



Ecos de Economía

ISSN: 1657-4206

ocaiced1@eafit.edu.co

Universidad EAFIT

Colombia

Ramírez Hassan, Andrés

Pago y sostenibilidad de la deuda pública: ejercicios de simulación para algunas economías latino americanas

Ecos de Economía, vol. 10, núm. 23, octubre, 2006, pp. 88-104

Universidad EAFIT

Medellín, Colombia

Disponible en: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=329027259004>

- Cómo citar el artículo
- Número completo
- Más información del artículo
- Página de la revista en redalyc.org

redalyc.org

Sistema de Información Científica

Red de Revistas Científicas de América Latina, el Caribe, España y Portugal

Proyecto académico sin fines de lucro, desarrollado bajo la iniciativa de acceso abierto

*Andrés Ramírez Hassan*

## **I. Introducción. II. Marco Teórico. III. Simulación. IV. Conclusiones**

**Resumen:** Se desarrolla el marco teórico implícito en la restricción presupuestaria intertemporal del gobierno. A partir de este se realizan una serie de simulaciones sobre el problema de sostenibilidad de la deuda pública, y los sacrificios fiscales necesarios para juzgar el actual nivel de endeudamiento sostenible. Se observa que Colombia ubicada en el contexto analizado se encuentra en un lugar intermedio con respecto al esfuerzo fiscal necesario para sostener la deuda pública, concretamente se requiere un superávit primario promedio equivalente al 2.51% del PIB. Esta magnitud es inferior a la requerida por Argentina y Brasil, pero superior a los requerimientos de Venezuela, Chile y México.

**Palabras clave:** Deuda pública, Sostenibilidad, Superávit primario.

**Abstract:** the present article develops the theory implicit in the intertemporal government budget constraint. From this framework it is run a series of simulations about the public debt sustainability problem and the needed fiscal sacrifices to judge the actual level of sustainable indebtedness. Within context analyzed, it is possible to establish that Colombia is located in a middle point in terms of the necessary effort to sustain the public debt. Concretely, it is required an average primary surplus equivalent to 2.51% of GDP. This magnitude is inferior to the one required in Argentina and Brazil, but superior to that of Venezuela, Chile and Mexico.

**Key words:** Public Debt, Sustainability, Primary Surplus.

**JEL classification:** E60, E62, H63.

# **Pago y sostenibilidad de la deuda pública: ejercicios de simulación para algunas economías latino americanas**

*Andrés Ramírez Hassan<sup>∞</sup>*

## **I. Introducción**

La evolución que ha presentado recientemente el grado de endeudamiento público ha traído a colación el debate sobre la sostenibilidad de la deuda y las consecuencias de presentar los niveles observados. Entre los trabajos que se pueden citar están Posada y Arango (2000), Clavijo (2002), CONFIS (2002), además de otros que se han preocupado por estudiar la dinámica reciente de la deuda pública, tal como Lozano (2002).

El objetivo del presente artículo es realizar una serie de ejercicios de simulación partiendo de la restricción presupuestaria intertemporal del sector público, los cuales apuntan a establecer el superávit primario promedio necesario para juzgar sostenible el grado de endeudamiento público de una economía, específicamente se tomarán datos estadísticos para Argentina, Brasil, Colombia, Chile, México y Venezuela. Además, dada la posibilidad de realizar roll over de la deuda pública, se analiza el superávit primario necesario para mantener el grado de endeudamiento público del año base tomado en consideración. Los ejercicios que se plantean toman como referencia tanto el estado estacionario como una situación por fuera de éste, es decir, a condiciones de mercado.

---

<sup>∞</sup> Profesor e investigador de la Universidad Eafit. El presente artículo representa una visión personal sobre el problema de sostenibilidad de la deuda pública y no compromete el pensamiento ni la filosofía de la institución en la cual laboro. Agradezco los aportes de los diversos participantes del Grupo de Análisis de Coyuntura Económica (GACE) de la Universidad Eafit, así como a Felipe Restrepo y Alejandro Durán por su activa colaboración. Comentarios y/o sugerencias en [aramir21@eppm.com](mailto:aramir21@eppm.com). Fecha de Recepción Enero 20 de 2006. fecha de aceptación Abril 10 de 2006.

El presente artículo está organizado de la siguiente manera: luego de la introducción, se muestra el marco teórico que respalda la restricción intertemporal de sector público. En la sección tres se desarrollan varios ejercicios de simulación para ciertas economías de América Latina orientados a la determinación de la sostenibilidad de la deuda pública y el pago de ésta. Finalmente en la última sección se concluye.

