

DISTRIBUCIONES NO TRADICIONALES PARA MEDIR CONFIABILIDAD,
MANTENIBILIDAD Y DISPONIBILIDAD (CMD₁), QUE SE AJUSTAN A VARIAS
FASES DE LA CURVA DE DAVIES.

EDWIN ESPINEL BLANCO
CÓDIGO ESTUDIANTE 201317503114

UNIVERSIDAD EAFIT
ESCUELA DE INGENIERÍA
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MECÁNICA
MEDELLÍN-COLOMBIA
2014

DISTRIBUCIONES NO TRADICIONALES PARA MEDIR CONFIABILIDAD,
MANTENIBILIDAD Y DISPONIBILIDAD (CMD₂), QUE SE AJUSTAN A VARIAS
FASES DE LA CURVA DE DAVIES.

EDWIN ESPINEL BLANCO

TRABAJO DE GRADO MAESTRÍA EN INGENIERÍA

ASESOR

Ph.D. LUIS ALBERTO MORA GUTIERREZ

UNIVERSIDAD EAFIT

ESCUELA DE INGENIERÍA

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MECÁNICA

MEDELLÍN-COLOMBIA

2014

CONTENIDO

CONTENIDO	6
ILUSTRACIONES.....	9
ECUACIONES	10
0. PRÓLOGO.....	13
0.1 INTRODUCCIÓN	13
0.2 JUSTIFICACIÓN.....	15
0.3 DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA	16
0.4 OBJETIVOS.....	19
0.4.1 GENERAL.	19
0.4.2 ESPECÍFICOS.	19
1. DISTRIBUCIONES TRADICIONALES PARA CMD.....	21
1.1 OBJETIVO	21
1.2 INTRODUCCIÓN	21
1.3 CMD – MEDICION.....	21
1.3.1 DISTRIBUCIÓN NORMAL.....	21
1.3.2 DISTRIBUCIÓN LOG NORMAL.	23
1.3.3 DISTRIBUCIÓN EXPONENCIAL.	25
1.3.4 DISTRIBUCIÓN DE RAYLEIGH	26
1.3.5 DISTRIBUCIÓN DE WEIBULL.	27
1.3.6 DISTRIBUCIÓN GAMMA.	28
1.4 CONCLUSIONES DE CAPÍTULO 1	29
2. DISTRIBUCIONES Y MODELOS NO TRADICIONALES PARA MEDIR CMD.....	30
2.1 OBJETIVO	30
2.2 INTRODUCCIÓN	30
2.3 MODELO DE WEIBULL MODIFICADO MWM.....	30
2.3.1 DESCRIPCIÓN DEL MODELO WEIBULL MODIFICADO MWM	30
2.3.2 CARACTERÍSTICAS DEL MODELO WEIBULL MODIFICADO MWM	31
2.3.3 ESTIMACIÓN DE PARÁMETROS MWM	31
2.4 EL NUEVO MODELO MODIFICADO DE WEIBULL NMWM	32
2.4.1 DESCRIPCIÓN DEL NMWM.....	32
2.4.2 CARACTERÍSTICAS DEL NMWM	32

2.4.3	ESTIMACIÓN DE PARÁMETROS NMWM	34
2.5	MODELO WEIBULL TRANSMUTADO MODIFICADO WTM.....	34
2.5.1	DESCRIPCIÓN DEL MODELO WTM.....	34
2.5.2	CARACTERÍSTICAS DEL MODELO WTM.....	34
2.5.3	ESTIMACIÓN DE PARÁMETROS MODELO WTM.....	35
2.6	EXTENSIÓN DEL MODELO DE WEIBULL MODIFICADO CON FUNCIÓN DE TASA DE FALLAS EN FORMA DE CURVA DE LA BAÑERA WMFCB	36
2.6.1	DESCRIPCIÓN DEL MODELO WMFCB.....	36
2.6.2	CARACTERÍSTICAS DEL MODELO WMFCB.....	36
2.6.3	ESTIMACIÓN DE PARÁMETROS WMFCB.....	38
2.7	MODELO DE TASA DE FALLAS CON FORMA DE CURVA DE LA BAÑERA BURR XII.	39
2.7.1	DESCRIPCIÓN DEL MODELO BURR XII.....	39
2.7.2	CARACTERÍSTICAS DEL MODELO BURR XII	39
2.7.3	ESTIMACIÓN DE PARÁMETROS MOLDEO BURR II.....	40
2.7.4	POTENCIALIDAD DEL MODELO BURR II	41
2.8	DISTRIBUCIÓN DE HJORTH.....	41
2.8.1	DESCRIPCIÓN DE LA DISTRIBUCIÓN HJORTH	41
2.8.2	CARACTERÍSTICAS DE LA DISTRIBUCIÓN HJORTH	42
2.8.3	ESTIMACIÓN DE PARÁMETROS.	43
2.9	DISTRIBUCIÓN WEIBULL EXPONENCIAL WE	43
2.9.1	DESCRIPCIÓN DISTRIBUCIÓN WE	44
2.9.2	CARACTERÍSTICAS DISTRIBUCIÓN WE	44
2.9.3	PARAMETRIZACIÓN DISTRIBUCIÓN WE	45
2.10	MODELO JIANG	45
2.10.1	DESCRIPCIÓN DEL MODELO JIANG	45
2.10.2	CARACTERÍSTICAS DEL MODELO JIANG	45
2.10.3	ESTIMACIÓN DE PARÁMETROS JIANG	46
2.11	MODELO MULDHOLKAR AND SRIVASTAVA MS.....	47
2.11.1	CARACTERÍSTICAS DEL MODELO MS.....	47
2.11.2	ESTIMACIÓN DE PARÁMETROS MS	47
2.12	CONCLUSIONES DE CAPITULO 2.	48
3.	<u>BONDADES DE LAS DISTRIBUCIONES NO TRADICIONALES</u>	<u>51</u>
3.1	OBJETIVO	51
3.2	INTRODUCCIÓN	51
3.3	BONDADES DEL MODELO WEIBULL MODIFICADO MWM	51
3.3.1	INTERPRETACIÓN FÍSICA DEL MODELO WEIBULL MODIFICADO MWM	51
3.3.2	APLICACIONES DEL MODELO WEIBULL MODIFICADO MWM.....	52
3.4	BONDADES NUEVO MODELO WEIBULL MODIFICADO NMWM	53
3.4.1	INTERPRETACIÓN FÍSICA DEL NUEVO MODELO WEIBULL MODIFICADO NMWM.....	54
3.4.2	APLICACIONES DEL NUEVO MODELO WEIBULL MODIFICADO NMWM	54
3.5	BONDADES DEL MODELO WEIBULL TRANSMUTADO MODIFICADO WTM	55
3.5.1	INTERPRETACIÓN FÍSICA DEL MODELO WEIBULL TRANSMUTADO MODIFICADO WTM	55
3.5.2	APLICACIONES DEL MODELO WEIBULL TRANSMUTADO MODIFICADO WTM	56

3.6 BONDADDES MODELO WEIBULL MODIFICADO CON FUNCIÓN DE TASA DE FALLAS EN FORMA DE CURVA DE LA BAÑERA WMFCB.....	56
3.6.1 INTERPRETACIÓN FÍSICA DEL MODELO WMFCB	56
3.6.2 APLICACIONES DEL MODELO WMFCB	57
3.7 BONDADDES MODELO DE TASA DE FALLAS CON FORMA DE CURVA DE LA BAÑERA BURR XII	57
3.7.1 INTERPRETACIÓN FÍSICA DEL MODELO BURR II.....	58
3.7.2 APLICACIONES DEL MODELO BURR II	58
3.8 BONDADDES DISTRIBUCIÓN DE HJORTH.....	59
3.8.1 INTERPRETACIÓN FÍSICA DEL MODELO HJORTH	59
3.8.2 APLICACIONES DEL MODELO DE HJORTH	59
3.9 BONDADDES MODELO WEIBULL EXPONENCIAL WE	60
3.9.1 INTERPRETACIÓN FÍSICA DEL MODELO WEIBULL EXPONENCIAL WE	60
3.9.2 APLICACIONES DEL MODELO WEIBULL EXPONENCIAL WE	61
3.10 BONDADDES MODELO JIANG	62
3.10.1 INTERPRETACIÓN FÍSICA DEL MODELO JIANG.....	62
3.10.2 APLICACIONES DEL MODELO JIANG.....	63
3.11 BONDADDES MODELO MULDHOLKAR AND SRIVASTAVA MS.....	63
3.11.1 INTERPRETACIÓN FÍSICA DEL MODELO MS	63
3.11.2 APLICACIONES DEL MODELO MS	64
3.12 CONCLUSIONES DE CAPÍTULO	64
<u>4. ANÁLISIS PROYECTOS FUTUROS</u>	<u>65</u>
4.1 OBJETIVO	65
4.2 INTRODUCCIÓN	65
4.3 VIABILIDAD DE LAS DISTRIBUCIONES NO TRADICIONALES PARA FUTUROS PROYECTOS	65
4.3.1 VIABILIDAD DEL MODELO WEIBULL MODIFICADO WM	65
4.3.2 VIABILIDAD DEL NUEVO MODELO WEIBULL MODIFICADO NMWM	66
4.3.3 VIABILIDAD MODELO WEIBULL TRANSMUTADO MODIFICADO WTM.....	66
4.3.4 VIABILIDAD MODELO WEIBULL MODIFICADO CON FUNCIÓN TASA DE FALLAS EN FORMA DE CURVA DE LA BAÑERA WMFCB	67
4.3.5 VIABILIDAD MODELO DE TASA DE FALLAS CON FORMA DE CURVA DE LA BAÑERA BURR XII.....	67
4.3.6 VIABILIDAD MODELO HJORTH	67
4.3.7 VIABILIDAD MODELO WEIBULL EXPONENCIAL WE.....	68
4.3.8 VIABILIDAD MODELO JIANG	68
4.3.9 VIABILIDAD MODELO MULDHOLKAR AND SRIVASTAVA	69
4.4 CONCLUSIONES DE CAPÍTULO.....	69
<u>5. CONCLUSIONES FINALES</u>	<u>70</u>

ILUSTRACIONES

Ilustración 1. Unidad Fundamental del Mantenimiento.....	13
Ilustración 2. Elementos Estructurales del Mantenimiento	14
Ilustración 3. Tiempos que Impiden la Funcionalidad del Equipo	18
Ilustración 4. Secuencia Lógica de Objetivos.....	20
Ilustración 5. Funciones, Gráficas y Parámetros de Diferentes Distribución	29
Ilustración 6. Distribuciones No Clásicas y sus Características	49
Ilustración 7. Función de Tasa de Fallas MWM para, $a=1$, $b=5$, $c=2$, $d=5$	52
Ilustración 8. Función de Tasa de Fallas MWM para $a=1$, $b=5$, $c=5$, $d=9$	52
Ilustración 9. Función de Tasa de Fallas para diferentes parámetros NMWM	54
Ilustración 10. Función de Tasa de Fallas Diferentes Parámetros WTM.....	55
Ilustración 11. Función de Tasa de Fallas Modelo WMFCB diferentes β	57
Ilustración 12. Función de Tasa de Fallas BURR Diferentes Parámetros	58
Ilustración 13. Función de Tasa de Fallas HJORTH	59
Ilustración 14. Función de Tasa de Fallas WE.....	60
Ilustración 15. Regiones Curva de la Bañera, diferentes parámetros WE	61
Ilustración 16. Función de Tasa de Fallas Diferentes Parámetros Modelo JIANG	62
Ilustración 17. Función de Tasa de Fallas Diferentes Parámetros MS	63

ECUACIONES

Ecuación 1. MTBF Distribución Normal	22
Ecuación 2. Función de Confiabilidad Distribución Normal	22
Ecuación 3. MTTR Distribución Normal	22
Ecuación 4. Función de Mantenibilidad Distribución Normal	22
Ecuación 5. Función de Densidad de Probabilidad de Fallas Distribución Normal	22
Ecuación 6. Función de Tasa de Fallas Distribución Normal	23
Ecuación 7. Esperanza Matemática MTBF Distribución LogNormal	23
Ecuación 8. Función de Confiabilidad Distribución LogNormal	23
Ecuación 9. MTBF Distribución LogNormal	24
Ecuación 10. Esperanza Matemática MTTR Distribución LogNormal	24
Ecuación 11. Función de Mantenibilidad Distribución LogNormal	24
Ecuación 12. MTTR Distribución LogNormal	24
Ecuación 13. Función de Densidad Probabilidad de Fallas LogNormal	24
Ecuación 14. Función de Tasa de Fallas Distribución LogNormal	25
Ecuación 15. Función de Densidad de Probabilidad de Fallas Exponencial	25
Ecuación 16. Función de No Confiabilidad Distribución Exponencial	26
Ecuación 17. Función de Confiabilidad Distribución Exponencial	26
Ecuación 18. Función de Tasa de Fallas Distribución Exponencial	26
Ecuación 19. MTTR Distribución Exponencial	26
Ecuación 20. Función de Densidad de Probabilidad de Fallas Rayleigh	26
Ecuación 21. Función de Confiabilidad Rayleigh	27
Ecuación 22. Función de No Confiabilidad Rayleigh	27
Ecuación 23. Función de Tasa de Fallas Rayleigh	27
Ecuación 24. Función de Densidad de Probabilidad de Fallas Weibull	27
Ecuación 25. Función de Confiabilidad Weibull	28
Ecuación 26. Función de Tasa de Fallas Weibull	28
Ecuación 27. Función de Mantenibilidad Weibull	28
Ecuación 28. Función de Confiabilidad Gamma	28
Ecuación 29. Función Densidad de Probabilidad de Falla Gamma	29
Ecuación 30. MTBF Distribución Gamma	29
Ecuación 31. Función Densidad Probabilidad de Fallas Weibull Modificado	30
Ecuación 32. Función Confiabilidad Weibull Modificado	31
Ecuación 33. Función No Confiabilidad Weibull Modificado	31
Ecuación 34. Función Tasa de Fallas Weibull Modificado	31
Ecuación 35. MTBF Weibull Modificado	31
Ecuación 36. Expresiones de Y y X para la Regresión Weibull Modificado	31
Ecuación 37. Y de la Regresión Lineal para Weibull Modificado	32
Ecuación 38. Aproximación de Y para Tiempos Pequeños	32
Ecuación 39. Aproximación de Y para Tiempos Grandes	32
Ecuación 40. Función de Confiabilidad Nuevo Weibull Modificado	33
Ecuación 41. Función Densidad Probabilidad de Falla NMWM	33

Ecuación 42. Función de Tasa de Fallas NMWM	33
Ecuación 43. t^* para NMWM.....	33
Ecuación 44. Expresiones de Y y X para la Regresión NMWM	34
Ecuación 45. Y de la Regresión Lineal para NMWM.....	34
Ecuación 46. Función Densidad Probabilidad de Fallas WTM	34
Ecuación 47. Función Confiabilidad WTM	35
Ecuación 48. Función de No Confiabilidad WTM	35
Ecuación 49. Función de Tasa de Fallas WTM.....	35
Ecuación 50. Muestra Ordenada	35
Ecuación 51. Estimadores Mínimos Cuadrados WTM	35
Ecuación 52. Logaritmo Máxima Verosimilitud WTM	36
Ecuación 53. Función Densidad Probabilidad de Fallas WMFCB	37
Ecuación 54. Función Confiabilidad WMFCB.....	37
Ecuación 55. Función de No Confiabilidad WMFCB	37
Ecuación 56. Función de Tasa de Fallas WMFCB	37
Ecuación 57. Derivada de Función de Tasa de Fallas WMFCB	37
Ecuación 58. Función de Confiabilidad WMFCB simplificado	38
Ecuación 59. Expresiones de Y y X para la Regresión WMFCB Caso 1	38
Ecuación 60. Y de la Regresión WMFCB Caso 1	38
Ecuación 61. Expresiones de Y y X para la Regresión WMFCB Caso 2.....	38
Ecuación 62. Y de la Regresión WMFCB Caso 2	39
Ecuación 63. Función Densidad Probabilidad de Fallas BURR II	39
Ecuación 64. Función Confiabilidad BURR II	40
Ecuación 65. Función de No Confiabilidad BURR II.....	40
Ecuación 66. Función de Tasa de Fallas BURR II	40
Ecuación 67. Expresión para la Regresión BURR II	40
Ecuación 68. Modelo Herd-Johnson para Estimar R (t) BURR II	40
Ecuación 69. Función de Confiabilidad HJORTH.....	42
Ecuación 70. Función de Densidad Probabilidad de Fallas HJORTH	42
Ecuación 71. Función de Tasa de Fallas HJORTH	42
Ecuación 72. Tasa de Fallas Tipo A y B HJORTH	43
Ecuación 73. Logaritmo Estimación de Parámetros HJORTH	43
Ecuación 74. Función Densidad Probabilidad de Fallas WE.....	44
Ecuación 75. Función de Confiabilidad WE	44
Ecuación 76. Función de Tasa de Fallas WE.....	45
Ecuación 77. Logaritmo de Máxima Verosimilitud WE	45
Ecuación 78. Función Densidad de Probabilidad de Fallas JIANG	45
Ecuación 79. Función de Confiabilidad JIANG.....	46
Ecuación 80. Función de No Confiabilidad	46
Ecuación 81. Función de Tasa de Fallas JIANG	46
Ecuación 82. Logaritmo MSM para parámetros JIANG.....	46
Ecuación 83. Función Densidad Probabilidad de Fallas MS	47
Ecuación 84. Función de Confiabilidad MS.....	47
Ecuación 85. Función de Tasa de Fallas MS	47
Ecuación 86. Logaritmo <i>MLE</i> Estimación de Parámetros MS	48

Ecuación 87. Función de Tasa de Fallas MWM reducido a dos parámetros53

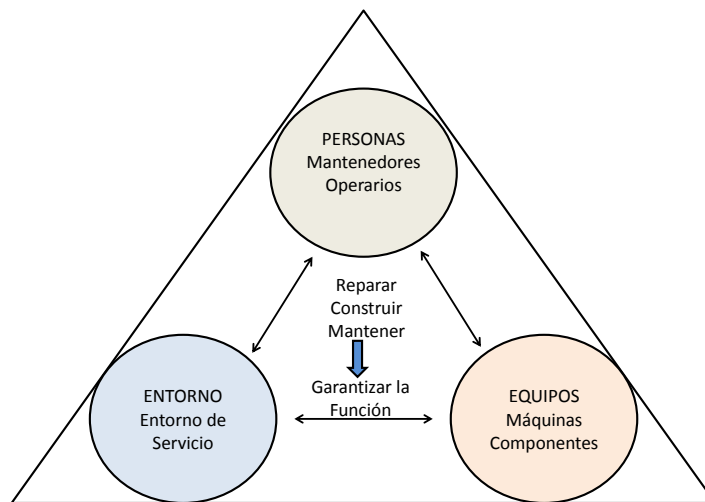
0. PRÓLOGO

0.1 INTRODUCCIÓN

Las empresas pertenecen a dos grandes grupos; de manufactura o de servicios, sin importar el sector de la economía en el cual se desarrolla su actividad, cualquier tipo de industria moderna puede ajustarse a esta clasificación y todas requieren de equipos, maquinas o sistemas para realizar sus procesos y actividades con miras a alcanzar sus objetivos misionales (Duffuaa, 2007).

