



Escuela de Economía y Finanzas
Maestría en Administración Financiera – MAF
**OPTIMIZACIÓN FINANCIERA DE PORTAFOLIOS DE INVERSIÓN
EN LA BOLSA DE VALORES DE COLOMBIA MEDIANTE EL USO
DE RGOP**

ANDRÉS FELIPE CUARTAS ARIAS

**UNIVERSIDAD EAFIT
ESCUELA DE ECONOMÍA Y FINANZAS
MAESTRÍA EN ADMINISTRACIÓN FINANCIERA
PEREIRA
2016**

Escuela de Economía y Finanzas
Maestría en Administración Financiera – MAF
**OPTIMIZACIÓN FINANCIERA DE PORTAFOLIOS DE INVERSIÓN
EN LA BOLSA DE VALORES DE COLOMBIA MEDIANTE EL USO
DE RGOP**

**Trabajo presentado como requisito parcial para optar al título de
magíster en Administración Financiera**

ANDRÉS FELIPE CUARTAS ARIAS¹

Asesora: Luisa Fernanda Correa Lafaurie, MAF

**UNIVERSIDAD EAFIT
ESCUELA DE ECONOMÍA Y FINANZAS
MAESTRÍA EN ADMINISTRACIÓN FINANCIERA
PEREIRA**

2016

¹ andresf.cuartas@hotmail.com

Escuela de Economía y Finanzas
Maestría en Administración Financiera – MAF

Resumen

La Bolsa de Valores de Colombia (BVC) ha tenido un impacto reducido en la población colombiana sobre todo debido a la falta de educación financiera y a múltiples casos de corrupción que han opacado su rol en la sociedad. En general, los colombianos ven con incertidumbre, desconfianza y escepticismo las ventajas de invertir en la bolsa tales como obtener rendimientos superiores que las de las inversiones tradicionales, seguridad en las transacciones y disponibilidad del dinero cuando se requiera, lo que desencadena inversiones en métodos más tradicionales, como los CDT (certificado de depósito a término), con muy bajas tasas de rendimiento, o en negocios que representan altos riesgos. Dicho comportamiento ha generado que muchas de las inversiones que realiza una persona promedio en Colombia no vayan más allá de productos financieros conocidos, negocios familiares o tradicionales, pirámides o multiniveles que entorpecen el sistema financiero. Una de las principales barreras encontradas al momento de invertir en la Bolsa de Valores de Colombia son creencias populares tales como: a) es obligatorio tener grandes capitales de dinero, o b) es necesario un conocimiento financiero especializado para invertir. También resulta incierto para muchos usuarios en cuáles acciones convendría invertir una vez desmitificadas las anteriores creencias. Para mitigar algunos de dichos inconvenientes, el estudio de portafolios de inversión propone como estrategia principal la diversificación de la inversión y la limitación del riesgo con el fin de crear portafolios altamente eficientes en términos financieros. Si bien existen múltiples técnicas para la creación y la optimización de portafolios de inversión (por ejemplo: *growth optimal portfolio*), su uso en Colombia es limitado debido en lo primordial a que es una metodología reciente y a que su implementación no suele ser trivial, puesto que requiere el uso de múltiples herramientas computacionales para ser puesto en práctica. El presente trabajo de grado presenta la implementación de un algoritmo de optimización robusto, en el sentido de las distribuciones de probabilidad requeridas, llamado portafolio óptimo de crecimiento robusto (*robust growth optimal portfolio* o RGOP) para acciones de la Bolsa de Valores de Colombia. Se escogieron varios portafolios al tener en cuenta tres criterios de inclusión para las acciones y se simularon tres escenarios y una suposición con el fin de demostrar la eficacia del algoritmo para minimizar el riesgo de inversión y maximizar la tasa de crecimiento en unos horizontes de tiempo predefinidos. En último lugar se compararon las rentabilidades de los diferentes portafolios propuestos con las tasas de captación de CDT y CDA (certificados de depósito de ahorro) de bancos populares en Colombia. La implementación del algoritmo se realizó en la plataforma *Matlab* y se acudió a varias bibliotecas de modelamiento matemático. Sin tener en cuentas los costos de transacciones por compra y venta de acciones, los resultados muestran que mientras el sector financiero ofrecía a través de los CDT inferiores de 180 días un promedio de 4.80% de rentabilidad, en un período similar el RGOP arrojaba en promedio 11.83% en los portafolios de inversión de los tres escenarios, es decir, la metodología propuesta ofreció rendimientos superiores a las ofertas de los bancos en 147% para los períodos simulados. En conclusión, todos los escenarios analizados presentaron mejores rendimientos en la simulación que los rendimientos ofrecidos por los bancos durante el mismo período; se les dio mayor ponderación a las acciones que presentaron tasas de crecimiento mayores de tal forma que se minimizaran los riesgos implícitos de invertir en bolsa. El RGOP mostró ser una técnica robusta para su uso con acciones de la Bolsa de Valores de Colombia porque ofreció una sólida combinación entre retorno y riesgo para futuros inversionistas.

Palabras clave: portafolio de inversión, portafolio óptimo de crecimiento robusto, educación financiera, Bolsa de Valores de Colombia, algoritmo, *Matlab*.

Abstract

The “Bolsa de Valores de Colombia” (Colombian Stock Market) has been a limited impact in Colombian population mainly due the lack of financial education and several corruption cases minimizing its role in our society. Generally, Colombian people feel uncertainty, mistrust and skepticism the multiple advantages of invest in the stock market such as yielding higher returns compared with banks, security in the transactions and the money availability once it is required, thus unleashing investments in more traditional methods such as certificates of deposit (called CDTs in Colombia) with very low rates of return or even assuming high risks. This behavior has produced that many of the investments carried out for an average individual in Colombia do not go beyond of well-known financial products, family business, multi-level marketing business and pyramid

Escuela de Economía y Finanzas

Maestría en Administración Financiera – MAF

schemes which drag out the national financial system. One of the main barriers found to invest in the stock market are the popular beliefs such as: a) it is necessary to have big amounts of money or b) it is necessary a specialized financial knowledge to invest. Likewise, for those who are overcome these barriers, it is certainly unknown the better shares of the stock to invest in. To mitigate some of these issues, investigations in investment portfolios proposes as main strategy the diversification of the investment and the risk limitation in order to create highly efficient portfolios in financial terms. Even though there are multiple techniques for the creation and optimization of investment portfolios (e.g. Growth Optimal Portfolio- GOP), its use in Colombia is scarce due to the novelty of this topic and the difficulties presented by reason of the computational resources needed for the implementation. This thesis presents the employment of a distributionally robust optimization algorithm called Robust Growth Optimal Portfolio (RGOP) used in shares of the Colombian Stock Market. We chose different portfolios considering three inclusion criteria for the shares and we simulated 3 scenarios and 1 supposition in order to demonstrate the efficacy of the algorithm to minimize the investment risk and maximize the growth rate over some pre-defined time horizons. Finally, we compared the profitability of different proposed portfolios with the capture rate CDT and CDA in popular Colombian banks. The algorithm's implementation was performed using the software platform Matlab by means multiple mathematician modelling tools. Disregarding transaction costs for buying and selling shares, the results showed that while the financial sector offered a profitability average of 4.80 % through CDs with less than 180 days, using a similar period of time the RGOP showed averages higher than 11.83 % in all of the proposed investment portfolios, that is the proposed methodology represented higher returns than banks offering profitabilities of 147 % for the simulated periods of time. To conclude, all the analyzed scenarios using the RGOP presented better profitabilities in the simulation than the banks for the same periods of time, giving a major deliberation to those shares who represented the best growth rates, thus minimizing the risk of the stock market investment. The RGOP showed to be a robust technique for its use in the shares of the Colombian Stock Market, offering a solid combination between the return and risk for future investors.

Keywords: investment portfolios, Robust Growth Optimal Portfolio, financial education, colombian stock market, algorithm, Matlab.

Escuela de Economía y Finanzas
Maestría en Administración Financiera – MAF
CAPÍTULO I

1 Introducción

Desde el punto de vista cultural, en Colombia el mercado bursátil les genera ciertas dudas a las personas que pueden realizar inversiones en acciones y poco a poco se ha convertido en una conducta frecuente el rechazo de las mismas, porque el esquema del voz a voz ha generalizado algún evento desafortunado de determinada persona que asumió el riesgo de invertir y que por falta de conocimiento en el tema volvió su realidad en una del mercado, lo que lleva de esa forma a ver la inversión en la bolsa de valores como una situación que está sujeta al azar y que puede generar pérdidas precipitadas en cualquier instante.

Sin querer enfrentarse a las condiciones culturales de la actual sociedad, se toman fuentes de información fiable que aseguran que el nivel de educación financiera del país es una materia por asignar y que se evidencia no solo en los resultados de las pruebas PISA, sino también en la velocidad para afrontar las crisis que una economía globalizada pueda generar.

Dado el desconocimiento financiero, es normal que las personas que tienen liquidez o ahorros busquen opciones basadas en el buen nombre que una entidad pueda difundir y que asegure que el dinero no se perderá, situación que ha llevado a que los individuos no consideren los márgenes de rentabilidad que ofrecen los bancos sino la prevención de un fraude.

Al revisar la memoria histórica de los colombianos a corto plazo, es común encontrar escándalos de corrupción en sectores de la BVC, fraudes masivos soportados en inversiones en bolsa y caídas de los indicadores bursátiles debido a especulaciones sin fundamento. Es

Escuela de Economía y Finanzas

Maestría en Administración Financiera – MAF

claro que cada uno de los episodios relacionados tiene un elemento en común, basado en el desconocimiento financiero, que ha llevado a estigmatizar las inversiones en acciones, lo que priva a las personas de una forma de invertir atractiva y rentable; además, al igual que toda otra inversión, puede presentar riesgos, pero por el comportamiento del mercado y no ocasionados por la entidad que regula el mercado bursátil colombiano.

La fama de baja rentabilidad, inseguridad y otras dificultades de las inversiones en bolsa se ha fundamentado en el desconocimiento de la población, lo que ha creado una oportunidad de negocio para los bancos, que ofrecen sus productos financieros basados en la fiabilidad de sus entidades y no en el buen servicio ni en la rentabilidad que obtendría el inversionista.

Dicha situación ha llevado a que las entidades financieras estén dentro del sector de las empresas con mayor crecimiento y más altas rentabilidades, apoyadas en su capacidad de captar dinero y en el cobro excesivo al prestar sus servicios financieros.

En el entorno descrito se plantea la presentación de una herramienta que mediante un programa de computación aplique modelos teóricos que permitan conformar un portafolio de inversión en el que el nivel de incertidumbre sea bajo y que ofrezca rentabilidades superiores a las opciones tradicionales del sector financiero. Para ello se sugiere utilizar un algoritmo de aprendizaje de máquina (*machine learning*) que lleve a cabo los cálculos matemáticos necesarios para llegar a la conformación del portafolio de inversión, sin necesidad de que el usuario deba saber ni investigar en profundidad sobre la teoría aplicada, de tal manera que se

disponga de criterios de decisión estructurados, confiables y, sobre todo, que puedan ofrecer niveles de rentabilidades atractivos.

2 Situación en estudio

En la actualidad, el país se encuentra en un momento coyuntural enmarcado por realidades sociales, políticas y económicas inestables y con cambios drásticos en cada uno de los ámbitos expuestos, lo que genera así un interrogante que no es ajeno a la historia: ¿está Colombia preparada para cada uno de los cambios sugeridos por el mundo?

De forma holística, y sin pretender herir susceptibilidades comunes, en el presente documento se presenta un estudio descriptivo que parte de conjugar varias fuentes académicas, informativas y de opiniones para intentar mostrar un panorama que en primera instancia sugiere un problema por abordar.

Dadas las circunstancias, es claro que en Colombia hay una problemática en cuanto a las falencias que puede presentar uno de los pilares que posee; no es oculto que el sistema académico nacional no estimula el crecimiento intelectual de la mayoría de la población y que, inmersos en esta realidad, el país puede presentar retrasos frente a otros similares y, por ende, reaccione de modo inoportuno ante las problemáticas globales que la nueva era pueda presentar.

En el 2008, el mundo sufrió una contracción económica a la que Colombia no fue ajena, puesto que el intento de integración al mercado global expuso al país, en forma riesgosa, a los cambios que trae consigo el día a día internacional, pero que, a diferencia de los

Escuela de Economía y Finanzas

Maestría en Administración Financiera – MAF

desarrollados, la nación no presenta el mismo nivel de adecuación y reacción a las transformaciones que tienen naciones con economías estables y que, gracias a sus acertadas decisiones, ofrecen un panorama más prometedor. Esta realidad llevó a cuestionar a varios académicos acerca de los elementos comunes que diferenciaban las acciones entre aquellos países cuya velocidad de recuperación es mayor que la de otros (como es el caso de Colombia).

Formulada la inquietud, en el libro de Lin, Edvinsson, Chen y Beding (2014) se plantea una fuerte relación entre el capital intelectual de cada nación y su velocidad de recuperación frente a la crisis económica de 2008; para empezar a desarrollar el tema se debe iniciar con una breve explicación acerca del capital intelectual nacional (siglas en inglés NIC), que es un valioso activo intangible, clave en la ventaja competitiva que posee el capital humano de cada país, que en última instancia se traduce en su bienestar económico y que debe analizarse en el conglomerado de los indicadores que lo conforman:

- Capital humano nacional: representa, en lo primordial, la inversión de un país en la consolidación de los recursos humanos calificados, como la matrícula en educación superior, la mano de obra calificada y el gasto público en educación.
- Capital nacional de mercado: se refiere en lo fundamental al comercio y a las relaciones, como las empresas transnacionales, la globalización y las exportaciones de bienes internacional del país.

Escuela de Economía y Finanzas
Maestría en Administración Financiera – MAF

- Capital nacional de procesos: está conformado sobre todo por la infraestructura necesaria para la construcción de una sociedad próspera, como la disponibilidad de capital, los suscriptores de telefonía móvil y la eficiencia del respectivo gobierno.
- Capital nacional de renovación: tiene que ver con la capacidad de investigación, desarrollo e innovación (I+D+i), como la infraestructura correspondiente, el gasto pertinente, los artículos científicos y las patentes.
- Capital financiero nacional: está constituido por el PIB, el ingreso per cápita y la paridad de poder adquisitivo (PPA) en dólares estadounidenses convertidos en una puntuación de 1 a 10.

Con base en las definiciones anteriores, se tiene que el estudio refleja un resultado que en forma descriptiva se fundamentaba en las falencias en educación financiera (EF) que posee Colombia y que inicialmente para los autores era claro que los análisis sugieren que

si bien Colombia ocupa el segundo puesto más alto (al lado de Chile) en el NIC, en el resultado del país, su capital financiero fue el más bajo en términos de la puntuación de 10.01 y la de seis años promedio del PIB per cápita (PPA) en dólares estadounidenses. Esta información indica que Colombia no capitalizó en sus mejores activos intangibles para generar valores más tangibles. En otras palabras, la gestión financiera de Colombia tiene mucho margen de mejora (Lin, Edvinsson, Chen y Beding, 2014, 28). Ver tabla 1.