## II. Marco Teórico

El déficit (superávit) consolidado del sector público en un período dado del tiempo está determinado por la diferencia entre los gastos del gobierno ( $G_t$ ) más los intereses pagados sobre la deuda pública del período anterior ( $i_t D_{t-1}$ ) menos los impuestos ( $T_t$ ).<sup>1</sup>

$$(1) \quad D_t - D_{t-1} = i_t D_{t-1} + G_t - T_t$$

La ecuación anterior entraña la dinámica de la restricción presupuestaria intertemporal del gobierno, pero cuando se hace alusión al problema de sostenibilidad de la deuda pública se debe analizar la ratio entre dicha deuda y el Producto Interno Bruto (PIB). Si se parte de la ecuación (1) y se divide por la producción en términos nominales, se obtiene la evolución del grado de endeudamiento público.

$$(2) \quad \frac{D_t}{P_t Y_t} = \frac{(1 + i_t) D_{t-1}}{P_t Y_t} + \frac{G_t - T_t}{P_t Y_t}$$

Donde por definición se tienen las siguientes premisas:

$$P_t = (1 + \pi_t) P_{t-1}$$

$$Y_t = (1 + \gamma) Y_{t-1}$$

$$(1 + r) = \left( \frac{1 + i_t}{1 + \pi_t^e} \right)$$

En las anteriores ecuaciones se ha supuesto que la tasa de crecimiento de la economía y la tasa de interés real son constantes e iguales a las respectivas

---

<sup>1</sup> Se parte del supuesto de que el Banco Central no financia la deuda pública mediante la creación de dinero de alta potencia (Base monetaria).

tasas de estado estacionario. Es decir, el análisis se establecerá a partir de condiciones de mediano plazo en donde los agentes bajo expectativas racionales no cometen errores sistemáticos de predicción, lo que implica que la inflación esperada es igual a la observada  $\pi_t = \pi_t^e$ .

Luego haciendo uso de las ecuaciones anteriores y reemplazando en (2) se encuentra la ecuación en diferencias que describe la evolución de la relación Deuda/PIB.

$$(3) \quad \delta_t = \frac{(1+r)}{(1+\gamma)} \delta_{t-1} + Def_t$$

Donde  $\delta$  denota el grado de endeudamiento público de la economía y  $Def$  el déficit (superávit) primario como proporción del PIB.

Luego de hacer algunas manipulaciones algebraicas y de adelantar un período, la ecuación (3) se puede expresar así:

$$(4) \quad \delta_t - \left(\frac{1+\gamma}{1+r}\right) \delta_{t+1} = -\left(\frac{1+\gamma}{1+r}\right) \{Def_{t+1}\}$$

La ecuación (4) es una ecuación en diferencias estocástica lineal de primer orden con coeficiente constante y término variable. Se utilizará el método de coeficientes indeterminados para hallar la solución particular.

Se planteará la solución particular de prueba  $\delta_{t,p} = \sum_{i=1}^{\infty} \alpha_i \{Def_{t+i}\}$ , donde  $\alpha_i$  son los coeficientes a determinar. Reemplazando la solución de prueba en la ecuación (4), se tiene:

$$\sum_{i=1}^{\infty} \alpha_i \{Def_{t+i}\} - \left(\frac{1+\gamma}{1+r}\right) \sum_{i=1}^{\infty} \alpha_i \{Def_{t+1+i}\} = -\left(\frac{1+\gamma}{1+r}\right) \{Def_{t+1}\}$$

Desarrollando las sumatorias e igualando los coeficientes respectivos se obtienen los siguientes resultados:

$$\alpha_1 = -\left(\frac{1+\gamma}{1+r}\right)$$

$$\alpha_2 = \left(\frac{1+\gamma}{1+r}\right)\alpha_1 = -\left(\frac{1+\gamma}{1+r}\right)^2$$

$$\alpha_3 = \left(\frac{1+\gamma}{1+r}\right)\alpha_2 = -\left(\frac{1+\gamma}{1+r}\right)^3$$

.....

$$\alpha_i = -\left(\frac{1+\gamma}{1+r}\right)^i \Rightarrow \alpha_{i-t} = -\left(\frac{1+\gamma}{1+r}\right)^{i-t}$$

Introduciendo el anterior resultado en la solución de prueba se obtiene la solución particular de la ecuación en diferencias que definirá la restricción presupuestaria intertemporal del gobierno.

$$(5) \quad \delta_{t,p} = -\sum_{i=1}^{\infty} \left(\frac{1+\gamma}{1+r}\right)^i \{Def_{t+i}\} = \sum_{i=t+1}^{\infty} \left(\frac{1+\gamma}{1+r}\right)^{i-t} \{Sup_i\}$$

Luego de hallar la solución particular se procederá a encontrar la solución complementaria u homogénea de la ecuación en diferencias, de esta forma se tiene:

$$\delta_t - \left(\frac{1+\gamma}{1+r}\right)\delta_{t+1} = 0$$

La solución de prueba de la ecuación homogénea es de la forma  $\delta_{t,h} = Ac^t$ , donde  $A$  es una constante arbitraria que se define a partir de condiciones iniciales y  $c$  es una constante que se encuentra a partir de los parámetros de la ecuación, de esta forma se obtiene el siguiente resultado:

$$Ac^t - \left(\frac{1+\gamma}{1+r}\right)Ac^{t+1} = 0$$

$$Ac^t \left[1 - \left(\frac{1+\gamma}{1+r}\right)c\right] = 0$$

Donde  $Ac^t \neq 0$  inicialmente, luego  $c = \left(\frac{1+r}{1+\gamma}\right)$ , así:

$$(6) \quad \delta_{t,h} = A\left(\frac{1+r}{1+\gamma}\right)^t$$

De la ecuación (6) se deduce que el comportamiento de la solución homogénea depende de la relación entre la tasa de crecimiento de la economía y la tasa de interés real, además del valor que adopte la constante  $A$ .

