

**Metodologías de estimación del valor en riesgo (VaR): Índice Nasdaq compuesto bajo,
métodos paramétricos, no paramétricos y de valor extremo**

*Value-at-risk (VAR) estimation methodologies: Nasdaq Composite Index under,
parametric, nonparametric and extreme value methods*



Vigilada Mineducación

Juan Pablo Abad Gómez

jabadgo@eafit.edu.co

Tesis presentada como requisito parcial para obtener el título de Magíster en
Administración Financiera

Asesor:

Jaime Alberto Ospina Mejía

UNIVERSIDAD EAFIT
ESCUELA DE FINANZAS, ECONOMÍA Y GOBIERNO
MAESTRÍA EN ADMINISTRACIÓN FINANCIERA –MAF–
MEDELLÍN

2023

Contenido

Resumen	4
Abstract	4
Introducción	5
Revisión de literatura	6
Marco teórico	7
Modelos por simulación	8
El modelo EWMA.....	9
Modelos paramétricos.....	10
Teoría de valor extremo.....	11
Déficit previsto (<i>Expected shortfall</i>)	11
Metodología.....	12
Resultados.....	13
Retornos del Índice NASDAQ y análisis de volatilidad	13
Estimaciones del VaR.....	14
<i>Backtesting</i>	22
Conclusiones y recomendaciones	24
Referencias	25
Anexos.....	29
Resultados <i>backtesting</i> VaR	29
<i>Backtesting</i> con datos de 2009.....	29
<i>Backtesting</i> con datos de 2017.....	30
Código de Python	31

Lista de tablas

Tabla 1. <i>Estimaciones del VaR para los retornos del NASDAQ en 2007</i>	15
Tabla 2. <i>Estimaciones del VaR para los retornos del NASDAQ en 2014</i>	17
Tabla 3. <i>Estimaciones del VaR para los retornos del NASDAQ en 2020</i>	19
Tabla 4. <i>Estimaciones del VaR para los retornos del NASDAQ en 2022</i>	20
Tabla 5. <i>Estimaciones del VaR para los retornos del NASDAQ entre 2009 y 2018</i>	21
Tabla 6. <i>Resumen de backtesting con datos de 2009 de estimaciones del VaR</i>	23
Tabla 7. <i>Resumen de backtesting con datos de 2017 de estimaciones del VaR</i>	23

Lista de figuras

Figura 1. <i>Representación del VaR dentro de la distribución de pérdidas de un activo</i>	7
Figura 2. <i>Comparativo entre la volatilidad EWMA con $\lambda=0.99$, $\lambda=0.94$ y los retornos del índice NASDAQ</i>	9
Figura 3. <i>Representación gráfica del CVaR en la distribución de rendimientos</i>	12
Figura 4. <i>Histograma retornos históricos del Índice NASDAQ compuesto</i>	13
Figura 5. <i>Volatilidad condicional anualizada de los retornos del NASDAQ compuesto</i>	14
Figura 6. <i>Comparativo estimaciones del VaR para los retornos del NASDAQ en 2007</i>	15
Figura 7. <i>Volatilidad condicional anualizada del NASDAQ entre 2006 y 2008</i>	16
Figura 8. <i>Volatilidad condicional anualizada del NASDAQ entre 2013 y 2015</i>	16
Figura 9. <i>Comparativo estimaciones del VaR para los retornos del NASDAQ en 2014</i>	17
Figura 10. <i>Volatilidad condicional anualizada del NASDAQ entre 2019 y 2021</i>	18
Figura 11. <i>Comparativo estimaciones del VaR para los retornos del NASDAQ en 2020</i>	18
Figura 12. <i>Volatilidad condicional anualizada del NASDAQ entre 2021 y julio de 2023</i>	19
Figura 13. <i>Comparativo de las estimaciones del VaR para los retornos del NASDAQ en 2020</i>	20
Figura 14. <i>Comparativo de las estimaciones del VaR para los retornos del NASDAQ entre 2009 y 2018</i>	21
Figura 15. <i>Volatilidad condicional anualizada del NASDAQ entre 2009 y 2018</i>	22

Resumen

El valor en riesgo (VaR) es una medida del riesgo de mercado que busca establecer el límite superior de la posible pérdida de valor de un activo o portafolio de activos, con un nivel de confianza previamente definido. Hoy en día existen diferentes modelos o aproximaciones al cálculo del VaR, entre los que se encuentran los modelos paramétricos, los no-paramétricos (o de simulación) y la estimación con la teoría de valor extremo. En esta investigación se establece una comparación entre las estimaciones usando los métodos de simulación histórica, varianza-covarianza, teoría de valor extremo y ajustado por volatilidad. Los resultados obtenidos muestran que el modelo de VaR ajustado por volatilidad propuesto por Hull y White (1998) tiene el mejor ajuste en ventanas de alta volatilidad. Mientras que el VaR calculado por teoría de valor extremo presenta el mejor ajuste en ventanas de volatilidad normal para niveles de confianza muy altos.

Palabras clave: Valor en riesgo, *Expected Shortfall*, teoría de valor extremo, riesgo de mercado.

Abstract

Value-at-Risk (VaR) is a measure of market risk that aims to establish the upper limit of possible losses in the value of an asset or portfolio of assets, under a previously defined confidence level. Nowadays there are different approaches to estimate this measure such as parametric methods, non-parametric methods and Extreme Value Theory (EVT). This research does a comparison between estimations made using the Historical Simulation, Variance-Covariance, Extreme Value Theory, and Volatility Adjusted methods. The results obtained show that the Volatility Adjusted VaR model proposed by Hull & White (1998) has the best fit in high-volatility time periods. While EVT VaR shows the best fit on normal time periods for very high confidence levels.

Key words: Value at Risk, Expected Shortfall, Extreme Value Theory, Market risk.

Introducción

Como lo plantea Philippe Jorion en el primer capítulo de su trabajo *Value at Risk*: “Las corporaciones están en el negocio de administrar riesgos” (2007, p. 3).¹ En un mundo financiero cada día más sofisticado, globalizado e interconectado, la administración del riesgo en los mercados financieros ha pasado de ser un asunto de sostenibilidad del negocio a uno de interés social y político, que involucra a todas las esferas de la sociedad.

Las devastadoras crisis económicas como la de 2008 y los colapsos bancarios como el de Herstatt Bank en 1974, han hecho que los Bancos Centrales de las principales economías del mundo se vean en la necesidad de alinear las políticas de regulación financiera y bancaria. Esa alineación dio origen a los Acuerdos de Basilea que, entre sus múltiples pilares, sugieren el uso del valor en riesgo (VaR) como principal medida para estimar el riesgo de mercado y, por consiguiente, determinar el capital mínimo requerido para evitar que las pérdidas en el portafolio dejen insolvente a una institución (BIS, 2004).

En este orden de ideas, el VaR es una medida que busca estimar la máxima pérdida posible de un activo o portafolio en un período de tiempo definido, con un determinado nivel de confianza. Esta busca responder a la pregunta: *Si mañana cae el mercado, ¿cuánto es lo máximo que voy a perder?*

El presente estudio es una comparación entre diferentes métodos para la estimación del valor en riesgo, aplicados a un índice bursátil que está compuesto por más de 2500 acciones del segundo mercado accionario más importante de EE. UU. Para ello se utilizarán datos de 2007, 2014, 2020 y 2022, así como una estimación del VaR de largo plazo con datos de 2009 a 2018. Para establecer cuál es el modelo más ajustado, se hará un *backtesting* empleando una prueba binomial con dos escenarios: uno de alta volatilidad, con datos de 2008 a 2009, y otro de volatilidad normal, con datos de 2017 a 2019.

¹ Las traducciones de los textos en inglés son responsabilidad mía.

Revisión de literatura

Desde su introducción al público en 1994 por J. P. Morgan, diferentes autores y estudios se han interesado por lograr estimaciones más ajustadas del VaR y poner a prueba su validez como medida de riesgo de mercado. En esa dirección, Boudoukh *et al.* (1998) proponen una aproximación híbrida a la estimación del VaR que mejore el ajuste del cálculo por simulación histórica. Por su parte, Barone-Adesi y Giannopoulos (1996) sugieren la incorporación de la volatilidad del portafolio –y no la de toda la institución financiera– en la estimación del VaR por simulación.

Más adelante, Danielsson y De Vries (2000) plantean el cálculo a través de la teoría de valor extremo, con un método construido a partir del resultado de Gnedenko (1943), para obtener estimaciones más ajustadas en niveles de confianza muy superiores a los usados de manera tradicional. Más recientemente, Barczy *et al.* (2021) proponen una nueva aproximación al valor en riesgo y déficit previsto (*Expected shortfall*) para distribuciones con asimetría positiva y exceso de curtosis. Mientras que Korotimi y Diakarya (2022) sugieren el uso de cópulas de Bernstein para estimar valores extremos en distribuciones con colas pesadas.

Otros autores han realizado comparaciones entre las diferentes aproximaciones al cálculo del VaR para índices de mercado, tanto en condiciones normales como en momentos de coyuntura. Bucio *et al.* (2016) realizan una comparación entre el VaR tradicional y el VaR con cópulas elípticas para los mercados accionarios de México y EE. U.U., y concluyen que el VaR con cópulas es más acertado en la estimación de pérdidas potenciales. De otro lado, Shaik y Padmakumari (2022) hacen un comparativo entre tres metodologías en los mercados del bloque BRICS y el mercado estadounidense, siendo la metodología basada en el modelo EWMA la que tiene un mejor desempeño en su análisis.

A su turno, Jiao y Ye (2021) hacen una comparación entre el VaR condicional del S&P 500 y el de once índices sectoriales. Por su parte, Calmon *et al.* (2021) también hacen una comparación de distintos métodos y concluyen que la estimación del VaR a través del EVT presenta los mejores resultados en el *backtesting*.

Halbleib y Pohlmeier (2012) hacen un análisis de las aproximaciones al VaR en períodos de crisis y períodos de calma, y concluyen que “mientras que en los períodos de calma los modelos parsimoniosos estimados en ventanas recientes de datos y las estimaciones del VaR con base en supuestos de distribución normal son apropiadas, ese no es el caso para los tiempos turbulentos” (p. 1223). En contraste, Degiannakis *et al.* (2011) sostienen que los modelos tradicionales de estimación del VaR proveen un pronóstico adecuado del riesgo de mercado, incluso en períodos de volatilidad extrema como la de la crisis financiera de 2008.

