



# **DILATANCIA Y CIMENTACIONES PROFUNDAS EN ROCAS.**

PAULO CESAR ROJAS OLARTE

Documento de Grado

Jorge Alonzo Prieto Salazar. PhD

UNIVERSIDAD EAFIT  
ESCUELA DE CIENCIAS APLICADAS E INGENIERÍA  
MAESTRÍA EN INGENIERÍA  
MEDELLÍN  
2024

## Agradecimiento

Agradezco a Dios por darme la sabiduría, la sapiencia, la salud y la fortaleza de mi familia para alcanzar esta meta que hoy es una realidad.

De manera especial, agradezco al Doctor Jorge Alonso Prieto, quien, con su paciencia, me guió y me mostró el verdadero compromiso con el conocimiento.

Expreso mi gratitud a mi padre, el señor Luis Alberto Rojas Pérez, y a Lina M. Orozco, mi compañera de vida y esposa, quienes en todo momento me apoyaron y acompañaron.

Finalmente, a Isabella e Isaac: siempre recuerden que ¡querer es poder!.

## CONTENIDO

pág.

0. INTRODUCCIÓN.....	12
1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	13
2. JUSTIFICACIÓN.....	14
3. OBJETIVOS.....	15
3.1. GENERAL.....	15
3.2. ESPECÍFICOS.....	15
4. ESTADO DEL ARTE DE LA DILATANCIA.....	16
4.1 ANTECEDENTE HISTORICO DE LA DILATANCIA.....	16
4.1.2 M. J. HVORSLEV (1936-1939).....	16
4.1.3 RENDULIC (1936).....	18
4.1.4 K.ROSCOE-C.SCHOFIELD AND PETER WROT (1950-1960).....	18
4.1.5 SKEMPTON 1950.....	19
4.1.6 H. TAILOR (1948-1950).....	21
4.1.7 W. LAMBERT Y (1964).....	24
4.1.8 R. PATTON (1966).....	24
4.1.9 D. D. POLAR Y R. M. ZOBECK (1977).....	26
4.1.10 BARENBLATT, GARAGOSH Y LEVY (1980).....	26
4.1.11 VERMEER Y DE BOER (1981).....	27
4.1.12 ARTHUR CASAGRANDE 1981.....	27
4.1.13 DAVID MUIR WOOD (1987-2004).....	28
4.1.14 VARDOULAKIS Y SCHLUNEGGER (1990).....	30
4.1.15 JIANG, CRABTREE Y GELER (2001).....	30
4.1.16 A J. GONZALES (2012).....	31
4.1.17. CARLOS CURI AVALOS- SHARON ROJAS QUISPE- GARY DURÁN RAMÍREZ (2019) .....	32
4.1.18. TAFILI, M.; GRANDAS TAVERA, C.; TRIANTAFYLLIDIS, T.; WICHTMANN, T. (2021) .....	34
4.1.19 K. C. ONYELOWE, A.M. EBID C, EVANGELIN RAMANI SUJATHA, FARID FAZEL- MOJTAHEDI, ALI GOLAGHAEI-DARZI, DENISE-PENELOPE N. KONTONIA, NABAZ NOORALDDIN-OTHMAN (2023).....	34

4.1.20 DE SHENG, LIU Y LI (2024) .....	35
5. EJEMPLOS DOCUMENTADOS .....	36
5.1 PRESA DE BELO MONTE, BRASIL .....	36
5.2 PRESA DE EL QUIMBO, COLOMBIA .....	36
5.3 PRESA DE CHANGUINOLA, PANAMÁ .....	37
5.4 PRESA DE KARAMAY, CHINA.....	37
6. SINTESIS DE LA DILATANCIA.....	38
7. MARCO METOLODOLOGICO .....	40
7.1 ENVOLVENTES DE HOEK -BROWN (2002).....	40
7.2 ENVOLVENTES DE FALLA DE PATTON (1966) .....	42
7.3 TRANSFORMACION DE ENVOLVEMTE DE ESFUERZOS PRINCIPALES EFECTIVOS A ENVOLVENTES DE ESFUERZO $\tau$ VS ESFUERZO NORMAL EFECTIVO $\sigma'$ - BRAY .....	43
7.4 CAPACIDAD DE TRABAJO DE PILOTES .....	45
7.5 MÉTODO DE CARGA ULTIMA (GOODMAN 1980).....	46
7.5.1 LA RESISTENCIA POR PUNTA SE DEFINE (QB): .....	47
7.5.2 RESISTENCIA POR FRICCIÓN LATERAL .....	47
7.5.3 CAPACIDAD DE CARGA POR FRICCIÓN LATERAL EN ROCAS .....	48
7.6 MÉTODO DE VESIC (1977) .....	49
7.7 CIRCULO DE DEFORMACIONES DE MOHRS .....	51
8. MÉTODO DE GONZÁLEZ PARA ESTIMAR LA CAPACIDAD DE CARGA VERTICAL DE PILOTES EN ROCA .....	53
9. PROPUESTA .....	59
10. DISCUSIÓN .....	67
11. CONCLUSIONES.....	69
12. SUGERENCIAS PARA FUTUROS ESTUDIOS .....	70
REFERENCIAS.....	71

## LISTA DE FIGURAS

pág.

FIGURA 1.-VARIACIONES DE RESISTENCIA GENERADAS POR LA DILATANCIA .....	17
FIGURA 2.-RESULTADOS DE P. WROTH PARA UN SUELO GRANULAR SUELTO Y DENSO SOMETIDO A CIZALLAMIENTO SIMPLE A LA MISMA TENSIÓN VERTICAL .....	19
FIGURA 3.-GRAFICA DE PRESIÓN DE POROS B VS GRADO DE SATURACIÓN S% .....	20
FIGURA 4.-ESQUEMA DE INTERACCIÓN DE SUPERFICIES DE TAYLOR (1948) .....	22
FIGURA 5.-ESQUEMA DE ECUACIÓN DE TRABAJO TAYLOR (1948) FRENTE A LA DILATANCIA.....	22
FIGURA 6.-ESQUEMA DE EXPLICACIÓN DE MÉTODO DE FALLA DE PATTON SIN TENER PRESENCIA DE COHESIÓN	24
FIGURA 7.-GRAFICO DE FALLA DE PATTON EXPLICACIÓN DE CRITERIOS DE ROTURA .....	25
FIGURA 8.-GRAFICO DE ACOMODACIÓN DE PARTÍCULAS DE MANERA LATERAL .....	28
FIGURA 9.-EXPRESIÓN DE COMO OCURRE LA DILATANCIA EN UNA MUESTRA .....	38
FIGURA 10.-GRAFICO T VS ESFUERZO U DONDE SE EXPONE LA DILATANCIA .....	38
FIGURA 11.-GRAFICO DE ESQUEMATIZACIÓN DE DILATANCIA.....	39
FIGURA 12.-ANGULO DE DILATANCIA EN LA DEFORMACIÓN VOLUMÉTRICA CON LÍNEAS DE EXTENSIÓN A CERO DONDE NO HAY DEFORMACIÓN, PERO SE PRESENTA LA FALLA .....	52
FIGURA 13.-CRITERIO DE HOEK BROWN - ENVOLVENTE MOHR COULOMB .....	55
FIGURA 14.- COMPARACIÓN DE ANGULO TANGENTE VS ESFUERZO EFECTIVO .....	55
FIGURA 15.-MACIZO ROCOSO- H-B- $\Sigma_{CI} = 99.6\text{MPa}$ ; GSI=25; D=1.0; MI = 4.75 .....	57
FIGURA 16.-MACIZO ROCOSO- H-B- $\Sigma_{CI} = 99.6\text{MPa}$ ; GSI=25; D=1.0; MI = 4.75 .....	58
FIGURA 17.-ESQUEMA DE DILATANCIA Y ÁNGULO RESIDUAL A TRACCIÓN EN ENVOLVENTE DE FALLA T VS $\Sigma$ Y ÁNGULO SECANTE .....	60
FIGURA 18.-VALOR DE ÁNGULO DE FRICCIÓN FILITA [62] .....	62
FIGURA 19.-ESQUEMA DE DILATANCIA, ÁNGULO RESIDUAL A TRACCIÓN, ÁNGULO BÁSICO Y ENVOLVENTE DE FALLA T VS $\Sigma$ .....	62
FIGURA 20.-GRAFICA DECRECIENTE $\Psi$ VS $\Sigma_N$ .....	63
FIGURA 21.--GRAFICA DE ENVOLVENTES DE FALLA MORH COULOMB Y PATTON .....	64
FIGURA 22.-GRAFICA DE CAPACIDAD ULTIMA DE MORH COULOMB Y PATTON .....	64
FIGURA 23.-GRAFICA DE APORTES POR FUSTE MORH COULOMB Y PATTON.....	65
FIGURA 24.-GRAFICA DE APORTES POR PUNTA MODELO DE VESIC Y PATTON .....	65
FIGURA 25.-ESPECIFICACIÓN DE ÁNGULOS EXISTENTES, LÍNEAS TANGENTES EN EL CASO PLANTEADO POR A. GONZÁLEZ.....	67

LISTA DE ECUACIONES

$$\sigma'_1 = \sigma'_3 \sigma + \sigma_{ci} [m (\sigma'_3 / \sigma_{ci}) + s]^a \quad (1)$$

$$\tau_f = c' + \sigma' \tan \phi' \quad (2)$$

$$\tau = \sigma n \cdot \tan(\phi_b + \Psi) + cb \quad (3)$$

$$h = 1 + \left[ \frac{16(m\sigma' + s\sigma_{ci})}{(3m^2\sigma_{ci})} \right] \quad (4)$$

$$\theta = \left\{ 90^\circ + \arctan \left[ \frac{1}{(h^3 - 1)^{0.5}} \right] \right\} / 3 \quad (5)$$

$$\phi'_i = \arctan \left[ \frac{1}{(4h \cos^2 \theta - 1)^{0.5}} \right] = \arctan \left( \frac{d\tau}{d\sigma'} \right) \quad (6)$$

$$\tau = \left( (\cot \phi'_i - \cos \phi'_i) m^2 \sigma_{ci} / 8 \right) \quad (7)$$

$$c'_t = \tau - \sigma' \tan \phi' \quad (8)$$

$$Em = \frac{100.000(1 - D/2)}{\left\{ 1 + \exp \left[ \frac{(75 + 25D - GSI)}{11} \right] \right\}} \quad (9)$$

$$\left( \frac{Em}{Ei} \right) - 0,02 = \frac{(1 - D/2)}{\left\{ 1 + \exp \left[ \frac{(60 + 15D - GSI)}{11} \right] \right\}} \quad (10)$$

$$Em = Eo \left( \sigma'_3 / Pa \right)^n \quad (11)$$

$$Em = Eo \left( \frac{(\sigma'_3 - \sigma_t)}{(Pa - \sigma_t)} \right)^n \quad (12)$$

$$V_m = V_o Eo / Em \quad (13)$$

$$\tan \phi' \text{ diseño} = \tan [(\phi'_t - 3)^\circ] / Fsb \quad (14)$$

$$c' \text{ diseño} = c'_t / Fsb \quad (15)$$

$$Qu = Qb + Qs \quad (16)$$

$$q_b = R_b * \sigma_c \quad (17)$$

$$\tau = \sigma_n * \tan \emptyset \quad (18)$$

$$Q_s = \tau * A_s \quad (19)$$

$$fs = c_{ad} + K_o \sigma_v \tan \delta' = \left(\frac{2}{3}\right) [c' + K_o \sigma'_v \tan \phi'] \quad (20)$$

$$q_p = c' N_c + \sigma'_0 N_\sigma \quad (21)$$

$$N_c = (N_\sigma - 1) \cot \emptyset' \quad (22)$$

$$\sigma'_0 = \text{esf. efectivo octaed. terreno} = (\sigma'_1 + \sigma'_2 + \sigma'_3)/3 \quad (23)$$

$$\sigma'_0 = \text{esf. efe. octaed. terreno} = (\sigma'_1 + \sigma'_2 + \sigma'_3)/3 \quad (24)$$

$$N_\sigma = K_p \exp \left[ \left( \frac{\pi}{2} - \emptyset' \right) \tan \emptyset' \right] \left[ \frac{3}{3 - \sin \emptyset'} \right] I_{rr}^{\left\{ \frac{4 \sin \emptyset'}{[3(1 + \sin \emptyset')]} \right\}} \quad (25)$$

$$K_p = \text{coe. de pre. pas} = \tan^2(\pi/4 + \emptyset'/2) = 1/K_a \quad (26)$$

$$K_p = \text{coe. de pre. pas} = \tan^2(\pi/4 + \emptyset'/2) = 1/K_a \quad (27)$$

$$\varepsilon v = 3/8 * (\sigma_u - \sigma_{rp}) [1 + K_a + (1 - K_a) * r^2] \quad (28)$$

$$\sigma_{rp} = \sigma'_0 (\sigma'_0 + a') [4 \cos \emptyset' / (3 - \sin \emptyset')] \quad (29)$$

$$a' = c' \cot \emptyset' \quad (30)$$

$$\sigma_u = I_{rr}^{[2/3(1-K_a)]} \quad (31)$$

$$I_r = G / (c' + \sigma'_0 \tan \emptyset') \quad (32)$$

$$I_{rr} = I_r / (1 + I_r * \varepsilon v) \quad (33)$$

$$r = \frac{Rp}{R_0} = Irr^{1/3} \quad (34)$$

$$\varepsilon v1 = [(1 - 2\nu)/(1 - \nu)](\sigma'_0/G) \quad (35)$$

$$\varepsilon v2 = 0.005(\sigma'_0/Pa) [45^\circ - \phi'^\circ]/20^\circ] \quad (36)$$

$$\tau_1 = \sigma_n \tan \phi_b \quad (37)$$

$$\tau_2 = (\sigma_n - \sigma_{tr}) \tan \phi_{rt} \quad (38)$$

$$\tau_2 = (\sigma_n - \sigma_{tr}) \tan \phi_{rt}, \quad (39)$$

$$\tan \phi_{rt} = \frac{\sigma_n \tan \phi_b}{(\sigma_n - \sigma_{tr})}. \quad (40)$$

$$\Psi = \phi_s - \phi_{rt} \quad (41)$$

$$\tau = (\sigma_n - \sigma_t) \tan(\phi_{rt} + \Psi) \quad (4237)$$

$$\tan(\phi_{rt} + \Psi) = \left( \frac{\tan \phi_{rt} + \tan \Psi}{1 - \tan \phi_{rt} \tan \Psi} \right) \quad (43)$$

$$\tau = \sigma_n \tan (\phi_{rt} + \Psi) = \sigma_n \tan \phi_s \quad (38)$$

## LISTA DE SÍMBOLOS O VARIABLES

$\tau$  = Esfuerzo cortante

$\sigma$  = Esfuerzo

$\sigma'_{n}$  = Tensión normal (efectiva)

$\emptyset$  = ángulo de rozamiento (pico o residual)

$i$  = Ondulosidad

$Q_u$  = Capacidad de carga ultima total  $\emptyset$

$Q_p$  = Resistencia de punta o base del pilote

$Q_s$  = Resistencia por fricción lateral (fuste del pilote)

$q_{u-R}$  = Resistencia a la compresion inconfiada de la roca

$P$  = perímetro de la pila

$F_s(Z)$  = fricción promedio en el tramo  $\Delta Z$

$K_o$  = coeficiente

$\sigma'_1$  = esfuerzo efectivo principal mayor

$\sigma'_3$  = esfuerzo efectivo principal menor

$m$  = parametro semi empirico

$m_i$  = parametro semiempirico  $m$  para roca intacta (material rocoso)

$\sigma_{ci}$  = resistencia a la compresion inconfiada de roca intacta

$s$  = parametro semiempirico =  $\exp[(GSI - 100)/(9 - 3D)]$ ;  $0.0 < S \leq 1.0$

$a$  = parametro empirico

$GSI$  = indice geologico de resistencia (Geological strength Index:  $0 < GSI \leq 100$ )

$D$  = parametro de perturbacion o daño [ $0.0$  (sin daño)  $\leq D \leq 1.0$  (daño máximo)]

$\sigma_c$  = resistencia a la compresión =  $s^a \sigma_{ci}$

$\tau_f$  = esfuerzo cortante a la falla

$\sigma'$  = esfuerzo normal efectivo en el plano de falla

$c'$  = intercepto de cohesión

$\emptyset''$  = angulo efectivo de friccion interna

$E_m$  = modulo de deformacion del macizo rocoso (Mpa)

$MR$  = relacion de modulo (Deere Mille, 1966)[2]

$E_o$  =  $E_m$  para  $\sigma'_3 = Pa$

$P_a$  = presión atmosférica = 0,1Mpa  
 $n$  = exponente empírico ( $n < 1$ )  
 $\sigma_t$  = resistencia a la tracción del macizo rocoso  
 $\sigma_n$  = Esfuerzo normal aplicado sobre la superficie  
 (este obedece a la base lisa de la discontinuidad)  
 $c_b$  = cohesión básica del material (si es parámetro del material)  
 $\sigma'_0$  = esfuerzo efectivo octaédrico en el terreno  
 $K_p$  = coeficiente de presión pasiva  
 $\varepsilon_v$  = deformación volumétrica  
 $\sigma_{rp}$  = esfuerzo radial en el límite de la zona plástica  
 $\sigma_u$  = esfuerzo último radial en la cavidad  
 $G$  = Módulo de cortante  
 $I_r, I_{rr}$  = índices de rigidez  
 $R_p$  = radio de la zona plástica alrededor de la cavidad  
 $R_0$  = radio inicial de la cavidad =  $R_{pilot}$   
 $c', \phi$  = Valores de la resistencia efectiva  
 $\sigma_1$  = esfuerzo principal mayor  
 $\sigma_2$  = esfuerzo vertical  
 $\sigma_3$  = esfuerzo principal menor  
 $D_p$  = diámetro del pilote  
 $Q_{pt}$  = capacidad del trabajo por punta calculada con parámetros de diseño  
 $Q_{ft}$  = capacidad de trabajo de fricción calculada por parámetros  
 $W_p$  = Peso del pilote  
 $\phi_b$  = ángulo de fricción básica  
 $\phi_R$  = ángulo residual  
 $\phi_{rt}$  = ángulo residual de tracción  
 $\Psi$  = ángulo de dilatación

## **RESUMEN**

Este trabajo aborda el concepto de dilatancia en cimentaciones profundas, con énfasis en su evolución histórica y aplicación práctica. Se exponen cuatro casos documentados que obedecen a obras de centrales hidroeléctricas (Belo monte (Brasil), El Quimbo (Colombia), Changuinola (Panamá) y Karamai (China)). A partir de la revisión histórica se entrega un concepto sintetizado de la dilatancia. Se describe, además, el marco metodológico para el cálculo de cimentaciones profundas en roca. Se revisa el método González 2012[2] para estimar la capacidad de carga vertical en pilotes en roca. Como propuesta conceptual de mejora, se introduce una clarificación en el método de evaluación de capacidad de carga, usando la envolvente de falla de Patton (1966), mediante la implementación del ángulo secante y los ángulos de fricción básico, o residual del material ( $\phi_b$ ) y fricción residual a tracción ( $\phi_{rt}$ ) que permite considerar de forma directa el efecto del ángulo de dilatancia. Con lo anterior, se asegura una representación más realista de las propiedades de la roca bajo diferentes estados de esfuerzo. Se comparan los resultados entre el método González y la propuesta de mejora conceptual, revisando la similitud entre ellos, con la premisa de entregar un proceso que sea aceptable y consistente.

***Palabras clave: Angulo secante- Capacidad carga vertical- Cimentaciones profundas en roca- Dilatancia- Esfuerzo a tracción- Envolvente de esfuerzos- Espacio de Mohr- Método de Bray- Modelo de Patton – Pilotes.***

## 0. INTRODUCCIÓN

La dilatancia representa uno de los desafíos más relevantes dentro del campo de la geotecnia. Esta característica se ha estudiado por un tiempo considerable, debido a que en varios proyectos ha generado inestabilidad en los elementos de cimentación, e. g. Presa de Belo Monte [34][35], en Brasil, la Presa de El Quimbo, en Colombia [36][37], Presa de Changuinola, Panamá [38][39] y Presa de Karamay, China [40][41]; las cuales han sido fundamentales para el desarrollo de sus regiones. Resaltando como elemento relevante que la solución del problema asociado con la dilatancia ha demandado inversiones millonarias, e. g. la presa Belo Monte requirió una inversión de 18.8 mil millones de dólares para su construcción tomando en cuenta que muchos de estos costos se debieron a la mitigación de estas características de los suelos. Por tanto, se plantea la necesidad de documentar el estado del arte y clarificar los métodos que permiten la inclusión del fenómeno de la dilatancia en el diseño de las cimentaciones profundas.

La estructura del documento es:

Estado conceptual comprensión del tema:

- Planteamiento del problema
- Justificación
- Documentación histórica del concepto de dilatación
- Concepto de dilatancia a partir de la convergencia de los datos históricos
- Concepto del estado crítico
- Métodos de cálculo de cimentaciones profundas
- Casos de estudio

Metodología

- Metodología descriptiva
- Limitaciones

Análisis de dilatancia y cimentaciones profundas

Discusión y crítica

Propuesta

Conclusiones

## 1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

La dilatancia de las rocas y sus efectos en cimentaciones profundas representan un desafío significativo en la ingeniería civil, especialmente en el desarrollo de infraestructuras. Este fenómeno plantea mayores retos en construcciones que exigen altos niveles de resistencia y durabilidad, con implicaciones directas en el diseño y desempeño de las estructuras. A medida que las ciudades crecen y se desarrollan [3], la demanda de infraestructuras más complejas y de mayor escala resalta la importancia de comprender y abordar eficazmente la dilatancia en los geomateriales.

La problemática radica en la necesidad de garantizar la estabilidad a largo plazo de las estructuras, especialmente en regiones donde prevalecen suelos granulares y rocas con características dilatantes. Estos geomateriales, en su condición compacta, están típicamente compuestos por materiales meteorizados y presentan una estructura geológica compleja. Esto añade desafíos adicionales, ya que su resistencia es no lineal y, por tanto, requiere consideraciones especiales en el diseño.

