



Vigilada Mineducación

**Desarrollo y comparación de modelos ARIMA-GARCH y SARIMA-GARCH para la estimación del tipo de cambio USD/COP y propuesta de coberturas cambiarias con derivados *forward* para empresa importadora de autopartes en Colombia**

Por

**Daniel Caballero Rosas**

Trabajo de grado presentado como requisito para optar por al título de Magíster en  
Administración Financiera

Asesor

Luis Felipe Molina Sierra

UNIVERSIDAD EAFIT

Maestría en Administración Financiera

Escuela de Finanzas, Economía y Gobierno

Pereira, 2025

## RESUMEN

Esta investigación analizó la estimación del tipo de cambio USD/COP mediante el desarrollo y la comparación de los modelos ARIMA-GARCH y SARIMA-GARCH, con el fin de diseñar estrategias de cobertura cambiaria. Se emplearon datos de la Tasa Representativa del Mercado (2019-2024) y técnicas de optimización en *Python*. Los resultados indicaron que SARIMA-GARCH ofreció mayor precisión predictiva al capturar fluctuaciones estacionales y reducir errores frente a ARIMA-GARCH. Con base en estos pronósticos, se propusieron estrategias de cobertura con *forwards* para mitigar el riesgo cambiario. No obstante, la incertidumbre del mercado y eventos inesperados pueden afectar la precisión de los modelos, por lo que se recomendó su recalibración cada 60-90 días. La combinación de series de tiempo con heterocedasticidad condicional resultó clave en mercados volátiles, aunque su alta demanda computacional puede ser una limitación. Este estudio aporta herramientas aplicables a la gestión del riesgo cambiario, optimizando la toma de decisiones financieras en empresas importadoras.

*Palabras clave:* series de tiempo, ARIMA, SARIMA, GARCH, tipo de cambio USD/COP, cobertura cambiaria, contratos forward

## ABSTRACT

This research analyzed the estimation of the USD/COP exchange rate through the development and comparison of ARIMA-GARCH and SARIMA-GARCH models to design hedging strategies. Historical data from the Representative Market Rate (2019-2024) and

optimization techniques in Python were used. Results indicated that SARIMA-GARCH provided higher predictive accuracy by capturing seasonal fluctuations and reducing errors compared to ARIMA-GARCH. Based on these forecasts, forward contract hedging strategies were proposed to mitigate exchange rate risk. However, market uncertainty and unexpected events may affect model accuracy, making recalibration every 60-90 days advisable. The combination of time series models with conditional heteroskedasticity proved essential in volatile markets, although its high computational demand can be a limitation. This study provides applicable tools for exchange rate risk management, optimizing financial decision-making for importing companies.

*Keywords:* Time series, ARIMA, SARIMA, GARCH, USD/COP exchange rate, exchange rate hedging, forwards contracts

## CONTENIDO

INTRODUCCIÓN .....	10
1. MARCO TEÓRICO.....	11
1.1. INTRODUCCIÓN A LAS SERIES DE TIEMPO .....	11
1.1.1. Definición de series de tiempo .....	11
1.1.2. Componentes de una serie de tiempo .....	11
1.1.3. Importancia de las series de tiempo en la predicción económica .....	13
1.2. MODELOS DE SERIES DE TIEMPO .....	13
1.2.1. Modelos clásicos de series de tiempo .....	13
1.2.2. Descripción del modelo ARIMA.....	15
1.2.3. Componentes del modelo ARIMA .....	15
1.2.4. Formulación integrada del modelo ARIMA.....	16
1.2.5. Metodología para la calibración del modelo ARIMA.....	18
1.2.6. Modelos estacionales ARIMA (SARIMA) .....	18
1.2.7. Componentes del modelo SARIMA (p,d,q) (P,D,Q).....	19
1.2.8. Formulación integrada del modelo SARIMA .....	20
1.2.9. Modelos para varianza condicional.....	21
1.2.10. Descripción del modelo ARCH.....	21
1.2.11. Evolución hacia el modelo GARCH .....	22
1.3. EL TIPO DE CAMBIO USD/COP .....	24
1.3.1. Contexto económico del tipo de cambio .....	24
1.3.2. Factores macroeconómicos que afectan el tipo de cambio .....	24
1.3.3. Comportamiento histórico del tipo de cambio USD/COP .....	25
1.4. MODELOS ARIMA APLICADOS A LA PREDICCIÓN CAMBIARIA .....	28
1.4.1. Implementación de modelos ARIMA para predicciones financieras .....	28
1.4.2. Ejemplos de estudios previos, en diferentes países, que aplican ARIMA en la estimación del tipo de cambio.....	28
1.5. COMPARACIÓN DE MODELOS DE SERIES DE TIEMPO .....	31
1.5.1. Criterios de evaluación de modelos .....	31
1.5.2. Comparación de la precisión de ARIMA frente a otros modelos de series de tiempo	34
1.6. INSTRUMENTOS FINANCIEROS DERIVADOS .....	35
1.6.1. Definición de los derivados.....	35

1.6.2. Contexto colombiano .....	36
1.6.3. Paridad de la tasa de interés .....	38
2. METODOLOGÍA .....	40
2.1. DATOS DE ANÁLISIS.....	40
2.2. DESARROLLO DE LOS MODELOS EN PYTHON.....	41
2.3. MODELOS ARIMA-GARCH Y SARIMA-GARCH.....	42
2.4. PROPUESTAS DE COBERTURAS CAMBIARIAS .....	49
3. RESULTADOS .....	50
3.1. COMPARACIÓN DE LOS MODELOS ARIMA-GARCH Y SARIMA-GARCH.....	50
3.2. MODELO SARIMA (3, 1, 3) (1, 1, 1) [90] .....	53
3.3. CONTRATAR O NO CONTRATAR EL <i>FORWARD</i> .....	58
4. CONCLUSIONES .....	62
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	65
ANEXOS.....	69
ANEXO 1. Código Python modelo más acertado SARIMA-GARCH (3,1,3) (1,1,1) [90] .....	69

**LISTA DE TABLAS**

Tabla 1 Relación ACF, PACF, prueba Ljung-box y p-value serie original entrenamiento.....	43
Tabla 2 Proceso optimización parámetros Pmdarima modelo ARIMA (1, 1, 0).....	45
Tabla 3 Proceso optimización parámetros Itertool modelo ARIMA (2, 1, 2) .....	46
Tabla 4 Comparación modelos ARIMA y SARIMA.....	51
Tabla 5 Comparación varianzas GARCH modelos ARIMA y SARIMA .....	51
Tabla 6 Resumen modelo SARIMA (3, 1, 3) (1, 1, 1) [90].....	54
Tabla 7 Resumen GARCH modelo SARIMA (3, 1, 3) (1, 1, 1) [90].....	57

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 Comportamiento tipo de cambio USD/COP 2019 – 2023 .....	26
Figura 2 Histograma tipo de cambio USD/COP 2019 – 2023 .....	27
Figura 3 Evolución tipo de cambio USD/COP 2019 – 2023 .....	41
Figura 4 Gráficas de ACF y PACF serie original entrenamiento .....	43
Figura 5 Serie original entrenamiento diferenciada .....	44
Figura 6 Gráficas de ACF y PACF serie original entrenamiento diferenciada .....	44
Figura 7 Descomposición estacional serie original entrenamiento .....	47
Figura 8 Gráfico diagnóstico modelo SARIMA (3, 1, 3) (1, 1, 1) [90] .....	54
Figura 9 Gráfico predicción versus entrenamiento modelo SARIMA (3, 1, 3) (1, 1, 1) [90] .....	55
Figura 10 Gráfico forecast versus prueba modelo SARIMA (3, 1, 3) (1, 1, 1) [90] .....	56
Figura 11 Gráfico pronóstico SARIMA (3, 1, 3) (1, 1, 1) [90] - GARCH (1, 1) .....	58
Figura 12 Gráfico pronóstico SARIMA-GARCH versus curvas forward de 60 y 90 días .....	59
Figura 13 Gráfico diferencias tasa escogida versus tasa más barata - spot vs forward 60 días .....	61
Figura 14 Gráfico diferencias tasa escogida versus tasa más barata - spot vs forward 90 días .....	61

## LISTA DE ECUACIONES

Ecuación 1 Ecuación de autorregresión (AR) .....	15
Ecuación 2 Ecuación de media móvil (MA) .....	16
Ecuación 3 Ecuación general ARIMA .....	17
Ecuación 4 Polinomio autorregresivo de orden $p$ .....	17
Ecuación 5 Polinomio de media móvil de orden $q$ .....	17
Ecuación 6 Operador de rezago .....	17
Ecuación 7 Ecuación completa ARIMA .....	17
Ecuación 8 Polinomio autorregresivo de orden $p$ .....	20
Ecuación 9 Polinomio autorregresivo de orden $P$ .....	20
Ecuación 10 Diferenciación ordinaria.....	20
Ecuación 11 Diferenciación estacional .....	20
Ecuación 12 Polinomio de media móvil de orden $q$ .....	20
Ecuación 13 Polinomio de media móvil estacional de orden $Q$ .....	20
Ecuación 14 Ecuación general SARIMA.....	21
Ecuación 15 Ecuación general ARCH .....	22
Ecuación 16 Ecuación general GARCH .....	23
Ecuación 17 Ecuación de AIC.....	32
Ecuación 18 Ecuación de BIC.....	32
Ecuación 19 Prueba de Ljung-Box.....	33
Ecuación 20 Paridad de tasa de interés cubierta .....	38
Ecuación 21 Desviación teórica .....	39

## LISTA DE SIGLAS

Sigla	Sigla en inglés	Sigla en español
ARIMA	<i>Autoregressive integrated moving average</i>	Autorregresivo integrado de promedio móvil
ARMA	<i>Autoregressive moving average</i>	Autorregresivos de media móvil
ARCH	<i>Autoregressive conditional heteroskedasticity</i>	Heterocedasticidad condicional autorregresiva
GARCH	<i>Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity</i>	Heterocedasticidad condicional autorregresiva generalizada
MSE	<i>Mean square error</i>	Error cuadrático medio
MAPE	<i>Mean absolute percentage error</i>	Error absoluto porcentual medio
AIC	<i>Akaike information criterion</i>	Criterio de información de Akaike
BIC	<i>Bayesian information criterion</i>	Criterio de información bayesiano
OTC	<i>Over-the-counter</i>	Mercado extrabursátil
SOFR	<i>Secured overnight financing rate</i>	Tasas de financiación garantizadas durante la noche

## INTRODUCCIÓN

El tipo de cambio USD/COP es un factor determinante en la economía colombiana, que impacta especialmente en empresas importadoras, expuestas a su volatilidad. Por tanto, la predicción precisa del tipo de cambio y el diseño de estrategias de cobertura financiera son esenciales para una gestión eficiente del riesgo cambiario. Es el caso de Jota Repuestos S.A., una importadora de autopartes situada en el Eje Cafetero, que enfrenta riesgos cambiarios que afectan su flujo de caja y sus costos operativos.

Con el objetivo de estimar la evolución del USD/COP y de diseñar estrategias de cobertura con derivados *forward*, en el presente estudio se comparan los modelos ARIMA-GARCH y SARIMA-GARCH. Para lograrlo, se emplean datos históricos de la tasa de cambio representativa del mercado (TRM) entre 2019 y 2024, calibrando los modelos con técnicas de optimización en Python. A través de métricas de precisión, se busca determinar el modelo más eficiente, en términos de capacidad predictiva y volatilidad condicional.

Esta investigación contribuye teórica y empíricamente a la literatura sobre predicción cambiaria y cobertura financiera, al integrar modelos de series de tiempo con herramientas de gestión del riesgo. Los resultados pueden ser aplicados por importadores y otros actores que requieran optimizar su exposición a la volatilidad cambiaria; asimismo, se incorpora un enfoque basado en intervalos de confianza, para adaptar estrategias de cobertura a escenarios inciertos, y se centra en estimaciones de corto y mediano plazo (60-90 días) alineadas con los ciclos de importación de Jota Repuestos S.A. No obstante, se reconocen limitaciones derivadas de factores exógenos tales como cambios en la política monetaria de la FED o variaciones en precios de *commodities*.

## **1. MARCO TEÓRICO**

### **1.1. INTRODUCCIÓN A LAS SERIES DE TIEMPO**

#### **1.1.1. Definición de series de tiempo**

Una serie de tiempo es un conjunto de observaciones ordenadas cronológicamente, que representan el comportamiento de una variable a lo largo del tiempo. El análisis de series de tiempo implica la observación y modelado de datos recogidos en intervalos regulares, donde la dependencia temporal entre los valores observados juega un rol fundamental. Las series de tiempo son fundamentales en diversas disciplinas, como la economía, las finanzas y la meteorología, entre otras, ya que permiten analizar y pronosticar fenómenos con base en patrones históricos (Box et al., 2015).

En la economía, por ejemplo, se utiliza el análisis de series de tiempo para predecir variables tales como la inflación, el producto interno bruto (PIB) o los tipos de cambio. Estas predicciones son de gran importancia para la toma de decisiones estratégicas en mercados financieros y la formulación de políticas económicas (Hamilton, 1994).

#### **1.1.2. Componentes de una serie de tiempo**

Las series de tiempo suelen descomponerse en cuatro componentes básicos: tendencia, estacionalidad, ciclos y ruido, que se describen a continuación.

La tendencia representa el movimiento a largo plazo de la serie, que refleja un crecimiento o una disminución sostenida en el tiempo. Este componente es particularmente relevante cuando se estudian fenómenos económicos con un comportamiento ascendente o descendente persistente, como la inflación o el crecimiento económico. La tendencia puede ser lineal o no lineal, y su identificación es clave para un análisis eficaz de las series de tiempo (Chatfield, 2003; Hyndman y Athanasopoulos, 2018).

El componente de estacionalidad se refiere a fluctuaciones regulares que ocurren en intervalos de tiempo específicos, usualmente anuales o trimestrales. En el contexto económico, la estacionalidad se observa, por ejemplo, en los datos de ventas minoristas, que suelen aumentar durante las temporadas festivas, como la Navidad. Reconocer los patrones estacionales es esencial para ajustar las predicciones y evitar sobreestimar o subestimar comportamientos esperados en ciertos períodos (Makridakis et al., 1984).

Los ciclos son movimientos repetitivos de la serie que, a diferencia de la estacionalidad, no ocurren a intervalos regulares y pueden estar asociados a factores económicos o políticos. Estos ciclos suelen durar más que los períodos estacionales y pueden estar relacionados con fenómenos como las fases del ciclo económico (expansión y recesión) (Box et al., 2015).

Finalmente, el ruido representa las variaciones aleatorias no explicadas por la tendencia, la estacionalidad o los ciclos. Es importante destacar que el ruido es impredecible y puede surgir por factores externos inesperados. Su presencia desafía la precisión de los modelos predictivos, ya que no se puede anticipar con base en patrones previos (Hyndman y Athanasopoulos, 2018).

### **1.1.3. Importancia de las series de tiempo en la predicción económica**

El análisis de series de tiempo es crucial para la predicción de variables económicas, debido a su capacidad para modelar patrones temporales complejos. La predicción económica basada en series de tiempo permite a los gobiernos y empresas anticipar cambios en variables clave, como los tipos de interés, la inflación o los tipos de cambio, y tomar decisiones informadas (Hyndman y Athanasopoulos, 2018). En los mercados financieros, por ejemplo, predecir el comportamiento del tipo de cambio o los precios de las acciones es vital para diseñar estrategias de inversión y cobertura de riesgos (Chatfield, 2003).