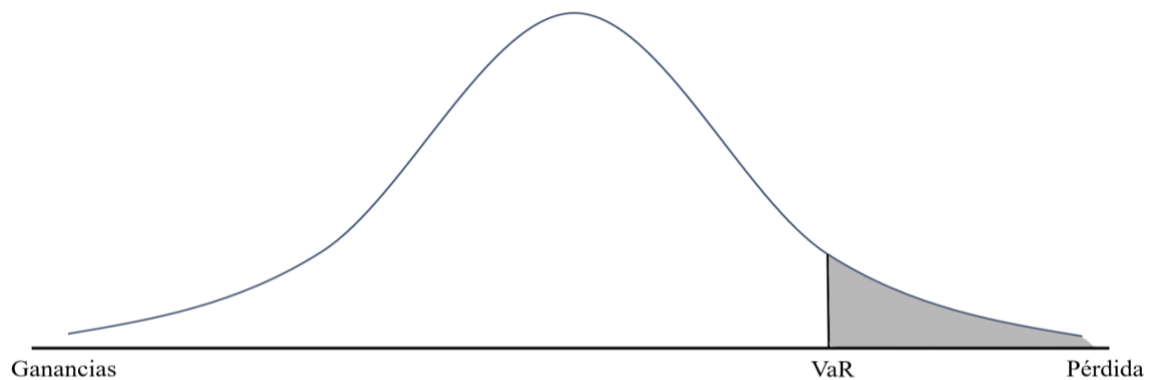
Marco teórico

El valor en riesgo (VaR) es “una medida del cambio máximo potencial en el valor de un portafolio de instrumentos financieros con una probabilidad dada en un horizonte preestablecido” (J. P. Morgan & Reuters, 1996, p. 6). El VaR “describe el cuantil de la distribución de pérdidas y ganancias proyectada en el horizonte elegido” (Jorion, 2007, p. 17).

La principal ventaja del VaR frente a otras medidas de riesgo es que, si bien su cálculo puede llegar a ser altamente complejo, el resultado es de fácil interpretación para cualquier profesional financiero o de mercados. Como lo establece Hull (2018), la finalidad del cálculo del VaR es llegar a la siguiente sentencia: “Estamos X por ciento seguros de que no perderemos más de V dólares en el tiempo T ” (p. 271), donde X es el nivel de confianza del VaR, T es el horizonte de tiempo del cálculo y V es el valor en riesgo del portafolio.

Figura 1

Representación del VaR dentro de la distribución de pérdidas de un activo



Fuente: Elaboración propia.

La adopción y popularización del VaR como medida predilecta del riesgo de mercado ha sido impulsada por la regulación financiera internacional originada en los Acuerdos de Basilea, como base para la determinación del capital mínimo que deben mantener las instituciones financieras y de crédito (Jorion, 2007).

Los principales modelos empleados para la estimación del VaR pueden dividirse en dos grandes grupos: los modelos por simulación y los modelos paramétricos. A continuación se hace una explicación de cada grupo y los principales modelos que los conforman.

Modelos por simulación

Los modelos por simulación son aquellos que hacen uso de los datos históricos de retornos de los activos sin hacer ningún supuesto sobre su distribución. En su forma más simple, este método consiste en usar la variación histórica de las variables del mercado para estimar la distribución de probabilidad de los cambios en el valor del portafolio en el futuro (Hull, 2018a).

La simulación histórica asume que el comportamiento del mercado en el pasado explica los eventos que puedan ocurrir en el futuro. Es decir, considera que la pérdida máxima que experimentará el portafolio en el futuro para un nivel de confianza X será igual a la pérdida experimentada en el percentil X de la distribución de retornos observada en el horizonte de tiempo en estudio.

Este método tiene como principal ventaja la facilidad de cálculo, pues solo requiere estimar la distribución de probabilidad empírica de los retornos en el período. Sin embargo, puede llegar a subestimar en gran medida las pérdidas máximas y estar sujeto a error, en parte debido a la no-estacionalidad de las variables de mercado (Hull, 2018b).

Existen algunas extensiones al método de simulación histórica que buscan robustecer el modelo mediante la asignación de pesos a las observaciones, o el ajuste de las variables de mercado por volatilidad. La primera de estas, propuesta por Boudoukh *et al.* (1998), consiste en asignar un mayor peso en el cálculo a las observaciones más recientes pues estas reflejan más las volatilidades y condiciones macroeconómicas actuales.

Por su parte, la segunda, propuesta por Hull & White (1998), sugiere la incorporación de estimaciones de volatilidad en la simulación histórica permitiendo que el estimado del VaR sea mayor que cualquiera de las pérdidas que ocurrieron en la ventana de tiempo observada (citado en Hull, 2018b, p. 303). Para ello, Hull (2018b) sugiere hacer uso del modelo EWMA para ponderar las observaciones ajustadas por volatilidad. Otras extensiones como el modelo condicional autorregresivo (CAViaR) desarrollado por Engle y Manganelli (2004), o el modelo de simulación histórica filtrada (FHS) se han propuesto como alternativas a la simulación histórica.

El modelo EWMA

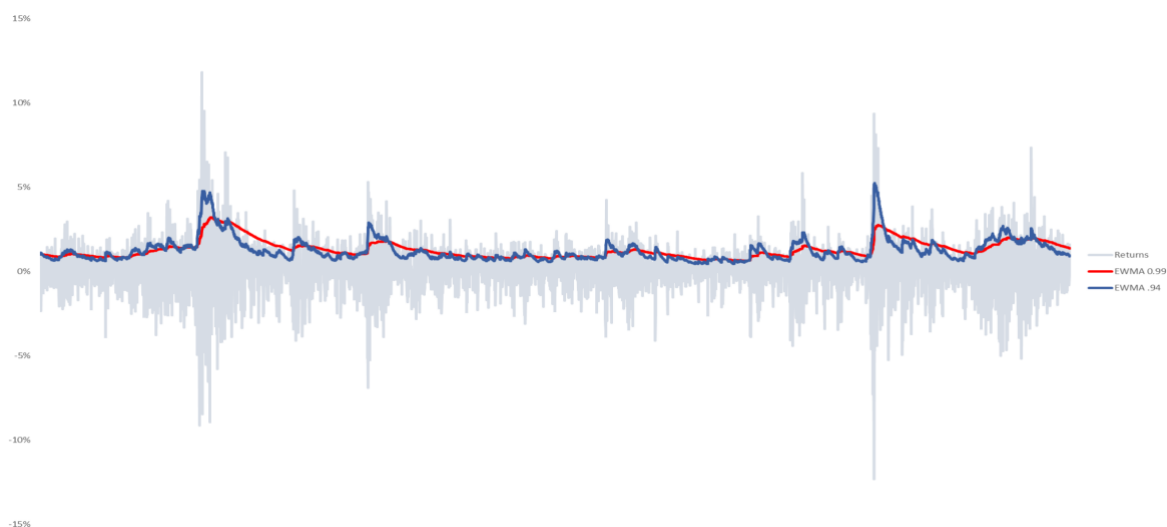
El promedio móvil ponderado exponencialmente (EWMA, por sus siglas en inglés) es un modelo de monitoreo de volatilidad que busca dar una mayor relevancia a las observaciones más recientes a la hora de estimar la volatilidad en el tiempo n de un activo. La fórmula del EWMA es:

$$\sigma_n^2 = \lambda\sigma_{n-1}^2 + (1 - \lambda)u_{n-1}^2$$

Donde σ_{n-1}^2 es el estimado de volatilidad para el tiempo $n-1$, λ es una constante entre 0 y 1, y u_{n-1}^2 es el cambio porcentual más reciente del valor del activo.

Figura 2

Comparativo entre la volatilidad EWMA con $\lambda=0.99$, $\lambda=0.94$ y los retornos del índice NASDAQ



Fuente: Elaboración propia a partir de datos de Yahoo Finance, 2023.

Como se observa en la figura 2, el EWMA permite hacer seguimiento a los movimientos en la volatilidad de un activo, con diferentes niveles de sensibilidad. Dicha sensibilidad es determinada por el factor de decaimiento λ , donde a menor *lambda* mayor ponderación de la volatilidad histórica frente a la observación más reciente. El factor óptimo de decaimiento puede ser estimado mediante el método de máxima verosimilitud; sin embargo, de acuerdo con RiskMetrics (1994), un $\lambda = 0.94$ es el valor que produce proyecciones de volatilidad más ajustadas a la volatilidad finalmente observada (citado en Hull, 2018b, p. 226).

Modelos paramétricos

Existen modelos para la estimación del valor en riesgo que no apelan a los retornos históricos observados, sino que establecen suposiciones sobre la distribución de probabilidad de los rendimientos según el riesgo histórico observado. La principal ventaja de los modelos paramétricos o analíticos es la simplicidad del cálculo, incluso para un gran volumen de activos, lo que permite hacer estimaciones casi en tiempo real del VaR, de acuerdo con las variaciones del mercado.

Sin embargo, uno de sus principales problemas es la existencia de colas pesadas en la distribución real de los retornos de los activos, que no son tenidas en cuenta por la distribución asumida en la estimación, en especial para niveles de confianza por encima de 95 % (Jorion, 2007). Una alternativa a las estimaciones del VaR suponiendo distribuciones normales o de *t-student* es el uso de cópulas para unir en una distribución multivariada a una colección de funciones marginales univariadas (Torres y Olarte, 2009).

El uso de cópulas busca evitar sobrestimar o subestimar el valor en riesgo, y lograr estimar las colas pesadas de la distribución de los retornos de los activos (Bucio *et al.*, 2016). Ejemplos de cópulas incluyen la cópula Gaussiana, *t-student*, Gumbel, Frank y Clayton. Estas últimas hacen parte de una clase de cópulas conocidas como cópulas Arquimedianas (Miller, 2014).

Adicional a los modelos enunciados como parte de los grupos anteriores, existen dos aproximaciones adicionales a la medición del riesgo de mercado que son relevantes dentro de la literatura del valor en riesgo: la teoría de valor extremo (EVT) y el déficit previsto (*Expected shortfall*).