Escuela de Economía y Finanzas
Maestría en Administración Financiera – MAF

Tabla 1. Clasificación de NIC para países latinoamericanos objeto de estudio

Country	Human capital		Market capital		Process capital		Renewal capital		Financial capital		NIC	
	Score	Ranking	Score	Ranking	Score	Ranking	Score	Ranking	Score	Ranking	Score	Ranking
Argentina	5.370	36	3.340	47	3.038	47	1.413	45	8.755	34	21.916	45
Brazil	4.757	44	4.589	38	3.076	46	1.753	36	8.481	40	22.656	42
Chile	5.414	35	6.663	5	5.163	28	1.710	37	8.784	32	27.734	30
Colombia	4.941	40	4.677	36	3.951	37	1.435	44	8.348	42	23.352	41
Mexico	4.871	42	4.491	39	3.226	45	1.237	48	8.781	33	22.606	43
Venezuela	4.884	41	2.761	48	2.545	48	1.277	46	8.625	38	20.092	48

Fuente: Lin, Edvinsson, Chen y Beding, 2014, 24)

Si se toma como referencia la anterior conclusión del estudio, es claro que Colombia presenta grandes retos en educación financiera (EF), situación que se evidenció con las pruebas PISA de 2014, en las que el país obtuvo el último puesto entre 18 naciones participantes en la medición, resultado que concuerda con el estudio citado y, como lo menciona Carrasco (2014),

la evaluación buscaba analizar los conocimientos de los estudiantes sobre la gestión de cuentas y tarjetas bancarias, la planificación de sus finanzas, la comprensión de los riesgos, intereses o impuestos y temas relacionados con sus derechos y deberes como consumidores.

Con los resultados obtenidos en las dos mediciones mencionadas se puede sugerir que la falencia en educación financiera ha pasado cuenta de cobro, pues si se tiene en cuenta que Colombia, en la región, es uno de los países con mayor disponibilidad y capacidad de explotar sus diversos recursos naturales, no ha generado medidas a largo plazo que permitan recuperaciones más veloces frente a los retos que la economía moderna pudiese plantear y que, incluso, a modo de ejemplo, en enero de 2016 se presentó un escenario confuso para el Gobierno debido a que el petróleo, una de sus principales fuentes de ingresos, tuvo bajos precios internacionales, puesto que la devaluación del peso colombiano se aproximaba al 41.45% respecto al año anterior, situación que preocupó en el país; al mirar el panorama

Escuela de Economía y Finanzas

Maestría en Administración Financiera – MAF

regional, no afectó de igual medida a los principales socios de Colombia (México, Chile, y Perú, con 26.62%, 14.97% y 14.5% en su orden; ver figura 1), lo que lleva a cuestionar la estabilidad de la economía nacional, pues la conjugación de ambos factores afecta en forma directa el consumo de los ciudadanos por la vía de la inflación (A los colombianos les sale 41,45% más caro comprar en dólares que hace un, 2016).



Figura 1. Devaluación de las monedas latinoamericanas

Fuente: (A los colombianos les sale 41,45% más caro comprar en dólares que hace un, 2016)

Frente a las actuales circunstancias nacionales y a los resultados, que no son los esperados, cabe aclarar que el gobierno de Colombia, por medio de sus diferentes instituciones, ha tenido la intención de legislar alrededor de la educación financiera y actuó en dos frentes; el primero fue mediante el sistema educativo nacional, pues en teoría el marco jurídico contempla la

Escuela de Economía y Finanzas

Maestría en Administración Financiera – MAF

importancia de aquella mediante la ley 1450 de 2011 (Congreso de Colombia, 2011), en cuyo artículo 145 se lee:

Programa de educación en Economía y Finanzas. El Ministerio de Educación Nacional incluirá en el diseño de programas para el desarrollo de competencias básicas, la educación económica y financiera, de acuerdo con lo establecido por la ley 115 de 1994.

Al comparar las fechas de ambas leyes, se observa que la discusión tomó dos décadas para el debate de la aprobación de las leyes que orientan el horizonte en educación, lo que afectó en forma directa la formación de varias generaciones de personas y de modo indirecto la economía del país. Como si fuera poco, solo hasta abril de 2015 el Senado de la República aprobó el artículo 145, mediante el que se determinó el presupuesto para llevar a cabo las proyecciones que desde hacía 21 años el país había visualizado (Senado aprobó 145 artículos del Plan Nacional de Desarrollo, 2015). En la actualidad, con el presupuesto aprobado, se espera que los fondos se utilicen de manera óptima y se les dé el uso que la ley dictaminó.

El segundo frente de atención que el Gobierno ha sugerido es la EF mediante las organizaciones que hacen parte del sector, y para ello se promulgó la ley 1328 de 2009 (Congreso de Colombia, 2009), en cuyo artículo 3, literal f, se ordena que las entidades que se encuentran vigiladas por la Superintendencia Financiera de Colombia deben brindar educación financiera sobre los productos ofrecidos a los consumidores. En la ley referenciada se establece la educación financiera como un derecho del consumidor (artículo 5, literal d); por otro lado, en el artículo 23, en los objetivos de intervención, en el literal o, el Estado se

Escuela de Economía y Finanzas

Maestría en Administración Financiera – MAF

plantea como objetivo de intervención el cumplimiento de la educación financiera como derecho de los consumidores.

Habida cuenta de las instrucciones impartidas por la Nación a cada una de las empresas participantes del sector financiero, la Superintendencia Financiera de Colombia lleva a cabo estudios que permiten evaluar los programas de EF de las entidades a las cuales vigila; los resultados muestran un panorama que tampoco es extraño ni ajeno a lo que evidencia el mercado:

Considerando los tipos de entidades que se encuentran en el sector financiero y las fortalezas y debilidades que tienen en sus programas, es viable realizar una división entre tres sectores principales. La clasificación en las que se encuentran las entidades estará dada a partir de la evolución de sus programas en criterio como evaluaciones, presupuesto, independencia operacional, cargo, metodología y otros (Superintendencia Financiera, 2015b, 15).

Entregadas las características que el estudio planteaba, se determinaron tres categorías en las cuales se ubicaría a las entidades financieras participantes de la encuesta en:

“Primaria: su desarrollo presenta varias limitaciones, como el hecho de no contar con evaluaciones de impacto, presupuesto, un área separada de EF, un director como representante del programa y una metodología definida” (Superintendencia Financiera, 2015b, 15). En este rango, que es el más básico, se encuentra el 72% de las entidades financieras que se evaluaron.

Escuela de Economía y Finanzas

Maestría en Administración Financiera – MAF

“Intermedia: cuenta con áreas de educación, el cargo del responsable del programa es alto (Director o Gerente) y cuentan con una metodología en su programa” (Superintendencia Financiera, 2015b, 16). Solo el 9% de las entidades se encuentra en este perfil.

“Avanzada: aquellos programas que son manejados por un cargo alto dentro de la organización, cuentan con una metodología definida, con un presupuesto y un área destinada específicamente para el programa y han sido definidas las evaluaciones de impacto que se utilizarán en él” (Superintendencia Financiera, 2015b, 16). El 9% de las entidades encuestadas posee estas características.

Como dato adicional, el resultado del mapeo arrojó que las páginas web son el 84% de la oferta por parte de las entidades para llevar a cabo la educación financiera de sus clientes.

Por otro lado, el análisis por sectores reflejó que el 50% de los bancos crearon los programas mencionados en un período de tres a cuatro años atrás de la fecha del estudio y que estaban orientados a cubrir el mayor número de clientes posible, al tener en cuenta la gran cantidad de usuarios que poseen; además, el 82.4% de los bancos se enfocaron hacia programas de corta duración y el 84.2% de las dichas entidades enfatizaron en las finanzas personales. Otro dato revelado por el mapeo de los programas de educación financiera revela que, respecto a la población objetivo, el público en general bancarizado correspondía al 69.2%.

En el documento también se afirma que uno de los sectores más estructurados en el programa de educación financiera era el de los bancos y, como era de esperarse, debido a las grandes

Escuela de Economía y Finanzas

Maestría en Administración Financiera – MAF

inversiones en publicidad de dichos programas fueron las ofertas con mayores probabilidades de captar dinero del público colombiano.

Para continuar con el análisis propuesto, hay que reconocer que la crisis económica de 2008 dejó grandes lecciones, que muestran la necesidad de invertir en educación financiera, puesto que da herramientas a la población que permiten entender y discernir frente a las realidades que afronta el país y, como consecuencia, se genera en forma individual un crecimiento en la formación de los ciudadanos que estructura la toma de decisiones de manera objetiva y clara frente a las necesidades económicas personales para así adquirir responsabilidades ante a sus finanzas en los hogares, células de la sociedad.

Para continuar con lo expresado, la encuesta de medición de las capacidades financieras en los países Andinos: Colombia, Ecuador, Perú y Bolivia, realizada por el Banco de Desarrollo de América Latina (CAF) (Mejía, 2015) revela que el 40% de las familias carecen de presupuesto; entre ese porcentaje, el 63% lo utiliza en forma general, y los estratos socioeconómicos 4, 5 y 6 son los que lo usan con mayor frecuencia. Por otro lado, el informe asegura que "El producto "cuenta de ahorro" es el más conocido (83%), el 35% indicó tener una cuenta de ahorro y el 29% eligió una en los últimos dos años" (Mejía, 2015, 7), lo que evidencia que en Colombia los bancos han realizado un gran esfuerzo para que su producto financiero estrella sea el más reconocido entre sus opciones, pero, ¿es la mejor para los usuarios? Sin embargo, los datos van más allá de lo expresado: el 37% de los encuestados aseguran que guarda sus ahorros en el hogar, mientras que el 12% de la muestra poblacional

Escuela de Economía y Finanzas

Maestría en Administración Financiera – MAF

consultada lo deja en las cuentas de ahorro ofrecidas por la banca personal. Por otra parte, el estudio asegura que los conceptos de inflación, riesgo y diversificación se conocen en forma general, pero que hay dificultades para los cálculos de tasas de interés. En una de las opiniones el estudio afirma:

En conclusión, la encuesta evidencia precarios conocimientos por parte de la población colombiana de la oferta existente de productos financieros y de sus derechos como usuarios. De igual manera, los conocimientos de conceptos financieros de carácter técnico son débiles y se limitan a nociones básicas (Mejía, 2015, 67).

En la sociedad colombiana, el sector financiero y sus productos por lo común se relacionan en forma exclusiva con los que ofrecen los bancos mediante sus diversas líneas de servicios, con lo que se excluye casi de manera tajante a los demás miembros de dicho sector y sus correspondientes productos, afirmación que también se vio reflejada en el estudio de Mejía (2015), como se aprecia en la figura siguiente:

Escuela de Economía y Finanzas
Maestría en Administración Financiera – MAF

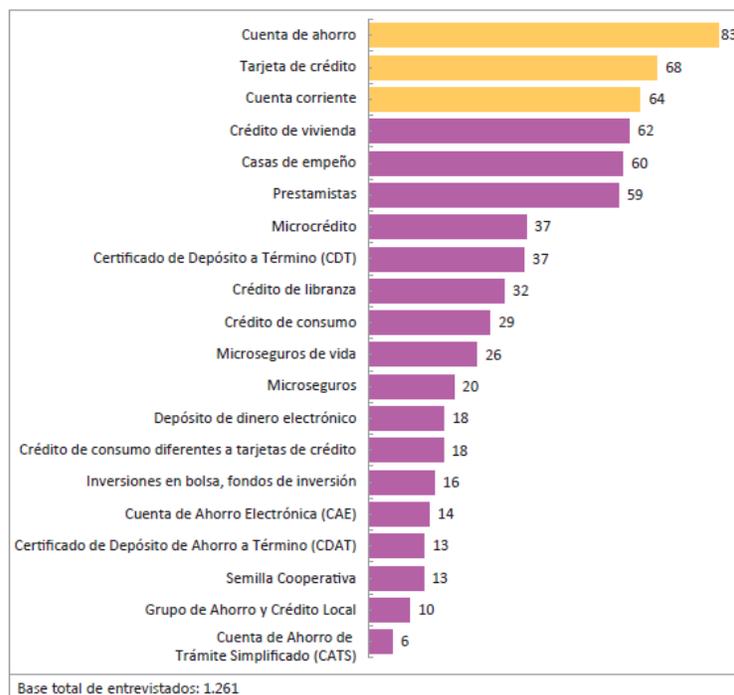


Figura 2. Conocimiento de los productos financieros en porcentaje

Fuente: Mejía (2015, 28)

Con el análisis de la imagen anterior queda claro que los bancos son muy fuertes en hacer conocer sus productos y que debido a su desconocimiento, el público ha optado por creer de modo ciego en la información suministrada por las entidades en cuestión, que dan soluciones a las necesidades del mercado y ven en el consumo de la sociedad una oportunidad latente de crecimiento para sus ingresos, lo que concuerda con varias realidades de la población: falta de un presupuesto, falencias en los ingresos, cultura del consumo desmedido e informalidad financiera.

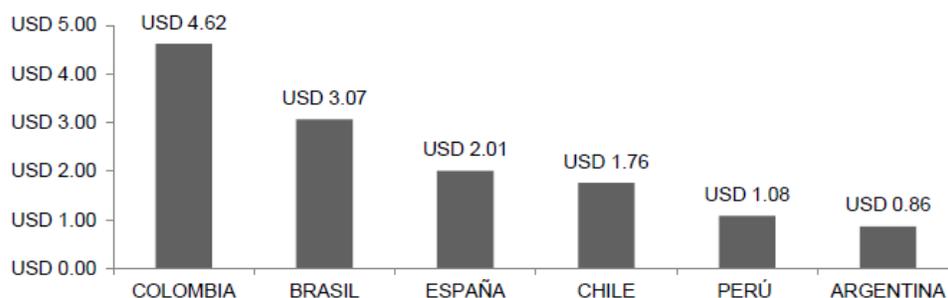
Por otro lado, si se enfatiza en los productos que hacen relación a un exceso de liquidez, se encuentran tres ofertas financieras muy sólidas: cuenta de ahorros, cuenta corriente y

Escuela de Economía y Finanzas

Maestría en Administración Financiera – MAF

certificados de depósito a término, ofertas que también son cubiertas por los bancos y que tienen tanto adeptos como contradictores, pero que, al confrontar las tasas que convergen en un análisis estructurado, llevan a una clara realidad que, además, está enmarcada en un conjunto de observaciones adicionales.

