campo eléctrico,  $\vec{B}$  es el campo magnético y  $t$  es el tiempo.

### 3.4.4 La ley de Ampere-Maxwell:

Esta ecuación establece que un campo eléctrico que cambia en el tiempo produce un campo magnético en el espacio circundante, y que una corriente eléctrica produce un campo magnético. En otras palabras, la variación del campo eléctrico produce una variación en el campo magnético, y la corriente eléctrica produce un campo magnético.

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (3.4)$$

Donde  $\vec{B}$  es campo magnético,  $\vec{J}$  es la densidad de corriente eléctrica.  $\vec{E}$  es el campo eléctrico,  $t$  es el tiempo,  $\mu_0$  es la permeabilidad magnética del vacío y  $\epsilon_0$  permitividad eléctrica del vacío.

Las ecuaciones de Maxwell son fundamentales en la comprensión y descripción de la radiación electromagnética, que es la base del fenómeno de transferencia de calor por radiación en campo cercano (TCRCC). Estas ecuaciones describen la naturaleza del campo electromagnético y su propagación a través del espacio, y permiten calcular las magnitudes de los campos eléctrico y magnético en cualquier punto del espacio y en cualquier instante de tiempo.

En el contexto de la transferencia de calor por radiación en campo cercano, las ecuaciones de Maxwell son esenciales para modelar la interacción entre los campos

electromagnéticos de dos cuerpos cercanos que se encuentran a diferentes temperaturas. A partir de estas ecuaciones, se pueden obtener soluciones analíticas o numéricas que permiten calcular las tasas de transferencia de calor entre los cuerpos, y se pueden analizar cómo varían estas tasas en función de las propiedades geométricas y materiales de los cuerpos.

Por otro lado, el teorema de fluctuación y disipación permite obtener resultados generales que relacionan la respuesta lineal del sistema ante una perturbación externa con las propiedades de las fluctuaciones del sistema en equilibrio térmico. Para desarrollar este teorema, es necesario analizar los límites teóricos para la transferencia de calor por radiación, los cuales se encuentran dados por la radiación de un cuerpo negro. Estos límites son cruciales para comprender las comparaciones realizadas por los investigadores. En este contexto, es importante introducir el concepto de Cuerpo Negro.

### 3.5 Radiación de un cuerpo negro

Un cuerpo negro se define como un emisor y absorbedor perfecto de la radiación. A una temperatura y una longitud de onda específica, ninguna superficie puede emitir más energía que un cuerpo negro. Un cuerpo negro absorbe toda la radiación incidente, sin importar la longitud de onda. Asimismo, emite energía de radiación de manera uniforme en todas direcciones, por unidad de área normal a la dirección de emisión. Es decir, un cuerpo negro es un emisor difuso, lo que significa que es “independiente de la dirección”. La energía de radiación emitida por un cuerpo negro por unidad de tiempo y por unidad de área superficial fue determinada de manera experimental por Joseph Stefan-Boltzmann, en 1879, y la expresó como:

$$E_b(T) = \sigma T^4 \tag{3.5}$$

En donde  $\sigma = 5.670 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^4$  es la constante de Stefan-Boltzmann y  $T$  es la temperatura absoluta del medio en  $K$  [28, 29]

La radiación de un cuerpo negro es considerada como parte fundamental del límite teórico en la transferencia de calor en campo cercano debido a sus propiedades físicas mencionadas en el párrafo anterior. Estas propiedades permiten realizar comparaciones de parámetros y un análisis referencial de la máxima transferencia de calor que se puede registrar entre dos cuerpos ideales a través de las ecuaciones establecidas por la Ley de Stefan-Boltzmann. Esta ley proporciona una línea de comparación con los resultados teóricos obtenidos mediante las ecuaciones de campo cercano, lo que permite entender la importancia del límite teórico establecido por la radiación de un cuerpo negro en el estudio de la transferencia de calor en campo cercano.

En esta investigación, se aborda el estudio de la transferencia de calor por radiación en campo cercano entre placas paralelas. En este contexto, los principios fundamentales de la radiación de un cuerpo negro resultan esenciales para el desarrollo de una ecuación que permita calcular dicha transferencia en la geometría presentada por las

placas. Según [28], la ecuación que describe esta transferencia se define de la siguiente manera:

$$q'' = \frac{\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\epsilon_1} + \frac{1}{\epsilon_2} - 1} \quad (3.6)$$

Dónde  $\epsilon_1$  y  $\epsilon_2$  son las permitividades de cada una de las placas de la geometría presentadas, en caso de que dichas permitividades sean iguales y tengan valor de 1 la ecuación es reducida a la siguiente expresión:

$$q'' = \sigma(T_1^4 - T_2^4) \quad (3.7)$$

Teniendo en cuenta la información y las ecuaciones anteriormente descritas es necesario incluir en la presente sección la importancia que también presenta el flujo espectral de calor de un cuerpo negro ya que en la teoría del campo cercano, se estudia cómo la radiación térmica interacciona con objetos cercanos a través de fenómenos como la absorción, la emisión, la dispersión y la polarización. En particular, el flujo espectral de un cuerpo negro es importante porque proporciona información sobre la distribución espectral de la radiación térmica emitida por un objeto y, por lo tanto, puede usarse para modelar cómo la radiación se dispersa y se polariza cerca de un objeto. En consecuencia, el flujo espectral es un concepto fundamental en la teoría del campo cercano y es ampliamente utilizado en aplicaciones como la nanofotónica, la óptica de plasmones y la microscopía de campo cercano.

La ecuación que permite modelar dicho fenómeno viene dada por la expresión:

$$q''_{\omega} = \frac{h\omega^3}{4\pi^2 c^2} \left( \frac{1}{e^{\frac{h\omega}{k_B T_1}} - 1} - \frac{1}{e^{\frac{h\omega}{k_B T_2}} - 1} \right) \quad (3.8)$$

De manera más precisa el flujo espectral de calor de un cuerpo negro es la cantidad de radiación electromagnética que un cuerpo negro emite por unidad de tiempo, por unidad de área y por unidad de frecuencia. Es una función de la frecuencia y está determinada por la ley de Planck, que describe cómo varía la radiación emitida por un cuerpo negro con la temperatura y la frecuencia. En general, el flujo espectral de un cuerpo negro aumenta con la temperatura y alcanza su máximo en una determinada frecuencia (que depende de la temperatura). La figura 3.1 permite comprender el comportamiento del flujo espectral de calor entre dos cuerpos negros a determinadas frecuencias angulares.

Aunque las ecuaciones anteriores son útiles para calcular la transferencia de calor entre dos placas paralelas, es importante señalar que no incluyen variables como la longitud de onda y la velocidad de la luz. Como resultado, la eficacia de la ecuación se ve limitada en el estudio del fenómeno de interés. Sin embargo, estas ecuaciones desempeñan un papel crucial al establecer un límite teórico a través de un cuerpo ideal en un proceso termodinámico, lo que permite desarrollar nuevos principios en la transferencia de calor a nano y micro escala. Es en este punto es donde el teorema de fluctuación y disipación entra en juego, ya que conecta la teoría electromagnética y el proceso de transferencia de calor en las escalas previamente mencionadas.

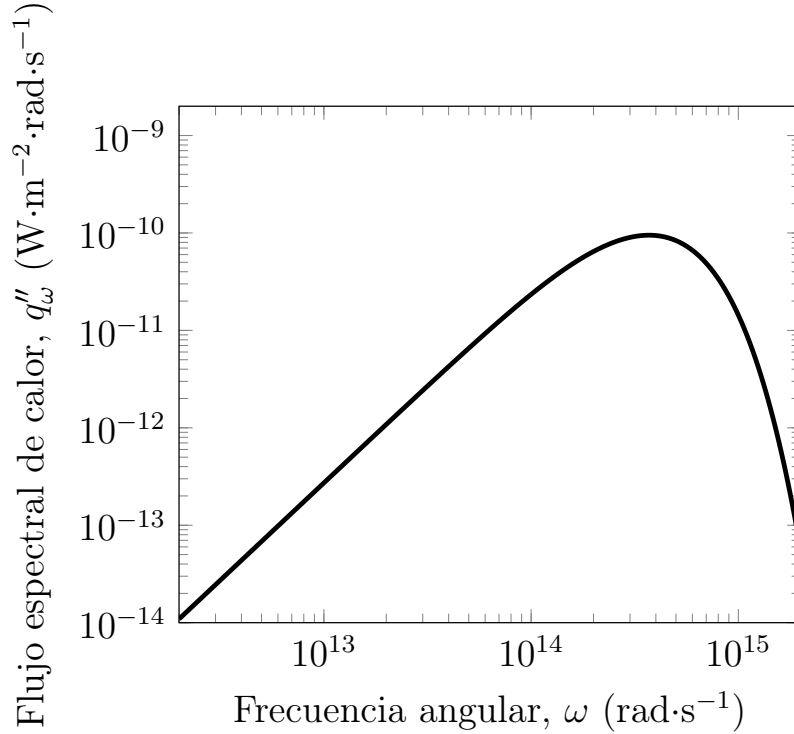


Figure 3.1: Flujo espectral de calor para dos cuerpos negros

### 3.6 Teorema de fluctuación y disipación

Cómo se había mencionado en la sección dedica a la radiación electromagnética uno de los conceptos claves para entender el proceso de transferencia de calor en campo cercano es la radiación térmica que fue definida como el resultado de las transiciones energéticas de las moléculas, los átomos y los electrones de una sustancia [28].

La base de la electrodinámica fluctuacional es el teorema de fluctuación-disipación, según el cual asume que la radiación térmica surge del movimiento aleatorio de cargas dentro de un medio a temperaturas superiores a 0 K [7]. Este teorema establece una relación general entre la respuesta de un sistema dado a una perturbación externa y la fluctuación interna del sistema en ausencia de la perturbación [15]. De manera más específica el sistema dado al que se refiere [15] en su definición viene siendo la geometría de placas paralelas, las cuales se encuentran a diferentes temperaturas y la fluctuación interna es asociada al movimiento aleatorio de las cargas en cada placa ya que como se menciona en [20] el movimiento de las cargas provoca corrientes eléctricas fluctuantes que a su vez dan como resultado un campo electromagnético fluctuante en el espacio y el tiempo.