Teoría de valor extremo

La teoría de valor extremo (EVT) es una rama de la estadística que busca estimar la probabilidad de eventos que son más extremos que cualquier otro observado previamente (Fernández, 2003). Gnedenko (1943) estableció que las colas de un amplio rango de distribuciones tienen propiedades en común. Estas propiedades hacen posible estimar valores extremos en la cola derecha de la distribución a través de la distribución generalizada de Pareto, estimando los parámetros a través de métodos de máxima verosimilitud.

Sea $F(v)$ la función distribución de probabilidad acumulada de las pérdidas del activo v , y u el valor de v en la cola derecha de la distribución, la probabilidad de que v esté entre u y $u+y$ ($y > 0$) es $F(u+y) - F(u)$ (Hull, 2018b). Siendo $Fu(y)$ la probabilidad de que v esté entre u y $u+y$, bajo la condición de $v > u$, $Fu(y)$ sería:

$$Fu(y) = \frac{F(u+y) - F(u)}{1 - F(u)}$$

De acuerdo con el resultado de Gnedenko (1943), para una amplia clase de distribuciones $F(v)$, la distribución $Fu(y)$ converge a una distribución generalizada de Pareto a medida que se incrementa el límite u .

El cálculo del VaR por medio del EVT permite simular las colas de la distribución de retornos de forma más ajustada que en la simulación histórica, y hacer estimaciones para niveles de confianza muy altos, incluso cuando se tiene una limitada cantidad de datos (Hull, 2018b).

Déficit previsto (*Expected shortfall*)

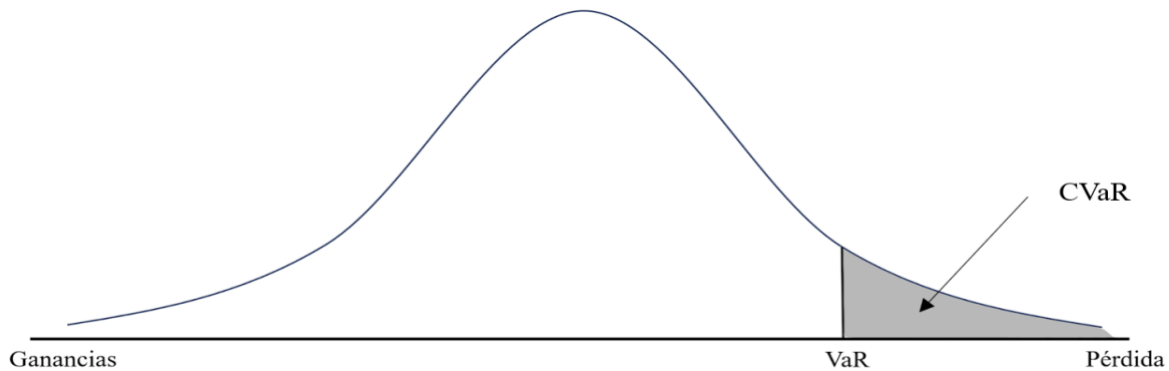
Si bien el valor en riesgo es una de las medidas más populares de medición del riesgo de mercado, ella no está libre de deficiencias. El VaR ignora cualquier pérdida por encima del nivel de valor en riesgo, y no satisface uno de los axiomas de coherencia al no ser subaditivo, es decir, la suma de los valores en riesgo de los subportafolios no necesariamente es igual al VaR del portafolio completo (Nadarajah *et al.*, 2013).

Con el fin de dar soluciones a los problemas presentados por el valor en riesgo, Artzner *et al.* (1999) introdujeron la medida de déficit previsto (*expected shortfall*), también conocido

como VaR condicional o CVaR (citados en Nadarajah *et al.*, 2013). El CVaR mide las pérdidas esperadas por encima de un nivel de confianza dado (Du & Escanciano, 2015).

Figura 3

Representación gráfica del CVaR en la distribución de rendimientos



Fuente: Elaboración propia.

Más específicamente, el *expected shortfall* es la pérdida esperada en un tiempo T dada la condición de que la pérdida sea mayor que el VaR para el mismo período con el mismo nivel de confianza, calculado como el promedio de las pérdidas observadas en la distribución de retornos que exceden el valor en riesgo estimado (Hull, 2018b).

Metodología

Este trabajo comprende un análisis comparativo entre las estimaciones del valor en riesgo de un día a través de los modelos de simulación histórica, paramétrico, ajustado por volatilidad y valor extremo para los retornos del Índice *NASDAQ Composite* de un año en 2007, 2014, 2020 y 2022, así como durante la década comprendida entre 2009 y 2019.

Para el desarrollo del trabajo se toman los precios de cierre diarios del NASDAQ obtenidos de Yahoo Finance con los cuales se hace el cálculo de los retornos diarios históricos del Índice para todos los períodos de estudio seleccionados. Posteriormente se realiza la estimación del valor en riesgo para todos los períodos utilizando el lenguaje de programación Python para construir los modelos.

Finalmente, se efectúa una prueba de *backtesting* para un período de tiempo establecido para medir el ajuste de las estimaciones de los modelos evaluados. A partir de los resultados

de las pruebas se hace la comparación entre los resultados de los modelos para determinar el mejor ajuste, y se contrasta con los resultados obtenidos en estudios similares para otros índices o portafolios accionarios.

Resultados

A continuación, se presentan los resultados obtenidos en la investigación, iniciando con un análisis del índice bursátil objeto de estudio y su comportamiento histórico en los períodos estudiados.

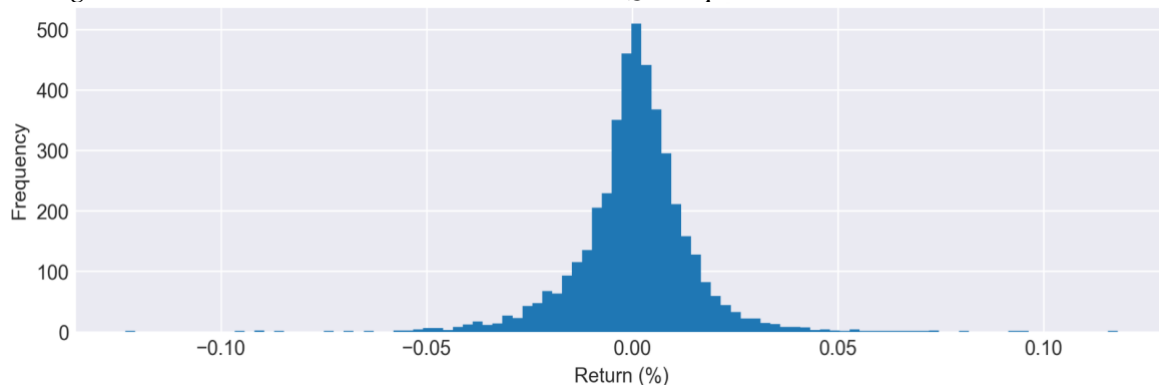
Retornos del Índice NASDAQ y análisis de volatilidad

El *Nasdaq Composite Index*, o NASDAQ, es un índice ponderado por capitalización bursátil compuesto por todas las acciones comunes domésticas e internacionales listadas en el mercado del mismo nombre (NASDAQ, 2020).

Al calcular los retornos históricos del Índice NASDAQ desde enero de 2006 hasta julio de 2023 podemos observar que la distribución de estos tiene una curtosis de 7.37, muy superior a la de la distribución normal. Esta curtosis nos indica que existe una mayor concentración de valores en las colas. Como se observa en la figura 4, los retornos históricos del Índice presentan valores en los extremos de ambas colas. Sin embargo, para efectos de esta investigación son de mayor interés los valores en los extremos de la cola izquierda que representa las pérdidas.

Figura 4

Histograma retornos históricos del Índice NASDAQ compuesto

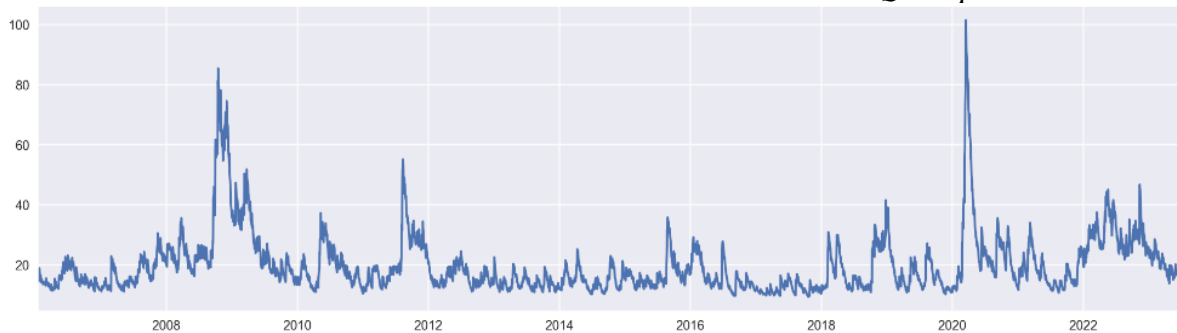


Fuente: Elaboración propia a partir de datos de Yahoo Finance, 2023.

No obstante, la distribución de los retornos de la figura 4, al ser un agregado de todos los retornos históricos del Índice, no nos permite hacer apreciaciones concretas sobre la volatilidad del activo en determinado período histórico. Para ello podemos emplear modelos econométricos que nos permitan estimar la volatilidad anualizada de los retornos. Uno de ellos es el modelo generalizado de heteroscedasticidad condicional autorregresiva o GARCH.

Figura 5

Volatilidad condicional anualizada de los retornos del Índice NASDAQ compuesto



Fuente: Elaboración propia a partir de datos de Yahoo Finance, 2023.

Al aplicar un modelo GARCH(1,1) sobre los retornos históricos del Índice NASDAQ es posible observar la existencia de picos de volatilidad en los años 2009, 2011 y 2020. Estos períodos corresponden a eventos de gran impacto en los mercados financieros, como la gran recesión de 2008; la crisis de la Eurozona entre 2009 y 2014, y la pandemia ocasionada por el COVID-19 en 2020.

Dichas ventanas de tiempo son de especial interés cuando se busca hacer estimaciones del valor en riesgo, pues el principal objetivo de la medida es intentar pronosticar, sin sobreestimarlos, el nivel máximo que podrían alcanzar las posibles pérdidas futuras. Como se mencionó en el marco teórico y como se podrá evidenciar en los resultados de las estimaciones, no todos los modelos de cálculo del VaR responden adecuadamente cuando se presentan situaciones de volatilidad extrema en los mercados.