En primer lugar, los costos del sistema financiero colombiano no reflejan la realidad hispanoamericana, puesto que según Catica Barbosa, Parra Alviz y López Montoya (2014), los costos de los servicios financieros, son excesivos. Ver figuras 3 y 4.

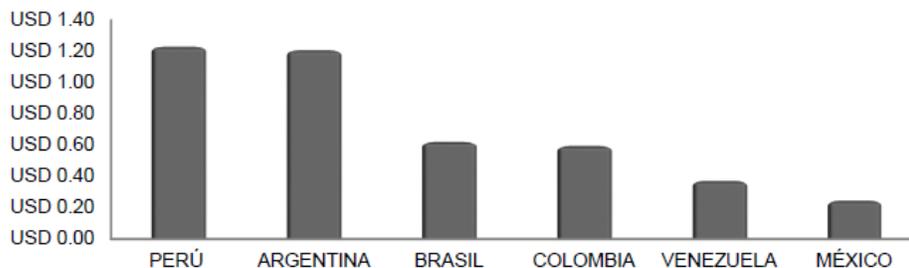


Fuente: Entidades reguladoras y bancos centrales de cada país – Cálculos Asobancaria (2012) La figura muestra el costo en USD del manejo de la tarjeta débito en países como Colombia, Brasil, España, Chile, Perú y Argentina.

Figura 3. Costo de los servicios financieros en el mundo: costos de cuota de manejo de tarjeta débito

Fuente: Catica Barbosa, Parra Alviz y López Montoya (2014, 32)

Escuela de Economía y Finanzas
Maestría en Administración Financiera – MAF



Fuente: Entidades reguladoras y bancos centrales de cada país – Cálculos Asobancaria (2012) La figura muestra el valor en USD que cobran en promedio los bancos por cada retiro de dinero en la oficina donde el cuentahabiente o ahorrador posee su cuenta de ahorros.

Figura 4. Costo de los servicios financieros en el mundo: costo de retiro en oficina

Fuente: Catica Barbosa, Parra Alviz y López Montoya (2014, 32)

Para tener un escenario más ajustado al contexto actual, y en el caso de que el cuentahabiente no cumpla el perfil estipulado para la ley que lo exonere, también se debe tener en cuenta la imposición del cuatro por mil a cada transacción financiera que se realice, que en la actualidad se estima que representa un recaudo anual de 5,6 billones de pesos para la Nación, cifra de gran impacto para el presupuesto fiscal que ha sobrevivido a varios intentos de desmonte y que en caso de realizarse se reflejará de manera directa en el aumento inminente del IVA, tarea que se convertiría en tarea utópica para el Gobierno debido al alto contenido social que arroja el incremento en dicho impuesto (González, 2015).

Debido a los costos directos e indirectos asociados con las cuentas corrientes y las de ahorro, se entiende por qué los datos antes mencionados demuestran que las personas prefieren guardar sus ahorros debajo del colchón, pero, ¿qué pasa con los CDT?

Sobre la respuesta a la pregunta anterior también hay documentación académica, que sustenta que, debido a las condiciones que ofrecen los bancos, los CDT son opciones que se deben

Escuela de Economía y Finanzas

Maestría en Administración Financiera – MAF

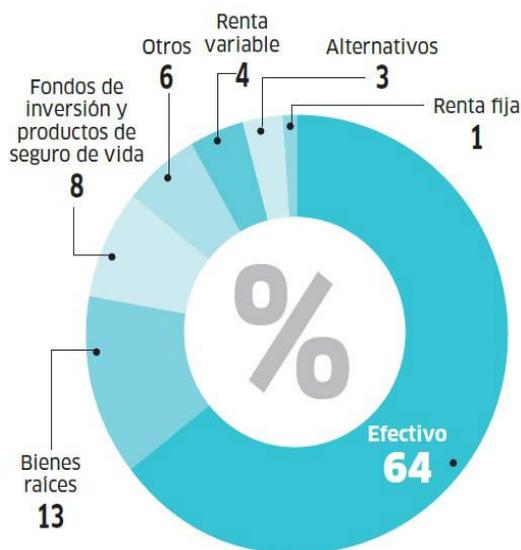
analizar más a fondo y para ello se toma como referencia el artículo de Catica Barbosa, López Montoya, Parra Alviz (2014) en el que los autores, después de haber desarrollado un proceso descriptivo que presenta evidencias, mediante un método inductivo y en forma sistemática y coherente concluyen que dicho instrumento no debe tomarse como de ahorro ni de inversión. Para fundamentar lo anterior llevaron las tasas a interés efectivo anual y tomaron las rentabilidades brutas que ofrecieron los bancos, descontaron en ellas la tasa de imposición, de acuerdo con los estatutos tributarios colombianos, y determinaron la rentabilidad neta. Por último, para determinar el verdadero rendimiento, la rentabilidad neta se somete al efecto inflacionario del período de estudio y se establece la real para los ahorradores, de lo que se obtiene que hay una destrucción de valor o unas ganancias muy bajas que desincentivan la utilización de dichos instrumentos.

Dadas las circunstancias, y puesto que el CDT no es atractivo para invertir ni para ahorrar, aun así antes se mencionaba como uno de los instrumentos financieros más reconocidos y de mayor acogida, lo que es posible que se deba a varias causas; una de ellas puede atribuirse a lo publicado en el Portafolio, donde se cita una encuesta realizada por el Fondo BlackRock (El 70% del ahorro de los colombianos es en efectivo, 2016), que asegura que los colombianos prefieren tener flujo de caja mediante dinero en efectivo y cuentas de ahorro o CTD.

Escuela de Economía y Finanzas
Maestría en Administración Financiera – MAF

Los colombianos siguen prefiriendo el efectivo

PORCENTAJE DE RESPUESTAS



FUENTE: BLACKROCK

Figura 5. Preferencia de los colombianos por el efectivo

Fuente: (El 70% del ahorro de los colombianos es en efectivo, 2016)

Como sugerencia adicional, la firma que realizó la encuesta recomienda que la EF es esencial para que la gente sepa cómo se puede diversificar los recursos.

Por otro lado, Zorrilla (2016) cita que la encuesta Global Nielsen de la confianza del consumidor y las intenciones de compra para el tercer trimestre del 2015, se encuentra que en Colombia la cultura de consumo es más fuerte que la del ahorro y la inversión, pues a las personas que les sobra dinero cada mes lo usan para pagar créditos, deudas o tarjetas de crédito, entretenimiento, ropa nueva, planes de vacaciones, productos tecnológicos y otros bienes de consumo y, según Zorrilla (2016), en dicha encuesta también se menciona que solo

Escuela de Economía y Finanzas
Maestría en Administración Financiera – MAF

el 6% destina dicho dinero para ahorrar o invertir en acciones y que el 5% lo hace en un fondo de retiro.

El autor citado afirma de igual manera que los CDT podrían generar cierta rentabilidad pero que puede ser menor que la inflación, lo que da otra pista acerca de la ventaja del mencionado servicio financiero: ofrecen la garantía de no perder el dinero.

En la misma fuente también se toma como referencia el estudio de Mejía (2015) publicado por la CAF y afirma:

el 39% de los colombianos no ahorra y el 37% de las personas que sí lo hacen, guardan estos recursos en una alcancía o ‘debajo del colchón’. El 12% de los ahorradores colombianos consigna su dinero en una cuenta de ahorros o corriente, el 9% en ‘Cadenas de ahorro privado’ y sólo el 6% deja su capital en depósitos a término (Zorrilla, 2016).

Y como era de esperar, también se hace la siguiente pregunta “¿cómo invierten?” (Zorrilla, 2016), a lo que responde:

La investigación del CAF también demuestra que sólo el 3% de los colombianos que ahorran, invierte ese dinero para buscar mejores ganancias, ya sea con la compra de vivienda y ganado o en productos de inversión financiera diferentes a los Fondos de pensión (Zorrilla, 2016).

Agrega también: “Según la Cámara Colombiana de la Construcción, Camacol, en 2014 la inversión en vivienda nueva aumentó 7% respecto al año anterior, lo que representó cerca de \$26.9 billones” (Zorrilla, 2016).

Escuela de Economía y Finanzas

Maestría en Administración Financiera – MAF

Y culmina dando datos muy esperanzadores: “Aunque las cifras siguen siendo bajas, estos leves incrementos son consecuentes con la aspiración que tienen las personas de convertirse en inversionistas, pues según el estudio de Global Investor Pulse, el 80% de los colombianos quiere aprender a invertir” (Zorrilla, 2016).

La realidad de la cultura colombiana, una vez más, se evidencia mediante estudios que no difieren de lo que se observa, en los que las coincidencias entre varios de ellos encajan en la coherencia de sus datos, puesto que según la SFC (2015b), se encuentra que los sectores que sobresalieron por no tener ni siquiera en proceso de desarrollo del programa de EF fueron las comisionistas de bolsa y las fiduciarias, con participaciones de 21% y 8% en su orden. Por otro lado, dicho estudio también revela que el porcentaje de las comisionistas de bolsa que no cuentan con presupuesto para los programas de EF es del 41.7%. La evaluación presenta la duración de los programas pertinentes que tienen las comisionistas de bolsa, que es inferior a las cuatro semanas y que en el estudio se denomina de corta duración, al tener en cuenta que cada vez más el medio propicio para dicho fin es el de la página web.

Lo anterior constata que si bien las personas quieren aprender a invertir, la reacción a dicha demanda no está de acuerdo con las intenciones del público; además, en cuanto a las opciones que los individuos tienen para llevar a cabo ahorros o inversión, diferentes a los que publicitan los bancos, puesto que no es común encontrar algunos de ellos que tengan mínimos conocimientos de la bolsa de valores, y si bien reconocen su existencia, lo asocian en forma

Escuela de Economía y Finanzas

Maestría en Administración Financiera – MAF

irresponsable a entidades informales susceptibles de fraude, con base en escándalos de índoles diferentes a las inherentes al comportamiento del sector bursátil.

En este punto de lo analizado, y al tener en cuenta que las personas quieren aprender a invertir, que el Estado ha tratado de legislar en pro de la educación financiera en el sistema nacional respectivo, que la Superintendencia Financiera de Colombia ha procurado promover que el sector capacite a sus clientes, que, dadas las condiciones mundiales, se ha observado que el capital nacional intelectual puede generar grandes avances en el desarrollo económico de un país y que las opciones más publicitadas y conocidas que tienen las personas para invertir no son en realidad rentables (productos ofrecidos por los bancos), cabe realizar las siguientes preguntas: ¿ingresar al mercado bursátil del país requiere un conocimiento inalcanzable para la población? o ¿existen mecanismos en el país que le permitan al usuario tener criterios de decisión estructurados para la toma de decisiones e invertir?

Es normal que el mundo bursátil sea estigmatizado en el país, pues gracias a escándalos de corrupción y alta “volatilidad” de nuestra economía, las personas tienen cierto temor frente al comportamiento accionario, pero ¿acaso el riesgo de invertir en negocios tradicionales distan mucho de los que se corre en la bolsa de valores?

Por ello, para vencer el miedo y romper las barreras culturales que se presentan en la sociedad es necesario ofrecer herramientas que le permitan al usuario fundamentar bases de modo tal que se posibilite facilitar la toma de decisiones en el medio bursátil a partir de criterios prácticos.

3 Objetivo general y específicos del trabajo de grado

Objetivo general

Aplicar un método de aprendizaje de máquina (*machine learning*) que permita pronosticar la tasa de crecimiento óptima (*growth optimal portfolio*) para sugerir un portafolio de inversión para acciones de la Bolsa de Valores de Colombia.

Objetivos específicos:

- Investigar acerca del portafolio óptimo de crecimiento robusto (*robust growth optimal portfolio*).
- Seleccionar los activos que conformarán el portafolio de inversiones.
- Diseñar el modelo de aprendizaje de máquina.
- Definir el tipo de aplicación del modelo que mejor se ajuste al mercado accionario colombiano.
- Ajustar el modelo, analizar resultados y medir desempeño.

En el presente trabajo de grado se exponen los métodos y los resultados obtenidos en cada uno de los escenarios planteados. En primer lugar se explican las bondades de la metodología propuesta, luego se presentan las fórmulas y las herramientas computacionales usadas y por último se analizan los resultados obtenidos para cada una de las suposiciones planteadas.

Escuela de Economía y Finanzas
Maestría en Administración Financiera – MAF
CAPÍTULO II

Marco conceptual

Como se mencionó en la situación de estudio, Colombia presenta inconvenientes en la educación financiera y, dado su nivel de conocimiento en dichos temas, los ciudadanos que tienen la posibilidad de ahorrar o invertir se encuentran con un conjunto de opciones que poco se alejan de los activos financieros tradicionales de dichas modalidades y que, como lo han demostrado varios autores, son poco rentables, aún sin desconocer su fiabilidad.

Por otro lado, se tiene que alrededor del mundo varios investigadores han tenido la misma preocupación y se han cuestionado acerca de la forma en que se debe maximizar el dinero (bien sea como uso en ahorro o en inversión) sin asumir altos niveles de riesgo y para ello han planteado las inversiones en bolsas de valores como una de sus más fuertes opciones para lograr los resultados esperados.

Debido a que para ninguna persona es agradable destruir el valor del dinero que ha logrado acumular y que, una vez recaudado, cada persona solo piensa en tener probabilidades de ruina cada vez más baja, diferentes investigadores han tratado de estudiar de diversas formas el comportamiento de las bolsas de valores en cada uno de los continentes y han obtenido de dicha manera las respectivas fuentes de generación de conocimiento en cada una de las teorías planteadas, las que como, era de esperarse, han tenido evoluciones con el pasar de los años, con base en los componentes ideológicos de la sociedad y en los avances en la ciencia y la tecnología.

Escuela de Economía y Finanzas

Maestría en Administración Financiera – MAF

Como se ha observado, desde los años cincuenta del siglo pasado hasta la actualidad una amplia variedad de teorías ha atraído la atención de las personas que están inmersas en el medio financiero, ya sea porque explican en forma acertada las tendencias de cada momento, porque ofrecen bases sólidas para la toma de decisiones o por último, porque tratan de predecir los comportamientos que los diversos activos financieros vayan a tener en el futuro.

Fue así como en el artículo seminal de Harry Markowitz (1952) se planteó la conformación de carteras en forma racional, en las que la prioridad del modelo era conformar portafolios eficientes para los que se determinaba un riesgo mínimo para un retorno dado, para lo que se basó en cálculos de programación no lineal para al final establecer la proporción que cada activo debería tener en el portafolio. Dada la racionalidad que planteaba el modelo (desde un contexto lógico para el inversionista), tuvo una gran acogida en la academia y se convirtió en fuente inicial para la posterior generación de conocimiento, con adeptos y refractores, como era de esperarse. Como se expresa (Rujeerapaiboon, Kuhn y Wiesemann, 2015) Michaud (1989) sostuvo que dicho tipo de modelo permite lograr los objetivos, con base en las restricciones de los inversores (según el perfil) mediante la medición y el control del riesgo del portafolio, mientras que para otros el uso de tales herramientas contribuiría a que la labor del analista dejara de ser fundamental, y su cargo pudiese pasar a ser innecesario.