El fin último del mantenimiento es garantizar que los equipos funcionen y cumplan con lo que los usuarios requieren de ellos, sin embargo, la disponibilidad de los equipos y sistemas se afecta por el entorno y la acción del personal que de una u otra forma intervienen en su operación y mantenimiento, es lo que se conoce como unidad fundamental del Mantenimiento (Mora, 2009).

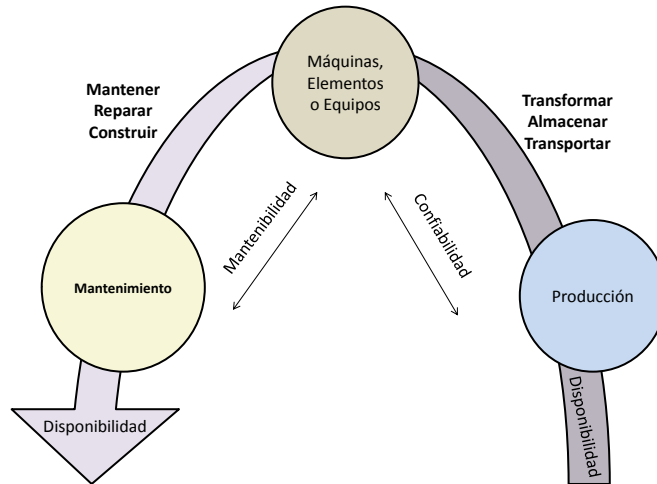
Ilustración 1. Unidad Fundamental del Mantenimiento



(Mora, 2009)

De esta forma el Mantenimiento busca garantizar que los activos físicos en una empresa u organización industrial como lo son sus equipos y sistemas, que representan una inversión de capital, sean la herramienta para alcanzar los objetivos del negocio, los cuales solo son posibles, si dichos activos cumplen con la función requerida por los usuarios, alcanzando niveles CMD que se proyectan en la etapa de planeación del mantenimiento, que están ligados a los requerimientos de producción (Mantenimiento Centrado en Confiabilidad Usando Metodos de Simulacion del Ciclo de Vida, 2006) (Pascual J, 2002).

Ilustración 2. Elementos Estructurales del Mantenimiento



(Mora, 2009)

Las empresas requieren que el desempeño de los equipos este acorde a sus propios requerimientos y a las exigencias impuestas por el mercado, es de gran importancia que estos funcionen sin presentar fallas y según la programación de la producción (La gestión de los activos físicos en la función mantenimiento, 2010).

Una Organización es exitosa siempre que sus equipos funciones sin presentar fallas ni provocar paradas en la producción, es decir, funcionan sin fallos bajo unos parámetros de operación, en parte impuestos por el proceso y el entorno, o en algunos casos por las exigencias propias del mercado (Aplicación de un modelo para obtener la confiabilidad de desempeño de un producto del ramo automotriz, 2012).

Un equipo que funciona según los parámetros definidos alcanza niveles de producción, calidad, al igual que la disminución de costos operacionales, lo cual solo se logra, si se mantienen los equipos para no fallar y operar cuando sus usuarios lo desean (Moubrey, 2004). En este punto el mantenimiento juega un papel de gran importancia dentro de la empresa como parte activa del proceso de producción, deja de ser visto como las actividades de reparación y se adopta como la gestión de recursos con el objetivo de alcanzar el correcto desempeño de los equipos, para lo que se utiliza indicadores de clase mundial como Confiabilidad, Mantenibilidad y Disponibilidad (CMD).

Los niveles de CMD, indican el comportamiento y el desempeño que tiene un equipo, la forma para calcular CMD reviste gran importancia dado que existen varias alternativas que difieren en su metodología y en su fundamentación técnica,

unas son más adecuadas que otras, entre otros modelos sobresalen el puntual, el de distribuciones, los de procesos homogéneos y no homogéneos de Poisson y las series temporales (Mora, 2009).

0.2 JUSTIFICACIÓN

La globalización de los mercados impone la fabricación de productos bajo requerimientos de calidad establecidos por el cliente, que exigen cumplir con parámetros definidos para cada caso con costos de producción que le permiten a la empresa competir en el mercado, es en este punto donde se hace indispensable garantizar el correcto funcionamiento de los equipos durante el tiempo que sea necesario con niveles de producción y parámetros de calidad establecidos para cada producto, lo cual solo puede ser posible con una correcta gestión de mantenimiento.

La gestión de mantenimiento entendida actualmente como Gestión de Activos Físicos (*Asset Management*)³, implica para cualquier organización que defina como su objetivo alcanzar el éxito, la necesidad de desarrollar e implementar una forma sistemática para programar, ejecutar y controlar sus actividades de acuerdo a un diagnóstico inicial de su situación y a la medición de indicadores que permitan evaluar constantemente su propio desempeño con el objetivo de mejorar continuamente los procesos (Amendola, 2011).

Cada empresa establece aquellos parámetros que va a medir de acuerdo a su propia realidad y al sector de la economía en cual desarrolla su actividad (Gonzalez, 1993), para el caso específico del departamento de mantenimiento se pueden definir diversos indicadores como costo de mano de obra, costo de repuestos e inventario, niveles de calidad, *backlog*⁴, tiempo medio entre fallas (MTBF)⁵, tiempo medio de reparación MTTR⁶, Confiabilidad, Mantenibilidad y Disponibilidad, entre muchos otros.

Por su importancia y aporte para determinar el comportamiento de los equipos de acuerdo a su contexto operacional⁷ como indicadores de mantenimiento de clase mundial se encuentran la Confiabilidad, Mantenibilidad y Disponibilidad (CMD), los cuales permiten planear, organizar, dirigir, ejecutar y controlar totalmente la

³*Asset Management*: definida como el arte y la ciencia de poner en práctica y desarrollar todos los potenciales de una organización de mantenimiento, que le asegure una supervivencia a medio y largo plazo y a ser posible beneficiosa. www.globalassetmanagement-amo.com

⁴ Backlog: índice clave para el manejo de la carga en mantenimiento Período de tiempo necesario para que un grupo de mantenimiento ejecute todas las actividades pendientes. www.mantenimientomundial.com.

⁵ MTBF: *Mean Time Between Failures*. (Mora 2009 y Otros)

⁶ MTTR: *Mean Time To Repair*. (Mora 2009 y Otros)

⁷ Contexto Operacional: todo aquello que influencia el comportamiento del equipos y se inserta en por completo en las estrategias de mantenimiento comenzando por la definiciones de las funciones. *Reliability Word* 2006 Noria Latino América. <http://www.noria.com>

gestión del mantenimiento en cualquier tipo de organización sin importar el sector de la economía en el cual se desarrollan (Mora, 2009).

Para gestionar el mantenimiento bajo análisis CMD existen diversas metodologías aplicables, varían desde el uso de mediciones de desempeño de los equipos con base en los tiempos útiles y tiempos de parada por mantenimiento entre otros, permiten realizar cálculos puntuales de promedios hasta complejos modelos estadísticos y probabilísticos.

La metodología más adecuada para cada organización depende entre otros aspectos del grado de madurez científica y técnica, de las características del entorno y de la posibilidad de reparación o no de cada equipo (Mora, 2009).

Los métodos de ajuste de distribuciones con parámetros son ampliamente aceptados en todo tipo de industria tanto para elementos reparables como no reparables, este trabajo es exploratorio, consiste en indagar sobre Distribuciones No Tradicionales utilizadas para cálculos CMD, en las cuales su función de tasa de fallas se adapte a varias fases de la Curva de la Bañera.

0.3 DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA

El mantenimiento industrial como disciplina se fundamenta en principios, filosofías, estrategias, técnicas y procedimientos que se utilizan sistémicamente para mantener el funcionamiento y preservar la vida útil de los equipos a costos aceptables, con seguridad y sin peligro de contaminación para el medio ambiente, esta premisa es uno de los principios por los cuales actualmente se concibe el mantenimiento como la gestión de activos físicos.

los equipos y las instalaciones son la inversión de cualquier industria, que existe la necesidad de cuidar y mantener para disminuir su depreciación y prolongar su vida útil, por lo que es necesario medir constantemente las actividades propias de la gestión de mantenimiento, con miras de lograr los objetivos de la función de mantenimiento que se describen como; la disponibilidad de los equipos en el momento que se requieran, la funcionalidad sin presentar fallas y la efectividad en la ejecución de las acciones que posibilitan el menor tiempo inoperante de los mismos.

El mantenimiento es efectivo, si al evaluar la eficacia de las acciones se toman decisiones con base a realidades propias de cada caso, lo que hace indispensable que cada organización defina con claridad los indicadores a utilizar para medir la gestión de su área de mantenimiento (Domínguez, 1999).

La Confiabilidad, Mantenibilidad y Disponibilidad de equipos son indicadores de mantenimiento que se determinan con base a los tiempos útiles de los equipos (UT_8) y tiempos no operativos (DT_9), con distintas metodologías por medio de cálculos puntuales de promedios o con distribuciones. Entre las principales distribuciones se tiene la Normal, Exponencial, Log Normal, Weibull, Gamma, Poisson, Hasting y Rayleigh.

La distribución de más aceptación incluso con aplicaciones militares y navales es la de weibull (Catalán, 2007), dado que su función de tasa de fallas se ajusta a las tres fases de la curva de Davies o de la Bañera.

El Modelo Universal e Integral¹⁰ realiza el ajuste de la distribución en dos facetas; estimación de parámetros de función de no Confiabilidad $F(t)$ ¹¹ y de Mantenibilidad $M(t)$ y regresión lineal con mínimos cuadrados para weibull, con valores aceptables para los coeficientes de determinación muestral y correlación múltiple, para lo cual, una vez alineada la distribución se realiza el chequeo de ajuste de bondad y debe cumplir con por lo menos dos pruebas, en el caso que no lo haga se considera otra distribución, que se ajuste a cualquiera de las tres fases de la curva de bañera.

El principal inconveniente para el análisis CMD, es que en la práctica se presentan casos en que ninguna de las distribuciones clásicas estudiadas se ajusta a la gráfica de la función de tasa de fallas en forma de curva de la bañera.

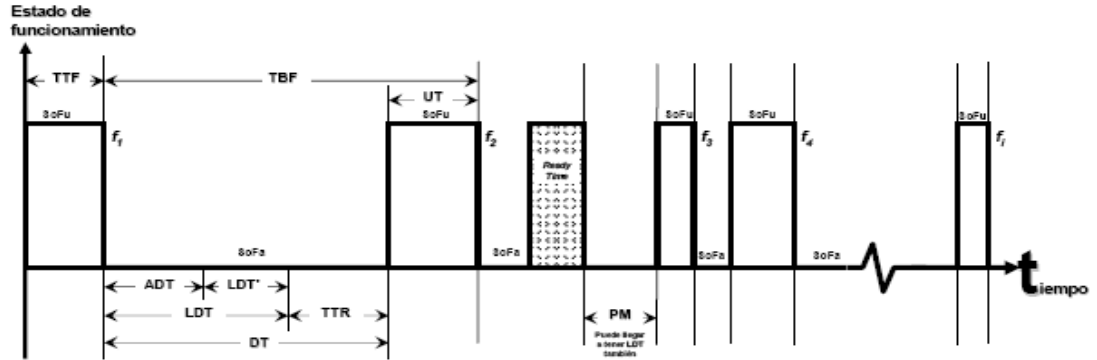
8 Del Inglés *Up Time*, tiempo útil en el que el equipo funciona correctamente (Mora, 2009)

9 Del Inglés *Down Time*, tiempo no operativo del equipos, no función de acuerdo a las condiciones de operación descrita por los usuarios

10 Modelo Universal e Integral, propuesto para la medición CMD. Propuesto por el Dr. Luis Alberto Mora su libro Mantenimiento, Planeación, Ejecución y Control

11 Del Inglés *Failures*, opuesto de la Confiabilidad, estado de incapacidad para cumplir con la función requerido por los usuarios del equipo

Ilustración 3. Tiempos que Impiden la Funcionalidad del Equipo



Donde

TTF = *Time To Failure* = Tiempo hasta Fallar (se usa en equipos que solo fallan una vez, no reparables)

f_i = Falla i -ésima

m = número de fallas ocurridas en el tiempo que se revisa, desde f_1 hasta f_m

TTR = *Time To Repair* = Tiempo que demora la reparación neta, sin incluir demoras ni tiempos logísticos, ni tiempos invertidos en suministros de repuestos o recursos humanos

MTR = *Mean Time To Repair* = Tiempo Medio para Reparar = $\Sigma TTR / m$

TBF = *Time Between Failures* = Tiempo entre Fallas

MTBF = *Mean Time Between Failures* = Tiempo Medio entre Fallas = $\Sigma TBF / m$

UT = *Up Time* = Tiempo Upl en el que equipo funciona correctamente.

MUT = *Mean Up Time* = Tiempo Medio de Funcionamiento entre Fallas = $\Sigma UT / m$

DT = *Down Time* = Tiempo no operativo

MDT = *Mean Down Time* = Tiempo Medio de Indisponibilidad o no funcionamiento entre Fallas = $\Sigma DT / m$

ADT = *Administrative Delay Time* = retrasos administrativos exógenos a la actividad propia de reparación, diferentes al tiempo activo neto de la reparación; ejemplos de estos son: suministro de personal especializado, entrenamiento de recursos humanos requeridos para esa reparación, revisión de manuales de mantenimiento u operación, localización de herramientas, cumplimiento de procesos y/o procedimientos internos, etc.

LDT* = *Logistics Delay Time* = retrasos logísticos la obtención de insumos para la reparación, en los procesos de mantenimiento o de producción, en los tiempos de suministros, etc. como por ejemplo el tiempo requerido para transporte de repuestos, o el tiempo que hay que esperar a que se construya un repuesto especial por parte de los fabricantes, etc.

LDT = $ADT + LDT^*$ = *Logistic Down Time* = Tiempo total logístico que demora la acción propia de reparación o mantenimiento. Son

todos los tiempos exógenos al equipo que retrasan el tiempo activo

MLDT = *Mean Logistics Down Time* = Tiempo Medio de Tiempos Logísticos

SoFa = *State of Failure* = Estado de Falla, el equipo no funciona correctamente

SoFu = *State of Functioning* = Estado de Funcionamiento correcto

PM = *Planned Maintenance* = Mantenimientos Planeados, pueden ser preventivos o predictivos.