## 2. JUSTIFICACIÓN

En la actualidad, los proyectos de ingeniería presentan mayores exigencias de carga y se desarrollan en lugares con condiciones más desfavorables. Ejemplo de ello son proyectos ejecutados en nuestro continente, como la presa Belo Monte en Brasil, la presa El Quimbo en Colombia, y la Presa de Changuinola en Panamá, así como en el continente asiático, representado por proyectos como la presa de Karamay en China. En todos estos casos, las cimentaciones se construyeron sobre rocas dilatantes. Si bien las características de las rocas dilatantes no son intrínsecamente negativas, es fundamental comprender que su resistencia no es lineal, lo que exige un análisis detallado de su comportamiento en el diseño estructural. También, las condiciones de dilatación suelen demarcan inversiones considerables para su mitigación y construcción. Por ejemplo, la presa El Quimbo tuvo un costo de 1.1 mil millones de dólares [42], la Presa de Changuinola en Panamá costó 400 millones de dólares [43][44] y la Presa de Karamay en China alcanzó un costo de 1.3 mil millones de dólares[45][46][47].

La dilatación, como característica particular, se asocia con envolventes de resistencia no lineales [48]. Sin embargo, la práctica tradicional de diseño utiliza envolventes lineales, como el criterio de Mohr-Coulomb. La dilatación, que como se detallará más adelante, suministra una resistencia adicional a la lineal, asociada al cambio de volumen y que es función del esfuerzo normal, disminuyendo a medida que este último aumenta. Por ello, es crucial considerar tanto en el diseño inicial de las edificaciones como en posibles rediseños que impliquen modificaciones de las cargas originales.

La realización de este estado del arte resulta oportuna, ya que busca clarificar y promover la inclusión de la dilatación como un factor determinante en el diseño de cimentaciones profundas.

### 3. OBJETIVOS

#### 3.1.GENERAL

Revisar la bibliografía de la dilatancia en función de entender, analizar y comprender el comportamiento de los materiales en aras de conceptuar sobre los elementos determinantes en la teoría de cimentación en roca.

#### 3.2.ESPECÍFICOS

- Realizar una búsqueda sobre el estado del arte de las investigaciones realizadas a lo largo de la historia sobre la dilatancia en general.
- Explorar aquellos antecedentes donde se encuentran problemas por la dilatancia en cimentaciones profundas de suelos rocosos.
- Sintetizar los conceptos de dilatancia y su importancia en el comportamiento de los materiales.
- Revisar la aplicación y las falencias de los conceptos de dilatancia aplicados al diseño en las cimentaciones profundas en roca.
- Clarificar y ajustar la aplicación del modelo de Hoek - Brown de manera que incluya el concepto de dilatancia en forma explícita, facilitando, por tanto, una conexión directa con el modelo de Patton (1966).
- Con base en lo anterior, mostrar una aplicación en donde se usen estos resultados como parámetros para el cálculo de cimentaciones profundas en roca.

## 4. ESTADO DEL ARTE DE LA DILATANCIA

### 4.1 ANTECEDENTE HISTORICO DE LA DILATANCIA

A continuación, se presentan los antecedentes de la dilatación

#### 4.1.1 OSBORNE REYNOLDS (1885)

Este autor fue el primero en describir el fenómeno de la dilatación ante la comunidad científica. Utilizó una actividad cotidiana para ilustrar este efecto [15]. Si se coloca el pie en la playa justo después de que una ola se aleje, se observa que la arena, que inicialmente está húmeda y saturada alrededor del pie, parece volverse momentáneamente seca. Este efecto se debe a que la arena se dilata (aumenta su volumen), lo que provoca que el agua se absorba hacia los poros. Posteriormente, este fluido es liberado cuando se levanta el pie.

#### 4.1.2 M. J. HVORSLEV (1936-1939)

Hvorslev aportó los conceptos fundamentales sobre la dilatación [8], basándose en una serie de pruebas realizadas en una caja de corte con una cuna mecedora, diseñada originalmente por Terzaghi y modificada por Krey. Los suelos utilizados en las pruebas consistían en compuestos de arcilla, los cuales fueron consolidados a partir de una lechada. Estos suelos se pusieron en equilibrio bajo diversas cargas normales, y posteriormente se sometieron a cargas sucesivas de corte, con condiciones de drenaje muy lento controladas por la tensión.

Hvorslev concluyó que, cuando existe dilatación, también se observa un incremento de la resistencia durante un intervalo específico. Este comportamiento queda evidenciado en las siguientes gráficas, donde se muestran los resultados obtenidos.

- Cuando se muestran las líneas punteadas, el suelo se comporta como un material sobre consolidado, tal como se describe en términos actuales. En este caso, durante el proceso de corte, existe un incremento adicional en la saturación, lo cual se puede interpretar como un incremento en la relación de vacíos. Esto sugiere que el proceso de dilatación genera variaciones en su resistencia del suelo.

A continuación, se debe denotar la gráfica que corresponde a la relación entre  $\tau$  y  $\sigma$ , destacando los puntos 4,6,7,8 y 9, donde la gráfica muestra los incrementos de resistencia en comparación con las condiciones iniciales.

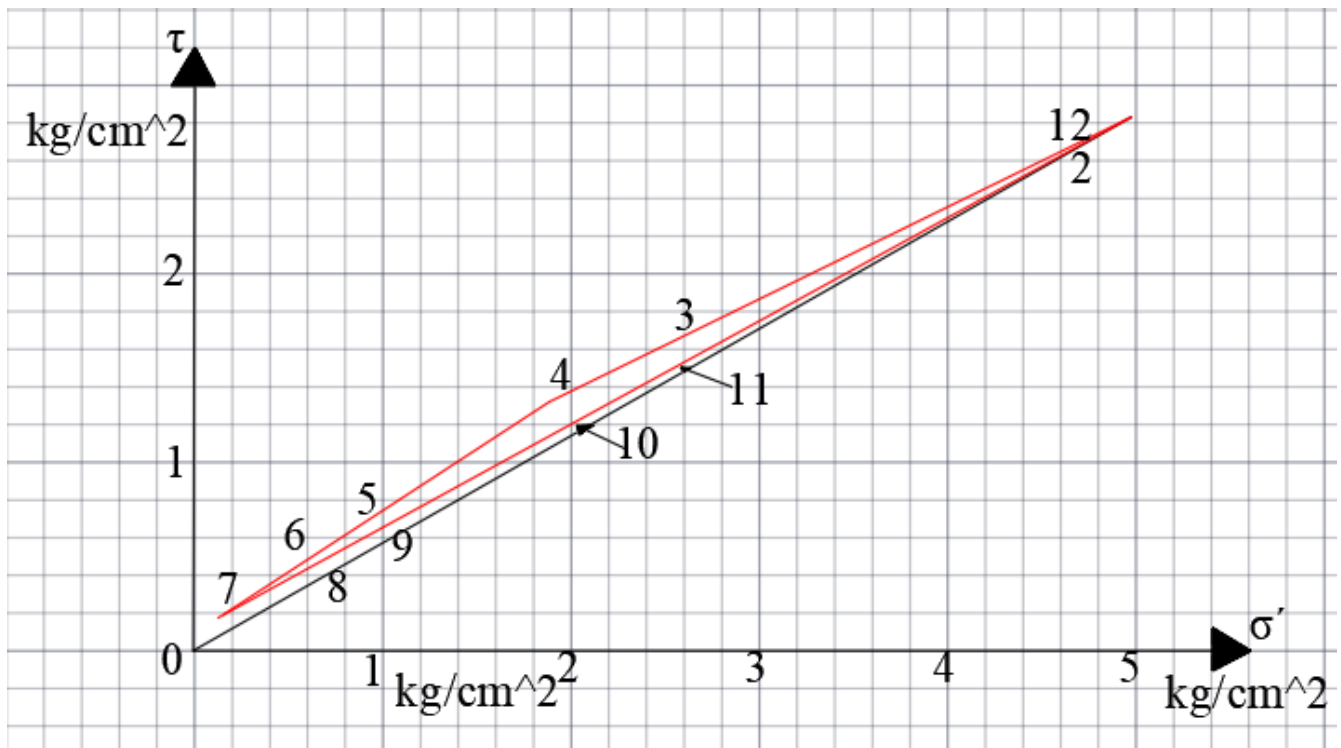


Figura 1.-Variaciones de resistencia generadas por la dilatancia

En otros documentos [10], se publican los aportes de revisión que realizó sobre el ensayo de corte directo. Para su época, este fue el único ensayo que describía la resistencia del suelo después de grandes deformaciones. En 1939, presentó los objetivos de diferentes aparatos de ensayo de corte, los cuales llevaron a la definición de los siguientes conceptos:

- Máxima resistencia al corte.
- Resistencia de unión y la velocidad del flujo plástico lento antes de la falla.
- Disminución temporal o permanente de la resistencia al corte después de la falla.
- Relaciones tensión-deformación y características del cambio de volumen debido a las tensiones cortantes (inicios del concepto de dilatancia).

En síntesis, el ingeniero Hvorslev, junto con Haefeli (1938) y Tiedemann (1937), realizó importantes avances que validaron y ampliaron el conocimiento sobre el concepto de resistencia residual. Estos avances fueron posibles gracias al desarrollo de un aparato de ensayo de corte directo adaptado para medir la resistencia después de grandes deformaciones.

#### 4.1.3 RENDULIC (1936)

Definió la dilatancia como la capacidad de un material granular, como los suelos, para experimentar un aumento en su volumen cuando se somete a esfuerzo cortante. Este fenómeno ocurre debido a la nueva disposición de las partículas del suelo [49]. Subrayó la importancia de las condiciones de humedad en el comportamiento dilatante de los suelos, destacando que la dilatancia se manifiesta de manera diferente en suelos saturados y no saturados [50]. En 1936, Rendulic [11] realizó importantes avances en el estudio de los esfuerzos efectivos, los cuales fueron publicados en Viena. Su aporte se basó en ensayos realizados con arcillas en condiciones no drenadas, utilizando un volumen específico inicial. A partir de estos ensayos, trazó los datos de esfuerzo efectivo, demostrando que estos se alineaban a lo largo de los contornos previamente determinados.

#### 4.1.4 K.ROSCOE-C.SCHOFIELD AND PETER WROT (1950-1960)

Los antecedentes documentados relatan estudios realizados a partir de 1950 [12], en los cuales se sentaron las bases del estado crítico y se hicieron importantes aportes al concepto de dilatancia. En estos estudios, se destacó el inicio de la traducción de los trabajos de los investigadores Hvorslev y Rendulic, quienes, en colaboración con Karl Terzaghi, trabajaron en Viena, consolidando las bases de la mecánica de suelos.

El investigador K. Roscoe destacó las dificultades que se presentaban para el cálculo de la relación de vacíos, las cuales observó al analizar los ensayos realizados con la caja de corte y el ensayo triaxial de la época. Estos métodos no eran adecuados para su aplicación práctica. Por esta razón, Roscoe mejoró el diseño de estos equipos con el fin de optimizar los procesos. Los nuevos equipos permitieron obtener deformaciones uniformes en una muestra de suelo, lo que a su vez facilitó la determinación precisa de la proporción de vacíos a lo largo de todas las etapas de la prueba.

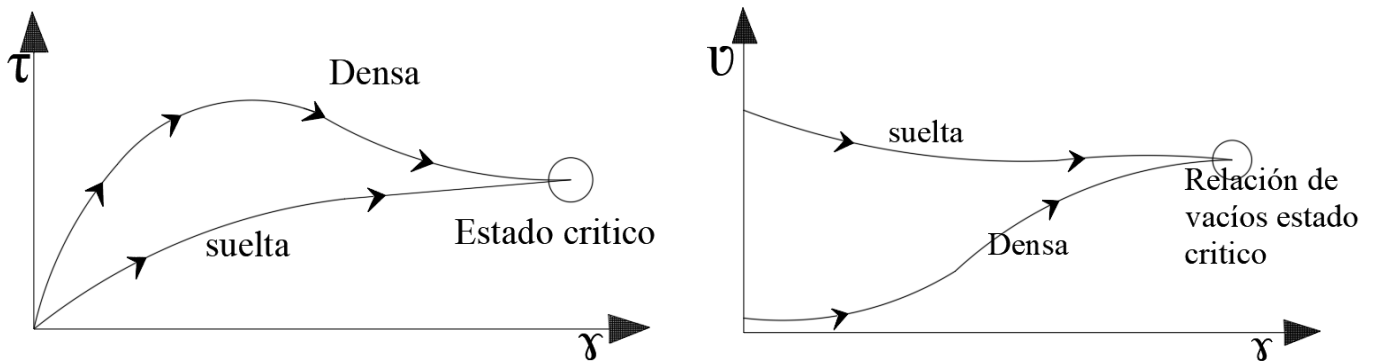


Figura 2.-Resultados de P. Wroth para un suelo granular suelto y denso sometido a cizallamiento simple a la misma tensión vertical

En la primera gráfica de [12], se muestra una arena suelta con un gran contenido de vacíos. Al aplicar una fuerza cortante, la arena inicia un proceso de contracción, en el cual se reduce su relación de vacíos y aumenta su deformación. Sin embargo, su resistencia no presenta un aumento significativo. En la segunda línea, que corresponde a una arena densa, se observa un comportamiento completamente opuesto. Inicialmente, muestra un incremento en la relación de vacíos, lo que provoca un aumento en el volumen (dilatancia), así como un incremento en sus capacidades mecánicas (resistencia). No obstante, se denota que, después de un intervalo de tiempo, ambas muestras (arena suelta y arena densa) tienden a estabilizarse en la misma relación de vacíos, alcanzando así una condición de esfuerzo residual.

#### 4.1.5 SKEMPTON 1950

En la década de 1950, formuló la teoría de la presión de poros, que describe, la presión de poros, la tensión efectiva y la deformación de los suelos saturados. Esta teoría puede resumirse de la siguiente manera:

La presión de poros es un elemento clave para determinar la capacidad de resistencia del suelo [13]. Los coeficientes adimensionales, conocidos como "coeficientes de presión de poro" o "parámetros de presión de poro A y B de Skempton", caracterizan el cambio en la presión del agua de poro causado por un cambio en la tensión aplicada. Con base en esto, se pueden definir los siguientes elementos establecidos por Skempton:

La relación entre la presión de agua de poro establecida y la presión de confinamiento aplicada se denomina parámetro B [13]:

$$B = \frac{\Delta U_c}{\Delta \sigma_c} = \frac{\Delta U_c}{\Delta \sigma_3}$$

Dado que no se permite el drenaje, el volumen del esqueleto del suelo disminuye al mismo ritmo que el volumen de agua de los poros.

Se puede demostrar usando esto y los conceptos de la teoría de la elasticidad de [13][14]:

$$B = \frac{1}{1 + n * \frac{C_v}{C_c}}$$

donde  $C_v$  y  $C_c$  representan las compresibilidades volumétricas (cambio en el volumen por unidad de volumen por unidad de aumento de presión) del agua de los poros y del suelo, respectivamente, y  $n$  es la porosidad. Cuando  $C_c$  es mucho mayor que  $C_v$  en un suelo saturado, el valor de  $B$  se acerca a la unidad. En cambio, en un suelo seco, el valor de  $C_v$  (aire poroso) es mucho mayor que  $C_c$ , y  $B$  se vuelve casi nulo o insignificante. Se presenta la variación de  $B$  descubierta experimentalmente en función del grado de saturación del suelo.

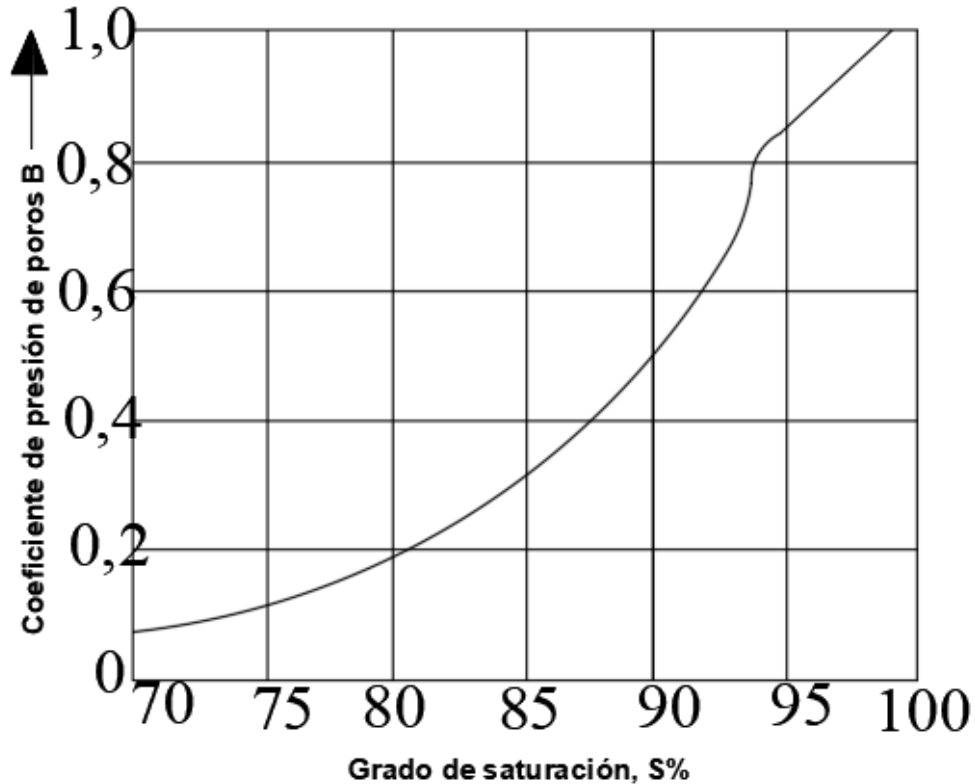


Figura 3.-Gráfica de presión de poros B vs grado de saturación S%

Se sabe que el valor de B cambia en respuesta al cambio de tensión. En una prueba de compresión triaxial, las presiones de agua de poro aumentan durante la aplicación del esfuerzo desviador, el coeficiente de presión de poro o parámetro A se define de la siguiente manera [13] [14]

$$\bar{A} = \frac{\Delta U_d}{(\Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_3)}$$

Dónde

$\Delta u_d$  = presión del poro desarrollada debido a un aumento de la tensión del desviador

$(\Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_3)$  y  $\bar{A}$  = producto de A y B.

El factor A, también conocido como parámetro, no es un valor constante. Varía dependiendo del tipo de suelo, su esfuerzo de fondo y la tensión de desviación aplicada. Su valor puede establecerse en cualquier momento durante la prueba, incluso en el punto de falla o la máxima tensión desviadora. En el caso de las arenas, el factor A varía con el índice de densidad inicial, mientras que en el caso de las arcillas, varía con la relación de sobre consolidación según [13].

#### 4.1.6 H. TAILOR (1948-1950)

Taylor realizó importantes aportes a la descripción de la dilatancia y el estado crítico [11]. En su trabajo, divide la resistencia al corte en dos componentes: la resistencia interna entre los granos, que obedece a una combinación de mecanismos de deslizamiento y rodadura, y un segundo factor denominado dilatancia [1][17]. Para explicar este fenómeno, lo puede expresar como una consideración de la energía de deformación [1].

A través de un gráfico de partículas, Taylor muestra la interacción entre dos superficies, describiendo el trabajo realizado por un deslizamiento, el cual está relacionado con la fuerza de cizallamiento. El fenómeno es expresado mediante una ecuación de balance de trabajo, que se utiliza en la modelación del desplazamiento. A continuación, se presenta la siguiente expresión:

Ecuación de Taylor  
(1948)

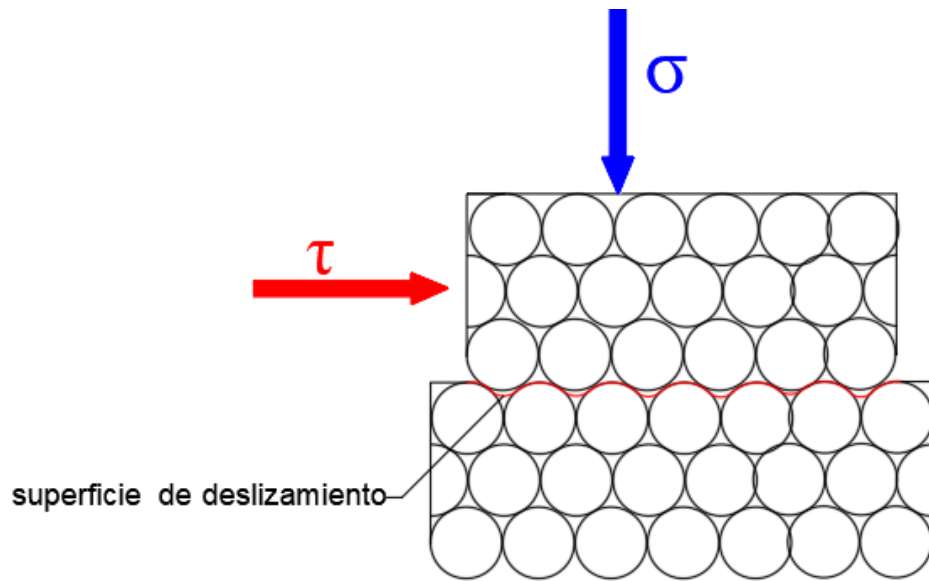


Figura 4.-Esquema de interacción de superficies de Taylor (1948)

Ecuación de trabajo

$$\tau \cdot \Delta x = \mu \cdot \sigma \cdot \Delta x + \sigma \cdot \Delta y$$

Donde esta expresión que Taylor nos expone de manera mas elocuente y sencilla teniendo como referencia los hechos cuando se presenta la acción de una fuerza cortante en un suelo granular, este reacciona de la siguiente manera

$\tau \cdot \Delta x$  = Esfuerzo cortante (T) multiplicada por el desplazamiento de la fuerza horizontal.