Sin embargo, la labor investigativa a lo largo de los años ha llevado a la estadística avanzada a tomar un papel protagónico entre las producciones científicas que enmarcan el tema y ha generado significativos avances en la generación de conocimiento, pero, a su vez, ha excluido a gran parte de la población debido a la complejidad de los modelos.

Escuela de Economía y Finanzas

Maestría en Administración Financiera – MAF

Al continuar con la secuencia cronológica, la propuesta inicial de Markowitz tuvo enfoques que potenciaban aún más al modelo; de esta forma, Rujeeerapaiboon, Kuhn y Wiesemann, (2015) afirma que William F. Sharpe simplificó el modelo al suponer que había una relación lineal entre los rendimientos del portafolio y el del título, con lo que logró reducir los cálculos del modelo.

El enfoque de Markowitz representa un gran aporte para la comunidad financiera debido a la interrelación que generaba entre los rendimientos y la varianza de los mismos; en este contexto, Roy (1952, 433) menciona que “un hombre que busca un consejo alrededor de sus acciones bursátiles, no será agradecido si se le sugiere que maximice la utilidad esperada”.

Por otro lado, y como toda teoría científica, en primera instancia se consideró que la propuesta de Markowitz era estática, pues omite la rentabilidad obtenida en el período analizado y tampoco toma en cuenta el siguiente y la posible reinversión de la ganancia obtenida.

Como era de esperarse, se generaron diversas generalizaciones y ampliaciones del modelo. Así, J. L. Kelly, Jr. (1956) propuso en su artículo lo que después se denominaría el criterio de Kelly, motivado por los juegos de apuestas repetitivas y la teoría de la información; trató de determinar las apuestas óptimas durante el juego y obtuvo resultados satisfactorios, pues logró demostrar que en un entorno binomial, a la larga, la estrategia seleccionada permitía obtener ganancias superiores a otras con una probabilidad de uno. Más tarde el modelo fue ampliado por Breiman (1961) a los casos en los que los retornos son estacionarios y en series

independientes. Con posterioridad, Algoet y Cover (1988) demostraron que los resultados de Breiman han de aceptarse incluso si se relaja el supuesto de independencia.

Dado lo anterior, desde el comienzo se le atribuye a Kelly la primera propuesta del crecimiento óptimo de portafolio (GOP es la sigla en inglés), que se limita a la administración de portafolios y disminuye la probabilidad de ruina del inversionista, aunque hay que aclarar que para la formulación del GOP el criterio de Kelly tuvo algunas reformas hasta convertirse en el mismo.

En sus inicios, el GOP como estrategia se basa en la maximización del crecimiento de la cartera, que es una meta simple para un programa computacional. Sin embargo, calcular GOP tiene cierto nivel de dificultad en tiempo y según se cita en Györfi, Ottucsák y Walk, (2012, 3) fue tratado por Bellman y Kabala en 1957, aunque las dificultades desaparecen siempre y cuando el mercado esté completo, es decir, los saltos en los precios de los activos suceden al azar. Cuando el tiempo es continuo, el problema es más fácil de solucionar y Merton (1969) logra resolverlo.

En primera instancia, la estrategia GOP presenta las principales propiedades (Györfi, Ottucsák y Walk, 2012):

- Las fracciones de la riqueza invertida en cada uno de los activos son independientes del nivel de la total.
- La parte invertida de la riqueza en el activo i es proporcional a la rentabilidad del mismo.

Escuela de Economía y Finanzas
Maestría en Administración Financiera – MAF

- La estrategia es miope, es decir, el GOP en un período dado solo depende de la distribución del próximo período; esta propiedad es de gran importancia, pues permite en forma computacional calcular la estrategia de Kelly óptima de un horizonte de inversión de múltiples períodos mediante la solución de un problema de optimización convexa de uno solo.

Al igual que en el enfoque de Markowitz, el GOP trata de presentar la ponderación que cada uno de los activos debe tener en la composición del portafolio; sin embargo, para el segundo dicha composición debe ser rebalanceada según los criterios del inversionista para cada período en que sea necesario; para ello se requieren varias consideraciones de la siguiente manera; en primera instancia se debe suponer que hay un conjunto de n activos cuya composición en el portafolio solo puede ajustarse en las fechas indicadas de reequilibrio denotados por $t = 1, \dots, T$, donde T es el horizonte de inversión. Por otro lado, el cambio de precios relativos del activo i sobre el período t (tasa de rendimiento del activo) se representa por $\tilde{r}_{t,i} \geq -1$. Para el efecto, los vectores de rendimientos deben tener un fuerte sentido de ruido blanco, porque los rendimientos deben ser mutuamente independientes e idénticamente distribuidos, y así, una vez se cumpla esta propiedad, se genera el vector de rendimientos $\tilde{r}_t = (\tilde{r}_{t,1}, \dots, \tilde{r}_{t,n})^T$. Dado lo anterior, los vectores aleatorios $(\tilde{r}_t)_{t=1}^T$ hacen parte de la estrategia $(w_t)_{t=1}^T$, que distribuye el capital disponible entre el conjunto de activos en todas las fechas de reequilibrio en el horizonte de inversión (del activo i en el tiempo t); por otro lado, el vector que representa la cartera mantenida en el tiempo se denota por $w_t = (w_{t,1}, \dots, w_{t,n})^T$. A su vez, para asegurar que se invierta el capital disponible se debe tomar

Escuela de Economía y Finanzas

Maestría en Administración Financiera – MAF

la siguiente restricción: $1^T w_t = 1$, donde 1 es la matriz de unos. De modo adicional a esta restricción se debe tener en cuenta que $w_t \geq 0$ para evitar las ventas de corto alcance, donde $w_t \in W$ y W es un subconjunto poliédrico convexo de estructura simple de probabilidad en \mathbb{R}^n .

Según el supuesto de que el vector aleatorio $(\tilde{r}_t)_{t=1}^T$ tiene un fuerte sentido de ruido blanco, la estrategia de portafolio $(w_t)_{t=1}^T$ está diseñada para distribuir el capital disponible en todas las fechas de reequilibrio en el horizonte de inversión. Con lo anterior, el portafolio con el tiempo forma una función aleatoria $w_t = w_t(r_1, \dots, r_{t-1})$ con los rendimientos de los activos observados hasta el momento.

Por otro lado, y dado que lo se desea es asegurar crecimiento, entre las definiciones que se deben tener en cuenta está la de las estrategias denominadas *fixed-mix*, que tienen una similitud con el concepto de comprar barato y vender caro; sin embargo, van más allá, puesto que se trata de una gestión activa del portafolio que reequilibra posiciones mediante la venta de activos cuyo valor en la cartera supera el de referencia establecido para financiar la compra de dichos activos con un peso demasiado bajo en la misma (Dempster, Evstigneev y Schenk-Hoppé, 2009).

La estrategia *fixed-mix* no tiene memoria y mantienen la composición fija del portafolio en todas las fechas de reequilibrio, pero esto no quiere decir que sean estáticas; por el contrario, se requiere dinamismo para el cálculo periódico del rebalanceo para que de esta forma los activos que tengan un precio por encima del promedio alcancen uno superior al final del

período; se someterán a una desinversión para volver a los pesos preestablecidos por la estrategia con el fin de financiar la recapitalización de los activos con una rentabilidad media.

El valor final del horizonte de un portafolio con un capital inicial 1 que se gestiona mediante una estrategia causal genérica $(w_t)_{t=1}^T$ se puede expresar como:

$$\tilde{V}_T = \prod_{t=1}^T [1 + w_t(\tilde{r}_1, \dots, \tilde{r}_{t-1})^\top \tilde{r}_t] \quad (1)$$

donde los factores que figuran entre corchetes representan el total de rendimientos de la cartera durante los períodos de reequilibrio. La tasa de crecimiento de la cartera se define como el logaritmo natural de la media geométrica de los rendimientos absolutos, lo que equivale a la media aritmética de los logaritmos de los retornos.

$$\tilde{\gamma}_T = \log \sqrt[T]{\prod_{t=1}^T [1 + w_t(\tilde{r}_1, \dots, \tilde{r}_{t-1})^\top \tilde{r}_t]} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \log [1 + w_t(\tilde{r}_1, \dots, \tilde{r}_{t-1})^\top \tilde{r}_t] \quad (2)$$

La fórmula inversa $\tilde{V}_T = e^{\tilde{\gamma}_T T}$ pone de manifiesto que existe una relación estrictamente monótona entre el valor terminal y la tasa de crecimiento de la cartera. Dado lo anterior, el objetivo es la maximización de la riqueza al final del horizonte, que equivale a maximizar la tasa de crecimiento. Cuando un portafolio se administra según una estrategia *fixed-mix* $w \in W$ y los retornos $\tilde{r}_t, t = 1, \dots, T$ siguen un fuerte sentido de proceso de ruido blanco, entonces $\tilde{\gamma}_T$ es asintóticamente determinística para el rango T.

Escuela de Economía y Finanzas

Maestría en Administración Financiera – MAF

Si $w \in W$ es una estrategia *fixed-mix*, mientras que los retornos de los activos $(\tilde{r}_t)_{t=1}^T$ siguen un proceso con fuerte sentido de ruido blanco, entonces:

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \tilde{\gamma}_T = \mathbb{E}(\log 1 + w^T \tilde{r}_1) \text{ con probabilidad 1} \quad (3)$$

Esto afirma que la tasa de crecimiento asintótico de una estrategia *fixed-mix* $w \in W$ coincide casi con toda seguridad con el retorno logarítmico esperado del portafolio w en un solo período de rebalanceo.

A partir de lo anterior se llega de nuevo a la estrategia de Kelly, la que lleva al crecimiento óptimo de portafolio $w^* = \operatorname{argmax}_{w \in W} \mathbb{E}(\log 1 + w^T \tilde{r}_1)$ que permite maximizar el objetivo.

Para ello, Kelly se basó en la búsqueda del óptimo máximo, donde \tilde{Y}_T^* representan su tasa de crecimiento y si $(\tilde{r}_t)_{t=1}^T$ es un proceso con un fuerte sentido de ruido blanco, entonces $\limsup_{T \rightarrow \infty} \tilde{\gamma}_T - \tilde{Y}_T^* \leq 0$ con probabilidad 1.

La metodología propuesta por el GOP es de gran aceptación, pero como toda teoría tiene algunas limitaciones; en primer lugar, para utilizar la estrategia de Kelly, la distribución del conjunto de rendimientos de las acciones deben ser conocida, puesto que los cálculos dependen de las características de las de los datos; en segundo lugar, es la del horizonte de inversión, pues, como se dijo antes, dicha estrategia a la larga genera mejores resultados que cualquier otra estrategia. No obstante, Mark Rubinstein (1991) enfatizó en que la duración del largo plazo puede ser en realidad exagerada y trató de cuantificar dicha afirmación, aunque obtuvo resultados poco alentadores para inversionistas con un tiempo de vida más

Escuela de Economía y Finanzas

Maestría en Administración Financiera – MAF

corto que el período necesario para que la estrategia pueda lograr los mejores resultados, puesto que si se acatasen las condiciones para usar el modelo de Black y Scholes la estrategia GOP puede tardar 208 años para estar seguro en un 95% de que la misma es mejor que las de efectivo y 4.700 años para estar seguro en un 95% de que es mejor que todas las restantes (Rujeerapaiboon, Kuhn y Wiesemann, 2015, 3).

Como se expresaba, conocer la distribución de los rendimientos de activos es una labor compleja en la práctica; debido a que los errores de estimación son inevitables, se considera que la distribución de los retornos del activo es ambigua, característica que en primera instancia fue ignorada por la estrategia de Kelly, puesto que se adapta a una única distribución (la del conjunto de rendimientos).

Por otro lado, el portafolio óptimo de crecimiento robusto (*robust growth optimal portfolio*) (RGOP) extiende la garantía que ofrece la optimalidad asintótica en horizontes finitos que brinda la estrategia de Kelly y agrega un concepto de conjunto de ambigüedad (familia de todas las distribuciones de rendimientos consistentes en la información previa disponible), que se ignoró por la de Kelly.

Rujeerapaiboon, Kuhn y Wiesemann (2015) centran su atención en las estrategias *fixed-mix*, puesto que son casi óptimas en un período finito. Para ello suponen que la tasa de crecimiento del portafolio $\tilde{\gamma}_T(w) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \log(1 + w^T \tilde{r}_t)$ de cualquier estrategia *fixed-mix*, dado w , constituye una variable aleatoria cada vez que el horizonte de inversión T sea finito; si se tiene en cuenta que $\tilde{\gamma}_T(w)$ puede tener un amplio espectro de resultados posibles, no es

posible maximizarse *per se*. Sin embargo, es posible maximizar su valor de riesgo VaR al nivel $\epsilon \in (0,1)$, que se define como programa de oportunidad restringida.

$$\mathbb{P} - VaR_{\epsilon}(\tilde{\gamma}_T(w)) = \max_{\gamma \in \mathbb{R}} \left\{ \gamma : \mathbb{P} \left(\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \log[1 + w^T \tilde{r}_t] \geq \gamma \right) \geq 1 - \epsilon \right\} \quad (4)$$

La probabilidad de violación de la oportunidad restringida refleja la aversión al riesgo del inversor y se elige de modo típico como un número pequeño aproximadamente inferior al 10%. Si γ^* denota la solución óptima para el anterior programa de oportunidad restringida, entonces, con una probabilidad de $1-\epsilon$, el valor de un portafolio gestionado según la estrategia *fixed-mix* w crecerá al menos por un factor $e^{T\gamma^*}$ en los próximos períodos de reequilibrio T .

Además, sostienen que el VaR de la tasa de crecimiento del portafolio $\tilde{\gamma}_T(w)$ puede calcularse solo si la distribución \mathbb{P} de los retornos de los activos se conoce con precisión. Dada la complejidad de lo expresado, en la práctica sugieren que \mathbb{P} solo puede conocerse a través del conjunto de ambigüedades \mathbf{P} , que contiene todas las distribuciones de los retornos de los activos que son consistentes con la información del inversionista y, dadas las circunstancias un inversor con aversión a la ambigüedad, buscará protegerse contra las distribuciones \mathbf{P} . Esto se logra mediante de acuerdo con un supuesto del peor de los casos (*worst-case*) para el VaR (WVaR) de $\tilde{\gamma}_T(w)$ para la evaluación del desempeño de la estrategia *fixed-mix* de w .