Ready Time = *Tiempo de Alistamiento* = el equipo o sistema está disponible, opera pero no produce, no está en carga operativa

(Mora, 2009)

El modelo del análisis CDM, contempla la utilización de distribuciones, de una, dos o varias fases de la curva de Davies.

0.4 OBJETIVOS.

0.4.1 General.

Explorar Distribuciones no tradicionales para medir Confiabilidad, Mantenibilidad y Disponibilidad (CMD), que se ajusten a varias fases de la curva de Davies.

0.4.2 Específicos.

- UNO:

Describir la fundamentación básica para calcular Confiabilidad, Mantenibilidad y Disponibilidad, a partir de la presentación de sus principales criterios de uso, limitaciones y las expresiones matemáticas pertinentes, de las distribuciones tradicionales. -Nivel-1-Conocer.

- DOS:

Encontrar Distribuciones no Tradicionales: nuevas, modificaciones de las clásicas y/o o combinaciones de las anteriores, que trabajen en varias fases de la curva de Davies y apliquen en el CMD. -Nivel-2-Comprender.

- TRES:

Contrastar las factibles Bondades, de las Distribuciones a partir de los criterios usuales de aplicación, con el fin de encontrar senderos exitosos para su uso, frente a las clásicas como Weibull, LogNormal, Gamma, Normal, etcétera. -Nivel-3-Aplicar.

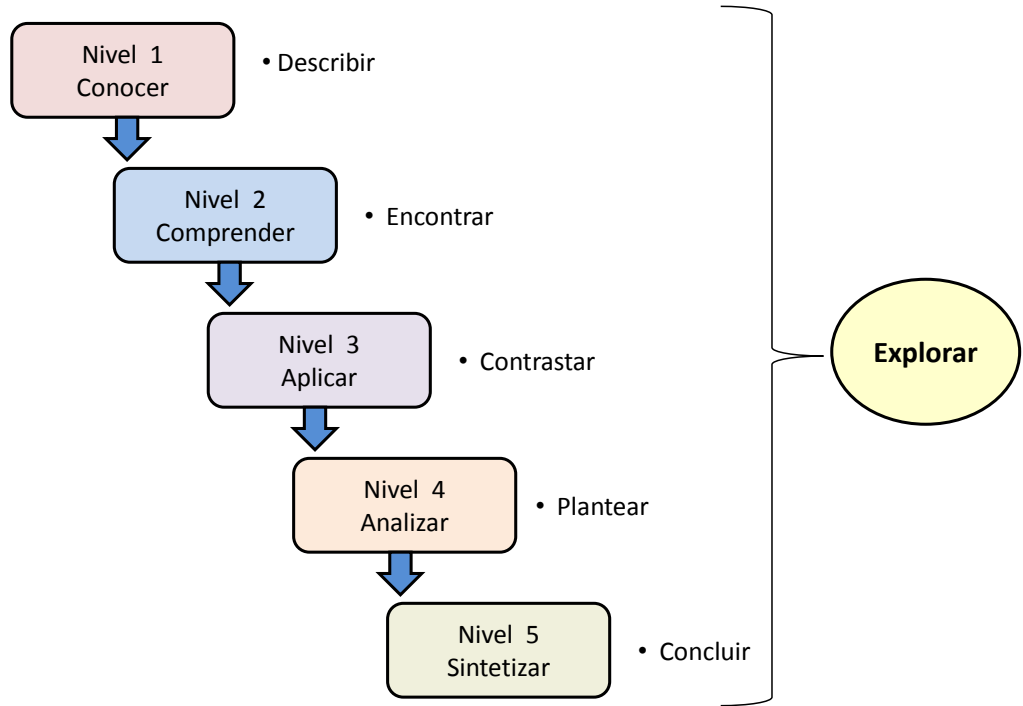
- CUATRO:

Plantear proyectos futuros de investigación especializada, analítica y concluyente en las distribuciones más viables encontradas.-Nivel-4-Analizar.

- QUINTO:

Concluir los principales resultados de este análisis.-Nivel-5-Sintetizar.

Ilustración 4. Secuencia Lógica de Objetivos



(Espinel, 2014)

1. DISTRIBUCIONES TRADICIONALES PARA CMD.

1.1 OBJETIVO

Describir la fundamentación básica para calcular Confiabilidad, Mantenibilidad y Disponibilidad, a partir de la presentación de sus principales criterios de uso, limitaciones y las expresiones matemáticas pertinentes, de las distribuciones tradicionales.

1.2 INTRODUCCIÓN

La siguiente sección, provee los fundamentos conceptuales sobre la Confiabilidad, la Mantenibilidad y la Disponibilidad de equipos, se presenta los criterios para su uso y se desataca su importancia en la Gestión de Mantenimiento de acuerdo a sus características y métodos de cálculo.

1.3 CMD – MEDICION

Los conceptos de Confiabilidad, Mantenibilidad y Disponibilidad como probabilidades, son los tres más importantes indicadores del mantenimiento, su estudio se basa en función del tiempo, por lo que cualquier intento para su determinación en casos prácticos requiere de la medición del tiempo útil o de operación sin fallos y el inoperante o en fallo¹² de los equipos. El fallo del equipo puede ser definido como un suceso cuya realización provoca, o bien la pérdida de capacidad para realizar las funciones requeridas, o bien la pérdida de capacidad para satisfacer los requisitos especificados, independientemente de las razones de su aparición (Ježdimir, 1996).

Las distribuciones de tiempo de vida conocidas como tradicionales o clásicas, de mayor aceptación y uso, en análisis de confiabilidad se describen a continuación.

1.3.1 Distribución Normal

Se usa cuando se requiere describir algunos fenómenos de envejecimiento de equipos, modelos de fatiga, fenómenos naturales y cuando los equipos se afectan desde un comienzo por el desgaste, se ubica en la tercera fase de la curva de la bañera (Diaz Matalobos, 1992) (Ebeling, 1997) (Rojas, 1975) (Mora, 2009).

Esta distribución de dos parámetros se utiliza en análisis de confiabilidad para elementos reparables cuando su función de tasa de fallos se ubica en la fase de desgaste o envejecimiento de la curva de la bañera, el cual obedece al deterioro por edad del componente, los dos parámetros son la media μ y la desviación estándar σ (Rakumar, 1993).

¹² Fallo es la causa de la transición del sistema desde su estado satisfactorio a un nuevo estado insatisfactorio, conocido como estado de fallo (Ježdimir, 1996).

Para la confiabilidad, la esperanza matemática tiempo medio entre fallas MTBF es:

Ecuación 1. MTBF Distribución Normal

$$MTBF = \int_0^{\infty} R(t)dt = \int [1 - F(t)] dt$$

Donde, MTBF es el tiempo medio entre fallas, $R(t_j)$ es la función de confiabilidad y $F(t_j)$ es la función de no confiabilidad, la confiabilidad entonces está dada por:

Ecuación 2. Función de Confiabilidad Distribución Normal

$$R(t_j) = \int_t^{\infty} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(t_j-\mu)^2}{2\sigma^2}\right] dt$$

Donde $R(t_j)$ es la función de confiabilidad de su media μ y su desviación estándar σ (Jezdimir, 1996) (Mora, 2009) (O'CONNOR, 1989).

Para la Mantenibilidad, la esperanza matemática tiempo medio entre reparaciones MTTR es:

Ecuación 3. MTTR Distribución Normal

$$MTTR = \int_0^{\infty} M(t)dt$$

Con $M(t)$ como función de Mantenibilidad expresada por (Gnedenko, 1999):

Ecuación 4. Función de Mantenibilidad Distribución Normal

$$M(t_j) = \int_t^{\infty} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(t_j-\mu)^2}{2\sigma^2}\right] dt$$

La función de densidad de probabilidad de fallas $f(t_j)$ está dada por:

Ecuación 5. Función de Densidad de Probabilidad de Fallas Distribución Normal

$$f(t_j) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(t_j-\mu)^2}{2\sigma^2}\right]$$

La función de tasa de fallos λ en la distribución normal con μ y σ ya conocidos es (O'CONNOR, 1989):

Ecuación 6. Función de Tasa de Fallas Distribución Normal

$$\lambda(f_j) = \frac{f(t_j)}{R(t_j)}$$

1.3.2 Distribución Log Normal.

Se utiliza comúnmente como una distribución de tiempo de reparación, dado que la tasa de reparación se define análoga a la tasa de fracaso, por lo que cuando se modela el tiempo de reparación, es natural suponer que la tasa de reparación es cada vez mayor, por lo menos en una primera fase, lo que significa que la probabilidad de completar la acción de reparación dentro de un corto intervalo de tiempo aumenta con el tiempo de reparación transcurrido (Rausand, y otros, 2004).

Los tiempos de reparación de componentes se ajustan bien a este modelo de distribución (Mora, 2009) (Rakumar, 1993), el cual permite detectar periodos en los cuales las reparaciones no se ejecutan según lo programado, por problemas en la mayoría de los casos logísticos y administrativos (Rausand, y otros, 2004). Según estudios se comprueba que la fatiga en materiales sigue una distribución Log Normal, la cual además se usa para representar vida de componentes electrónicos (Mora, 2009) (Gnedenko, 1999) (Nachlas, 1995).

En la distribución Log Normal los valores μ y σ , no son la media y la desviación estándar de la variable aleatoria, sino de su logaritmo

Para la confiabilidad, la esperanza matemática tiempo medio entre fallas MTBF (Rojas, 1975) es:

Ecuación 7. Esperanza Matemática MTBF Distribución LogNormal

$$MTBF = \int_0^{\infty} R(t)dt = \int [1 - F(t)] dt$$

Donde, $R(t_j)$ es la función de confiabilidad con su media μ y su desviación estándar σ , y está dada por:

Ecuación 8. Función de Confiabilidad Distribución LogNormal

$$R(t_j) = \int_t^{\infty} \frac{1}{t_j \sigma \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(\ln(t_j) - \mu)^2}{2\sigma^2}\right] dt$$

Con μ como la media de los logaritmos naturales de la variable aleatoria y su desviación estándar σ .

Ecuación 9. MTBF Distribución LogNormal

$$MTBF = e^{\left(\mu + \frac{\sigma^2}{2}\right)}$$

Para la Mantenibilidad, la esperanza matemática tiempo medio para reparaciones MTTR es:

Ecuación 10. Esperanza Matemática MTTR Distribución LogNormal

$$MTTR = \int_0^{\infty} M(t) dt$$

Con $M(t)$ como función de Mantenibilidad expresada por:

Ecuación 11. Función de Mantenibilidad Distribución LogNormal

$$M(t_j) = \int_t^{\infty} \frac{1}{t_j \sigma \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(\ln(t_j) - \mu)^2}{2\sigma^2}\right] dt$$

El tiempo medio para repara es:

Ecuación 12. MTTR Distribución LogNormal

$$MTTR = e^{\left(\mu + \frac{\sigma^2}{2}\right)}$$

La función de densidad de probabilidad de fallas $f(t_j)$ está dada por:

Ecuación 13. Función de Densidad Probabilidad de Fallas LogNormal

$$f(t_j) = \frac{\exp\left[-\frac{(\ln(t_j) - \mu)^2}{2\sigma^2}\right]}{t_j \sigma \sqrt{2\pi}}$$

La función de tasa de fallos λ en la distribución Log Normal con μ y σ ya conocidos (O'CONNOR, 1989):

Ecuación 14. Función de Tasa de Fallas Distribución LogNormal

$$\lambda(f_j) = \frac{f(t_j)}{R(t_j)}$$

1.3.3 Distribución Exponencial.

La distribución exponencial se puede utilizar en equipos que muestran una función de tasa de fallas constante durante toda su vida útil, su probabilidad de fallas no depende del tiempo, se utiliza ampliamente para modelar el tiempo de vida de componentes eléctricos y electrónicos que nunca se fatigan (Mora, 2009).

Una tasa de fallas constante implica que la ocurrencia de averías es puramente aleatoria y no hay deterioro de la resistencia o solidez de los componentes con el tiempo, en este caso, la tasa instantánea de fracaso es la misma en la hora 100 como lo es en la hora 1000, aunque este análisis no es realista para todos los tiempos, es una buena aproximación durante el tiempo de vida útil de un componente al realizar análisis de su confiabilidad, se puede utilizar para estudiar el periodo de rodaje donde la tasa de fallas se ubica en la segunda fase de la curva de la Bañera (Rakumar, 1993).

En términos generales la distribución exponencial se utiliza cuando las reparaciones constituyen un intercambio de piezas estándar, las fallas son aleatorias y no dependen del tiempo que lleve el equipo en funcionamiento, se usa para modelar componentes electrónicos, cuando el componente en operación normal que aún no falla, es estadísticamente tan bueno como un componente nuevo y cuando describe situaciones de función de tasa de falla constante (Leemis, 1995) (Toro).

Utiliza un solo parámetro de escala λ , la función de densidad de probabilidad de fallas en distribución exponencial está dada por:

Ecuación 15. Función de Densidad de Probabilidad de Fallas Exponencial

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t}$$

Cuando $\lambda > 0$

Integrando $f(t)$, se tiene, la Función de No Confiabilidad:

Ecuación 16. Función de No Confiabilidad Distribución Exponencial

$$F(t) = 1 - e^{-\lambda t}$$

La confiabilidad entonces tendrá la siguiente expresión:

Ecuación 17. Función de Confiabilidad Distribución Exponencial

$$R(t) = e^{-\lambda t}$$

El parámetro λ es llamado tasa de fallas y es igual al número de fallas por unidad de tiempo (Rakumar, 1993) (Leemis, 1995).

Ecuación 18. Función de Tasa de Fallas Distribución Exponencial

$$\lambda = \frac{1}{MTBF}$$

La función de Mantenibilidad, se basa en el criterio de tiempos de recuperación exponencial, en la cual MTTR es el tiempo medio para reparar está dada por:

Ecuación 19. MTTR Distribución Exponencial

$$M(t) = 1 - e^{-\left(\frac{t}{MTTR}\right)}$$

1.3.4 Distribución de Rayleigh

Es una distribución de un solo parámetro k , y es útil en análisis de fatiga y componentes que se desgastan y se ubican en la fase tres de la curva de Davies, en la cual la función de tasa de fallas crece linealmente con el tiempo (Rakumar, 1993).

La función de densidad de probabilidad de fallas para este modelo es:

Ecuación 20. Función de Densidad de Probabilidad de Fallas Rayleigh

$$f(t) = kte^{-\left(\frac{kt^2}{2}\right)}$$

La Función de Confiabilidad está dada por:

Ecuación 21. Función de Confiabilidad Rayleigh

$$R(t) = e^{\left(-\frac{kt^2}{2}\right)}$$

Por lo que, la función de No Confiabilidad es:

Ecuación 22. Función de No Confiabilidad Rayleigh

$$F(t) = 1 - e^{\left(-\frac{kt^2}{2}\right)}$$

La correspondiente función de tasa de fallas está dada por:

Ecuación 23. Función de Tasa de Fallas Rayleigh

$$\lambda(t) = kt$$

1.3.5 Distribución de Weibull.

Es la distribución de mayor aceptación para determinar CMD, su función de tasa de fallas se ajusta a cualquier fase de la curva de la bañera, es la única probabilidad que puede utilizarse para representar Confiabilidad y Mantenibilidad de cualquier tipo de equipo (Mendehall, 1997) (Mora, 2009).

La función de densidad de probabilidad de fallas $f(t)$ para weibull está dada por:

Ecuación 24. Función de Densidad de Probabilidad de Fallas Weibull

$$f(t) = \frac{\beta}{\eta} \left[\frac{t - \gamma}{\eta} \right]^{\beta-1} e^{-\left[\frac{t - \gamma}{\eta} \right]^\beta}$$

Donde

$\beta =$ *parametro de forma*

$\gamma =$ *parametro de posición*

$\eta =$ *parametro de escala*

La función de confiabilidad $R(t)$ está dada por:

Ecuación 25. Función de Confiabilidad Weibull

$$R(t) = e^{-\left[\frac{t-\gamma}{\eta}\right]^\beta}$$

Y la función probabilidad de tasa de fallas es:

Ecuación 26. Función de Tasa de Fallas Weibull

$$\lambda(t) = \frac{\beta}{\eta} \left[\frac{t-\gamma}{\eta}\right]^{\beta-1}$$

La función de Mantenibilidad $M(t)$, se fundamenta en el criterio de que los tiempos de reparación o mantenimiento de un equipo, y para la distribución de Weibull, se representa con la expresión:

Ecuación 27. Función de Mantenibilidad Weibull

$$M(t) = 1 - e^{-\left[\frac{t-\gamma}{\eta}\right]^\beta}$$

1.3.6 Distribución Gamma.

Es una distribución de dos parámetros que tiene parámetros de escala y forma al igual que weibull y pueden ser ajustados con gran flexibilidad, la distribución exponencial es un caso especial de la distribución gamma cuando $\alpha = 1$ (O'CONNOR, 1989), Cuando alfa es un entero positivo a gamma se le denomina la distribución de Erlang (Mora, 2009).