El uso de modelos de series de tiempo, como el modelo autorregresivo integrado de promedio móvil (ARIMA, por sus siglas en inglés *autoregressive integrated moving average*), ha demostrado ser eficaz en la predicción de variables económicas, pues permite identificar patrones pasados y utilizarlos para realizar proyecciones. Estos modelos son especialmente valiosos cuando no se dispone de una comprensión completa de los factores subyacentes que influyen en la variable de interés, pero se cuenta con suficiente información histórica para modelar las dependencias temporales (Box et al., 2015).

## **1.2. MODELOS DE SERIES DE TIEMPO**

### **1.2.1. Modelos clásicos de series de tiempo**

Los modelos de series de tiempo son herramientas matemáticas diseñadas para modelar y predecir el comportamiento de datos que dependen del tiempo. Entre los enfoques más clásicos se destacan

los modelos de media móvil (MA), los autorregresivos (AR), los autorregresivos de media móvil (ARMA, por sus siglas en inglés *autoregressive moving average*) y los autorregresivos integrados de media móvil (ARIMA).

Los modelos de media móvil (MA) se basan en el supuesto de que el valor de una serie en un momento dado es una combinación lineal de los errores aleatorios pasados. Estos errores, también llamados términos de ruido o *shocks*, son importantes porque capturan la variabilidad no explicada por el modelo. Los modelos MA permiten suavizar las fluctuaciones aleatorias y resaltar patrones subyacentes en los datos. Por ejemplo, un MA(1) indica que el valor actual depende de un error rezagado de un período (Box et al., 2015).

Los modelos autorregresivos (AR) utilizan una relación lineal entre el valor actual de la serie y los valores pasados de la misma; es decir, un modelo AR asume que los valores anteriores contienen información relevante para predecir el valor futuro de la serie. Un modelo AR( $p$ ) incluye hasta  $p$  rezagos de la variable dependiente, donde la magnitud de estos rezagos puede variar según el contexto de la serie (Hamilton, 1994).

Los modelos ARMA combinan los enfoques de AR y MA, capturando tanto la dependencia de los valores pasados como de los errores anteriores. El modelo ARMA es útil cuando los datos presentan una combinación de patrones persistentes y ruido aleatorio. Sin embargo, uno de los principales supuestos del ARMA es que la serie es estacionaria; es decir, sus propiedades estadísticas, como la media y la varianza, permanecen constantes a lo largo del tiempo (Chatfield, 2003).

### 1.2.2. Descripción del modelo ARIMA

Cuando una serie no es estacionaria, es decir, presenta tendencias o cambios estructurales a largo plazo, se puede aplicar el modelo ARIMA. Este modelo, desarrollado por Box et al. (1970), extiende el ARMA al incluir un proceso de diferenciación para hacer que una serie no estacionaria se vuelva estacionaria.

El modelo ARIMA es ampliamente utilizado en la estimación de variables económicas tales como el tipo de cambio, debido a su capacidad para capturar patrones lineales en datos históricos y su flexibilidad para ajustarse a diversas condiciones económicas (Hyndman & Athanasopoulos, 2018; Ngan, 2016; Nagaraja & Krishna, 2021).

### 1.2.3. Componentes del modelo ARIMA

El modelo ARIMA se denota como ARIMA(p,d,q):

- $p$  = número de términos autorregresivos (AR). Se refiere a cuántos valores pasados de la serie influyen en el valor actual. Matemáticamente, puede representarse como se expresa en la ecuación 1 (Hyndman & Athanasopoulos, 2018).

$$Y_t = c + \varphi_1 Y_{\{t-1\}} + \varphi_2 Y_{\{t-2\}} + \dots + \varphi_p Y_{\{t-p\}} + \epsilon_t \quad (1)$$

donde

$Y_t$  = observación en el tiempo  $t$

$\varphi_i$  = coeficientes autorregresivos

$\epsilon_t$  = término de error (ruido blanco)

$c$  = constante

- $d$  = número de diferenciaciones necesarias para hacer que la serie sea estacionaria

(I). La estacionariedad es crucial porque permite que las propiedades estadísticas de la serie no varíen con el tiempo. La prueba ADF (Augmented Dickey-Fuller) se utiliza comúnmente para identificar  $d$  (Ngan, 2016; Islam & Chowdhury, 2022).

- $q$  = número de términos de media móvil (MA). Este componente refleja la influencia de los errores de predicción pasados. Matemáticamente, puede representarse como se expresa en la ecuación 2 (Hyndman & Athanasopoulos, 2018):

$$Y_t = c + \epsilon_t + \theta_1 \epsilon_{\{t-1\}} + \theta_2 \epsilon_{\{t-2\}} + \dots + \theta_q \epsilon_{\{t-q\}} \quad (2)$$

donde

$Y_t$  = observación en el tiempo  $t$

$\theta_i$  = coeficientes de los términos de error

$\epsilon_t$  = término de error (ruido blanco)

$c$  = constante

#### 1.2.4. Formulación integrada del modelo ARIMA

El modelo ARIMA combina sus tres componentes principales: autorregresión (AR), integración (I) y media móvil (MA) en una fórmula única que permite modelar series temporales con tendencia o estacionalidad. Su representación general se expresa en la ecuación 3 como:

$$\varphi(B)(1 - B)^d Y_t = \theta(B)\epsilon_t \quad (3)$$

donde

$Y_t$ : Observación en el tiempo  $t$ .

$\varphi(B)$ : Polinomio autorregresivo de orden  $p$ , representado en la ecuación 4 como:

$$\varphi(B) = 1 - \varphi_1 B - \varphi_2 B^2 - \dots - \varphi_p B^p \quad (4)$$

$(1-B)^d$ : Operador de diferenciación que transforma la serie original  $Y_t$  en estacionaria al aplicar  $d$  diferenciaciones sucesivas.

$\theta(B)$ : Polinomio de media móvil de orden  $q$ , expresado en la ecuación 5 como:

$$\theta(B) = 1 + \theta_1 B + \theta_2 B^2 + \dots + \theta_q B^q \quad (5)$$

$\epsilon_t$  = error aleatorio o residuo en el tiempo  $t$ , considerado ruido blanco con media cero y varianza constante.

$B$  = operador de rezago (backshift operator), definido en la ecuación 6 como:

$$B^k Y_t = Y_{\{t-k\}} \quad (6)$$

Para entender cómo estos componentes se integran, la ecuación 7 completa del modelo puede escribirse como:

$$Y_t = \varphi_1 Y_{\{t-1\}} + \varphi_2 Y_{\{t-2\}} + \dots + \varphi_p Y_{\{t-p\}} + \epsilon_t + \theta_1 \epsilon_{\{t-1\}} + \theta_2 \epsilon_{\{t-2\}} + \dots + \theta_q \epsilon_{\{t-q\}} \quad (7)$$

### 1.2.5. Metodología para la calibración del modelo ARIMA

La metodología para calibrar el modelo ARIMA incluye la identificación del modelo, la estimación de parámetros, la validación del modelo y el pronóstico.

#### 1.2.5.1. Identificación del modelo ARIMA

- *Estacionariedad.* Se evalúa mediante gráficos de autocorrelación (ACF) y pruebas estadísticas (ADF, KPSS). (Hyndman & Athanasopoulos, 2018)
- *Determinación de  $p$  y  $q$ .* El análisis de las funciones ACF y PACF ayuda a identificar estos valores. Por ejemplo,  $p$  corresponde al número de *lags* significativos en PACF, mientras que  $q$  corresponde a los *lags* significativos en ACF (Hyndman & Athanasopoulos, 2018; Islam & Chowdhury, 2022).
- *Estimación de parámetros.* Utilizando métodos de máxima verosimilitud o mínimos cuadrados ordinarios (Islam & Chowdhury, 2022).
- *Validación del modelo.* Se verifican los residuales, para garantizar que son ruido blanco, mediante pruebas como Ljung-Box y Durbin-Watson (Hyndman & Athanasopoulos, 2018).
- *Pronóstico.* El modelo se utiliza para realizar predicciones basadas en las observaciones anteriores y en los parámetros estimados (Islam & Chowdhury, 2022).

#### 1.2.6. Modelos estacionales ARIMA (SARIMA)

El modelo SARIMA es una extensión del modelo ARIMA que incorpora componentes estacionales para abordar la estacionalidad presente en las series temporales. Fue desarrollado para capturar

patrones cíclicos que ocurren en intervalos regulares de tiempo, como los meses del año o los días de la semana. Este modelo se denota como SARIMA( $p,d,q$ ) ( $P,D,Q$ )  $m$ , donde los parámetros  $p,d,q$  representan los componentes no estacionales y los  $P,D,Q$  representan los estacionales asociados a una periodicidad  $m$  (Hyndman & Athanasopoulos, 2018).

### 1.2.7. Componentes del modelo SARIMA ( $p,d,q$ ) ( $P,D,Q$ )

Los dos conjuntos de parámetros que integran el modelo SARIMA ( $p,d,q$ ) ( $P,D,Q$ ) se describen a continuación.

#### 1.2.7.1. Componentes no estacionales ( $p,d,q$ )

$p$  = orden de la parte autorregresiva (AR), que determina cuántos valores pasados de la serie influyen directamente en el valor actual.

$d$  = diferenciaciones necesarias para hacer estacionaria la serie no estacional.

$q$  = orden de la parte de media móvil (MA), que captura la influencia de errores de predicción pasados.

#### 1.2.7.2. Componentes estacionales ( $P,D,Q$ )

$P$  = orden de la parte autorregresiva estacional.

$D$  = diferenciaciones estacionales necesarias para eliminar patrones cíclicos en la serie.

$Q$  = orden de la parte de media móvil estacional.

*Periodicidad ( $m$ ):* corresponde al número de períodos dentro de un ciclo estacional. Por ejemplo, en datos mensuales,  $m = 12$ , y en datos trimestrales,  $m = 4$ .

Los componentes del modelo se pueden expresar en las ecuaciones 8 a la 13 como:

- Parte autorregresiva (AR):

$$\varphi(B) = 1 - \varphi_1 B - \varphi_2 B^2 - \dots - \varphi_p B^p \quad (8)$$

- Parte autorregresiva estacional (SAR):

$$\Phi(B^m) = 1 - \Phi_1 B^m - \Phi_2 B^{\{2m\}} - \dots - \Phi_p B^{\{pm\}} \quad (9)$$

- Diferenciación ordinaria:

$$(1 - B)^d \quad (10)$$

- Diferenciación estacional:

$$(1 - B^m)^D \quad (11)$$

- Parte de media móvil (MA):

$$\theta(B) = 1 + \theta_1 B + \theta_2 B^2 + \dots + \theta_q B^q \quad (12)$$

- Parte de media móvil estacional (SMA):

$$\Theta(B^m) = 1 + \Theta_1 B^m + \Theta_2 B^{\{2m\}} + \dots + \Theta_Q B^{\{Qm\}} \quad (13)$$

### 1.2.8. Formulación integrada del modelo SARIMA

El modelo SARIMA combina los componentes mencionados en una ecuación única que incorpora tanto los efectos no estacionales como los estacionales (ecuación 14).

$$\Phi(B^m)\varphi(B)(1 - B)^d(1 - B^m)^D Y_t = \Theta(B^m)\theta(B)\epsilon_t \quad (14)$$

donde

$Y_t$  = observación en el tiempo  $t$

$\varphi(B)$  y  $\theta(B)$  = polinomios no estacionales autorregresivos y de media móvil

$\Phi(B^m)$  y  $\Theta(B^m)$  = polinomios estacionales autorregresivos y de media móvil

$\epsilon_t$  = error aleatorio o residuo en el tiempo  $t$ , considerado ruido blanco con media cero y varianza constante

$B$  = operador de rezago

### 1.2.9. Modelos para varianza condicional

Los modelos de heterocedasticidad condicional autorregresiva (ARCH, por sus siglas en inglés *autoregressive conditional heteroskedasticity*), introducidos por Engle (1982), son fundamentales para capturar y modelar la heterocedasticidad condicional en series temporales. Esta característica es común en datos financieros, donde la varianza de los errores no es constante a lo largo del tiempo, sino que depende de su historial.

### 1.2.10. Descripción del modelo ARCH

**1.2.10.1. Concepto clave.** El modelo ARCH asume que la varianza del error en un modelo de regresión no es constante (heterocedasticidad), sino que depende de los errores al cuadrado en períodos anteriores; es decir, la varianza condicional en el tiempo  $t$  se calcula como una función de

los errores pasados. La idea principal es que grandes errores al cuadrado en el pasado ( $\varepsilon^2_{t-i}$ ) incrementan la varianza condicional actual ( $\sigma^2_t$ ). Esto refleja la naturaleza agrupada de la volatilidad: los períodos de alta variabilidad tienden a ser seguidos por períodos similares (Engle, 1982).

**1.2.10.2. Ecuación general.** Se expresa en la ecuación 15, propuesta por Engle (1982).

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon^2_{\{t-i\}} \quad (15)$$

donde

$h_t$  = varianza condicional en el tiempo  $t$

$\varepsilon^2_{t-i}$  = errores al cuadrado de rezagos pasados

$\alpha_0 > 0, \alpha_i \geq 0$  = parámetros que deben ser estimados

### 1.2.11. Evolución hacia el modelo GARCH

Para superar estas limitaciones, Bollerslev (1986) desarrolló el modelo heterocedasticidad condicional autorregresiva generalizada (GARCH, por sus siglas en inglés *generalized ARCH*). Este modelo extiende el ARCH al incorporar términos autorregresivos en la varianza condicional, permitiendo una representación más parsimoniosa y adecuada para series con volatilidad altamente persistente. Se utiliza principalmente para series financieras caracterizadas por volatilidad variable en el tiempo, como los precios de las acciones o los tipos de cambio (Engle, 1982). El modelo GARCH permite modelar la variabilidad condicional de la serie, proporcionando una mejor estimación de los intervalos de confianza en situaciones de alta volatilidad.

**1.2.11.1. Concepto clave.** El modelo GARCH generaliza al ARCH al incluir términos autorregresivos en la varianza condicional, lo que permite capturar de manera más eficiente las dinámicas de la volatilidad persistente sin requerir un alto número de parámetros.

- *Errores pasados (ARCH).* Capturan el impacto de grandes desviaciones recientes en la volatilidad actual.
- *Varianzas pasadas (GARCH).* Representan la persistencia de la volatilidad a lo largo del tiempo, es decir, períodos volátiles tienden a ser seguidos por más volatilidad.

GARCH se utiliza principalmente en series financieras para modelar la variación condicional de precios, tipos de cambio o tasas de interés, características que suelen estar sujetas a volatilidad heterogénea.

Por ejemplo, si un activo financiero muestra alta volatilidad hoy, es probable que la volatilidad se mantenga elevada en los próximos días, lo que GARCH modela eficientemente.

**1.2.11.2. Ecuación general.** Se expresa en la ecuación 16, propuesta por Bollerslev (1986).

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \epsilon_{\{t-i\}}^2 + \sum_{i=1}^p \beta_i h_{\{t-i\}} \quad (16)$$

donde

$h_t$  = incorpora tanto los errores pasados ( $\epsilon^2_{t-i}$ ) como las varianzas condicionales rezagadas ( $h_{t-i}$ )

$\alpha_0 > 0, \alpha_i \geq 0, \beta_j \geq 0$  = son parámetros estimados

### **1.3. EL TIPO DE CAMBIO USD/COP**

#### **1.3.1. Contexto económico del tipo de cambio**

El tipo de cambio entre el dólar estadounidense (USD) y el peso colombiano (COP) es un indicador clave de la economía colombiana y de su relación con los mercados internacionales. Este tipo de cambio refleja la relación entre la oferta y la demanda de ambas monedas y está influenciado por una serie de factores económicos y financieros. Colombia es una economía emergente altamente dependiente de la exportación de *commodities*, lo que hace que su moneda sea vulnerable a los cambios en los precios internacionales de estos productos (Palencia et al., 2021; Perilla, 2010). A nivel global, el dólar estadounidense actúa como moneda de reserva y referencia internacional, lo que intensifica la sensibilidad del tipo de cambio COP/USD a factores externos, tales como decisiones de política monetaria de la Reserva Federal de Estados Unidos (FED).