Escuela de Economía y Finanzas
Maestría en Administración Financiera – MAF

$$\begin{aligned}
 WVaR_{\epsilon}(\tilde{\gamma}_T(w)) &= \min_{\mathbb{P} \in \mathbf{P}} \mathbb{P} - VaR_{\epsilon}(\tilde{\gamma}_T(w)) \\
 &= \max_{\gamma \in \mathbb{R}} \left\{ \gamma : \mathbb{P} \left(\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \log[1 + w^T \tilde{r}_t] \geq \gamma \right) \geq 1 - \epsilon \forall \mathbb{P} \in \mathbf{P} \right\} \quad (5)
 \end{aligned}$$

A los portafolios que maximizan el WVaR los autores citados lo denominan portafolio óptimo de crecimiento robusto (*robust optimal growth portfolio* o RGOP).

En el artículo, los autores antes citados en la observación 1 analizan: sea w^* el RGOP que maximiza $WVaR_{\epsilon}(\tilde{\gamma}_T(w))$ sobre W y sea γ^* su valor objetivo. Luego, con una probabilidad de $1 - \epsilon$, el valor de una cartera administrada según la estrategia *fixed-mix* w^* crecerá al menos por $e^{T\gamma^*}$ a lo largo de T períodos. Esta garantía es válida para todas las distribuciones en el conjunto de ambigüedad \mathbf{P} .

Los mismos autores hacen hincapié en que el rendimiento de la cartera en un período de reequilibrio dado muestra variabilidad significativa. Por lo tanto, el nivel γ^* de rentabilidad garantizada correspondiente a un horizonte de inversión a corto suele ser negativo. Sin embargo, las tasas de crecimiento positivas se pueden asegurar en horizontes de inversión más largos, incluso si $\epsilon \leq 5\%$.

Si se supone que los retornos de los activos se conocen solo para seguir un proceso de ruido blanco de sentido débil, se forman en este caso los vectores $(\tilde{r}_t)_{t=1}^T$ si son mutuamente no correlacionados y comparten el mismo valor medio $\mathbb{E}_{\mathbb{P}}(\tilde{r}_t) = \mu$ y el momento de segundo orden $\mathbb{E}_{\mathbb{P}}(\tilde{r}_t \tilde{r}_t^T) = \Sigma + \mu \mu^T$ para todo $1 \leq t \leq T$.

Escuela de Economía y Finanzas

Maestría en Administración Financiera – MAF

Al modelar los rendimientos de los activos como un proceso de ruido blanco de sentido débil se acepta que podrían ser dependientes en serie (siempre y cuando no se mantenga la correlación). Por otra parte, se niegan a tener alguna información acerca de la distribución de retorno, con excepción de sus momentos de primero y de segundo orden. En particular, también se acepta la posibilidad de que las distribuciones de rendimientos marginales correspondan a dos períodos de reequilibrio diferentes puedan diferir (siempre y cuando tengan las mismas medias y matrices de covarianza). En su célebre artículo sobre el primer principio de seguridad para la selección de un solo período de la cartera, Roy (1952) proporciona una justificación implícita para el supuesto de ruido blanco de sentido débil. De hecho, postula que los momentos de primero y segundo orden y de la distribución de la rentabilidad de los activos “son las únicas cantidades que pueden ser destilados fuera de nuestro conocimiento del pasado” Roy (1952, 433-434). Por otra parte, afirma que “el más mínimo conocimiento de los problemas de análisis económicos de series temporales se asumirá que esta suposición es optimista en lugar de innecesariamente restrictiva” (Roy, 1952, 434). Por tanto, es natural para definir

$$\mathbf{P} = \left\{ \mathbb{P} \in \mathbf{P}_0^{nT} : \begin{array}{l} \mathbb{E}_{\mathbb{P}}(\tilde{r}_t) = \mu \quad \forall: 1 \leq t \leq T \\ \mathbb{E}_{\mathbb{P}}\mathbb{E}_{\mathbb{P}}(\tilde{r}_t \tilde{r}_t^T) = \delta_{st}\Sigma + \mu\mu^T \quad \forall s, t : 1 \leq s \leq t \leq T \end{array} \right\} \quad (6)$$

donde el valor de la media $\mu \in \mathbb{R}^n$ y la matriz de covarianza $\Sigma \in \mathbb{S}_+^n$ son parámetros dados. Debe tenerse en cuenta que los rendimientos de los activos siguen un proceso de ruido blanco de sentido débil bajo cualquier distribución desde dentro de \mathbf{P} . Se observa que, además de su

atractivo conceptual, el momento basado en el conjunto de ambigüedades \mathbf{P} tiene distintos beneficios computacionales. Más en general el conjunto de ambigüedades en el que los momentos μ y Σ también están sujetos a incertidumbre o en los que la distribución del rendimiento del activo se fundamenta en un subconjunto determinado de \mathbb{R}^{nT} .

Sin embargo, para que el modelo pueda presentar valores confiables se requiere tomar en consideración restricciones de apoyo que aseguren la no negatividad de los precios de las acciones; para que el conjunto de ambigüedad \mathbf{P} pueda satisfacer lo anterior se puede reducir mediante la inclusión de la siguiente restricción: $\mathbb{P}(\tilde{r}_t \geq -1) = 1 \forall t: 1 \leq t \leq T$.

Los autores demuestran que las aproximaciones útiles del RGOP pueden calcularse en tiempo polinómico y para ello muestran que la obtención del peor de los casos del VaR de una aproximación puede explicarse en términos analíticos mediante la siguiente fórmula:

$$\tilde{Y}'_T(w) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \left(w^T \tilde{r}_t - \frac{1}{2} (w^T \tilde{r}_t)^2 \right) \quad (7)$$

que se obtiene de la ecuación (1) por expansión del logaritmo de segundo orden en $w^T \tilde{r}_t$,

que es la aproximación de Taylor que permite mayor exactitud en períodos cortos de reequilibrio. La misma fue simulada por los autores citados y obtuvieron resultados con errores inferiores al 5% anual para un período de inversión de diez años.

Para poder aplicar el modelo, los autores sugieren dos restricciones:

Escuela de Economía y Finanzas

Maestría en Administración Financiera – MAF

(A1) La matriz de covarianza Σ es definida estrictamente positiva.

(A2) Para todo $w \in W$ se tiene que $1 - w^T \mu > \sqrt{\frac{\epsilon}{(1-\epsilon)^T}} \|\Sigma^{1/2} w\|$.

A1 asegura que para un T particular y para cada ϵ el RGOP es único. Por otro lado, A2 delimita el conjunto de momentos para el que la aproximación cuadrática de la tasa de crecimiento del portafolio es sensible. En la medida en que la tasa de crecimiento exacta $\tilde{r}_T(w)$ es creciente y cóncava en $w^T \tilde{r}_t$, su VaR en el peor de los casos puede incrementarse en $w^T \mu$ y ser decreciente en $w^T \Sigma w$. En forma simple, A1 se cumple siempre y cuando no haya un activo libre de riesgo y A2 cuando μ y Σ sean suficientemente pequeños. Para el cálculo de WVaR se utiliza:

$$WVaR_\epsilon \tilde{Y}'_T(w) = \max_{Y \in \mathbb{R}} \{Y: \mathbb{P}(\tilde{Y}'_T(w) \geq Y) \geq 1 - \epsilon \forall \mathbb{P} \in \mathbf{P}\} \quad (8)$$

Para algunas estrategias *fixed-mix* se cumple que $w \in W, T \in \mathbb{N}$ y $\epsilon \in (0,1)$. Al mejorar una reformulación tratable conocida como la distribución cuadrática robusta de oportunidades limitadas con información de covarianza y media, se puede reexpresar el problema (4), que consiste en un número infinito de las limitaciones parametrizadas por $\mathbb{P} \in \mathbf{P}$, como un programa semidefinido (SDP) finito.

$$WVaR_\epsilon \tilde{Y}'_T(w) = \max Y \quad (9)$$

$$s. t. M \in \mathbb{S}^{nT+1}, \beta \in \mathbb{R}, Y \in \mathbb{R}$$

Escuela de Economía y Finanzas
Maestría en Administración Financiera – MAF

$$\beta + \frac{1}{\epsilon} \langle \Omega, M \rangle \leq 0, \quad M \text{ despues o igual a cero}$$

$$M - \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T P_t^\top w w^\top P_t & -\frac{1}{2} \sum_{t=1}^T P_t^\top w \\ -\frac{1}{2} \left(\sum_{t=1}^T P_t^\top w \right)^\top & \gamma T - \beta \end{bmatrix} \geq 0$$

Donde

$$\Omega = \left[\begin{array}{cccc|c} \Sigma + \mu\mu^\top & \mu\mu^\top & \cdots & \mu\mu^\top & \mu \\ \mu\mu^\top & \Sigma + \mu\mu^\top & \cdots & \mu\mu^\top & \mu \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \mu\mu^\top & \mu\mu^\top & \cdots & \Sigma + \mu\mu^\top & \mu \\ \hline \mu^\top & \mu^\top & \cdots & \mu^\top & 1 \end{array} \right] \in \mathbb{S}^{nT+1}$$

Que se convierte en el modelo por programar, que permite en forma estructurada conformar el portafolio que puede obtener los mejores rendimientos:

$$\begin{aligned} \text{WVaR}_\epsilon(\tilde{\gamma}'_T(w)) &\geq \max \quad \gamma \\ \text{s. t.} \quad M &\in \mathbb{S}^{nT+1}, \quad \alpha \in \mathbb{R}, \quad \beta \in \mathbb{R}, \quad \gamma \in \mathbb{R}, \quad \lambda \in \mathbb{R} \\ \alpha &\geq 0, \quad \beta \leq 0, \quad \lambda \geq 0, \quad \beta + \frac{1}{\epsilon} \langle \Omega, M \rangle \leq 0 \\ M &\succeq \alpha \begin{bmatrix} -\sum_{t=1}^T P_t^\top \Lambda^{-1} P_t & \sum_{t=1}^T P_t^\top \Lambda^{-1} \nu \\ \left(\sum_{t=1}^T P_t^\top \Lambda^{-1} \nu \right)^\top & T(\delta - \mu^\top \Lambda^{-1} \mu) \end{bmatrix} \\ M &- \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T P_t^\top w w^\top P_t & -\frac{1}{2} \sum_{t=1}^T P_t^\top w \\ -\frac{1}{2} \left(\sum_{t=1}^T P_t^\top w \right)^\top & \gamma T - \beta \end{bmatrix} \succeq \\ &\quad \lambda \begin{bmatrix} -\sum_{t=1}^T P_t^\top \Lambda^{-1} P_t & \sum_{t=1}^T P_t^\top \Lambda^{-1} \nu \\ \left(\sum_{t=1}^T P_t^\top \Lambda^{-1} \nu \right)^\top & T(\delta - \mu^\top \Lambda^{-1} \mu) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (10)$$

1. Método de solución

1.1. Consideraciones iniciales

Para llevar a cabo el presente trabajo de grado fue necesario llevar a cabo investigaciones simultáneas en varios asuntos, pues si bien la finalidad es proponer un portafolio de inversión que pueda generar rendimientos atractivos, el principal aporte se basa en la aplicación de técnicas de aprendizaje de máquina (*machine learning*), que permiten realizar cálculos probabilísticos complejos, que en este caso tienen la finalidad de entrenar un modelo para generar una predicción que refleja la “confiabilidad” de invertir o no en el portafolio. En este sentido, el problema descrito se debe adaptar de tal forma que se puedan utilizar dichas herramientas computacionales para facilitar los cálculos matemáticos y el manejo de los datos y obtener un sistema que pueda ser empleado en el mercado bursátil colombiano.

1.2. RGOP como técnica para la optimización

Es importante aclarar que el proceso descrito es sugerido por Rujeerapaiboon, Kuhn y Wiesemann (2015), en el que se transforma el modelo explicado en el marco teórico (fórmula 10) en la maximización de la siguiente expresión para el caso peor del valor en riesgo:

$$WVaR_{\epsilon}(\tilde{Y}'(w)) = \frac{1}{2} \left(1 - \left(1 - w^T \mu + \sqrt{\frac{1 - \epsilon}{\epsilon T} \|\Sigma^{\frac{1}{2}} w\|} \right)^2 - \frac{T - 1}{\epsilon T} w^T \Sigma w \right) \quad (11)$$

en la que:

T: número de períodos para el que se desea tener el vector de pesos w ; es importante tener en cuenta que la unidad de medida de T debe coincidir con la de los datos que soportan los estimadores. Este parámetro lo define el inversionista.

μ : es el vector de medias de los retornos transpuesto; en este punto es importante resaltar que debido a que se toma una muestra del comportamiento de las acciones se deben hallar los estimadores de contracción, que se calculan en forma paramétrica, tal y como lo sugieren DeMiguel, Martin-Utrera y Nogales (2013). Se debe calcular a partir de los datos históricos y la muestra deseada de la misma serie de tiempo.

Σ : es la matriz de covarianza que arrojan los datos; de igual manera, se hace el cálculo paramétrico de esta matriz con base en el procedimiento sugerido por los autores citados en el párrafo previo.

ϵ (probabilidad de violación): este parámetro se elige según el criterio del inversionista, y refleja la probabilidad aceptable para “violar” la garantía de tener ganancias, es decir, es lo que se está dispuesto a obtener en pérdidas; para ello se basa en el nivel de riesgo que desea tomar el inversionista, de modo tal que a mayor valor, más estricto será el modelo para elegir las acciones con mejores condiciones.

Escuela de Economía y Finanzas

Maestría en Administración Financiera – MAF

En su investigación, los autores arriba citados hicieron todas las pruebas para dar sustento a las suposiciones sobre las que se basaron para proponer el modelo. Por último, la función objetivo es maximizar el peor de los casos del riesgo para que el mismo, a su vez, sea mínimo, para lo cual sugieren hacerlo mediante modelos matemáticos. Dada la función por maximizar, emerge un problema cónico de segundo orden y semidefinido.

Una vez determinados los parámetros de entrada definidos por el inversionista (T y ε), y los que se deben calcular mediante operaciones matriciales (μ y Σ), se procede a introducirlos en el programa respectivo del modelo matemático.

1.3. Herramientas computacionales para la solución del RGOP

Para llevar a cabo los cálculos matemáticos necesarios se debe utilizar una herramienta tecnológica que dé soporte a los análisis propuestos por Rujeeapaiboon, Kuhn y Wiesemann (2015); en concordancia con las sugerencias de su artículo, en este trabajo de grado también se usó *Matlab*, un software matemático con un lenguaje de programación propio que integra sistematizaciones matriciales para cálculos computacionales de alta exactitud.

Dicha herramienta matemática se emplea de manera extensa en el entorno financiero debido a su practicidad y su entorno de usuario. De modo adicional a estas características iniciales, la casa matriz del software se ha preocupado por generar herramientas especializadas para las finanzas, mediante programaciones que mejoran la experiencia del usuario y generan aceptación muy favorable de los resultados obtenidos.