Posterior al desarrollo conceptual de la radiación electromagnética en el presente capítulo se dio un ligero tratamiento a las ecuaciones de Maxwell para poder dar lugar a una mejor interpretación de la radiación térmica producida por el movimiento de cargas, sin embargo es necesario aclarar que para el desarrollo de las ecuaciones de

transferencia de calor en campo cercano las ecuaciones de Maxwell deben estar expresadas en términos de la función de Green y quien ofrece información más detallada de dichas ecuaciones en esos términos es [6, 7, 30] esta aclaración toma relevancia ya que dicho tratamiento matemático no es desarrollado en el presente documento.

De acuerdo con lo expuesto anteriormente, la densidad espectral de las corrientes fluctuantes está relacionada con la temperatura local de un cuerpo a través del teorema de fluctuación-disipación donde el promedio del conjunto de las densidades actuales fluctuantes está dado por:

$$\langle J_m(x', \omega) J_n^*(x'', \omega') \rangle = \frac{4}{\pi} \omega \epsilon_0 \text{Im}[\epsilon(\omega)] \delta_{mn} \delta(x' - x'') \Theta(\omega, T) \delta(\omega - \omega') \quad (3.9)$$

Donde  $J_m$  y  $J_n$  ( $m, n = 1, 2, 3$ ) representan las componentes x, y o z de la densidad de corriente eléctrica,  $\delta_{mn}$  es el delta de Kronecker,  $\delta(x' - x'')$  y  $\delta(\omega - \omega')$  es la función delta de Dirac, y  $\Theta(\omega, T)$  es la energía media del oscilador de Planck a una frecuencia  $\omega$  en equilibrio térmico dada por la siguiente expresión:

$$\Theta(\omega, T) = \frac{\hbar\omega}{e^{\frac{\hbar\omega}{k_B T}} - 1} + \frac{\hbar\omega}{2} \quad (3.10)$$

Teniendo en cuenta que hasta el momento se ha logrado desarrollar un proceso de recopilación de conceptos y términos que permiten asociar la teoría electromagnética y el teorema de fluctuación y disipación solo queda pendiente entrar en detalle respecto a la teoría en torno a la cual gira la presente investigación asumiendo cada una de las expresiones matemáticas descritas hasta este punto.

### 3.7 Transferencia de calor por radiación en campo cercano

Considérese la transferencia de calor por radiación entre dos placas planas paralelas separadas por una distancia  $d$  que es mucho mayor que la longitud de radiación y el espacio entre ellas es el vacío, como se muestra en la figura 3.2

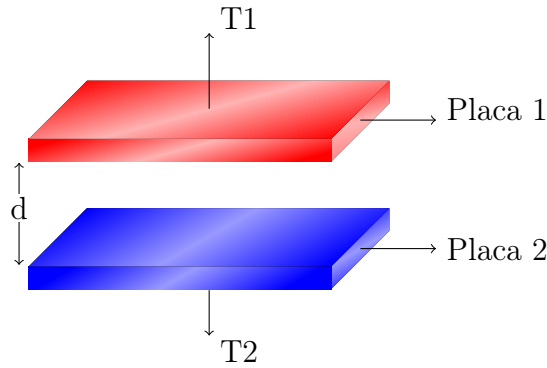


Figure 3.2: Placas planas paralelas

La ley de Stefan-Boltzmann establece que la radiación emitida por un objeto es proporcional a la cuarta potencia de su temperatura absoluta. En el caso específico de la configuración geométrica diseñada mostrada en la figura 3.2, esta ley puede utilizarse para calcular el flujo máximo de calor por radiación. La ecuación correspondiente es:

$$Q = \epsilon_0 \sigma A (T_1^4 - T_2^4) \quad (3.11)$$

Dónde  $\sigma$  es la constante de Stefan-Boltzmann,  $\epsilon$  corresponde a la emisividad del material,  $A$  es el área de las placas que se encuentran paralelas y  $(T_1^4 - T_2^4)$  es la diferencia entre las temperaturas de las 2 placas respectivamente. De la ecuación podemos observar que el flujo de calor  $Q$  es directamente proporcional a las variables anteriormente mencionadas. La ley de Stefan Boltzmann solo es aplicable cuando la placa emisora, (aquella cuya temperatura es mayor y absorbente) y la placa receptora (aquella cuya temperatura es menor) están separadas por una distancia  $d$  mucho mayor que la longitud de onda característica de la radiación térmica  $\lambda_T$ . Esto se demuestra a través de diferentes experimentos como el realizado por [9] donde establecieron que a medida que la distancia  $d$  entre las placas disminuía y se volvía comparable o menor que la longitud de onda  $\lambda_T$ , se originaban el tunelamiento de fotones por ondas evanescentes, por tanto, dichos fenómenos deberían tener alguna implicación en la transferencia de calor lo cual concluía que la ecuación de stefan Boltzaman se volvía ineficiente.

A continuación, se presenta un esquema que permite comprender el fenómeno de tunelamiento de fotones.

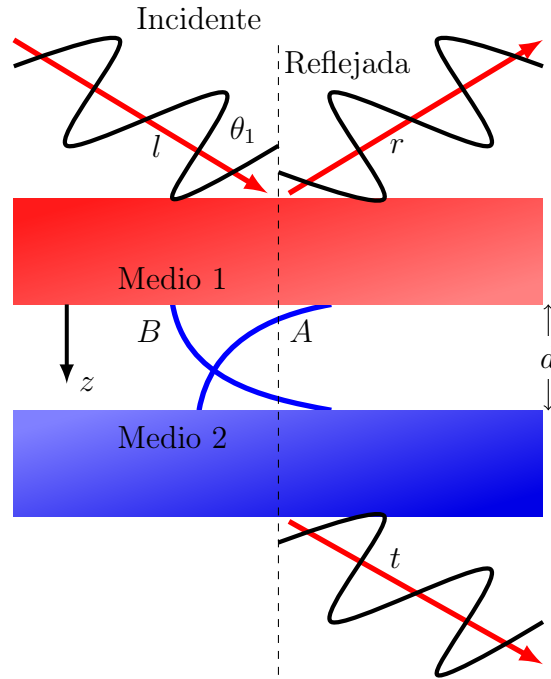


Figure 3.3: Tunelamiento de fotones

Si un rayo de luz incide a una placa con un índice de refracción mayor que el medio en el que se encuentra (como cuando la luz incide en un vidrio desde el aire) con un ángulo mayor al ángulo crítico, el rayo será totalmente reflejado en el interior del material, en lugar de atravesarlo. Este fenómeno se llama reflexión total interna. Es aquí cuando aparecen las ondas evanescentes.

Las ondas evanescentes son formadas cuando las ondas viajan sometidas a una reflexión interna total, estas ondas presentan un decaimiento exponencial a medida que se alejan de la interfaz. Estas ondas se pierden en el espacio normalmente y no tienen ninguna relevancia, sin embargo, cuando se coloca una tercera placa del mismo material de manera paralela y a una distancia menor que la longitud de onda dominante, la onda evanescente puede propagarse a través del espacio vacío entre ambas placas y ser detectada en la segunda placa, lo que se conoce como tunelamiento de fotones.

[6, 7, 30] proporcionan gráficos que permiten comprender el fenómeno de ondas evanescentes y dar una descripción detallada de este, destacando lo que ocurre si el espacio entre las placas es lo suficientemente pequeño, concluyendo que las ondas evanescentes pueden interactuar con las ondas electromagnéticas en el material del que están hechas las placas y producir una transferencia de energía entre las mismas. El conocimiento de los vectores de onda que describen la propagación de la radiación térmica entre placas paralelas es crucial para poder comprender las ecuaciones que

se presentaran más adelante. Por tanto, se presenta a continuación la figura 3.4 que permite analizar los vectores en dicha configuración geométrica. Para este caso la posición de las placas a cambiado referente a la figura anterior.

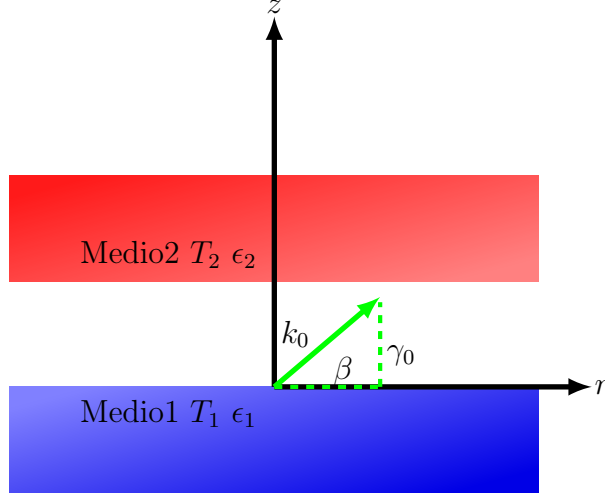


Figure 3.4: Vectores en campo cercano

Teniendo en cuenta la importancia del tunelamiento de fotones, en [12] plantean una relacionan entre la teoría electromagnética y el teorema de fluctuación y disipación para lograr establecer una nueva ecuación para la transferencia de calor por radiación de campo cercano entre placas planas paralelas. Esta relación es descrita por [20] a través de la siguiente idea:

Dadas dos placas planas paralelas, separadas por un espacio  $d$  de igual o menor orden que la longitud de onda dominante  $\lambda$  se cumple que el flujo espectral de energía del medio 1 al medio 2 viene dado por la expresión:

$$q''_{\omega,1-2} = \frac{\Theta(\omega, T_1)}{\pi^2} \int_0^\infty Z_{12}(\beta) \beta d\beta \quad (3.12)$$

Donde  $Z_{12}(\beta)$  es:

$$Z_{12}(\beta) = \frac{4Re(\gamma_1)Re(\gamma_2)|\gamma_0^2 e^{i2\gamma_0 d}|}{|(\gamma_0 + \gamma_1)(\gamma_0 + \gamma_2)(1 - r_{01}^s r_{02}^s e^{i2\gamma_0 d})|} + \frac{4Re(\epsilon_1 \gamma_1^*)Re(\epsilon_2 \gamma_2^*)|\gamma_0^2 e^{i2\gamma_0 d}|}{|(\epsilon_1 \gamma_0 + \gamma_1)(\epsilon_2 \gamma_0 + \gamma_2)(1 - r_{01}^p r_{02}^p e^{i2\gamma_0 d})|} \quad (3.13)$$

Aquí  $\beta$  es la componente del vector de onda paralelo a las superficies,  $\gamma$  es la componente del vector de onda en la dirección Z,  $d$  es la distancia de separación entre las superficies,  $r$  es el coeficiente de reflexión y  $\epsilon$  es la permitividad relativa.