$\mu \cdot \sigma \cdot \Delta x$  = Resistencia fricciónante de la superficie x fuerza normal x área de superficie

$\sigma \cdot \Delta y$  = Componente de la fuerza normal x Delta del área que desplaza en dirección "y"

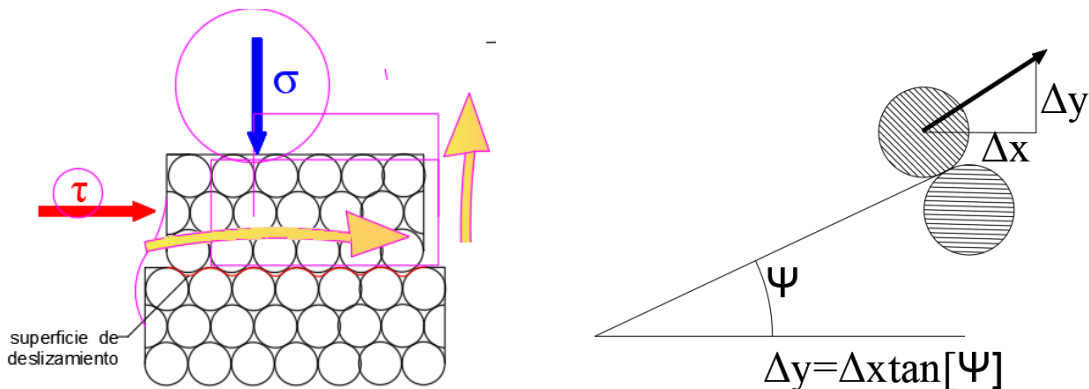


Figura 5.-Esquema de ecuación de trabajo Taylor (1948) frente a la dilatacia

Seguidamente, al dividir toda la ecuación por  $\sigma$ , obtenemos una expresión en función del componente de fricción que depende únicamente de las partículas minerales que lo componen, y, además, se añade una componente cinemática que depende de la dirección del desplazamiento:

$$\frac{\tau}{\sigma} = \mu + \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

Entonces, tomando como referencia el diagrama del ángulo de dilatancia expresado por [1], podemos expresar lo siguiente en función de los elementos de dilatancia y ángulo de volumen constante

$$\tan \phi = \tan \theta_{cv} + \tan \psi$$

De donde podemos declarar:  $\tan \phi = \frac{\tau}{\sigma}$

$$\tan \theta_{cv} = \mu \cdot \Delta x$$

$$\tan \psi = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \text{tener presente que } \Delta y = \Delta x \cdot \tan \psi$$

De los que podemos concluir entonces con los aportes de Taylor 1948:

$$\frac{\tau}{\sigma} = \tan \phi = \tan \theta_{cv} + \tan \psi$$

$$\tau = \sigma \cdot \tan(\theta_{cv} + \psi)$$

Este es el aporte de H. Taylor, quien define [1] que los suelos resisten más cuando dilatan, no antes de dilatarse. verificando los conceptos, podemos concluir lo siguiente:

Los suelos que poseen un ángulo interno de volumen constante poseen menor resistencia, ya que, al dilatarse, aumentan su ángulo de fricción interna y, por lo tanto, incrementa su resistencia. Esto se debe a un balance entre el trabajo aportado y el trabajo disipado, lo cual determina las contribuciones de cada uno de los elementos involucrados.

#### 4.1.7 W. LAMBERT Y (1964)

La investigación realizada por W. Lambert y G. Dodd [18] en 1964 se centra en el fenómeno de la dilatancia en diferentes tipos de rocas, específicamente en la tendencia de los materiales a expandirse en volumen cuando se deforman. Los autores llevaron a cabo pruebas mecánicas de laboratorio y ensayos triaxiales sobre los materiales, lo que permitió evaluar la relación entre esfuerzo y deformación.

Los resultados obtenidos fueron los siguientes: Primero, todas las rocas exhibieron dilatancia durante la carga. Segundo, la dilatancia varía según el tipo de roca, la fuerza aplicada y el confinamiento. Tercero, el confinamiento reduce la dilatancia en las rocas de prueba. Finalmente, las rocas con mayor porosidad y menor resistencia a la compresión tienden a dilatar más. Con lo anterior, se proporciona evidencia experimental significativa sobre la dilatancia y la importancia de su estudio.

#### 4.1.8 R. PATTON (1966)

R. Patton propuso un modelo de rotura bilineal, basado en las rugosidades o irregularidades presentes en las discontinuidades de las superficies [19]. Tomando esto como referencia, se plantean un ángulo de rugosidad  $\psi$ , que se suma al ángulo de fricción del material  $\phi_b$ . El resultado es un valor total que se conoce como el ángulo de dilatancia  $\phi_p$ .

Considerando el escenario de la ausencia de cohesión

$$\tan \theta = \tau / \sigma_n$$

$$\sigma_n = \sigma_n \cos \Psi + \tau \sin \Psi$$

$$\tau = \tau \cos \Psi - \sigma_n \sin \Psi$$

$$\frac{\tau}{\sigma_n} = \tan(\theta + \Psi)$$

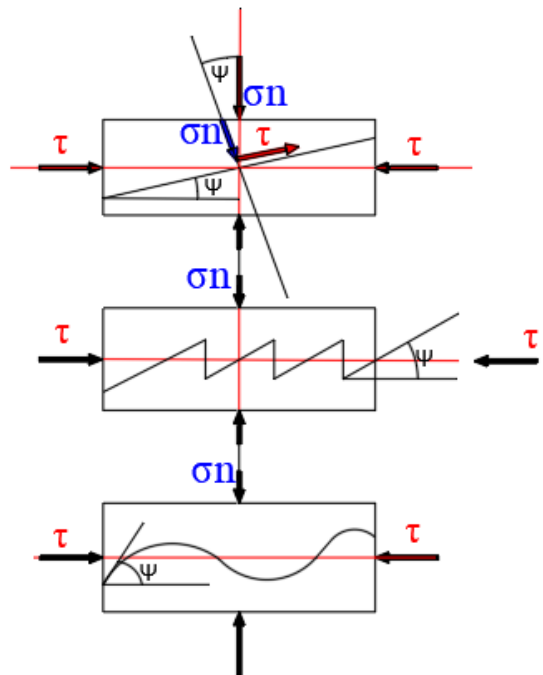


Figura 6.-Esquema de explicación de método de falla de Patton sin tener presencia de cohesión

El ángulo  $\psi$  se define como el ángulo formado por la irregularidad de la superficie con respecto al plano de discontinuidad, y este factor definirá en gran medida el comportamiento geomecánico de las discontinuidades. Además, la descripción y medición de la rugosidad tienen como principal finalidad la estimación de la resistencia al corte del plano de discontinuidad. El valor del ángulo de dilatancia  $\phi_p$ , se estima generalmente entre  $30^\circ$  y  $70^\circ$ , y se obtiene sumando el ángulo de fricción del material  $\phi_b$  (que varía entre  $20^\circ$  y  $40^\circ$ ) y el valor del ángulo de rugosidad  $i$ , que se encuentra en el rango de  $10^\circ$  a  $40^\circ$ .

En resumen, el planteamiento de Patton [19] puede establecerse y resumirse de la siguiente manera:

La dilatancia parte del esfuerzo tangencial aplicado sobre una discontinuidad sometida a esfuerzos normales reducidos. Este esfuerzo generara un desplazamiento a lo largo del plano de la fractura, lo que provoca una apertura de las paredes, Para que ocurra el desplazamiento, el ángulo de irregularidad  $i$  debe ser superado. En este proceso, opera la fricción efectiva, que se define como  $(\phi_b + \psi)$ , lo que determina un valor para el esfuerzo cortante, expresado mediante la siguiente ecuación  $\tau_p = \sigma'_n * \tan(\phi_b + \psi)$

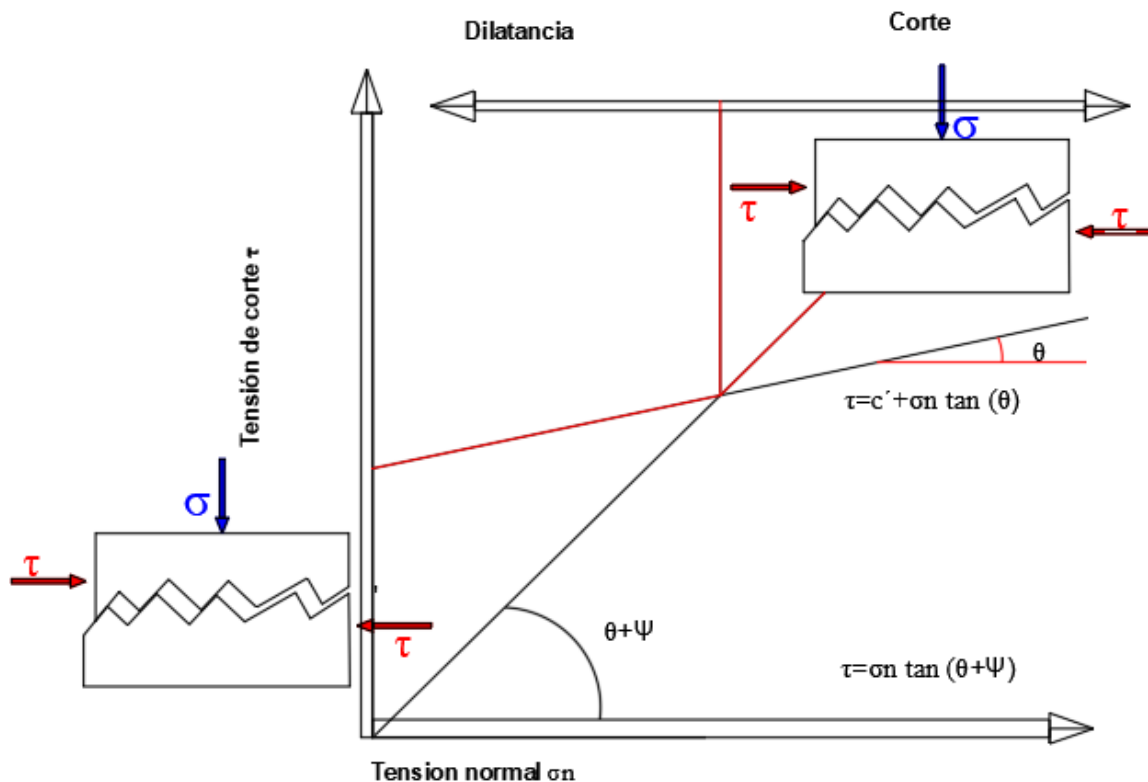


Figura 7.-Grafico de falla de Patton explicación de criterios de rotura

#### 4.1.9 D. D. POLAR Y R. M. ZOBECK (1977)

Se presenta una teoría fundamentada sobre el papel de la dilatancia en la fractura y fallas de rocas[20], analizadas a través de cargas de corte. La teoría propuesta considera que la dilatancia puede generar tensiones normales en el material sometido a esfuerzos cortantes. Estos esfuerzos pueden superar la cohesión de la roca, provocando la formación de fracturas.

Este concepto fue validado mediante ensayos tanto de campo como de laboratorio. Los resultados de los ensayos de laboratorio demostraron que la dilatancia puede inducir la formación de fracturas, mientras que los ensayos de campo asociaron la dilatancia con la formación de fallas naturales en rocas. Esta teoría proporcionó una explicación sobre cómo y cuándo se presentan las fracturas y fallas en las rocas, convirtiéndose en una referencia significativa para la época de su publicación.

#### 4.1.10 BARENBLATT, GARAGOSH Y LEVY (1980)

El trabajo presentado por Barenblatt, Garagosh y Levy en 1980 [21], corresponde al estudio de la dilatancia y comportamiento de flujo de rocas granulares. Este modelo se basa en la idea principal de que la dilatancia surge del reordenamiento individual de las partículas de roca durante la deformación, lo que produce cambios en el volumen del material. Así mismo, se estudia el comportamiento del flujo dentro del medio poroso, especialmente la movilidad del fluido a través de la roca, un aspecto esencial en el estudio de las aguas subterráneas. Finalmente, se analiza la interacción entre la dilatancia y el flujo del material, y cómo esta influye en las propiedades mecánicas.

El trabajo planteado por estos autores se llevó a cabo mediante dos metodologías principales. La primera consistió en análisis experimentales, incluyendo ensayos triaxiales, observando las condiciones de carga y flujo. La segunda metodología implicó simulaciones numéricas bajo diferentes escenarios, lo que permitió una mejor visualización de este fenómeno.

#### 4.1.11 VERMEER Y DE BOER (1981)

En 1981, Vermeer y De Boer presentaron un modelo teórico que describe la dilatación en rocas bajo cargas [18]. El modelo se basa en la idea principal de que la dilatación surge del reordenamiento de las partículas durante la deformación, lo que provoca un cambio en el volumen del material rocoso. Este cambio puede manifestarse como dilatación o contracción, dependiendo de las condiciones de carga.

El estudio se fundamenta principalmente en la mecánica del medio continuo para modelar el comportamiento de las rocas. A partir de esta base, desarrollaron un conjunto de ecuaciones diferenciales que caracterizan la deformación, la dilatación y el comportamiento del material (modelo elastoplástico). Los resultados de esta investigación se centran en la relación entre los esfuerzos efectivos, la deformación y las tasas de dilatación.

#### 4.1.12 ARTHUR CASAGRANDE 1981

Conocido como el padre de la ingeniería de suelos [1][23], A. Casagrande realizó importantes aportes a la ingeniería geotécnica, destacándose por su extensa investigación sobre las propiedades de los suelos granulares, incluidas su densidad, compresibilidad, resistencia al corte y permeabilidad. Su trabajo sobre estas propiedades proporcionó información valiosa sobre el comportamiento de los suelos granulares bajo diversas condiciones de carga.

Casagrande definió la dilatación como el fenómeno que ocurre en suelos granulares cuando son sometidos a esfuerzos cortantes, donde la mezcla de partículas tiende a aumentar su volumen en lugar de reducirlo. Este comportamiento es esencial para entender la resistencia y estabilidad de los suelos [51]. Realizó numerosos experimentos que demostraron cómo la dilatación afecta la resistencia al corte de los suelos. A través de ensayos triaxiales, observó que el aumento de volumen de los suelos durante el corte puede llevar a un incremento en la resistencia aparente [52].

Introdujo el concepto de "línea de dilatación", que se refiere a la relación entre la tensión efectiva y el volumen de los suelos durante el proceso de carga. Este concepto es fundamental para predecir cómo se comportará un suelo bajo diferentes condiciones de carga y humedad [53].

#### 4.1.13 DAVID MUIR WOOD (1987-2004)

Es enfático al contextualizar la reordenación de partículas para definir la dilatancia. Wood expresó de la siguiente manera el concepto de dilatancia partiendo de su cambio volumétrico, diciendo lo siguiente: “si se altera la disposición de las partículas del suelo, distorsionando los límites de la muestra, es de esperar que dicha reordenación se acompañe de un cambio en el empaquetamiento volumétrico; esto es dilatancia.”

En su texto [17], en la página 83, Wood presenta un ejemplo gráfico del proceso de dilatancia en una muestra de caja de corte. En este ejemplo, las partículas redondeadas se desplazan lateralmente, lo que provoca un cambio en la relación de vacíos, generando una variación en el empaquetamiento del suelo. El autor recalca que las condiciones son complementarias: siempre que el suelo granular se encuentre en su condición más densa, también se establece la condición en la que las partículas se desplazan lateralmente. En este proceso, las partículas trepan sobre la capa subyacente, lo que provoca un cambio en el volumen del suelo.

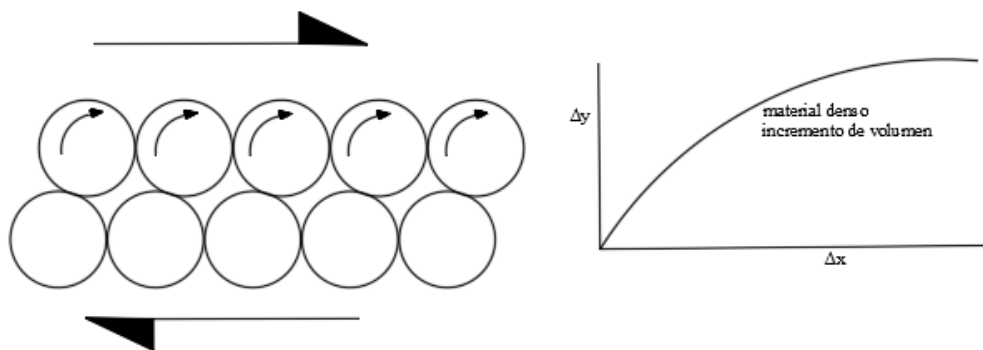


Figura 8.-Gráfico de acomodación de partículas de manera lateral

(a) corte de capas densamente empaquetadas de discos circulares (b) cambio de volumen en cajas de discos de corte densamente empaquetadas y sueltas

El autor hace referencia a Taylor (1948) en su contexto sobre las teorías relacionadas con la dilatancia, tomando como base el ensayo de corte directo. En su trabajo, cita las ecuaciones de energía que fundamentan las ecuaciones de trabajo relacionadas con la dilatancia. En este sentido, Wood expone el siguiente planteamiento:

"El trabajo incremental realizado en una caja de cizallamiento, al cizallar una muestra de suelo que soporta una carga vertical  $P$  y una carga horizontal  $Q$ , experimentando un desplazamiento horizontal (de cizallamiento)  $\delta x$  y un desplazamiento vertical (volumétrico)  $\delta y$  es:"

$$\delta W = P \delta y + Q \delta x$$

El ingeniero Taylor (1948) describe que "Este trabajo se disipará completamente en forma de fricción en todas las etapas de un ensayo de cizallamiento, de modo que:"

$$P \delta y + Q \delta x = \mu P \delta x$$

$$0$$

$$(\Delta y / \delta x) = \mu - (Q / P)$$

$$(\delta y / \delta x) = - \tan \psi$$

Mediante la relación entre los movimientos verticales y horizontales, se establece la velocidad de expansión volumétrica durante el corte continuo, expresándose de la siguiente manera:

De esta manera, en la teoría expuesta por Taylor (1948), se propone, bajo la condición de superficies inclinadas, la siguiente ecuación para el ángulo de dilatancia:

$$(Q / P) = \tan \phi_m$$

Definiéndose de otra manera así:

$$\tan \psi = \tan \phi_m - \tan \phi_c$$

El ángulo de dilatancia varía con el ángulo movilizado de resistencia al cizallamiento y alcanza su valor cero cuando el ángulo movilizado de resistencia al cizallamiento se encuentra en su valor especial,  $\phi_c = \tan^{-1} \mu$ . Este valor, que corresponde a un cizallamiento de volumen constante, se denomina ángulo de estado crítico de resistencia al cizallamiento.

Wood [17] señala que existe una relación directa entre la dilatancia y el movimiento de fricción. Cuando la fricción movilizada ( $Q/P$ ) es menor que  $\mu$ , la arena se contrae; cuando la fricción movilizada es mayor que  $\mu$ , la arena se expande. La relación  $-\delta y / \delta x$  indica la tendencia al aumento de volumen de la arena. Se describen expresiones como:

$$\tan \psi = \tan \phi_m - \tan \phi_c \quad \text{y} \quad \phi_m = \phi_c + \psi$$

Esto se refiere a las tensiones-dilatancia o las reglas de flujo que describen la conexión entre la fricción y la dilatancia

Retomando los conceptos de los estados críticos, Wood describe que estos corresponden a estados asintóticos en los que el cizallamiento del suelo puede continuar sin que se produzcan más cambios en la tensión efectiva ni en la densidad. La naturaleza exacta de la estructura del suelo en un estado crítico no está completamente clara. En teoría, se asume que cualquier enlace inicial entre partículas debería haberse descompuesto, permitiendo que las partículas tengan libertad para moverse y rotar de manera individual. Sin embargo, no está claro si las orientaciones de las partículas deben ser aleatorias y si la estructura resultante es isotrópica. De hecho, la anisotropía evolutiva sugiere que el suelo alcanza un grado limitante de anisotropía en términos de rigidez, pero no nulo, a medida que avanza el esfuerzo de corte.

#### 4.1.14 VARDOULAKIS Y SCHLUNEGGER (1990)

La publicación realizada por Vardoulakis y Schlunegger en 1990 [24] se centra en el estudio de la dilatancia y la fricción en rocas fracturadas, específicamente en el comportamiento de las rocas sometidas a esfuerzos que inducen fracturas y deslizamientos. En este trabajo, los autores abordan dos conceptos clave: dilatancia y fricción.

El contenido del estudio se organiza en tres temas principales. El primero es la interacción entre la dilatancia y la fricción, y cómo estas dos propiedades están interrelacionadas e influyen en la estabilidad de las rocas fracturadas. El segundo tema se refiere al desarrollo de un modelo teórico y experimental que describe el comportamiento mecánico de las rocas mediante simulaciones matemáticas y ensayos de laboratorio. Finalmente, el tercer tema aborda la aplicabilidad de estos conceptos en la ingeniería geotécnica, en particular en el diseño de túneles, la estabilidad de taludes y la evaluación de riesgos sísmicos. Este enfoque proporciona una base científica sólida para predecir y mitigar problemas relacionados con la estabilidad de las estructuras geotécnicas en terrenos rocosos.

#### 4.1.15 JIANG, CRABTREE Y GELER (2001)

El artículo presentado por Kiang, Crabtree y Geles en 2001 [25] tiene como objetivo explorar el comportamiento de la dilatancia y la fricción en las rocas granulares bajo diferentes condiciones de

confinamiento y esfuerzos aplicados. Los autores desarrollan un modelo experimental basado principalmente en la teoría de la plasticidad de los materiales.

Para este estudio, los autores utilizaron una metodología que incluyó ensayos triaxiales realizados a diferentes niveles de confinamiento y cargas axiales. Durante los ensayos, midieron deformaciones axiales y radiales, así como la fricción. Con base en los resultados obtenidos, los autores afirmaron que la dilatancia y la fricción de las rocas granulares dependen del confinamiento, las cargas axiales y la densidad del material.

#### 4.1.16 A J. GONZALES (2012)

A. González, en su artículo de 2012 [26], describe las diferentes condiciones de resistencia del material, tomando como referencia el tipo y la condición de enlace o unión de las partículas. En su obra, cita las diversas conexiones existentes, señalando que: "La cohesión, o resistencia interna, viene dada por enlaces moleculares cristalinos, fuerzas superficiales electroquímicas o cementos, y en realidad proviene de la resistencia a la tracción ( $\sigma_t$ ). En arcillas pre consolidadas, suelos residuales y materiales rocosos, es el principal componente de la resistencia; suele ser rígido, algo elástico pero muy quebradizo, por lo que se pierde rápidamente con la deformación."

González describe la dilatancia como la resistencia al cambio de volumen. Esta propiedad es frágil, poco rígida, y tiene características elastoplásticas tanto positivas como negativas en algunos casos. El autor hace referencia a que la dilatancia es uno de los principales componentes de la resistencia en los materiales granulares. Esta varía con la tensión normal y proviene principalmente de la densidad y la angularidad de las partículas en los suelos granulares, así como de la rugosidad en las discontinuidades de las rocas. Generalmente, la dilatancia se representa por la relación:  $v = \tan i$ .

Por otro lado, la fricción sólida o resistencia superficial es un fenómeno complejo, completamente dúctil y plástico, el cual no puede ser eliminado, a menos que se pierda el contacto entre superficies. Es el último componente de la resistencia en todos los materiales sólidos, y en los materiales terrosos puede considerarse como una propiedad de los minerales. Se representa por:  $\mu_m = \tan \phi_m$ .