Es conveniente para caracterizar los tiempos de fallas de equipos durante períodos de rodaje y es adecuada para representar sistemas con componentes "stand-by"¹³ (Mora, 2009)(Rojas, 1975).

La función de confiabilidad $R(t)$ en la distribución gamma está dada por:

Ecuación 28. Función de Confiabilidad Gamma

$$R(t) = \frac{\lambda^\alpha}{\Gamma(\alpha)} \int_t^\infty t^{\alpha-1} \exp(-\tau t) dt$$

¹³ Del Ingles *Stand by*, equipos que son redundantes o reserva están de soporte para entrar a operar cuándo son requeridos, también conocidos como equipos para emergencias.

La función de densidad de probabilidad de falla para la distribución Gamma es:

Ecuación 29. Función Densidad de Probabilidad de Falla Gamma

$$f(t_j) = \frac{\lambda^\alpha}{\Gamma(\alpha)} (t_j)^{\alpha-1} \exp^{-\lambda t_j}$$

En no confiabilidad MTBF, para los valores obtenidos de α y λ con t_j es:

Ecuación 30. MTBF Distribución Gamma

$$MTBF = \frac{\alpha}{\lambda}$$

1.4 CONCLUSIONES DE CAPÍTULO 1

En este capítulo se presentaron las distribuciones clásicas de mayor aplicación y uso para medir Confiabilidad, Mantenibilidad y Disponibilidad, las cuales, centran su análisis en la función de tasa de fallas de acuerdo a las tres fases de la curva de la Bañera, algunos autores las denominan modelos de distribuciones dependientes del tiempo (Ebeling, 1997) (www.reliasoft.com).

En La ilustración 8, se muestra las principales distribuciones con sus funciones de confiabilidad, de densidad de probabilidad de falla y de tasa de falla, con los parámetros para su aplicación.

Ilustración 5. Funciones, Gráficas y Parámetros de Diferentes Distribución

Distribución	Parámetros	Función de Confiabilidad $R(t) = 1 - F(t)$	Función de Densidad de Probabilidad de Falla $f(t)$	Función de Tasa de Falla $\lambda(t) = \frac{f(t)}{R(t)}$	Sus usos son relevantes en
Normal	Media, μ Desviación estándar, σ	 $R(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_0^t \exp\left[-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2}\right] dt$	 $f(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2}\right]$	$\lambda(t) = \frac{f(t)}{R(t)}$	Distribución de vida de elementos o sistemas sometidos a grandes cargas o esfuerzos
Exponencial	MTBF, θ $\theta = \lambda^{-1}$	 $R(t) = \exp(-\lambda t)$	 $f(t) = \lambda \exp(-\lambda t)$	$\lambda(t) = \lambda = \theta^{-1}$	Distribución de vida de elementos o sistemas complejos no reparables Distribución de vida de algunos elementos o sistemas en el periodo de rodaje, fase I o de mortalidad infantil
Weibull	Posición, γ Escala, η Forma, β $f(t) = \frac{\gamma}{\Gamma(\beta)} (\frac{t}{\eta})^{\beta-1} \exp(-\lambda t)$ Las curvas de esta ilustración son con $\gamma = 0.5$	 $R(t) = \exp\left[-\left(\frac{t}{\eta}\right)^\beta\right]$	 $f(t) = \frac{\beta}{\eta} \left(\frac{t}{\eta}\right)^{\beta-1} \exp\left[-\left(\frac{t}{\eta}\right)^\beta\right]$	$\lambda(t) = \frac{\beta}{\eta} \left(\frac{t}{\eta}\right)^{\beta-1}$	Elementos o sistemas con resistencia a la corrosión Distribución de vida de muchos elementos básicos: capacitores, relays, rodamientos, algunos motores, etc.
Gamma	$SD = \frac{\sigma^2}{\lambda}$ Cuando a es un número entero, se cumple que: $\Gamma(a) = (a-1)!$	 $R(t) = \frac{\lambda^a}{\Gamma(a)} \int_0^t \tau^{a-1} \exp(-\tau) d\tau$	 $f(t) = \frac{\lambda^a}{\Gamma(a)} t^{a-1} \exp(-\lambda t)$	$\lambda(t) = \frac{\lambda \Gamma(a)}{\Gamma(a)}$	Distribución de tiempo de vida entre recalibración, ajuste o mantenimiento de equipos Distribución de tiempo de vida de elementos con sistemas paralelos o stand-by

(Mora, 2009)

2. DISTRIBUCIONES Y MODELOS NO TRADICIONALES PARA MEDIR CMD

2.1 OBJETIVO

Encontrar Distribuciones no Tradicionales: nuevas, modificaciones de las clásicas y/o o combinaciones de las anteriores, que trabajen en varias fases de la curva de Davies y apliquen en el CMD

2.2 INTRODUCCIÓN

Entre las principales distribuciones no tradicionales que se usan para medir CMD, cuya función de tasa de fallas se adapta a dos o más fases de la curva de Davies, están las modificaciones a la distribución de Weibull y trabajos propuestos por autores que combinan dos o más distribuciones clásicas.

En la última década ha tomado fuerza las Distribuciones para estudiar confiabilidad basados en la función de tasa de fallos en forma de curva de la Bañera (*Transformation of the Bathtub Failure Rate Data in Reliability, 2009*). De igual forma existen trabajos sobre otros modelos y distribuciones que se asemejan a una o dos fases de la bañera y se trataran en la parte final de este capítulo.

2.3 MODELO DE WEIBULL MODIFICADO MWM¹⁴

La distribución de Weibull de dos parámetros η de escala y β de forma, es de amplio uso y aceptación para modelar diferentes fases de la vida útil de componentes en ingeniería, sin embargo no se puede utilizar para modelar las tres fases de la curva de la bañera al mismo tiempo, por esta razón se propuso (*The Additive Weibull Model*)¹⁵ que consiste en expresar la función de tasa de fallo como la suma de dos funciones de tasa de falla de la forma de Weibull (*Reliability Analisis Using an Additive Weibull Model wiht Bathtub-Shaped Failure Rate Function , 1995*).

2.3.1 Descripción del Modelo Weibull Modificado MWM

El modelo propuesto combina dos distribuciones de weibull una con tasa de fallos decreciente y la otra con tasa de fallos creciente, utiliza cuatro parámetros, con base en la función de densidad de probabilidad de tasa de fallas está dada por:

Ecuación 31. Función Densidad Probabilidad de Fallas Weibull Modificado

$$f(t) = at^b + ct^d$$

Con los parámetros $t, a, c \geq 0$, $b > 1$ y $d < 1$

¹⁴ MWM, Modelo Weibull Modificado

¹⁵ Del ingles; *the additive weibull model*, el Modelo de Weibull aditivo (*Reliability Analisis Using an Additive Weibull Model wiht Bathtub-Shaped Failure Rate Function, 1995*)

La función confiabilidad está dada por:

Ecuación 32. Función Confiabilidad Weibull Modificado

$$R(t) = e^{-at^b-ct^d} \text{ Para } t \geq 0$$

La función de no confiabilidad es:

Ecuación 33. Función No Confiabilidad Weibull Modificado

$$F(t) = 1 - e^{-at^b-ct^d} \text{ Para } t \geq 0$$

Para la función de tasa de fallas se tiene:

Ecuación 34. Función Tasa de Fallas Weibull Modificado

$$\lambda(t) = ab(at)^{b-1} + cd(ct)^{d-1} \text{ Para } t \geq 0$$

2.3.2 Características del Modelo Weibull Modificado MWM

Al graficar $\lambda(t)$ de la ecuación 34, se puede apreciar que la tasa de fallas tiene forma de curva de la Bañera, para tiempos pequeños el segundo término de dicha ecuación es dominante y decreciente, para los tiempos más grandes el primer término es dominante para una función creciente, la tasa de fallas constante se presenta en los tiempos medios de la vida del componente.

El modelo se puede utilizar para analizar series de datos de fallas recogidos sin saber el modo de fallo que ha ocurrido. Además, la fase constante puede ser el resultado intermedio cuando la función creciente y decreciente son de magnitud similar.

La esperanza matemática o el tiempo entre fallas para este modelo esta dado por la expresión:

Ecuación 35. MTBF Weibull Modificado

$$MTBF = \int_0^{\infty} e^{-(at)^b-(ct)^d} dt$$

2.3.3 Estimación de Parámetros MWM

La estimación de parámetros se realiza gráficamente, a través de la regresión lineal por mínimos cuadrados, se trabaja con las siguientes expresiones:

Ecuación 36. Expresiones de Y y X para la Regresión Weibull Modificado

$$y = \ln \left[\ln \left(\frac{1}{R(t)} \right) \right] \text{ y } x = \ln t$$

Al graficar y hacer la regresión lineal, la ecuación de la recta es:

Ecuación 37. Y de la Regresión Lineal para Weibull Modificado

$$y = \beta \ln t + \ln \left(\frac{1}{\alpha} \right)$$

Para tiempos pequeños se puede aproximar a la expresión:

Ecuación 38. Aproximación de Y para Tiempos Pequeños

$$y = d \ln t + \ln c$$

Para tiempos grandes se trabaja con la expresión:

Ecuación 39. Aproximación de Y para Tiempos Grandes

$$y = b \ln t + \ln a$$

2.4 EL NUEVO MODELO MODIFICADO DE WEIBULL NMWM¹⁶

Este es una modificación al modelo tradicional de Weibull ya propuesto en (*Reliability Analysis Using an Additive Weibull Model with Bathtub-Shaped Failure Rate Function, 1995*), en busca de adaptar la función de tasa de fallas a la forma de la curva de la bañera.

2.4.1 Descripción del NMWM

Esta nueva modificación al modelo de Weibull tradicional, permite realizar mejores ajustes de las tasas de fallas a la curva de la bañera y se puede utilizar para modelar la confiabilidad de sistemas que se encuentren al comienzo de la vida útil o con un tiempo considerable de servicio, inclusive es aplicado para modelar desgaste en componentes mecánicos y en algunos casos en eléctricos.

Para casos de desgaste y fatiga este modelo se comporta mejor que el exponencial, dado que realiza un buen ajuste de los datos.

2.4.2 Características del NMWM

La distribución del tiempo de vida para el nuevo modelo de weibull modificado¹⁷, surge de analizar con límites apropiados a la distribución de beta integrada (*The Beta Integrated Model, 1998*), la función de confiabilidad está dada por: (*A Modified Weibull Distribution, 2003*)

¹⁶ NMWM, Nuevo Modelo Weibull Modificado.

¹⁷ Propuesto por C. D. Lai, Min Xie, en *IEEE TRANSACTIONS ON RELIABILITY*, VOL. 52, NO. 1, MARZO 2003

Ecuación 40. Función de Confiabilidad Nuevo Weibull Modificado

$$R(t) = e^{-at^b e^{\eta t}}$$

Con los parámetros $a > 0$, $b \geq 0$ y $\eta > 0$, donde η es parámetro de escala

La función densidad de probabilidad de falla es igual:

Ecuación 41. Función Densidad Probabilidad de Falla NMWM

$$f(t) = a(b + \eta t)t^{b-1}e^{\eta t}e^{-at^b e^{\eta t}}$$

Función de tasa de fallas se expresa como:

Ecuación 42. Función de Tasa de Fallas NMWM

$$\lambda(t) = a(b + \eta t)t^{b-1}e^{\eta t}$$

La función de tasa de fallas $\lambda(t)$, depende solo del factor de forma b , y t^{b-1} , porque los otros dos parámetros no tienen influencia.

Caso 1. Cuando $b \geq 1$, la tasa de fallas muestra que:

- $\lambda(t)$ se incrementa con el t , lo que implica un aumento en la función de tasa de fallas.
- $\lambda(0) = 0$ si $b > 1$; $\lambda(0) = ab$ si $b = 1$

Caso 2. Cuando $0 < b < 1$, entonces

- $\lambda(t)$ inicialmente decrece y después aumenta lo que se asemeja a la curva de la bañera.
- $\lambda(t) \rightarrow 0$ cuando $t \rightarrow 0$, $\lambda(t) \rightarrow \infty$ cuando $(t) \rightarrow \infty$
- la derivada de $\lambda(t)$ intersecta el eje t solo una vez en t^x para $t > 0$, $\lambda(t)$ decrece para $t < t^x$ y es creciente para $t > t^x$ lo cual está dado por:

Ecuación 43. t^x para NMWM

$$t^x = \frac{\sqrt{b} - b}{\eta}$$

La característica interesante es que t^x disminuye a medida que η aumenta, lo cual se interpreta de la siguiente manera, la función de tasa de fallas para la distribución de weibull clásica puede ser constante, decreciente o creciente y para el nuevo modelo difiere porque debido al factor adicional $e^{\eta t}$ que puede ser visto como un factor de aceleración creciente tanto para t^x como para η .

2.4.3 Estimación de Parámetros NMWM

La estimación de parámetros para este modelo puede realizarse por método gráfico con regresión lineal por mínimos cuadrados o por el método de máxima verosimilitud

Para determinar los parámetros en el modelo de Weibull modificado (*A Modified Weibull Distribution, 2003*), gráficamente se trabaja con las siguientes expresiones para Y y X:

Ecuación 44. Expresiones de Y y X para la Regresión NMWM

$$y = \ln a \quad y \quad x = \ln t$$

De la regresión lineal, la línea recta está dada por la ecuación:

Ecuación 45. Y de la Regresión Lineal para NMWM

$$y = b \ln t + \eta e^x$$

2.5 MODELO WEIBULL TRANSMUTADO MODIFICADO WTM¹⁸

El modelo Weibull Transmutado Modificado propuesto en (*Transmuted Modified Weibull Distribution: A Generalization, 2013*), al igual que las anteriores modificaciones a la distribución tradicional de Weibull, busca convertirse en un opción para realizar análisis de fallas y confiabilidad en sistemas reparables.

2.5.1 Descripción del Modelo WTM

Por ser una distribución que surge del modelo Weibull modificado es bastante flexible utiliza cuatro parámetros, por lo cual, se puede usar para modelar confiabilidad de diversos modos de falla. Desde el análisis de la función de tasa de fallas instantánea se observa que puede aumentar y disminuir el patrón de tasa de fallas de acuerdo a los datos con base en el tiempo de vida del componente.

2.5.2 Características del Modelo WTM

Utiliza cuatro parámetros, dos de forma β y η , uno de escala α y el transmutado γ , para el rango de valores $\alpha, \beta, \eta > 0$, y $-1 \leq \gamma \leq 1$, la función de densidad de probabilidad de fallas está dada por:

Ecuación 46. Función Densidad Probabilidad de Fallas WTM

$$f(t) = (\alpha + \beta \eta t^{\beta-1}) e^{(-\alpha t - \eta t^\beta)} (1 - \gamma + 2\gamma e^{(-\alpha t - \eta t^\beta)})$$

¹⁸ WTM, Weibull Transmutado Modificado

Donde los parámetros de forma representan diferentes patrones del modelo transmutado y son positivos, el parámetro de escala representa la vida característica y también es positivo.

La Función de Confiabilidad está dada por:

Ecuación 47. Función Confiabilidad WTM

$$R(t) = 1 - \left(1 - e^{(-\alpha t - \eta t^\beta)}\right) \left(1 + \gamma e^{(-\alpha t - \eta t^\beta)}\right)$$

Así, mismo la función de no confiabilidad es:

Ecuación 48. Función de No Confiabilidad WTM

$$F(t) = \left(1 - e^{(-\alpha t - \eta t^\beta)}\right) \left(1 + \gamma e^{(-\alpha t - \eta t^\beta)}\right)$$

Y la correspondiente función de tasa de fallas es:

Ecuación 49. Función de Tasa de Fallas WTM

$$\lambda(t) = \frac{(\alpha + \beta \eta t^{\beta-1}) e^{(-\alpha t - \eta t^\beta)} (1 - \gamma + 2\gamma e^{(-\alpha t - \eta t^\beta)})}{1 - \left(1 - e^{(-\alpha t - \eta t^\beta)}\right) \left(1 + \gamma e^{(-\alpha t - \eta t^\beta)}\right)}$$

2.5.3 Estimación de Parámetros Modelo WTM

La estimación de parámetros para este modelo puede realizarse por el método de mínimos cuadrados o por máxima verosimilitud. Este modelo tiene la capacidad para proporcionar resultados consistentes a partir de ambos métodos de estimación que se pueden parametrizar.