El tipo de cambio flexible adoptado por Colombia en 1999 ha permitido que el peso fluctúe de acuerdo con las fuerzas del mercado, lo que ayuda a absorber *shocks* externos, pero también genera volatilidad. Desde entonces, el Banco de la República, como autoridad monetaria, interviene en el mercado cambiario cuando es necesario, para evitar movimientos excesivos en el valor del peso frente al dólar (Banco de la República, s. f.).

#### **1.3.2. Factores macroeconómicos que afectan el tipo de cambio**

Existen varios factores macroeconómicos que afectan el tipo de cambio USD/COP, siendo la inflación uno de los más importantes. Según la teoría de la paridad del poder adquisitivo (PPP), las

diferencias en las tasas de inflación entre dos países tienden a provocar ajustes en sus tipos de cambio. Si Colombia presenta una inflación superior a la de Estados Unidos, es probable que el valor del peso se deprecie en relación con el dólar (Krugman y Obstfeld, 2006).

Otro factor relevante son las tasas de interés, ya que influyen en los flujos de capitales internacionales. Una tasa de interés relativamente alta en Colombia podría atraer inversiones extranjeras, incrementando la demanda de pesos y fortaleciendo la moneda, mientras que tasas bajas podrían tener el efecto contrario (Dornbusch et al., 2011). La política monetaria de la FED también juega un rol crucial, ya que el incremento de las tasas de interés en Estados Unidos podría inducir una salida de capitales de economías emergentes, debilitando sus monedas, incluido el peso colombiano.

La balanza comercial también es un factor determinante en el tipo de cambio. Un déficit comercial prolongado, donde las importaciones superan significativamente las exportaciones, ejerce presión sobre la moneda local, lo que puede llevar a su depreciación (Edwards, 2001). En el caso colombiano, la dependencia de las exportaciones de productos básicos como el petróleo hace que su balanza comercial y su tipo de cambio estén fuertemente vinculados a las fluctuaciones en los precios internacionales de estos *commodities*.

### **1.3.3. Comportamiento histórico del tipo de cambio USD/COP**

El tipo de cambio USD/COP ha mostrado una alta volatilidad a lo largo de las últimas décadas, reflejando tanto factores internos como externos. Durante la década del 2000, la apreciación del peso estuvo relacionada con la bonanza de los precios del petróleo y otros productos básicos que

Colombia exporta (Palencia et al., 2021; Perilla, 2010), lo que generó una entrada significativa de divisas. Sin embargo, la caída de los precios del petróleo a partir de 2014 provocó una depreciación abrupta del peso, alcanzando máximos históricos en 2020 debido a la pandemia de covid-19 y a la crisis de los precios del crudo, entre otros factores (Rodríguez, 2023).

Para comprender mejor el comportamiento histórico del tipo de cambio USD/COP, se realizó un análisis estadístico descriptivo utilizando datos diarios desde el 2019 hasta el 2023 (figura 1).

### Figura 1

*Comportamiento tipo de cambio USD/COP 2019 - 2023*



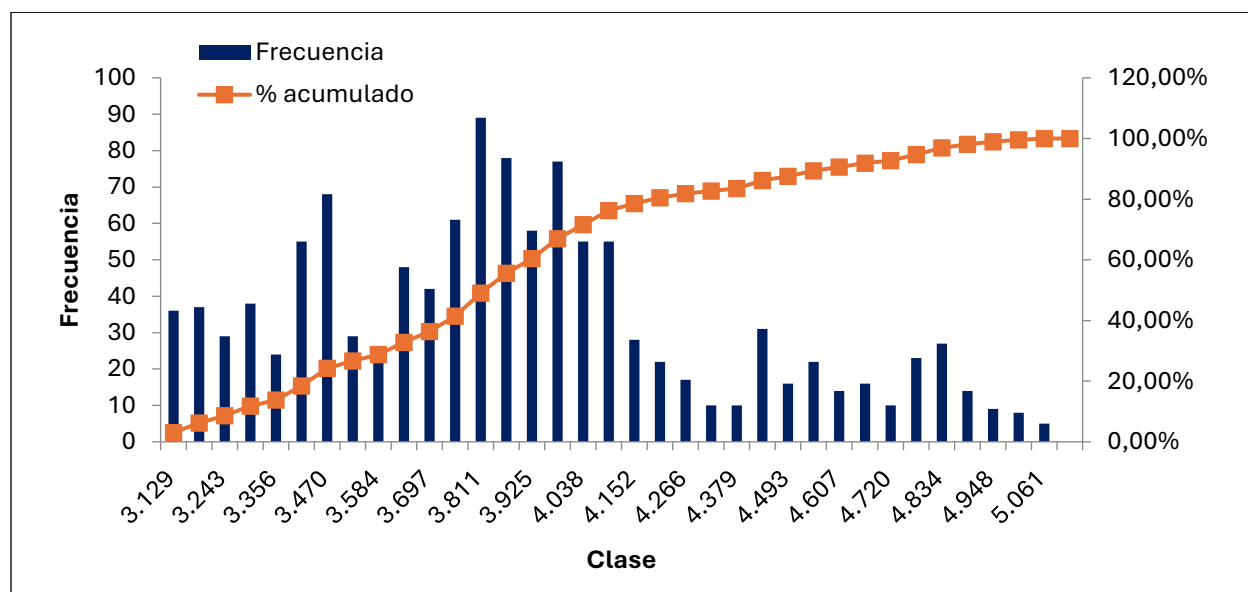
*Nota.* Elaboración propia, con datos obtenidos de la Superintendencia Financiera de Colombia (Superfinanciera, 2024).

En este rango de tiempo, el tipo de cambio USD/COP presentó una media de 3.858,61, lo que refleja un valor central relativamente alto para el período analizado. La mediana, de 3.820,42, está

ligeramente por debajo de la media, indicando una distribución sesgada hacia valores más altos, lo cual se confirma con el coeficiente de asimetría positivo (0,51). Sin embargo, la moda, situada en 3.177,94, sugiere que este fue el valor más frecuente durante el período, notablemente inferior a la media. La desviación estándar de 463,79 indica una variabilidad significativa en el tipo de cambio, respaldada por una amplia varianza (215102,93). El rango de 1989,2, con un mínimo de 3.072,01 y un máximo de 5.061,21, demuestra la considerable fluctuación del tipo de cambio en el período. Además, la curtosis negativa (-0,31) sugiere que la distribución tiene colas menos pronunciadas que una distribución normal, lo que implica menos eventos extremos. Finalmente, el nivel de confianza del 95 % para la media es de  $\pm 26,42$ , lo que refleja una estimación precisa del valor promedio del tipo de cambio en este intervalo de tiempo (figura 2).

**Figura 2**

*Histograma tipo de cambio USD/COP 2019 – 2023*



*Nota.* Elaboración propia, con datos obtenidos de la Superfinanciera (2024).

## **1.4. MODELOS ARIMA APLICADOS A LA PREDICCIÓN CAMBIARIA**

### **1.4.1. Implementación de modelos ARIMA para predicciones financieras**

La implementación de modelos ARIMA para predecir el tipo de cambio implica varios pasos. Primero, es necesario analizar la serie de tiempo y verificar si es estacionaria, lo que significa que sus propiedades estadísticas (media y varianza) permanecen constantes en el tiempo. Si la serie no es estacionaria, se realiza una diferenciación para convertirla en estacionaria (Hyndman & Athanasopoulos, 2018). Luego, se identifican los parámetros del modelo: el número de rezagos autorregresivos ( $p$ ), el orden de la diferenciación ( $d$ ) y el número de términos de media móvil ( $q$ ). Una vez ajustado el modelo, se realizan pruebas de diagnóstico para validar su capacidad predictiva y asegurar que los errores sean aleatorios y no estén correlacionados.

La aplicación de ARIMA en predicciones financieras en diferentes países ha mostrado ser eficaz debido a su flexibilidad para adaptarse a diferentes patrones en los datos, como las fluctuaciones en el tipo de cambio, que a menudo presentan volatilidad e incertidumbre en los mercados globales (Chatfield, 2003). Por ejemplo, en la predicción del tipo de cambio USD/COP, un modelo ARIMA puede identificar patrones históricos de apreciación o depreciación y proyectar estos movimientos futuros con una precisión razonable.

### **1.4.2. Ejemplos de estudios previos, en diferentes países, que aplican ARIMA en la estimación del tipo de cambio**

Un estudio notable es el de Ayala y Bucio (2020), quienes aplicaron un modelo ARIMA (1,1,1) para predecir el tipo de cambio peso mexicano-dólar en el período 2016-2017. Su trabajo destacó

los desafíos del pronóstico cuando ocurren cambios estructurales en los datos. Utilizaron ventanas deslizantes para ajustar dinámicamente el modelo, lo que mejoró la precisión de las predicciones. Sus resultados mostraron que, al usar estas ventanas deslizantes, pudieron obtener pronósticos que se mantenían dentro de un intervalo de confianza del 95 % para la mayoría de los valores pronosticados.

De manera similar, en el caso de Vietnam, Ngan (2016) utilizó ARIMA para pronosticar el tipo de cambio VND/USD en el período 2013-2015. Su estudio encontró que los modelos ARIMA, especialmente con diferenciación para asegurar la estacionariedad, fueron efectivos para pronósticos a corto plazo. El modelo tuvo un buen desempeño al compararlo con las tasas reales, validando su utilidad para la planificación financiera en el contexto vietnamita.

Islam y Chowdhury (2022) aplicaron en Bangladesh el modelo ARIMA para pronosticar los tipos de cambio de varias monedas, incluyendo el dólar, el euro y la libra, en términos de taka Bangladesí. Identificaron el modelo ARIMA (1,1,0) como el más adecuado después de realizar pruebas con funciones de autocorrelación y autocorrelación parcial. Sus resultados indicaron que los modelos ARIMA son efectivos para pronosticar los tipos de cambio en un horizonte de un mes.

En el contexto de India, Nagaraja y Krishna (2021) utilizaron datos trimestrales del período 2005-2019 para modelar y pronosticar el tipo de cambio INR/USD. Su análisis empleó la prueba ADF para confirmar que la serie era estacionaria después de la primera diferenciación ( $I(1)$ ). Tras evaluar diversos modelos mediante el criterio de información de Akaike (AIC), determinaron que el modelo óptimo era el ARIMA (2,4,0). Los resultados indicaron que el tipo de cambio experimentaría un incremento en el corto plazo (2019-2020) antes de apreciarse levemente hacia

finales de 2020 y comienzos de 2021. Este estudio recomendó que el Banco de la Reserva de India devaluara la rupia para estabilizar el tipo de cambio y fomentar la demanda interna y la inversión extranjera directa.

En Colombia, Rojas (2023) exploró el uso del modelo ARIMA junto con su versión extendida ARIMAX-GARCH para el pronóstico de la TRM en un contexto de alta volatilidad. Aunque el enfoque principal del estudio fue la comparación entre ARIMAX-GARCH y redes neuronales, destacó que los modelos ARIMA pueden integrarse con variables exógenas para mejorar la capacidad predictiva en entornos económicos complejos. Los resultados mostraron que el modelo ARIMA-GARCH, en comparación con otras metodologías, tales como redes neuronales, ofrece un menor error de predicción al considerar tanto la media como la varianza condicional de la serie. Esto convierte dicho modelo en una herramienta robusta para proyectar el comportamiento del tipo de cambio en mercados emergentes, como el colombiano, que están altamente expuestos a choques externos.

Estos estudios resaltan la versatilidad del modelo ARIMA para predecir los movimientos de los tipos de cambio en diversas regiones, confirmando su relevancia y precisión en los pronósticos financieros. Además, destacan la importancia de ajustar el modelo, por ejemplo, abordar rupturas estructurales y asegurar la estacionariedad, para mejorar la precisión de las predicciones en mercados financieros volátiles. A su vez, su complementariedad con otros modelos, como lo es GARCH, resalta su aplicabilidad y flexibilidad.

## 1.5. COMPARACIÓN DE MODELOS DE SERIES DE TIEMPO

### 1.5.1. Criterios de evaluación de modelos

La evaluación de los modelos de series de tiempo se realiza mediante criterios cuantitativos que permiten medir su precisión y capacidad predictiva. Entre los más utilizados están el error cuadrático medio (MSE, por sus siglas en inglés *mean square error*) y el error absoluto porcentual medio (MAPE, por sus siglas en inglés *mean absolute percentage error*).

El MSE se calcula como la media de los cuadrados de las diferencias entre los valores predichos y los observados. Al penalizar de manera más severa los errores grandes, es útil para comparar modelos donde las grandes desviaciones son indeseables (Hyndman & Athanasopoulos, 2018); sin embargo, su principal desventaja es que el MSE puede verse afectado por valores atípicos que generan una gran diferencia al elevar al cuadrado el error.

El MAPE mide el error porcentual medio expresando el error en términos relativos, lo que lo hace útil para comparar predicciones en diferentes escalas o en contextos con variabilidad en los datos. No obstante, tiene la limitación de ser menos fiable cuando se trabaja con series que contienen valores cercanos a cero, ya que los errores porcentuales pueden volverse muy grandes o indefinidos (Makridakis et al., 1984).

Además de estos criterios de error, en la evaluación de modelos ARIMA se utilizan otros indicadores para medir su calidad y ajuste, tales como el criterio de información de Akaike (AIC, por sus siglas en inglés *Akaike information criterion*), el criterio de información bayesiano (BIC,

por sus siglas en inglés *Bayesian information criterion*), la prueba de Ljung-Box y el *p-value* asociado a los coeficientes del modelo.

AIC es una medida de la calidad relativa de un modelo estadístico y se define en la ecuación 17 como:

$$AIC = -2 \log(L) + 2k \quad (17)$$

donde

$L$  = función de verosimilitud del modelo

$k$  = número de parámetros

Un valor de AIC más bajo indica un mejor balance entre ajuste y parsimonia del modelo, penalizando modelos con un número excesivo de parámetros (Hyndman & Athanasopoulos, 2018).

El BIC es similar al AIC, pero con una penalización más fuerte para modelos complejos (ecuación 18):

$$BIC = -2 \log(L) + k \log(n) \quad (18)$$

donde

$n$  = número de observaciones

A diferencia del AIC, el BIC favorece modelos más simples y es más estricto en la penalización de la complejidad del modelo (Chatfield, 2003).

La prueba de Ljung-Box evalúa si los residuos de un modelo ARIMA están libres de autocorrelación. Su hipótesis nula establece que no hay autocorrelación en los residuos hasta un cierto rezago  $h$ . Se calcula mediante la estadística (ecuación 19):

$$Q = n(n + 2) \sum_{k=1}^h \frac{\hat{\rho}_k^2}{n - k} \quad (19)$$

donde

$\hat{\rho}^k$  = autocorrelación muestral en el rezago  $k$

Un valor de  $Q$  significativo sugiere que el modelo no ha capturado toda la estructura de la serie, indicando que se requiere un ajuste adicional (Makridakis et al., 1984).