En resumen, los componentes de la dilatancia ( $v$ ) y la fricción ( $\mu_m$ ) se combinan en la llamada fricción efectiva, representada como:  $\mu' = \tan(\phi_m + i) = \tan \phi' = d\tau / d\sigma'$ ,

#### 4.1.17. CARLOS CURI AVALOS- SHARON ROJAS QUISPE- GARY DURÁN RAMÍREZ (2019)

En el documento se implementaron teorías prácticas que consistieron en la aplicación de curvas homotéticas [27], aplicadas a los suelos redundantes del sector de Lima, Perú. Estos suelos estaban compuestos por guijarros, gravas, arenas, limo y boleos de más de doce pulgadas. Las muestras fueron delimitadas en un estrato predominante de arena de mala gradación, que pasaba a arena limosa, hasta una profundidad de 4.50 m. La compacidad de este material, superficialmente suelto, aumentaba con la profundidad. Este material arenoso se ha depositado en las laderas de cerros rocosos, cuyos picos aún están expuestos en pequeñas áreas adyacentes, lo que resalta la relevancia de esta configuración de suelo en la región.

Como consecuencia, los estudios consideraron ensayos prácticos para evaluar las propiedades y características mecánicas más específicas y relevantes de los materiales granulares, los cuales predominan en el área de estudio delimitada en el artículo.

Se hace especial énfasis en que los investigadores se basaron exclusivamente en ensayos de corte directo, los cuales se consideran como el mejor método para obtener parámetros tan determinantes como el ángulo de fricción de este tipo de suelo.

En dicho artículo, se comparan los ensayos de corte directo realizados in situ y corte directo realizados en laboratorio, destacando la validez de ambos enfoques. Sin embargo, se resalta que es posible obtener resultados satisfactorios mediante ensayos en muestras de menor escala en el laboratorio, haciendo uso de las curvas homotéticas. Estas curvas implican ensayar muestras con partículas de menor tamaño que las del suelo original, manteniendo una curva granulométrica paralela a la del material grueso original.

El equipo de investigadores aplicó estas herramientas (ensayo de corte directo y curvas homotéticas) separando los parámetros que influyen en la resistencia del material denominado suelo granular seco en dos grupos. El primero se basa en la presión de contención y la relación de vacíos, mientras que el segundo incluye parámetros como el tamaño, la forma, la granulometría, y la dureza, entre otros. Cabe destacar que en un ensayo de corte directo solo se presentan fuerzas de contención, por lo que únicamente se consideran los elementos del segundo grupo, según lo explicado en el artículo.

Estos definen el método para los ensayos de la siguiente manera “En esta investigación se realizó un ensayo granulométrico mediante el tamizado del material a ensayar para obtener los resultados del Coeficiente de Uniformidad (Cu) y el Coeficiente de Curvatura (Cc) Para ello, se utilizaron tamices de 75 mm (3"), 50 mm (2"), 38,1 mm (1 1/2"), 25,4 mm (1"), 19,0 mm (3/4"), 9,5 mm (3/8"), N° 4, N° 10,

N° 20, N° 40, N° 60, N° 140, N° 200 y fondo.” Para este estudio, se ejecutaron seis muestras obtenidas dentro de una misma zona de estudio, siguiendo la norma técnica ASTM-D422.

A partir de los coeficientes de uniformidad y curvatura, se elaboraron muestras homotéticas con un tamaño medio (D50) menor que las muestras originales. Se determinaron las densidades máxima y mínima para realizar las probetas, las cuales se prepararon al 70% de la densidad relativa. Estas probetas fueron ensayadas en un equipo de corte directo, a tensiones normales de 0.5 kg/cm<sup>2</sup>, 1.0 kg/cm<sup>2</sup> y 2.0 kg/cm<sup>2</sup>, tanto en las muestras originales como en las muestras homotéticas.

Como reseña principal de este documento, se debe destacar que las variables más relevantes para el estudio realizado fueron la dilatancia y el ángulo de fricción, elementos claves en la resistencia de este tipo de materiales. Se destaca la importancia de la dilatancia, que está relacionada con la distribución y acomodación de las partículas, y se reitera la eficacia del ensayo de corte directo, que fue el enfoque principal del estudio según los investigadores. La investigación concluye lo siguiente, basándose en los resultados obtenidos:

- A. Los valores del ángulo de fricción de las muestras obtenidas en los ensayos fueron muy similares a los de las muestras homotéticas, al punto de que podrían considerarse prácticamente iguales en términos prácticos.
- B. A partir de las muestras elaboradas con granos más pequeños, utilizando el método de curvas homotéticas, se estableció una relación que permite determinar el ángulo de fricción de la muestra original a partir de la dilatancia y el ángulo de fricción de la muestra homotética. No se consideraron el coeficiente de uniformidad ni el coeficiente de curvatura, ya que la curva homotética mantiene estas características.
- C. La expresión presentada considera como variables únicamente el ángulo de dilatancia y el ángulo de fricción de la muestra homotética. Si se introducen más variables, como la densidad relativa, el nivel de confinamiento y el porcentaje de rotura de grano, se requiere un mayor número de resultados.
- D. Es factible estudiar el comportamiento de muestras homotéticas de suelos de grava de Lima con el propósito de establecer una correlación que permita estimar el ángulo de fricción, a partir de muestras cuyos granos de menor tamaño permiten ser ensayados en equipos de laboratorio, a un menor costo y en menos tiempo, en comparación con las cizallas directas in situ o a gran escala.

#### 4.1.18. TAFILI, M.; GRANDAS TAVERA, C.; TRIANTAFYLLIDIS, T.; WICHTMANN, T. (2021)

Este estudio [28] plantea nuevos métodos de análisis para la dilatancia en suelos de grano fino, tomando como punto de partida ensayos de tipo monotónicos y cíclicos, recalcando que son no drenados. Los autores parten de los enfoques de los estados de hipo elasticidad isotrópica e hipo elasticidad isotrópica transversal.

En su investigación, los estudios se delimitan a suelos de grano fino, específicamente caolín y arcilla de bajo rin, y establecen que la dilatancia depende de la relación de esfuerzos, la relación de vacíos y la dirección de deformación, además de los parámetros intrínsecos de cada material.

Aunque estos autores proponen métodos nuevos, las bases de su investigación se fundamentan en los estudios previos, originados a partir de la regla de dilatación de Taylor, que va desde el corte directo hasta el espacio multiaxial. De esta manera, los autores proponen una extensión que describe el comportamiento de los suelos blandos, formulando un modelo constitutivo hipoplástico simple, con una regla de flujo modificada que reproduce tanto el comportamiento de dilatancia como el de contractancia.

#### 4.1.19 K. C. ONYELOWE, A.M. EBID C, EVANGELIN RAMANI SUJATHA, FARID FAZEL-MOJTAHEDI, ALI GOLAGHAEI-DARZI, DENISE-PENELOPE N. KONTONI A, NABAZ NOORALDDIN-OTHMAN (2023)

La información presentada en [29] corresponde a diversas propuestas de clasificación, iniciando con las relaciones constitutivas, haciendo énfasis en la tipificación según el tipo de suelo. En este contexto, se aportan detalles que van desde las arcillas blandas hasta la roca intacta fracturada. Se describe cada particularidad en función de la modelación, y se define el comportamiento según la condición de saturación, considerando su estado drenado y no drenado.

Seguidamente, se abordan los elementos que califican las propiedades de carga. También se revisa la clasificación del suelo desde el concepto de comportamiento estructural, haciendo especial énfasis en esta condición debido al análisis de la dilatancia y el estado crítico.

A partir de las modelaciones iniciales, se hace hincapié en los modelos granulares, los cuales se describen como suelos no isotach, ya que no presentan un patrón de deformación clásico. En este contexto, se expone el modelado constitutivo del rendimiento, basado en el tiempo de los suelos granulares, utilizando los siguientes métodos: Modelos empíricos a través de ecuaciones diferenciales o soluciones de forma

cerrada, que son efectivas solo en circunstancias específicas. Modelos reológicos como  $\mu(i)$  y los modelos basados en Bingham y Herschel. Modelos Buckley, en los que la deformación se produce solo cuando el límite elástico es excedido por el esfuerzo cortante.

#### 4.1.20 DE SHENG, LIU Y LI (2024)

El trabajo de Sheng, Liu y Li [30], publicado en 2024, tiene como objetivo simular numéricamente la dilatancia y el comportamiento de flujo en rocas granulares, especialmente durante la fracturación hidráulica, considerando la influencia de la microestructura del material, el esfuerzo de inyección y la historia de los esfuerzos aplicados.

Para este estudio, los autores emplearon un método numérico basado en el método de los elementos finitos para simular el comportamiento mecánico y de flujo en las rocas. Implementaron un modelo de dilatancia basado en la teoría de la plasticidad, que permite visualizar el comportamiento dilatante, teniendo en cuenta la historia de carga y los esfuerzos aplicados. Como resultado, se observa que la dilatancia y la fricción dependen de la microestructura del material, la presión de inyección y la historia de carga.

## 5. EJEMPLOS DOCUMENTADOS

### 5.1 PRESA DE BELO MONTE, BRASIL

La presa Belo Monte que se ubica en Brasil a la altura del río Xingu en el estado de Pará. Con una capacidad de generación de 11,233 megavatios (MW), convirtiéndola en una de las presas más grandes del mundo, destacando su altura de 100 m, su longitud de 2,5km. Su volumen de agua se estima en 37 millones de M3 en promedio [34], sus cargas totales se estiman entre 10 y 20 millones de toneladas detallando sus materiales.

En temas más específicos, la cimentación fue un elemento variado por las condiciones encontradas [34]. Tomando en cuenta la longitud de la presa, se presentaron cimentaciones de roca y suelo, en donde la presa se apoya sobre formaciones geológicas sólidas que se garantizan su resistencia. Para sectores puntuales como sala de máquinas, accesos de vías de circulación y cimentaciones de turbinas, que según informes consistieron puntos sensibles, se implementaron cimentaciones profundas, sistemas de drenaje controlado. Adicional a la fecha, se declara instrumentación constante para evaluar el comportamiento y controlar procesos de deformación que llegasen a presentar. Se destaca de este proyecto que presentó un costo 18 mil millones de dólares, los cuales se sustentan en todos los requerimientos que se demandaron para garantizar la integridad de dicho elemento.[34][35] y [58]

### 5.2 PRESA DE EL QUIMBO, COLOMBIA

La central hidroeléctrica El Quimbo está situada en el departamento del Huila, sur de Colombia, entre las cordilleras central y oriental a 70 Km al sur de Neiva. Se encuentra ubicado aguas arriba del embalse de Betania. Administrada por la empresa Enel Colombia. Su área de influencia abarca los municipios de Altamira, El Agrado, Garzón, Gigante, Paicol y Tesalia. Esta represa, que alcanzó un valor de 2,2 mil millones de dólares según [37]. En sus estudios se identificaron formaciones rocosas compuestas principalmente de lutitas y arcillas esquistosas, de donde estas mostraron características dilatantes [36]. Para estas condiciones se plantearon por parte de los profesionales de la empresa Emgesa, soluciones con elementos químicos los cuales alteraron y redujeron la capacidad de absorción de agua de las lutitas, reduciendo su capacidad de expansión. Se realiza mención de la implementación de sistemas de drenaje en la base, los cuales, tienen como premisa controlar y desviar el flujo del agua que pudiera ingresar a las capas de roca dilatante [36][42].

### 5.3 PRESA DE CHANGUINOLA, PANAMÁ

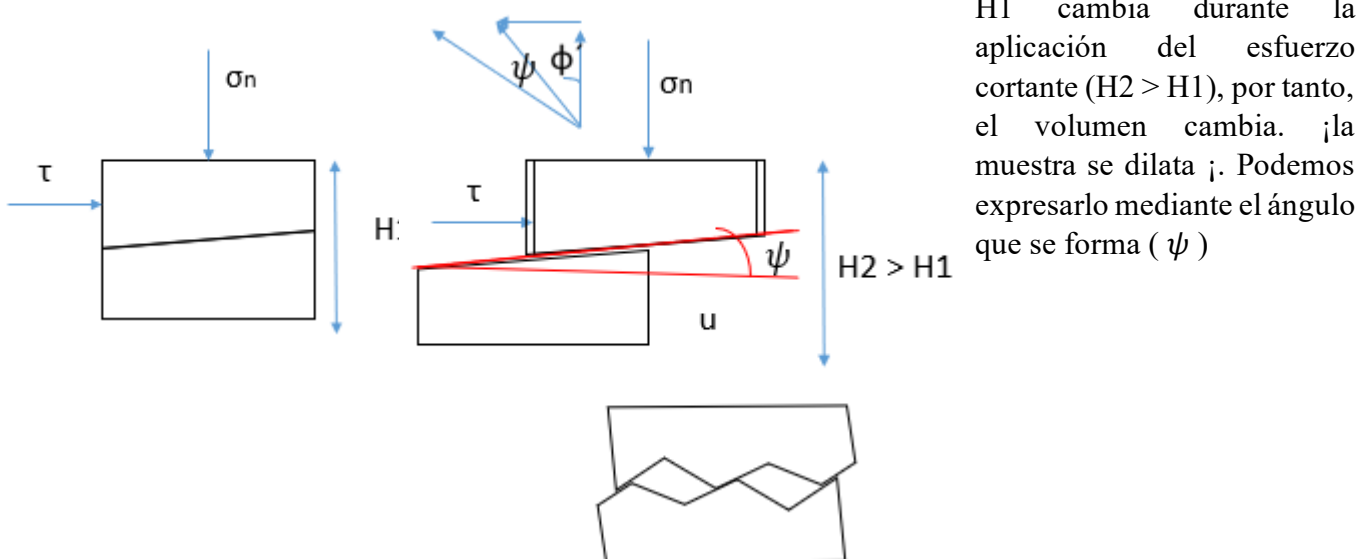
La presa Changuinola ubicada en la provincia panameña Bocas del toro, con una capacidad de aproximada de 223 MW [43]. Como elementos característicos se define: altura de 99 m, presa de tipo gravedad construcción principalmente en concreto, se emplearon alrededor de 875.000 M3 de concreto, su elemento de soporte se constituye en elementos de cimentación profunda que consiste en pilotes y zapatas, los cuales, presentan su finalidad en la atención de las condiciones desfavorables del suelo que en estudios mostraron características dilatantes y contráctiles adicional a los elementos de cimentación profunda se debió implementar la instalación de instrumentación, en aras de identificar deformaciones para ejecutar planes de acción de llega a ser necesario. La represa en el momento de finalización y puesta en operación en el año 2015 presento un valor de 350 millones de dólares aproximadamente.[39][61]

### 5.4 PRESA DE KARAMAY, CHINA

La presa de Karamay en china que empezó su construcción en 1984 y su funcionamiento en 1990[41]. Posee como elemento característico ser un elemento de doble propósito la cual es generar electricidad (90 MW) y regular el suministro de agua para las poblaciones aledañas [41]. Esta presa demando un capital un capital en dólares de alrededor de 150 millones de dólares declarados en sus documentos oficiales [41]. Tomando como referencia los elementos técnicos, la región o sector de kamaray se identifica en los documentos que es un punto importante de exploración petrolera mostrándose como una región árida que necesita gran gestión del recurso hídrico, por tanto, se entrega información de las condiciones dilatantes de la roca para aprovechamientos petroleros. En la zona. del proyecto de la represa Kamaray se destacó por sus característicos suelos contráctiles y dilatantes que demandaron la implementación de sistemas de cimentación profunda en roca y adicional la implementación de sistemas de drenajes especiales en función de controlar la presión de agua en el suelo, manipulando de esta manera la expansión de los suelos [40]. Como en los proyectos anteriores se destaca de esta la implementación constante de instrumentación, que infiere un control constante en el comportamiento de la estructura conforme las deformaciones y variaciones de resistencia del suelo.

## 6. SINTESIS DE LA DILATANCIA

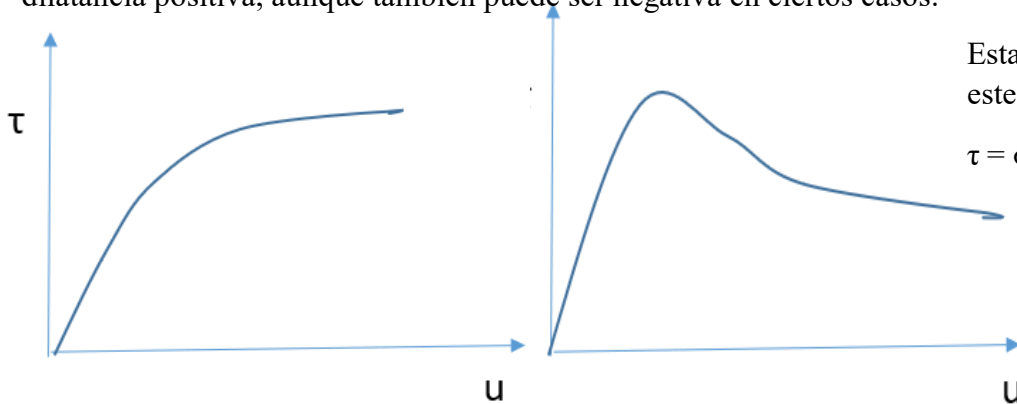
La dilatancia se genera como resultado de un esfuerzo tangencial aplicado sobre una discontinuidad sometida a esfuerzos normales reducidos. Se produce un desplazamiento a lo largo del plano de fractura, dando espacio a la dilatancia de las paredes de la discontinuidad, al tenerse que superar el ángulo de dilatancia para que haya desplazamiento. Para que este desplazamiento ocurra, es necesario superar el ángulo de dilatancia característico del material. Aplica entonces la fricción efectiva, que obedecería a la suma del ángulo de volumen constante más el ángulo de dilatancia, por lo tanto, la expresión que describe el estado de esfuerzos en la roca se define como:  $\tau_p = \sigma'_n \tan(\phi_c + \theta_i)$ , Patton [19]. Esto explicado de manera grafica podemos contextualizarlo de la siguiente manera:



H1 cambia durante la aplicación del esfuerzo cortante ( $H2 > H1$ ), por tanto, el volumen cambia. ¡la muestra se dilata! Podemos expresarlo mediante el ángulo que se forma ( $\psi$ )

Figura 9.-Expresión de como ocurre la dilatancia en una muestra

Esta respuesta de la roca la podemos expresar en una gráfica de esfuerzo cortante vs esfuerzo normal. En este análisis, es importante destacar que, para los fines de este documento, tendremos en cuenta solo la dilatancia positiva, aunque también puede ser negativa en ciertos casos.



Esta ecuación nos expresa este comportamiento

$$\tau = \sigma \tan(\phi_{vc}' + \psi).$$

Figura 10.-Grafico  $\tau$  vs esfuerzo  $u$  donde se expone la dilatancia

Así mismo como se expresa en [31]:

A partir de los elementos gráficos presentados, se pueden formular las siguientes expresiones matemáticas que describen el comportamiento de la dilatancia:

**Tensión normal (efectiva)**

**Resistencia (pico o residual)**  $\tau = \sigma'_n \tan(\phi + i)$  **ondulosidad**

**Ángulo de rozamiento (pico o residual)**

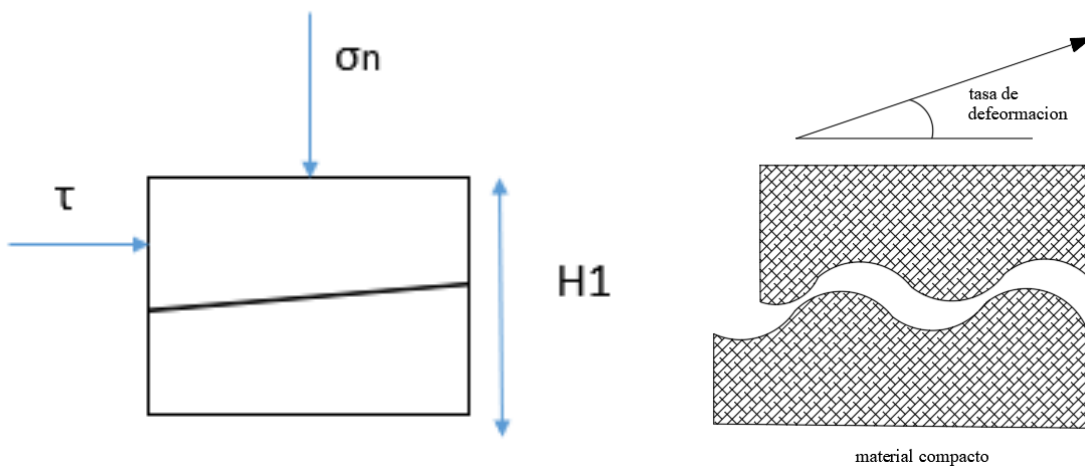


Figura 11.-Grafico de esquematización de dilatancia

## 7. MARCO METODOLOGICO

Las cimentaciones profundas han definido la ejecución de millones de proyectos a través del mundo. Estas estructuras están diseñadas para transmitir las cargas provenientes de las edificaciones que soportan hacia capas de suelo o roca situadas a profundidades considerables, las cuales poseen capacidades mecánicas adecuadas para disipar los esfuerzos transmitidos.

Se debe resaltar que la utilización de estos elementos no se limita solamente a grandes estructuras con cargas gigantescas. También se delimita a construcciones de estructuras o edificaciones situadas en zonas con condiciones geológicas desfavorables, proporcionando la estabilidad e integridad estructural requerida.

Para el diseño y análisis de estos elementos, se presentan algunos de los métodos de cálculo que permiten interpretar su comportamiento:

### 7.1 ENVOLVENTES DE HOEK -BROWN (2002)

Este método plantea una envolvente de falla en términos de  $\tau$  vs  $\sigma$ , empleando un módulo de deformación estimado mediante Hoek-Diederichs. Este procedimiento entrega parámetros equivalentes de Mohr-Coulomb que se usan para obtener parámetros equivalentes de resistencia tangente.

$$\sigma'_1 = \sigma'_3 \sigma + \sigma_{ci} [m (\sigma'_3 / \sigma_{ci}) + s]^a \quad (39)$$

En la cual:

$\sigma'_1$  = *esfuerzo efectivo principal mayor*

$\sigma'_3$  = *esfuerzo efectivo principal menor*

$m$  = *parametro semi empirico*

=  $m_i \exp[(GSI - 100)/(28 - 14D)]$

$m_i$  = *parametro semiempirico m para roca intacta (material rocoso)*

$\sigma_{ci}$  = *resistencia a la compresion inconfiada de roca intacta*

$s = \text{parametro semiempirico} = \exp[(GSI - 100)/(9 - 3D)]: 0.0 < S \leq 1.0$

$a = \text{exponente} = \left(\frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{6}\right) [\exp(-GSI/15) - \exp(-20/3)]$

$GSI = \text{indice geologico de resistencia (Geological strength Index): } 0 < GSI \leq 100$

$D = \text{parametro de perturbacion o da\~{n}o} [0.0 (\text{sin da\~{n}o}) \leq D \leq 1.0(\text{da\~{n}o m\~{a}ximo)]$

De este criterio se deduce

$\sigma_c = \text{resistencia a la compresi\~{o}n} = s^a \sigma_{ci}$

$\sigma_t = \text{resistencia a la tracci\~{o}n} = -(s/m)\sigma_{ci}$

Para observar ejemplos correspondientes a  $\sigma'_1$  y  $\sigma'_3$  revisar [2]. Para par\~{a}metros  $m_i$  y  $\sigma_{ci}$  se recomiendan ensayos triaxiales, o ensayos dobles de compresi\~{o}n inconfiada  $\sigma_c$  [2]. Se expone tablas gu\~{i}as de Hoek (2007) para la estimaci\~{o}n de  $\sigma_c$  y  $m_i$ . Adicional a lo anterior tambi\~{e}n se muestran valores de par\~{a}metros GSI y D que corresponden a (Hoek 2007) [2].