Bajo la evidencia empírica, las economías cercanas a su estado estacionario no se encuentran en la zona dinámicamente ineficiente<sup>2</sup> (Romer, (2001)), lo cual implica  $r > \gamma$ , además esta hipótesis contrastable está respaldada teóricamente por la condición de transversalidad del modelo de optimización Neoclásico de crecimiento (Ramsey (1925), Cass (1965) y Koopmans (1965)).<sup>3</sup>

En términos generales la tasa de interés real es mayor a la tasa de crecimiento de la economía. De esta forma la trayectoria establecida por la solución homogénea es explosiva, lo que se traduce en términos económicos en una desviación permanentemente creciente de la senda de equilibrio del grado de endeudamiento, esto implica presencia de juegos Ponzi en el sistema financiero.<sup>4</sup> Lo anterior atañe la ineficiencia del mercado financiero al permitir que un agente, en este caso el gobierno, difiera constantemente el pago de su deuda a través de la emisión de nueva deuda, lo que significa que el nivel de deuda pública crecerá permanentemente a la tasa de interés real.

La posibilidad de juegos Ponzi es excluida de los modelos con número de agentes finitos los cuales no han llegado a su punto de saturación, puesto que si el valor presente de la deuda pública es positivo, al menos uno de los agentes de la economía es acreedor del gobierno, lo cual implica que el valor presente de la riqueza de este individuo supera al valor presente del gasto, es decir, el agente podría alcanzar un mayor grado de satisfacción si retorna la deuda. Es lógico pensar que el gobierno debe respetar el equilibrio impuesto por la restricción

---

<sup>2</sup> Bajo el contexto de los modelos de crecimiento, la zona dinámicamente ineficiente se caracteriza por una tasa de interés real menor a la tasa de crecimiento de la economía, es decir,  $r < \gamma$ . Intuitivamente dicha zona establece que los agentes (presentes y futuros) inequívocamente podrán aumentar su utilidad a través de un mayor consumo, es decir, la reducción del capital existente se traducirá tanto en un mayor consumo presente como futuro.

<sup>3</sup> En el marco del modelo Solow (1956) y bajo una función de producción Cobb-Douglas, la posibilidad de ineficiencia dinámica es establecida por una tasa de ahorro superior a la elasticidad de la producción con respecto al capital. Las estimaciones convencionales establecen dicha elasticidad en un valor cercano al 0,33, lo cual implica que para que una economía se encuentre en la zona dinámicamente ineficiente deberá tener una propensión marginal a ahorrar superior al 33%. Cuando se amplía la definición de capital y se incorpora el capital humano, la participación de las remuneraciones de dicho capital agregado en la economía alcanza un 0,75.

presupuestaria, dado que ningún agente querrá poseer deuda viva al final del horizonte de planeación. Pero en modelos cuyos agentes son infinitos cabe la posibilidad de juegos Ponzi, el razonamiento es el siguiente: si se piensa en los modelos de generaciones traslapadas, el valor presente del gasto de cada agente es igual al valor presente de la renta neta de impuestos de dicho agente, pero el valor presente del gasto total del sector privado puede ser menor que la renta total después de impuestos, esto se debe al hecho de que cada individuo ahorra en la primera fase de su vida para cubrir sus necesidades en la segunda fase (fase de jubilación), este es el razonamiento implícito en la hipótesis de ciclo vital (Modigliani y Brumberg (1954), y Ando y Modigliani (1963)). Este escenario le permite al gobierno emitir cierta cantidad de deuda en un período inicial que puede tratar de diferir permanentemente. Esto implica que en cada período llegando el vencimiento de la deuda, el gobierno se limita a emitir nueva deuda para pagar el capital más los intereses de la deuda anterior. Esta acción puede perdurar si la tasa de interés real es inferior a la tasa de crecimiento de la economía, de tal forma, que la relación Deuda/Producto este decreciendo en el tiempo, pero el gobierno no cumple con su restricción de presupuesto, dado que el valor presente de la deuda es constante, de modo que no se aproxima a cero.<sup>5</sup> Pero en general como se dijo antes, la posibilidad de juegos Ponzi no es más que una curiosidad teórica, dado que las economías no se caracterizan por ubicarse en la zona dinámicamente ineficiente cuando se encuentran cercanas al estado estacionario.