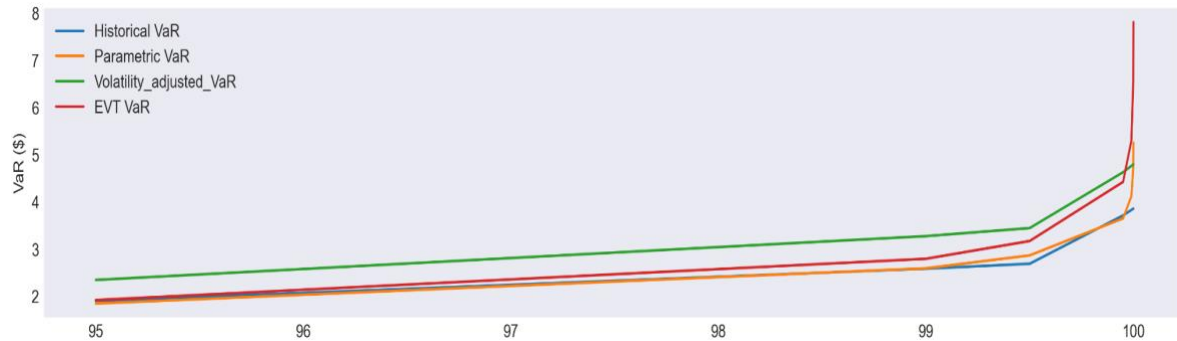
Estimaciones del VaR

A continuación, se presentan los resultados de las estimaciones del VaR de un día para los diferentes períodos elegidos empleando las aproximaciones seleccionadas. Para todos los cálculos se tienen en cuenta siete niveles de confianza empezando por 95 % hasta 99,9999 %.

Esto con el fin de medir el efecto en los diferentes modelos de estimaciones más profundas en la cola de la distribución.

Figura 6

Comparativo de las estimaciones del VaR para los retornos del NASDAQ en 2007



Fuente: Elaboración propia.

Tabla 1

Estimaciones del VaR para los retornos del NASDAQ en 2007

Nivel de confianza	Simulación histórica	Teoría de valor extremo (EVT)	VaR paramétrico	VaR ajustado por volatilidad
95 %	1.9022	1.9213	1.8470	2.3475
99 %	2.5866	2.7958	2.5943	3.2759
99,5 %	2.6909	3.1726	2.8679	3.4467
99,95 %	3.7151	4.4251	3.6516	4.6304
99,99 %	3.8305	5.3013	4.1215	4.7650
99,999 %	3.8565	6.5558	4.7201	4.7953
99,9999 %	3.8591	7.8115	5.2559	4.7984

Fuente: Elaboración propia.

Los resultados de la estimación del VaR para los retornos del año 2007 son consistentes con lo esperado para un período de relativamente baja volatilidad. Incluso para los niveles de confianza más altos, el estimado por EVT no está muy alejado de los resultados obtenidos a través del método paramétrico y ajustado por volatilidad.

Figura 7

Volatilidad condicional anualizada del NASDAQ entre 2006 y 2008

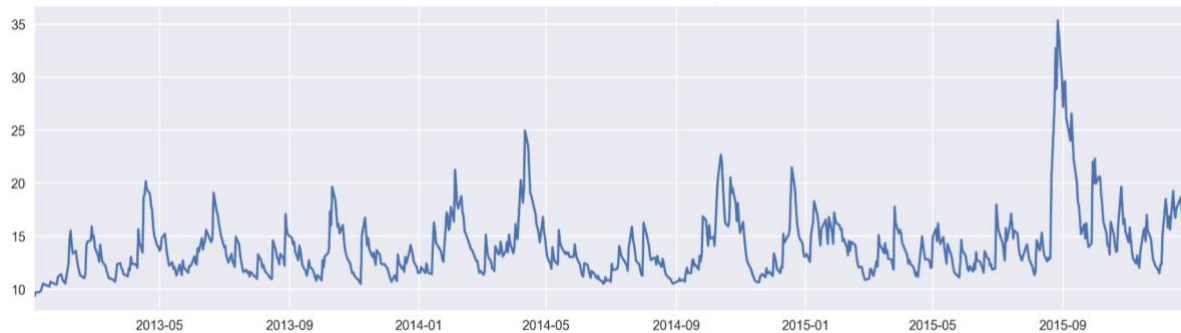


Fuente: Elaboración propia a partir de datos de Yahoo Finance, 2023.

Al observar los resultados para un período más volátil como lo es el año 2014, se empieza a evidenciar una mayor diferencia entre los resultados obtenidos por EVT y los obtenidos por otros modelos para niveles de confianza superiores a 99 %.

Figura 8

Volatilidad condicional anualizada del NASDAQ entre 2013 y 2015

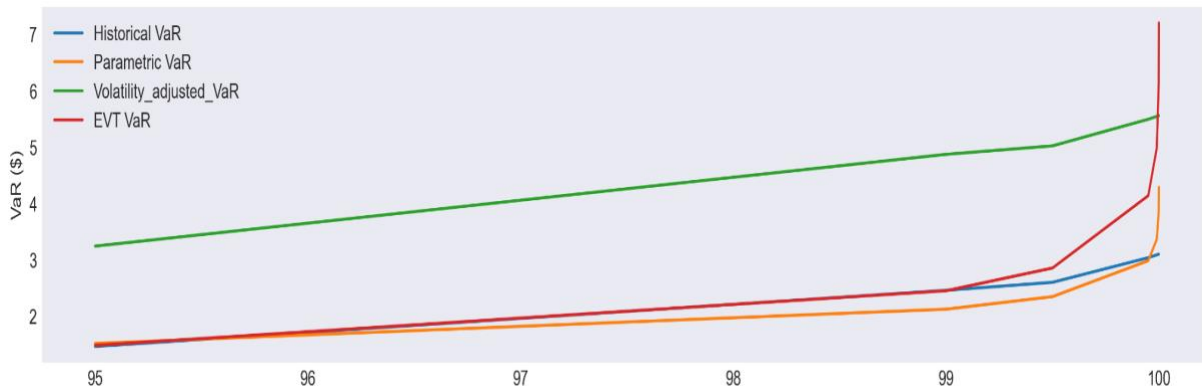


Fuente: Elaboración propia a partir de datos de Yahoo Finance, 2023.

Son de particular interés los resultados del VaR ajustado por volatilidad para niveles de confianza inferiores a 99 % y su *spread* con respecto a los demás resultados. La inclusión del efecto de la volatilidad en los retornos del Índice puede permitir estimaciones ajustadas de las posibles pérdidas futuras en niveles de confianza menores. Al comparar las estimaciones del VaR del NASDAQ con las obtenidas por Bucio *et al.* (2016) para el S&P 500, se evidencia que si bien existe un comportamiento similar entre ambos índices, el NASDAQ tuvo un comportamiento más volátil en este período que el principal índice del NYSE.

Figura 9

Comparativo de las estimaciones del VaR para los retornos del NASDAQ en 2014



Fuente: Elaboración propia.

Tabla 2

Estimaciones del VaR para los retornos del NASDAQ en 2014

Nivel de confianza	Simulación histórica	Teoría de valor extremo (EVT)	VaR paramétrico	VaR ajustado por volatilidad
95 %	1.4664	1.1485	1.5194	3.2447
99 %	2.4613	2.4536	2.1266	4.8724
99,5 %	2.6029	2.8568	2.3488	5.0228
99,95 %	3.0397	4.1395	2.9856	5.4943
99,99 %	3.0869	4.9866	3.3674	5.5447
99,999 %	3.1008	6.1318	3.8538	5.5560
99,9999 %	3.1020	7.2032	4.2890	5.5571

Fuente: Elaboración propia.

El año 2020 corresponde al mayor pico de volatilidad entre los retornos históricos del Índice NASDAQ observados. La declaración de pandemia por parte de la OMS en marzo de ese año generó un escenario de extrema volatilidad en un corto período de tiempo. Volatilidad que se ve reflejada en los resultados de las estimaciones del VaR para ese período.

Figura 10

Volatilidad condicional anualizada del NASDAQ entre 2019 y 2021

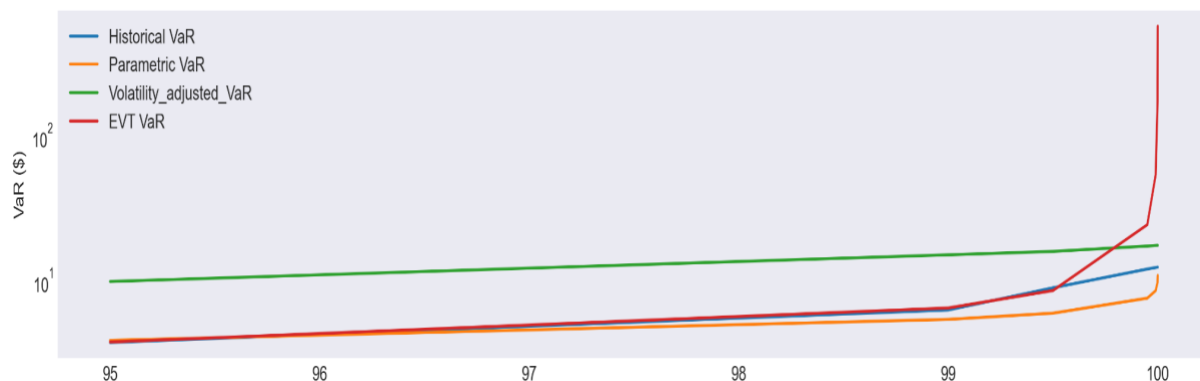


Fuente: Elaboración propia a partir de datos de Yahoo Finance, 2023.

En las estimaciones para este período toman relevancia los resultados del VaR por EVT, que para los niveles de confianza más altos se alejan en gran magnitud de las estimaciones obtenidas por los modelos paramétricos y de simulación. En la práctica, salvo que se cuente con posiciones apalancadas, no es posible perder más de 100 % de lo invertido en instrumentos de renta variable. Sin embargo, es un resultado que permite evidenciar el nivel de volatilidad extremo que presentó el Índice NASDAQ en ese período.

Figura 11

Comparativo de las estimaciones del VaR para los retornos del NASDAQ en 2020



Fuente: Elaboración propia.