Escuela de Economía y Finanzas

Maestría en Administración Financiera – MAF

Al tener en cuenta la practicidad de *Matlab* para resolver problemas específicos de optimización, se acudió a diferentes tipos de bibliotecas matemáticas que se le han añadido para abordar problemas particulares que no habían incluidos por el fabricante; en este caso, debido a las suposiciones que soportan el método de los autores citados, se debieron utilizar dos *toolboxes* que combinadas permiten llevar a cabo las operaciones requeridas.

De esta forma, se integró el *YALMIP*, lenguaje especializado creado por Johan Löfberg (2012) programado para *Matlab* que se desarrolló para permitir la solución de problemas de optimización convexa y no convexa y cuya ventaja principal es el rápido desarrollo de logaritmos en el mismo entorno de programación de *Matlab*. El lenguaje de modelado es compatible con un gran número de tipos de optimización, tales como lineal, cuadrática, de segundo orden cónico, semidefinida, entera mixta, polinomial cónica, geométrica, local y global, multiparamétrica, con dos niveles y robusta (Löfberg, 2012). Esta herramienta está disponible para descarga libre en <http://users.isy.liu.se/johanl/yalmip/pmwiki.php?n=Main.Download>

Por otro lado, se debe usar el *SDPT3*, que permite el desarrollo de problemas semidefinidos y que en combinación con el *YALMIP* posibilita encontrar la optimización del problema tratado en el presente trabajo de grado. En las dos anteriores herramientas se basa la solución computacional para arrojar los pesos de las acciones que se deben ponderar en el portafolio. *SDPT3* se puede descargar sin costo en www.math.nus.edu.sg/~mattohkc/sdpt3.html

Además de tener definida la función objetivo por maximizar (ecuación 11) y de disponer de las herramientas computacionales para el modelamiento del RGOP, es necesario proceder una cuidadosa escogencia de las acciones que van a ser incluidas en el portafolio.

1.4. Elección de las acciones

Para la elección de las acciones se tienen en cuenta los métodos prácticos que implementan algunos inversionistas. En primera instancia, se fundamenta en construir el portafolio soportado en las acciones que mayores volúmenes de negociación pudiesen ofrecer; para ello se busca en la página web de BVC (2016) la composición de la canasta del Colcap en el rango de tiempo desde febrero de 2013 y hasta marzo de 2016 y se analizan los comportamientos de las acciones con base en los siguientes criterios:

- I. Acciones que participaron en forma permanente durante los tres años estudiados y que se encuentren en los primeros puestos de la canasta de composición del índice; de esta forma se eligieron acciones que el mercado podía reconocer, porque generaron los mejores rendimientos y su liquidez era casi segura.

- II. En pro de obtener una matriz de covarianza que cumpliera las restricciones del modelo, se optó por excluir de la elección las acciones que hacían parte de un

Escuela de Economía y Finanzas
Maestría en Administración Financiera – MAF
mismo grupo empresarial; de esta forma se pretendió diversificar de manera indirecta el portafolio de inversión obtenido.

- III. Se tuvo preferencia por las acciones que si bien no habían estado en los primeros puestos de la composición del Colcap, sí habían presentado un crecimiento en la ponderación durante los tres años.

Con base en los criterios expuestos se eligieron las acciones que serían objeto de análisis que son las que aparecen en la siguiente tabla:

Tabla 2. Porcentaje de participación de la canasta 33 del Colcap (febrero de 2013 a marzo de 2016)

NOMBRE NEMOTÉCNICO	PARTICIPACIÓN
Pfbcolom	14%
Gruposura	10%
Nutresa	7%
Ecopetrol	7%
Grupoargos	6%
Pfaval	5%
Isa	4%
Éxito	3%

Fuente: elaboración propia con base en BVC (2016) para el período de referencia.

Escuela de Economía y Finanzas

Maestría en Administración Financiera – MAF

Se excluyeron de la elección las acciones BCOLOMBIA, CEMARGOS, PFGRUPOSURA y PFGRUPOARGOS porque en la lista de las seleccionadas estaban otras de los mismos grupos empresariales; por otro lado, no se tuvieron en cuenta ISAGEN, EEB y CORFICOLCF porque su participación no fue constante en la composición de cada una de las canastas de participación en su respectivo período de análisis.

A continuación se explica el método con el que se calcularon todos los datos que se ingresaron al modelo.

1.5. Cálculo de los estimadores para ingresar al modelo

Para cada una de las acciones se tomaron los precios de cierre diarios desde el 18 de marzo de 2013 hasta el 18 de marzo de 2016 y con dichos datos se calcularon los retornos logarítmicos:

$$r_t = \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right) \quad (12)$$

Una vez obtenidos los resultados se procedió a calcular el vector de medias para las acciones elegidas y su respectiva matriz de covarianzas; por convención a este primer tipo de estimadores se les definió como poblacionales (μ y Σ), que son el punto de partida para cada uno de los cálculos siguientes.

Para continuar con el modelo por desarrollar fue necesario tomar una muestra de los datos de las acciones; para el efecto se decidió que la mejor opción era tomar los datos

Escuela de Economía y Finanzas
Maestría en Administración Financiera – MAF
correspondientes al año el primer día de noviembre de 2015, con el fin de darle cuerpo a la muestra y de cierta forma ponderar la realidad actual de cada uno de los activos.

Obtenidos los datos de la muestra, se procedió a realizar el cálculo del vector de medias y su correspondiente matriz de covarianza, se denominaron estimadores muestrales (μ_{sp} y Σ_{sp}), datos necesarios para obtener los estimadores de contracción (*shrinkage estimators*: μ_{sh} y Σ_{sh}); para poder calcular los últimos fue necesario recurrir a un conjunto de fórmulas propuestas por el autor en referencia DeMiguel, Martin-Utrera y Nogales (2013):

Estimadores de contracción

Los estimadores de momento contraídos hacen referencia a los de contracción como tales, que se basan en los datos poblacionales y en los muestrales, que interactúan alrededor de una intensidad de contracción para el vector de medias y la matriz de covarianza en forma independiente:

- **Estimador de contracción de las medias de retorno**

La proposición del artículo de DeMiguel, Martin-Utrera y Nogales (2013) se basa en el cálculo de la intensidad de contracción para las medias de cada uno de los retornos, para lo que propone la siguiente fórmula:

Escuela de Economía y Finanzas
Maestría en Administración Financiera – MAF

$$\alpha_{\mu} = \frac{E \left(\|\mu_{sp} - \mu\|_2^2 \right)}{E \left(\|\mu_{sp} - \mu\|_2^2 \right) + \|v_{\mu}1 - \mu\|_2^2} = \frac{(N/T) \overline{\sigma^2}}{(N/T) \overline{\sigma^2} + \|v_{\mu}1 - \mu\|_2^2} \quad (13)$$

Es importante aclarar que los estimadores de contracción están afectados en forma directa por el tamaño de muestra y el número de acciones, con el fin de obtener un vector de medias más confiables; para ello se siguieron los procedimientos, las fórmulas y las proposiciones sugeridas por el texto en referencia de DeMiguel, Martin-Utrera y Nogales (2013). En la fórmula (13) $\overline{\sigma^2} = \text{Traza}(\Sigma)/N$, en donde N es el número de activos, T el de observaciones de la muestra² y 1 el vector de unos³; para la solución se usó la siguiente expresión $\|x\|_2^2 = \sum_{i=1}^N x_i^2$. Por otro lado, se supone que $v_{\mu} = \text{argmin}_v \|v1 - \mu\|_2^2 = (1/N) \sum_{i=1}^N \mu_i = \bar{\mu}$.

Por último, con los elementos adicionales se reemplaza en la fórmula de los estimadores de contracción

$$\mu_{sh} = (1 - \alpha_{\mu})\mu_{sp} + \alpha_{\mu}v_{\mu}\mu_{tg} \quad (14)$$

Donde $v_{\mu}1 = v1$

² El tamaño de la muestra debe ser igual para cada uno de los activos.

³ De dimensiones similares a las del vector de medias (μ).

- **Estimador de contracción de la matriz de covarianzas**

Para el estimador de la matriz de covarianza se hace una calibración paramétrica mediante el uso de la siguiente formula:

$$\alpha_{\Sigma} = \frac{E \left(\|\mu_{sp} - \mu\|_F^2 \right)}{E \left(\|\Sigma_{sp} - \Sigma\|_F^2 \right) + \|v_{\Sigma}1 - \Sigma\|_F^2} = \frac{(N/T) \overline{\sigma^2}}{(N/T) \overline{\sigma^2} + \|v_{\mu}1 - \mu\|_2^2} \quad (15)$$

En DeMiguel, Martin-Utrera y Nogales (2013) se propone que $\|x\|_F^2 = \text{Traza}(X'X)$,

$$\text{y } v_{\mu} = \text{argmin}_v \|v1 - \Sigma\|_F^2 = (1/N) \sum_{i=1}^N \sigma_i^2 = \overline{\sigma^2}.$$

Para llevar cabo la calibración paramétrica en DeMiguel, Martin-Utrera y Nogales (2013) se supone la siguiente proposición:

$$E \left(\|\mu_{sp} - \mu\|_F^2 \right) = \frac{N}{T-1} \left(\frac{\text{Traza}(\Sigma^2)}{N} + N \overline{\sigma^2}^2 \right) \quad (16)$$

Por último, una vez llevada a cabo la calibración paramétrica, se reemplaza en la siguiente fórmula:

Escuela de Economía y Finanzas
Maestría en Administración Financiera – MAF

$$\Sigma_{sh} = (1 - \alpha_{\mu})\Sigma_{sp} + \alpha_{\Sigma}v_{\Sigma}\Sigma_{tg} \quad (17)$$

Con $\Sigma_{tg} = I$, donde I es la matriz identidad.

1.6. Diseño e ingreso de datos al modelo

Para el diseño de la herramienta se efectuó una investigación paralela en la que la principal fuente de información fueron los autores Rujeeapaiboon, N., Kuhn, D., & Wiesemann, W. (2015), los que brindaron asesoría y sugirieron, por medio de mensajes de correo electrónico, el uso de las herramientas tecnológicas⁴ que se debían implementar para solucionar el problema de optimización.

Una vez realizados los análisis y debido a la disponibilidad de datos digitales de las acciones, se debió ajustar el modelo de tal forma que fuera coherente con la realidad de la Bolsa de Valores de Colombia (BVC) para poder correr el modelo de manera tal que arrojara resultados, que en primera instancia, mediante un análisis holístico fueran aceptables.

Por otro lado y debido a la cantidad de datos que se iba a analizar, se debió proceder a ajustes en los estimadores de contracción, pues el artículo académico de DeMiguel, V., Martin-Utrera, A., & Nogales, F. J. (2013) sugiere acudir a la técnica de *bootstrapping* (metodología que trata aproximar la distribución en el muestreo de un estadístico) para la calibración de la matriz de covarianza (de tipo no paramétrico), mientras que en el

⁴ Programa *Matlab*, lenguaje *Yalmip* y solucionador *SDPT3*.

Escuela de Economía y Finanzas

Maestría en Administración Financiera – MAF

presente trabajo de grado la calibración se llevó a cabo en forma paramétrica; debe aclararse que ambas técnicas fueron propuestas por los mismos autores (DeMiguel, V., Martin-Utrera, A., & Nogales, F. J. (2013)). Una vez obtenidos los estimadores de contracción de cada una de las acciones se verificó que las dimensiones hubiesen sido las adecuadas para llevar a cabo los cálculos computacionales requeridos; para ello, el vector de medias, que en un inicio se presentaba así: $\tilde{r}_t = (\tilde{r}_{t,1}, \dots, \tilde{r}_{t,n})$, debió ser transpuesto para que cumpliera las condiciones y proceder a las operaciones matriciales; de esta forma el vector de retornos, se redefinió como $\tilde{r}_t = (\tilde{r}_{t,1}, \dots, \tilde{r}_{t,n})^T$.

De igual forma se procedió a la revisión de cada una de las líneas del código de programación, con el fin de minimizar, detectar y corregir los errores que a la hora de correr el programa completo se pudieran presentar en los cálculos computacionales.

Por último, se configuró *Matlab*, pues el método de solución sugerido se apoya en el uso de las herramientas antes expuestas; por lo tanto se deben adicionar los *toolboxes Yalmip* y *SDPT3* al proyecto antes la ejecución del algoritmo RGOP.

Después de haber realizado los ajustes necesarios en las herramientas computacionales se procedió a ingresar los datos que arrojó la metodología de los estimadores de contracción y se llevaron a cabo varias corridas por medio de variaciones de los parámetros T y ϵ de forma que se tomaran algunos de los escenarios posibles, con el fin de obtener los pesos que sugiere el modelo y determinar una constante de inversión para cada combinación elegida.

1.7. Convenciones de escenarios

Dada la necesidad académica de evaluar el portafolio de inversiones, se sugirieron varios escenarios posibles en los que la composición del portafolio se evaluase con varios conjuntos de parámetros T y ϵ , que fueron variables para cada uno de los portafolios en un rango acordado, de modo tal que para cada valor de T se obtuviesen los siguientes valores de ϵ .

Tabla 3. Valores de T y de ϵ

Valores de T (días)	Valores de ϵ (%)			
	ϵ_1	ϵ_2	ϵ_3	ϵ_4
50	5	10	15	20
100	5	10	15	20
200	5	10	15	20
300	5	10	15	20

Fuente: elaboración propia

Se prevé para el análisis una pérdida máxima permitida del 20%.

Para tener una sugerencia de ponderación en el portafolio para un T genérico se calculó el promedio para cada T y las respectivas combinaciones con ϵ para cada uno de los T previstos. De esta forma se tomaron para cada escenario el promedio de ponderación resultante de dicho promedio.

2. Resultados y discusión

El cálculo de la matriz de pesos se llevó a cabo en un computador *Intel Core 7-4510U* de 2.6GHz con 8 GB de RAM; los resultados se obtuvieron en cerca de 0.34 segundos por corrida. El computador tenía instalada una versión licenciada del software *Matlab 2013b* y las bibliotecas *Yalmip* y *SDPT3*.

A continuación se presentan los resultados obtenidos en cada uno de los escenarios propuestos. Además, se hizo una evaluación del modelo a partir de los supuestos con fechas que oscilan entre los días bursátiles que completan un $T=100$ días; esto fue importante porque correspondió a uno de los T con los que se construyó el modelo de estimación para que calculara los pesos de las acciones en el portafolio; por tal motivo se sugirieron un precio de compra en el 22 de octubre de 2015 y dos precios de venta, el primero el 18 de marzo de 2016 para evaluar el comportamiento en la muestra y otro el 22 de abril de 2016 en el que se trató de predecir los pesos óptimos por fuera de la muestra para determinar la aplicabilidad del modelo de acuerdo con la practicidad del mercado.