Tenga en cuenta que  $\gamma$ ,  $r$  y  $\epsilon$  están con subíndices para indicar los diferentes medios, superficies o placas involucradas en el cálculo.

$Z_{12}(\beta)$  Es llamada la función de intercambio e incluye las contribuciones de las ondas propagantes y evanescentes. La ecuación para  $q''_{(\omega,2-1)}$  se obtiene reemplazando

$\Theta(\omega, T_1)$  por  $\Theta(\omega, T_2)$  y teniendo en cuenta que la función de intercambio es reciproca podemos definir que  $Z_{12}(\beta) = Z_{21}(\beta)$

El flujo total de calor transportado por las ondas propagantes y evanescentes producidas por la radiación térmica puede ser medido mediante la siguiente expresión.

$$\dot{q}_{net}'' = \frac{1}{\pi^2} \int_0^\infty d\omega [\Theta(\omega, T_1) - \Theta(\omega, T_2)] \int_0^\infty Z_{12}(\beta) \beta d\beta \quad (3.14)$$

Donde  $Z_{12}(\beta)$  se puede reescribir teniendo en cuenta dos situaciones:

La primera es cuando  $\beta < \frac{\omega}{c}$  y se tiene en cuenta solo las contribuciones realizadas por la onda propagante.

$$Z_{prop}(\beta) = \frac{(1 - \rho_{01}^s)(1 - \rho_{02}^s)}{4|1 - r_{01}^s r_{02}^s e^{-2i\gamma_0 d}|^2} + \frac{(1 - \rho_{01}^p)(1 - \rho_{02}^p)}{4|1 - r_{01}^p r_{02}^p e^{-2i\gamma_0 d}|^2} \quad (3.15)$$

Se debe tener en cuenta qué:

$$\rho_{01} = |r_{01}|^2 \quad (3.16)$$

$$\rho_{02} = |r_{02}|^2 \quad (3.17)$$

La segunda es cuando  $\beta > \frac{\omega}{c}$  y se tiene en cuenta solo las contribuciones realizadas por la onda evanescente.

$$Z_{evan}(\beta) = \frac{Im(r_{01}^s)Im(r_{02}^s)e^{-2Im(\gamma_0)d}}{|1 - r_{01}^s r_{02}^s e^{-2Im(\gamma_0)d}|^2} + \frac{Im(r_{01}^p)Im(r_{02}^p)e^{-2Im(\gamma_0)d}}{|1 - r_{01}^p r_{02}^p e^{-2Im(\gamma_0)d}|^2} \quad (3.18)$$

En este primer análisis de las expresiones matemáticas utilizadas para el cálculo de la transferencia de calor por radiación en campo cercano se han utilizado los subíndices 0,1 y 2 que hacen referencia a: el vacío 0, el medio 1 de mayor temperatura y el medio 2 de menor temperatura, respectivamente.

Es importante observar que la ecuación involucra variables resultantes del teorema de fluctuación y disipación que a su vez parte de un análisis de las ecuaciones de Maxwell teniendo en cuenta las diferentes polarizaciones de las ondas, además se tienen en consideración variables ópticas debido al fenómeno de reflexión total interna que a su vez genera ondas evanescentes encargadas de transportar la energía que finalmente es medida. En conclusión, esta ecuación permite calcular la transferencia de calor por radiación en campo cercano a partir de los fundamentos establecidos por la ley de Stefan Boltzmann y las ecuaciones de [12]

# Capítulo 4

## Metodología

La metodología utilizada en la presente investigación se desarrolló en etapas, lo que permitió abordar el problema de manera sistemática y rigurosa. En dicho proceso se llevo a cabo el análisis de múltiples variables para estudiar las propiedades del fenómeno de transferencia de calor en campo cercano. La metodología fue diseñada para permitir la iteración del proceso de análisis paso a paso, con el fin de validar los resultados obtenidos y garantizar la precisión de los mismos. En esta sección se presentarán las etapas seguidas en el desarrollo de la metodología y se describirá con detalle cada una de ellas.

### **4.1 Etapa 1: Desarrollo de un esquema para la comprensión de las ecuaciones de campo cercano**

El trabajo de diseñar un esquema para la comprensión de las ecuaciones de transferencia de calor en campo cercano inicia con una etapa previa de la revisión de dos libros [6, 30] y un artículo de investigación en específico [20], donde hacen una descripción detallada de las ecuaciones desde la parte fenomenológica y desde los cuales se obtiene una perspectiva más detallada sobre el desarrollo de las ecuaciones al relacionar la teoría electromagnética y el teorema de fluctuación y disipación. En el artículo citado se pueden encontrar las ecuaciones para transferencia de calor en campo cercano aplicando parámetros muy puntuales, dicho artículo será utilizado para validar el código final desarrollado que es uno de los objetivos específicos.

Teniendo en cuenta la información anterior se ha desarrollado un esquema de cuadros comparativos, el cual permite que se agrupen y comparen las ecuaciones establecidas por las fuentes mencionadas en el párrafo anterior.

A continuación, se presentan los cuadros comparativos para la permitividad (Tabla 4.1), el flujo espectral de calor (Tabla 4.2) y el flujo total de calor (Tabla 4.3)

Fuentes	Permitividad
Nanoscale radiation heat transfer for silicon at different doping levels. Autor: C.J Fu and Z.M Zhang	$\epsilon(\omega) = \epsilon_{bl} - \frac{(N_e e^2) / (\epsilon_0 m_e)}{\omega^2 + i\omega/\tau_e} - \frac{(N_h e^2) / (\epsilon_0 m_h)}{\omega^2 + i\omega/\tau_h} \quad (4.1)$
Nano/Microscale Heat Transfer Autor: Zhuomin M. Zhang	$\epsilon(\omega) = \epsilon_\infty - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + i\gamma)} \quad (4.2)$
Near-Field Radiative Heat Transfer across Nanometer Vacuum Gaps Fundamentals and Applications. Autor: Soumyadipta Basu	$\epsilon(\omega) = \epsilon_\infty - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + i\gamma)} \quad (4.3)$

Table 4.1: Ecuaciones de permitividad para la TCRCC según diferentes autores

Fuentes	Flujo Espectral
Nanoscale radiation heat transfer for silicon at different doping levels. Autor: C.J Fu and Z.M Zhang	$q''_{(\omega,1-2)} = \frac{\Theta(\omega, T_1)}{\pi^2} \int_0^\infty Z_{12}(\beta) \beta d\beta \quad (4.4)$
Nano/Microscale Heat Transfer Autor: Zhuomin M. Zhang	$q''_{(\omega,1-2)} = \frac{\Theta(\omega, T_1)}{4\pi^2} \int_0^\infty \xi_{12}(\omega, \beta) \beta d\beta \quad (4.5)$
Near-Field Radiative Heat Transfer across Nanometer Vacuum Gaps Fundamentals and Applications. Autor: Soumyadipta Basu	$q''_{(\omega,1-2)} = \frac{\Theta(\omega, T_1)}{\pi^2} \int_0^\infty S(\omega, \beta) d\beta \quad (4.6)$

Table 4.2: Ecuaciones de flujo espectral para la TCRCC según diferentes autores

Fuentes	Flujo Total
Nanoscale radiation heat transfer for silicon at different doping levels. Autor: C.J Fu and Z.M Zhang	$q''_{net} = \frac{1}{\pi^2} \int_0^\infty d\omega [\Theta(\omega, T_1) - \Theta(\omega, T_2)] \int_0^\infty Z_{12}(\beta) \beta d\beta \quad (4.7)$
Nano/Microscale Heat Transfer Autor: Zhuomin M. Zhang	$q''_{net} = \frac{1}{4\pi^2} \int_0^\infty \int_0^\infty [\Theta(\omega, T_1) - \Theta(\omega, T_2)] \xi_{12}(\omega, \beta) \beta d\beta d\omega \quad (4.8)$
Near-Field Radiative Heat Transfer across Nanometer Vacuum Gaps Fundamentals and Applications. Autor: Soumyadipta Basu	$q''_{net} = \frac{1}{\pi^2} \int_0^\infty [\Theta(\omega, T_1) - \Theta(\omega, T_2)] \int_0^\infty S(\omega, \beta), d\beta, d\omega \quad (4.9)$

Table 4.3: Ecuaciones de flujo total de calor para la TCRCC según diferentes autores

## 4.2 Etapa 2: Reconocimiento del lenguaje de programación a utilizar

Se establecieron las siguientes características para la selección del lenguaje de programación a utilizar

- Una de las características fundamentales a considerar en la elección del lenguaje de programación es que sea de alto nivel, capaz de traducir eficientemente diversas fórmulas matemáticas
- Segundo debe permitir realizar simulaciones para fenómenos de transporte ya que el objeto de estudio es la transferencia de calor.
- Tercero debe tener la opción de generar gráficos ya sea con o sin extensiones de aplicaciones.

Teniendo en cuenta los puntos anteriormente mencionados se ha tomado la decisión de programar las ecuaciones en el Lenguaje de programación FORTRAN, sin embargo, previamente a esta decisión se ha desarrollado un cuadro comparativo entre dos lenguajes de programación específicos que cumplen con dichas características para tener un par de opciones en caso de encontrar dificultades o errores de sintaxis en el camino que complicaran el objetivo principal de la presente investigación (Ver tabla 4.4). Dicha comparación está basada en información encontrada en diferentes

plataformas de programación y páginas web dedicadas a la divulgación científica. El primero es Fortran, (contracción del inglés The IBM Mathematical Formula Translating System) es un lenguaje de programación de alto nivel de propósito general, procedural e imperativo, que está especialmente adaptado al cálculo numérico y a la computación científica. El segundo es Matlab, (abreviatura de MATrix LABoratory, «laboratorio de matrices») es un sistema de cómputo numérico que ofrece un entorno de desarrollo integrado (IDE) con un lenguaje de programación propio (lenguaje M). Está disponible para las plataformas Unix, Windows, macOS y GNU/Linux.