La solución general de la ecuación en diferencias (4), está compuesta por la suma de la solución particular (ecuación (5)) más la solución complementaria (ecuación (6)), luego se tiene:

---

<sup>4</sup> En Boston durante los años veinte, Charles Ponzi un famoso banquero, engañó a sus inversores prometiendo unas altas tasas de retorno que en un principio pudo sostener debido a la afluencia de nuevos capitales, pero una vez el flujo cesó el fraude fue descubierto. Ponzi terminó en la cárcel y en bancarrota.

<sup>5</sup> Implícitamente lo que realiza el gobierno es una transferencia de fondos de las generaciones jóvenes a las generaciones viejas. Este mecanismo es viable y óptimo si la rentabilidad del ahorro ( $r$ ) es inferior a la tasa de crecimiento de la población ( $n$ ). Dicho mecanismo es el que se encuentra implícito en el sistema de reparto de pensiones y el que ha agravado la situación de algunas economías por la deuda pública contingente, puesto que en general, las economías no se caracterizan por ubicarse en la zona dinámicamente ineficiente (en este contexto  $n = \gamma$ ), luego dicho comportamiento del planificador central no será óptimo, ni Pareto eficiente.

$$(7) \quad \delta_t = A \left( \frac{1+r}{1+\gamma} \right)^t + \sum_{i=t+1}^{\infty} \left( \frac{1+\gamma}{1+r} \right)^{i-t} \{Sup_i\}$$

Donde la constante  $A$  es definida a partir de condiciones iniciales, luego para  $t=0$ , se observa:

$$(8) \quad \delta_0 = A + \sum_{i=1}^{\infty} \left( \frac{1+\gamma}{1+r} \right)^i \{Sup_i\} \Rightarrow A = \delta_0 - \sum_{i=1}^{\infty} \left( \frac{1+\gamma}{1+r} \right)^i \{Sup_i\}$$

Lo que enseña la ecuación (8) es que la constante  $A$  representa las desviaciones iniciales del nivel de endeudamiento de una economía con respecto a la senda temporal de equilibrio (observe que el segundo miembro de la izquierda es la solución particular para  $t=0$ ). Claramente dichas desviaciones iniciales están relacionadas con la condición prohibitoria de juegos Ponzi, la cual en la literatura se presenta formalmente de la siguiente manera:

$$(9) \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \delta_{t,p} = \lim_{t \rightarrow \infty} A \left( \frac{1+r}{1+\gamma} \right)^t = 0$$

Esta condición sólo se cumple para una constante igual a cero, es decir,  $A=0$  dado que  $r > \gamma$ . Lo cual implica que las desviaciones iniciales del grado de endeudamiento de una economía deben ser nulas, de otra forma, los agentes privados no estarían dispuestos a adquirir deuda pública puesto que esta no sería pagada y tendería a presentar un comportamiento explosivo a través del tiempo.

$$(10) \quad \delta_0 = \sum_{i=1}^{\infty} \left( \frac{1+\gamma}{1+r} \right)^i \{Sup_i\}$$

Finalmente, la solución definida de la ecuación en diferencias que traza el nivel de endeudamiento actual sólo está determinada por la solución particular, asumiendo que no se cumplen esquemas Ponzi.

$$(11) \quad \delta_t = \sum_{i=t+1}^{\infty} \left( \frac{1+\gamma}{1+r} \right)^{i-t} \{Sup_i\}$$

Si se considera que el horizonte de planeación está dado por un intervalo determinado de tiempo y además se introduce el componente estocástico sobre los futuros superávits esperados, la ecuación (11) se transforma en:

$$(12) \quad \delta_t = \sum_{i=t+1}^{T+i} \left( \frac{1+\gamma}{1+r} \right)^{i-t} E_t \{ Sup_i \}$$

La ecuación (12) se conoce en la literatura como la ecuación de responsabilidad fiscal y enseña que la deuda del sector público no es riqueza neta para los agentes, dado que un nivel de deuda actual positivo se traducirá en mayores impuestos o en menor gasto en el futuro. Se puede observar a partir de la ecuación (12) que el criterio de valoración de la deuda emitida por el gobierno es el mismo que opera para las firmas, es decir, el valor de la deuda pública está determinado por el valor presente esperado de los flujos futuros de caja.

La condición de transversalidad asociada a dicho horizonte de planeación es:

$$(13) \quad \delta_{t+T} = 0$$

Lo cual simplemente indica que tan pronto se extingue el horizonte de planeación ningún agente querrá poseer deuda vida del gobierno, lo cual implica que el sector público habrá debido cancelar todas sus obligaciones financieras.