Seguidamente se complementar\~{a} el m\~{e}todo del criterio de falla de Hoek-Brown con par\~{a}metros equivalentes de Mohr-Coulomb

$$\tau_f = c' + \sigma' \tan \phi' \quad (4039)$$

En donde:

$\tau_f = \text{esfuerzo cortante a la falla}$

$\sigma' = \text{esfuerzo normal efectivo en el plano de falla}$

$c' = \text{intercepto de cohesi\~{o}n}$

$\phi' = \text{angulo efectivo de fricci\~{o}n interna}$

Tomando como referencia la ecuaci\~{o}n de la envolvente de falla de Mohr-Coulomb realizamos la transformaci\~{o}n de esfuerzos principales efectivos a envolvente de esfuerzo cortante  $\tau$  vs esfuerzo normal  $\sigma'$ , por medio del m\~{e}todo de Bray [2]. Este m\~{e}todo se presenta en Hoek(1983) en donde se plantean para  $a=0.5$  y con diferentes valores de esfuerzo efectivo normal  $\sigma_n$

## 7.2 ENVOLVENTES DE FALLA DE PATTON (1966)

Es un modelo empírico que describe el comportamiento de materiales con superficies rugosas, como planos de discontinuidad en rocas. Este criterio se utiliza para estimar la resistencia al corte de discontinuidades en función de su rugosidad y el nivel de confinamiento. Fue diseñado para mejorar las limitaciones del criterio de Mohr-Coulomb al considerar explícitamente los efectos de la rugosidad de las superficies.

Para este método el  $\tau$  se define como:

$$\tau = \sigma_n \cdot \tan(\phi_b + \Psi) + cb \quad (40)$$

Donde :

$\tau =$  Resistencia al corte

$\sigma_n =$  Esfuerzo normal aplicadosobre la superficie

$\phi_b =$  Angulo de fricción este dependera de la condicion del caso puedes estar a traccion

(este obedece a la base lisade la discontunudad)

$\Psi =$  Angulo de inclinacion o angulo de rugosidad del asuperficie

$cb =$  cohesión basica del material (si es parametro del materia)

7.3 TRANSFORMACION DE ENVOLVEMTE DE ESFUERZOS PRINCIPALES EFECTIVOS A ENVOLVENTES DE ESFUERZO  $\tau$  VS ESFUERZO NORMAL EFECTIVO  $\sigma'$  - BRAY

$$h = 1 + \left[ \frac{16(m\sigma' + s\sigma_{ci})}{(3m^2\sigma_{ci})} \right] \quad (41)$$

$$\theta = \left\{ 90^\circ + \arctan \left[ \frac{1}{(h^3 - 1)^{0.5}} \right] \right\} / 3 \quad (5)$$

$$\phi'_i = \arctan \left[ \frac{1}{(4h \cos^2 \theta - 1)^{0.5}} \right] = \arctan \left( \frac{d\tau}{d\sigma'} \right) \quad (6)$$

Y con los valores obtenidos de  $\phi'_i$  procedemos a calcular  $\tau$  mediante la siguiente ecuación

$$\tau = \left( (\cot \phi'_i - \cos \phi'_i) m^2 \sigma_{ci} / 8 \right) \quad (7)$$

Tomando presente las ecuaciones anteriores se debe dar claridad que para la envolvente curvilínea  $\tau = f(\sigma')$ , los parámetros tangentes los definimos de la siguiente manera

$$\tan \phi'_t = d\tau / d\sigma'$$

$$c'_t = \tau - \sigma' \tan \phi'_t \quad (8)$$

Para las ecuaciones presentadas debemos tener la siguiente consideración:

- $\phi'_i = \phi'_t$  esto nos permite aplicar directamente las ecuaciones anteriores sin aplicar regresiones no lineales.

Tomando atención a los datos ya obtenidos emplearemos el módulo de deformación  $E_m$  [2]

$$E_m = \frac{100.000(1 - D/2)}{\left\{ 1 + \exp \left[ \frac{(75 + 25D - GSI)}{11} \right] \right\}} \quad (9)$$

$$\left(\frac{Em}{Ei}\right) - 0,02 = \frac{(1 - D/2)}{\{1 + \exp[(60 + 15D - GSI)/11]\}} \quad (10)$$

Donde :

$Em =$  modulo de deformacion del macizo rocoso (Mpa)

$GSI =$  Indice Geologico de resistencia (Geological strength Index:  $0 < GSI \leq 100$ )

$D =$  parametro de perturbacion o daño [ $0.0$  (sin daño)  $\leq D \leq 1.0$ (daño máximo)]

$$Ei = MR\sigma_{ci}$$

$MR =$  relacion de modulo (Deere Mille, 1966)[2]

Conectando la información hallada establecemos relación de EM con los esfuerzos principales. Donde proponemos dos ecuaciones en función de suplir las necesidades del modelo, la segunda se fundamenta con la premisa de evitar problemas con los esfuerzos de confinamiento negativos.

$$Em = Eo \left(\sigma'_3 / Pa\right)^n \quad (11)$$

$$Em = Eo \left(\frac{(\sigma'_3 - \sigma_t)}{(Pa - \sigma_t)}\right)^n \quad (12)$$

Donde

$$Eo = Em \text{ para } \sigma'_3 = Pa$$

$$Pa = \text{presion atmosferica} = 0,1\text{Mpa}$$

$$n = \text{exponente empirico} (n < 1)$$

$$\sigma_t = \text{resistencia a la traccion del macizo rocoso}$$

Como último paso, antes de entrar al método antes expuesto (Método de Vesic (1977)) para determinar la capacidad por punta en función de las propiedades del macizo rocoso. Se debe dar claridad a la relación de Poisson, ya que esta hace parte del modelo.

Donde:

- A medida aumenta la presión de confinamiento, se reduce la relación de Poisson  $\nu$  en la misma proporción en que crece el módulo del macizo rocoso  $E_m$ :

$$V_m \leq 0,5$$

Entonces

$$V_m = V_o E_o / E_m \quad (13)$$

Relacionando todo lo expuesto anteriormente, se atienden todos los parámetros de  $\tau$  y  $\sigma$ . Con lo cual, se resume la modelación para los parámetros que nos entregan la cuantificación de los aportes por fuste método Beta NSR98 y aportes por punta por medio del método de Vesic de [2]. Tomado de la base de la aplicación de la envolvente de falla de Hoek- Brown con parámetros equivalentes de resistencia tangente de Mohr Coulomb .

Determinados los parámetros que expresan el comportamiento del material, se procederá a determinar la capacidad del trabajo de los pilotes, con motivo de que se posee la claridad de los aportes por fuste y por punta.

#### 7.4 CAPACIDAD DE TRABAJO DE PILOTES

Para calcular los aportes de fuste y punta se plantean las fórmulas de trabajo, se debe considerara el factor de seguridad mínimo entregado por la NSR10  $F_{sb} \geq 2$  para su resistencia:

$$\tan \phi'_{\text{diseño}} = \tan[(\phi'_t - 3)^\circ] / F_{sb} \quad (14)$$

$$c'_{\text{diseño}} = c'_t / F_{sb} \quad (15)$$

En la ecuación 14 el ángulo de fricción se afecta por el remodelo del piso y la pared en el proceso de excavación, el cual reduce el ángulo en 3° de [2], por lo anterior las capacidades del trabajo se calculan de la siguiente manera con los parámetros del diseño

$$\text{Compresión} \quad Q_{\text{trabajoC}} = Q_{\text{tc}} = Q_{\text{pt}} + Q_{\text{ft}} - W_p$$

$$\text{Tracción} \quad Q_{\text{trabajoT}} = Q_{\text{tt}} = Q_{\text{ft}} - W_p$$

En donde

$Q_{\text{pt}}$ = capacidad del trabajo por punta calculada con parámetros de diseño

$Q_{\text{ft}}$ = capacidad de trabajo de fricción calculada por parámetros

$W_p$ = Peso del pilote

## 7.5 MÉTODO DE CARGA ULTIMA (GOODMAN 1980)

El método de Goodman (1980) para el cálculo de pilotes en roca ofrece un enfoque simplificado y práctico para estimar la capacidad de carga vertical de pilotes en macizos rocosos. Este método tiene como base la mecánica de rocas y considera tanto la resistencia por punta como la resistencia por fricción lateral, adaptándolas a las condiciones del macizo rocoso.

Este parte de dos elementos de composición los cuales se dividen en capacidad por punta y capacidad por fricción y se expresa:

$$Q_u = Q_b + Q_s \quad (16)$$

$Q_u$ = Capacidad de carga ultima total

$Q_p$ = Resistencia de punta o base del pilote

$Q_s$ = Resistencia por fricción lateral (fuste del pilote)

### 7.5.1 LA RESISTENCIA POR PUNTA SE DEFINE (QB):

La resistencia en la base del pilote depende de las características de la roca subyacente.

Goodman considera la resistencia a la compresión uniaxial de la roca ( $\sigma_c$ ), ajustada por un factor de reducción para tener en cuenta fracturación y calidad del macizo.

$$q_b = R_b * \sigma_c \quad (17)$$

Donde :

$q_b$  = Presión admisible en la base del pilote

$\sigma'_c$  = Resistencia a compresión uniaxial de la roca intacta

$R_b$  = Factor de reducción que refleja la calidad del macizo rocoso (generalmente basado en RQD o GSI)

Luego, la resistencia por punta se calcula como

$$Q_b = q_b * A_b \quad (18)$$

Donde  $A_b$  es el área de la base del pilote

### 7.5.2 RESISTENCIA POR FRICCIÓN LATERAL

- La resistencia por fricción lateral proviene del contacto entre la superficie del pilote y roca circundante
- Goodman propone un enfoque basado en la fricción efectiva ( $\tau$ ) a lo largo del fuste del pilote, ajustado, por el esfuerzo normal efectivo y el ángulo de fricción.

$$\tau = \sigma_n * \tan \emptyset \quad (19)$$

Donde

$\sigma_n$  = esfuerzo normal efectivo sobre la superficie del ajuste

$\emptyset$  = ángulo de fricción roca – pilote

Luego la resistencia total por fricción lateral es

$$Q_s = \tau * A_s \quad (20)$$

Donde  $A_s$  es el área superficial del fuste de pilote  $A_s = \pi * D * L$ , con  $D$  el diámetro y  $L$  longitud del pilote)

### 7.5.3 CAPACIDAD DE CARGA POR FRICCIÓN LATERAL EN ROCAS

La capacidad de carga lateral se explica por A. Gonzales [2], mediante un método que recibe el nombre de Beta NSR98 en donde este se calcula tomando en cuenta la suma de los componentes en las diferentes profundidades para toda la longitud de la pila

$$QF = P_0 \sum^L [f_s(Z)\Delta Z]$$

En donde  $P$ =perímetro de la pila =  $\pi D_p$

$f_s(Z)$ =fricción promedio en el tramo  $\Delta Z$

A este método se entrega en [2] un proceso basado a la adaptación a Mohr-Coulomb donde bajo la expresión en términos de un elemento de  $c'$ , un elemento de  $K_o$  y el esfuerzo normal en función del ángulo instantáneo o de volumen constante. Estos elementos conforme se disponen planean un modelo lineal de pendiente constante.

$$f_s = c_{ad} + K_o \sigma_v \tan \delta' = \left(\frac{2}{3}\right) [c' + K_o \sigma'_v \tan \phi'] \quad (21)$$

Mostradas las ecuaciones principales que entregan los parámetros para recoger el comportamiento de la roca. Se exponen los métodos para aprovechar al máximo estas expresiones:

## 7.6 MÉTODO DE VESIC (1977)

En el método planteado por [55] tiene en cuenta la rigidez del suelo y el mecanismo de falla por punta más conveniente en los geo-materiales. Cuál es la expansión de una cavidad esférica. El esfuerzo de la capacidad última de punta  $q_p$  se expresa de la siguiente manera.

$$q_p = c'N_c + \sigma'_0 N_\sigma \quad (22)$$

de donde:

$$N_c = (N_\sigma - 1) \cot \phi' \quad (23)$$

$$\sigma'_0 = \text{esf. efectivo octaed. terreno} = (\sigma'_1 + \sigma'_2 + \sigma'_3)/3 \quad (24)$$

$$N_\sigma = K_p \exp \left[ \left( \frac{\pi}{2} - \phi' \right) \tan \phi' \right] \left[ \frac{3}{3 - \sin \phi'} \right] I_{rr}^{\left\{ \frac{4 \sin \phi'}{3(1 + \sin \phi')} \right\}} \quad (25)$$

$$K_p = \text{coe. de pre. pas} = \tan^2(\pi/4 + \phi'/2) = 1/K_a \quad (26)$$

$$K_p = \text{coe. de pre. pas} = \tan^2(\pi/4 + \phi'/2) = 1/K_a \quad (27)$$

En este modelo de [55] también se analiza la expansión de la cavidad. En donde se evalúa la deformación plástica con la regla asociada de flujo plástico y las deformaciones elásticas con el módulo G deducido de E y  $\nu$ . Se realiza a partir de la iteración de las siguientes funciones hasta tener una convergencia de la deformación volumétrica:

$$\varepsilon_v = 3/8 * (\sigma_u - \sigma_{rp}) [1 + K_a + (1 - K_a) * r^2] \quad (28)$$

$$\sigma_{rp} = \sigma'_0 (\sigma'_0 + a') [4 \cos \phi' / (3 - \sin \phi')] \quad (29)$$

$$a' = c' \cot \phi' \quad (30)$$

$$\sigma_u = Irr^{[2/3(1-K_a)]} \quad (31)$$

$$Ir = G/(c' + \sigma'_0 \tan \phi') \quad (32)$$

$$Irr = Ir/(1 + Ir * \epsilon v) \quad (33)$$

$$r = \frac{Rp}{R_0} = Irr^{1/3} \quad (34)$$

De donde definimos:

$\epsilon v =$  deformacion volumetrica

$\sigma_{rp} =$  esfuerzo radial en el limite de ka zona plastica

$\sigma_u =$  esfuerzo ultimo radial en la cavidad

$G =$  Modulo de cortante =  $E/[2(1 + \nu)]$

$Ir, Irr =$  indices de rigidez de [55]

$Rp =$  radio de la zona plastica alrededor de la cavidad

$R_0 =$  radio inicial de la cavidad =  $R_{pilot}$

$c', \phi =$  Valores de la resistencia efectiva

En el caso que no desee iterar  $\epsilon v$ , se puede estimar de la siguiente manera:

$\epsilon v =$  el mayor valor de NSR98:

$$\epsilon v1 = [(1 - 2\nu)/(1 - \nu)](\sigma'_0/G) \quad (35)$$

$$\epsilon v2 = 0.005(\sigma'_0/Pa) [45^\circ - \phi'^\circ]/20^\circ \quad (36)$$

Por otro punto adoptamos

$$c' = c'_t = \tau - \sigma \tan \phi'$$

$$\phi' = \phi'_t = d\tau/d\sigma'$$

Debe tenerse de referencia que los parámetros expuestos anteriormente pertenecen a métodos de [56] [57]. Que como se establece la igualdad, y la deducción de los parámetros, no existe la necesidad de realizar la regresión no lineal. Para finalizar se debe aclarar:

$$\sigma_1 = \text{esfuerzo principal mayor}$$

$$\sigma_2 = \text{esfuerzo vertical}$$

$$\sigma_3 = \text{esfuerzo principal menor}$$

Por lo anterior definimos entonces la capacidad por punta

$$Q_p = q_p A_p$$

Donde  $A_p = \text{area de punta} = \pi D_p^2 / 4$

$D_p$  = diámetro del pilote

## 7.7 CIRCULO DE DEFORMACIONES DE MOHRS

Concepto de deformación angular para el concepto de dilatancia y sus líneas de ceroextensión:

- Considere un elemento que se deforma en la deformación unitaria plana  $\delta\epsilon_{II} = 0$ .
- $\delta\epsilon_{III}$  es negativo y  $> \delta\epsilon_I$ . El elemento se dilata y  $\delta v$  es negativo.
- $\delta\epsilon_I - \delta\epsilon_{III}$
- $\delta v = \delta\epsilon_I + \delta\epsilon_{III} = -\Delta V / V_0$
- P es un polo arbitrario
- Los puntos A y B representan condiciones de deformación para las que no hay deformación directa solo por deformación
- Las líneas PA y PB son planos normales a los que no hay deformación directa, es decir, son normales a líneas de extensión cero dadas por AE y BE.
- El ángulo OAB y OBA es  $\psi$
- Donde si la  $\psi = -((\delta\epsilon_I + \delta\epsilon_{III})/2) / ((\delta\epsilon_I - \delta\epsilon_{III})/2) = -\delta v / \delta\gamma_{max}$
- O  $\tan \psi = -\frac{\delta v}{\delta\gamma_{oe}}$  donde  $\delta\gamma_{oe}$  es deformación por cortante
- $\psi$  es el ángulo de dilatancia
- Se puede demostrar que las líneas de extensión cero se cruzan a  $90^\circ - \psi$

m. Están inclinados a  $(45^\circ - \psi/2)$  a la dirección de la deformación compresiva principal  $\delta\epsilon_I$ .

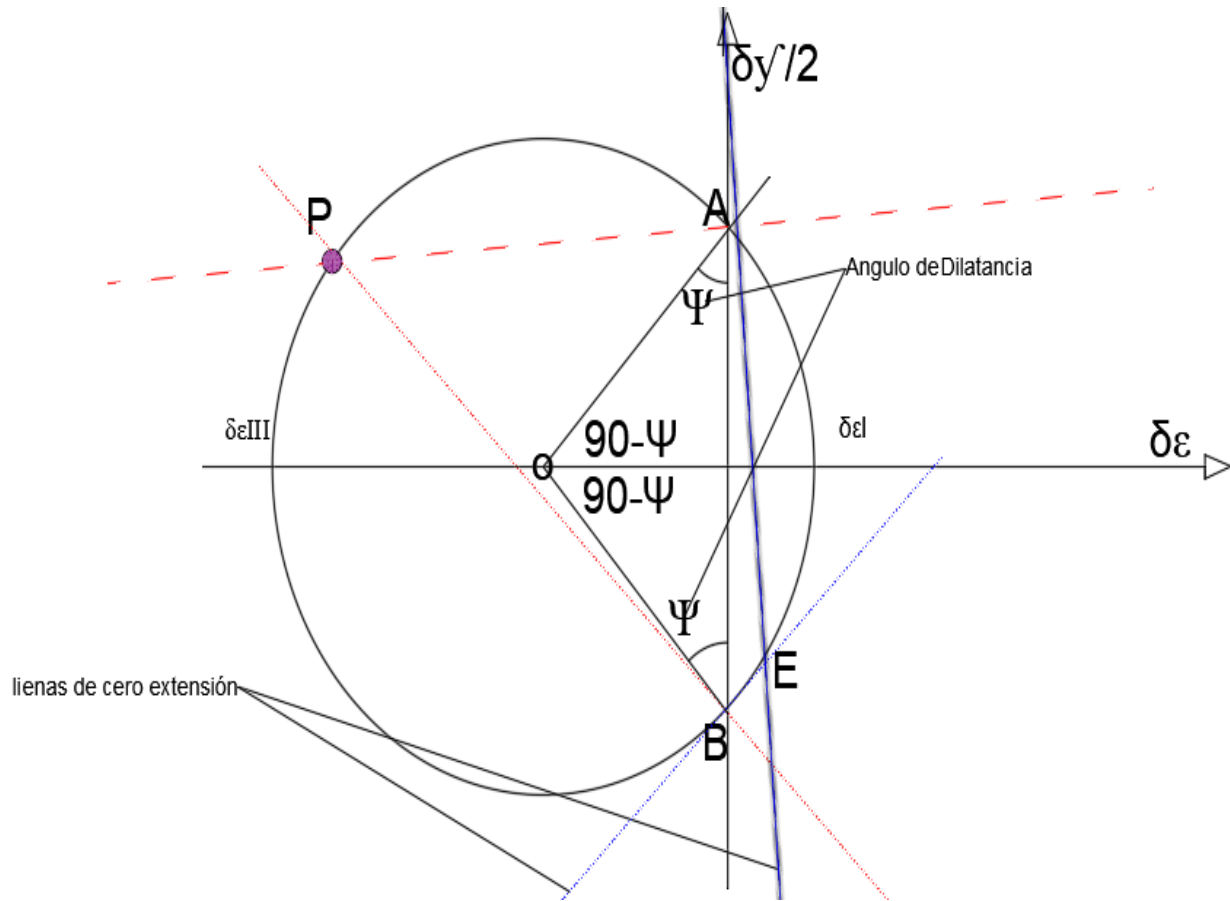


Figura 12.-Angulo de dilatación en la deformación volumétrica con líneas de extensión a cero donde no hay deformación, pero se presenta la falla

## 8. MÉTODO DE GONZÁLEZ PARA ESTIMAR LA CAPACIDAD DE CARGA VERTICAL DE PILOTES EN ROCA

El documento de González [2] toma como base los criterios de falla de Hoek y Brown, presentados en dos espacios distintos:  $(\sigma_1, \sigma_3)$  y  $(\tau, \sigma_n)$ . En el espacio  $(\sigma_1, \sigma_3)$  se destacan los parámetros fundamentales para la caracterización de las rocas: la resistencia a la compresión inconfiada de la roca intacta  $\sigma_{ci}$ , parámetro semi empírico de la roca intacta  $m_i$ , índice geológico de resistencia GSI, y parámetro de perturbación o daño D, [2].