Para la muestra aleatoria de tiempos de tamaño n , la muestra se ordena mediante:

Ecuación 50. Muestra Ordenada

$$E(F(T_i)) = \frac{i}{n + 1}$$

Los estimadores de mínimos cuadrados se obtienen mediante la minimización de la expresión:

Ecuación 51. Estimadores Mínimos Cuadrados WTM

$$Q(\alpha, \beta, \eta, \gamma) = \sum_{i=0}^n \left(F(T_i) - \frac{i}{n + 1}\right)^2$$

Para determinar los parámetros por el método de máxima verosimilitud se utiliza el logaritmo:

Ecuación 52. Logaritmo Máxima Verosimilitud WTM

$$L(t_1, \dots, t_2, \alpha, \beta, \eta, \gamma) = \prod (\alpha + \beta \eta t^{\beta-1}) e^{(-\alpha t - \eta t^\beta) (1 - \gamma + 2\gamma e^{(-\alpha t - \eta t^\beta)})}$$

2.6 EXTENSIÓN DEL MODELO DE WEIBULL MODIFICADO CON FUNCIÓN DE TASA DE FALLAS EN FORMA DE CURVA DE LA BAÑERA WMFCB¹⁹

Los modelos con la función de tasa de fallo en forma de bañera son útiles en el análisis de confiabilidad, y particularmente en la toma de decisiones con bases en estudios de confiabilidad y análisis de costos. La distribución de Weibull tradicional, sin embargo, no puede modelar toda la vida útil de los sistemas con una función de tasa de fallas en forma de curva de la bañera.

Este nuevo modelo (*A Modified Weibull Extension with Bathtub Shaped Failure Rate Function, 2002*), es una extensión del modelo de weibull modificado que utiliza tres parámetros con algunas propiedades interesantes.

2.6.1 Descripción del Modelo WMFCB

Esta es una distribución capaz de modelar la tasa de fallas de la vida útil de un componente en forma de curva de la bañera, es un modelo con tres parámetros mucho más flexible que la distribución de Weibull y la Exponencial, es de fácil uso puede lograr mayor precisión que otras distribuciones, en general es una buena alternativa para estimaciones de confiabilidad de componentes reparables, su aplicación práctica incluye estimación del tiempo de recambio de piezas y componentes de acuerdo a su confiabilidad.

2.6.2 Características del Modelo WMFCB

Los intervalos de confianza para el parámetro de forma y la región de confianza conjunta para los dos parámetros son cerrados, sin embargo, este modelo no es flexible, no tiene parámetro de escala, por lo que no se recomienda mucho para aplicaciones prácticas.

Este modelo tiene la distribución de Weibull como un caso especial y asintótico y por lo tanto puede considerarse como una extensión de Weibull.

¹⁹ WMFCN, Weibull Modificado con Función de Tasa de Fallas en Forma de Curva de la Bañera

La función de densidad de probabilidad de fallas para este modelo es:

Ecuación 53. Función Densidad Probabilidad de Fallas WMFCB

$$f(t) = \eta\beta \left(\frac{t}{\alpha}\right)^{\beta-1} e^{\left[\left(\frac{t}{\alpha}\right)^{\beta} + \eta\beta \left(1 - e^{\left(\frac{t}{\alpha}\right)^{\beta}}\right)\right]}$$

La función de confiabilidad está dada por:

Ecuación 54. Función Confiabilidad WMFCB

$$R(t) = e^{-\eta\alpha \left[1 - e^{\left(\frac{t}{\alpha}\right)^{\beta}}\right]}$$

La función de no confiabilidad es:

Ecuación 55. Función de No Confiabilidad WMFCB

$$F(t) = 1 - e^{-\eta\alpha \left[1 - e^{\left(\frac{t}{\alpha}\right)^{\beta}}\right]}$$

La función de tasa de falla correspondiente tiene la siguiente forma:

Ecuación 56. Función de Tasa de Fallas WMFCB

$$\lambda(t) = \eta\beta \left(\frac{t}{\alpha}\right)^{\beta-1} e^{\left(\frac{t}{\alpha}\right)^{\beta}}$$

Al derivar la función de tasa de fallos, para caracterizarla se tiene:

Ecuación 57. Derivada de Función de Tasa de Fallas WMFCB

$$\lambda'(t) = \frac{\eta\beta}{\alpha} (t/\alpha)^{\beta-2} e^{\left[\left(\frac{t}{\alpha}\right)^{\beta}\right]} \left[\beta\left(\frac{t}{\alpha}\right)^{\beta} + (\beta-1)\right]$$

La forma de la función de tasa de fallas dependerá solo del parámetro de forma β , en los siguientes casos.

Caso 1. $\beta \geq 1$

En este caso para cualquier $t > 0$, $\lambda'(t) > 0$, por lo tanto $\lambda(t)$ es una función creciente.

Caso 2. $\beta < 1$

Si $t^x = \alpha\left(\frac{1}{\beta} - 1\right)^{1/\beta}$, entonces t^x existe y es finito, y cuando $t < t^x$, y $\lambda'(t) < 0$ la función de tasa de fallas decrece.

2.6.3 Estimación de Parámetros WMFCB

La estimación de parámetros se realiza gráficamente usando el método de mínimos cuadrados para la regresión lineal o por el método de máxima verosimilitud.

Para la estimación de los parámetros para su análisis se consideran dos casos.

Caso 1. Cuando $\eta\alpha = 1$

Es un caso especial y tiene una estimación grafica sencilla y se obtiene del modelo simplificado:

Ecuación 58. Función de Confiabilidad WMFCB simplificado

$$R(t) = e^{\left[1 - e^{\left(\frac{t}{\alpha}\right)^\beta}\right]}$$

Se hace una estimación de parámetros similar a weibull y se obtiene:

Ecuación 59. Expresiones de Y y X para la Regresión WMFCB Caso 1

$$y = \ln\{\ln[1 - \ln[R(t)]]\} \text{ y } x = \ln t$$

Al realizar la regresión lineal β se determina de la pendiente de la recta y α es intercepto con eje y , para de la condición $\eta\alpha = 1$, y determinar η , la regresión está dada por la ecuación:

Ecuación 60. Y de la Regresión WMFCB Caso 1

$$y = \beta \ln t - \beta \ln \alpha = \beta x - \beta \ln \alpha \text{ Para } -\infty < x < +\infty$$

Caso 2. Caso General

Para la estimación de los tres parámetros se considera que para tiempos pequeños se tiene que, $1 - e^{\left(\frac{t}{\alpha}\right)^\beta} \approx -\left(\frac{t}{\alpha}\right)^\beta$ con:

Ecuación 61. Expresiones de Y y X para la Regresión WMFCB Caso 2

$$y = \ln[-\ln R(t)] \text{ y } x = \ln t$$

Al graficar x contra y para hacer la regresión lineal que satisface la ecuación:

Ecuación 62. Y de la Regresión WMFCB Caso 2

$$y = \beta x + \ln(\eta\alpha^{-\beta})$$

Se obtiene el parámetro de forma β de la pendiente de la línea recta y $\ln(\eta\alpha^{-\beta})$ del intercepto con el eje y .

2.7 MODELO DE TASA DE FALLAS CON FORMA DE CURVA DE LA BAÑERA BURR XII₂₀.

El modelo se utiliza en una variedad de aplicaciones que no son de Confiabilidad, tales como el control de calidad, muestreo de aceptación y estudio médico, con base en los buenos resultados obtenidos de sus aplicaciones prácticas en estas áreas, es propuesto para analizar diversas tasas de fallas de componentes mecánicos y eléctricos, en busca de mejorar el comportamiento y ajuste de las distribuciones de uso tradicional.

2.7.1 Descripción del Modelo BURR XII

El Modelo se considera en el análisis de confiabilidad y proporciona una distribución útil para representación de datos de fallas a lo largo de la vida de un componente, es flexible y se modela varias tasas de falla de acuerdo a la curva de la bañera (*The Burr XII Distribution in Reliability Analysis, 1998*).

Puede representar funciones de fallas crecientes, decrecientes, unimodal o esencialmente constante durante rangos de tiempos específicos. El modelo es aditivo en el sentido de que la función de tasa de fallas se expresa como la suma de dos funciones.

2.7.2 Características del Modelo BURR XII

El modelo BURR XII combina dos distribuciones, una con tasa de fallas decreciente y la otra con tasa de fallas creciente, este es un modelo complejo dado que maneja seis parámetros, la función acumulativa de fallas para el modelo propuesto en (*A new model with bathtub-shaped failure rate using an additive Burr XII, 2000*), es:

Ecuación 63. Función Densidad Probabilidad de Fallas BURR II

$$f(t) = \left[k_1 \ln \left(1 + \left(\frac{t}{s_1} \right)^{c_1} \right) + k_2 \ln \left(1 + \left(\frac{t}{s_2} \right)^{c_2} \right) \right]$$

20 Modelo propuesto por F. K. Wang en su trabajo (*A new model with bathtub-shaped failure rate using an additive Burr XII, 2000*)

La función de confiabilidad en este modelo está dada por la expresión:

Ecuación 64. Función Confiabilidad BURR II

$$R(t) = e^{\left[-k_1 \ln\left(1 + \left(\frac{t}{s_1}\right)^{c_1}\right) - k_2 \ln\left(1 + \left(\frac{t}{s_2}\right)^{c_2}\right)\right]}$$

La función de no confiabilidad correspondiente es:

Ecuación 65. Función de No Confiabilidad BURR II

$$F(t) = 1 - e^{\left[-k_1 \ln\left(1 + \left(\frac{t}{s_1}\right)^{c_1}\right) - k_2 \ln\left(1 + \left(\frac{t}{s_2}\right)^{c_2}\right)\right]}$$

La función de tasa de falla correspondiente para el modelo esta por:

Ecuación 66. Función de Tasa de Fallas BURR II

$$\lambda(t) = \frac{k_1 c_1 \left(\frac{t}{s_1}\right)^{c_1 - 1}}{s_1 \left[1 + \left(\frac{t}{s_1}\right)^{c_1}\right]} + \frac{k_2 c_2 \left(\frac{t}{s_2}\right)^{c_2 - 1}}{s_1 \left[1 + \left(\frac{t}{s_2}\right)^{c_2}\right]}$$

Para $t, k_1, k_2, s_1, s_2 \geq 0, 0 < c_1 < 1, c_2 > 2$

2.7.3 Estimación de Parámetros Moldeo BURR II

Para determinar los parámetros mediante la regresión lineal y ajuste por mínimos cuadrados, la ecuación de la línea recta está dada por:

Ecuación 67. Expresión para la Regresión BURR II

$$\ln \left[\left(R(t_p) \right)^{\frac{1}{k}} \right] - 1 = c \ln(t_p) - c \ln(s)$$

Entonces el valor empírico de $\ln \left[\left(R(t_p) \right)^{\frac{1}{k}} \right] - 1$, se dibuja contra los valores transformados del logaritmo natural de la ordenada, el valor de $R(t_p)$ se estima por el procedimiento de Herd-Johnson.

Ecuación 68. Modelo Herd-Johnson para Estimar R (t) BURR II

$$R(t_p) = \prod_{r=1}^f \frac{n - r + 1}{n - r + 2}$$

Donde n es el número de datos de la prueba, r es el orden de cada falla después de ordenar números que se ordenan con base en sus tiempos de funcionamiento, y f el número de fallas. Se recomienda que el análisis se comience con k primero

y luego se utilice la regresión lineal para estimar c y s .

En términos generales la estimación de parámetros por este modelo se realiza en dos pasos, inicialmente se trabaja con los primeros datos para realizar la regresión al graficar $\ln \left[(R(t_p))^{1/k} \right] - 1$ contra el logaritmo natural de los datos y alinear la recta por mínimos cuadrados se obtiene el parámetro k y a continuación se estiman los parámetros c y s , seguidamente se repite el procedimiento para los últimos datos ordenados de las fallas.

2.7.4 Potencialidad del Modelo BURR II

El fondo físico de esta distribución es claro, un componente falla debido a la aparición de un modo de falla y por lo general hay diferentes modos de falla asociados a un componente, cada modo de falla afecta el componente de una manera diferente, si se considera que el componente se afecta por dos principales modos de falla, este modelo se puede utilizar y representa que el componente puede fallar debido a cualquiera de estos dos modos de fallo.

Para un componente que tiene una función de tasa de falla en forma de bañera, las fallas iniciales generalmente se originan por defectos de diseño que conducen a una tasa de fracaso decreciente, por otro lado la fatiga del material o el envejecimiento del componente suele causar una curva creciente, lo que se traduce en una de tasa de fallos de la última fase de la curva de la bañera, que corresponde a una tasa de falla cada vez mayor.

Este modelo se adapta a modos de fallas y se puede utilizar para analizar una serie de datos de fallas recogidos sin saber qué modos de falla se han producido.

2.8 DISTRIBUCIÓN DE HJORTH.

En el análisis estadístico de las funciones de falla se comienzan a estudiar cada vez más modelos que se adaptan a las diferentes fases del ciclo de vida de un equipo, HJORTH propone la función *Increasing, Decreasing, Bathtub* IBD²¹.

El modelo establece que ninguna de las distribuciones normalmente mencionadas analiza en realidad funciones de riesgo o de tasa de falla, de acuerdo a la curva de la bañera, por lo cual, presenta un análisis del ciclo de vida de un equipo para las tres fases de su vida útil (Mora, 2009) (Jezdimir, 1996).

2.8.1 Descripción de la Distribución HJORTH

En un estudio de cómo los errores de estimación de los modelos y distribuciones

²¹ Del inglés, curva de la bañera creciente decreciente

que se utilizan en análisis de Confiabilidad, impiden diagnosticar adecuadamente el funcionamiento de los equipos, dado que parten de supuestos que afectan el costo mantenimiento preventivo, y ocasionan la inadecuada toma de decisiones, dado que las distribuciones que se aplican no siempre se adaptan a la tasa de falla de los equipos y no son factibles para los estudios CMD, se propone esta distribución que planta una función de tasa de fallas de tres fases; creciente, decreciente y constante que se asemeja a la curva de la bañera.

Esta distribución se fundamenta en la descripción del comportamiento práctico de unidades mecánicas sujetas a desgaste, con una tasa de fallas individual cada vez mayor en el tiempo, es una distribución de tres parámetros tan flexible como la de Weibull capaz de describir las tres fases de la curva de la bañera.

2.8.2 Características de la Distribución HJORTH

El modelo propuesto por (*A Reliability Distribution With Increasing, Decreasing, Constant and Bathtub-Shaped Failure Rates, 1980*), se fundamenta en buscar la simplicidad matemática la reducir el número de parámetros a utilizar, considera que la distribución de la tasa de fallas se debe ajustar a las tres fases de la curva de bañera, por ser un modelo a utilizar para determinar la confiabilidad de sistema reparables.

La función de confiabilidad es definida por:

Ecuación 69. Función de Confiabilidad HJORTH

$$R = 1 - F(t) = \frac{e^{-\frac{\delta t^2}{\theta}}}{(1 + \beta t)^\beta} \quad \text{Para } t \geq 0$$

Cuando $\delta, \theta, \beta > 0$ con el límite obvio de esta probabilidad cuando $\delta, \theta, \beta = 0$

La función de densidad de probabilidad de fallas es:

Ecuación 70. Función de Densidad Probabilidad de Fallas HJORTH

$$f(t) = \frac{(1 + \beta t)\delta t + \theta}{(1 + \beta t)^{\beta+1}} e^{-\frac{\delta t^2}{\theta}}$$

Y la tasa de falla para esta distribución está dada por:

Ecuación 71. Función de Tasa de Fallas HJORTH

$$\lambda(t) = \delta t + \frac{\theta}{1 + \beta t}$$

Los casos especiales para la Distribución de Hjorth son:

- $\theta = 0$ Distribución de Rayleigh (Una Distribución de Weibull)
- $\delta = \beta = 0$ Distribución Exponencial (Una Distribución de Weibull)
- $\delta = 0$ Tasa de Fallas Decreciente
- $\delta \geq \theta\beta$ Tasa de Fallas Creciente
- $0 < \delta < \theta\beta$ Curva de la Bañera

La tasa de fallas es la suma de un creciente y decreciente término, se supone que las fallas pueden ser clasificadas como de tipo A y de tipo B, se expresan por:

Ecuación 72. Tasa de Fallas Tipo A y B HJORTH

$$\lambda_A = \delta t \quad \text{y} \quad \lambda_B = \frac{\theta}{1 + \beta t}$$

2.8.3 Estimación de Parámetros.

Las estimaciones de β y θ son a veces altamente correlacionados debido al hecho de que estos parámetros se compensan entre sí cuando $\beta t \gg 1$. La reparametrización $\theta = \alpha\beta$ puede ser de utilidad. Para muestras pequeñas, también puede ser útil transformar las regiones de los parámetros por θ y β en (0,1) por la transformación $\theta' = \theta/(1 + \theta)$ y $\beta' = \beta/(1 + \beta)$.

Para que los resultados sean comparables a la estimación en otros modelos o con otras distribuciones, el interés se centra en la probabilidad de supervivencia o confiabilidad $R(t)$ en lugar de en el parámetro. Esto también tiene la ventaja de ser independiente de cualquier método de parametrización.