Finalmente, el *p-value* asociado a los coeficientes del modelo ARIMA permite evaluar su significancia estadística. Un coeficiente con un *p-value* menor a 0,05 indica que el parámetro es significativamente distinto a cero, lo que sugiere que su inclusión en el modelo es relevante. Valores altos de *p-value* pueden indicar que el coeficiente no aporta información significativa y podría ser eliminado para simplificar el modelo (Hyndman & Athanasopoulos, 2018).

Estos criterios, en conjunto con los errores de pronóstico, permiten una evaluación integral del desempeño del modelo, al igual que su capacidad para capturar la estructura de la serie temporal, garantizando un ajuste adecuado y una mejor capacidad predictiva.

### **1.5.2. Comparación de la precisión de ARIMA frente a otros modelos de series de tiempo**

El modelo ARIMA ha sido ampliamente utilizado para la predicción de series de tiempo debido a su capacidad de modelar tanto componentes estacionarios como no estacionarios, mediante diferenciación; sin embargo, existen otros modelos que pueden ofrecer ventajas dependiendo del contexto de la serie de tiempo.

El modelo de suavizado exponencial de Holt-Winters es una alternativa común al ARIMA, especialmente útil en series que presentan componentes estacionales. Mientras ARIMA puede captar estacionalidad mediante su extensión SARIMA, el modelo de Holt-Winters es más simple y ofrece un buen desempeño en series con fluctuaciones periódicas claras (Hyndman & Athanasopoulos, 2018).

Por otro lado, los modelos GARCH son preferibles para series financieras que presentan heterocedasticidad condicional, como los tipos de cambio o los precios de acciones, donde la varianza cambia con el tiempo. A diferencia de ARIMA, que asume una varianza constante, GARCH permite modelar la volatilidad variable, lo que es crucial en contextos de alta incertidumbre (Engle, 1982). No obstante, GARCH tiende a ser más complejo en su implementación y menos adecuado para predicciones de corto plazo, donde ARIMA suele tener un mejor rendimiento (Tsay, 2010).

## 1.6. INSTRUMENTOS FINANCIEROS DERIVADOS

### 1.6.1. Definición de los derivados

Los instrumentos financieros derivados son contratos cuyo valor se deriva del comportamiento de un activo subyacente. Estos contratos permiten a las partes fijar hoy condiciones para una transacción futura, lo que los convierte en herramientas clave para la gestión del riesgo en mercados financieros. Entre los derivados más comunes se encuentran *forwards*, futuros, *swaps* y opciones, cada uno con características específicas para cubrir diferentes necesidades (Cardozo et al., 2014; Alfonso, 2018).

La historia de los instrumentos financieros derivados se remonta a civilizaciones antiguas, donde se establecían acuerdos futuros para el comercio de bienes. Su formalización, sin embargo, comenzó en la década de 1970 con la creación de mercados estandarizados como el Chicago Mercantile Exchange (CME) (Marín y Valencia, 2022; Orozco y Jurado, 2020).

El propósito de los instrumentos financieros derivados radica principalmente en la gestión del riesgo. Su uso más común es la cobertura, mediante la cual se busca proteger a los agentes económicos de las fluctuaciones adversas en el precio del activo subyacente; sin embargo, también se utilizan para especulación, con el objetivo de obtener beneficios a partir de las variaciones de mercado, y para arbitraje, aprovechando las diferencias de precios entre mercados (Marín y Valencia, 2022; Orozco y Jurado, 2020).

Los activos subyacentes de los derivados financieros son diversos, y dependen de las necesidades de los participantes del mercado. Entre los más representativos se encuentran divisas, tasas de interés, índices bursátiles y *commodities* como petróleo, metales y productos agrícolas (Cardozo et al., 2014; Alfonso, 2018).

### **1.6.2. Contexto colombiano**

En Colombia, el mercado de derivados ha experimentado un desarrollo significativo en las últimas décadas. Desde la implementación de la Resolución Externa No. 57 de 1991, que autorizó los contratos de compra futura de divisas, hasta la creación de la Bolsa de Valores de Colombia (BVC) y la Cámara de Riesgo Central de Contraparte (CRCC) en 2008, que redujo significativamente los riesgos asociados a su negociación. Desde entonces, el país ha avanzado en la estructuración de un mercado que permita mitigar riesgos financieros (Alfonso, 2018).

Este progreso está alineado con la globalización y con el aumento de los flujos de comercio exterior e inversión extranjera; sin embargo, el mercado sigue siendo limitado en comparación con otros países de América Latina, en el que se destaca una alta concentración en derivados sobre la tasa de cambio, especialmente *forwards* peso-dólar, que representan la mayor parte del volumen negociado en el mercado extrabursátil (OTC, por sus siglas en inglés *over-the-counter*) del país (Cardozo et al., 2014; Alfonso, 2018).

La oferta de instrumentos derivados en Colombia incluye opciones, futuros, *swaps*, *forwards* y *forwards* sintéticos, cada uno con características y aplicaciones específicas que se describen a continuación.

- *Futuros*. Contratos estandarizados que se negocian en mercados regulados como la BVC, que les permiten a las partes intercambiar activos a un precio establecido en una fecha futura, eliminando el riesgo de fluctuación. Este instrumento es particularmente útil para empresas que tienen compromisos de importación o exportación proyectadas a fechas futuras (Eun et al., 2018).
- *Opciones*. Instrumentos que le otorgan al titular el derecho, pero no la obligación, de comprar o vender un activo subyacente a un precio fijo. A diferencia de los futuros, las opciones permiten mayor flexibilidad, ya que los titulares pueden decidir si ejecutan la operación en función de la evolución del tipo de cambio. Esta flexibilidad, sin embargo, tiene un costo mayor en términos de primas pagadas por las opciones (Hull, 2012).
- *Swaps*. Permutas financieras utilizadas principalmente para intercambiar flujos de interés o divisas entre dos partes. Los *swaps* se utilizan comúnmente para gestionar la exposición a largo plazo, permitiendo a las empresas mitigar riesgos cambiarios en operaciones de financiamiento o inversión (Shapiro & Moles, 2014).
- *Forwards*. Contratos OTC no estandarizados, que permiten fijar un precio para un intercambio futuro de activos. A diferencia de los contratos a futuro, los *forwards* no se negocian en mercados organizados, lo que significa que se adaptan a las necesidades específicas de las partes en términos de montos y fechas (Marín y Valencia, 2022).
- *Forwards* sintéticos. Los *forwards* sintéticos son estrategias que combinan la inversión en instrumentos financieros extranjeros con la obtención de créditos locales para cubrir la exposición cambiaria. Este enfoque se basa en descapitalizar la obligación futura en dólares utilizando una tasa *offer* de un instrumento financiero americano y convertir el monto resultante a pesos colombianos utilizando la tasa *spot* USD/COP. Este valor en pesos se financia mediante un crédito en un banco colombiano a una tasa *bid* durante el mismo período (López, 2020).

### 1.6.3. Paridad de la tasa de interés

La paridad de tasa de interés es un concepto fundamental en economía y finanzas internacionales, que establece una relación entre las tasas de interés de dos países y el tipo de cambio de sus monedas. Este principio sostiene que, en ausencia de arbitraje, las diferencias entre las tasas de interés nacionales y extranjeras deben verse reflejadas en las expectativas de apreciación o depreciación de la moneda. Esta relación se utiliza frecuentemente para explicar el comportamiento de los tipos de cambio a futuro y evaluar oportunidades de arbitraje en mercados financieros.

De acuerdo con la información presentada en el documento, la fórmula básica de la paridad de tasa de interés cubierta puede representarse mediante la ecuación 20 (Cardozo et al., 2014).

$$\frac{F_{t,T}}{S_t} = \frac{(1 + r_{interna})^{T-t}}{(1 + r_{externa})^{T-t}} \quad (20)$$

donde

$F$  = tipo de cambio *forward*

$S$  = tipo de cambio *spot*

$r_{interna}$  = tasa de interés doméstica

$r_{externa}$  = tasa de interés foránea

$T$  = vencimiento

$t$  = período negociado

Esta ecuación establece que el tipo de cambio *forward* ( $F$ ) ajustado por el tipo de cambio *spot* ( $S$ ) debe ser equivalente a la razón entre los factores de interés nacionales y extranjeros. En otras

palabras, las expectativas del mercado sobre la depreciación o apreciación de una moneda se ajustan según la diferencia de tasas de interés entre dos economías. Si esta relación no se cumple, los agentes del mercado pueden explotar las discrepancias a través de estrategias de arbitraje, lo que eventualmente corregirá las diferencias.

De acuerdo con Cardozo et al. (2014), la devaluación implícita de los contratos *forward*, que se define como el porcentaje en que la tasa *forward* está por encima de la tasa *spot*, debe corresponder a la diferencia de tasas de interés interna y externa. La fórmula para calcular la devaluación implícita se expresa en la ecuación 21.

$$Dev_{Teórica} = \left[ \frac{(1 + r_{interna})}{(1 + r_{externa})} \right]^{T-t} \quad (21)$$

En el contexto colombiano, las desviaciones de la paridad de tasas de interés pueden estar asociadas a regulaciones o restricciones específicas del mercado, como la posición propia de contado (PPC) de las entidades financieras. Cuando la PPC se aproxima a su límite, los intermediarios pueden enfrentar dificultades para cubrir sus exposiciones en el mercado de derivados, lo que genera distorsiones en la curva de demanda de dólares a futuro y afecta la congruencia entre las tasas *forward* y *spot* (Cardozo et al., 2014).

## 2. METODOLOGÍA

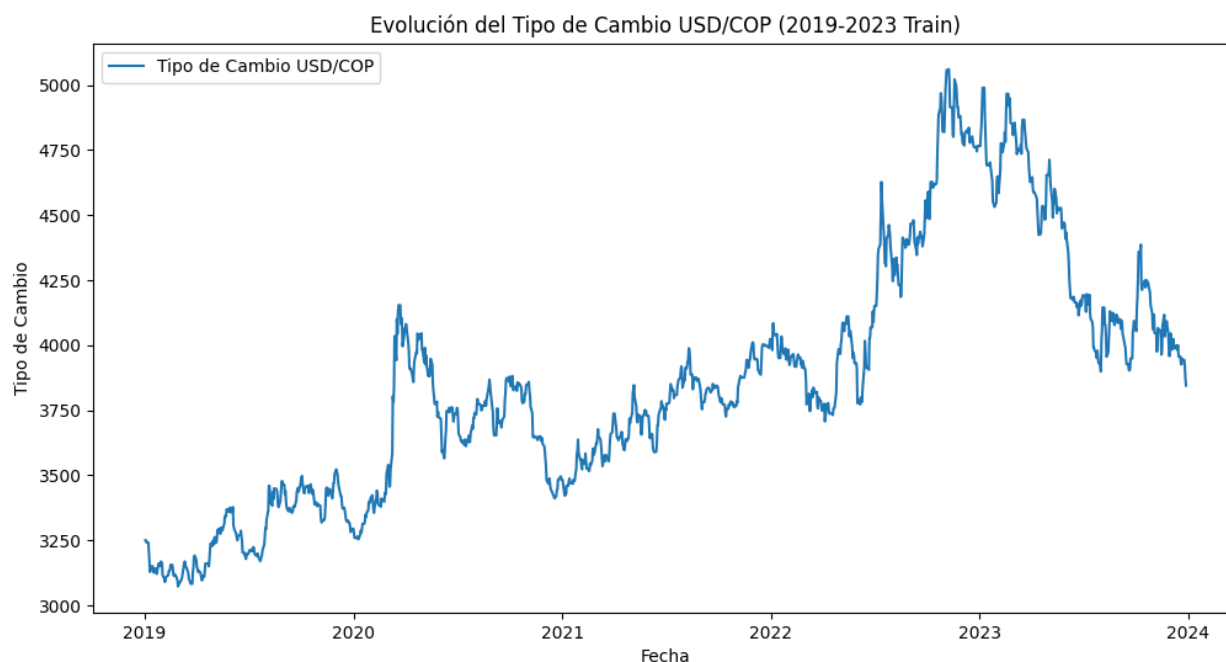
### 2.1. DATOS DE ANÁLISIS

El conjunto de datos empleado para el análisis corresponde a una serie temporal del tipo de cambio USD/COP con una frecuencia diaria, abarcando el período 2019-2024. Este conjunto de datos incluye información oficial sobre la TRM publicada diariamente por la Superintendencia Financiera de Colombia (Superfinanciera, 2025), lo que garantiza la confiabilidad y precisión de las cifras utilizadas.

Para la implementación del modelo ARIMA, se realizó una división del conjunto de datos en dos partes: los datos correspondientes al período 2019-2023 se utilizaron como serie de entrenamiento, con el propósito de ajustar los parámetros del modelo y aprender las relaciones temporales subyacentes, mientras que los datos del 2024 se reservaron como serie de prueba, destinada a evaluar la capacidad predictiva del modelo. Esta partición temporal asegura que el modelo sea validado de manera adecuada en datos futuros, respetando la estructura cronológica de la serie temporal, y permite medir la eficacia del modelo en la estimación del tipo de cambio USD/COP bajo condiciones reales (figura 3).

### Figura 3

*Evolución tipo de cambio USD/COP 2019 – 2023*



*Nota.* Elaboración propia, con datos obtenidos de la Superfinanciera (2024).

## 2.2. DESARROLLO DE LOS MODELOS EN PYTHON

En este proyecto se implementaron los modelos ARIMA-GARCH y SARIMA-GARCH utilizando Python, elegido por su facilidad de uso y su amplio ecosistema de bibliotecas especializadas, que proporcionan herramientas avanzadas para el análisis de datos y series temporales, permitiendo un desarrollo eficiente y flexible de los modelos estadísticos.

Entre las bibliotecas utilizadas, Pandas fue clave para la manipulación de datos temporales, permitiendo cargar y transformar series de tiempo. NumPy facilitó los cálculos numéricos de alto rendimiento, mientras que Matplotlib permitió visualizar tendencias y patrones en los datos.

Para el modelado de series temporales, Statsmodels proporcionó herramientas esenciales, como ajuste de modelos ARIMA y SARIMA, pruebas de estacionariedad (Dickey-Fuller), funciones de autocorrelación (ACF y PACF) y descomposición estacional. SARIMAX fue empleado para incluir términos estacionales y exógenos, mejorando la captura de patrones temporales.

Para la selección automatizada de parámetros (p,d,q), se usó Pmdarima, optimizando modelos con criterios como AIC y la prueba de Ljung-Box. Además, Itertools permitió generar combinaciones eficientes de parámetros en el proceso de calibración.

Finalmente, para modelar la volatilidad condicional se empleó Arch, ajustando modelos GARCH sobre los residuos de ARIMA y SARIMA, mejorando la estimación de la incertidumbre y generando intervalos de confianza más robustos.

### **2.3. MODELOS ARIMA-GARCH Y SARIMA-GARCH**

En este proyecto se desarrollaron cuatro enfoques de modelado: tres modelos ARIMA calibrados de manera distinta y un modelo SARIMA utilizado para contrastar los resultados obtenidos con los modelos ARIMA. En todos los casos, los modelos se complementaron con GARCH, para capturar la varianza condicional y mejorar la precisión de los pronósticos.

El primer modelo ARIMA se construyó de forma manual. Para ello, se realizaron análisis gráficos y estadísticos que incluyeron la prueba de Dickey-Fuller, para determinar si la serie era estacionaria o requería diferenciación ( $d > 0$ ). Posteriormente, se evaluaron las funciones de autocorrelación (ACF) y autocorrelación parcial (PACF), para identificar los valores óptimos de  $p$  (autorregresivo)

y  $q$  (media móvil). Este proceso permitió ajustar los parámetros manualmente, basándose en la intuición y las métricas de los gráficos diagnósticos (figuras 4 a la 6 y tabla 1).