Una vez obtenidos los precios, se calculó el valor del portafolio en el momento de la compra (22 de octubre de 2015) y en cada uno de los momentos hipotéticos de las ventas del portafolio (18 de marzo de 2016 y 22 de abril del mismo año) para estimar el valor de ganancia que pudiese llegar a generar cada escenario propuesto.

Para todos los escenarios el tiempo fue el mismo, y el monto teórico por invertir fue de diez millones de pesos colombianos (COP10.000.000).

Tabla 4. Condiciones generales para los escenarios

Presupuesto disponible: COP10.000.000

	PRECIOS DE CIERRE		
	22/10/2015	18/03/2016	22/04/2016
	De compra	De venta 1	De venta 2
Ecopetrol	1,390	1,325	1,435
Gruposura	37,300	39,440	39,660
Pfbcolom	26,940	26,200	28,460
Grupoargos	17,660	19,680	19,700
Éxito	14,300	16,100	16,320
Pfaval	1,205	1,150	1,190
Isa	6,870	8,420	8,740
Nutresa	21,520	24,300	26,100

Fuente: elaboración propia

En seguida se presentan los resultados obtenidos en la contracción de los estimadores que se ingresaron al modelo.

2.1. Resultados obtenidos en el cálculo de los estimadores

Con la aplicación de la fórmula 13 se halla la intensidad de la contracción con la que se calculó el promedio de los rendimientos de cada una de las acciones; para ello se debió reemplazar cada valor en la fórmula 14. A continuación se presentan las estimaciones obtenidas a partir de los estimadores de contracción:

Escuela de Economía y Finanzas
Maestría en Administración Financiera – MAF

Tabla 5. Vector de retornos promedio para las ocho acciones

	μ_{sh}
Ecopetrol	-0.0004
Gruposura	-0.0003
Pfbcolom	-0.0004
Grupoargos	-0.0003
Nutresa	-0.0002
Éxito	-0.0004
Pfaval	-0.0001
Isa	-0.0002

Fuente: elaboración propia a partir de los cálculos propuestos por DeMiguel, Martin-Utrera y Nogales (2013)⁵

Por otro lado se utilizaron las fórmulas 15, 16 y 17 para poder calcular la matriz de covarianza y realizar la calibración paramétrica; los resultados se presentan a continuación.

⁵ Tener en cuenta que μ_{sh} varía cuando el número de activos cambia.

Tabla 6: Matriz de covarianza Σ_{sh}

	Ecopetrol	Gruposura	Pfbcolom	Grupoargos	Nutresa	Éxito	Pfaval	Isa
Ecopetrol	9.19E-04	2.34E-04	2.38E-04	1.39E-04	6.02E-05	1.54E-04	1.17E-04	7.38E-05
Gruposura	2.34E-04	3.69E-04	2,08E-04	2.68E-04	1.82E-04	1,40E-04	1.20E-04	9.26E-05
Pfbcolom	2.38E-04	2.08E-04	3,98E-04	1.89E-04	1.10E-04	1.70E-04	9.19E-05	9.18E-05
Grupoargos	1.39E-04	2.68E-04	1.89E-04	4.77E-04	1.69E-04	1.31E-04	1.58E-04	7.52E-05
Nutresa	6.02E-05	1.82E-04	1.10E-04	1.69E-04	6.15E-04	8.85E-05	1.30E-04	1.23E-04
Éxito	1.54E-04	1.40E-04	1.70E-04	1.31E-04	8.85E-05	2.45E-04	8.59E-05	7.30E-05
Pfaval	1.17E-04	1.20E-04	9.19E-05	1.58E-04	1.30E-04	8.59E-05	2.98E-04	7.80E-05
Isa	7.38E-05	9.26E-05	9.18E-05	7.52E-05	1.23E-04	7.30E-05	7.80E-05	2.00E-04

Fuente: elaboración propia a partir de los cálculos propuestos por DeMiguel, Martin-Utrera y Nogales (2013)⁶

2.2. Escenario 1: portafolio compuesto por los ocho activos seleccionados

En este primer ejemplo se tuvieron en cuenta todas las acciones que fueron elegidas tras la depuración argumentada con anterioridad; se hicieron los cálculos computacionales respectivos, para cada una de las variaciones de T y ϵ se calcularon los pesos y se obtuvieron valores consistentes con la teoría. La tabla 7 muestra los resultados del primer escenario propuesto.

⁶ La matriz de covarianzas Σ_{sh} presenta variaciones leves cuando el número de acciones se cambia en cada escenario.

Escuela de Economía y Finanzas
Maestría en Administración Financiera – MAF

Tabla 7. Resultados del escenario 1: portafolio con ocho acciones

T	50	100	200	300	Promedio
€	5% - 20%	5% - 20%	5% - 20%	5% - 20%	Pesos [W]
PROMEDIOS					
Nombre nemotécnico	w1	w2	w3	w4	W
Ecopetrol	1.73%	1.66%	1.57%	1.52%	1.62%
Gruposura	1.95%	2.02%	2.11%	2.16%	2.06%
Pfbcolom	1.78%	1.55%	1.28%	1.10%	1.43%
Grupoargos	3.37%	3.44%	3.52%	3.56%	3.47%
Éxito	2.58%	2.58%	2.57%	2.57%	2.57%
Pfaval	24.91%	24.36%	23.71%	23.30%	24.07%
Isa	21.22%	21.70%	22.27%	22.65%	21.96%
Nutresa	42.46%	42.69%	42.97%	43.15%	42.82%

Fuente: elaboración propia

Al analizar cada escenario en el cual T fue constatare y € tomó los valores establecidos se observa que en la medida que se le instruyó al algoritmo una probabilidad de pérdida baja, el mismo se encargó de diversificar con mayor intensidad los pesos de las acciones; en forma contraria, cuando se aprobó un valor de pérdida mayor, se centró en la distribución del peso a las acciones que tuviesen mejores condiciones en los estimadores. Además, con el fin de evaluar los resultados del primer escenario se calcularon los promedios de cada una de las combinaciones resultantes y se sugiere que el mismo sea el vector de pesos para el ejercicio académico. Con los pesos obtenidos se llevó a cabo la inversión teórica y se analizaron los resultados.

Tabla 8. Evaluación de resultados en el escenario 1

DATOS DEL PORTAFOLIO DE INVERSIÓN CON OCHO ACCIONES						
Nombre nemotécnico	INVERSIÓN REAL		VALOR DEL PORTAFOLIO POR FECHA			
	22/10/2015		18/03/2016		22/04/2016	
	Número de acciones	Dinero para invertir (COP)	Valor por acción	Rendimiento del portafolio	Valor por acción	Rendimiento del portafolio
Ecopetrol	118	164,020	156,350	-7,670	169,330	5,310
Gruposura	5	186,500	197,200	10,700	198,300	11,800
Pfbcolom	6	161,640	157,200	-4,440	170,760	9,120
Grupoargos	21	370,860	413,280	42,420	413,700	42,840
Éxito	18	257,400	289,800	32,400	293,760	36,360
Pfaval	1,997	2,406,385	2,296,550	-109,835	2,376,430	-29,955
Isa	319	2,191,530	2,685,980	494,450	2,788,060	596,530
Nutresa	198	4,260,960	4,811,400	550,440	5,167,800	906,840
TOTALES		9,999,295	11,007,760	1,008,465	11,578,140	1,578,845
			T: período (días)	148		183
			Rentabilidad en T	10%		16%
		Sobrante (COP)	705			

Fuente: elaboración propia

El valor del portafolio el 18 de marzo de 2016 habría dado una rentabilidad de COP1,008,465, mientras que el 22 de abril habría sido de COP1,578,845 lo que en primera instancia sugiere que el modelo pudo haber presentado resultados atractivos para los inversionistas.

En el caso de Pfaval hubo una pérdida de COP109,835 en la fecha venta del 18 de marzo, y otra COP29,955 en el día 22 de abril, lo que puede indicar que el modelo entregó buenos resultados, pues fue posible que dicha acción presentase recuperación en los siguientes

meses a partir de la matriz de covarianzas obtenida, lo que se debe a que el modelo prefirió las acciones que representaron menor riesgo desde el punto de vista estadístico.

2.3. Escenario 2: portafolio compuesto por siete activos

Para el escenario 2 se propuso excluir el activo de mayor ponderación y correr de nuevo el algoritmo; lo anterior tuvo como propósito tratar de diversificar el riesgo al que se vería enfrentado cualquier inversionista ante dicho porcentaje en el peso del portafolio; por tal motivo se planteó la posibilidad de mejorar la diversificación del portafolio, forzando al solucionador para que arrojase los mejores resultados sin tener en cuenta a Nutresa, de tal forma que el portafolio obtenido presentase nuevas ponderaciones para las demás acciones.

Una vez corrido el código el algoritmo del RGOP con la variación sugerida, se obtuvieron valores que no estuvieron afectados por las condiciones de confiabilidad que presentaba Nutresa y, en aras de obtener mejores resultados en la consolidación del portafolio final, la diversificación fue un factor clave llevar a cabo inversiones adecuadas.

Una vez más, la metodología sugerida entregó resultados que concentraron la ponderación en los activos que ofrecían mejores condiciones respecto a los estimadores calculados cuando los valores de T y ϵ fueron mayores.

Por otro lado, se reconfirmó que las acciones que representaron mayores riesgos para el inversionista fueron Ecopetrol y Grupoargos, puesto que ambos representaban un peso individual inferior al 2% en la conformación del portafolio general.

Escuela de Economía y Finanzas

Maestría en Administración Financiera – MAF

Con los datos obtenidos del solucionador en primera instancia se puede sugerir que dichas acciones deben excluirse del portafolio final.

Tabla 9. Resultados del escenario 2: portafolio con siete acciones

T	50	100	200	300	Promedio
€	5% - 20%	5% - 20%	5% - 20%	5% - 20%	Pesos [W]
PROMEDIOS					
Nombre nemotécnico	w1	w2	w3	w4	W
Ecopetrol	2.10%	2.03%	1.94%	1.88%	1.99%
Gruposura	6.92%	7.02%	7.15%	7.22%	7.08%
Pfbcolom	7.61%	7.38%	7.13%	6.97%	7.27%
Grupoargos	1.80%	1.87%	1.94%	1.98%	1.90%
Éxito	10.13%	10.18%	10.23%	10.26%	10.20%
Pfaval	37.70%	37.19%	36.60%	36.22%	36.93%
Isa	33.75%	34.34%	35.03%	35.47%	34.65%
Nutresa					

Fuente: elaboración propia

En esta nueva configuración de parámetros y al tener en cuenta los pesos arrojados por el modelo, el resultado para ambas fechas habría sido:

Tabla 10. Evaluación de resultados del escenario 2

DATOS DEL PORTAFOLIO DE INVERSIÓN CON SIETE ACCIONES						
Nombre nemotécnico	INVERSIÓN REAL		VALOR DEL PORTAFOLIO POR FECHA			
	22/10/2015		18/03/2016		22/04/2016	
	Número de acciones	Dinero para invertir (COP)	Valor por acción	Rendimiento del portafolio	Valor por acción	Rendimiento del portafolio
Ecopetrol	143	198,770	189,475	-9,295	205,205	6,435
Gruposura	19	708,700	749,360	40,660	753,540	44,840
Pfbcolom	27	727,380	707,400	-19,980	768,420	41,040
Grupoargos	11	194,260	216,480	22,220	216,700	22,440
Éxito	71	1,015,300	1,143,100	127,800	1,158,720	143,420
Pfaval	3.064	3,692,120	3,523,600	-168,520	3,646,160	-45,960
Isa	504	3,462,480	4,243,680	781,200	4,404,960	942,480
Nutresa						
TOTALES		9,999,010	10,773,095	774,085	11,153,705	1,154,695
			T: período (días)	148	T: período (días)	183
			Rentabilidad en T	8%	Rentabilidad en T	12%
		Sobrante (COP)	990			

Fuente: elaboración propia

Al excluir los estimadores de contracción de Nutresa para el cálculo del modelo se obtuvo que los pesos resultantes ofrecieron rendimientos atractivos para el inversionista pero, a su vez, inferiores a los del escenario 1. El resultado obtenido fue muy lógico, puesto que la acción que presentaba una tasa mayor de crecimiento justamente fue la que se excluyó del portafolio para realizar el análisis. Sin embargo, la reasignación de pesos al portafolio también representó utilidades, que si bien fueron inferiores a las del escenario 1, fueron atractivas para los inversionistas.

2.4. Escenario 3: portafolio compuesto por los seis activos de mejor ponderación

Para el último escenario se sugirió tomar los activos con las cinco mejores ponderaciones del escenario 2 y adicionarles el activo con la mejor ponderación del escenario 1, con la restricción empírica de asignarle al último activo el 30% de la ponderación del portafolio final y el resto del peso redistribuirlo en la forma que lo sugiere el escenario 2, con el fin de respetar los resultados que arrojó el algoritmo pero también para darle una diversificación implícita al querer introducir más acciones en la canasta de inversión sugerida. Para el efecto se hicieron los ajustes necesarios, se calculó de nuevo la ponderación para el portafolio final, y se redistribuyen por partes iguales los residuos porcentuales entre las acciones de menor peso para poder cumplir la restricción de $w \leq 1$.

Tabla 11. Ponderación final del portafolio sugerido

PORTAFOLIO AJUSTADO	
Nombre nemotécnico	W
Nutresa	30.0%
Pfaval	26.0%
Isa	24.0%
Éxito	8.0%
Gruposura	6.0%
Pfbcolom	6.0%
TOTAL	100.0%

Fuente: elaboración propia

Como era de esperarse, el algoritmo se centró en las acciones que habían tenido mejor evolución en el período analizado; por otro lado sugirió la omisión de algunas acciones al darles pesos inferiores al 2%.

Escuela de Economía y Finanzas

Maestría en Administración Financiera – MAF

Una vez conformado el portafolio sugerido se hizo un análisis en el que se tomaron los datos del portafolio para cada una de las fechas de análisis propuestas.

Tabla 12. Evaluación de resultados del escenario 3

DATOS DEL PORTAFOLIO DE INVERSIÓN CON SEIS ACCIONES						
Nombre nemotécnico	INVERSIÓN REAL 22/10/2015		VALOR DEL PORTAFOLIO POR FECHA			
	Número de acciones	Dinero para invertir (COP)	18/03/2016		22/04/2016	
			Valor por acción	Rendimiento del portafolio	Valor por acción	Rendimiento del portafolio
Nutresa	139	2,991,280	3,377,700	386,420	3,627,900	636,620
Pfaval	2,157	2,599,185	2,480,550	-118,635	2,566,830	-32,355
Isa	350	2,404,500	2,947,000	542,500	3,059,000	654,500
Éxito	57	815,100	917,700	102,600	930,240	115,140
Gruposura	16	596,800	631,040	34,240	634,560	37,760
Pfbcolom	22	592,680	576,400	-16,280	626,120	33,440
TOTALES		9,999,545	10,972,837	930,845	11,487,132	1,445,105
				148		183
				10%		15%
		Sobrante (COP)	455			

Fuente: elaboración propia

Al tener en cuenta la ponderación impuesta a Nutresa del 30% y la depuración de las acciones con pesos inferiores al 2%, se obtuvieron resultados económicos inferiores a los de los escenarios del 18 de marzo y el 22 de enero de 2016 en un 7.7% y un 8.5%, en su orden.