El logaritmo de verosimilitud esta dado por:

Ecuación 73. Logaritmo Estimación de Parámetros HJORTH

$$l = \sum_{i=1}^n \left\{ -\frac{\delta t_i^2}{2} - \frac{\theta}{\beta \ln(1 + \beta t_i)} + \ln(\delta t_i + \theta/(1 + \beta t_i)) \right\}$$

2.9 DISTRIBUCIÓN WEIBULL EXPONENCIAL WE₂₂

La nueva distribución tipo Exponencial Weibull de dos parámetros propuesta (*A New Exponential-Type Distribution with Constant, Decreasing, Increasing, Upside-Down Bathtub and Bathtub-Shaped Failure Rate Function, 2013*), es resultado de

22 De las siglas, Weibull Exponencial

la familia de distribuciones que fue propuesta por la adición de un parámetro de forma adicional a la función acumulativa Weibull, en un valor positivo arbitrario. Este modelo es resultado de una adaptación del propuesto (*Exponentiated Weibull Family for Analyzing Bathtub Failure Rate Data, 1993*).

2.9.1 Descripción Distribución WE

Es una distribución flexible que se puede utilizar para modelar diferentes tasas de falla de forma creciente, decreciente y constante, es decir, en forma de curva de la bañera y forma de bañera invertida para este tipo de distribución, es útil para análisis confiabilidad de sistemas en serie, con datos censurados o no censurados. Su flexibilidad permite modelar tasas de fallas monótonas y no monótonas como la Curva de la bañera.

2.9.2 Características Distribución WE

Esta distribución trabaja con tres parámetros, donde β y α controlan la forma de la distribución y η la escala, tiene la característica principal que cuando β aumenta en la fase creciente, la tasa de fallas lo hace en menor proporción en la tercera fase del grafico con forma de curva de la bañera, lo que abre a posibilidad de utilizarla para modelar la vida útil máxima de una muestra aleatoria para determinar la vida útil de un componente, además de en estudios de confiabilidad para modelar sistemas que funcionan en paralelo o equipos con redundancia, donde la distribución de la tasa de fallas es independiente para cada componente.

Cuando $\beta = 1$, se comporta como la distribución exponencial, la función de tasa de fallas puede ser monótona creciente para $\beta > 1$, y monótonamente decreciente para $\beta < 1$. Para $\beta = 1$, la función de tasa de fallo se hace constante.

La función densidad de probabilidad de fallas para esta función correspondiente es:

Ecuación 74. Función Densidad Probabilidad de Fallas WE

$$f(t) = \alpha\beta\eta \frac{(1 + \eta t)^{\alpha-1} e^{(1-(1+\eta t)^\alpha)}}{[1 - e^{(1-(1+\eta t)^\alpha)}]^{1-\beta}}$$

La correspondiente función de confiabilidad está dada por:

Ecuación 75. Función de Confiabilidad WE

$$R(t) = 1 - [1 - e^{[1-(1+\eta t)^\alpha]^\beta}]$$

Y la función de no confiabilidad por:

$$F(t) = 1 - e^{[1-(1+\eta t)^\alpha]^\beta}$$

La función de tasa de fallas para la distribución WE es:

Ecuación 76. Función de Tasa de Fallas WE

$$\lambda = \alpha\beta\eta \frac{(1 + \eta t)^{\alpha-1} e^{(1-(1-\eta t)^\alpha)} [1 - e^{(1-(1-\eta t)^\alpha)}]^\beta}{1 - [1 - e^{(1-(1-\eta t)^\alpha)}]^\beta}$$

2.9.3 Parametrización Distribución WE

La estimación de parámetros para esta distribución se realiza por método de máxima verosimilitud que no hace alineación, el cual es un poco complejo. Para una muestra de tamaño n , con el vector de parámetros de interés $\theta = (\alpha, \eta, \beta)$, el algoritmo para determinar los parámetros de esta distribución esta dado por:

Ecuación 77. Logaritmo de Máxima Verosimilitud WE

$$l(\theta) = n + n \log(\alpha, \eta, \beta) + (\alpha - 1) \sum_{i=1}^n \log(1 + \eta t_i) - \sum_{i=1}^n (1 + \eta t_i)^\alpha + (\beta - 1) \sum_{i=1}^n \log(1 - e^{1-(1+\eta t_i)^\alpha})$$

2.10 MODELO JIANG

Este modelo propuesto en (*A New Bathtub Curve Model with a Finite Support*, 2013), de la familia de modelos denominados curva de la bañera con un soporte finito, es útil dado que la si la función de tasa de fallo por lo general aumenta muy rápido en la fase de desgaste, lo cual se considera de relevancia dado que existen pocos modelos de este tipo.

2.10.1 Descripción del Modelo JIANG

En este caso, el modelo de curva de la bañera con un soporte finito es de los que mejor se adaptan al fuerte cambio en la tasa de fallas, que se genera en la tercera fase de la curva de la bañera, por lo que es de gran utilidad para analizar desgaste y fallas por fatiga en componentes. Es un modelo que utiliza tres parámetros.

2.10.2 Características del Modelo JIANG

Este modelo utiliza el parámetro de forma β , el de escala η y como parámetro de ubicación γ . La distribución de densidad de probabilidad de fallas está dada por:

Ecuación 78. Función Densidad de Probabilidad de Fallas JIANG

$$f(t) = \left[1 + \beta \frac{\gamma - t}{\eta + t} \right] \frac{1}{\gamma(1 + t/\eta)^\beta}$$

La respectiva función de confiabilidad para este modelo es:

Ecuación 79. Función de Confiabilidad JIANG

$$R(t) = \frac{1 - t/\gamma}{(1 + t/\eta)^\beta}$$

La función de no confiabilidad está dada por:

Ecuación 80. Función de No Confiabilidad

$$F(t) = \ln \left[\frac{(1 + t/\eta)^\beta}{1 - t/\gamma} \right]$$

La correspondiente función de tasa de fallas para el modelo es:

Ecuación 81. Función de Tasa de Fallas JIANG

$$\lambda(t) = \frac{\beta}{t + \eta} + \frac{1}{\gamma - t}$$

Para $\beta, \eta, \gamma > 0$, y $t < \gamma$

Cuando $\gamma \leq \eta/\sqrt{\beta}$ la función de tasa de fallas es creciente

Cuando $\gamma > \eta/\sqrt{\beta}$ la función de tasa de fallas se adapta a la curva de la bañera.

2.10.3 Estimación de Parámetros JIANG

La estimación de parámetros en este modelo utiliza el método de máxima separación MSM₂₃, analiza las separaciones en los datos son como las diferencias entre los valores de la función acumulativa de fallas, en datos consecutivos, dichas separaciones siguen la distribución uniforme en [0,1], y por lo tanto su media geométrica puede lograr el máximo cuando las distancias son tan iguales como sea posible.

El logaritmo para determinar los parámetros esta dado por:

Ecuación 82. Logaritmo MSM para parámetros JIANG

$$\ln(l_s) = \sum_{i=1}^{n+1} \ln[F(t_i) - F(t_{i-1})]$$

23 Del Ingles *Maximum Spacing Method*, Método de Máximo Espaciamiento

Donde $F(t_0) = 0$ y $F(t_{n+1}) = 0$

2.11 MODELO MULDHOLKAR AND SRIVASTAVA MS²⁴

Este modelo es de los primeros trabajos que se realizaron mediante la combinación de dos distribuciones que se usan tradicionalmente en análisis de confiabilidad, como los son Weibull y Exponencial, propuesto en, (Exponentiated Weibull Family for Analyzing Bathtub Failure Rate Data, 1993), es de gran aceptación en estudio de fallas de componentes mecánicos y eléctricos.

2.11.1 Características del Modelo MS

Es un modelo que usa dos parámetros de forma β y η y uno de escala α , la función densidad de probabilidad de tasa de fallas está dada por:

Ecuación 83. Función Densidad Probabilidad de Fallas MS

$$f(t) = \alpha\beta \left(1 - e^{\left(\frac{-t}{\eta}\right)^\alpha}\right)^{\beta-1} e^{\left(\frac{-t}{\eta}\right)^\alpha} \left(\frac{t}{\eta}\right)^{\alpha-1}$$

La Función de Confiabilidad para este modelo es:

Ecuación 84. Función de Confiabilidad MS

$$R(t) = 1 - \left[1 - e^{\left(\frac{-t}{\eta}\right)^\alpha}\right]^\beta$$

La correspondiente función de tasa de fallas está dada por:

Ecuación 85. Función de Tasa de Fallas MS

$$\lambda = \frac{\alpha\beta \left(1 - e^{\left(\frac{-t}{\eta}\right)^\alpha}\right)^{\beta-1} e^{\left(\frac{-t}{\eta}\right)^\alpha} \left(\frac{t}{\eta}\right)^{\alpha-1}}{\eta \left[1 - \left(1 - e^{\left(\frac{-t}{\eta}\right)^\alpha}\right)^\beta\right]}$$

2.11.2 Estimación de Parámetros MS

La parametrización para esta distribución se puede realizar por método gráfico a través de regresión lineal y ajuste por mínimos cuadrados o al aplicar el método de máxima verosimilitud que no hace alineación, el cual es un poco más complejo.

²⁴ MS, son las iniciales del primer apellido los Autores, Muldholkar y Srivastava

La estimación de parámetros por el método de máxima verosimilitud para una serie de n datos aleatorios, se define por el logaritmo:

Ecuación 86. Logaritmo *MLE* Estimación de Parámetros MS

$$l(\eta, \alpha, \beta) = n \ln \eta + n \ln \beta + n \beta \ln \alpha + (\beta - 1) \sum \ln t_i + (\eta - 1) \sum \ln \left[1 - e^{(-\alpha t_i)^\beta} \right] - \sum (\alpha t_i)^\beta$$

2.12 CONCLUSIONES DE CAPITULO 2.

En este capítulo se presenta las distribuciones no tradicionales encontradas en estudios sobre el análisis de confiabilidad para sistemas o componentes reparables, en los cuales se considera que la función de tasa de fallas con la variable aleatoria tiempo de servicio se asemeja a varias fases de la curva de la bañera, se describen con sus principales características y funciones matemáticas nueve modelos o distribuciones que se pueden usar en el análisis CMD.

De lo anterior se puede concluir que existe modificaciones al modelo weibull (*Comparison of reliability models, 2008*) y modelos mixtos e incluso transmutados, que involucran una o dos distribuciones tradicionales, dichos modelos y distribuciones no tradicionales son unos más flexibles que otros, los cuales permiten realizar análisis con sus particularidades, que describen de la tasa de fallas con sólo una función en un intervalo de tiempo finito, la cual se asemeja en su forma a la curva clásica de la bañera, estos modelos son útiles para analizar de confiabilidad en muchos casos prácticos.

Ilustración 6. Distribuciones No Clásicas y sus Características

Modelo	Autor	Función de Confiabilidad R(t), Función de tasa de Fallas λ(t)	Características
Weibull Modificado	M, Xie; C, D, Lai	$R(t) = e^{-at^b-ct^d}$ $\lambda(t) = ab(at)^{b-1} + cd(ct)^{d-1}$	Se Adapta a la Curva de la Bañera
Nuevo Weibull Modificado	M, Xie; C, D, Lai	$R(t) = e^{-at^be^{\eta t}}$ $\lambda(t) = a(b + \eta t)t^{b-1}e^{\eta t}$	$b \geq 1$, Tasa de Fallas aumenta (Curva Creciente). $0 < b < 1$, inicialmente decrece y después aumenta, lo que se asemeja a la curva de la bañera.
Weibull Transmutado Modificado	K, Muhaamad; King, Robert	$R(t) = 1 - \left(1 - e^{(-\alpha t - \eta t^\beta)}\right) \left(1 + \gamma e^{(-\alpha t - \eta t^\beta)}\right)$ $\lambda(t) = \frac{(\alpha + \beta \eta t^{\beta-1}) e^{(-\alpha t - \eta t^\beta)} (1 - \gamma + 2\gamma e^{(-\alpha t - \eta t^\beta)})}{1 - \left(1 - e^{(-\alpha t - \eta t^\beta)}\right) \left(1 + \gamma e^{(-\alpha t - \eta t^\beta)}\right)}$	$\beta = 1$, Distribución Exponencial transmutada $\beta = 2$, Distribución Rayleigh $\beta > 1$, Tasa de Fallas Creciente. $\beta < 1$, tasa de fallas Decreciente
Modelo Weibull Modificado con Función de Tasa de Fallas en forma de Curva de la Bañera	M, Xie; Y, Tang; T, N, Goh	$R(t) = e^{\eta \alpha \left[1 - e^{\left(\frac{t}{\alpha}\right)^\beta}\right]}$ $\lambda(t) = \eta \beta \left(\frac{t}{\alpha}\right)^{\beta-1} e^{\left(\frac{t}{\alpha}\right)^\beta}$	$t > 0, \lambda'(t) > 0$, Por lo tanto $\lambda(t)$ es una función creciente. $t < t^*$, y $\lambda'(t) < 0$, la función de tasa de fallas decrece.
Modelo Burn XII	F, K, Wang	$R(t) = e^{\left[-k_1 \ln\left(1 + \left(\frac{t}{s_1}\right)^{c_1}\right) - k_2 \ln\left(1 + \left(\frac{t}{s_2}\right)^{c_2}\right)\right]}$ $\lambda(t) = \frac{k_1 c_1 \left(\frac{t}{s_1}\right)^{c_1-1}}{s_1 \left[1 + \left(\frac{t}{s_1}\right)^{c_1}\right]} + \frac{k_2 c_2 \left(\frac{t}{s_2}\right)^{c_2-1}}{s_1 \left[1 + \left(\frac{t}{s_2}\right)^{c_2}\right]}$	$0 < b < 1$, Inicialmente decrece y después aumenta lo que se asemeja a la curva de la bañera.

Modelo	Autor	Función de Confiabilidad R(t), Función de tasa de Fallas $\lambda(t)$	Características
Distribución Hjorth	Hjorth; Urban.	$R(t) = \frac{e^{-\frac{\delta t^2}{2}}}{(1 + \beta t)^{\frac{\theta}{\beta}}}$ $\lambda(t) = \delta t + \frac{\theta}{1 + \beta t}$	$\theta = 0$ Distribución de Rayleigh $\delta = \beta = 0$ Distribución Exponencial $\delta = 0$ Tasa de Fallas Decreciente $\delta \geq \theta\beta$ Tasa de Fallas Creciente $0 < \delta < \theta\beta$ Curva de la Bañera
Distribución Weibull Exponencial	Lemonte; Artur.	$R(t) = 1 - \left[1 - e^{[1-(1+\eta t)^\alpha]^\beta} \right]$ $\lambda = \alpha\beta\eta \frac{(1 + \eta t)^{\alpha-1} e^{(1-(1-\eta t)^\alpha)[1-e^{(1-(1-\eta t)^\alpha)]^{\beta-1}}}}{1 - [1 - e^{(1-(1-\eta t)^\alpha)]^\beta}}$	$0 < \beta \leq 1$, Tasa de Fallas Decreciente. $\alpha > 1$ y $\beta > 1$, Tasa de Fallas Creciente. $\beta = \alpha = 1$ Tasa de Fallas Constante (Distribución Exponencial)
Modelo JIANG	Jiang; R.	$R(t) = \frac{1 - t/\gamma}{(1 + t/\eta)^\beta}$ $\lambda(t) = \frac{\beta}{t + \eta} + \frac{1}{\gamma - t}$	Cuando $\gamma \leq \eta/\sqrt{\beta}$ la función de tasa de fallas es creciente Cuando $\gamma > \eta/\sqrt{\beta}$ la función de tasa de fallas se adapta a la curva de la bañera.
Modelo Muldholkar and Srivastava	Muldholkar, G; Srivastava, D.	$R(t) = 1 - \left[1 - e^{\left(\frac{t}{\eta}\right)^\alpha} \right]^\beta$ $\lambda = \frac{\alpha\beta \left(1 - e^{\left(\frac{t}{\eta}\right)^\alpha}\right)^{\beta-1} e^{\left(\frac{t}{\eta}\right)^\alpha} \left(\frac{t}{\eta}\right)^{\alpha-1}}{\eta \left[1 - \left(1 - e^{\left(\frac{t}{\eta}\right)^\alpha}\right)^\beta \right]}$	$\eta = \beta = 1$, la función de tasa de fallas es constante. Si $\eta = 1$, la función de tasa de fallas es creciente cuando $\beta > 1$ y decreciente cuando $\beta < 1$. Si $\beta = 1$, la función de tasa de fallas es creciente cuando $\eta > 1$ y decreciente cuando $\eta < 1$

(Espinel, 2014)

3. BONDADES DE LAS DISTRIBUCIONES NO TRADICIONALES

3.1 OBJETIVO

Contrastar las factibles Bondades, de las Distribuciones a partir de los criterios usuales de aplicación, con el fin de encontrar senderos exitosos para su uso, frente a las clásicas como Weibull, LogNormal, Gamma, Normal, etcétera.