González subraya la recomendación de Hoek respecto a la obtención de estos parámetros por medio de ensayos triaxiales o ensayos más simples como los ensayos dobles de compresión inconfiada  $\sigma_c$  y de tracción indirecta (brasileño)  $\sigma_{tb}$ . Prosiguiendo con el método, se propuso la utilización de los parámetros equivalentes de Mohr-Coulomb para el criterio de falla de Hoek-Brown, abordando la linealización de la envolvente no lineal.

Dado que existen varios métodos para transformar desde el espacio  $(\sigma_1, \sigma_3)$  al espacio  $(\tau, \sigma_n)$ , en este caso se presentan solo dos, los cuales fueron propuestos por Hoek (1983). Sin embargo, se aclara que estos métodos solo permiten determinar los parámetros  $\tau$  y  $\sigma$ , correspondiente a las parejas de los elementos  $(\sigma_1, \sigma_3)$ . Para ello González expone el método de Bray, donde presentaron las siguientes ecuaciones:

$$h = 1 + \left[ \frac{16(m\sigma' + s\sigma_{ci})}{(3m^2\sigma_{ci})} \right] \quad (4)$$

$$\theta = \left\{ 90^\circ + \arctan \left[ \frac{1}{(h^3 - 1)^{0.5}} \right] \right\} / 3 \quad (5)$$

$$\phi'_i = \arctan \left[ \frac{1}{(4h \cos^2 \theta - 1)^{0.5}} \right] = \arctan \left( \frac{d\tau}{d\sigma'} \right) \quad (6)$$

$$\tau = \left( (\cot \phi'_i - \cos \phi'_i) m^2 \sigma_{ci} / 8 \right) \quad (7)$$

Con los pares  $\tau$  y  $\sigma$  obtenidos, y teniendo en cuenta que pertenecen a una envolvente no lineal, se procedió a identificar los parámetros faltantes de Mohr-Coulomb, que correspondían a  $c'$  y  $\tan \phi$ . Inicialmente, se expuso la dificultad para obtener estos parámetros, de donde plantearon el método de constantes promedio. Este método consistió en seleccionar un intervalo de valores, lo cual se argumentó como una tarea compleja.

En este contexto, Hoek (2002) propuso trazar una recta promedio en el diagrama  $\sigma_1$  vs  $\sigma_3$ , balanceando las áreas de la curva por encima y por debajo de la envolvente recta. Esto resultó en tres ecuaciones. Aunque Hoek (2002) presentó este enfoque con la finalidad de aplicarlo en túneles y taludes, no lo hizo específicamente para cimentaciones someras y profundas.

$$\phi' = \sin^{-1} \left[ \frac{6am_b(s + m_b\sigma'_{3n})^{a-1}}{2(1+a)(2+a) + 6am_b(s + m_b\sigma'_{3n})^{a-1}} \right]$$

$$c' = \frac{\sigma_{ci} [(1+2a)s + (1-a)m_b\sigma'_{3n}] (s + m_b\sigma'_{3n})^{a-1}}{(1+a)(2+a) \sqrt{1 + \frac{6am_b(s+m_b\sigma'_{3n})^{a-1}}{(1+a)(2+a)}}}$$

$$\sigma'_{cm} = \sigma_{ci} \frac{[m_b + 4s - a(m_b - 8s)] (m_b/4 + s)^{a-1}}{2(1+a)(2+a)}$$

Figura ## parámetros de Mohr -Coulomb (Hoek et al ,2002)

González, utilizando los parámetros equivalentes de Mohr-Coulomb para envolventes  $\tau$  y  $\sigma$  no lineales, y teniendo en cuenta las dificultades previas, busca los elementos de faltantes que corresponde a  $c'$  y  $\tan\phi$  equivalentes, realizando una linealización. Esta linealización se basa en los parámetros variables con los esfuerzos  $\tau$  y  $\sigma$  ya hallados. Naturalmente, dicha linealización sobre estima o subestima los parámetros.

Para evitar esto, González emplea los parámetros de la envolvente potencial  $\tau_f = A(\sigma' - \sigma t)^b$  que utiliza valores de A y b para ajustar la curva. Seguidamente también tiene presente los parámetros variables con el esfuerzo tangente con métodos de Bray y Serrano y Olalla (1994) [2]. Donde usando los parámetros tangentes del método Bray resuelve:

$$c'_i = \tau - \sigma' \tan \phi_i$$

González expone un ejemplo que le permite mostrar y comparar el criterio de Hoek-Brown frente al de Mohr-Coulomb. evidenciando la diferencia que existe entre ellos. Adicional verifica tanto la variación del ángulo de fricción instantáneo,  $\phi_i$ , como de la cohesión instantánea,  $c'_i$  frente al esfuerzo normal efectivo  $\sigma_n$ , parámetros tangentes de la regresión  $\tau$ - $\sigma'$ . Para más detalles sobre este ejemplo, se recomienda consultar el documento [2].

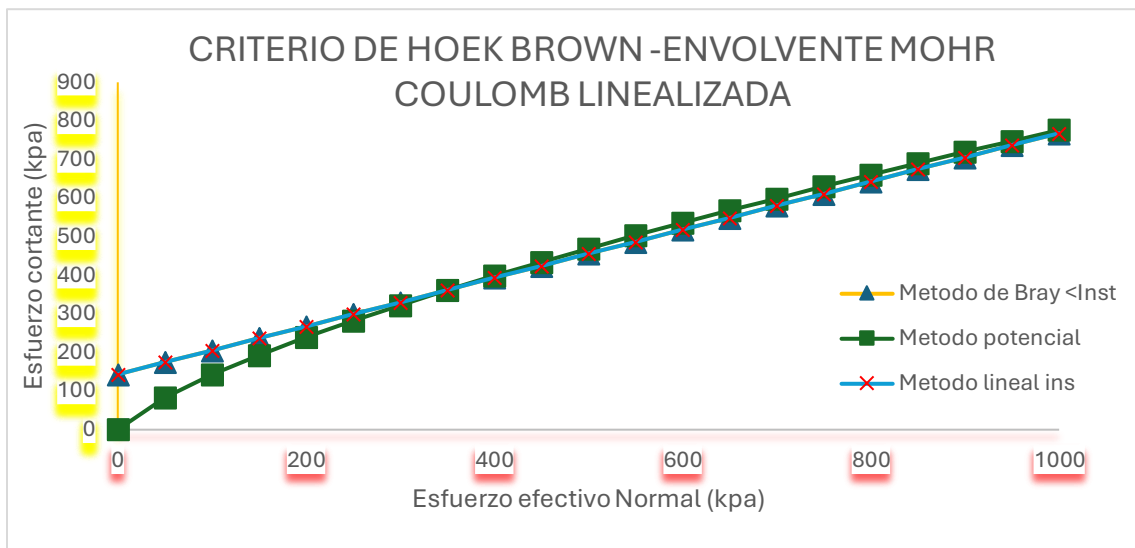


Figura 13.-Criterio de Hoek Brown - Envolvente Mohr Coulomb

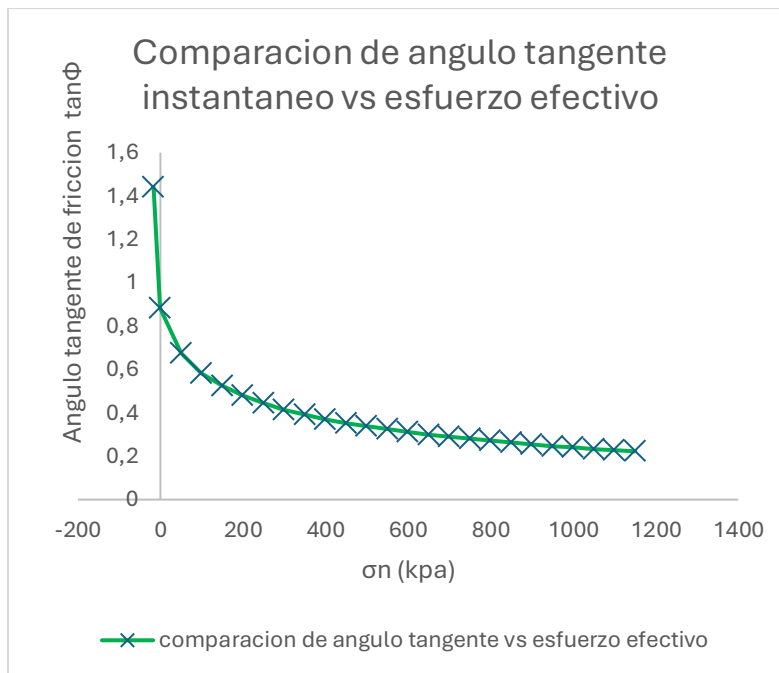


Figura 14.- Comparación de ángulo tangente vs esfuerzo efectivo

Como continuación del proceso para la estimación de los parámetros necesarios para determinar las capacidades de carga de pilotes en roca, González considera los parámetros de deformabilidad del macizo rocoso  $E_M$ . Este expuso las correlaciones existentes de Hoek y Diederichs (2006) mediante una imagen extraída del texto de Hoek y Diederichs (2006) [2].

González emplea las fórmulas presentadas en el artículo de Hoek y Diederichs (2006) [2], argumentando que estas son altamente representativas del comportamiento del macizo rocoso. Esto se debe a que adoptan una variación sigmoïdal, la cual resulta más adecuada y precisa para describir este tipo de comportamiento en comparación con otros modelos lineales o simplificados.

$$E_m = \frac{100.000(1 - D/2)}{\{1 + \exp[(75 + 25D - GSI)/11]\}} \quad (09)$$

$$\left(\frac{E_m}{E_i}\right) - 0,02 = \frac{(1 - D/2)}{\{1 + \exp[(60 + 15D - GSI)/11]\}} \quad (10)$$

El método expone la procedencia de los datos utilizados para estimar el módulo de deformación ( $E_M$ ), destacando que estos provienen principalmente de proyectos de túneles y de ensayos de gato realizados en cámaras subterráneas. Prosiguiendo con el método, y teniendo en cuenta la explicación brindada sobre el módulo de deformación, se establece la relación entre  $E_M$  y el esfuerzo aplicado. Además, se presenta su cálculo de la siguiente manera:

$$E_m = E_o \left( \sigma'_3 / P_a \right)^n \quad (11)$$

Y con la finalidad de evitar problemas con los valores de esfuerzo de confinamiento se realizó el siguiente ajuste:

$$E_m = E_o \left( \frac{(\sigma'_3 - \sigma_t)}{(P_a - \sigma_t)} \right)^n \quad (12)$$

Siguiendo adelante muestra la relación de Poisson en donde este argumenta que es un parámetro poco investigado (Gercek2007)[2]. De este plantean los siguiente:

$$V_m = V_o E_o / E_m \quad (13)$$

Con la información disponible y los planteamientos realizados, se propone un ejemplo práctico basado en el caso de una filita muy fracturada, tomando como referencia el ejemplo anterior. Los datos del macizo rocoso incluyen los siguientes parámetros: GSI=25-D=1-Ei=29.88Gpa-y un MR=300

Aplicando las ecuaciones iniciales para la determinación de  $E_M$  obtuvieron dos límites  $E_M$  max y  $E_M$  min.

$$E_m = \frac{100.000(1 - D/2)}{\{1 + \exp[(75 + 25D - GSI)/11]\}} \quad (09)$$

$$\left(\frac{E_m}{E_i}\right) - 0,02 = \frac{(1 - D/2)}{\{1 + \exp[(60 + 15D - GSI)/11]\}} \quad (10)$$

$$E_M = 54,63 \text{ Mpa}$$

$$E_M = 754,53 \text{ Mpa}$$

Con estos datos obtenidos por Hoek y Diederichs (2006), y sumado a los suministrados por la linealización tangencial de los esfuerzos  $\tau$  y  $\sigma_n$  en condiciones efectivas, de donde se obtuvieron los parámetros  $\tan\phi_t$  y  $c'$ , con base en esto, González plantea su propuesta metodológica. Propone para aportes por punta el método de Vesic(1977)[2], y para aportes por fuste el Método Beta NSR-98[2](consultar método Beta NSR-98 cap 7.5.3). (consultar el marco metodológico cap 7.6 Método Vesic(1977)). Es importante señalar que, para los aportes por punta, se utilizó el método de Vesic (1977) una modelación con  $E_M=54,63\text{Mpa}$  y  $E_M = 754,53\text{MPa}$ .

A partir de la modelación realizada mediante el método de Vesic (1977) para la resistencia en la punta, González expone y compara los resultados con los obtenidos por otro autor (método Zhang) [2], mostrando que el método de Vesic (1977) resulta ser más conservador.

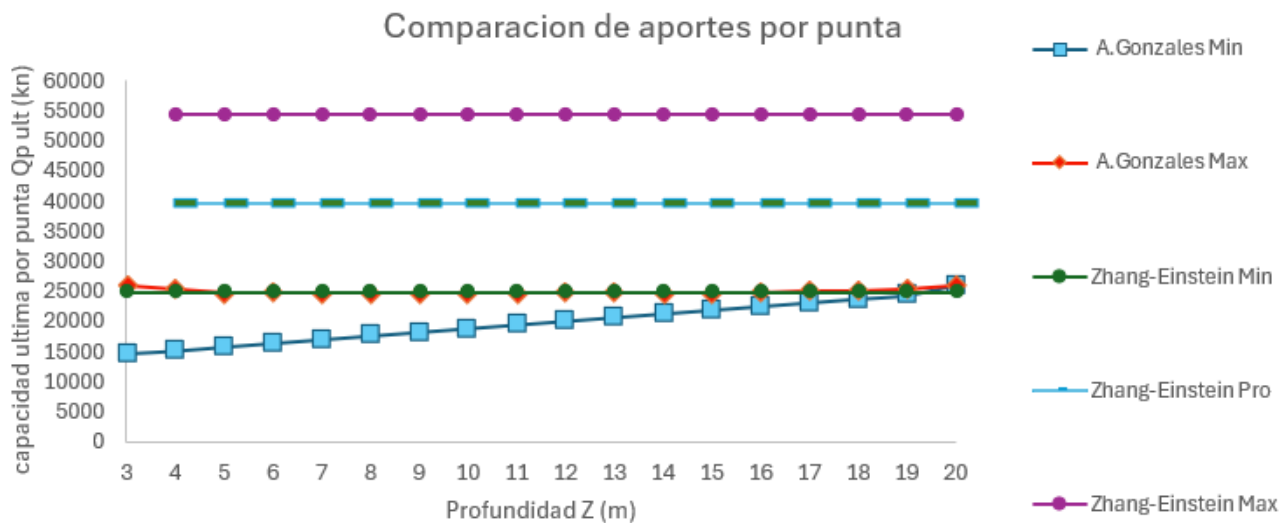


Figura 15.-Macizo rocoso-  $h-b-\sigma_{ci} = 99.6\text{mpa}$ ;  $GSI=25$ ;  $d=1.0$ ;  $m_i = 4.75$

$pilote-d=1.5\text{m } l=20\text{m}-\sigma_c = 21.9\text{mpa}$ - Comparación punta

A continuación, González también expone, respaldado por los parámetros obtenidos mediante el método de Bray, los valores de los aportes por fuste utilizando el Método Beta (NSR-98). Este análisis reafirma el carácter conservador del método propuesto, evidenciando su aplicabilidad y fiabilidad en el diseño de cimentaciones profundas.

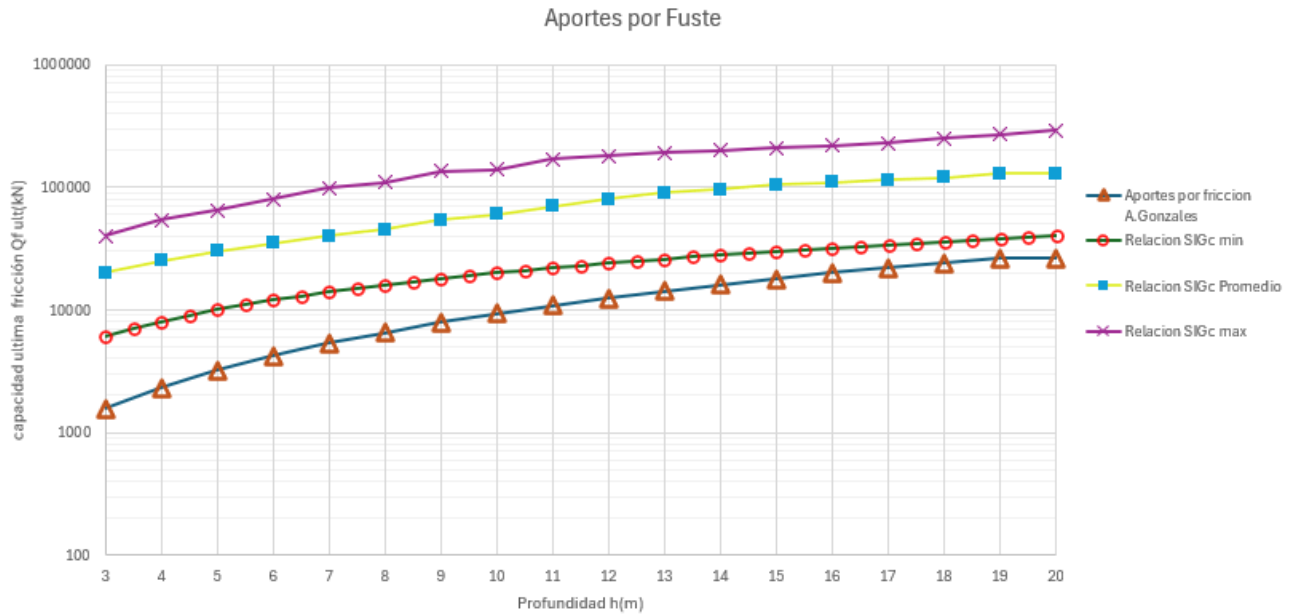


Figura 16.-Macizo rocoso-  $h-b- \sigma_{ci} = 99.6\text{mpa}$ ;  $gsi=25$ ;  $d=1.0$ ;  $m_i = 4.75$   
*pilote-d=1.5m l=20m- SIGc= $\sigma c=21.9\text{mpa}$ - comparación. fricción*

.En el artículo también muestra graficas adicionales donde compara entre si las resistencias obtenidas por punta, fricción lateral, peso del pilote y la capacidad de compresión. Estas comparaciones muestran variación al modificar únicamente el factor de seguridad ( $FS$ ) entre  $FS=1$  y  $FS=2$ .

González presenta conclusiones a resaltar, entre las que se destaca la rigurosidad del método propuesto. En donde se declara que el método planteado se acerca mucho más a la capacidad real de los pilotes, especialmente en condiciones de macizos rocosos altamente fracturados.

Justifica la aplicación del método Vesic (1977), subrayando su capacidad para considerar la rigidez del macizo rocoso en los cálculos. Asimismo, se señala la persistente incertidumbre en la estimación de los módulos de deformación del macizo rocoso, ya que estos suelen derivarse únicamente de los parámetros de clasificación del material rocoso intacto. El autor sugiere de manera enfática ensayos in situ del que destaca ensayo de placa. También manifiesta novedades en las correlaciones para pilotes en roca, tanto para la capacidad en punta como por fuste. Por último, menciona la gran influencia de los procesos constructivos el cual define que las resistencias serán inferiores en pilotes excavados con máquina que a aquellos excavados manualmente o con explosivos, justificado en las diferentes rugosidades resultantes en las paredes de los pilotes.

## 9. PROPUESTA

Tomando el método de González [2], donde se resalta la variación de los parámetros  $c'$  y  $\tan\phi$  en función del esfuerzo normal. Se resalta que el proceso planteado se basa en líneas tangentes a la envolvente de falla y en una pseudo cohesión equivalente. Nótese que en el método de González no se incluye específicamente un término para la resistencia a la dilatación (ángulo). Tampoco se incluye el ángulo de fricción básico (residual) del material.

La propuesta se basa en realizar un ajuste o aclaración al modelo de González[2] incluyendo al método Beta NSR98 y, de igual manera, al modelo de Vesic (1977). Este ajuste consiste en reemplazar el ángulo tangente instantáneo del modelo Hoek-Brown, usado por González, por el ángulo secante (ver figura 17), al tiempo que se elimina el componente de cohesión instantánea. Este cambio permite utilizar el modelo de falla de Patton (1966) [19], el cual expresa el ángulo de fricción total como la suma del ángulo de fricción básico ( $\phi_b$ ) más el ángulo de dilatación ( $\Psi$ ), específicamente.

Nótese que cuando se incluye la resistencia a la tracción, es necesario la intrusión de un ángulo de fricción adicional ( $\phi_{rt}$ ) que exprese este estado (figura 18). Partiendo de que se posee la envolvente de falla potencial de Hoek-Brown en términos  $\tau$  vs  $\sigma_n$  y los parámetros como esfuerzo a tracción  $\sigma_t$ , el esfuerzo normal efectivo  $\sigma_n$  y el ángulo de fricción básico ( $\phi_b$ ), y los conceptos del círculo de Mohr de deformaciones (vital para entender el concepto del ángulo de dilatación), se procede a formular el modelo.

Obsérvese que en la figura 18 el modelo formulado asume que la intersección de los ángulos ( $\phi_{rt}$ ), ( $\phi_b$ ), se presenta el punto de inicio del estado crítico ( $\Psi=0$ ). Esto implica que el valor de la cohesión disminuye con el esfuerzo normal hasta anularse en el punto crítico ( $c'=0$ ) (figura 18). Esta figura muestra claramente que la resistencia total es la suma de: fricción básica (desde el eje horizontal hasta la línea de ángulo de fricción básica  $\phi_b$ ), cohesión instantánea (desde la línea del ángulo básico,  $\phi_b$ , o residual hasta la línea del ángulo residual a tracción,  $\phi_{rt}$ ) y dilatación (desde la línea del ángulo residual a tracción,  $\phi_{rt}$ , hasta la línea de la envolvente de falla). El ángulo básico residual se puede obtener del laboratorio. Nótese, por tanto, de la figura 18, que el ángulo de dilatación,  $\Psi$ , es la diferencia entre el ángulo secante y el ángulo de fricción residual a tracción,  $\phi_{rt}$ .