Tabla 3***Estimaciones del VaR para los retornos del NASDAQ en 2020***

Nivel de confianza	Simulación histórica	Teoría de valor extremo (EVT)	VaR paramétrico	VaR ajustado por volatilidad
95 %	3.7184	3.7474	3.8464	9.8097
99 %	6.2360	6.4394	5.3703	14.9874
99,5 %	8.8763	8.4982	5.9282	15.8274
99,95 %	11.9576	24.2005	7.5263	17.2358
99,99 %	12.2485	53.6092	8.4844	17.3944
99,999 %	12.3140	173.3012	9.7051	17.4301
99,9999 %	12.3206	568.9073	10.7975	17.4336

Fuente: Elaboración propia.

2022 es un año que muestra niveles de volatilidad relativamente altos en toda su duración, con picos en mayo y diciembre. Ese año presenta una transición entre las políticas monetarias expansivas de la pandemia hacia políticas contractivas para hacer frente a la escalada de la inflación. Además, el inicio de la guerra entre Rusia y Ucrania en el mes de febrero, también puede explicar los picos de volatilidad evidenciados en el inicio del año.

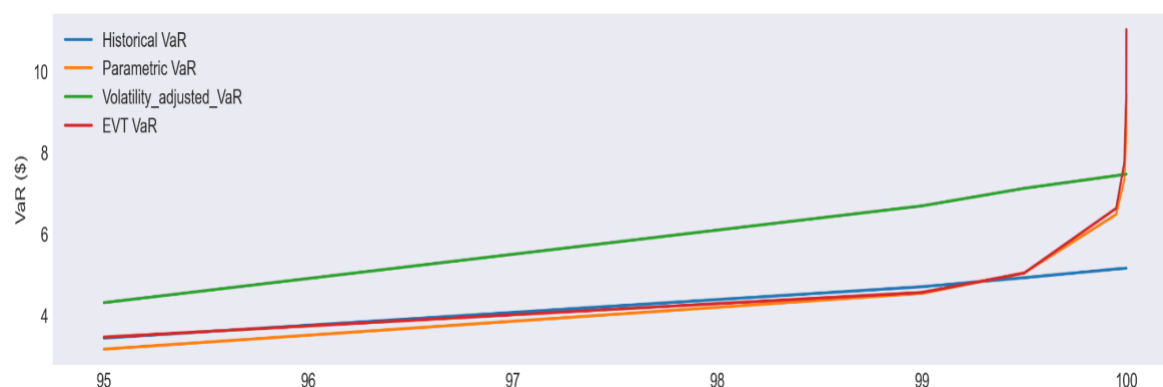
Figura 12***Volatilidad condicional anualizada del NASDAQ entre 2021 y julio de 2023***

Fuente: Elaboración propia a partir de datos de Yahoo Finance, 2023.

Para el caso de las estimaciones del VaR del 2022, se repiten los patrones ya evidenciados en las estimaciones de años anteriores. Sin embargo, se puede observar que para los niveles de confianza más altos el VaR estimado de forma paramétrica no está muy alejado de aquel estimado por EVT.

Figura 13

Comparativo de las estimaciones del VaR para los retornos del NASDAQ en 2020



Fuente: Elaboración propia.

Tabla 4

Estimaciones del VaR para los retornos del NASDAQ en 2022

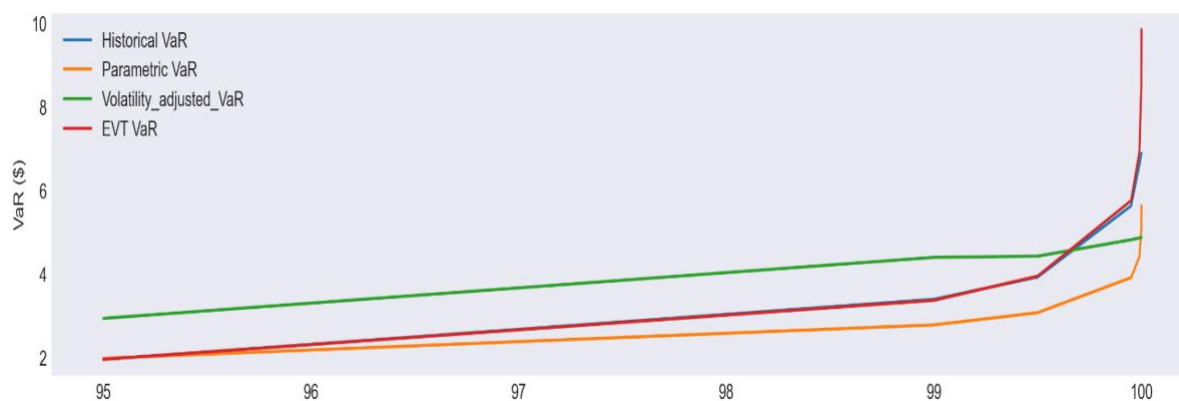
Nivel de confianza	Simulación histórica	Teoría de valor extremo (EVT)	VaR paramétrico	VaR ajustado por volatilidad
95 %	3.4442	3.4664	3.1701	4.3121
99 %	4.7032	4.5634	4.5414	6.6898
99,5 %	4.9252	5.0388	5.0435	7.1207
99,95 %	5.1382	6.6302	6.4817	7.4326
99,99 %	5.1549	7.7541	7.3439	7.4618
99,999 %	5.1587	9.3785	8.4424	7.4684
99,9999 %	5.1590	11.0226	9.4255	7.4690

Fuente: Elaboración propia.

Por último, la estimación para el período comprendido entre 2009 y 2018 presenta resultados que continúan con los patrones evidenciados antes. En este período, los resultados de las estimaciones por EVT, método paramétrico y ajustado por volatilidad están relativamente cercanas a las observadas en 2007.

Figura 14

Comparativo de las estimaciones del VaR para los retornos del NASDAQ entre 2009 y 2018



Fuente: Elaboración propia.

Tabla 5

Estimaciones del VaR para los retornos del NASDAQ entre 2009 y 2018

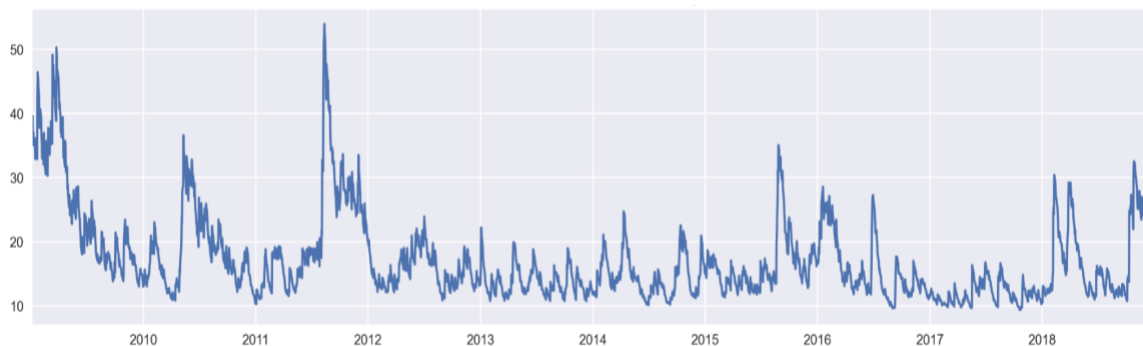
Nivel de confianza	Simulación histórica	Teoría de valor extremo (EVT)	VaR paramétrico	VaR ajustado por volatilidad
95 %	1.9674	1.9689	1.9925	2.9474
99 %	3.4027	3.3789	2.7915	4.4063
99,5 %	3.9369	3.9576	3.0840	4.4351
99,95 %	5.6389	5.7639	3.9220	4.8272
99,99 %	6.6190	6.9272	4.4244	4.8710
99,999 %	6.8713	8.4612	5.0644	4.8809
99,9999 %	6.8965	9.8546	5.6372	4.8819

Fuente: Elaboración propia.

Este período cuenta con ventanas de alta volatilidad y de volatilidad normal, lo cual puede explicar los resultados similares a los de períodos más tranquilos para niveles de confianza por debajo de 99%.

Figura 15

Volatilidad condicional anualizada del NASDAQ entre 2009 y 2018



Fuente: Elaboración propia a partir de datos de Yahoo Finance.

Backtesting

Para evaluar el ajuste de las estimaciones del VaR es necesario comparar las estimaciones calculadas con las pérdidas reales del mercado en una ventana de tiempo que no sea igual a la usada como base para el cálculo. Una de las pruebas más conocidas para la evaluación de estimaciones de valor en riesgo es la prueba de “proporción de fallos” propuesta por Kupiec (1995).

Esta consiste en una comparación entre el número de excepciones o fallos del VaR encontradas en la muestra contra el número de excepciones esperadas para el nivel de confianza. En esencia, esta prueba busca determinar si el VaR estimado cumple con el nivel de cobertura del riesgo de mercado esperado.

El estadístico LR de la prueba de Kupiec está dado por

$$LR = 2 \ln \left(\left(\frac{1 - \hat{\alpha}}{1 - \alpha} \right)^{T - I(\alpha)} \left(\frac{\hat{\alpha}}{\alpha} \right)^{I(\alpha)} \right) \sim \chi^2(1)$$

Donde α corresponde al nivel de significancia del VaR, T al total de observaciones de la muestra, e $I(\alpha)$ al número de pérdidas que superan el VaR observado dentro de la muestra.

El valor p de la prueba corresponde al valor crítico de la distribución de probabilidad *chi* cuadrada con un grado de libertad para el nivel de confianza, y se acepta la estimación del VaR cuando $p > LR$ (Kupiec, 1995).

Los datos utilizados para las pruebas de las estimaciones del valor en riesgo corresponden a los períodos de 2017-2019 (753 observaciones) y 2008-2009 (504 observaciones). Se hacen dos pruebas a cada estimación con el fin de evaluar el desempeño de cada modelo en un período de menor volatilidad y en otro de alta volatilidad.

Las tablas 6 y 7 muestran un resumen de los resultados para cada nivel de confianza; en la sección de los anexos se encuentran los resultados completos de todas las pruebas.