3.2 INTRODUCCIÓN

Este capítulo muestra las bondades de las distribuciones no tradicionales que se pueden utilizar en análisis CMD, se compara las principales características de cada una y la relación entre los modelos tradicionales y los no tradicionales.

3.3 BONDADES DEL MODELO WEIBULL MODIFICADO MWM

A diferencia de la distribución tradicional de weibull que maneja dos parámetros y se utiliza para análisis de confiabilidad en componentes mecánicos, eléctricos y electrónicos, cuya función de tasa de fallas tiene forma de curva de la bañera, el modelo Weibull Modificado combina dos distribuciones Weibull con el objetivo de poder aplicar el modelo en cualquier fase de la curva de la bañera al mismo tiempo.

Es fácil observar que la grafica de la función de tasa de fallas tiene forma de curva de la bañera, el segundo término de la ecuación 34 es dominante para tiempos pequeños donde la función de tasa de fallas es decreciente y el primer término es dominante para tiempos grandes donde la función de tasa de fallas es creciente y la parte plana corresponde a tiempos que están en la vida útil o media del componente.

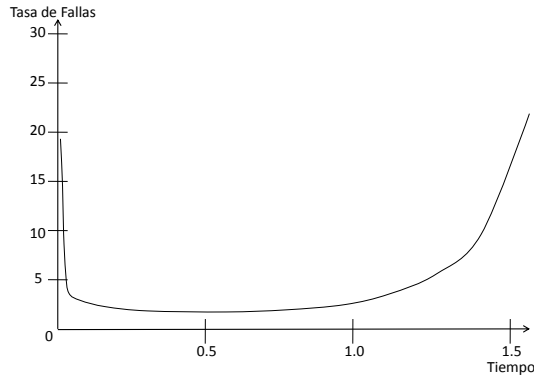
3.3.1 Interpretación Física del Modelo Weibull Modificado MWM

El fondo físico de este modelo es claro un componente falla por la ocurrencia de un modo de falla y existen diferentes modos de falla asociados a un mismo componente. Cada modo de falla afecta el componente de diferente manera, ahora bien si se considera que el componente se afecta por dos modos de falla principales que corresponden cada uno, a una distribución Weibull con diferente parámetro, se puede aplicar el modelo cuando se supone que el componente puede fallar por cualquiera de los dos modos de falla principales.

Al graficar la función de tasa de fallas con diferentes parámetros se observa que el modelo se adapta a las tres fases de la curva de la bañera, y es aplicable para series de datos sin saber el tipo de falla que ocurre.

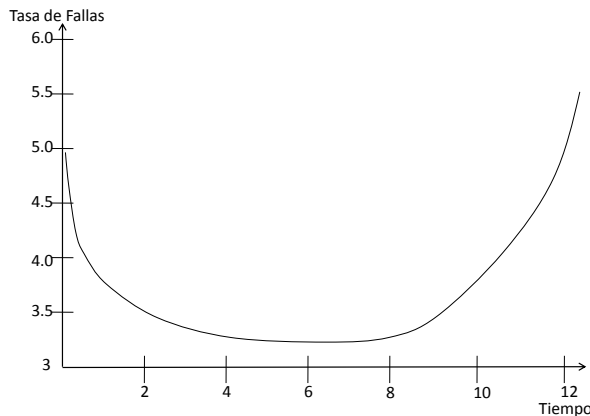
En las siguientes ilustraciones se observa la función de tasa de fallas para distintos valores de los parámetros a, b, c y d .

Ilustración 7. Función de Tasa de Fallas MWM para, $a=1$, $b=5$, $c=2$, $d=5$



(Reliability Analysis Using an Additive Weibull Model with Bathtub-Shaped Failure Rate Function, 1995)

Ilustración 8. Función de Tasa de Fallas MWM para $a=1$, $b=5$, $c=5$, $d=9$



(Reliability Analysis Using an Additive Weibull Model with Bathtub-Shaped Failure Rate Function, 1995)

3.3.2 Aplicaciones del Modelo Weibull Modificado MWM

El modelo se puede reducir a solo dos parámetros para facilitar su aplicación, al considerar un caso especial cuando $a = c$ y $d = 1/b$, cuando $b > 1$ y por lo tanto $d = 1/b < 1$, se reduce el modelo a dos parámetros y se conserva la forma de curva de la bañera en la función de tasa de fallas.

La función de tasa de fallas para el MWM reducido a dos parámetros es:

Ecuación 87. Función de Tasa de Fallas MWM reducido a dos parámetros

$$\lambda(t) = ab(at)^{b-1} + \frac{a(at)^{\frac{1}{b-1}}}{b}$$

El modelo reducido a dos parámetros es básicamente educacional, sin embargo en aplicaciones prácticas presenta buenos resultados. Es de resaltar que los parámetros de escala en la distribución dependen del diseño del producto y se puede ajustar fácilmente para cumplir con los requerimientos de confiabilidad, el parámetro de forma sin embargo depende de las propiedades del material y son fijos.

Este modelo permite determinar el momento óptimo para el cambio de componentes, es útil para análisis de confiabilidad de productos y sistemas, en la estimación de horas de recambio de piezas y tiempo de servicio. Utiliza la función de tasa de fallas para determinar el periodo de recambio antes de que el riesgo de aparición de la falla aumente.

3.4 BONDADES NUEVO MODELO WEIBULL MODIFICADO NMWM

Este modelo requiere para su aplicación conocer la serie de datos clasificados por modo de falla para realizar el análisis, es flexible y permite la estimación de parámetros por el método gráfico, de forma sencilla con resultados prácticos aceptables.

Para la parametrización de forma sencilla primero se debe determinar cómo se comporta la función de tasa de fallas respecto a la curva de la bañera, lo cual se realiza gráficamente para proceder con la regresión y estimación de parámetros.

Cuando la curva de la función de tasa de fallas es convexa, se tiene:

- $x \rightarrow -\infty$ ($t \rightarrow 0$), entonces $y = \ln a + bx$
- $x \rightarrow \infty$ ($t \rightarrow \infty$), entonces $y = e^x = t$

Entonces x_0 y y_0 denotan la coordenada de la curva convexa, que intercepta a x cuando $y = 0$ y a y cuando $x = 0$

Cuando la curva de la función de tasa de fallas es cóncava, se tiene:

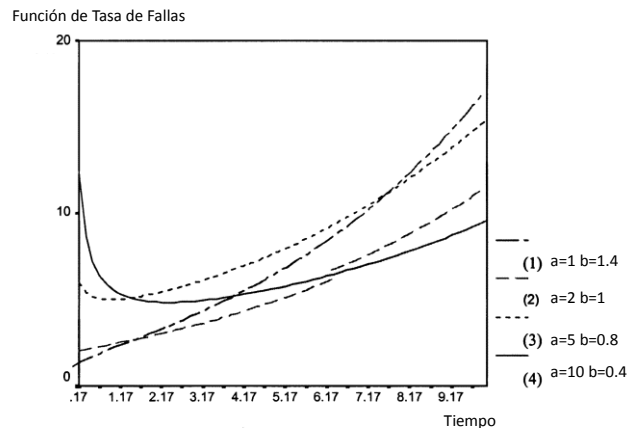
- $x \rightarrow -\infty$ ($t \rightarrow 0$), entonces $y = b \ln t$
- $x \rightarrow \infty$ ($t \rightarrow \infty$), entonces $y = \eta x$

3.4.1 Interpretación Física del Nuevo Modelo Weibull Modificado NMWM

Se relaciona con la distribución de Weibull tradicional cuando $\eta = 0$, y con la distribución Rayleigh cuando $\theta = 0$. Para una serie de datos que se relacionan con las fallas de un componente o sistemas, con los que se requiere realizar análisis de confiabilidad, este modelo posibilita la forma de tomar la decisión rápidamente respecto a la viabilidad de la distribución de acuerdo a las características de los datos de la serie.

A través del enfoque gráfico se hace la evaluación visual como base para decidir si la función de tasa de fallas de la muestra de datos tiene una forma similar a una de curva típica de la bañera. En la ilustración se muestra la grafica de la función de tasa de fallas para diferentes valores de parámetros estimados.

Ilustración 9. Función de Tasa de Fallas para diferentes parámetros NMWM



(A Modified Weibull Distribution, 2003)

3.4.2 Aplicaciones del Nuevo Modelo Weibull Modificado NMWM

Este modelo es útil para modelar series de datos que se relacionan con la vida de un componente o sistema a nivel de educación, con algunos resultados parciales en la práctica, la dificultad para usar el modelo, es principalmente la correspondencia entre la serie y los resultados que se obtienen, siempre se debe hacer ajuste de bondad con los valores extremos para que el modelo sea aplicable en la práctica.

En términos generales los mejores resultados con este modelo se obtienen en el estudio de confiabilidad de componentes que son puestos en funcionamiento y rápidamente alcanzan un desempeño de operación, es decir, el periodo de rodaje es muy corto y las fallas son fácilmente solucionables.

3.5 BONDADDES DEL MODELO WEIBULL TRANSMUTADO MODIFICADO WTM

Es un modelo muy flexible que se asemeja a diferentes distribuciones como Exponencial y Rayleigh si se cambian sus parámetros, distribuciones que también se estudian bajo modelos transmutados. La flexibilidad permite que esta distribución se pueda utilizar para distintos patrones de falla e incluso para fallas características con la forma de curva de la bañera. Cuando la función acumulativa tiene valor de cero representa que los componentes no han fallado.

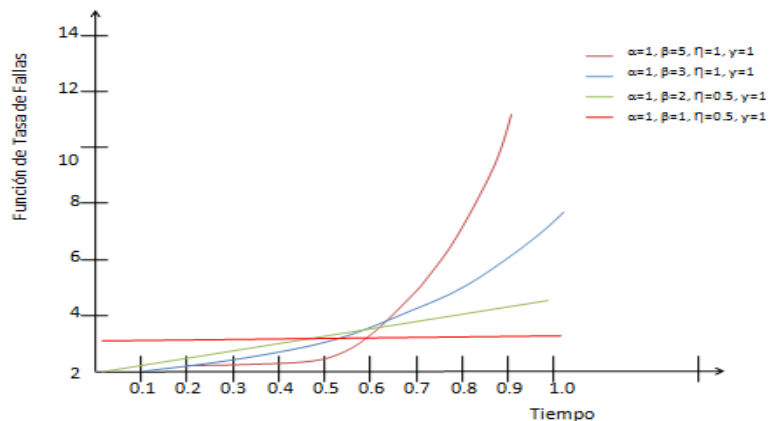
La función de probabilidad de tasa de fallas se puede ser graficar con base en diferentes unidades como tiempo, distancia o ciclos.

3.5.1 Interpretación Física del Modelo Weibull Transmutado Modificado WTM

La interpretación física de este modelo indica con base a la función de tasa de fallas que; cuando $\beta = 5$ la distribución tiende hacer estrictamente creciente. Cuando $\beta < 1$, la tasa de fallas es cada vez menor y representa la mortalidad infantil o las fallas prematuras del periodo de rodaje, cuando $\beta = 1$, la tasa de fallas es constante y representa las fallas durante la vida útil o periodo de funcionamiento, cuando $\beta > 1$, la función de tasa de fallas es cada vez mayor y que representa daños que se producen después de los periodos de vida útil más conocido como periodo de desgaste.

Esta distribución se asemeja a Rayleigh para $\beta = 2$ y para $\beta = 1$ coincide con la distribución exponencial. Por lo tanto la distribución de Weibull modificada transmutado es un muy flexible para análisis de confiabilidad.

Ilustración 10. Función de Tasa de Fallas Diferentes Parámetros WTM



(Transmuted Modified Weibull Distribution: A Generalization, 2013)

3.5.2 Aplicaciones del Modelo Weibull Transmutado Modificado WTM

Por sus características este modelo puede ser de gran utilidad para determinar la confiabilidad de componentes durante las pruebas de diseño antes de sacar un producto al mercado, en las cuales se requiere estimar la vida útil del elemento.

De igual forma por su flexibilidad y ajuste con otros modelos es de interés para análisis de modos de falla en componentes o sistemas que son reparables y sufren de desgaste o fatiga, no se ajusta bien para fallas prematuras aparecidas en el periodo de rodaje o sincronización.

Este modelo produce resultados consistentes en el análisis de confiabilidad por cualquier método de estimación de parámetros para el rango de valores del parámetro de forma $0.1 \leq \beta \leq 5$.

3.6 BONDADES MODELO WEIBULL MODIFICADO CON FUNCIÓN DE TASA DE FALLAS EN FORMA DE CURVA DE LA BAÑERA WMFCB

Este modelo se relaciona con la distribución tradicional de Weibull en el sentido que puede ser visto como un caso asintótico de la nueva distribución con tasa de fallas en forma de curva de la bañera.

Cuando el parámetro de escala se hace muy grande o se acerca al infinito, El modelo se considera como una distribución tradicional Weibull con parámetro de escala de la forma $\alpha^\beta 1/\eta$, es decir el caso limite cuando α tiende a infinito mientras que $\alpha^\beta 1/\eta$ permanece constante, donde el modelo es capaz de modelar tasa de fallas de forma creciente y decreciente, lo que se convierte en un caso especial de fallas con forma de curva de la bañera.

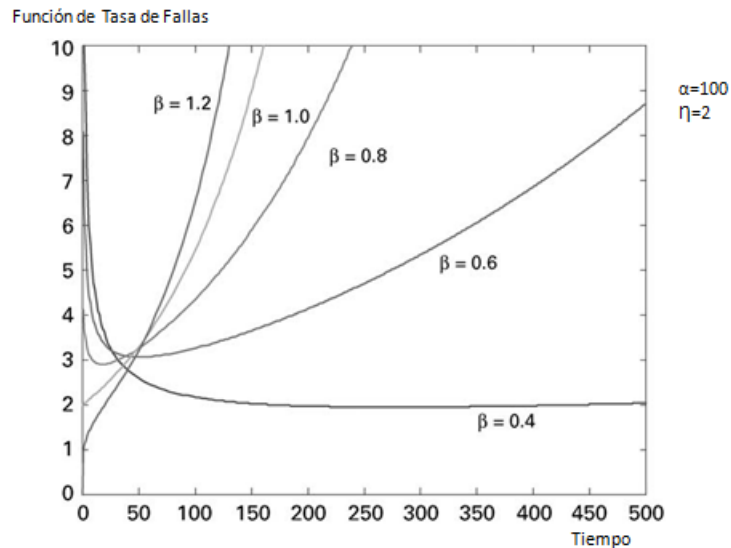
Otro caso especial es cuando $\beta = 1$, α es suficientemente grande y $\alpha^\beta 1/\eta$ es constante, caso en el cual, el modelo se reduce a una distribución exponencial con parámetro $\alpha^\beta 1/\eta$.

3.6.1 Interpretación Física del Modelo WMFCB

La interpretación física del modelo es clara, la función de tasa de fallos se asemeja a la curva de la bañera para distintos parámetros. De la grafica de la función de tasa de fallas para algunas combinaciones con distintos parámetros, se observa que la función es creciente cuan $\beta \geq 1$, y como una curva de la bañera cuando $\beta < 1$.

Al graficar la función de tasa de fallas y asemejar a la forma de la curva de la bañera, el modelo se convierte en una opción válida para realizar análisis que permiten determinar el momento optimo de reemplazo de elementos y componentes, al igual que es útil en equipos que están en reserva o como redundantes.

Ilustración 11. Función de Tasa de Fallas Modelo WMFCB diferentes β



(A Modified Weibull Extension with Bathtub Shaped Failure Rate Function, 2002)

3.6.2 Aplicaciones del Modelo WMFCB

Este modelo es útil para la toma de decisiones respecto al cambio o sustitución cíclica de componentes en ingeniería, con base en la confiabilidad y en la tasa de fallas. Igualmente es interesante su uso para mejorar la confiabilidad de productos que se introducen al mercado y cuya tasa de mortalidad infantil es muy alta debido a problemas de diseño, defectos de fabricación o instalación.

Así mismo, el comportamiento de la función de tasa de fallas es atractivo desde el punto de vista que su forma se asemeja a la curva de la bañera, por lo tanto, su uso en elementos durante el periodo de rodaje y cuando son sometidos a desgaste o fatiga es igualmente válida.

La definición del tiempo de garantía y los intervalos o frecuencias entre mantenimientos preventivos de un componente, se pueden determinar a través de este modelo, si se considera que la función de tasa de fallas debe tener un valor para el componente menor al valor aceptable.