En términos generales las ecuaciones (12) y (13) especifican que un rubro primario equilibrado a partir de la fecha sólo es compatible con una deuda actual nula. Luego, la existencia de deuda pública obliga al gobierno a generar superávits primarios futuros, bien sea mediante aumento de impuestos y/o a través de reducción en gastos, es decir, no sólo se requiere disciplina fiscal, sino un esfuerzo extra para responder a las obligaciones financieras.

Hasta el momento el análisis se ha realizado en un contexto de estado estacionario, es decir, la tasa de crecimiento real de la economía se ha supuesto constante, al igual que la tasa de interés. A continuación será desarrollada la restricción presupuestaria intertemporal del sector público en un escenario en el cual la tasa de interés real y la tasa de crecimiento de la economía serán variables a través del horizonte de planeación. Para tal propósito se parte de la ecuación (4),

$$(14) \quad \delta_t = \left( \frac{1 + \gamma_{t+1}}{1 + r_{t+1}} \right) \delta_{t+1} - \left( \frac{1 + \gamma_{t+1}}{1 + r_{t+1}} \right) \{Def_{t+1}\}$$

Donde  $\gamma_{t+1}$  y  $r_{t+1}$  son la tasa de crecimiento de la economía y la tasa de interés real vigentes durante el periodo  $t + 1$ .

Si se sigue la lógica de la ecuación (14) se tiene,

$$\delta_{t+1} = \left( \frac{1 + \gamma_{t+2}}{1 + r_{t+2}} \right) \delta_{t+2} - \left( \frac{1 + \gamma_{t+2}}{1 + r_{t+2}} \right) \{Def_{t+2}\}$$

$$\delta_{t+2} = \left( \frac{1 + \gamma_{t+3}}{1 + r_{t+3}} \right) \delta_{t+3} - \left( \frac{1 + \gamma_{t+3}}{1 + r_{t+3}} \right) \{Def_{t+3}\}$$

$$\delta_{t+3} = \left( \frac{1 + \gamma_{t+4}}{1 + r_{t+4}} \right) \delta_{t+4} - \left( \frac{1 + \gamma_{t+4}}{1 + r_{t+4}} \right) \{Def_{t+4}\}$$

.....

$$\delta_{t+T-1} = \left( \frac{1 + \gamma_{t+T}}{1 + r_{t+T}} \right) \delta_{t+T} - \left( \frac{1 + \gamma_{t+T}}{1 + r_{t+T}} \right) \{Def_{t+T}\}$$

Reemplazando las anteriores ecuaciones en (14) e introduciendo el componente aleatorio se capta la dinámica del grado de endeudamiento público.

$$(15) \quad \delta_t = -E_t \sum_{i=t+1}^{T+t} R_{t,i} \{Def_i\} = E_t \sum_{i=t+1}^{T+t} R_{t,i} \{Sup_i\}$$

Donde:  $R_{t,i} = \prod_{s=t+1}^i \left( \frac{1 + \gamma_s}{1 + r_s} \right)$  es el factor de descuento asociado al problema.

$$R_{t,t+1} = \left( \frac{1 + \gamma_{t+1}}{1 + r_{t+1}} \right), \quad R_{t,t+2} = \left( \frac{1 + \gamma_{t+1}}{1 + r_{t+1}} \right) \left( \frac{1 + \gamma_{t+2}}{1 + r_{t+2}} \right), \dots \quad \forall i = t + 1, t + 2, \dots T$$

Se puede notar que el comportamiento del nivel de endeudamiento puede presentar una evolución no convergente (explosiva) ocasionada por tasas de crecimiento de la economía observadas superiores a las tasas de interés real pagadas sobre la deuda. Intuitivamente, una tasa de crecimiento en la economía superior a la tasa de interés real llevará al gobierno a aumentar su nivel de endeudamiento presente dada la rentabilidad del ejercicio, pero este exceso de demanda de fondos y colocación de bonos inducirá a una elevación de la tasa de interés real (caída en el precio) que a su vez ejercerá un efecto negativo sobre la evolución de la economía, es decir, el comportamiento explosivo de la deuda es transitorio, dado que en el largo plazo ese proceso se extinguirá y la tasa de interés real será superior a la tasa de crecimiento de la economía, este comportamiento de largo plazo es el que caracteriza el estado estacionario.

Asociada a la ecuación (15) se encuentra la condición de transversalidad:

$$(16) \quad \delta_{t+T} = 0$$

En este contexto, el grado de endeudamiento público actual depende de la expectativa que los agentes perciban sobre la evolución futura de la tasa de crecimiento de la economía, la tasa de interés real cobrada sobre la deuda pública y la evolución de los superávits primarios planeados para el futuro. En general, una expectativa de evolución satisfactoria en las cuentas estatales, un desempeño satisfactorio en la economía y una reducción en la tasa de interés real esperada se traducirá en una relajación sobre la restricción presupuestaria intertemporal del gobierno.