## Figura 4

Gráficas de ACF y PACF serie original entrenamiento



Nota. Elaboración propia, con datos obtenidos de la Superfinanciera (2024).

## Tabla 1

Relación ACF, PACF, prueba Ljung-box y p-value serie original entrenamiento

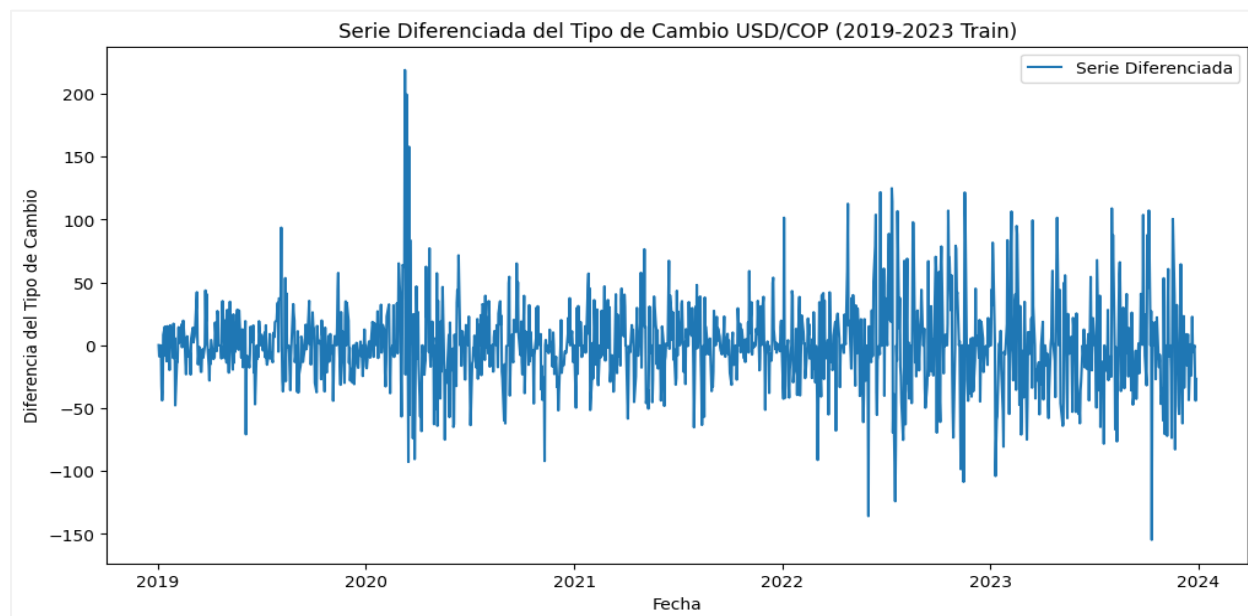
Rezag	Autocorrelación (ACF)	Autocorrelación Parcial (PACF)	Estadístico Q	p-value	
0	1	0.996657	0.997424	1296.292925	7.224736e-284
1	2	0.992360	-0.187841	2582.420520	0.000000e+00
2	3	0.987772	-0.025828	3857.662308	0.000000e+00
3	4	0.983142	0.004110	5121.951563	0.000000e+00
4	5	0.978788	0.054662	6376.033900	0.000000e+00
5	6	0.974523	-0.005214	7620.170456	0.000000e+00
6	7	0.970502	0.039444	8855.014096	0.000000e+00
7	8	0.966462	-0.023989	10080.543347	0.000000e+00
8	9	0.962187	-0.046169	11296.193554	0.000000e+00
9	10	0.957408	-0.087697	12500.731239	0.000000e+00

Nota. Elaboración propia, con datos obtenidos de la Superfinanciera (2024).

Al aplicar la prueba de Dickey-Fuller, el resultado arrojó un  $p$ -value mayor al 0,05 (0,2780), indicando que la serie no era estacionaria y sería necesario aplicar diferenciación.

**Figura 5**

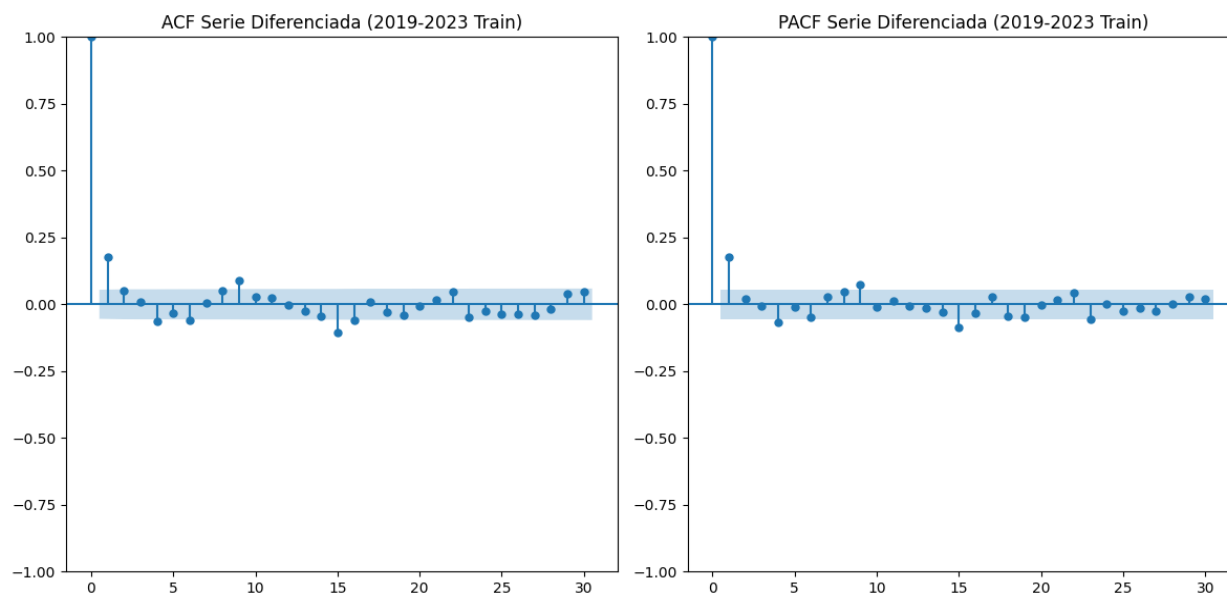
*Serie original entrenamiento diferenciada*



*Nota.* Elaboración propia, con datos obtenidos de la Superfinanciera (2024).

**Figura 6**

*Gráficas de ACF y PACF serie original entrenamiento diferenciada*



*Nota.* Elaboración propia, con datos obtenidos de la Superfinanciera (2024).

Para validar si después de aplicar la diferenciación, la serie ya tomaba un p-value menor al 0,05 o si era necesario aplicar una diferenciación más, se volvió a tomar la prueba de Dickey-Fuller, siendo el resultado menor al 0,05 ( $1,4757279579348641e-19$ ), indicando que la serie ya era estacionaria.

El segundo modelo ARIMA empleó Pmdarima para automatizar la selección de los parámetros (p,d,q). Este enfoque eliminó la necesidad de realizar pruebas y ajustes manuales, al integrar un proceso de búsqueda automática basado en criterios de información como el AIC, identificando rápidamente el modelo que mejor se ajustaba a los datos. El uso de Pmdarima simplificó el flujo de trabajo y optimizó los recursos, ofreciendo un proceso más eficiente y objetivo (tabla 2).

**Tabla 2**

*Proceso optimización parámetros Pmdarima modelo ARIMA (1, 1, 0)*

```

Performing stepwise search to minimize aic
ARIMA(0,0,0)(0,0,0)[0]      : AIC=12883.829, Time=0.12 sec
ARIMA(1,0,0)(0,0,0)[0]    : AIC=12843.797, Time=0.05 sec
ARIMA(0,0,1)(0,0,0)[0]    : AIC=12846.473, Time=0.12 sec
ARIMA(2,0,0)(0,0,0)[0]    : AIC=12845.265, Time=0.08 sec
ARIMA(1,0,1)(0,0,0)[0]    : AIC=12845.331, Time=0.08 sec
ARIMA(2,0,1)(0,0,0)[0]    : AIC=12847.260, Time=0.23 sec
ARIMA(1,0,0)(0,0,0)[0] intercept : AIC=12845.638, Time=0.09 sec

Best model: ARIMA(1,0,0)(0,0,0)[0]
Total fit time: 0.795 seconds

```

*Nota.* Elaboración propia, con datos obtenidos de la Superfinanciera (2024).

El tercer modelo ARIMA utilizó un enfoque iterativo implementado con Itertools, generando una grilla de combinaciones posibles de parámetros (p,d,q) dentro de un rango previamente definido.

Cada combinación se evaluó con base en el AIC y en los resultados de la prueba de Ljung-Box,

para garantizar un ajuste adecuado, seleccionando el modelo que ofreciera el mejor equilibrio entre complejidad y precisión (tabla 3).

**Tabla 3**

*Proceso optimización parámetros Itertool modelo ARIMA (2, 1, 2)*

```

Probando ARIMA(1, 1, 2)...
ARIMA(1, 1, 2) - AIC: 12847.153810338925, RMSE: 303.22334349350984
Probando ARIMA(1, 2, 0)...
ARIMA(1, 2, 0) - AIC: 13266.207254147299, RMSE: 5069.329012375198
Probando ARIMA(1, 2, 1)...
ARIMA(1, 2, 1) - AIC: 12843.556004417947, RMSE: 239.6881569645672
Probando ARIMA(1, 2, 2)...
ARIMA(1, 2, 2) - AIC: 12845.052574446465, RMSE: 239.7794943695848
Probando ARIMA(2, 0, 0)...
ARIMA(2, 0, 0) - AIC: 12860.27382508293, RMSE: 293.5065802413292
Probando ARIMA(2, 0, 1)...
ARIMA(2, 0, 1) - AIC: 12861.73493829529, RMSE: 293.4084570427485
Probando ARIMA(2, 0, 2)...
ARIMA(2, 0, 2) - AIC: 12863.604124167296, RMSE: 293.23312211290494
Probando ARIMA(2, 1, 0)...
ARIMA(2, 1, 0) - AIC: 12845.265815937866, RMSE: 303.40769080110823
Probando ARIMA(2, 1, 1)...
ARIMA(2, 1, 1) - AIC: 12847.26118464583, RMSE: 303.3615945367461
Probando ARIMA(2, 1, 2)...
ARIMA(2, 1, 2) - AIC: 12840.442387845043, RMSE: 295.0678248066743
Probando ARIMA(2, 2, 0)...
ARIMA(2, 2, 0) - AIC: 13162.442436796522, RMSE: 5090.861666464728
Probando ARIMA(2, 2, 1)...
ARIMA(2, 2, 1) - AIC: 12844.98578395195, RMSE: 239.8550820984432
Probando ARIMA(2, 2, 2)...
ARIMA(2, 2, 2) - AIC: 12845.710548702948, RMSE: 237.64881537941892

Mejor modelo: ARIMA(2, 1, 2) - AIC: 12840.442387845043

```

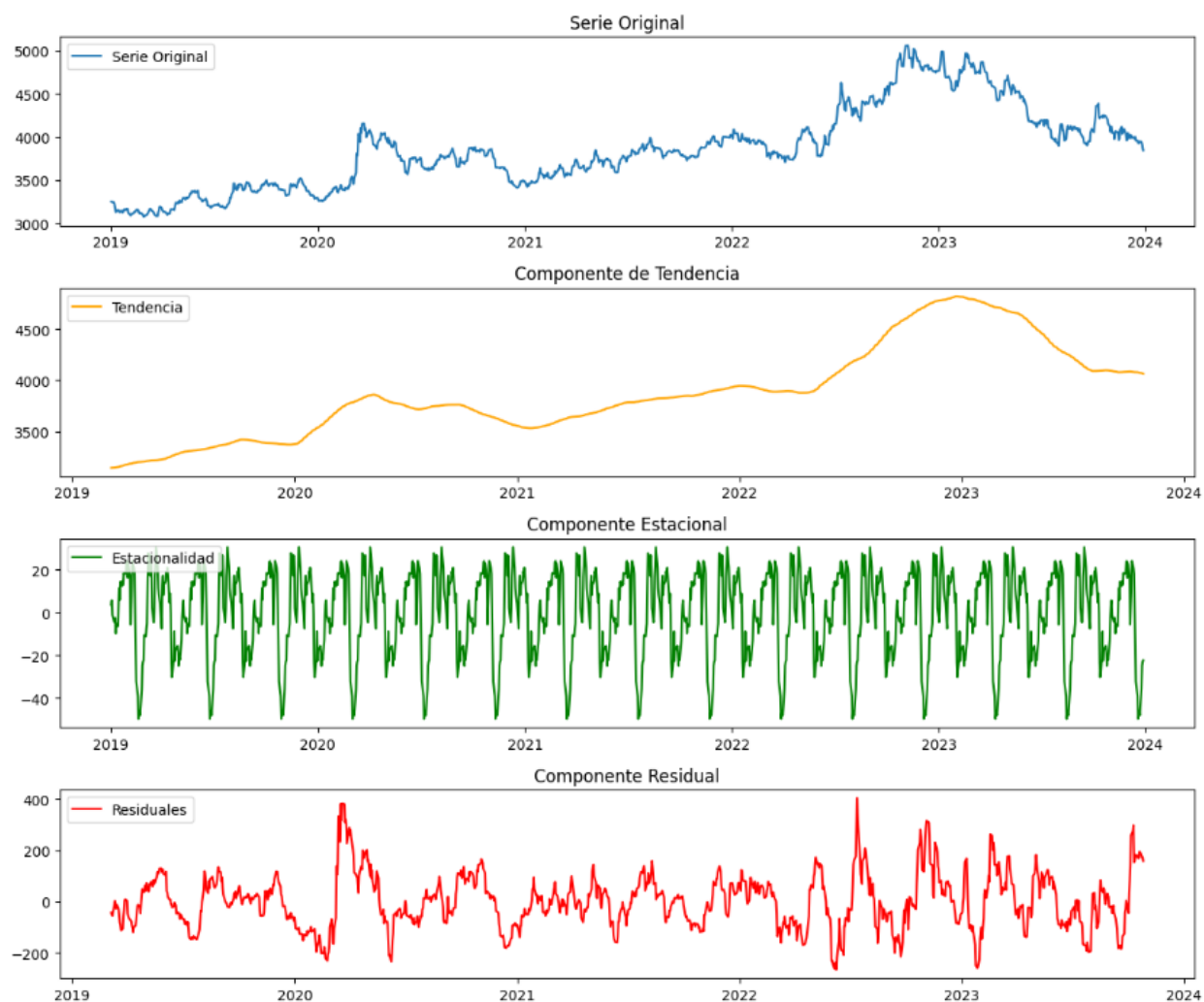
*Nota.* Elaboración propia, con datos obtenidos de la Superfinanciera (2024).

El cuarto modelo, SARIMA, se diseñó para incluir una estacionalidad trimestral identificada en el comportamiento del tipo de cambio durante el período de entrenamiento. El modelo fue calibrado parcialmente utilizando Pmdarima, una herramienta automatizada que ajusta los parámetros

estacionales (P,D,Q) y no estacionales (p,d,q) para minimizar el AIC; pero, debido a limitaciones de memoria en la máquina utilizada, la calibración final del modelo SARIMA se hizo de forma manual, ajustando los parámetros según los resultados obtenidos y los patrones estacionales identificados. El modelo SARIMA incluyó términos estacionales con periodicidad trimestral ( $m = 90$ ), que permitió capturar ciclos regulares que se repetían cada tres meses (figura 7).