Finalmente, aunque tanto FORTRAN como Matlab son lenguajes de programación adecuados para procesos numéricos, en el caso específico del cálculo de transferencia de calor en campo cercano, FORTRAN es la mejor opción. La naturaleza compleja de los cálculos en este campo requiere de un lenguaje robusto, con capacidad para manejar grandes cantidades de datos y realizar cálculos precisos y eficientes. FORTRAN, con su larga trayectoria en el ámbito científico y de la ingeniería, ha demostrado ser altamente confiable y preciso en aplicaciones numéricas, lo que lo convierte en una opción ideal para el cálculo de la transferencia de calor en campo cercano. Además, FORTRAN ofrece una amplia gama de funciones matemáticas y herramientas de programación que lo hacen altamente flexible y adaptable a cualquier situación. En resumen, el uso de FORTRAN en el cálculo de la transferencia de calor en campo cercano no solo garantiza resultados precisos y confiables, sino que también ofrece una plataforma sólida y confiable para el desarrollo de futuras investigaciones en este campo.

Características	MATLAB	Fortran
Facilidad de uso	Fácil de aprender y usar, gracias a su sintaxis intuitiva y su amplia documentación.	Requiere un conocimiento sólido en programación y matemáticas, y puede ser más difícil de aprender que MATLAB.
Capacidad de gráficos	Ofrece una amplia variedad de herramientas de visualización de datos, lo que hace que la creación de gráficos y la exploración de datos sea más fácil.	La capacidad de gráficos de Fortran es limitada y requiere el uso de bibliotecas adicionales para la creación de gráficos.
Velocidad de ejecución	MATLAB es más lento que Fortran en general, ya que está diseñado para un alto nivel de abstracción.	Fortran es uno de los lenguajes más rápidos y eficientes para la programación numérica y científica.
Disponibilidad de bibliotecas	MATLAB cuenta con una amplia variedad de bibliotecas matemáticas y herramientas de procesamiento de datos para ayudar en el trabajo numérico.	Fortran tiene una gran cantidad de bibliotecas numéricas y científicas disponibles, pero no tantas como MATLAB.
Soporte y comunidad	MATLAB cuenta con una gran comunidad y soporte en línea, lo que significa que los problemas son fáciles de resolver y hay muchos recursos disponibles.	Fortran tiene una comunidad más pequeña en línea y puede ser más difícil encontrar soluciones a los problemas.

Table 4.4: Comparación entre lenguajes de programación

### 4.3 Etapa 3: Definición de las ecuaciones a programar

Como se mencionó en el apartado anterior el lenguaje de programación a utilizar para la programación de las ecuaciones fue FORTRAN esto teniendo en cuenta las características presentadas en el cuadro de comparación. Es así que para definir las ecuaciones a programar se tuvo en cuenta la herramienta de esquema utilizada en la etapa 1, esta herramienta de análisis además de descomponer las ecuaciones principales para su mejor entendimiento permitió comparar ecuaciones encontradas en diferentes artículos de investigación con las de textos guías enfocados en el tema, también dio acceso a verificar otras expresiones matemáticas que no son mencionadas en la mayoría de documentos pero que son muy importantes ya que proveen a las ecuaciones principales de ciertas variables para su desarrollo, el objetivo principal de lo anteriormente mencionado era diferenciar las ecuaciones en caso de que hayan sido modificadas a partir de las propiedades de diferentes materiales, finalmente las

ecuaciones fueron programadas por partes en búsqueda de optimizar los procesos.

## Frecuencia de plasma

La frecuencia del plasma es la frecuencia por encima de la cual la parte real de la función dieléctrica se vuelve positiva y el metal comienza a comportarse como un dieléctrico.

$$\omega_p = \sqrt{\frac{Ne^2}{m^*\epsilon_0}} \quad (4.10)$$

Donde:  $\omega_p$  es la frecuencia de plasma,  $N$  es la concentración de dopaje utilizado en las placas,  $e$  es la carga del electrón,  $m^*$  es la masa del electrón multiplicada por un valor de 0.27 para volverse una masa efectiva de electrones y  $\epsilon_0$  es la permitividad del vacío.

## Movilidad de electrones

La movilidad de electrones caracteriza la rapidez con que un electrón (o un portador cargado) puede moverse a través de un material sólido (por ejemplo, metales o semiconductores), cuando es atraído por un campo eléctrico.

$$\mu = \mu_1 + \frac{\mu_m - \mu_1}{1 + \left(\frac{N_e}{C_r}\right)^\alpha} - \frac{\mu_2}{1 + \left(\frac{C_s}{N_e}\right)^\beta} \quad (4.11)$$

Donde:

- $\mu_{\max} = 1414, \text{cm}^2/\text{V} \cdot \text{s}$
- $\mu_1 = 68.5, \text{cm}^2/\text{V} \cdot \text{s}$
- $\mu_2 = 56.1, \text{cm}^2/\text{V} \cdot \text{s}$
- $C_r = 9.2 \times 10^{16}, \text{cm}^{-3}$
- $C_s = 3.41 \times 10^{20}, \text{cm}^{-3}$
- $\alpha = 0.711$
- $\beta = 1.98$
- $N_e$  es la concentración de dopaje.

## Tasa de dispersión de electrones

Hace referencia a la desviación de la trayectoria de los electrones cuando pasan a través de un sólido (típicamente un metal, un semiconductor o un aislante). Las desviaciones, o colisiones, son causadas por fuerzas electrostáticas que operan entre los electrones cargados negativamente y los átomos dentro del sólido.

$$\gamma = \frac{e}{m^*} \mu \quad (4.12)$$

Donde:  $\gamma$  es la tasa de dispersión de electrones.

## Permitividad

La permitividad eléctrica (llamada también constante dieléctrica para dieléctricos homogéneos) es un parámetro físico de los materiales que describe cuánto son afectados por un campo eléctrico. La permitividad está determinada por la tendencia de un material a polarizarse ante la aplicación de un campo eléctrico y de esa forma anular parcialmente el campo interno del material. Está directamente relacionada con la susceptibilidad eléctrica.

Ecuación General:

$$\epsilon(\omega) = \epsilon_\infty - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + i\gamma)} \quad (4.13)$$

Parte real de la permitividad

$$\epsilon'(\omega) = \epsilon_\infty - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + \gamma^2} \quad (4.14)$$

Parte imaginaria de la permitividad

$$\epsilon''(\omega) = \frac{\gamma\omega_p^2}{\omega^3 + \omega\gamma^2} \quad (4.15)$$

## Energía media de un oscilador de Planck

La energía media de un oscilador de Planck hace referencia Históricamente al nacimiento de la Mecánica Cuántica donde la historia se sitúa en el momento en el que Max Planck explica el mecanismo que hace que los átomos radiantes produzcan la distribución de energía observada. Max Planck sugirió en 1900 que: La radiación dentro de una cavidad está en equilibrio con los átomos de las paredes que se comportan como osciladores armónicos de frecuencia dada  $f$  en este caso  $\omega$ . Cada oscilador puede absorber o emitir energía de la radiación en una cantidad proporcional a  $\omega$ . Cuando un oscilador absorbe o emite radiación electromagnética, su energía aumenta o disminuye en una cantidad  $\hbar\omega$ .

$$\Theta(\omega, T) = \frac{\hbar\omega}{\exp(\frac{\hbar\omega}{k_b T}) - 1} \quad (4.16)$$

Donde:  $\Theta$  Es la energía media de un oscilador de plank,  $\hbar$  es la constante de plank reducida,  $\omega$  es la frecuencia angular,  $KB$  es la constante de Boltzman y  $T$  es la temperatura de la placa.

## Vectores de onda

Los vectores de ondas son las representaciones de la magnitud, dirección y sentido que tienen las ondas generadas por el proceso termodinámico en cada uno de los medios, tal y como se muestra en la figura 3.4 que se referencia en el marco teórico en la sección dedicada a la transferencia de calor por radiación en campo cercano. Los subíndices indican los medios 1,2 y 3 (vacío).

$$k_3 = \frac{\omega}{c} \quad (4.17)$$

$$k_1 = \sqrt{\epsilon_1} k_0 \quad (4.18)$$

$$k_2 = \sqrt{\epsilon_2} k_0 \quad (4.19)$$

$$k_{1z} = \sqrt{k_1^2 - k_x^2} \quad (4.20)$$

$$k_{2z} = \sqrt{k_2^2 - k_x^2} \quad (4.21)$$

$$k_3 = \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} - k_x^2} \quad (4.22)$$

## Coefficientes de reflexión

Los coeficientes de reflexión de Fresnel son parámetros que permiten medir la relación entre los campos eléctricos transmitidos y reflejados cuando una onda experimenta un cambio en las propiedades del medio por el que se propaga.

$$r_{31}^s = \frac{k_{3z} - k_{1z}}{k_{3z} + k_{1z}} \quad (4.23)$$

$$r_{32}^s = \frac{k_{3z} - k_{2z}}{k_{3z} + k_{2z}} \quad (4.24)$$

$$r_{31}^p = \frac{\epsilon_1(k_{3z} - k_{1z})}{\epsilon_1(k_{3z} + k_{1z})} \quad (4.25)$$

$$r_{32}^p = \frac{\epsilon_2(k_{3z} - k_{2z})}{\epsilon_2(k_{3z} + k_{2z})} \quad (4.26)$$

## Función de intercambio

La función de intercambio es la función encargada de tomar la contribución de energía por parte de las ondas propagantes y evanescentes. Dicha función tiene en cuenta los valores obtenidos a través de los coeficientes de reflexión.