Para hallar el ángulo residual a tracción,  $\phi_{rt}$ , se sigue el siguiente procedimiento: teniendo en cuenta que con el ángulo de fricción básica  $\phi_b$  se obtiene una línea con pendiente constante mediante la ecuación

de Mohr-Coulomb, esta misma condición se reproduce para el ángulo de residual a tracción. Por tanto, plantean las siguientes ecuaciones:

$$\tau_1 = \sigma_n \tan \phi_b \tag{37}$$

$$\tau_2 = (\sigma_n - \sigma_{tr}) \tan \phi_{rt} \tag{38}$$

$$\tau_2 = (\sigma_n - \sigma_{tr}) \tan \phi_{rt}, \tag{39}$$

donde  $\sigma_{tr}$  es la resistencia a la tracción. Haciendo  $\tau_1 = \tau_2$  (es decir, cuando el material alcanza el estado crítico) se obtiene

$$\tan \phi_{rt} = \frac{\sigma_n \tan \phi_b}{(\sigma_n - \sigma_{tr})}. \tag{40}$$

Finalmente, el ángulo de dilatación,  $\Psi$ , se calcula como

$$\Psi = \phi_s - \phi_{rt} \tag{41}$$

donde,  $\phi_s$ , es el ángulo secante.

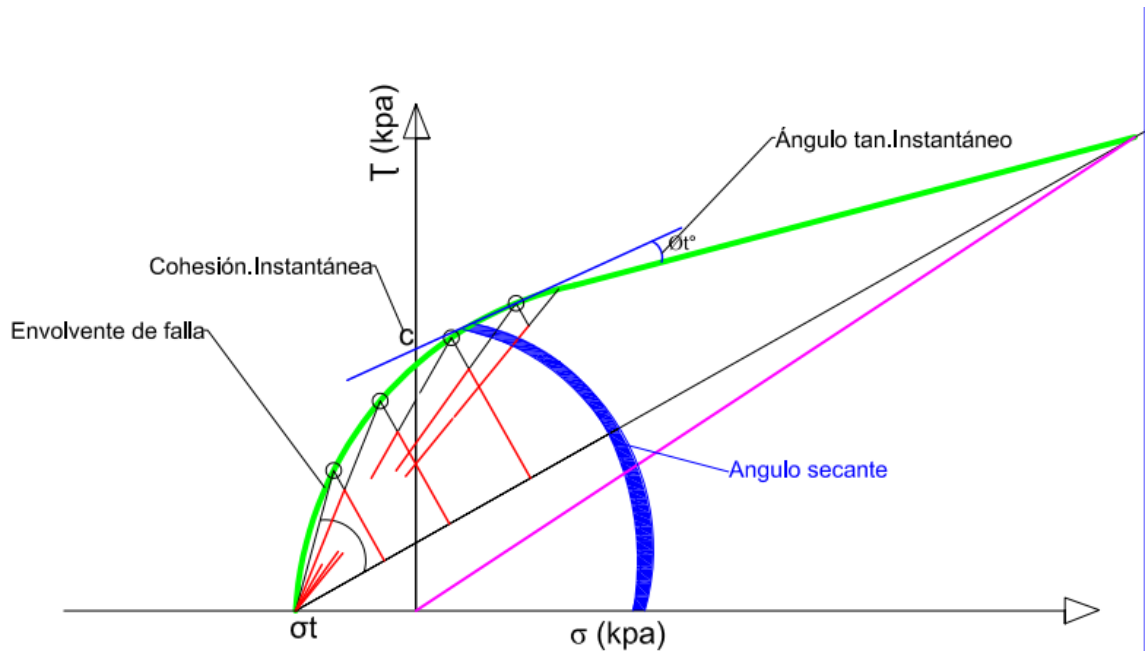


Figura 17.-Esquema de dilatación y ángulo residual a tracción en envoltorio de falla  $\tau$  vs  $\sigma$  y ángulo secante

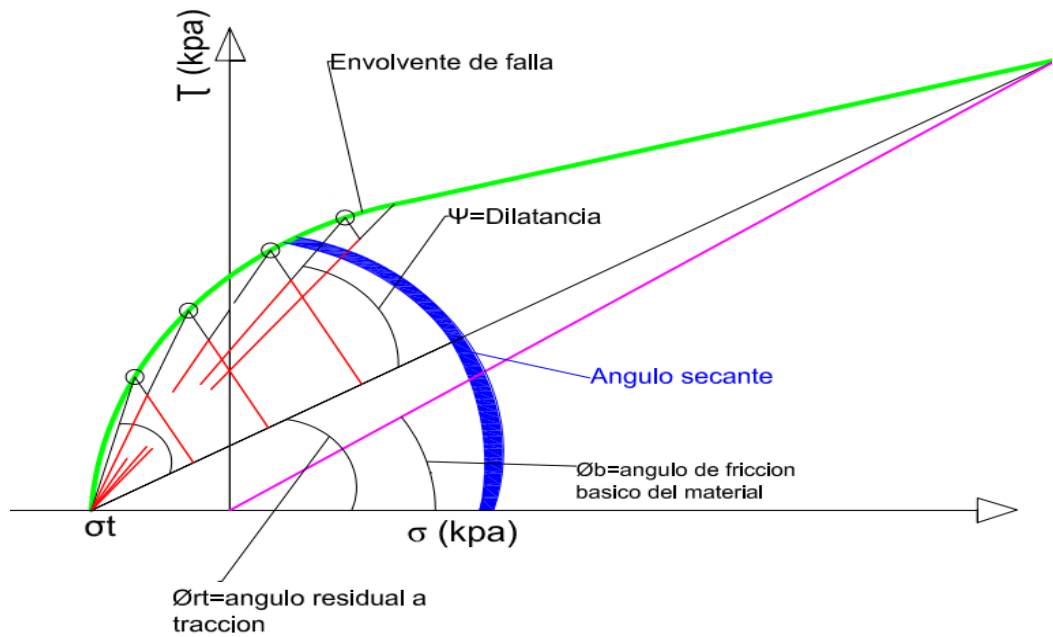


Figura 18 ángulo residual a tracción  $\phi_{rt}$ . Dilatancia  $\psi$ - ángulo fricción básica  $\phi_b$

Ingresando al caso práctico planteado en el documento de González, y tomando presente los conceptos anteriores se plantea:

- Ángulo de fricción básico, ( $\phi_b$ ), para la filita muy fracturada =  $25^\circ$ . ver figura 19.
- Resistencia a la tracción,  $\sigma_{tr} = -16.545 \text{ kPa}$
- Esquemática la condición de la dilatación, la definimos tomando como referencia que hallar el ángulo  $\phi_{rt}$ , destacando que el ángulo de fricción básico del material ( $\phi_b$ ) se debe obtener mediante ensayos de laboratorio, para este caso se obtuvo por medios literarios. Del que correspondió a un ángulo para filitas muy fracturadas.
- Realizamos una búsqueda en la literatura [62], la cual nos da un rango de entre  $25^\circ$  a  $30^\circ$ . Para este caso tomaremos el menor.
- Para el ángulo fricción  $\phi_{rt}$  procedemos con los datos ya disponibles, que corresponde al  $\phi_b$ ,  $\sigma_n$ , y los valores de  $\tau$ , sin olvidar el valor más relevante para hallarlo, correspondiendo a  $\sigma_t$ . Tómese como referencia el esquema de la figura 18.

Roca	Angulo de fricción Interno o básico $\phi_b$	Comentarios	Fuente
Filita	20° a 35°	Menor ángulo de fricción por mayor contenido de micas y posible menor consolidación	-Hoek, E., & Bray, J. W. (1981). <i>Rock Slope Engineering</i> . Taylor & Francis. -Goodman, R. E. (1989). <i>Introduction to Rock Mechanics</i> . Wiley

Figura 189.-Valor de ángulo de fricción Filita [62]

Tendiendo claro los valores anteriores, podemos proceder hallar la dilatancia.

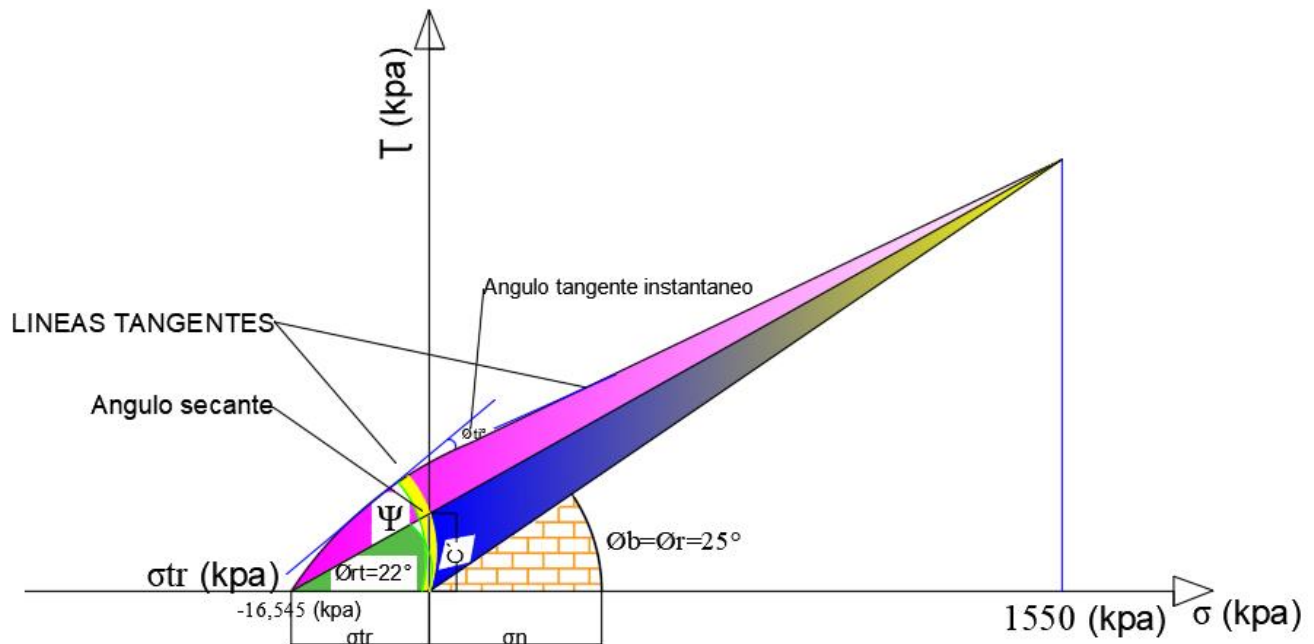


Figura 20.-Esquema de dilatancia, ángulo residual a tracción, ángulo básico y envolvente de falla  $\tau$  vs  $\sigma$

Con el esquema trazado podemos plantear la siguiente ecuación de  $\tau$  en función de la dilatancia

$$\tau = (\sigma_n - \sigma_t) \tan(\phi_{rt} + \Psi) \quad (42)$$

$$\tan(\phi_{rt} + \Psi) = \left( \frac{\tan \phi_{rt} + \tan \Psi}{1 - \tan \phi_{rt} \tan \Psi} \right) \quad (43)$$

Donde:

De este planteamiento obtenemos los siguientes valores para  $\Psi$ , expresados en la siguiente grafica de  $\Psi$  vs  $\sigma_n$ . En el concepto del ángulo de la dilatación,  $\Psi$ , debe ser decreciente con tendencia a  $0^\circ$  al aumentar el esfuerzo normal. Adicionalmente se halló el esfuerzo normal máximo correspondiente a una dilatación de (0). la figura 21 muestra la variación del ángulo de dilatación con el esfuerzo normal.

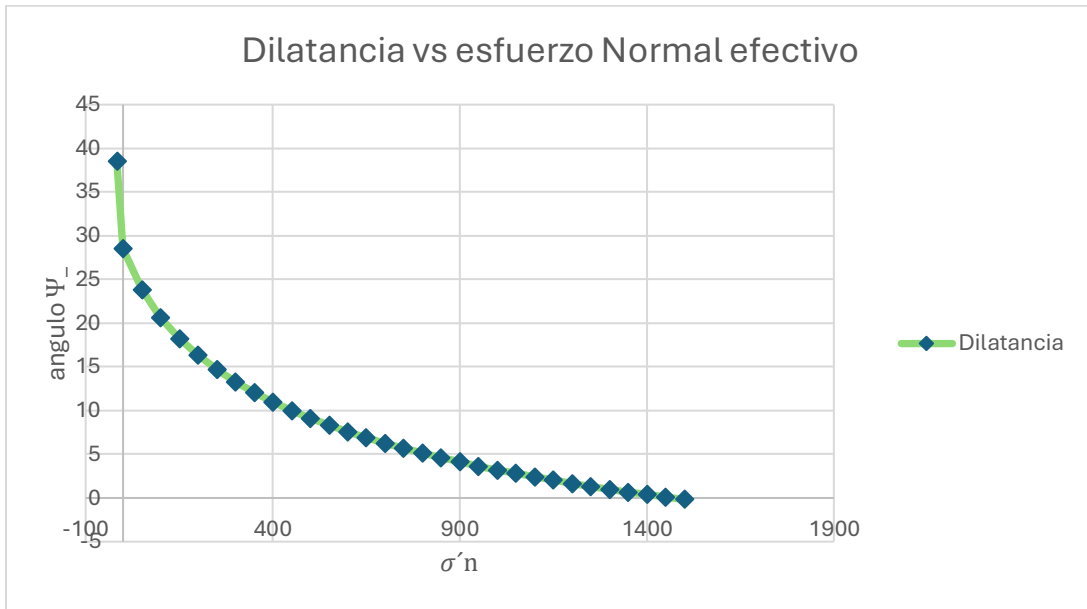


Figura 21.-Grafica decreciente  $\Psi$  vs  $\sigma_n$

Tomando en cuenta los resultados anteriores, se procede a hallar el ángulo secante utilizando el modelo de Patton (1966)[19], el cual se aplicara para remplazar y comparar con el modelo de Hoek-Brown a fin de verificar la coherencia de la información.

$$\tau = \sigma_n \tan (\phi_{rt} + \Psi) = \sigma_n \tan \phi_s \quad (43)$$

Posteriormente se calcula la resistencia en el fuste y seguidamente en la Punta :

Para los aportes por fuste:

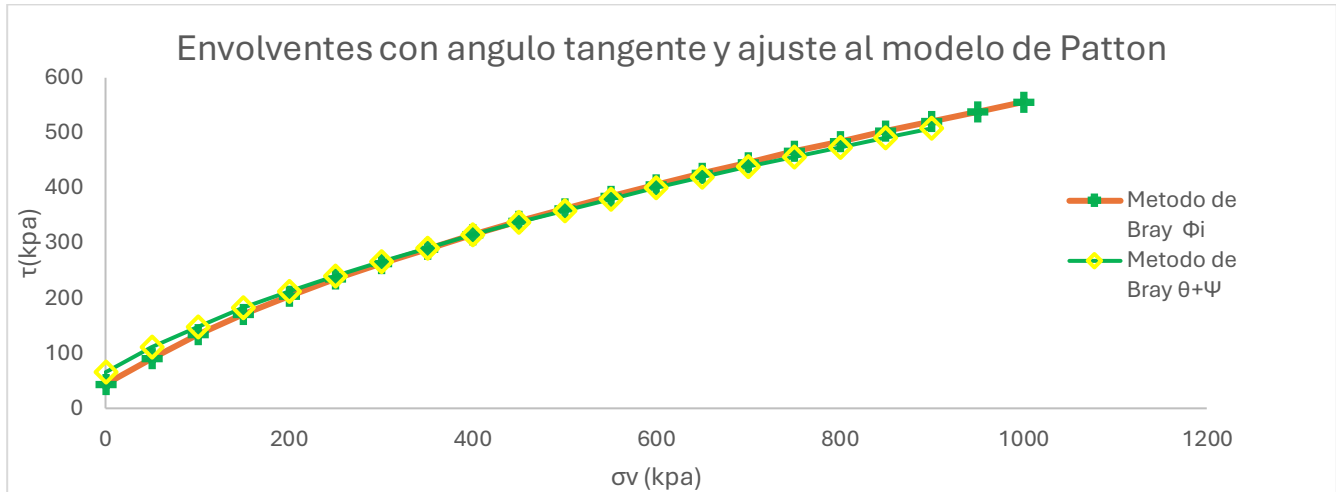


Figura 192.-Grafica de envolventes de falla Morh Coulomb y Patton

Seguidamente se usa el modelo Beta con una cohesión nula de la siguiente manera:

$f_s = \frac{2}{3} [c' + K\sigma_v \tan\phi]$  comparada contra  $f_s = \frac{2}{3} [K\sigma_v \tan(\phi_s)]$ , donde  $k_0$  = coeficiente  $\sigma_v$ =esfuerzo vertical, los resultados se presentan en la figura 23.

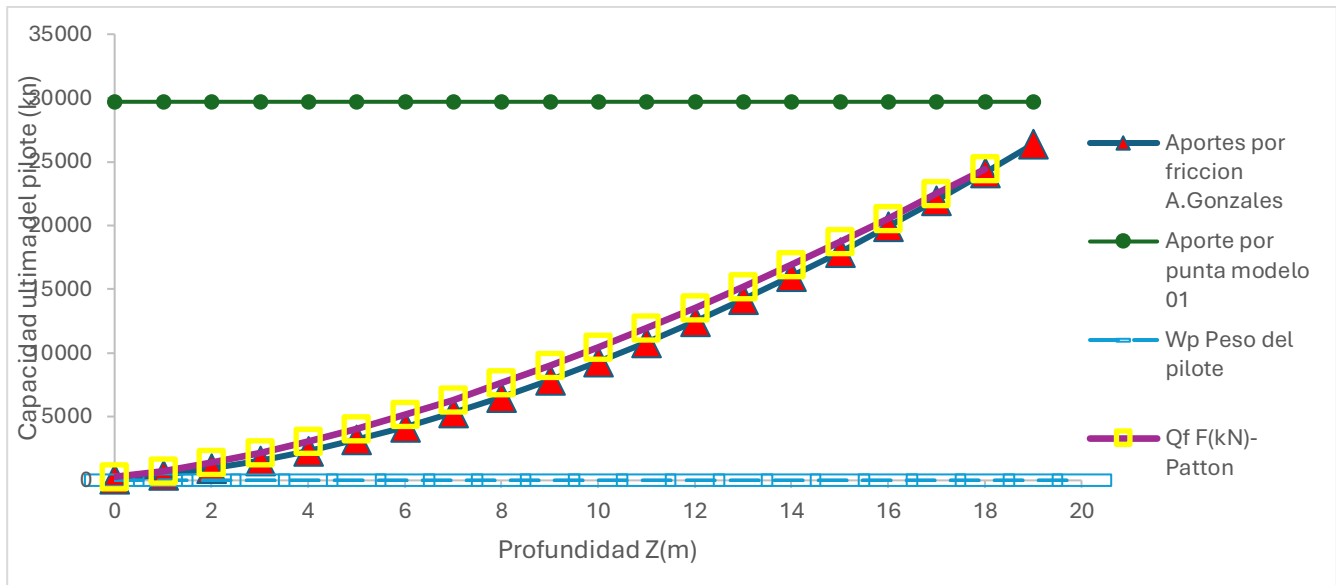


Figura 23.-Grafica de capacidad última en el Fuste comparación González y Patton (1966)

Nótese en la figura 23 que las gráficas de González y el método propuesto usando Patton (1966) son iguales. Por lo que podemos afirmar que el modelo de Patton (1966)[19] no necesita adición de cohesión instantánea; solo se aplica el  $K_0$ , que corresponde al coeficiente para transformar esfuerzos verticales en

horizontales. Con esto, se busca dar claridad a que el marco conceptual utilizando el modelo de Patton es válido y confiable incluyendo el valor de la dilatancia específicamente.

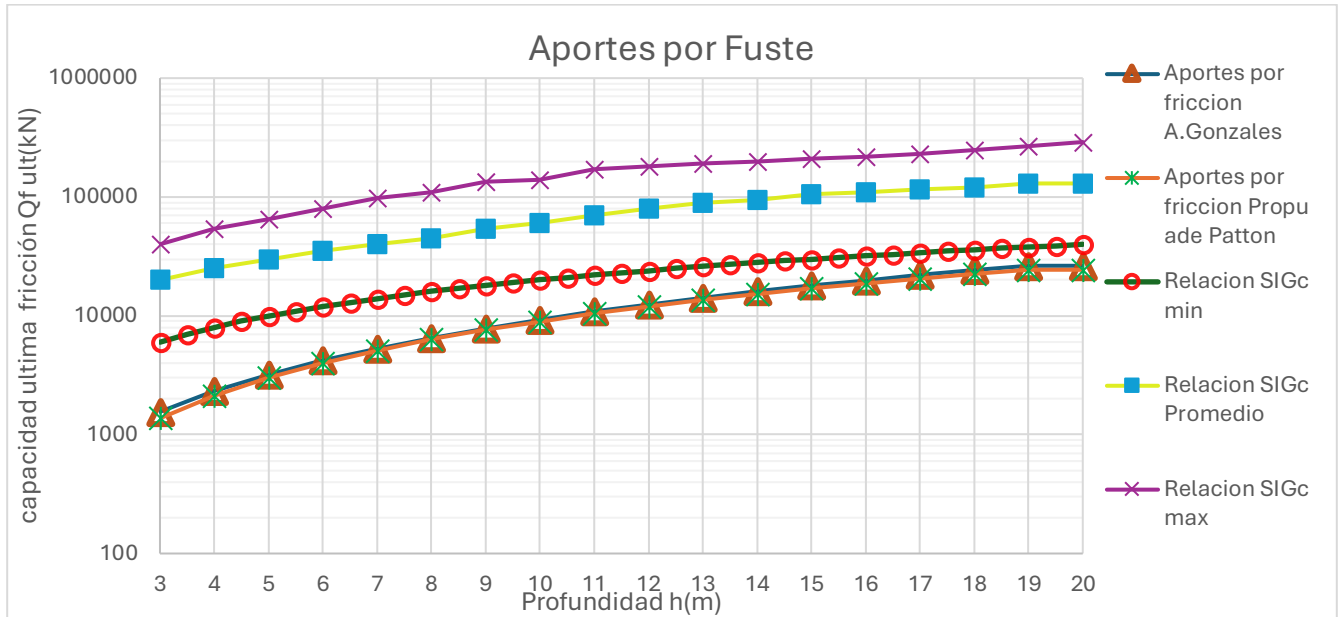


Figura 24.-Grafica de aportes por fuste Morh Coulomb y Patton

En el modelo de Patton [19], presenta expresiones más simples. Partiendo de un concepto claro de la dilatancia. Las gráficas generadas como resultado, difieren solo en pequeños valores, estableciendo comportamientos iguales, dando valides al ajuste realizado.