## Figura 7

### *Descomposición estacional serie original entrenamiento*



*Nota.* Elaboración propia, con datos obtenidos de la Superfinanciera (2024).

A los residuos de los cuatro modelos (tres ARIMA y uno SARIMA) se les aplicó GARCH, para modelar la volatilidad condicional y generar intervalos de confianza del 95 %. Este enfoque permitió incorporar la volatilidad directamente en los pronósticos, ofreciendo resultados más precisos y robustos para series con alta variabilidad, como es el caso del tipo de cambio USD/COP.

Finalmente, los cuatro modelos fueron comparados para evaluar su precisión y capacidad predictiva. Para ello, se emplearon métricas de evaluación tales como el error cuadrático medio (MSE) y el error porcentual absoluto medio (MAPE). Este análisis permitió identificar el modelo más adecuado para la estimación del tipo de cambio USD/COP, considerando tanto la calidad de las predicciones como la incorporación de la incertidumbre en los resultados.

El flujo metodológico implementado consistió en cargar y explorar los datos con Pandas, realizar cálculos estadísticos preliminares con NumPy y generar visualizaciones descriptivas mediante Matplotlib. Posteriormente, se aplicaron pruebas de estacionariedad y gráficos diagnósticos con Statsmodels para el primer modelo, y se automatizó con Pmdarima y con Itertools la selección de parámetros tanto en el modelo 2 como en el modelo 3, respectivamente. Para el modelo SARIMA, se empleó una combinación de Pmdarima y ajustes manuales, para abordar la estacionalidad trimestral identificada. Finalmente, cada modelo se ajustó con un modelo GARCH a los residuos respectivos de cada modelo, para integrar la volatilidad condicional. La comparación de los resultados de los cuatro enfoques proporcionó información valiosa para determinar cuál era el modelo más acertado para las necesidades del proyecto.

## 2.4. PROPUESTAS DE COBERTURAS CAMBIARIAS

Una vez seleccionado el modelo más acertado, se generaron predicciones del tipo de cambio USD/COP para períodos de 60 y 90 días. Estas predicciones se utilizaron como base para recomendar estrategias de cobertura cambiaria dirigidas a mitigar el riesgo de fluctuaciones del tipo de cambio. En particular, se enfatizó en el uso de contratos *forwards* de tipo *delivery*, por su practicidad y capacidad de negociarse a la medida.

De acuerdo con los horizontes de predicción, se obtuvieron las tasas de interés relevantes que, por medio del análisis de la paridad de tasas de interés, permitían calcular la devaluación implícita para cada horizonte. Las tasas de interés relevantes para Colombia (nacionales) serían las del indicador bancario de referencia (IBR) a 60 y 90 días. Para obtener la IBR a 60 días, sería necesario hacer un cálculo de interpolación partiendo de las tasas a 30 y 90 días (Banco de la República de Colombia, 2025). En el caso de la tasa extranjera, se utilizarían las denominadas tasas de financiación garantizadas durante la noche (SOFR, por sus siglas en inglés *secured overnight financing rate*) a 60 (interpolada) y 90 días (*Federal Reserve Bank of New York*, 2025).

Si al aplicar la ecuación 20 para calcular la tasa *forward* esta fuera menor que el límite inferior del intervalo de confianza GARCH de la predicción del modelo, sería pertinente contratar el derivado *forward*. Si en cambio la tasa *forward* calculada estuviera entre el intervalo de confianza o fuera mayor al límite superior del intervalo, no sería pertinente contratar el derivado, puesto que se esperaría que el mercado *spot* estaría más barato a las tasas *strike*.

Entonces, sea  $F$  la tasa *forward* calculada y  $S_t$  el pronóstico central del modelo más acertado (ARIMA-GARCH o SARIMA-GARCH) para el horizonte  $t$ , el marco práctico de acción para la contratación del derivado *forward* sería:

- $F < S_t \rightarrow$  se contrata el *forward*
- $F > S_t \rightarrow$  no se contrata el *forward*

Por lo tanto, para ver el efecto de las estrategias de contratar o no los derivados contra el pronóstico del modelo, se trazaron las curvas *forward* a 60 y 90 días en el horizonte de prueba (año 2024), junto con el comportamiento del tipo de cambio USD/COP y la predicción del modelo.

Este enfoque, en el que se integran las predicciones del modelo, los cálculos de devaluación implícita esperada y la tasa *forward*, les permite a los importadores minimizar los costos asociados a la volatilidad del tipo de cambio USD/COP, garantizando así mayor estabilidad financiera en sus operaciones, aprovechando la practicidad y simplicidad los derivados *forwards*.

### 3. RESULTADOS

#### 3.1. COMPARACIÓN DE LOS MODELOS ARIMA-GARCH Y SARIMA-GARCH

La comparación de los modelos ARIMA-GARCH Y SARIMA-GARCH se presenta a continuación en las tablas 4 y 5.

**Tabla 4***Comparación modelos ARIMA y SARIMA*

Modelo	AIC	BIC	MSE	MAPE (%)	Ljung-Box (P-Value)
ARIMA (1, 1, 1)	12.845,33	12.860,85	90.374,53	5,58	0,99
ARIMA (1, 1, 0)	12.843,80	12.854,14	89.590,09	5,54	0,99
ARIMA (2, 1, 2)	12.840,44	12.866,30	85.463,98	5,35	0,82
SARIMA (3, 1, 3) (1, 1, 1) [90]	12.213,09	12.258,98	32.897,66	3,22	0,87

*Nota.* Elaboración propia, con datos obtenidos de la Superfinanciera (2025).

**Tabla 5***Comparación varianzas GARCH modelos ARIMA y SARIMA*

Modelo asociado	AIC	BIC	Omega	Alpha[1]	Beta[1]	Log- Likelihood
ARIMA (1, 1, 1)	12.547,10	12.562,60	291.452,00	0,12	0,86	-6270,53
ARIMA (1, 1, 0)	12.555,70	12.571,20	296.478,00	0,12	0,86	-6274,86
ARIMA (2, 1, 2)	12.544,40	12.559,90	267.657,00	0,12	0,87	-6269,18
SARIMA (3, 1, 3) (1, 1, 1) [90]	11.982,40	11.997,60	540.542,00	0,10	0,86	-5988,18

*Nota.* Elaboración propia, con datos obtenidos de la Superfinanciera (2025).

De los cuatro modelos evaluados, el modelo SARIMA (3, 1, 3) (1, 1, 1) [90] se destaca como el más adecuado para modelar el tipo de cambio USD/COP. Este modelo presenta el menor valor de AIC (12.213,085), indicando un mejor ajuste con menor penalización por complejidad; además, supera a los modelos ARIMA en precisión, con un MSE significativamente menor (32.897,66) y el valor más bajo de MAPE (3,22%), lo que refleja un error porcentual mínimo en las predicciones.

Aunque los modelos ARIMA ofrecen una menor complejidad y presentan buenos resultados en términos de ajuste (según los valores de AIC y BIC), no logran capturar los patrones estacionales de la serie temporal, lo que los pone en desventaja frente al modelo SARIMA. Por otro lado, la prueba Ljung-Box confirma que todos los modelos tienen residuos sin autocorrelación significativa, lo que asegura su validez estadística.

La integración del modelo GARCH permite capturar dinámicas de volatilidad condicional en cada uno de los modelos asociados. Comparando las métricas, el modelo GARCH asociado al SARIMA (3, 1, 3) (1, 1, 1) [90] sobresale con el menor AIC (11.982,4) y el menor BIC (11.997,6), lo que refleja una mejor capacidad de ajuste con menor penalización por complejidad; además, el valor significativamente más alto de  $\Omega = 54,0542$  en este modelo indica una mayor contribución constante a la volatilidad.

Los coeficientes  $\alpha_1$  y  $\beta_1$  son estadísticamente significativos en todos los modelos, con valores cercanos entre ellos, mostrando una persistencia alta de la volatilidad; sin embargo,  $\alpha_1$  es menor en el modelo SARIMA (0,1048), lo que podría sugerir una menor dependencia de los choques recientes en la volatilidad condicional, mientras que los valores de  $\beta_1$  reflejan una persistencia alta en los efectos pasados.

En comparación con los modelos GARCH asociados a los ARIMA, el modelo SARIMA complementado con GARCH no solo logra una mejor representación de la volatilidad debido a su capacidad para capturar estacionalidad, sino también ofrece intervalos de confianza más ajustados y útiles para series temporales con patrones complejos. Esto refuerza la conclusión previa de que el SARIMA con GARCH es la mejor opción para modelar el tipo de cambio USD/COP debido a su robustez y precisión.

En conclusión, el modelo SARIMA (3, 1, 3) (1, 1, 1) [90] es el mejor candidato, ya que incorpora la estacionalidad trimestral identificada en la serie, ofrece el mejor desempeño predictivo y genera resultados más precisos y robustos.

### **3.2. MODELO SARIMA (3, 1, 3) (1, 1, 1) [90]**

En el resumen del modelo SARIMA (tabla 6) se observa que los coeficientes de AR.L1 (0,4696), AR.L2 (0,7930), MA.L2 (-0,8400) y ma.S.L90 (-0,9906) son estadísticamente significativos ( $p$ -value  $< 0,05$ ), indicando que estas variables contribuyen de manera relevante a capturar la dinámica de la serie. Por otro lado, la varianza residual ( $\sigma^2$ ) se estima en 1.137,31, lo que sugiere que el modelo logra manejar de forma eficiente la variabilidad no explicada por los componentes autorregresivos y estacionales. Las métricas de información AIC (12.213,085) y BIC (12.258,978) reflejan un ajuste robusto y competitivo en comparación con los modelos previos; además, la prueba de Ljung-Box ( $p$ -value = 0,87) muestra que no hay autocorrelación significativa en los residuos, confirmando que el modelo es adecuado para representar las dependencias temporales (tabla 6 y figura 8).

Tabla 6

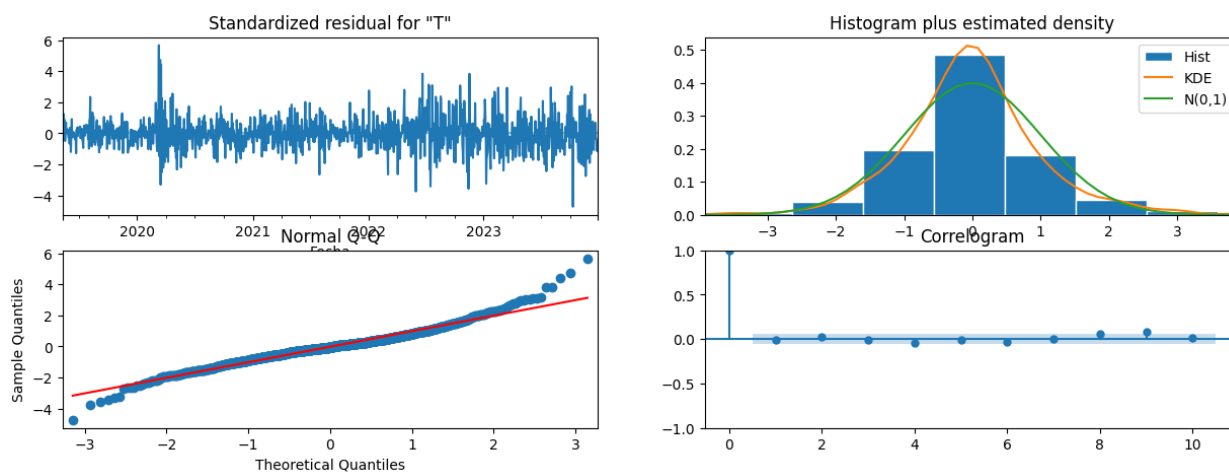
Resumen modelo SARIMA (3, 1, 3) (1, 1, 1) [90]

SARIMAX Results						
Dep. Variable:	TipoCambio		No. Observations:	1302		
Model:	SARIMAX(3, 1, 3)x(1, 1, [1], 90)		Log Likelihood	-6097.542		
Date:	Wed, 22 Jan 2025		AIC	12213.085		
Time:	11:13:09		BIC	12258.978		
Sample:	01-02-2019 - 12-28-2023		HQIC	12230.365		
Covariance Type:	opg					
	coef	std err	z	P> z	[0.025	0.975]
ar.L1	0.4696	0.214	2.191	0.028	0.050	0.890
ar.L2	0.7930	0.176	4.509	0.000	0.448	1.138
ar.L3	-0.3376	0.124	-2.728	0.006	-0.580	-0.095
ma.L1	-0.2943	0.216	-1.366	0.172	-0.717	0.128
ma.L2	-0.8400	0.144	-5.824	0.000	-1.123	-0.557
ma.L3	0.2100	0.140	1.498	0.134	-0.065	0.485
ar.S.L90	-0.0467	0.035	-1.323	0.186	-0.116	0.023
ma.S.L90	-0.9906	0.455	-2.177	0.030	-1.883	-0.099
sigma2	1137.3076	496.874	2.289	0.022	163.452	2111.163
Ljung-Box (L1) (Q):	0.02	Jarque-Bera (JB):	403.19			
Prob(Q):	0.87	Prob(JB):	0.00			
Heteroskedasticity (H):	2.03	Skew:	0.38			
Prob(H) (two-sided):	0.00	Kurtosis:	5.72			

Nota. Elaboración propia, con datos obtenidos de la Superfinanciera (2025).

Figura 8

Gráfico diagnóstico modelo SARIMA (3, 1, 3) (1, 1, 1) [90]



Nota. Elaboración propia, con datos obtenidos de la Superfinanciera (2025).

Las gráficas de diagnóstico del modelo SARIMA (figura 9) evidencian que los residuos estandarizados están distribuidos de manera simétrica alrededor de cero, lo cual indica que el modelo representa adecuadamente la estructura subyacente de la serie. El histograma de los residuos y la curva KDE muestran una distribución cercana a la normalidad, aunque las ligeras desviaciones en los extremos son perceptibles en el gráfico Q-Q. El correlograma de los residuos confirma la ausencia de patrones de autocorrelación significativa, lo que valida el modelo ajustado.