En algunas oportunidades, generalmente en la mayoría, el sector público no se preocupa por pagar la totalidad de su deuda en un horizonte temporal determinado, sino en establecer un límite superior al nivel de endeudamiento, el cual no debe ser superado puesto que una ratio deuda/PIB que supere este tope se considera extremadamente peligrosa por los agentes acreedores, los cuales manifiestan su mayor percepción al riesgo mediante aumentos desmesurados en la tasa de interés, lo cual genera un comportamiento explosivo en la trayectoria del grado de endeudamiento que confirma las expectativas iniciales de los agentes.<sup>6</sup> A partir de la ecuación (14) se puede establecer el superávit primario

---

<sup>6</sup> Este comportamiento profético por parte de los agentes se conoce en la literatura como expectativas racionales auto-cumplidas.

observado necesario para mantener constante el grado de endeudamiento si se considera que esta ha llegado al tope máximo,  $\delta_t^{Max} = \delta_{t+1}^{Max}$ .

$$\delta_t^{Max} = \left( \frac{1 + \gamma_{t+1}}{1 + r_{t+1}} \right) \delta_{t+1}^{Max} - \left( \frac{1 + \gamma_{t+1}}{1 + r_{t+1}} \right) \{Def_{t+1}\}$$

$$\delta_t^{Max} \left( \frac{r_{t+1} - \gamma_{t+1}}{1 + \gamma_{t+1}} \right) = \{Sup_{t+1}\}$$

De tal forma que el valor esperado de la anterior ecuación define el superávit primario planeado necesario para mantener el grado de endeudamiento de una economía constante.

$$(17) \quad E_t \{Sup_{t+1}\} = \delta_t^{Max} E_t \left( \frac{r_{t+1} - \gamma_{t+1}}{1 + \gamma_{t+1}} \right)$$

Se debe observar que el superávit primario necesario para mantener la ratio Deuda/PIB constante depende de las condiciones de financiamiento del periodo. Dado el caso de que la tasa de interés real sea menor que la tasa de crecimiento observada, el gobierno puede incurrir en un déficit y aún así mantiene constante el grado de endeudamiento.

### III. Ejercicio de simulación

A partir del marco teórico que se ha desarrollado y específicamente de la ecuación de responsabilidad fiscal unida a la condición prohibitoria de juegos Ponzi, se realizarán una serie de simulaciones que determinarán los superávits primarios requeridos para el pago de la deuda pública en diversos horizontes temporales y en un contexto de estado estacionario. Con el propósito de presentar un marco de referencia lógico, al respecto del problema de sostenibilidad de la deuda pública colombiana, se han seleccionado diversos países de América Latina que ilustrarán el caso colombiano en un contexto regional.

Metodológicamente el ejercicio de simulación asume que la trayectoria temporal del superávit primario como proporción del PIB sigue una distribución normal con desviación estándar 0.015.<sup>7</sup> La media del grado de endeudamiento

<sup>7</sup> Como lo exponen Posada y Arango (2000), la introducción de volatilidad en la senda temporal de los futuros superávits primarios esperados es fundamental. Esto se debe al efecto que ejerce sobre

público está determinada específicamente para cada país y se encuentra condicionada al horizonte temporal de planeación. Dada la disponibilidad de información se tomó como punto de referencia el nivel de endeudamiento observado para el año 2003. Al respecto de la tasa de crecimiento de estado estacionario es el resultado de la suma de la tasa de crecimiento de la población evidenciada durante el siglo XX, GRECO (2002) y la tasa de crecimiento del PIB per-cápita de estado estacionario, Bernard (2001). La tasa de interés real se estima siguiendo la metodología propuesta por Obstfeld y Rogoff (1996).<sup>8</sup> Cada uno de los ejercicios de simulación fue replicado 500 veces, y se estableció el promedio de los resultados arrojados, como el superávit primario requerido permanentemente para juzgar sostenible el actual grado de endeudamiento.

Como se observa en la tabla 1, la situación de sostenibilidad de la deuda pública colombiana se encuentra en un lugar intermedio con referencia al contexto regional. Se estima que la media de los superávits primarios futuros necesarios para juzgar sostenible el actual nivel de endeudamiento deben ser del 2.51% del PIB, si el horizonte temporal de planeación son cincuenta años. Dicho superávit es inferior al requerido para el caso argentino (6.35%) y brasilero (2.79%), pero superior a las necesidades fiscales que enseñan las economías venezolana (2.05%), chilena (1.65%) y mexicana (1.25%).

En general, los gobiernos no buscan saldar por completo sus obligaciones financieras, en contra posición, el tratamiento que se da es mantener dichos compromisos bajo ciertos límites. Tales límites están condicionados a la estructura misma de la economía en cuestión y a las expectativas que los agentes formulen al respecto. Dado este marco es razonable formular un ejercicio en el cual se estimen los superávits primarios para el año 2004 que mantendrán constante el grado de endeudamiento público evidenciado en el año inmediatamente anterior.

---

el costo de la deuda y la presencia de perturbaciones estocásticas que están fuera del control de la autoridad económica.