Tabla 6

Resumen de backtesting con datos de 2009 de estimaciones del VaR

	Porcentaje de estimaciones aceptadas para cada nivel de confianza						
	95 %	99 %	99,50 %	99,95 %	99,99 %	99,999 %	99,9999 %
Simulación histórica	0 %	40 %	40 %	0 %	20 %	0 %	0 %
EVT	0 %	40 %	40 %	20 %	40 %	0 %	0 %
VaR paramétrico	20 %	40 %	40 %	40 %	40 %	0 %	0 %
VaR ajustado por volatilidad	20 %	40 %	40 %	20 %	20 %	0 %	0 %

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 7

Resumen de backtesting con datos de 2017 de estimaciones del VaR

	Porcentaje de estimaciones aceptadas para cada nivel de confianza						
	95 %	99 %	99,50 %	99,95 %	99,99 %	99,999 %	99,9999 %
Simulación Histórica	40 %	20 %	20 %	0 %	0 %	0 %	0 %
EVT	60 %	40 %	40 %	40 %	0 %	0 %	0 %
VaR Paramétrico	60 %	20 %	20 %	20 %	0 %	0 %	0 %
VaR ajustado por volatilidad	0 %	20 %	20 %	0 %	0 %	0 %	0 %

Fuente: Elaboración propia.

Conclusiones y recomendaciones

La valoración del riesgo de mercado, estimada a través del VaR, puede afectar de forma positiva o negativa los niveles de capital mínimo según lo exigido por la regulación financiera. Es por eso por lo que los cálculos de valor en riesgo siempre deben apuntar a tener el mayor ajuste sin sobreestimar ni subestimar el riesgo. Existen varios métodos para la estimación del VaR que presentan distintos niveles de ajuste para diferentes niveles de volatilidad y momentos de estrés en el mercado.

Entre los modelos evaluados como parte de esta investigación, el VaR ajustado por volatilidad propuesto por Hull & White (1998) y el VaR EVT formulado a partir del resultado de Gnedenko (1943) son los que arrojan los mejores resultados para las ventanas de tiempo evaluadas. El primero presenta el mejor resultado en las ventanas de mayor volatilidad, pero tiende a sobreestimar el riesgo al probarlo en ventanas de tiempo de volatilidad normal.

El VaR EVT, por su parte, muestra un buen resultado en contextos de volatilidad tanto alta como baja; sin embargo, no es muy ajustado en los niveles de confianza inferiores a 99 % y puede hacer sobreestimaciones cuando los datos empleados para el cálculo tienen niveles extremos de volatilidad, como se evidenció con los resultados del EVT calculado con datos de 2020. Estas sobreestimaciones pueden ayudar a mejorar el resultado del modelo en el *backtesting* en términos del número de excepciones, pero no cumple con la expectativa de la medida de dar una estimación simple y concisa de la exposición al riesgo.

No obstante, cabe destacar que el VaR calculado por EVT sí puede ser útil cuando se busca estimar el riesgo con niveles de confianza extremadamente altos, teniendo cuidado de que los datos usados para la estimación no lleven al modelo a ponderar valores excesivos. El uso de cualquiera de estos modelos debe estar acompañado por un análisis juicioso de las ventanas de tiempo a emplear, previo al cálculo de las estimaciones, pues, como se puede observar en los resultados de *backtesting*, ambos modelos son altamente sensibles a la volatilidad de las ventanas de cálculo, y pueden generar estimaciones desfasadas que no cumplen con el objetivo de administración –pero no eliminación– del riesgo.

El método de VaR ajustado por volatilidad de Hull & White (1998) es relativamente simple de calcular, al ser una extensión del modelo de simulación histórica, y provee estimaciones ajustadas incluso en niveles de confianza mayores a 99 %, que ya es exigido por entidades regulatorias como la Superintendencia Financiera de Colombia para la estimación del riesgo de mercado (Superfinanciera, 2021). Este es un modelo que los administradores de riesgo pueden incluir en su portafolio de medidas de riesgo de mercado y utilizarlo para contrastar resultados con otros modelos robustos como el método de cópulas y EVT.

Futuros estudios pueden llevar a cabo comparaciones entre modelos más novedosos como el modelo condicional autorregresivo (CAViaR) de Engle y Manganelli (2004), el modelo de simulación histórica filtrada (FHS), o modelos que incorporan redes neuronales y *machine learning* para la estimación del VaR.

Referencias

- Bank for International Settlements [BIS]. (2004). *International Convergence of Capital Measurement and Capital Standards. A Revised Framework*. <https://www.bis.org/publ/bcbs107.pdf>.
- Barczy, M., Dudas, A., & Gall, J. (2021). On approximations of value at risk and expected shortfall involving kurtosis. *Communications in Statistics - Simulation and Computation*, 52(3), 770-794. <https://doi.org/10.1080/03610918.2020.1869985>.
- Barone-Adesi, G., & Giannopoulos, K. (1996, octubre). A Simplified Approach to the Estimation of Value at Risk. *Futures and Options World*, 68-72. <https://goo.su/gbRV>.
- Boudoukh, J., Richardson, M., & Whitelaw, R. (1998). The Best of Both Worlds: A Hybrid Approach to Calculating Value at Risk. *SSRN*. <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.51420>.
- Bucio, C., De Jesús Gutiérrez, R. y Cabello Rosales, A. (2016). Valor en riesgo anual de los mercados accionarios de México y Estados Unidos: VaR tradicional vs. VaR cópulas elípticas. *Estocástica: Finanzas y Riesgo*, 6(1), 83-114. <https://goo.su/E7nbqB>.

- Calmon, W., Ferioli, E., Lettieri, D., Soares, J., & Pizzinga, A. (2021). An Extensive Comparison of Some Well-Established Value at Risk Methods. *International Statistical Review*, 89(1), 148-166. <https://doi.org/10.1111/insr.12393>.
- Chicago Board Options Exchange. (2022, octubre 15). *VIX Index*. https://www.cboe.com/tradable_products/vix/.
- Danielsson, J., & De Vries, C. G. (2000). Value-at-Risk and Extreme Returns. *Annales d'Economie et de Statistique*, 60(1), 239-270. <https://goo.su/KwOtN>.
- Degiannakis, S., Floros, C., & Livada, A. (2011). Evaluating value-at-risk before and after the financial crisis of 2008: International evidence. *Managerial Finance*, 38(4), 436-452. <https://goo.su/zAUu>.
- Du, Z., & Escanciano, J. C. (2015). Backtesting Expected Shortfall: Accounting for Tail Risk. *Management Science*, 63(4), 940-958. <https://doi.org/10.1287/mnsc.2015.2342>.
- Engle, R. F., & Manganelli, S. (2004). CAViaR: Conditional Autoregressive Value at Risk by Regression Quantiles. *Journal of Business & Economic Statistics*, 22(4), 367-381. <https://doi.org/10.1198/073500104000000370>.
- Fernández, V. (2003). Extreme Value Theory: Value at Risk and Returns Dependence Around the World. *Documento de Trabajo N.º 161*. Centro de Economía Aplicada, Universidad de Chile. <https://goo.su/WgvrQdS>.
- Gnedenko, B. V. (1943). Sur la distribution limite du terme maximum of d'unesérie Aléatoire. *Annals of Mathematics*, 44(3), 423-453. <http://dx.doi.org/10.2307/1968974>.
- Halbleib, R., & Pohlmeier, W. (2012). Improving the value at risk forecasts: Theory and evidence from the financial crisis. *Journal of Economic Dynamics & Control*, 36(1), 1212-1228. <https://doi.org/10.1016/j.jedc.2011.10.005>.
- Hull, J. C. (2018a). *Options, futures and other derivatives* (9.^a ed.). Pearson.
- Hull, J. C. (2018b). *Risk Management and Financial Institutions* (5.^a ed.). Wiley.

- Hull, J. C., & White, A. (1998). Incorporating volatility updating into the historical simulation method for value-at-risk. *The Journal Risk*, 1(1), 5-19. <https://goo.su/FODv>.
- International Monetary Fund. (2022, octubre). *Global Financial Stability Report October 2022: Navigating the High-Inflation Environment*. <https://goo.su/5z8hUg>.
- J. P. Morgan, & Reuters. (1996). *RiskMetricsTM. Technical Document*. <https://goo.su/9nolBk>.
- Jiao, S., & Ye, W. (2021). Dependence and Systemic Risk Analysis Between S&P 500 Index and Sector Indexes: A Conditional Value-at-Risk Approach. *Computational Economics*, 59(1), 1203-1229. <https://doi.org/10.1007/s10614-021-10125-6>.
- Jorion, P. (2007). The Need for Risk Management. En *Value at Risk. The New Benchmark for Managing Financial Risk* (3.^a ed., pp. 3-30). McGraw-Hill.
- Korotimi, O., & Diakarya, B. (2022). An Approach of Estimating the Value at Risk of Heavy-tailed Distribution using Copulas. *European Journal of Pure and Applied Mathematics*, 15(4), 2074-2085. <https://doi.org/10.29020/nybg.ejpam.v15i4.4280>.
- Kupiec, P. H. (1995). Techniques for Verifying the Accuracy of Risk Measurement Models. *The Journal of Derivatives*, 3(2), 73-84. <http://dx.doi.org/10.3905/jod.1995.407942>.
- Miller, M. B. (2014). *Mathematics and Statistics for Financial Risk Management*. Wiley.
- Nadarajah, S., Zhang, B., & Chan, S. (2013). Estimation methods for expected shortfall. *Quantitative Finance*, 14(2), 271-291. <https://doi.org/10.1080/14697688.2013.816767>.
- NASDAQ. (2020). *Nasdaq Composite Index*. <https://goo.su/OF6vi0>.
- Shaik, M., & Padmakumari, L. (2022). Value-at-Risk (VAR) estimation and backtesting during COVID-19: Empirical analysis based on BRICS and US stock markets. *Investment Management and Financial Innovations*, 19(1), 51-63. [http://dx.doi.org/10.21511/imfi.19\(1\).2022.04](http://dx.doi.org/10.21511/imfi.19(1).2022.04).
- Superintendencia Financiera de Colombia. (2021, mayo 13). *Circular Externa 010 de 2021*. Boletín Ministerio de Hacienda y Crédito Público N.º 581. <https://goo.su/BNceH>.

Torres Avendaño, G. I. y Olarte Cadavid, A. M. (2009). Valor en riesgo desde un enfoque de cópulas. *Ad-Minister*, 15(1), 113-136. <https://goo.su/HbKo>.

Yahoo Finance. (2023). *Highest Implied Volatility*. <https://goo.su/nlfy>.