Función de intercambio para la contribución propagante.

$$Z_{prop}(\beta) = \frac{(1 - \rho_{01}^s)(1 - \rho_{02}^s)}{4 |1 - r_{01}^s r_{02}^s e^{-2i\gamma_0 d}|^2} + \frac{(1 - \rho_{01}^p)(1 - \rho_{02}^p)}{4 |1 - r_{01}^p r_{02}^p e^{-2i\gamma_0 d}|^2} \quad (4.27)$$

Función de intercambio para la contribución evanescente.

$$Z_{evan}(\beta) = \frac{\text{Im}(r_{01}^s)\text{Im}(r_{02}^s)e^{-2im(\gamma_0)d}}{|1 - r_{01}^s r_{02}^s e^{-2im(\gamma_0)d}|^2} + \frac{\text{Im}(r_{01}^p)\text{Im}(r_{02}^p)e^{-2im(\gamma_0)d}}{|1 - r_{01}^p r_{02}^p e^{-2im(\gamma_0)d}|^2} \quad (4.28)$$

## Flujo espectral de calor

El flujo espectral de energía es la distribución de la energía sobre las distintas frecuencias de las que está formada, viene dado por la integración de la función de intercambio respecto al vector de onda  $k_x$  que en gran parte de la literatura estudiada es mencionado como Beta ( $\beta$ ) dicha integración es recomendable realizarla a través del método de Simpson. Esta recomendación es basada en la información suministrada por los textos guías y el artículo principal que previamente fueron descritos en la etapa 1 de la metodología. Teniendo en cuenta lo anterior la ecuación programada para el flujo espectral viene dada por la siguiente expresión:

$$q''_{(\omega,1-2)} = \frac{\Theta(\omega, T_1)}{\pi^2} \int_0^\infty Z_{12}(\beta)\beta d\beta \quad (4.29)$$

## Flujo total de calor

El flujo total de energía es la distribución de la energía completa para diferentes distancias de separación de los medios y viene dada por las contribuciones de las diferentes ondas electromagnéticas que se generan en el fenómeno a partir de sus propiedades vectoriales y de reflexión. Dicho flujo viene dado por la siguiente expresión:

$$q''_{\text{net}} = \frac{1}{\pi^2} \int_0^\infty d\omega [\Theta(\omega, T_1) - \Theta(\omega, T_2)] \int_0^\infty Z_{12}(\beta)\beta d\beta \quad (4.30)$$

Las variables asociadas a las ecuaciones de función de intercambio, flujo espectral de calor y flujo total de calor han sido descritas previamente en la sección dedicada al marco teórico.

# Capítulo 5

## Resultados

En esta tesis de investigación se desarrolló un código en el lenguaje de programación Fortran para el cálculo de la transferencia de calor en campo cercano. La transferencia de calor en campo cercano es un fenómeno que se produce en situaciones donde dos objetos están muy próximos entre sí, en el rango de algunos nanómetros a micrómetros, lo que puede provocar que las leyes de la física clásica no sean aplicables. Uno de los objetivos específicos de este trabajo fue validar el correcto funcionamiento del código desarrollado, a través de la reproducción de los resultados obtenidos en una serie de artículos que trataban el mismo tema. Para ello, se compararon los resultados obtenidos por el código desarrollado con los resultados publicados en los artículos de referencia, para un conjunto de casos de prueba específicos.

Los resultados obtenidos demostraron que el código desarrollado es eficiente y preciso para el cálculo de la transferencia de calor en campo cercano, se puede decir que estos mismos son consistentes con los publicados en los artículos de referencia. Además, se realizó un análisis detallado del código desarrollado, lo que permitió identificar las principales fortalezas y debilidades de este. Se encontró que el código desarrollado es particularmente eficiente en términos de velocidad de cálculo, lo que lo hace adecuado para el análisis de sistemas complejos. En conclusión, el código desarrollado en esta tesis es una herramienta valiosa para investigaciones futuras en el campo de la transferencia de calor en campo cercano, y los resultados obtenidos demuestran su eficiencia y precisión en el cálculo de este fenómeno. Además, el análisis detallado del código desarrollado permitió identificar sus principales fortalezas y debilidades, lo que puede ser de utilidad para su mejora en futuros trabajos.

## 5.1 Validación del código desarrollado

En esta sección se presentan los resultados obtenidos en la validación del código desarrollado comparándolos con los resultados publicados en artículos de referencia. El proceso de validación es crucial para asegurar la precisión y confiabilidad del código, y nos permite demostrar que los resultados obtenidos por el código desarrollado coinciden con los resultados esperados. A través de esta sección, mostraremos cómo se validó el código, las pruebas realizadas y la comparación con los artículos de referencia.

Inicialmente se debe establecer que el artículo del cual parte el proceso de validación del código es *Infrared Radiative Properties of Heavily Doped Silicon at Room Temperature* [31] este artículo trata de manera detallada las ecuaciones (4.10), (4.12), (4.11), para la frecuencia de plasma, la tasa de dispersión de electrones y la movilidad de electrones de tipo  $n$  y  $p$  en superficies de silicio dopado con fósforo y boro. La movilidad de electrones es una variable importante ya que es usada en la tasa de dispersión de electrones y esta es usada en las funciones dieléctricas que a su vez son una variable indispensable en las ecuaciones de flujo espectral de calor y flujo total de calor en campo cercano programadas en el código desarrollado en la presente investigación. La movilidad de los electrones está directamente relacionada con la función dieléctrica del material. La función dieléctrica describe la capacidad de un material para almacenar energía en forma de campo eléctrico. En términos simples, cuanto mayor sea la movilidad de los electrones, mayor será la capacidad del material para almacenar energía eléctrica y mayor será su función dieléctrica.

Dentro del paquete entregable de herramientas de modelado para TCRCC se encuentran dos programas que permiten obtener los gráficos descritos en dicho artículo para la movilidad de electrones de tipo  $n$  y  $p$  llamados *ComprobaciónDeElectronesn-type* y *ComprobaciónDeElectronesp-type* con una serie de comentarios guías para los usuarios. Ya que los gráficos obtenidos son los mismos que los publicados en el artículo mencionado al inicio se puede concluir que los programas están bien diseñados y validados por tanto los resultados que se obtengan a partir de esta corroboración pueden ser utilizados en la ecuación de tasa de dispersión de electrones.

A continuación, se pueden observar los gráficos generados a través de los códigos desarrollados para los programas *ComprobaciónDeElectronesn-type* (ver figura 5.1) y *ComprobaciónDeElectronesp-type* (ver figura 5.1) en comparación con los establecidos en el artículo [31].

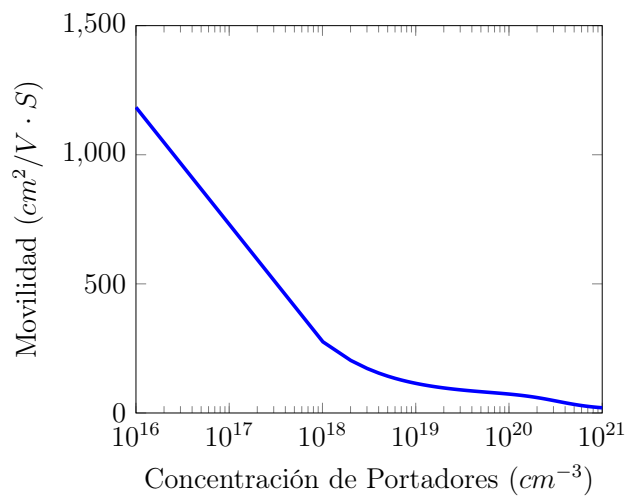


Figure 5.1: Movilidad de tipo n

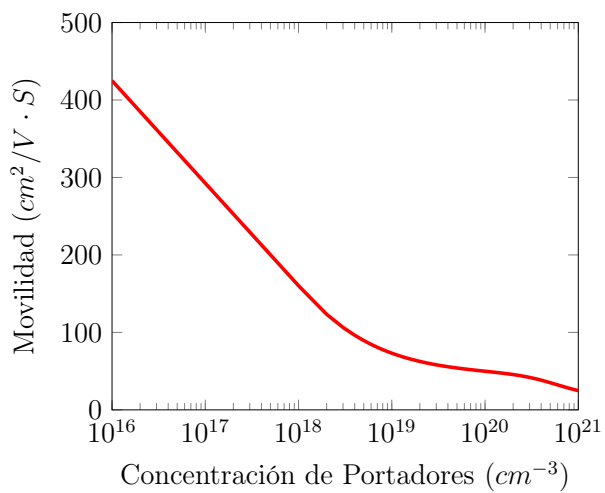


Figure 5.2: Movilidad de tipo p

Ya que el tema de movilidades ha sido aclarado se debe dar continuidad al proceso de validación del código a través del artículo *Parametric optimization of dielectric functions for maximizing nanoscale radiative transfer* [23] este artículo permite identificar las funciones dieléctricas principales utilizadas en la mayoría de las investigaciones, dichas funciones son establecidas como los modelos de Drude y Lorentz. Al igual que en la sección de movilidades dentro del paquete entregable de herramientas de modelado para TCRCC se encuentra un programa que permite obtener los gráficos descritos en dicho artículo para la parte real e imaginaria de la función dieléctrica a través del modelo de Drude llamado *ComprobaciónPermitividad* con una serie de comentarios guías para los usuarios. Partiendo de la misma premisa del inicio donde los resultados obtenidos son los mismos que los publicados en el artículo mencionado, se puede concluir nuevamente que el programa está bien diseñado y validado. Esto es importante ya que en el programa principal del paquete entregable llamado “TCRCC” encargado de calcular la transferencia de calor por radiación en campo cercano depende de una subrutina encargada de calcular la función dieléctrica a través del modelo de Drude y las ecuaciones programadas en dicha subrutina son las corroboradas en el programa *ComprobaciónPermitividad*.

A continuación, se pueden observar los gráficos generados a través del código desarrollado para la parte real (Figura 5.3) y la parte imaginaria (figura 5.1) de la función dieléctrica a través del modelo de Drude en comparación con los del artículo [23]