### Figura 9

*Gráfico predicción versus entrenamiento modelo SARIMA (3, 1, 3) (1, 1, 1) [90]*



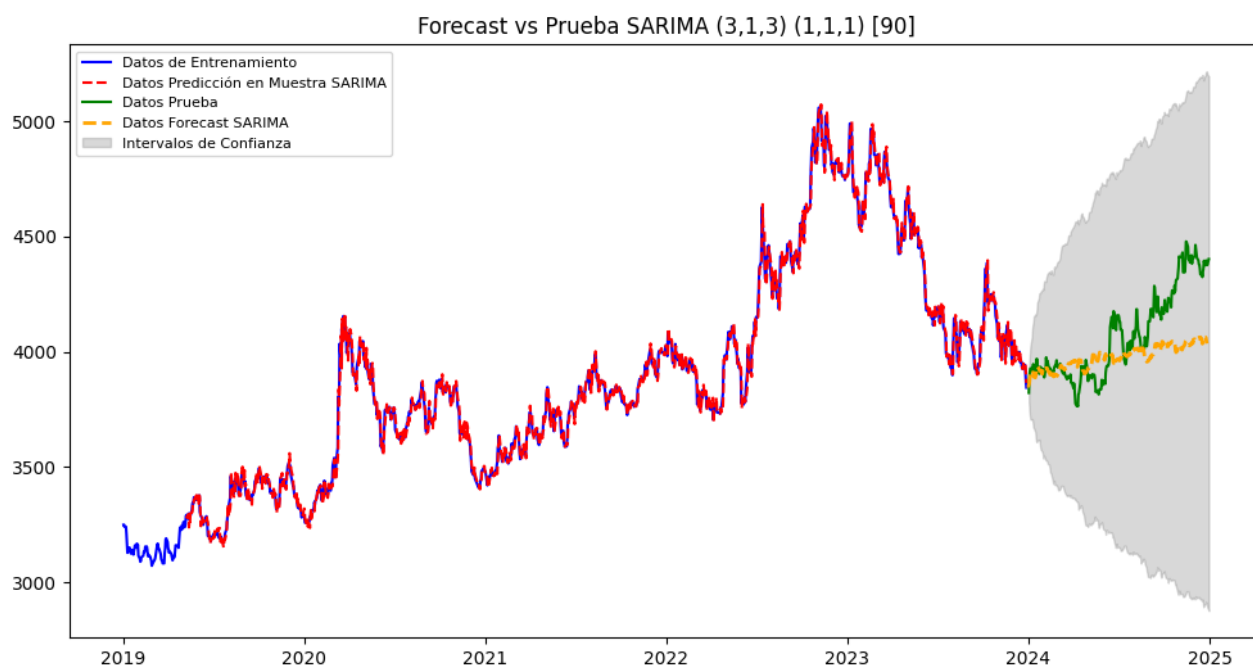
*Nota.* Elaboración propia, con datos obtenidos de la Superfinanciera (2025).

En las gráficas de predicción versus entrenamiento (figura 10) y de prueba (figura 11), el modelo SARIMA (3,1,3) (1,1,1) [90] sigue de manera precisa la trayectoria histórica del tipo de cambio, y sus proyecciones están contenidas dentro de intervalos de confianza razonables, lo que respalda su capacidad para realizar predicciones sólidas.

El modelo GARCH aplicado al SARIMA es el más efectivo de los cuatro, con un AIC significativamente menor (11.982,4) y un BIC de 11.997,6. Los coeficientes  $\alpha_1$  (0,1048,  $P = 0,0032$ ) y  $\beta_1$  (0,8561,  $P < 0,0001$ ) son significativos, mostrando una menor proporción de choques recientes en la volatilidad condicional y una alta persistencia en los efectos pasados, característico de series temporales con estacionalidad bien capturada (figura 10).

### Figura 10

*Gráfico forecast versus prueba modelo SARIMA (3, 1, 3) (1, 1, 1) [90]*



*Nota.* Elaboración propia, con datos obtenidos de la Superfinanciera (2025).

La integración del modelo GARCH al SARIMA permite manejar no solo la varianza condicional, sino también la estacionalidad identificada en el tipo de cambio, generando los intervalos de confianza más ajustados y útiles para análisis financieros complejos (tabla 7).

Tabla 7

Resumen GARCH modelo SARIMA (3, 1, 3) (1, 1, 1) [90]

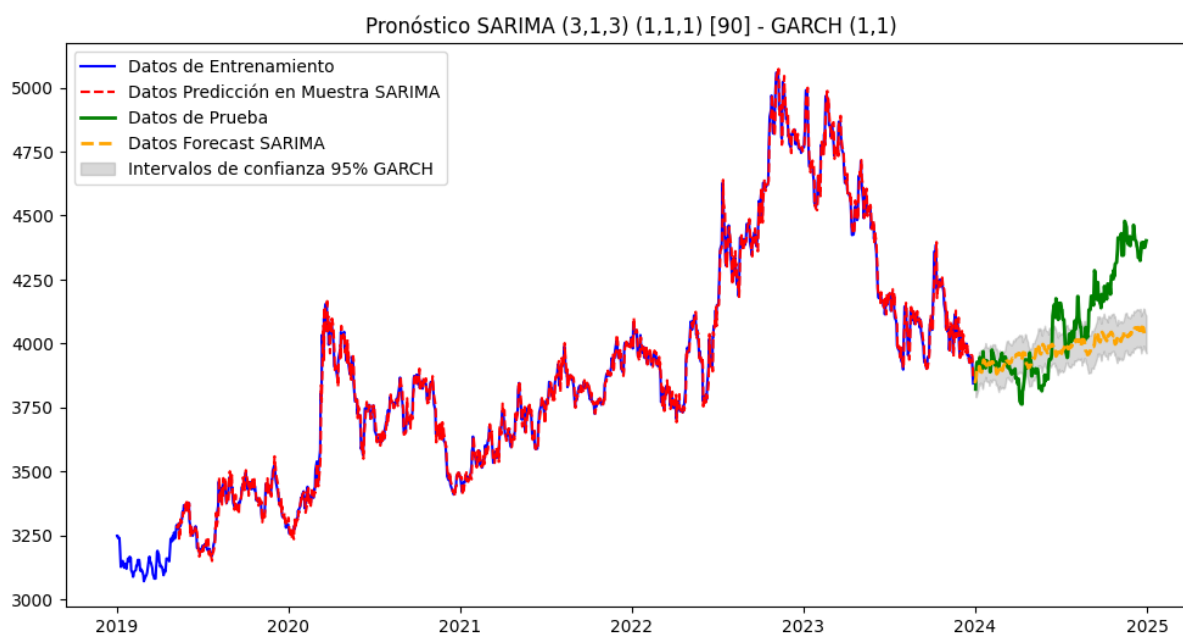
Zero Mean - GARCH Model Results					
Dep. Variable:	None	R-squared:	0.000		
Mean Model:	Zero Mean	Adj. R-squared:	0.001		
Vol Model:	GARCH	Log-Likelihood:	-5988.18		
Distribution:	Normal	AIC:	11982.4		
Method:	Maximum Likelihood	BIC:	11997.6		
Date:	Wed, Jan 22 2025	No. Observations:	1211		
Time:	11:49:57	Df Residuals:	1211		
		Df Model:	0		
Volatility Model					
	coef	std err	t	P> t	95.0% Conf. Int.
omega	54.0542	26.222	2.061	3.926e-02	[ 2.661, 1.054e+02]
alpha[1]	0.1048	3.556e-02	2.948	3.198e-03	[3.514e-02, 0.175]
beta[1]	0.8561	4.630e-02	18.490	2.470e-76	[ 0.765, 0.947]

Nota. Elaboración propia, con datos obtenidos de la Superfinanciera (2025).

En la gráfica de pronóstico del modelo combinado (figura 11), los intervalos de confianza se ajustan dinámicamente durante períodos de mayor incertidumbre, evidenciando la robustez del modelo para capturar tanto la estacionalidad como la heteroscedasticidad.

**Figura 11**

*Gráfico pronóstico SARIMA (3, 1, 3) (1, 1, 1) [90] - GARCH (1, 1)*



*Nota.* Elaboración propia, a partir de datos obtenidos de la Superfinanciera (2025).

En términos de error, el modelo combinado presenta un error cuadrático medio (MSE) de 32897.66 y un error porcentual absoluto medio (MAPE) del 3,22%, lo que lo convierte en el modelo más preciso entre los analizados.

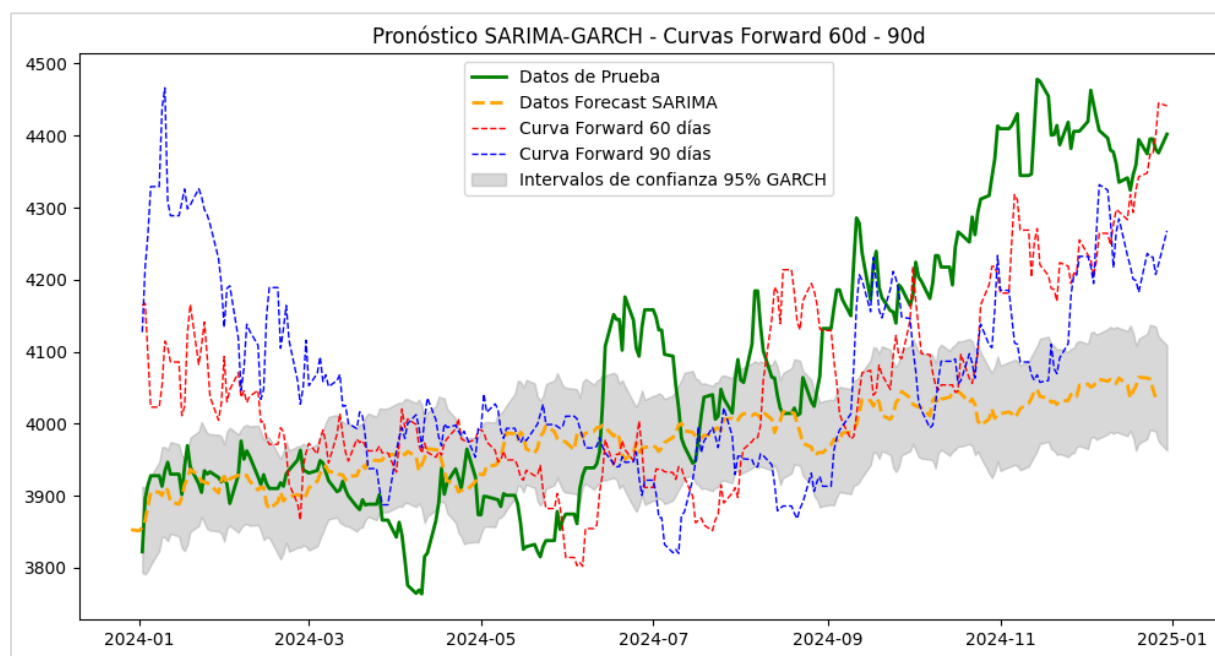
Estos resultados indican que el modelo SARIMAX (3,1,3) (1,1,1) [90] combinado con GARCH (1,1) ofrece un equilibrio óptimo entre complejidad y ajuste, siendo ideal para escenarios con alta incertidumbre y volatilidad.

### 3.3. CONTRATAR O NO CONTRATAR EL *FORWARD*

La comparación del modelo SARIMA-GARCH y las curvas forward de 60 y 90 días se presentan a continuación en las figuras 12 a la 14.

## Figura 12

Gráfico pronóstico SARIMA-GARCH versus curvas forward de 60 y 90 días



Nota. Elaboración propia, a partir de datos obtenidos de la Superfinanciera (2025).

Según se aprecia en la figura 12, durante el período comprendido entre enero y abril de 2024, las curvas *forward* de 60 y 90 días se mantuvieron mayormente por encima del pronóstico generado por el modelo SARIMA-GARCH. El pronóstico sugiere que en el período enero-abril de 2024 no era recomendable contratar *forwards*, ya que las tasas *forward* no ofrecían una ventaja clara frente al mercado *spot*. En particular, se observa en varios puntos que la curva *forward* de 90 días (azul) se encuentra por encima del pronóstico, lo que indica que el mercado de *forwards* anticipaba un tipo de cambio más alto del que proyectaba el modelo dentro de su rango de confianza. Dado este comportamiento, cualquier estrategia de cobertura con *forwards* en este período podría haber resultado costosa e innecesaria.

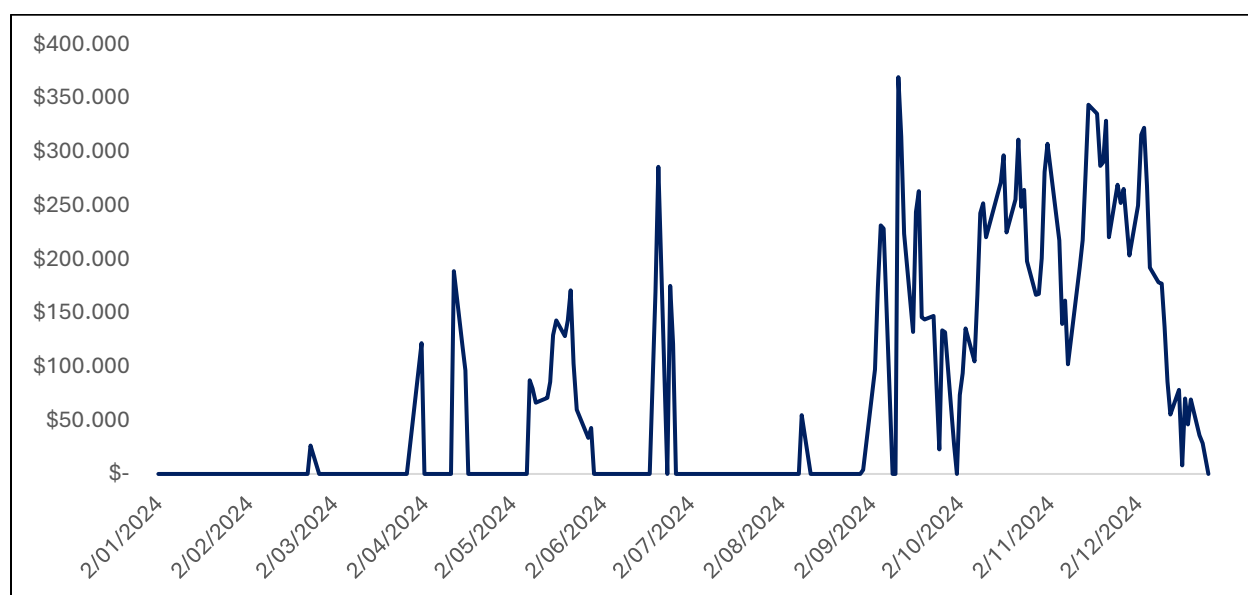
Entre mayo y julio de 2024, se evidencian momentos en los que las curvas *forward* de 60 y 90 días se encuentran por debajo del pronóstico. En algunos casos, incluso se posicionan levemente por debajo del intervalo de confianza inferior, lo que indicaría que la contratación de *forwards* pudo haber sido una estrategia efectiva para protegerse contra un posible aumento del tipo de cambio. Sin embargo, hacia finales del año, entre agosto y diciembre de 2024, la tendencia alcista del tipo de cambio USD/COP se hace más pronunciada, mientras que las curvas *forward* continúan por encima del pronóstico e incluso por encima del intervalo de confianza superior. En este contexto, la contratación de *forwards* nuevamente no habría sido conveniente, ya que los precios estimados por el mercado de *forwards* no mostraban una ventaja frente a la expectativa del tipo de cambio proyectada por el modelo.

Para evaluar la efectividad de la estrategia de cobertura cambiaria basada en los pronósticos del modelo SARIMA-GARCH, se realizó una prueba hipotética en la que durante todo el horizonte de prueba se debía liquidar diariamente un valor en dólares. La estrategia consistía en seleccionar la tasa de liquidación (ya fuera el tipo de cambio *spot* del día o el *forward* previamente contratado) en función de los criterios establecidos a partir del modelo. Posteriormente, se comparó esta tasa con la más baja disponible entre ambas opciones (*spot* o *forward*) para determinar si la estrategia seleccionada coincidía con la opción más económica.