Anexos

Resultados *backtesting* VaR

Backtesting con datos de 2009

2007				
Nivel de confianza	Simulación histórica	EVT	VaR paramétrico	VaR ajustado por volatilidad
95,00000 %	57.9962	52.9585	66.7952	11.9234
99,00000 %	131.7136	91.9653	131.7136	40.4927
99,50000 %	170.4042	97.0309	141.5879	68.8875
99,95000 %	162.6859	66.2682	187.0627	59.6670
99,99000 %	237.6140	54.2486	172.2111	100.7161
99,99900 %	341.4488	28.2039	160.4042	146.1340
99,99990 %	456.5603	42.0013	127.7333	201.3781
2020				
Nivel de confianza	Simulación histórica	EVT	VaR paramétrico	VaR ajustado por volatilidad
95,00000 %	13.66287035	13.66287035	14.99798555	No exceptions
99,00000 %	4.80289724	4.80289724	0.46654487	No exceptions
99,50000 %	2.39216942	2.39216942	0.23218427	No exceptions
99,95000 %	No exceptions	No exceptions	5.71693657	No exceptions
99,99000 %	No exceptions	No exceptions	8.15623736	No exceptions
99,99900 %	No exceptions	No exceptions	No exceptions	No exceptions
99,99990 %	No exceptions	No exceptions	No exceptions	No exceptions
2014				
Nivel de confianza	Simulación histórica	EVT	VaR paramétrico	VaR ajustado por volatilidad
95,00000 %	138.7317257	133.9612894	129.2542111	4.7894630
99,00000 %	155.1440219	155.1440219	245.3623517	0.3481777
99,50000 %	205.7377083	141.5879375	275.6489795	3.8081497
99,95000 %	308.2178889	108.6241747	335.5082877	23.8852226
99,99000 %	424.6801041	81.5551570	329.1812178	37.2727121
99,99900 %	617.9233623	39.9039452	341.4487824	64.7233633
99,99990 %	811.3231221	42.0013438	277.7733334	92.3363483
2022				
Nivel de confianza	Simulación histórica	EVT	VaR paramétrico	VaR ajustado por volatilidad
95,00000 %	7.1643492	7.1643492	2.4236047	33.3043403
99,00000 %	0.7828510	0.7828510	0.7828510	6.9384667
99,50000 %	6.9484244	3.8081497	3.8081497	0.9713837
99,95000 %	34.9631118	5.7169366	9.5919321	5.7169366
99,99000 %	63.1335544	14.5693228	14.5693228	14.5693228
99,99900 %	104.4002562	No exceptions	28.2039234	28.2039234
99,99990 %	145.8288057	No exceptions	No exceptions	42.0013438
2009-2018				
Nivel de confianza	Simulación histórica	EVT	VaR paramétrico	VaR ajustado por volatilidad
95,00000 %	48.1075997	46.5329073	43.4480373	0.0033501
99,00000 %	35.4128896	35.4128896	91.9653119	1.3735325
99,50000 %	34.2356009	34.2356009	105.5611928	10.7665190
99,95000 %	18.7612977	18.7612977	131.2650541	53.2217324
99,99000 %	14.5693228	14.5693228	110.5370400	91.0512032
99,99900 %	28.2039234	28.2039234	118.1152383	146.1339555
99,99990 %	42.0013438	No exceptions	92.3363483	201.3780697

Anexos

Backtesting con datos de 2017

2007				
Nivel de confianza	Simulación histórica	EVT	VaR paramétrico	VaR ajustado por volatilidad
95,00000 %	1.1703921	1.5236970	1.1703921	13.5664105
99,00000 %	9.1507354	5.1284348	9.1507354	0.1169612
99,50000 %	28.3384628	3.8280201	20.1270523	0.6907420
99,95000 %	18.7832017	0.3805759	18.7832017	No exceptions
99,99000 %	21.6795148	No exceptions	2.7952105	No exceptions
99,99900 %	39.9198256	No exceptions	No exceptions	No exceptions
99,99990 %	58.3224702	No exceptions	No exceptions	No exceptions
2020				
Nivel de confianza	Simulación histórica	EVT	VaR paramétrico	VaR ajustado por volatilidad
95,00000 %	65.1074981	65.1074981	74.5540019	No exceptions
99,00000 %	No exceptions	No exceptions	No exceptions	No exceptions
99,50000 %	No exceptions	No exceptions	No exceptions	No exceptions
99,95000 %	No exceptions	No exceptions	No exceptions	No exceptions
99,99000 %	No exceptions	No exceptions	No exceptions	No exceptions
99,99900 %	No exceptions	No exceptions	No exceptions	No exceptions
99,99990 %	No exceptions	No exceptions	No exceptions	No exceptions
2014				
Nivel de confianza	Simulación histórica	EVT	VaR paramétrico	VaR ajustado por volatilidad
95,00000 %	4.1569599	3.1358547	2.2502386	49.9675773
99,00000 %	14.0513925	14.0513925	38.0244814	No exceptions
99,50000 %	28.3384628	20.1270523	47.2882920	No exceptions
99,95000 %	46.9872964	0.3805759	86.9710231	No exceptions
99,99000 %	72.2827068	No exceptions	63.1690648	No exceptions
99,99900 %	118.1551188	No exceptions	39.9198256	No exceptions
99,99990 %	164.1888926	No exceptions	11.8065508	No exceptions
2022				
Nivel de confianza	Simulación histórica	EVT	VaR paramétrico	VaR ajustado por volatilidad
95,00000 %	60.9234943	60.9234943	49.9675773	93.2645059
99,00000 %	No exceptions	No exceptions	No exceptions	No exceptions
99,50000 %	No exceptions	No exceptions	No exceptions	No exceptions
99,95000 %	No exceptions	No exceptions	No exceptions	No exceptions
99,99000 %	No exceptions	No exceptions	No exceptions	No exceptions
99,99900 %	No exceptions	No exceptions	No exceptions	No exceptions
99,99990 %	No exceptions	No exceptions	No exceptions	No exceptions
2009-2018				
Nivel de confianza	Simulación histórica	EVT	VaR paramétrico	VaR ajustado por volatilidad
95,00000 %	2.88649776	2.88649776	2.88649776	30.86412572
99,00000 %	0.11696121	0.11696121	5.12843485	13.58503510
99,50000 %	0.96326795	0.96326795	3.82802008	No exceptions
99,95000 %	No exceptions	No exceptions	5.72687045	No exceptions
99,99000 %	No exceptions	No exceptions	2.79521046	No exceptions
99,99900 %	No exceptions	No exceptions	No exceptions	No exceptions
99,99990 %	No exceptions	No exceptions	No exceptions	No exceptions

Anexos

Código de Python

```

#Libraries
import yfinance as yf
import numpy as np
import pandas as pd
import warnings
import matplotlib
import matplotlib.pyplot as plt
from arch import arch_model
from scipy.stats import genextreme, genpareto, norm, t, powerlaw
import math

#data
df_nasdaq_xl = pd.read_excel('nasdaq.xlsx').set_index('Date')
df_nasdaq_xl = df_nasdaq_xl.loc[:,['Adj Close']]
df_nasdaq_xl = df_nasdaq_xl.rename(columns={'Adj Close':'adj_close'})
df_nasdaq_xl['pct_return'] = df_nasdaq_xl.adj_close.pct_change()
df_nasdaq_2007 = df_nasdaq_xl.loc['2007-01-01':'2007-12-31']
returns_2007 = 100 * df_nasdaq_2007['pct_return'].dropna()

df_nasdaq_2020 = df_nasdaq_xl.loc['2020-01-01':'2020-12-31']
returns_2020 = 100 * df_nasdaq_2020['pct_return'].dropna()

df_nasdaq_2022 = df_nasdaq_xl.loc['2022-01-01':'2022-12-31']
returns_2022 = 100 * df_nasdaq_2022['pct_return'].dropna()

df_nasdaq_2021 = df_nasdaq_xl.loc['2014-01-01':'2014-12-31']
returns_2021 = 100 * df_nasdaq_2021['pct_return'].dropna()

df_nasdaq_dec = df_nasdaq_xl.loc['2009-01-01':'2018-12-31']
returns_dec = 100 * df_nasdaq_dec['pct_return'].dropna()

returns_all = 100 * df_nasdaq_xl['pct_return'].dropna()

percentiles = (5, .1, 0.5, 0.05, 0.01, 0.001, 0.0001)
significances = (0.05, 0.01, 0.005, 0.0005, 0.0001, 0.00001, 0.000001)
conf_labels = (95, 99, 99.5, 99.95, 99.99, 99.999, 99.9999)

#functions
def var_calcs(dataframe, percentile):

    returns = 100 * dataframe['pct_return'].dropna()
    returns_negative = dataframe[dataframe['pct_return'] < 0][['pct_return']] * -100
    returns_sorted = np.sort(returns)

```

Anexos

```

var = np.percentile(returns_sorted, percentiles)
var_list = (var * -1).tolist()
cvar = []

for i in var:
    cvar.append(-1 * (returns[returns <= i].mean()))
return var_list, cvar

def volatility_var(dataframe, percentile, lda):
    volatility_cvar = []
    returns = 100 * dataframe['pct_return'].dropna()

    initial_var = np.var(returns)

    variance = []
    st_dev = []
    adj_losses = []

    variance.append(initial_var)
    variance_n = initial_var

    for i in returns:
        variance_n = variance_n * lda + (1-lda) * (i ** 2)
        variance.append(variance_n)

    for a in variance:
        st_dev.append(math.sqrt(a))

    last_item = st_dev[len(st_dev)-1]
    sd_ratio_list = []

    for y in st_dev:
        sd_ratio = y/last_item
        sd_ratio_list.append(sd_ratio)

    c = 0
    while c < len(returns_2022):
        adj_loss = sd_ratio_list[c+1] * returns_2022[c]
        adj_losses.append(adj_loss)
        c = c + 1

    adj_losses = np.sort(adj_losses)
    var = np.percentile(adj_losses,percentiles)
    vol_var = (var * -1).tolist()