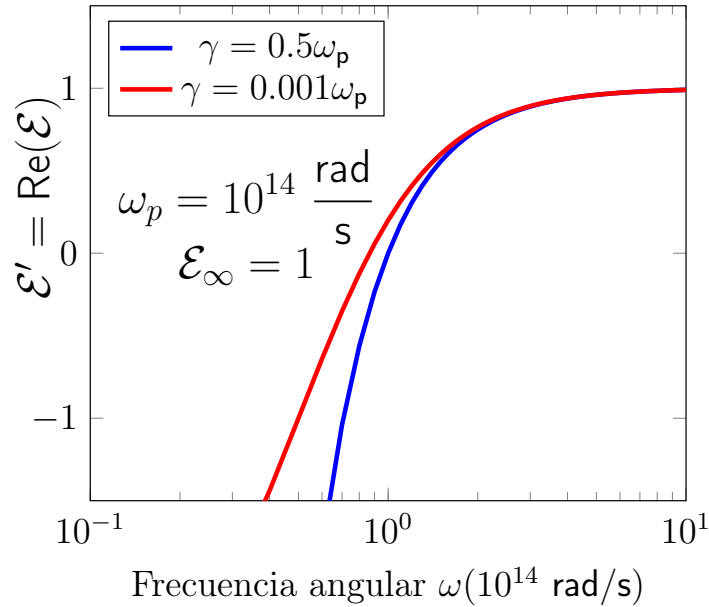


Figure 5.3: Parte real de la permitividad

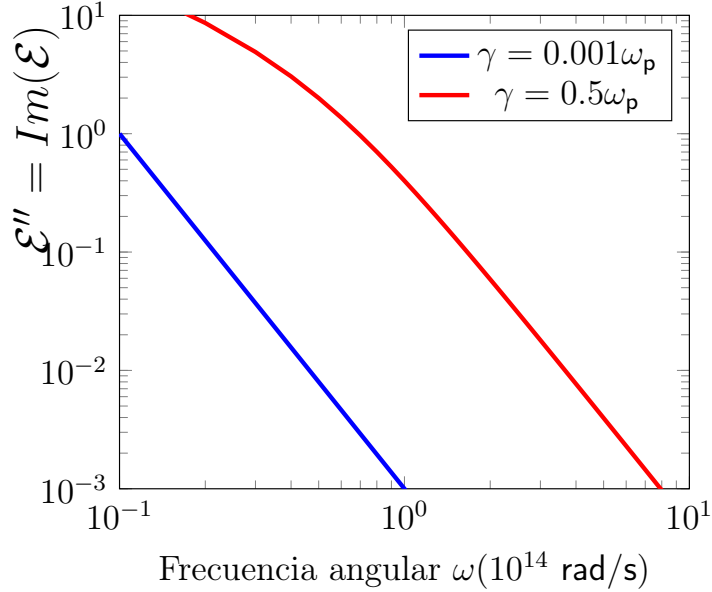


Figure 5.4: Parte imaginaria de la permitividad

Finalmente, dentro del paquete de modelación se encuentra el programa principal llamado “TCRCC” el cuál se encarga de calcular el flujo espectral de energía y el flujo total de calor por radiación en campo cercano. Este programa se encuentra estructurado a través de una organización clásica de Fortran donde al inicio se encuentra el programa principal y después una serie de subrutinas encargadas de realizar cálculos más específicos con el fin de mejorar el proceso de compilado. Este programa al igual que los anteriores es validado a través de la comparación de resultados, dicha comparación se hace a través del artículo *Nanoscale radiation heat transfer for silicon at different doping levels* [20] donde los gráficos para el flujo espectral de energía y el flujo total de calor por radiación en campo cercano son los mismos que los generados por el código del programa.

A continuación, se pueden observar los gráficos generados a través del código desarrollado tanto para el flujo espectral de energía (figura 5.1) como para la el flujo total de calor (figura 5.1) en comparación con los del artículo [20]

Para asegurar la precisión y confiabilidad del código se han utilizado exactamente los mismos parámetros asociados a cada uno de los artículos mencionados anteriormente. Si bien los resultados presentados coinciden gráficamente con los de los artículos usados como referencia se debe aclarar que cada artículo tiene detalles muy precisos respecto a las escalas utilizadas en sus gráficos y esto puede resultar contraproducente para un usuario que no logre observar dichas modificaciones. Se debe tener en cuenta que la mayoría de los gráficos se encuentran en escalas logarítmicas y han sido en algunos casos acotados para observar el comportamiento de las funciones en ciertos intervalos.

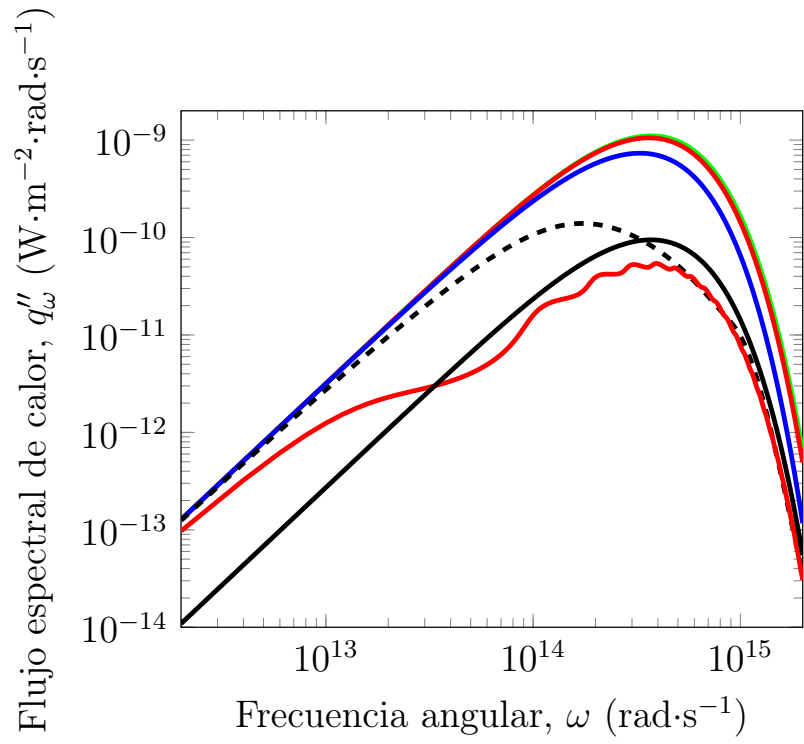


Figure 5.5: Flujo espectral de calor

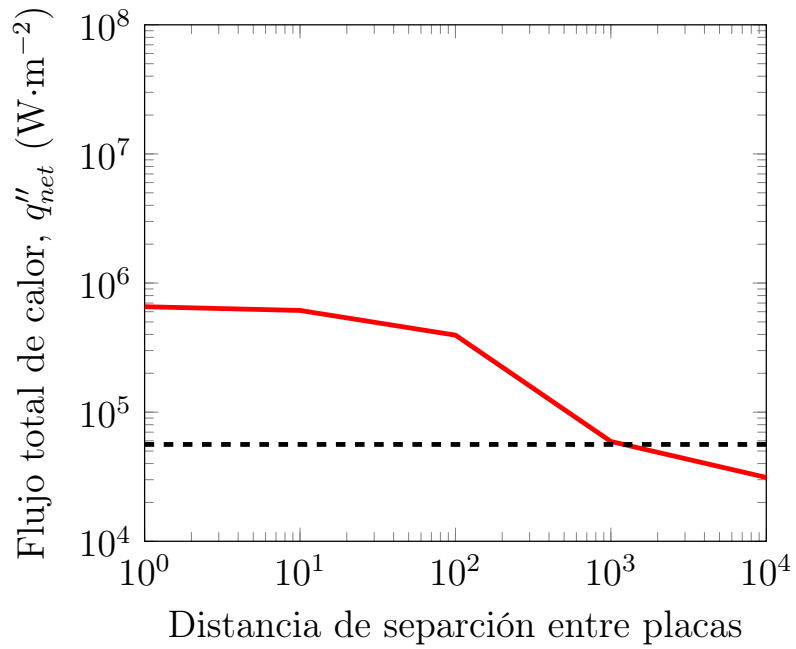


Figure 5.6: Flujo total de calor

## 5.2 Análisis de los resultados de la transferencia de calor en campo cercano

En esta sección, se presentarán los resultados obtenidos a través del uso del código desarrollado para el cálculo de la transferencia de calor en campo cercano. Se discutirán los diferentes casos de estudio que se han llevado a cabo y se mostrarán los resultados obtenidos en términos de flujo espectral de energía y flujo total de calor. Estos resultados permitirán evaluar la precisión y eficiencia del código desarrollado en la simulación de la transferencia de calor en campo cercano. En general, esta sección proporcionará una comprensión más profunda de los fenómenos de transferencia de calor en campo cercano y de cómo el código desarrollado puede ser una herramienta útil para su simulación y análisis.

### Análisis descriptivo y comparativo de los resultados

#### Flujo espectral de calor

Se puede observar a través de los gráficos presentados por el código y respaldado por los artículos referenciados que la densidad de flujo de energía espectral aumenta a medida que la distancia de separación entre las superficies disminuye, lo que indica un mayor acoplamiento entre los modos de radiación térmica en los dos medios.

Los gráficos del flujo espectral parecen campanas porque corresponden a la distribución de la energía radiactiva emitida a diferentes longitudes de onda o frecuencias angulares. En el caso del flujo espectral la distribución de la energía sigue la ley de Planck, que describe la distribución de energía emitida por un cuerpo negro a una determinada temperatura.

La forma de campana se debe a la presencia de un pico en la distribución, conocido como pico de Wien, que se desplaza hacia longitudes de onda más cortas a medida que aumenta la temperatura. Este pico representa la longitud de onda o frecuencia angular en la que se emite la mayor cantidad de energía radiactiva. A medida que nos alejamos del pico de Wien, la cantidad de energía radiactiva emitida disminuye gradualmente, lo que da lugar a la forma de campana.

Cabe recordar que Estas mismas tendencias se pueden encontrar en muchas referencias, como por ejemplo [27] [26] [8]

#### Flujo total de calor

Para el flujo total de calor se ha trabajado específicamente en el código con los parámetros descritos en el artículo de referencia donde se utiliza una muestra de silicio intrínseco, es decir, un material semiconductor puro sin dopaje intencional con impurezas. En el silicio intrínseco, los portadores de carga son principalmente electrones y huecos generados por la excitación térmica de los enlaces covalentes. Las temperaturas utilizadas fueron de 300 K, donde la concentración de portadores de carga libres en el silicio intrínseco es de aproximadamente  $10^{10}cm^{-3}$ , mientras que a 1000 K, esta concentración aumenta significativamente a alrededor de  $10^{18}cm^{-3}$

debido a la excitación térmica de los electrones y huecos. Este aumento en la concentración de portadores de carga tiene un impacto en la conductividad térmica del material y, por lo tanto, en la transferencia de calor radiactivo.

El gráfico se puede clasificar como un gráfico de línea, donde cada línea representa el flujo de energía neto para un determinado nivel de dopaje del silicio a 300 K.

Además, se puede considerar como un gráfico de relación, ya que muestra la relación entre el flujo de energía neto y la distancia de separación entre los dos medios. A medida que la distancia de separación aumenta, el flujo de energía neto disminuye, lo que indica una disminución en la transferencia de calor radiactivo entre los dos medios.

También se puede observar que el dopaje del silicio en el medio 2 tiene un efecto significativo en el flujo de energía neto. Para valores bajos de dopaje, el flujo de energía neto es mayor en comparación con el silicio intrínseco, lo que indica una mayor transferencia de calor radiactivo. Sin embargo, para valores altos de dopaje, el flujo de energía neto disminuye en gran medida, lo que indica una disminución en la transferencia de calor radiactivo debido al aumento de la reflectividad de la superficie.