Sin embargo, el análisis económico podría presentar viabilidad a la inversión, pues los resultados se tornaron atractivos.

2.5. Suposición 1: debido a las altas comisiones de transacción se sugiere concentrar el peso en una acción

A pesar de ser un ejercicio académico, se debe tener en cuenta que en Colombia los costos de transacción pueden generar una restricción importante a la hora de iniciar una inversión en bolsa, por lo que se sugiere que para montos de dinero que pudiesen ser bajos en el entorno bursátil la inversión se concentre en el activo de mayor peso que arrojó el modelo; en este sentido, Nutresa fue la primera opción, pues en forma contundente logró un peso sin igual dentro del escenario 1.

Los datos obtenidos durante el análisis económico, se presentan en la siguiente tabla:

Tabla 13. Evaluación de resultados según la suposición 1

DATOS DEL PORTAFOLIO DE INVERSIÓN CON UNA ACCIÓN						
Nombre nemotécnico	INVERSIÓN REAL 22/10/2015		VALOR DEL PORTAFOLIO POR FECHA			
	Número de acciones	Dinero para invertir	18/03/2016		22/04/2016	
			Valor por acción	Rendimiento del portafolio	Valor por acción	Rendimiento del portafolio
Nutresa	464	9,985,280	11,275,200	1,289,920	12,110,400	2,125,120
TOTALES		9,985,280	11,317,647	1,289,920	12,152,882	2,125,120
		T: período (días)		148		183
		Rentabilidad en T		13%		22%
	Sobrante (COP)	14,720				

Fuente: elaboración propia

Con dicha suposición el modelo arrojó la mayor rentabilidad del análisis económico, puesto que la que generó fue muy superior a la que ofrecieron los CDT en un período de análisis similar.

2.6. Comparación de los resultados obtenidos en los escenarios y las tasas de captación de los bancos en octubre de 2015

De los escenarios posibles que fueron evaluados en las páginas anteriores se obtuvo que la rentabilidad del ejercicio superó la ofrecida por los bancos en períodos similares.

Tabla 14. Tasas de captación de CDT y CDA en bancos para el mes de octubre de 2015

EMISORES	ENTRE 121 Y 179 DÍAS	A 180 DÍAS
BANCO DE BOGOTÁ S. A.	4.5%	4.3%
BANCO POPULAR S. A.	5.9%	6.0%
BANCOLOMBIA S. A.	5.1%	4.6%
BANCO BBVA COLOMBIA S. A.	4.1%	4.4%
BANCO CAJA SOCIAL BCSC S. A.	4.4%	4.4%
BANCO DAVIVIENDA S. A.	5.0%	4.9%

Fuente: elaboración propia con base en Superintendencia Financiera de Colombia (2015a)

Por su parte, en los tres escenarios analizados se obtuvieron las siguientes rentabilidades en los números de días descritos:

Tabla 15. Tasas de rentabilidad que arrojó el modelo propuesto

	Número de días del análisis económico	
	148	183
Escenario 1	10%	16%
Escenario 2	8%	12%
Escenario 3	10%	15%
Suposición de una acción (Nutresa)	13%	22%

Fuente: elaboración propia con base en resultados del análisis

Como se observa, en todos los casos las rentabilidades ofrecidas fueron superiores a las tasas de captación de los bancos y el resultado obtenido en el escenario 3 presentó la mejor rentabilidad, pues los costos transaccionales se redujeron a causa de la menor cantidad de acciones.

3. Conclusiones

El presente ejercicio académico se basó en investigaciones que han inquietado a los estudiosos de los temas bursátiles alrededor del mundo; las ciencias computacionales ofrecen constructos importante mediante los que se pueden llevar a cabo cálculos y análisis complejos y extensos en forma casi inmediata y con un nivel de confianza alto, lo que facilita la labor del inversionista, que puede en consecuencia dedicar su tiempo de manera exhaustiva a analizar las condiciones del mercado y a sugerir restricciones en el modelo que se apliquen a cada caso en particular.

Por otro lado, la investigación pretendía sugerir una herramienta que permitiese realizar cálculos complejos en su estructura de programación, pero que fuese amigable a la hora de llevarlos a la práctica y que ofreciese alternativas de inversión que si bien no serían las óptimas, permitirían tener elementos de juicios soportados en estructuras académicas confiables y no tanto por apreciaciones subjetivas de experiencias basadas en un universo de desinformación, empirismo y métodos no técnicos de analizar el mercado bursátil. Por lo anterior, al tener en cuenta las alternativas que el ambiente académico ofrece y con base en años de estudios para desarrollar y publicar teorías de optimización de portafolios, del presente trabajo de grado se desprenden las siguientes conclusiones:

- El RGOP como herramienta para la maximización de la tasa de crecimiento esperado en un portafolio mostró resultados sólidos en el mercado bursátil colombiano. Su implementación a través de herramientas computacionales permitió facilitar su complejidad y simplificar su aprendizaje.

Escuela de Economía y Finanzas
Maestría en Administración Financiera – MAF

- Si se tuvieran en cuenta los costos transaccionales que se presentan en las operaciones de compra y venta, se podría concluir que el mejor escenario del presente trabajo de grado fue el número 3, pues se obtuvieron resultados similares al escenario 1, pero presentó menores costos al tener un menor número de acciones.
- A pesar de que para la acción Pfaval hubo pérdida en todos los escenarios, se observa que la misma disminuyó en la segunda fecha, por lo que también puede interpretarse como el caso de una acción estable que presentó una caída en los precios, pero con alta probabilidad de generar rendimientos positivos en las siguientes semanas, lo que la convertiría en una acción atractiva para la compra en la que se podría aprovechar un precio bajo. Por tal motivo se puede decir que el RGOP pondera las acciones que presentan las mayores tasas de crecimiento en el período estudiado.
- El análisis de la suposición 1 estuvo sujeto al nivel de diversificación deseado por el inversionista, pues elegir una sola acción puede generar riesgos altos, sin importar que el modelo haya dado mayor ponderación a un activo.
- Debido a la herramienta computacional utilizada, la actualización del portafolio actual solo dependió de alimentar el modelo a medida que el mercado iba avanzando.

Referencias

- A los colombianos les sale 41,45% más caro comprar en dólares que hace un año (2016, 29 de enero). *La República*. Recuperado el 30 de enero de 2016 de:
http://www.larepublica.co/los-colombianos-les-sale-4145-m%C3%A1s-caro-comprar-en-d%C3%B3lares-que-hace-un-a%C3%B1o_344356
- Algoet, P. H., & Cover, T. M. (1988). Asymptotic optimality and asymptotic equipartition properties of log-optimum investment. *The Annals of Probability*, 16(2), 876-898. Recuperado el 25 de febrero de 2016, de: <http://www-isl.stanford.edu/~cover/papers/paper82.pdf>
- BVC (2016), Página Web de la Bolsa de valores de Colombia. Informes bursátiles. Recuperado el 20 de marzo de 2016, de:
<http://www.bvc.com.co/pps/tibco/portalbvc/Home/Mercados/informesbursatiles?action=dummy>
- Breiman, L. (1961). Optimal gambling systems for favorable games. University of California. *Fourth Berkeley Symposium: Breiman*. Recuperado el 2 de marzo de 2016, de:
<http://www-stat.wharton.upenn.edu/~steele/Resources/FTSResources/KellyBreiman/Breiman61.pdf>
- Catica Barbosa, J. R., López Montoya, Ó. H., y Parra Alviz, M. (2014). El certificado de depósito a término en Colombia: ¿instrumento de ahorro o de inversión? *Desarrollo Gerencia. Revista de la Facultad de Ciencias Económicas, Administrativas y Contables de la Universidad Simón Bolívar*, 7(1), 160-174. Recuperado el 18 de febrero de 2016, de:
<http://publicaciones.unisimonbolivar.edu.co/rdigital/ojs/index.php/desarrollogerencial/article/download/745/714>
- Catica Barbosa, J. R., Parra Alviz, M., y López Montoya, Ó. H. (2014). Retos de la banca colombiana para mejorar la profundización financiera. *Revista Internacional Administración y Finanzas*, 7(4), 27-37. Recuperado el 20 de febrero de 2016, de:
http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=2329964
- Congreso de Colombia (2009). Ley 1328, de 15 de julio de 2009, *mediante la cual se dictan normas en materia financiera, de seguros, del mercado de valores y otras*

Escuela de Economía y Finanzas

Maestría en Administración Financiera – MAF

disposiciones. Bogotá: Congreso de Colombia. Recuperado el 2 de febrero de 2016, de: http://www.secretariassenado.gov.co/senado/basedoc/ley_1328_2009.html

Congreso de Colombia (2011). *Ley 1450, de 16 de junio de 2011, por la cual se expide el Plan Nacional de Desarrollo, 2010-2014*. Bogotá: Congreso de Colombia. Recuperado el 30 de enero de 2016, de:

http://www.secretariassenado.gov.co/senado/basedoc/ley_1450_2011.html

DeMiguel, V., Martin-Utrera, A., & Nogales, F. J. (2013). Size matters: optimal calibration of shrinkage estimators for portfolio selection. *Journal of Banking and Finance*, 37(8), 3018–3034. Recuperado el 16 de marzo de 2016, de:

<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0378426613002161>

Dempster, M. A. H., Evstigneev, I., & Schenk-Hoppé, K. R. (2009). Growing wealth with fixed-mix strategies. *Swiss Finance Research Paper No. 09-37*. Recuperado el 12 de marzo de 2016, de:

http://www.econbi.de/archiv1/2009/100176_growing_wealth_strategies.pdf

El 70% del ahorro de los colombianos es en efectivo (2016, 11 de febrero). *Portafolio*.

Recuperado el 17 de febrero de 2016 de:

<http://www.portafolio.co/economia/finanzas/ahorro-colombianos-mayoria-efectivo-155028>

González, S. D. (2015, 19 de noviembre). Sin 4x1.000, el IVA crecería a 19%. *El Espectador*. Recuperado el 20 de febrero de 2016, de:

<http://www.elespectador.com/noticias/economia/sin-4x1000-el-iva-creceria-19-articulo-600242>

Györfi, L., Ottucsák, G., & Walk, H. (ed.). (2012). *Machine learning for financial engineering*. Singapur: World Scientific.

Kelly, Jr., J. L. (1956). A new interpretation of information rate. *The Bell System Technical Journal*, 35(4), 917-926. Recuperado el 10 de marzo de 2016, de:

https://www.princeton.edu/~wbialek/rome/refs/kelly_56.pdf

Lin, C. Y.-Y., Edvinsson, L., Chen, J., & Beding, T. (2014). *National intellectual capital and the financial crisis in Argentina, Brazil, Chile, Colombia, Mexico, and Venezuela*. Nueva York: Springer.

Löfberg, J. (2012). *YALMIP*. Recuperado el 5 de abril de 2016, de:

<http://users.isy.liu.se/johanl/yalmip/pmwiki.php?n=Main.WhatIsYALMIP>

Escuela de Economía y Finanzas

Maestría en Administración Financiera – MAF

- Markowitz, H. (1952). Portfolio selection. *Journal of Finance*, 7(1), 77-91. Recuperado el 27 de febrero de 2016, de:
http://www.efalken.com/LowVolClassics/markowitz_JF1952.pdf
- Mejía, D. (2015). *Resultado de las encuestas de medición de capacidades financieras en los países andinos. Bolivia, Colombia, Ecuador y Perú*. Guayaquil: Banco de Desarrollo de América Latina (CAF). Recuperado el 30 de enero de 2016, de:
<https://www.caf.com/media/2622608/CAF-encuesta%20capacidades%20financieras-%20Ecuador%202015.pdf>
- Merton, R. (1969). Lifetime portfolio selection under uncertainty: The continuous time case, *Review of Economics and Statistics*. Recuperado el 5 de marzo de 2016, de:
<http://www.people.hbs.edu/rmerton/Lifetime%20Portfolio%20Selection.pdf>
- Michaud, R. (1989). The Markowitz optimization enigma: Is 'optimized' optimal? *Financial Analysts Journal*. Recuperado el 25 de febrero de 2016, de:
http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=2387669
- Roy, A. (1952). Safety First and the Holding of Assets. *Econometrica*, 20(3), 431-449. Recuperado el 5 de marzo de 2016, de:
http://www.jstor.org/stable/1907413?seq=1#page_scan_tab_contents
- Rubinstein, M. (1991). *Continuously rebalanced investment strategies*. Berkeley, CA: University of California at Berkeley, Research Program in Finance Working Papers No. RPF-205. Recuperado el 20 de marzo de 2016, de:
<http://econpapers.repec.org/paper/ucbcalbrf/rpf-205.htm>
- Rujeerapaiboon, N., Kuhn, D., & Wiesemann, W. (2015). *Robust growth-optimal portfolios*. Recuperado el 15 de febrero de 2016, de: http://www.optimization-online.org/DB_FILE/2014/05/4366.pdf
- Senado aprobó 145 artículos del Plan Nacional de Desarrollo (2015, 5 de abril). *La FM*. Recuperado el 2 de febrero de 2016, de: <http://www.lafm.com.co/noticias/senado-aprob-145-art-culos-del-182058>
- Superintendencia Financiera de Colombia, SFC (2015a). *Información periódica mensual*. Recuperado el 30 de enero de 2016, de:
<https://www.superfinanciera.gov.co/jsp/loader.jsf?lServicio=Publicaciones&lTipo=publicaciones&lFuncion=loadContenidoPublicacion&id=60826>

Escuela de Economía y Finanzas

Maestría en Administración Financiera – MAF

Superintendencia Financiera de Colombia, SFC (2015b). *Resultados del mapeo de los*

programas de educación financiera de las entidades vigiladas por la SFC - 2014.

Recuperado el 20 de febrero de 2016, de:

https://www.superfinanciera.gov.co/descargas?com=institucional&name=pubFile1014320&downloadname=documento_ejecutivo_mapeo_ev__para_difusion__julio3015.docx

Zorrilla, J. P. (2016, 9 de febrero). *En qué ahorran e invierten los colombianos. Portafolio.*

Recuperado el 10 de febrero de 2016, de: <http://www.portafolio.co/mis-finanzas/ahorro/ahorran-e-invierten-colombianos-116496>