Para los aportes punta se rempaza en el método de Vesic(1977)

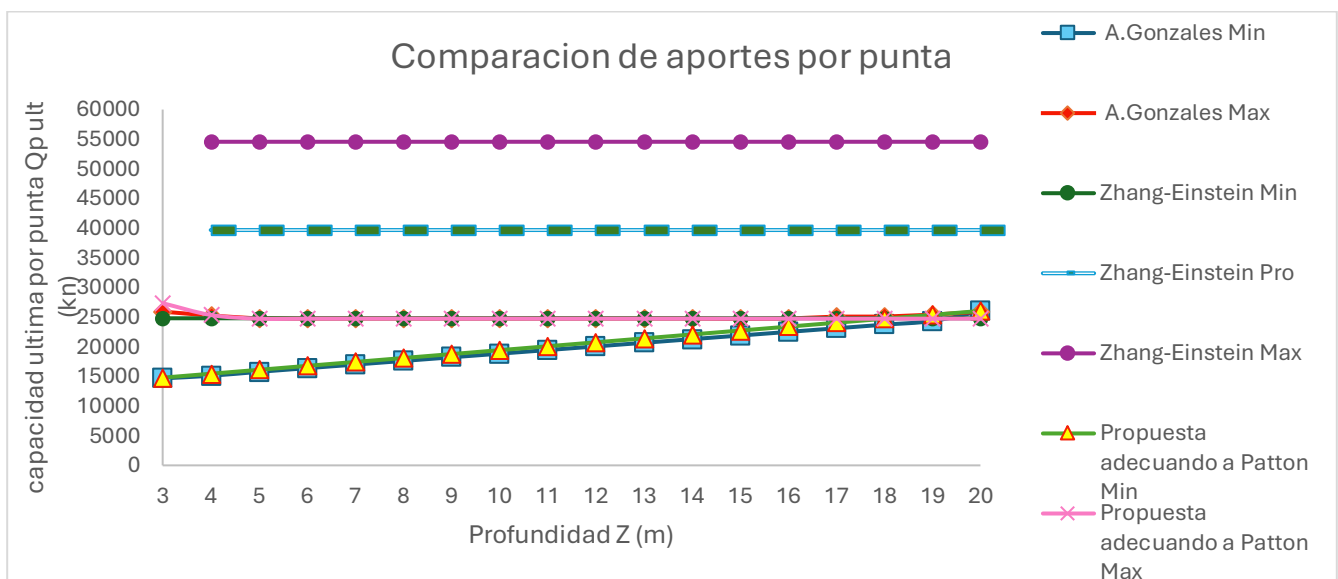


Figura 25.-Grafica de aportes por punta modelo de Vesic y Patton

Para el aporte por punta, utilizando las ecuaciones de Vesic (1977), se cambia el ángulo de fricción instantáneo por el ángulo secante y se elimina los valores de  $c'$  (parámetro de cohesión). Nótese que se calculó y desarrolló conforme se especifica en el documento de González [2]. Se usaron valores máximos y valores mínimos del módulo de deformación,  $E_m$ . Los valores de la resistencia en la punta obtenidos usando el marco conceptual del modelo de Patton son iguales a los dados por González. Por tal motivo podemos dar validez al ajuste realizado nuevamente. El cual consistió en la implementación del ángulo secante mediante del modelo de Patton (1966) [19].

## 10. DISCUSIÓN

Al comparar los métodos, se puede afirmar lo siguiente:

- El método tangente planteado por A. González, transforma las coordenadas de los ejes principales ( $\sigma_1, \sigma_3$ ) a coordenadas ( $\tau, \sigma_n$ ). Este método es riguroso y se fundamenta en la variación de los parámetros  $c'$  y  $\tan\phi$  en función del esfuerzo normal efectivo  $\sigma_n$ .
- El método de González presenta resultados conservadores, pero bien fundamentados en relación con los parámetros del módulo de deformación del macizo rocoso. Este posee sus bases en ecuaciones sigmoideas, provenientes de ensayos de campo (in-situ) que describen mejor el comportamiento para este tipo de macizo rocoso. Dichos parámetros son fundamentales para el método de Vesic (1977), considerado como un método preciso y estricto que entrega los aportes por punta.
- González detalla el comportamiento curvo de la envolvente de resistencia.
- El método Patton (1966) [19] permite esquematizar y comprender todo el estado de esfuerzos del material. Facilita la distinción de parámetros clave como el ángulo de fricción básica ( $\phi_b$ ), el ángulo residual ( $\phi_R$ ), el ángulo residual a tracción ( $\phi_{rt}$ ), y el ángulo de dilatación ( $\Psi$ ).

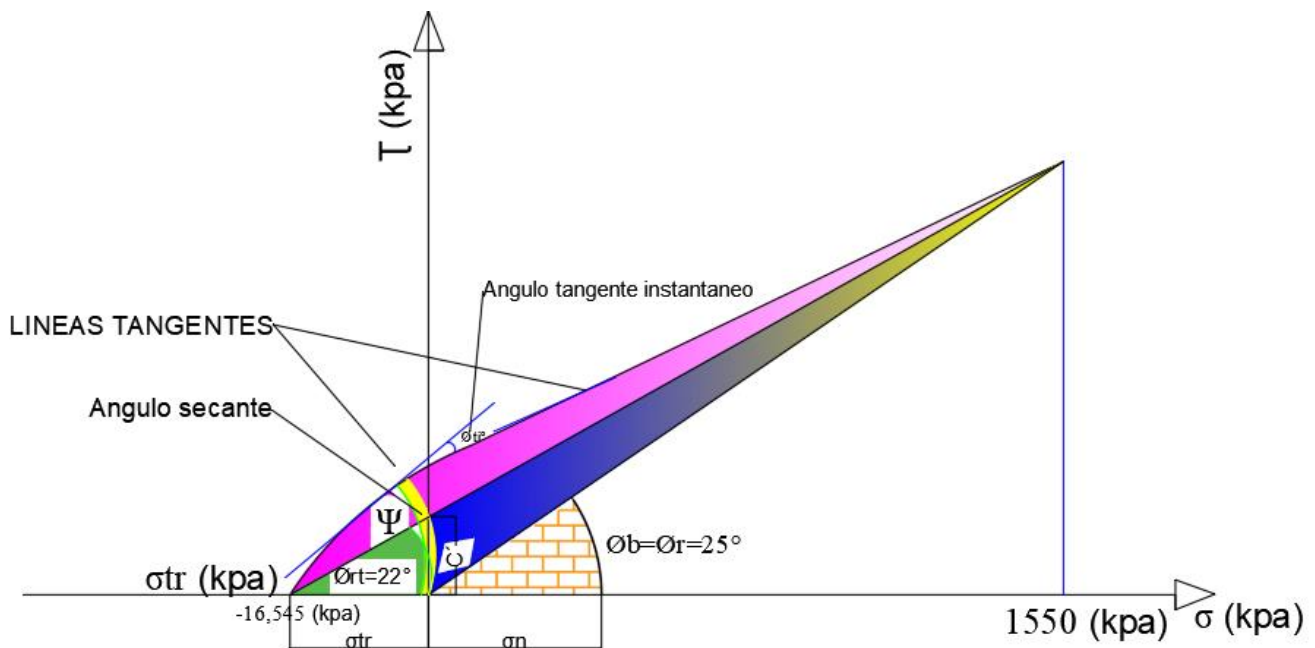


Figura 20.-Especificación de ángulos existentes, líneas tangentes en el caso planteado por A. González

$\phi_b = \text{ángulo básico efectivo del material} = \phi_R = \text{ángulo efectivo residual}$

$\phi_{rt} = \text{ángulo efectivo residual de tracción}$

$\Psi = \text{ángulo efectivo de dilatación}$

$\phi_t = \text{ángulo instantáneo tangente}$

- La estimación del ángulo de dilatación nos permite determinar con precisión el punto donde el material presentara un cambio de estado.
- Los resultados obtenidos por fuste son equivalentes en ambos métodos, lo que confirma su fiabilidad. Sin embargo, es importante destacar que ambos métodos presentan resultados muy conservadores en comparación con los métodos adicionales presentados por A. González.
- De manera similar, los aportes por punta de los métodos de Patton y González arrojan resultados iguales, validando así los ajustes realizados.
- El método de Patton propone un ángulo adicional, el cual corresponde al ángulo residual a tracción  $\phi_{rt}$ , enriqueciendo el análisis de los estados de esfuerzo del material.

Para finalizar esta discusión, se concluye que ambos métodos son válidos para el análisis planteado. Tras evaluar las características de cada uno, se destaca que el método de envolvente de falla de Patton (1966), aunque no asume valores de cohesión, utiliza el ángulo básico del material como parámetro principal. Este enfoque comparte el mismo principio que motivó a González a realizar la modelación utilizando el método de Bray, el cual se fundamenta en la variación de los parámetros esenciales en función del esfuerzo efectivo normal. Esto surge debido a la notable fluctuación, de los valores del ángulo de fricción interno ( $\phi$ ) del material. Estos parámetros se aplican posteriormente mediante el modelo de Mohr-Coulomb en la ecuación para el cálculo por fuste, marcando la única diferencia con respecto al ajuste que no contempla el modelo de Patton (1966).

## 11. CONCLUSIONES

- La dilatancia, después de más de 100 años de estudio, ha demostrado ser un parámetro fundamental. Este concepto ha contribuido a una comprensión más precisa de la relación de vacíos, favoreciendo el desarrollo de los conceptos de esfuerzo efectivo y esfuerzo total.
- Hasta la fecha, el concepto más claro de dilatancia ha sido expuesto por Taylor (1948) y Patton (1966), quienes presentan los métodos más acertados al respecto. El modelo de Patton, como modelo empírico, describe el comportamiento de materiales con superficies rugosas, convirtiéndolo en una herramienta esencial para el diseño de cimentaciones profundas.
- En los ejemplos documentados de los problemas relacionados con la dilatancia, se observa una gran hermeticidad de la información. Esto se debe a que esta problemática puede incrementar considerablemente los costos de las soluciones, dado que las grandes cargas transmitidas a las cimentaciones profundas en roca requieren estudios detallados, los cuales a veces no se llevan a cabo.
- A pesar de los conocimientos existentes sobre este estado de esfuerzo y deformación, se nota una evasión hacia el uso del concepto de la dilatancia. Los métodos planteados para el cálculo de cimentaciones profundas, como los de Hoek-Brown, adaptados a la teoría de Mohr-Coulomb y utilizando parámetros tangentes a la envolvente de falla, asumen implícitamente el parámetro de dilatancia. Sin embargo, se desconoce cómo se comprende este estado de esfuerzos dentro del método de A. González, lo que conduce a la aplicación de parámetros teóricos que hacen los modelos más complejos y los cuales entregan información sin la profundidad necesaria.
- Al revisar el método de A. González [2] en cimentaciones profundas en roca, se identifican procesos que podrían mejorarse mediante la aplicación de conceptos del método de falla de Patton (1966). La implementación del ángulo residual a tracción  $\phi_{rt}$  un concepto relativamente nuevo, que permite identificar con mayor precisión el comportamiento del material en condiciones de esfuerzo a tracción. Con esto, dar claridad al estado de esfuerzo y el concepto de dilatancia, eliminando la necesidad de asumir parámetros instantáneos o hacer suposiciones, logrando los mismos resultados de manera más clara y sencilla.

## 12. SUGERENCIAS PARA FUTUROS ESTUDIOS

- Tomando en cuenta la gran relevancia del concepto de dilatación y como punto de partida no solo este estado del arte, sino también los elementos de conocimiento disponibles, sería importante planificar para estudios futuros la implementación de métodos o modelos que consideren todo el estado de esfuerzos y deformación de la dilatación en el diseño de cimentaciones profundas en roca. Esto es relevante ya que, a la fecha, existen recursos que permiten identificar con mayor precisión las capacidades mecánicas de los materiales.
- Proponer metodologías para incluir la dilatación en los cálculos de capacidad de carga y asentamiento.
- Desarrollar estudios donde se evalué el efecto de la dilatación en el comportamiento a largo plazo de cimentaciones sometidas a cargas repetidas o diferenciales.

## REFERENCIAS

1. FIUBA-Geotecnia; (11 abr 2021). <https://youtu.be/kzwS8ZrAduo?si=LkD7Q t vGUK9TFv>
2. A.J González, UN MÉTODO APROXIMADO PARA ESTIMAR LA CAPACIDAD DE CARGA VERTICAL DE PILOTES EN ROCA, 2nd South American Symposium on Rock Excavations, Costa Rica 2012 San José, Costa Rica – August 7th – 9th, 2012
3. C.C. Avalos et all, Experimental Study of Homothetic Curves Influence on Sandy Soil Friction Angle and its Correlation with Dilatancy, (2019).
4. J. E. Bowles., Fundamentos de Ingeniería Geotécnica. McGraw-Hill, (1996).
5. R. F. Craig, Soil Mechanics. Spon Press, (1997).
6. Das, B. M., Principles of Geotechnical Engineering. Cengage Learning, (2011).
7. ASTM International. Varias normas ASTM (por ejemplo, ASTM D1518, ASTM D4221)
8. Schofield A. and Wroth, Critical state soil mechanics. McGraw-Hill. Pag(145), (1968). 21 de enero de 2010
10. J.F. Lupini, “THE RESIDUAL STRENGTH OF SOILS,” M.S tesis, Dept. Eng., Universidad de Londres, (1980).
11. Schofield A. and Wroth, Critical state soil mechanics. McGraw-Hill. Pag(135-136-137), (1968). 21 de enero de 2010
12. J. Burland, Soil Mechanics at Emmanuel College - Elegant, Rigorous and Relevant, universidad de Londres, (2005).
13. C. Vecatramaiah, GEOTECHNICAL ENGINEERING. NEW AGE INTERNATIONAL (P) LIMITED, PUBLISHERS. Cap 8 . University college of Engineering TIRUPATI, India, (2006).
14. A. W. Skempton, THE PORE-PRESSURE COEFFICIENTS A AND B, DSc., A.M.I.C.E., (1948)
15. J. H. Schmertmann, Generalizing and Measuring the Hvorslev Effective Components of shear Resistance, (1965).
16. M. Budhu, SOIL MECHANICS AND FOUNDATIONS, pag 273, (2010),
17. D. M.Wood, GEOTECHNICAL MODELLING, pag82, (2004)
18. W. D. Lambert, G. S. Dodd, The dilatancy of granular rocks. Journal of the Mechanics and Physics of Solids. Vol. 12, no. 3, pp. 181-199, 1964

19. A. G. Díez, P. M. Cedrún, Caracterización geomecánica de suelos y rocas, [tema 5.3 Resistencia en discontinuidades \(unican.es\)](#),
20. D. D. Pollard, R. M. Zoback, The mechanics of shear deformation in granular rocks. *Journal of Geophysical Research*. Vol. 82, no. B8, pp. 4253-4260, 1977
21. G. I. Barenblatt, G. A. Garagosh y V. M. Levy; On the theory of flow of granular materials, *Journal of Applied Mechanics*. Vol. 47, no. 3, pp. 677 – 685. 1980
22. P. A. Vermeer y S. F. de Baer, “Dilatancy in granular materials: A theoretical framework”. *Géotechnique*. Vol. 31, no 1, pp. 22 – 26. 1981
23. Casagrande, A. Classification and Identification of Soils, *Proc. A.S.C.E.*, 73, 783 – 810, 1947.
24. I. Vardoulakis, E. L. Schlunegger, Dilatancy and friction in fractured rock. *Journal*
25. Y. J. Jiang, M. S. Crabtree y L. J. Geler, Dilatancy and friction in granular rocks under confinement. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*. Vol. 38, no. 1, pp. 1 – 16. 2001
26. A. Gonzalez, *Rock strength and failure: some common and uncommon issues*, 2011
27. C. C. Avalos, S. R. Quispe, G. D. Ramírez, *Experimental Study of Homothetic Curves Influence on Sandy Soil Friction Angle and its Correlation with Dilatancy*, 2019
28. M. Tafili, T. Grandas, C. Triantafyllidis, T. Wichtmann, T. On the Dilatancy of Fine-Grained Soils. *Geotechnics*, 1, 192–215. <https://doi.org/10.3390/geotechnics1010010>, (2021).
29. K. C. Onyelowe et al, Extensive overview of soil constitutive relations and applications for geotechnical engineering problems, *Heliyon* 9 (2023) e14465, (2023)
30. A. P. Sheng, R. P. Liu y J. G. Li, Numerical simulation of dilatancy and flow behavior in granular rocks during hydraulic fracturing. *Journal of Petroleum Science and Engineering*. (2024).
31. J.A.Prieto, *Notas de clase dilatancia, especialización en suelos y cimentaciones*, Universidad EAFIT, 2023
32. Roscoe, K. H., Schofield, A. N., & Wroth, C. P. On the yielding of soils. *Géotechnique*, 8(1), 22-53. (1958)
33. R. F. Craig, *Soil mechanics*. Spon Press. (2004).
34. A. Nascimento, & A. Bittencourt. "Geotechnical Challenges in the Construction of Belo Monte Hydroelectric Plant." *Geotechnical and Geological Engineering*. (2014)
35. IBAMA. "Relatório de Impacto Ambiental - Belo Monte." Instituto Brasileiro do Meio Ambiente e dos Recursos Naturais Renováveis. (2011).
36. J. Cuervo, "Geotechnical Analysis for El Quimbo Dam." *Revista de Ingeniería Civil*. (2013).

37. ISAGEN. "Proyecto Hidroeléctrico El Quimbo - Informe Final de Evaluación de Impacto Ambiental." ISAGEN S.A. (2014).
38. Changuinola Hydroelectric Project. (2009). "Environmental Impact Assessment." FCP
39. González, E. (2010). "Geotechnical Considerations for the Changuinola Dam." *Revista de Geotecnia y Recursos Hidráulicos*.
40. Zhang, Y., & Chen, L. (2018). "Geotechnical Issues and Solutions for Karamay Dam." *Journal of Earth Sciences and Engineering*.
41. Ministerio de Recursos Hídricos de China. (2017). "Informe de Construcción de la Presa de Karamay."
42. Emgesa S.A. (2016). Informe de Sostenibilidad 2015. Enlace a la página de Emgesa (<https://www.enel.com.co/es/inversionista/enel-emgesa/memorias.html>)
43. Interenergy Group. (2011). Memoria Anual 2010. (<https://interenergy.com/panama/>) .
44. Cruz, A., & García, M. "Desafíos Geotécnicos en la Construcción de la Presa Changuinola". *Revista de Ingeniería de Construcción*, 50(2), 15-26. (2013)
45. Ministry of Water Resources, China. (2018). "Annual Report on Hydroelectric Projects in Xinjiang." [Consulta el sitio web del ministerio para documentos relevantes].
46. Xie, J., & Zhang, L. (2015). "Geotechnical Challenges in the Construction of the Karamay Dam." *International Journal of Water Resources Development*, 31(4), 577-590.
47. Wang, H., & Li, S. (2016). "Impact of Expansive Soils on Dam Stability: A Case Study of Karamay." *Journal of Engineering Geology*, 24(2), 145-158.
48. J.A.Prieto. 05,2023, "Estado critico del suelo- mohr coulomb, Universidad EAFIT.
49. C. Rendulic, "Dilatancia de los Suelos: Un Enfoque Experimental." *Revista de la Asociación Argentina de Geología*, 17(2), 145-164. (1962).
50. C. Rendulic, "Comportamiento de Suelos Granulares bajo Esfuerzo Cortante." *Geotecnia*, 30(1), 23-35. (1976).
51. A.Casagrande. "The Determination of the Preconsolidation Load and Its Practical Applications." *Transactions of the American Society of Civil Engineers*, 102(1), 130-145. (1936).
52. A. Casagrande. "Classification of Soils." *Proceedings of the American Society of Civil Engineers*, 74(1), 1-32. (1948).
53. A. Casagrande, "Dilatancy of Granular Soils." *Journal of Soil Mechanics and Foundations Division*, 96(SM4), 1271-1294. (1970).

54. B.M. Das. "Fundamentos de la ingeniería Geotécnica", Cap 18, cuarta edición. Cengage Learning. 2013.
55. A. Vesic, - Design of Pile Foundations- NCHRP Synthesis 42 - 68pp- National Cooperative Highway Research Program- Transportation Research Board – Washington D.C.-1977
56. A. Serrano; C. Olalla "Ultimate bearing capacity of rock masses". Int J Rock Mech Min Sci & Geomech Abstr 1994;31:93–106. (1994)
57. E. Hoek, Strength of jointed rock masses, 23rd. Rankine Lecture. Géotechnique 33(3), 187-223. (1983)
58. Norte Energia usina Hidrelétrica Belo Monte, 03.2014, Relatório anual 2013, [https://www.norteenergiasa.com.br/media/gallery/docs/20231119-180136-194-0D3F\\$2013-relatorio-anual-de-administracao-2013.pdf](https://www.norteenergiasa.com.br/media/gallery/docs/20231119-180136-194-0D3F$2013-relatorio-anual-de-administracao-2013.pdf)
59. Emgesa, Proyecto Central Hidroeléctrico El Quimbo, <https://es.scribd.com/document/386238206/Anexo-1B-Presentacion-EMGESA-Proyecto-Hidroelectrico-El-Quimbo>. 2011
60. Enel Colombia, 31-03-2014, Memorial Anual Emgesa 2013, [https://www.enel.com.co/content/dam/enelco/espa%C3%B1ol/accionistas\\_e\\_inversionistas/generaci%C3%B3n/informaci%C3%B3n\\_financiera/memorias\\_anuales/2013/memoria\\_emgesa\\_web.pdf](https://www.enel.com.co/content/dam/enelco/espa%C3%B1ol/accionistas_e_inversionistas/generaci%C3%B3n/informaci%C3%B3n_financiera/memorias_anuales/2013/memoria_emgesa_web.pdf). 2013
61. CEDSA, S.A, 23/08/2021, Planificación de las acciones durante emergencias (PADE) Central hidroeléctrica Changuinola. 2021
62. <https://chatgpt.com/c/674119ea-17b4-800b-81a2-fb9a3d66b2e4> << Angulo de fricción filitas y esquistos >>
63. R. E. Goodman, Introduction to Rock Mechanics. John Wiley & Sons., (1980)

## Recursos adicionales de la Biblioteca para realizar tu trabajo de grado:

- Servicios:
  - [Entrega de tesis](#)
  - [Consultorio de estilos de citación y análisis de originalidad con Turnitin](#)
  - [Búsquedas bibliográficas](#)
  
- Guías y tutoriales:
  - [Guía IEEE para la citación y elaboración de referencias](#)
  - [Guía de Norma APA séptima edición para la citación y elaboración de bibliografías](#)
  - [¿Cómo insertar citas y referencias con Mendeley?](#)
  - [Guías y tutoriales para la búsqueda de información en bases de datos bibliográficas](#)
  
- Cursos de formación:
  - [Solicitud de cursos presenciales sincrónicos](#)
  - [Oferta semanal](#)