```

Anexos

```

for i in var:
    volatility_cvar.append(-1 * (returns[returns <= i].mean()))

return vol_var, volatility_cvar

def kupiec2009(confidence, var):
    sample_size = returns_2009.shape[0]
    conf = confidence/100
    signf = 1 - conf
    violations = returns_2009.loc[returns_2009['pct_return'] > var]
    n_violations = violations.shape[0]

    if n_violations == 0:
        return "No exceptions"
    else:
        n_nonv = sample_size - n_violations
        v_pct = n_violations / sample_size
        nv_pct = n_nonv / sample_size

        kupiec = 2 * math.log((nv_pct/conf)**n_nonv * (v_pct/signf)**n_violations)
        #kupiec = -2 * math.log(conf**n_nonv * signf**n_violations) +
        2 * math.log(nv_pct**n_nonv * v_pct**n_violations)
        p_val = 1 - chi2.cdf(kupiec, df=1)

    return kupiec

def kupiec1719(confidence, var):
    sample_size = returns_1719.shape[0]
    conf = confidence/100
    signf = 1 - conf
    violations = returns_1719.loc[returns_1719['pct_return'] > var]
    n_violations = violations.shape[0]

    if n_violations == 0:
        return "No exceptions"
    else:
        n_nonv = sample_size - n_violations
        v_pct = n_violations / sample_size
        nv_pct = n_nonv / sample_size

        kupiec = 2 * math.log((nv_pct/conf)**n_nonv * (v_pct/signf)**n_violations)
        p_val = 1 - chi2.cdf(kupiec, df=1)

    return kupiec

```

Anexos

```

#estimations
#2007
var_tests = pd.DataFrame()
es_tests = pd.DataFrame()

var_tests['significance'] = conf_labels
es_tests['significance'] = conf_labels

var, cvar = var_calcs(df_nasdaq_2007,percentiles)

var_tests['historical_var'] = var
es_tests['historical_es'] = cvar
#EVT
returns_sorted = np.sort(returns_2007)
u = (np.percentile(returns_sorted, 5.) * -1)
n = df_nasdaq_2007.shape[0]

returns_negative = df_nasdaq_2007[df_nasdaq_2007['pct_return'] < 0][['pct_return']] * -100
data = returns_negative[returns_negative['pct_return'] >= u]['pct_return'].values.tolist()
xi, mu, beta = genpareto.fit(data,0.0001,scale=0.001, loc=u)

significance = 1-0.99997
#var_evt(location, scale, shape, n, n_u, significance)
n_u = len(data)

var_evt = []

for i in significances:
    var_evt.append(u + (beta/xi) * (math.pow(i * n / n_u, -xi) - 1))

for y in var_evt:
    es_evt = (y + beta - u * xi)/(1-xi)

var_tests['evt'] = var_evt
es_tests['es_evt'] = es_evt

#assumes asset returns follow a normal distribution
returns_mean = returns_2007.mean()
returns_std = returns_2007.std()

parametric_var = []
for i in percentiles:
    significance_par = 1 - (i/100)

```

Anexos

```
parametric_var.append(returns_mean + returns_std * norm.ppf(significance_par, loc=0,
scale=1))
```

```
var_tests['parametric_var'] = parametric_var
```

```
lda = 0.94
```

```
vol_var, volatility_cvar = volatility_var(df_nasdaq_2007,percentiles, lda)
```

```
var_tests['volatility_var'] = vol_var
```

```
es_tests['volatility_ES'] = volatility_cvar
```

```
#2020
```

```
var_tests = pd.DataFrame()
```

```
es_tests = pd.DataFrame()
```

```
var_tests['significance'] = conf_labels
```

```
es_tests['significance'] = conf_labels
```

```
var, cvar = var_calcs(df_nasdaq_2020,percentiles)
```

```
var_tests['historical_var'] = var
```

```
es_tests['historical_es'] = cvar
```

```
#EVT
```

```
returns_sorted = np.sort(returns_2020)
```

```
u = (np.percentile(returns_sorted, 5.) * -1)
```

```
n = df_nasdaq_2020.shape[0]
```

```
returns_negative = df_nasdaq_2020[df_nasdaq_2020['pct_return'] < 0][['pct_return']] * -100
```

```
data = returns_negative[returns_negative['pct_return'] >= u]['pct_return'].values.tolist()
```

```
#Parameters estimation
```

```
xi, mu, beta = genpareto.fit(data,0.0001,scale=0.001, floc=u)
```

```
significance = 1-0.99997
```

```
#var_evt(location, scale, shape, n, n_u, significance)
```

```
n_u = len(data)
```

```
var_evt = []
```

```
for i in significances:
```

```
    var_evt.append(u + (beta/xi) * (math.pow(i * n / n_u, -xi) - 1))
```

```
for y in var_evt:
```

```
    es_evt = (y + beta - u * xi)/(1-xi)
```

Anexos

```

var_tests['evt'] = var_evt
es_tests['es_evt'] = es_evt

#assumes asset returns follow a normal distribution
returns_mean = returns_2020.mean()
returns_std = returns_2020.std()

parametric_var = []
for i in percentiles:
    significance_par = 1 - (i/100)
    parametric_var.append(returns_mean + returns_std * norm.ppf(significance_par, loc=0,
scale=1))

var_tests['parametric_var'] = parametric_var

lda = 0.94
vol_var, volatility_cvar = volatility_var(df_nasdaq_2020, percentiles, lda)
var_tests['volatility_var'] = vol_var
es_tests['volatility_ES'] = volatility_cvar

#2014
var_tests = pd.DataFrame()
es_tests = pd.DataFrame()

var_tests['significance'] = conf_labels
es_tests['significance'] = conf_labels

var, cvar = var_calcs(df_nasdaq_2021,percentiles)

var_tests['historical_var'] = var
es_tests['historical_es'] = cvar
#EVT
returns_sorted = np.sort(returns_2021)
u = (np.percentile(returns_sorted, 5.) * -1)
n = df_nasdaq_2021.shape[0]

returns_negative = df_nasdaq_2021[df_nasdaq_2021['pct_return'] < 0][['pct_return']] * -100
data = returns_negative[returns_negative['pct_return'] >= u]['pct_return'].values.tolist()
#Parameters estimation
xi, mu, beta = genpareto.fit(data,0.0001,scale=0.001, loc=u)

significance = 1-0.99997
#var_evt(location, scale, shape, n, n_u, significance)
n_u = len(data)

```

Anexos

```

var_evt = []

for i in significances:
    var_evt.append(u + (beta/xi) * (math.pow(i * n / n_u, -xi) - 1))

for y in var_evt:
    es_evt = (y + beta - u * xi)/(1-xi)

var_tests['evt'] = var_evt
es_tests['es_evt'] = es_evt

#assumes asset returns follow a normal distribution
returns_mean = returns_2021.mean()
returns_std = returns_2021.std()

parametric_var = []
for i in percentiles:
    significance_par = 1 - (i/100)
    parametric_var.append(returns_mean + returns_std * norm.ppf(significance_par, loc=0,
scale=1))

var_tests['parametric_var'] = parametric_var

lda = 0.94
vol_var, volatility_cvar = volatility_var(df_nasdaq_2021,percentiles, lda)
var_tests['volatility_var'] = vol_var
es_tests['volatility_ES'] = volatility_cvar

#2022
var_tests = pd.DataFrame()
es_tests = pd.DataFrame()

var_tests['significance'] = conf_labels
es_tests['significance'] = conf_labels

var, cvar = var_calcs(df_nasdaq_2022,percentiles)

var_tests['historical_var'] = var
es_tests['historical_es'] = cvar

#EVT
returns_sorted = np.sort(returns_2022)
u = (np.percentile(returns_sorted, 5.) * -1)

```

Anexos

```

n = df_nasdaq_2022.shape[0]

returns_negative = df_nasdaq_2022[df_nasdaq_2022['pct_return'] < 0][['pct_return']] * -100
data = returns_negative[returns_negative['pct_return'] >= u]['pct_return'].values.tolist()
#Parameters estimation
xi, mu, beta = genpareto.fit(data,0.0001,scale=0.001, loc=u)

significance = 1-0.99997
#var_evt(location, scale, shape, n, n_u, significance)
n_u = len(data)

var_evt = []

for i in significances:
    var_evt.append(u + (beta/xi) * (math.pow(i * n / n_u, -xi) - 1))

for y in var_evt:
    es_evt = (y + beta - u * xi)/(1-xi)

var_tests['evt'] = var_evt
es_tests['es_evt'] = es_evt

#assumes asset returns follow a normal distribution
returns_mean = returns_2022.mean()
returns_std = returns_2022.std()

parametric_var = []
for i in percentiles:
    significance_par = 1 - (i/100)
    parametric_var.append(returns_mean + returns_std * norm.ppf(significance_par, loc=0,
scale=1))

var_tests['parametric_var'] = parametric_var

lda = 0.94
vol_var, volatility_cvar = volatility_var(df_nasdaq_2022,percentiles, lda)
var_tests['volatility_var'] = vol_var
es_tests['volatility_ES'] = volatility_cvar

#2019-2018
var_tests = pd.DataFrame()
es_tests = pd.DataFrame()

var_tests['significance'] = conf_labels
es_tests['significance'] = conf_labels

```

Anexos

```

var, cvar = var_calcs(df_nasdaq_dec,percentiles)

var_tests['historical_var'] = var
es_tests['historical_es'] = cvar

#EVT
returns_sorted = np.sort(returns_dec)
u = (np.percentile(returns_sorted, 5.) * -1)
n = df_nasdaq_dec.shape[0]

returns_negative = df_nasdaq_dec[df_nasdaq_dec['pct_return'] < 0][['pct_return']] * -100
data = returns_negative[returns_negative['pct_return'] >= u]['pct_return'].values.tolist()
#Parameters estimation
xi, mu, beta = genpareto.fit(data,0.0001,scale=0.001, loc=u)

significance = 1-0.99997
#var_evt(location, scale, shape, n, n_u, significance)
n_u = len(data)

var_evt = []

for i in significances:
    var_evt.append(u + (beta/xi) * (math.pow(i * n / n_u, -xi) - 1))

for y in var_evt:
    es_evt = (y + beta - u * xi)/(1-xi)

var_tests['evt'] = var_evt
es_tests['es_evt'] = es_evt

#assumes asset returns follow a normal distribution
returns_mean = returns_dec.mean()
returns_std = returns_dec.std()

parametric_var = []
for i in percentiles:
    significance_par = 1 - (i/100)
    parametric_var.append(returns_mean + returns_std * norm.ppf(significance_par, loc=0,
scale=1))

var_tests['parametric_var'] = parametric_var

lda = 0.94

```

Anexos

```
vol_var, volatility_cvar = volatility_var(df_nasdaq_dec, percentiles, lda)
var_tests['volatility_var'] = vol_var
es_tests['volatility_ES'] = volatility_cvar
```