### 5.3 Estudio de casos específicos

Algunos de los casos de estudio específicos más reportados en la literatura sobre TCRCC incluyen: Transferencia de calor radiactiva en nanomateriales y nanoestructuras, como nanopartículas, nanotubos, nanocables y nanocristales, diseño de dispositivos de conversión de energía térmica en eléctrica, como celdas termoeléctricas y células solares térmicas, propiedades térmicas de materiales a nanoescala, incluyendo la conductividad térmica y el coeficiente de emisividad, radiación térmica entre superficies de diferentes materiales y geometrías, como en la transferencia de calor entre la superficie del sol y la Tierra, desarrollo de materiales con propiedades térmicas mejoradas, como materiales con estructuras metaestables, metamateriales y materiales nanocompuestos.

El presente documento no está centrado en mostrar resultados para un estudio específico como los mencionados anteriormente ya que el enfoque desde el cual está planteado es crear una herramienta general que sea aplicable al fenómeno de estudio que en este caso es la transferencia de calor por radiación en campo cercano para modelar diferentes situaciones en distintos materiales a partir de la entrada de diferentes parámetros para que sea aplicable a determinados casos de estudio.

### 5.4 Análisis detallado del código desarrollado

En general, el análisis detallado de un código implica examinar cuidadosamente cada aspecto del mismo, desde la funcionalidad general hasta los detalles más técnicos, con el objetivo de identificar cualquier error o posible mejora que pueda ser implementada.

Entender la funcionalidad general del código es importante para tener una idea clara de la función que cumple el código, es decir, lo que se espera que haga en

términos generales. En el caso de la presente investigación el código desarrollado permite calcular:

- La transferencia de calor por radiación en campo cercano también llamado flujo total de calor.
- El flujo espectral de calor de manera general y específico para cada distancia de separación que se utilice en el sistema de placas planas paralelas.
- La función dieléctrica de los materiales que se pretendan usar.
- La movilidad de los electrones en el material de uso.

Como se explico al inicio de la presente sección también es importante revisar los detalles más técnicos, para eso se debe reconocer la estructura del código desarrollado y una de las herramientas más eficaces para hacer esto es mediante un diagrama de flujo.

Un diagrama de flujo es una herramienta visual que se utiliza para representar gráficamente la secuencia de pasos de un proceso. En el caso de un código, un diagrama de flujo es una representación gráfica de los diferentes bloques de código, las condiciones y los bucles que componen el algoritmo.

Los diagramas de flujo son útiles porque permiten una visualización clara y concisa de la lógica detrás de un código. Esto facilita la comprensión del funcionamiento del código, identificación de errores y la realización de modificaciones y mejoras. Además, un diagrama de flujo puede ser útil para comunicar el algoritmo a otras personas que no necesariamente tienen experiencia en programación, lo que lo convierte en una herramienta útil para la documentación y la colaboración en equipo.

A continuación, se presenta el diagrama de flujo referente al programa principal TCRCC del paquete de modelado diseñado.

El diagrama de flujo (Figura 5.7) muestra la relación entre las temperaturas de las placas  $T_1$  y  $T_2$ , las frecuencias angulares  $\omega$ , y el cálculo de los osciladores de Planck (Ecuación (4.16)).

Para el cálculo de la permitividad ( $\epsilon$ ), además de las frecuencias angulares, se requieren dos variables adicionales: la frecuencia de plasma ( $\omega_p$ ) y la tasa de dispersión de electrones ( $\gamma$ ), dadas por las ecuaciones (4.10) y (4.12) respectivamente.

Los límites de integración (Ecuación (4.17)) se obtienen a partir de las frecuencias de plasma establecidas, al igual que los osciladores de Planck y la permitividad.

El diagrama también muestra cómo estas variables se utilizan para calcular el flujo espectral de calor (Ecuación (5.1)), y al relacionar el cambio variacional de distancias, se obtiene el flujo total de calor (Ecuación (5.1)).

Si bien este diagrama proporciona una visión general de cómo se relacionan las variables para determinar el flujo espectral de calor y el flujo total, es necesario brindar una descripción detallada del código y las subrutinas desde el punto de vista de su ejecución.

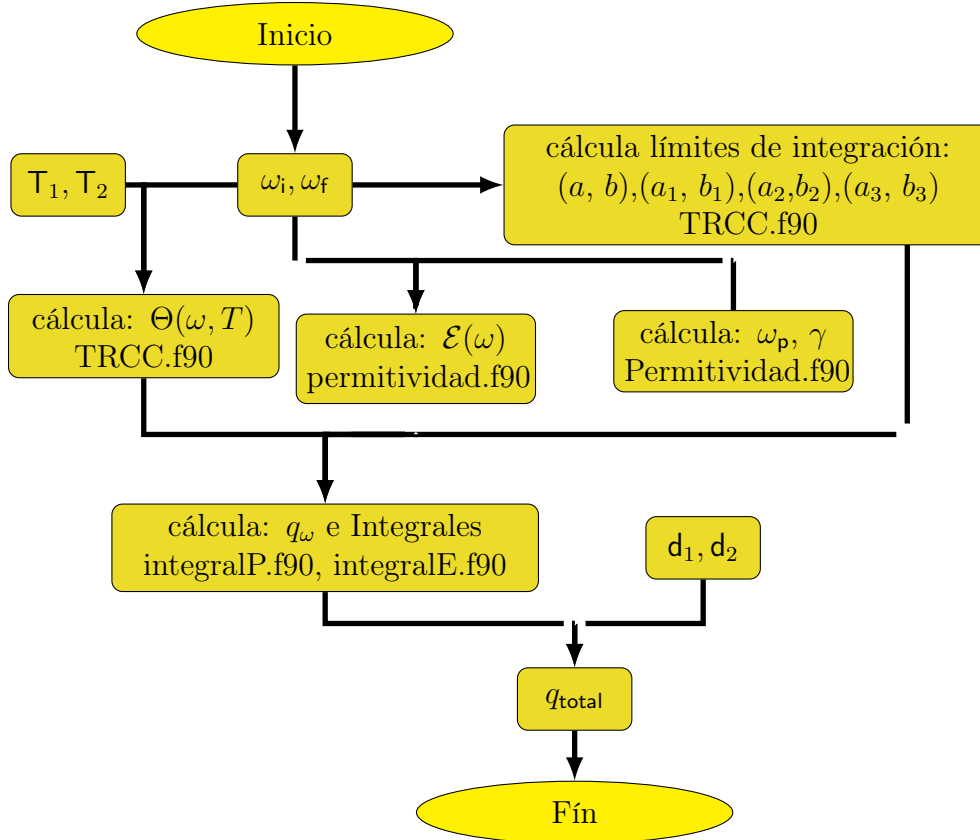


Figure 5.7: Diagrama de flujo

Este código en FORTRAN, llamado "TCRCC", es un programa que realiza cálculos relacionados con la transferencia de calor por radiación en campo cercano. El código utiliza una serie de parámetros, incluyendo frecuencias angulares ( $\omega$ ), la constante de Planck reducida ( $\hbar$ ), la velocidad de la luz ( $c$ ), la constante de Boltzmann ( $kb$ ), y las temperaturas  $T1$  y  $T2$ , entre otros.

La sección del código que comienza con *open* es responsable de crear y abrir archivos de texto para guardar la salida de los cálculos realizados. El código también define varias variables, como  $\beta_{max}$ ,  $d$ ,  $dw$ ,  $index$ ,  $g$  y  $f$ , que se utilizan en los cálculos posteriores.

El bucle principal del programa, que comienza con *do k = 1, size(darray)*, realiza cálculos iterativos utilizando diferentes valores de  $d$ , una matriz definida al comienzo del programa. En cada iteración del bucle, se realizan cálculos para una frecuencia específica  $w(f)$  y se almacenan en varias variables, como  $Q1$ ,  $Q2$ ,  $Qt$ ,  $a$ ,  $b$ ,  $a1$ ,  $b1$ ,  $a2$ ,  $b2$ ,  $a3$  y  $b3$ .

El programa llama a cuatro subrutinas diferentes, *IntegralP*, *IntegralE1*, *IntegralE2* y *IntegralE3*, para realizar cálculos de integrales en diferentes rangos de frecuencia y regímenes de propagación de onda. Los resultados de estas subrutinas se almacenan en variables como *Propagante*, *Evanescente1*, *Evanescente2* y *Evanes-*

cente3. Teniendo en cuenta que las ecuaciones para el flujo espectral de calor y el flujo total de calor se expresan en términos de integrales, es necesario considerar diferentes métodos de integración numérica para su resolución. Después de una revisión detallada de estos métodos, se ha decidido implementar el método de Simpson en el código para llevar a cabo dicha tarea.

Luego se calculan varios valores de flujo, como FlujoPropagante, FlujoEvanescente1, FlujoEvanescente2 y FlujoEvanescente3, y se utilizan para calcular el FlujoEspectralGeneral, que se almacena en la matriz FlujoEspectralGeneral. También se calcula el FlujoEspectralEspecifico, que se almacena en la matriz FlujoEspectralEspecifico para cada valor de  $d$  en cada iteración del bucle.

Finalmente, el programa calcula el "FlujoTotal" para cada valor de  $d$  y escribe los resultados en un archivo de texto.

La descripción de cada una de las variables y parámetros establecidos en los párrafos descritos anteriormente es detallada en el código a través de comentarios destinados al usuario.

Se debe tener en cuenta que el orden de ejecución de los programas anexados en el paquete general de modelación para TCRCO inicia con el programa BlackBodies que permite entender como es el flujo espectral de calor entre dos cuerpos negros, después se deben ejecutar los programas Comprobaciónpermitividad, movilidadDeElectronesntipe, MovilidadDeElectronesptipe para lograr comprender los artículos relacionados y descritos en el estado del arte, posteriormente cuando se tenga un conocimiento afianzado sobre la información que proporcionan estos programas se deben ejecutar los programas variablesdepermitividad y TRCCO para calcular la transferencia de calor en campo cercano.

# Capítulo 6

## Discusión

La siguiente discusión de los resultados obtenidos permite contextualizar y comparar los resultados con la literatura existente.

En este caso, los resultados obtenidos en la transferencia de calor en campo cercano a través del diseño del código en el lenguaje de programación FORTRAN son discutidos en relación a estudios previos en el mismo campo.