<sup>8</sup>  $r = \frac{1+\gamma}{\beta} - 1$  donde está implícito que la tasa de sustitución intertemporal de los agentes es unitaria.

**Tabla 1.**  
Superávit primario requerido para el pago de la deuda pública bajo estado estacionario

AÑOS	DEUDA/PIB <sub>2003</sub>	CRECIMIENTO	TASA REAL <sup>9</sup>	SUP/PIB
ARGENTINA				
25	132.59%	2.37%	6.64%	8.64%±1.5%
50	132.59%	2.37%	6.64%	6.35%±1.5%
75	132.59%	2.37%	6.64%	5.80%±1.5%
100	132.59%	2.37%	6.64%	5.62%±1.5%
BRASIL				
25	58.20%	4.64%	9.00%	3.79%±1.5%
50	58.20%	4.64%	9.00%	2.79%±1.5%
75	58.20%	4.64%	9.00%	2.54%±1.5%
100	58.20%	4.64%	9.00%	2.47%±1.5%
COLOMBIA				
25	52.33%	4.49%	8.84%	3.41%±1.5%
50	52.33%	4.49%	8.84%	2.51%±1.5%
75	52.33%	4.49%	8.84%	2.29%±1.5%
100	52.33%	4.49%	8.84%	2.22%±1.5%
CHILE				
25	34.40%	4.40%	8.75%	2.24%±1.5%
50	34.40%	4.40%	8.75%	1.65%±1.5%
75	34.40%	4.40%	8.75%	1.50%±1.5%
100	34.40%	4.40%	8.75%	1.46%±1.5%
MÉXICO				
25	26.00%	4.39%	8.74%	1.69%±1.5%
50	26.00%	4.39%	8.74%	1.25%±1.5%
75	26.00%	4.39%	8.74%	1.14%±1.5%
100	26.00%	4.39%	8.74%	1.10%±1.5%
VENEZUELA				
25	42.90%	2.35%	6.62%	2.79%±1.5%
50	42.90%	2.35%	6.62%	2.05%±1.5%
75	42.90%	2.35%	6.62%	1.88%±1.5%
100	42.90%	2.35%	6.62%	1.82%±1.5%

Fuentes. 1) Grado de endeudamiento público: Argentina, Ministerio de economía y finanzas. Brasil, Banco central. Colombia, Banco de la República. Chile, JPMorgan. México, Secretaria de hacienda y crédito público. Venezuela, Credit Suisse First Boston.

2) Tasa de crecimiento de estado estacionario: Argentina, GRECO (2002) y Bernard (2001). Brasil, GRECO (2002) y Bernard (2001). Colombia, GRECO (2002) y Bernard (2001). Chile, GRECO (2002) y World Bank (2002). México, GRECO (2002) y Bernard (2001). Venezuela, GRECO (2002) y Bernard (2001).

<sup>9</sup> Tradicionalmente se asume  $\beta=0.96$

Para efectos del ejercicio se debe considerar que la deuda pública presenta dos componentes, uno interno y el otro externo, por ende el costo real de ésta debe tomar implícitamente dicho hecho. En términos generales se recurre al siguiente procedimiento:

- Costo deuda externa  $\Rightarrow i_t^{Ext} = (1 + i_t^f) (1 + dep_t^e) - 1$ . Donde  $i_t^f = i_t^{Bas} + \rho_t$ , la tasa de interés pagada sobre la deuda pública externa se determina sobre la tasa de interés básica del activo libre de riesgo y el spread medio de la deuda pública para el mismo período. Además  $dep_t^e$  es la depreciación esperada en  $t - 1$  para  $t$ .

- Costo deuda interna  $\Rightarrow i_t^{Int}$  Este es el costo promedio de los activos ofrecidos por el gobierno en el mercado interno.

- Costo real  $\Rightarrow$

$$r_t = \theta r_t^{Ext} + (1 - \theta) r_t^{Int} = \theta \left[ \frac{1 + i_t^{Ext}}{1 + \pi_t^e} - 1 \right] + (1 - \theta) \left[ \frac{1 + i_t^{Int}}{1 + \pi_t^e} - 1 \right]$$

Donde  $\theta$  representa la participación del componente externo en la deuda pública total y  $(1 - \theta)$  el componente interno, además  $\pi_t^e$  es la inflación esperada en  $t - 1$  para  $t$ .

Tomando en consideración el aspecto sobre el costo real de la deuda pública, y atendiendo a las expectativas sobre los diversos factores que inciden en el ejercicio, se procedió a establecer los superávit (déficit) primarios esperados necesarios para sostener el actual grado de endeudamiento público. Este procedimiento se realizó para las economías latinoamericanas objeto de estudio. Los resultados se pueden observar en la tabla 2.