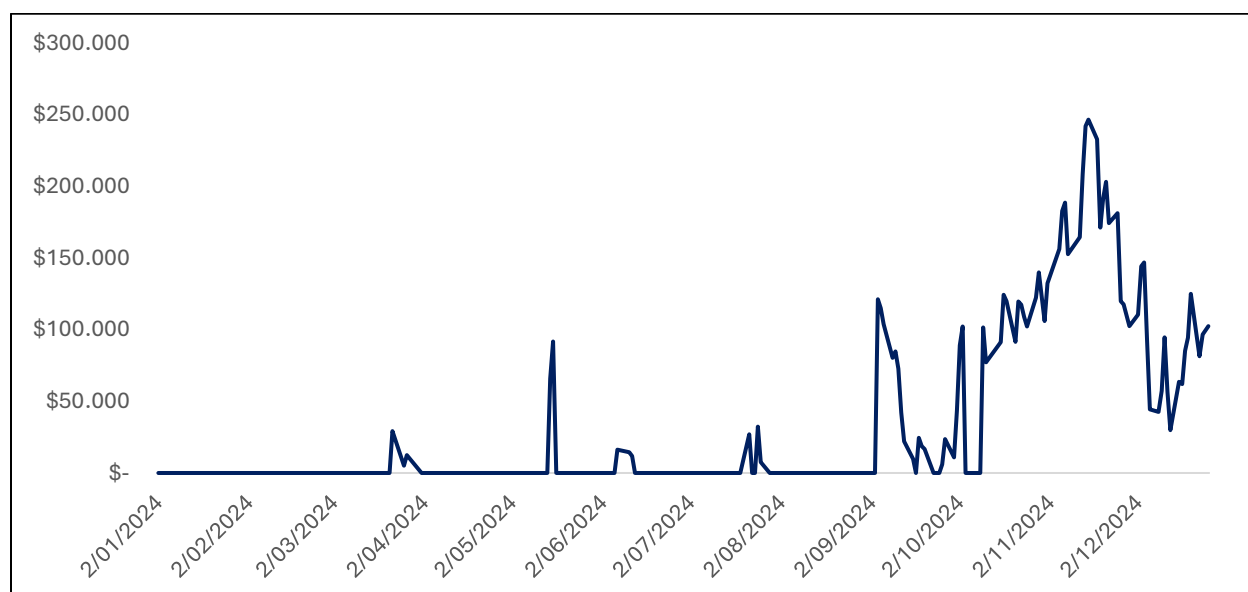
A partir de este ejercicio, se calcularon las diferencias entre la liquidación realizada con la estrategia basada en el modelo y la liquidación que hubiera ocurrido si siempre se hubiese seleccionado la tasa más baja entre *spot* y *forward*. Estas diferencias se trazaron en las figuras 13 y 14: una para el *forward* de 60 días y otra para el *forward* de 90 días.

**Figura 13**

*Gráfico diferencias tasa escogida versus tasa más barata - spot vs forward 60 días*

**Figura 14**

*Gráfico diferencias tasa escogida versus tasa más barata - spot vs forward 90 días*



En ambas graficas se pueden identificar puntos en los que la diferencia es igual a cero, lo que indica que la estrategia seleccionada a partir del modelo SARIMA-GARCH también resultó ser la más económica en esos días; sin embargo, hay otros momentos en los que se observan picos, que reflejan casos en los que la estrategia propuesta no seleccionó la tasa más baja, lo que generó un costo adicional en la liquidación.

Al analizar ambas gráficas, se evidencia que la estrategia de cobertura basada en el modelo es más efectiva en el corto y mediano plazo (aproximadamente tres meses), ya que en este período las diferencias son menores y la tasa seleccionada por la estrategia coincide con la más barata en una proporción considerable de los días. Sin embargo, a medida que el horizonte temporal se extiende más allá de los seis meses, la efectividad de la estrategia disminuye y se presentan mayores diferencias en las liquidaciones.

#### **4. CONCLUSIONES**

Este estudio ha demostrado que el modelo SARIMA-GARCH es la opción más eficiente para la predicción del tipo de cambio USD/COP, ya que la incorporación de estacionalidad mejora la captura de fluctuaciones cíclicas y reduce los errores de pronóstico en comparación con ARIMA-GARCH. En mercados donde la estacionalidad es un factor clave, modelos que la integran ofrecen estimaciones más robustas y precisas.

Asimismo, la volatilidad condicional desempeña un papel fundamental en la predicción cambiaria, lo que se refleja en la efectividad del modelo GARCH para estimar intervalos de confianza más ajustados. En contextos de alta incertidumbre, los modelos tradicionales de varianza constante

resultan insuficientes, consolidando la combinación de modelos de series de tiempo con heterocedasticidad condicional como una herramienta esencial para el análisis de mercados cambiarios volátiles.

Más allá de su valor teórico, los resultados de este estudio tienen aplicaciones prácticas en la gestión de riesgos de empresas importadoras. A partir de las proyecciones de los modelos, se diseñaron estrategias de cobertura con contratos *forward*, reduciendo la exposición al riesgo cambiario y optimizando la toma de decisiones financieras.

No obstante, la incertidumbre de los mercados sigue siendo un desafío para la predicción cambiaria. Eventos inesperados, como cambios en la política monetaria o crisis económicas, pueden alterar abruptamente la tendencia del tipo de cambio, limitando la capacidad de los modelos para anticiparlos. Por ello, es crucial complementar los pronósticos con herramientas de gestión de riesgo, tales como análisis de sensibilidad y monitoreo de factores macroeconómicos en tiempo real.

Otro aspecto para considerar es la complejidad computacional de SARIMA-GARCH. A diferencia de modelos más simples como ARIMA, SARIMA requiere una mayor capacidad de procesamiento debido a la inclusión de componentes estacionales. Esta demanda se incrementa al combinarlo con GARCH, que exige optimización numérica intensiva. Si bien en entornos académicos o institucionales con infraestructura avanzada esto no es un problema, en el sector real podría representar una limitación. En este sentido, modelos más accesibles como Holt-Winters, aunque menos sofisticados, pueden ofrecer estimaciones útiles con menor costo computacional, lo que amerita su evaluación en estudios futuros.

Finalmente, el horizonte temporal de los pronósticos es crucial. La precisión de los modelos de series de tiempo es mayor en el corto y mediano plazo, pero su desempeño a largo plazo es más incierto debido a la alta volatilidad del mercado. Para mantener la precisión de las estimaciones, se recomienda recalibrar el modelo cada 60 a 90 días, incorporando nuevos datos y adaptándolo a las condiciones cambiantes del mercado. Esta actualización periódica mejora la capacidad del modelo para captar fluctuaciones recientes y optimiza la efectividad de las estrategias de cobertura frente a la volatilidad del tipo de cambio.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Alfonso Corredor, V. A. (2018). El uso de forwards peso-dólar en las empresas colombianas del sector real. *Borradores de Economía*, 1058. <https://www.banrep.gov.co/es/borrador-1058>
- Ayala Castrejón, R. F., y Bucio Pacheco, C. (2020). Modelo ARIMA aplicado al tipo de cambio peso-dólar en el periodo 2016-2017 mediante ventanas temporales deslizantes. *Revista Mexicana de Economía y Finanzas*, 15(3), 331-354. <https://www.scielo.org.mx/pdf/rmef/v15n3/2448-6795-rmef-15-03-331.pdf>
- Banco de la República de Colombia. (s.f.). *Buscador de series estadísticas*. Superintendencia de Análisis Macroeconómico. Recuperado el 03 de febrero de 2025, de <https://suameca.banrep.gov.co/buscador-de-series/#/consolidado>
- Banco de la República (s. f.). ¿Cuáles son los mecanismos de intervención del Banco de la República en el mercado cambiario? <https://www.banrep.gov.co/es/cuales-son-mecanismos-intervencion-del-banco-republica-el-mercado-cambiario>
- Bollerslev, T. (1986). Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. *Journal of Econometrics*, 31(3), 307-327. [https://public.econ.duke.edu/~boller/Published\\_Papers/joe\\_86.pdf](https://public.econ.duke.edu/~boller/Published_Papers/joe_86.pdf)
- Box, G. E. P., Jenkins, G. M., Reinsel, G. C., & Ljung, G. M. (2015). *Time Series Analysis: Forecasting and Control* (5<sup>th</sup> ed.). John Wiley & Sons.
- Cardozo Alvarado, N., Rassa Robayo, J. S., y Rojas Moreno, J. S. (2014). Caracterización del Mercado de Derivados Cambiarios en Colombia. *Borradores de Economía*, 860. <https://repositorio.banrep.gov.co/server/api/core/bitstreams/15e91749-20da-4c04-beaf-924aedec8af7/content>

- Chatfield, C. (2003). *The Analysis of Time Series: An Introduction* (6<sup>th</sup> ed.). Chapman and Hall/CRC.
- Dornbusch, R., Fischer, S., & Startz, R. (2011). *Macroeconomics* (11<sup>th</sup> ed.). McGraw-Hill.
- Edwards, S. (2001). Exchange Rate Regimes, Capital Flows and Crisis Prevention. *NBER Working Paper Series*, 8529. <https://www.nber.org/papers/w8529>
- Engle, R. F. (1982). Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation. *Econometrica*, 50(4), 987-1007. <https://doi.org/10.2307/1912773>
- Eun, C. S., Resnick, B. G., & Chuluun, T. (2018). *International Financial Management* (8<sup>th</sup> ed.). McGraw-Hill.
- Federal Reserve Bank of New York. (s.f.). *Secured Overnight Financing Rate (SOFR)*. Recuperado el 03 de febrero de 2025, de <https://www.newyorkfed.org/markets/reference-rates/sofr>
- Hamilton, J. D. (1994). *Time Series Analysis*. Princeton University Press.
- Hull, J. C. (2012). *Options, Futures, and Other Derivatives* (8<sup>th</sup> ed.). Pearson.
- Hyndman, R. J., & Athanasopoulos, G. (2018). *Forecasting: Principles and Practice* 2<sup>nd</sup> ed.). Otexts.
- Islam, S., & Chowdhury, T. U. (2022). Application of ARIMA Model in Forecasting Exchange Rate: Evidence from Bangladesh. *Asian Journal of Managerial Science*, 11(2), 33-40. <https://doi.org/10.51983/ajms-2022.11.2.3325>
- Krugman, P. R., y Obstfeld, M. (2006). *Economía internacional: Teoría y política* (Y. Moreno, trad.) (7<sup>a</sup> ed.). Pearson.
- López, J. F. (2020). Bid (bosa). *Economipedia*. <https://economipedia.com/definiciones/bid-bolsa.html>

- Makridakis, S. G., Wheelwright, S. C., & Hyndman, R. J. (1984). Forecasting: Methods and Applications (2.<sup>a</sup> ed.). *Journal of the Operational Research Society*, 94(445), 345-346.
- Marín Cano, N., y Valencia Gil, J. A. (2022). *Impacto financiero a través de coberturas con forward para una empresa exportadora de cacao en grano en Colombia* [tesis de Maestría, Universidad EAFIT]. Repositorio Institucional. <https://repository.eafit.edu.co/server/api/core/bitstreams/4fb8e66b-1b0b-45de-82ca-026001b98a9f/content>
- Nagaraja, N., & Krishna, S. K. S. (2021). Exchange rate forecasting using the ARIMA Model - India. *International Research Journal of Management Science & Technology*, 12(1), 112-120. [https://www.academia.edu/96103253/Exchange\\_rate\\_forecasting\\_using\\_the\\_ARIMA\\_Model\\_of\\_India](https://www.academia.edu/96103253/Exchange_rate_forecasting_using_the_ARIMA_Model_of_India)
- Ngan, T. M. U. (2016). Forecasting Foreign Exchange Rate by using ARIMA Model: A Case of VND/USD Exchange Rate. *Research Journal of Finance and Accounting*, 7(12), 38-40. <https://lc.cx/bGqnPj>
- Orozco Velásquez, C. A., y Jurado Ramírez, J. S. (2020). *Derivados Forward como herramienta de cobertura para mitigar la exposición al riesgo cambiario, en el sector importador de llantas para automotores en el Eje Cafetero colombiano* [tesina de Maestría, Universidad EAFIT]. Repositorio Institucional. <https://repository.eafit.edu.co/items/50807eb4-5b59-4a6e-a704-ca1379048288>
- Palencia Hernández, C. A., Ruiz Torres, J. C., y Godoy Ortiz, A. D. A. (2021). Los precios del petróleo y la complejidad de la canasta exportadora: La paradoja del caso colombiano. *Revista Facultad de Ciencias Económicas*, 29(2), 167-196. <https://doi.org/10.18359/rfce.5304>

- Perilla Jiménez, J. R. (2010). El Impacto de los Precios del Petróleo Sobre el Crecimiento Económico en Colombia. *Departamento Nacional de Planeación*. <https://economia.uniandes.edu.co/sites/default/files/imagenes/eventos/ElimpactopreciosPetroleo-JuanRPerilla.pdf>
- Rodríguez Esparza, J. C. (2023). *Análisis del impacto de la pandemia del COVID-19 y la guerra en Ucrania en los precios internacionales del petróleo y su repercusión en la actividad petrolera en Colombia* [tesis de Maestría, Fundación Universidad de América]. Repositorio Institucional. <https://repository.uamerica.edu.co/items/16464e93-c31a-46bc-b498-2bd2e7a23dcc>
- Rojas Rivera, L. (2023). Estimación del tipo de cambio en Colombia comparando modelos econométricos Arimax-Garch y redes neuronales. *Revista CIFE: Lecturas de Economía Social*, 25(43), 57-97. <https://repository.usta.edu.co/server/api/core/bitstreams/cd96b92f-037e-4627-882b-6cce026c57dd/content>
- Shapiro, A. C., & Moles, P. (2014). *International Financial Management* (10<sup>th</sup> ed.). John Wiley & Sons.
- Superintendencia Financiera de Colombia – Superfinanciera (s. f.). *Tasa de Cambio Representativa del Mercado (TRM)*. Datos Abiertos Colombia. Recuperado el 13 de enero del 2025, de [https://www.datos.gov.co/Econom-a-y-Finanzas/Tasa-de-Cambio-Representativa-del-Mercado-TRM/32sa-8pi3/data\\_preview](https://www.datos.gov.co/Econom-a-y-Finanzas/Tasa-de-Cambio-Representativa-del-Mercado-TRM/32sa-8pi3/data_preview)
- Tsay, R. S. (2010). *Analysis of Financial Time Series* (3<sup>rd</sup> ed.). John Wiley & Sons.

## ANEXOS

## ANEXO 1. Código Python modelo más acertado SARIMA-GARCH (3,1,3) (1,1,1) [90]

```
import pandas as pd
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from pmdarima import auto_arima
from sklearn.metrics import mean_squared_error, mean_absolute_error
from statsmodels.tsa.stattools import adfuller
from statsmodels.tsa.seasonal import seasonal_decompose
from statsmodels.tsa.statespace.sarimax import SARIMAX
from statsmodels.graphics.tsaplots import plot_acf, plot_pacf
from statsmodels.graphics.tsaplots import acf, pacf
from statsmodels.stats.diagnostic import acorr_ljungbox
import warnings
warnings.filterwarnings('ignore')

# Cargar los datos de entrenamiento
train = pd.read_csv(
    'C:/Users/JREPCONT3/Desktop/usd_cop_train.csv',
    sep=';',
    decimal=',',
    parse_dates=['Fecha'],
    index_col='Fecha',
    header=0,
    dayfirst=True
)

# Cargar los datos de prueba
test = pd.read_csv(
    'C:/Users/JREPCONT3/Desktop/usd_cop_test.csv',
    sep=';',
    decimal=',',
    parse_dates=['Fecha'],
    index_col='Fecha',
    header=0,
    dayfirst=True
)

# Asegurar que el índice está en orden ascendente
data = data.sort_index()
train = train.sort_index()
test = test.sort_index()

# Opcional: asignar una frecuencia si la serie es regular
data = data.asfreq('B', method='ffill')
train = train.asfreq('B', method='ffill')
test = test.asfreq('B', method='ffill')
```