Inicialmente los resultados muestran una mayor eficiencia en la modelación de la transferencia de calor en comparación a otro lenguaje de programación como lo es MatLab respecto a tiempo. Los gráficos obtenidos son los esperados y concuerdan con la literatura utilizada como referencia. Los programas desarrollados permiten modificar diferentes parámetros y enfocar el programa hacia la medición en diferentes materiales. Hasta aquí se puede decir que se han cumplido los objetivos de la investigación respecto al estudio, descripción, implementación y desarrollo del modelo computacional para transferencia de calor en campo cercano.

Sin embargo, existen limitaciones de la investigación, como las condiciones experimentales o las suposiciones teóricas utilizadas en el análisis de datos. Lo anterior teniendo en cuenta que la transferencia de calor en campo cercano es un problema complejo que puede tener múltiples aplicaciones en diversas áreas de la ingeniería. Esto hace que el diseño de un código para calcular la transferencia de calor en campo cercano puede ser un desafío significativo debido a las diferencias en los parámetros y los materiales utilizados en cada investigación.

En primer lugar, la selección de los parámetros adecuados para el modelo puede ser complicada debido a las variaciones en las propiedades térmicas de los materiales. La conductividad térmica, la capacidad calorífica y la densidad de un material pueden variar significativamente según su composición y estructura, lo que puede afectar la transferencia de calor en campo cercano. Por lo tanto, se requiere un conocimiento detallado de las propiedades térmicas de los materiales utilizados para seleccionar los parámetros adecuados para el modelo.

Además, el diseño de un código para calcular la transferencia de calor en campo cercano puede verse afectado por las diferencias en los métodos de medición utilizados para recopilar los datos experimentales. Las técnicas de medición pueden variar según la aplicación y los objetivos de la investigación, lo que puede hacer que los datos sean difíciles de comparar y validar. Por lo tanto, es necesario considerar cuidadosamente

la selección de los métodos de medición y la forma en que se integrarán en el modelo.

En conclusión, el diseño de un código para calcular la transferencia de calor en campo cercano puede ser un desafío significativo debido a las diferencias en los parámetros y los materiales utilizados en cada investigación, así como a las variaciones en los métodos de medición. Es necesario abordar cuidadosamente estos desafíos para desarrollar un modelo confiable que pueda utilizarse en diversas aplicaciones de la ingeniería.

También se podría discutir sobre posibles áreas de investigación futura, como la optimización de la transferencia de calor en materiales específicos o la aplicación de nuevas técnicas de análisis de datos.

# Capítulo 7

## Conclusiones

La investigación tuvo como objetivo principal realizar un estudio computacional sobre la TCRCC al desarrollar un código de programación eficiente y funcional para abordar un caso específico sobre placas planas paralelas. A través del estudio y análisis de diferentes artículos de investigación, se logró diseñar un código optimizado que cumplió con los requerimientos establecidos. Los resultados mostraron que el código desarrollado fue capaz de recrear de manera efectiva resultados precisos y consistentes presentados en la literatura. Además, se encontró que el código presenta un rendimiento óptimo respecto a el tiempo de ejecución y los recursos computacionales requeridos.

Durante el proceso de desarrollo del código, se identificaron y solucionaron diversos desafíos y obstáculos técnicos, lo que permitió obtener un código robusto y confiable. Se realizaron pruebas exhaustivas y se validaron los resultados mediante comparaciones con datos establecidos en artículo de investigación específicos. Los hallazgos de la investigación demuestran el valor y la viabilidad del código desarrollado, así como su potencial aplicación en diferentes configuraciones geométricas y problemas similares. Se destacó la importancia de seguir investigando y refinando el código para mejorar aún más su eficiencia y adaptabilidad a diferentes situaciones.

Los resultados obtenidos en esta investigación sobre TCRCC, validados a través de la recreación de resultados específicos presentados en diferentes artículos de investigación, tienen varias implicaciones y consecuencias que pueden tener un impacto significativo en la teoría y la práctica en general. Los hallazgos de esta investigación pueden contribuir al avance teórico en el campo específico de estudio. Al validar y respaldar los resultados encontrados en artículos previos, se fortalece la evidencia científica y se proporciona mayor confianza en los conceptos y teorías existentes. Además, si se descubren resultados nuevos o se obtienen enfoques innovadores, se pueden plantear nuevas teorías o ampliar las existentes.

Para continuar avanzando en el conocimiento sobre la TCRCC y abordar las preguntas que surgen en dicho proceso, se sugiere que futuras investigaciones se centren en aspectos específicos de algunos materiales que aún no han sido explorados en profundidad. Además, es recomendable utilizar enfoques metodológicos sólidos y rigurosos, así como considerar la aplicación de técnicas y tecnologías emergentes para obtener resultados más completos y precisos.

# Bibliografía

- [1] Olivier Marconot, Alexandre Juneau-Fecteau, and Luc G Fréchette. Toward applications of near-field radiative heat transfer with micro-hotplates. *Scientific Reports*, 11(1):14347, 2021.
- [2] Tomas Kralik, Pavel Hanzelka, Martin Zobac, Vera Musilova, Tomas Fort, and Michal Horak. Strong near-field enhancement of radiative heat transfer between metallic surfaces. *Physical review letters*, 109(22):224302, 2012.
- [3] Reh-Lin Chen. Radiative heat transfer between two closely-space plates. In *43rd AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*, page 960, 2005.
- [4] Alexandr Ivanovich Volokitin and BN Persson. Radiative heat transfer and non-contact friction between nanostructures. *Physics-Uspekhi*, 50(9):879, 2007.
- [5] Hakan Salihoglu and Xianfan Xu. Near-field radiative heat transfer enhancement using natural hyperbolic material. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 222:115–121, 2019.
- [6] Soumyadipta Basu. *Near-field radiative heat transfer across nanometer vacuum gaps: fundamentals and applications*. William Andrew, 2016.
- [7] Zhuomin M Zhang, Zhuomin M Zhang, and Luby. *Nano/microscale heat transfer*, volume 410. Springer, 2007.
- [8] Victor Fernández-Hurtado, Francisco José García-Vidal, Shanhui Fan, and Juan Carlos Cuevas. Enhancing near-field radiative heat transfer with si-based metasurfaces. *Physical review letters*, 118(20):203901, 2017.
- [9] CM Hargreaves. Anomalous radiative transfer between closely-spaced bodies. *Physics Letters A*, 30(9):491–492, 1969.
- [10] GA Domoto, RF Boehm, and Chang L Tien. Experimental investigation of radiative transfer between metallic surfaces at cryogenic temperatures. 1970.
- [11] E Cravalho, G Domoto, and C Tien. Measurements of thermal radiation of solids at liquid-helium temperatures. In *3rd Thermophysics Conference*, page 774, 1968.

- [12] DVHM Polder and M Van Hove. Theory of radiative heat transfer between closely spaced bodies. *Physical Review B*, 4(10):3303, 1971.
- [13] David K. Cheng. *Field and Wave Electromagnetics*. Addison-Wesley, 2 edition, 2012.
- [14] N Narayana. *Elements of Engineering Electromagnetics*. Pearson, 6th edition, 2016.
- [15] Rep Kubo. The fluctuation-dissipation theorem. *Reports on progress in physics*, 29(1):255, 1966.
- [16] Mathieu Francoeur and M Pinar Mengüç. Role of fluctuational electrodynamics in near-field radiative heat transfer. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 109(2):280–293, 2008.
- [17] HH Li. Refractive index of silicon and germanium and its wavelength and temperature derivatives. *Journal of Physical and Chemical Reference Data*, 9(3):561–658, 1980.
- [18] WG Spitzer and HY Fan. Determination of optical constants and carrier effective mass of semiconductors. *Physical Review*, 106(5):882, 1957.
- [19] PJ Timans. The thermal radiative properties of semiconductors. *Advances in rapid thermal and integrated processing*, pages 35–101, 1996.
- [20] CJ Fu and ZM Zhang. Nanoscale radiation heat transfer for silicon at different doping levels. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 49(9-10):1703–1718, 2006.
- [21] Lu Hu, Arvind Narayanaswamy, Xiaoyuan Chen, and Gang Chen. Near-field thermal radiation between two closely spaced glass plates exceeding planck’s blackbody radiation law. *Applied Physics Letters*, 92(13):133106, 2008.
- [22] S Basu and ZM Zhang. Maximum energy transfer in near-field thermal radiation at nanometer distances. *Journal of Applied Physics*, 105(9):093535, 2009.
- [23] XJ Wang, S Basu, and ZM Zhang. Parametric optimization of dielectric functions for maximizing nanoscale radiative transfer. *Journal of Physics D: Applied Physics*, 42(24):245403, 2009.
- [24] S Basu, Bong Jae Lee, and ZM Zhang. Near-field radiation calculated with an improved dielectric function model for doped silicon. 2010.
- [25] JE Pérez-Rodríguez, G Pirruccio, and Raúl Esquivel-Sirvent. Spectral gaps in the near-field heat flux. *Physical Review Materials*, 3(1):015201, 2019.

- [26] Lei Wang, Mengli Bie, Wei Cai, Lixin Ge, Zhichao Ji, Yonglei Jia, Ke Gong, Xinzheng Zhang, Junqiao Wang, and Jingjun Xu. Giant near-field radiative heat transfer between ultrathin metallic films. *Optics Express*, 27(25):36790–36798, 2019.
- [27] Ming-Qian Yuan, Yong Zhang, Shui-Hua Yang, and Hong-Liang Yi. Active control of the near-field radiative heat transfer between two metal plates through the external electric field. *International Journal of Thermal Sciences*, 171:107208, 2022.
- [28] Yunus A Çengel and Afshin Jahanshahi Ghajar. *Transferencia de calor y masa: fundamentos y aplicaciones, cuarta edición*. McGraw-Hill Interamericana, 2011.
- [29] Theodore L Bergman, Adrienne S Lavine, and Eduardo Mach Queiroz. *Fundamentos de Transferência de Calor E de Massa* . Grupo Gen-LTC, 2000.
- [30] Zhuomin M. Zhang. *Nano/Microscale Heat Transfer*. Springer Nature Switzerland AG, 2 edition, 2020.
- [31] S Basu, Bong Jae Lee, and ZM Zhang. Infrared radiative properties of heavily doped silicon at room temperature. 2010.