La evidencia enseña que bajo el escenario propuesto, el superávit primario requerido para mantener el grado de endeudamiento observado en la economía colombiana durante el año 2003 es equivalente a 0.31% del PIB. Dicha necesidad es inferior a los requerimientos fiscales necesarios en Argentina, Brasil y Venezuela, pero superior a las necesidades de Chile y México.

Los ejercicios realizados enseñan que la situación de sostenibilidad de la deuda pública en el contexto latinoamericano evidencia una posición bastante rígida para Argentina y Brasil, en tanto que México y Chile presentan una

situación holgada. Colombia y Venezuela se encuentran en un lugar intermedio que puede ser manejable, pero se debe tener presente que la base del ejercicio es la deuda cierta, cuando se toma en consideración la deuda contingente, la situación se torna más compleja dado que ésta implica un esfuerzo fiscal mayor. Clavijo (2002) establece para el caso colombiano la presencia de la deuda contingente atañe la generación de un superávit primario excedente equivalente a 0.5% del PIB.

**Tabla 2.**

Superávit (Déficit) primario requerido para sostener el grado de endeudamiento observado en el año 2003

País	Deuda/ PIB <sub>2003</sub>	Crecimiento Esperado <sub>2004</sub>	Interés real <sub>2004</sub>	Superávit requerido <sub>2004</sub>
Argentina	132.6%	5.5%	26.0%	25.78%
Brasil	58.2%	3.6%	9.4%	3.24%
Colombia	52.3%	3.4%	4.0%	0.31%
Chile	34.4%	4.7%	0.6%	-1.34%
México	26.0%	3.1%	3.3%	0.05%
Venezuela	42.9%	6.8%	14.1%	2.94%

Fuentes. 1) Tasa de crecimiento: Latinfocus consensus forecast, febrero 2004.

2) Interés real: cálculos del autor basado en información del EMBIG y ELMI entre enero y abril del 2004. Además de pronósticos de JPMorgan y Latinfocus consensus.

#### IV. Conclusiones

Los múltiples ejercicios realizados enseñan la presencia tácita del efecto bola de nieve, es decir, aquella proposición en la cual se argumenta que las economías que evidencian elevados grados de endeudamiento asociados a problemas de inestabilidad económica, presentan tasas de interés reales superiores como manifestación de una mayor riesgo, dada una probabilidad más alta de incurrir en default. Esta situación agudiza aún más su posición fiscal, lo cual debe desencadenar una reforma fiscal que mejore estructuralmente las finanzas públicas. Caso contrario ocurre con las economías que presentan situaciones fiscales más balanceadas, y que por consiguiente entrañan un menor riesgo, lo cual implica una menor tasa de interés real y el alivio fiscal subyacente. En este orden de ideas, la economía Argentina se debe encaminar en una reforma fiscal

que mejore estructuralmente su posición, en tanto que Chile, debe continuar con la senda que hasta el momento se vislumbra, por lo menos dados los niveles observados de deuda pública cierta.

## **Bibliografía**

- Ando, A. y Modigliani, F. (1963). "The life-cycle hypothesis of saving: Aggregate implications and test", *American Economic Review*.
- Bernard, A. (2001). "Trends and transitions in the long run growth of nations", *National Bureau of economic research*, julio, pp. 42-44.
- Brumberg, R. y Modigliani, F. (1954). "Utility analysis and the consumption function: An interpretation of cross-section data". *Post-Keynesian economics*, pp. 388-436, New Brunswick: Rutgers University Press.
- Cass, D. (1965). "Optimum growth in an aggregative model of capital accumulation", *Review of Economic Studies*, julio, No. 32, pp. 233-240.
- Clavijo, Sergio. (2002). "Deuda Pública Cierta y Contingente: el Caso de Colombia", *Borradores de Economía*, abril, No 205.
- CONFIS. (2002). "La deuda pública colombiana: definiciones, estadísticas y sostenibilidad", *Documentos Asesores*, marzo, No 2.
- GRECO. (2002). *El crecimiento económico colombiano en el siglo XX*. Fondo de cultura económica.
- Koopmans, T. (1965). *On the concept of optimal economic growth*, *The Economic Approach to development Planning*. Elsevier.
- Lozano, Luis. (2002). "Dinámica y características de la deuda pública en Colombia: 1996-Marzo 2002", *Borradores de Economía*, junio, No 211.
- Obstfeld, M., y Rogoff, K. (1996). *Foundations of international Macroeconomics*. The MIT Press, Cambridge Massachusetts.
- Posada, Carlos Esteban y Arango, Luis Eduardo. (2000) "¿Podremos sostener la deuda pública?", *Borradores de economía*, diciembre, No 165.
- Ramsey, F. (1928). "A mathematical theory of saving", *Economic Journal*, diciembre, No 38, pp. 543-559.
- Romer, D. (2001). *Macroeconomía Avanzada*. McGraw-Hill.
- Solow, R. (1956). "A contribution to the theory of economic growth", *Quarterly journal of economics*, febrero, No 70, pp. 64-94.