3.7 BONDAD DE MODELO DE TASA DE FALLAS CON FORMA DE CURVA DE LA BAÑERA BURR XII

Es un modelo flexible que surge como resultado de combinar dos distribuciones del tipo BURR XII, que ya se utiliza en una variedad de análisis para determinar la supervivencia de productos. El modelo maneja un nuevo parámetro de forma denominado c , la flexibilidad del modelo permite ajustar su valor con otro nuevo parámetro s , el cual se puede manipular para controlar los valores de c y de esta

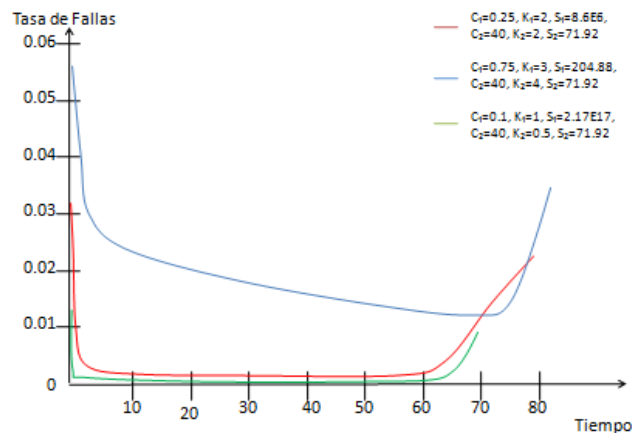
forma controlar la tasa de fallas, de forma que cuando $c < 1$ la función de tasa de fallas decrece y cuando $c > 2$ la función de tasa de fallas alcanza su máximo y después disminuye.

El modelo es un aditivo en el sentido de que la función de tasa de fallas se expresa como la suma de dos funciones de la forma BURR XII, lo cual permite gran versatilidad y hace que se pueda aplicar a diversos análisis de confiabilidad para modos de fallas con forma de curva de la bañera.

3.7.1 Interpretación Física del Modelo BURR II

La interpretación física del modelo al graficar la función de tasa de fallas para diferentes valores de parámetros, permite evidenciar que se adapta a la curva característica con forma de la bañera, por lo que es de interés en el análisis de confiabilidad de equipos y procesos. Este modelo incorpora los modos de fallas con curva creciente, decreciente y constante para distintos parámetros.

Ilustración 12. Función de Tasa de Fallas BURR Diferentes Parámetros



(A new model with bathtub-shaped failure rate using an additive Burr XII, 2000)

3.7.2 Aplicaciones del Modelo BURR II

Como uno más de los modelos en que la función de tasa de fallas se asemeja a la curva de la bañera, este tipo de distribución es aplicable en estudios de confiabilidad de componentes mecánicos y eléctricos, ya sea que se encuentren en la fase de rodaje, vida útil o envejecimiento, cuyas fallas se originen bien sea por defectos de diseño, instalación, montaje, operación, desgaste o fatiga de acuerdo a la fase donde se ubique según la grafica de la función de tasa de fallas. De igual forma es útil en la determinación de la vida de un componente y para establecer frecuencias de mantenimiento preventivo.

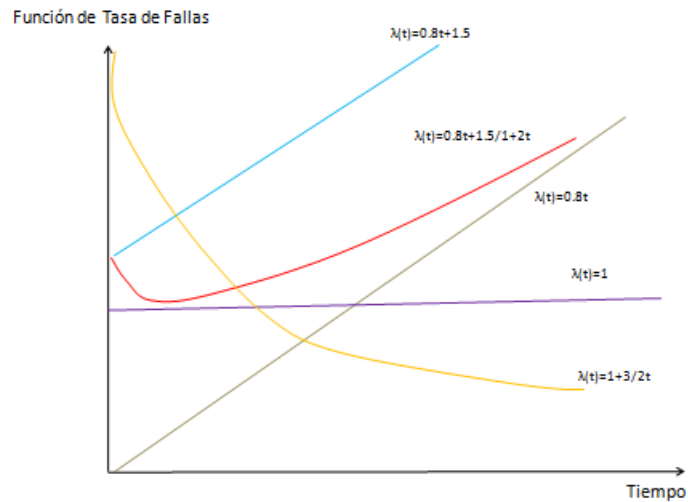
3.8 BONDAD DE DISTRIBUCIÓN DE HJORTH

Es una distribución de tres parámetros que se ajusta bastante bien a la curva de la bañera, es flexible y se puede usar para series que tienen entre 5 y 50 datos aleatorios, permite el análisis de diversos modos de falla para determinar el tiempo de supervivencia de componentes y definir frecuencias para las sustituciones cíclicas o programadas como parte del mantenimiento preventivo.

3.8.1 Interpretación Física del Modelo HJORTH

De la ilustración de la función de tasa de fallas para este modelo se observa que para distintos parámetros la curva de λ se adapta con claridad a las diferentes fases de la bañera. La distribución da una interpretación lógica para unidades que están sujetas a desgaste desde el comienzo de su operación.

Ilustración 13. Función de Tasa de Fallas HJORTH



(A Reliability Distribution With Increasing, Decreasing, Constant and Bathtub-Shaped Failure Rates, 1980)

3.8.2 Aplicaciones del Modelo de HJORTH

La estimación de los tiempos de mantenimiento se realiza a partir de pequeñas muestras, como se ha demostrado en el análisis de datos reales, esta distribución es útil en la práctica y de relevancia para tomar decisiones de mantenimiento más realistas, que brindan la opción de mejorar los índices CMD.

Es factible su uso en análisis y control de calidad de productos, al igual que en la evaluación de la efectividad y eficiencia de los trabajos de mantenimiento.

3.9 BONDADES MODELO WEIBULL EXPONENCIAL WE

Modelo mixto que resulta de la combinación de dos de las distribuciones paramétricas de más uso en estudios de confiabilidad y en la determinación de la vida útil de diferentes componentes, su flexibilidad permite que se considere para modos de falla predominantes, de acuerdo a la curva de la bañera, con la posibilidad de analizar datos que representen la curva invertida.

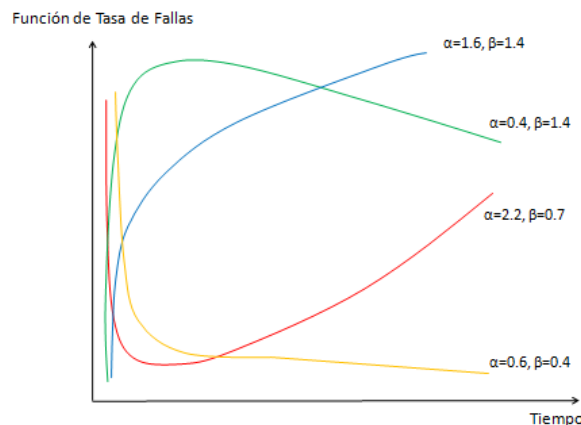
Con diferentes parámetros esta distribución representa distintos modos de falla, a lo largo de toda la vida de un componente, brinda la opción de modelar curvas de la bañera de forma invertida

3.9.1 Interpretación Física del Modelo Weibull Exponencial WE

El modelo presenta una distribución cuya función de tasa de fallas es creciente si $\alpha > 1$ y $\beta > 1$, decreciente si $\alpha < 1$ y $\beta < 1$, y la función de tasa de fallas es constante si $\alpha = \beta = 1$.

La distribución puede tener una función tasa de fallas con forma de curva de la bañera y bañera invertida, por lo tanto, la nueva familia de distribuciones se puede utilizar con bastante eficacia en la práctica para el análisis de confiabilidad en diversas situaciones, así como para diferentes tipos de datos correspondientes a cualquier instante a lo largo de toda la vida de un elemento.

Ilustración 14. Función de Tasa de Fallas WE

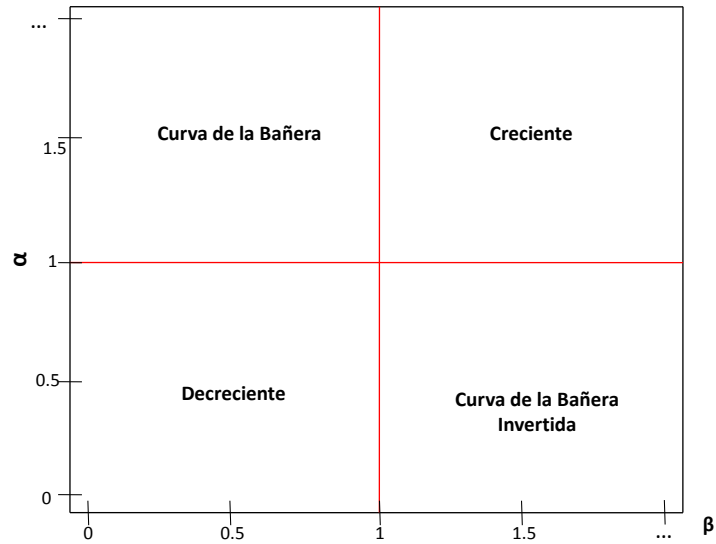


(A New Exponential-Type Distribution with Constant, Decreasing, Increasing, Upside-Down Bathtub and Bathtub-Shaped Failure Rate Function, 2013)

Aunque es difícil determinar teórica y analíticamente las regiones con rango de parámetros correspondientes la curva de la bañera y bañera invertida, al analizar gráficamente la función de tasa de fallas se determina las regiones para los parámetros correspondientes; para la función de tasa de fallas con forma de curva

de la bañera corresponden los valores de los parámetros $\alpha > 1$ y $\beta < 1$, $\alpha < 1$ y $\beta > 1$.

Ilustración 15. Regiones Curva de la Bañera, diferentes parámetros WE



(A New Exponential-Type Distribution with Constant, Decreasing, Increasing, Upside-Down Bathtub and Bathtub-Shaped Failure Rate Function, 2013)

3.9.2 Aplicaciones del Modelo Weibull Exponencial WE

Las primeras aplicaciones de este modelo fue en estudios médicos sobre todo los relacionados con trasplantes de órganos, donde los pacientes tienen una tasa de fracaso cada vez mayor durante el período posoperatorio y una tasa de fracaso que disminuye después de este periodo de adaptación.

Esta distribuciones se considera con una tasa de fracaso para curva de la bañera invertida. El modelo se ajusta a estudios en los cuales se puede observar que la mortalidad alcanza un pico después de algún período finito de tiempo y luego disminuye gradualmente.

Esta distribución es de utilidad para sistemas en paralelo con un número n de componentes, que funciona con por lo menos un elemento en operación, igualmente, se puede utilizar en equipos que están en redundancia, es decir, no están en operación continua y solo son requeridos en casos especiales.

Los resultados de utilizar la distribución con datos censurados en estudios de confiabilidad son interesantes.

3.10 BONDADES MODELO JIANG

Es un modelo que brinda resultados consistentes en aplicaciones prácticas de componentes de ingeniería de forma que se ajusta a la curva de bañera, aunque es un modelo flexible no se comporta bien con datos censurados.

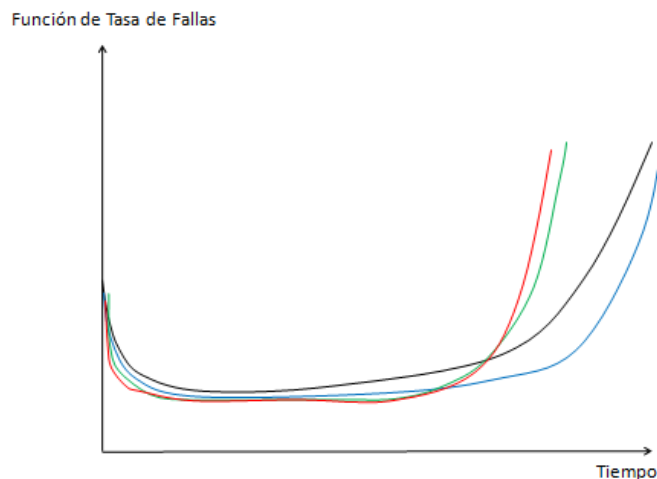
La estimación de parámetros puede realizarse además de por el método gráfico, por el método de máxima verosimilitud y por el método de máxima separación extendida, el modelo requiere pruebas de ajuste de bondad para validar los resultados. La función de probabilidad de fallas acumulada con este modelo se ajusta adecuadamente a la media empírica de cualquier serie de datos que se asemeje a la curva de la bañera.

3.10.1 Interpretación Física del Modelo JIANG

La interpretación física del modelo implica que es apropiado para analizar el tiempo de vida de un componente que opera durante un periodo, a partir de una perspectiva matemática, el modelo es atractivo ya que la determinación de parámetros se realiza por métodos con soporte matemático.

Al graficar la función de tasa de fallas se observa con claridad que el modelo se adapta a componentes cuyos modos de fallas tienen la forma de la curva de la bañera, con mejor ajuste durante la vida media y en la etapa de envejecimiento del componente.

Ilustración 16. Función de Tasa de Fallas Diferentes Parámetros Modelo JIANG



(A New Bathtub Curve Model with a Finite Support, 2013)

3.10.2 Aplicaciones del Modelo JIANG

Es de utilidad en el diagnóstico de fallas prematuras y análisis de confiabilidad y tiempo de supervivencia durante el periodo de rodaje de un componente. Permite representar la vida útil de un componente.

Por sus características es de gran utilidad para analizar modos de fallas en los que se incrementa la velocidad de crecimiento de la función de tasa de fallas, es decir, en elementos que sufren rápido deterioro ocasionado por desgaste o fatiga.

Determina el límite superior de vida de un componente con base en sus dos parámetros de forma, por lo que es de gran utilidad en la definición de actividades de mantenimiento preventivo como sustituciones cíclicas

3.11 BONDADES MODELO MULDHOLKAR AND SRIVASTAVA MS

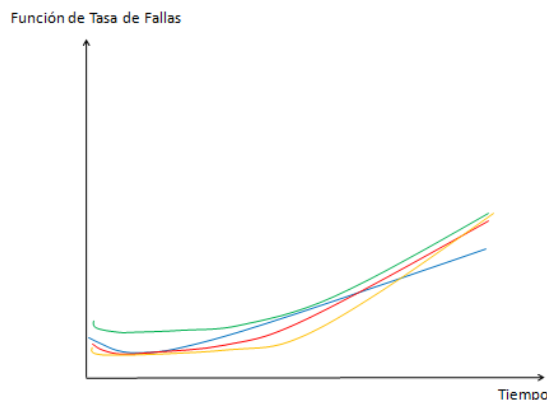
Este modelo está descrito bajo la consideración de que si los tiempos de vida de los componentes de un sistema en paralelo se distribuyen de forma independiente para n componentes, entonces la vida útil del sistema también se distribuye idénticamente y se puede modelar con esta distribución.

Esta distribución es básicamente una combinación de las distribuciones Weibull y Exponencial, que se ajusta bastante bien a modos de fallas con tendencial creciente.

3.11.1 Interpretación Física del Modelo MS

La interpretación física del modelo es clara de acuerdo a su función de tasa de fallas la cual se incrementa con el tiempo, con baja incidencia al inicio de la entrada en operación del componente.

Ilustración 17. Función de Tasa de Fallas Diferentes Parámetros MS



(Exponentiated Weibull Family for Analyzing Bathtub Failure Rate Data, 1993)

3.11.2 Aplicaciones del Modelo MS

Tiene aplicaciones en componentes que presentan desgaste desde el momento de entrar en operación, aunque se puede utilizar en análisis de falla cuando estas se presentan al inicio de la vida del componente, por su ajuste de la función de tasa de fallas a la curva de la bañera no se recomienda para determinar la confiabilidad de un elemento durante el periodo de rodaje.

Su uso se recomienda sobre todo para el análisis de confiabilidad y determinación de vida útil de componentes eléctricos y electrónicos, además de sistemas que presentan una tasa de fallas creciente de forma consistente.

3.12 CONCLUSIONES DE CAPÍTULO

En este capítulo se presentaron las bondades de cada una de las nueve distribuciones o modelos no tradicionales que se encontraron y que se pueden utilizar en el análisis de indicadores CMD. Se especificó sus características y facilidades de uso de acuerdo a sus particularidades.

Para cada distribución no tradicional paramétrica se describe su interpretación física y se muestra como varía la función de tasa de fallas según el método que se use para determinar los parámetros, al valor que se obtenga para de cada uno de ellos y a la grafica que representen en consideración con la curva de la bañera.

Se muestra para cada modelo como es la grafica de función de tasa de fallas en el tiempo con diversos parámetros, de forma que se evidencia las características de cada una de ellas y como se ajustan a cada fase de la curva de la bañera.

Para cada modelo se resalta sus posibles aplicaciones según sus características y se define las áreas y campos en los cuales cada una de ellas podría obtener buenos resultados en aplicaciones prácticas.

4. ANÁLISIS PROYECTOS FUTUROS

4.1 OBJETIVO

Plantear proyectos futuros de investigación especializada, analítica y concluyente en las distribuciones más viables encontradas

4.2 INTRODUCCIÓN

En este capítulo se analiza los posibles proyectos de investigación y de aplicación para las distribuciones no tradicionales descritas, se orienta su desarrollo a las áreas en las cuales se esperan los mejores resultados de acuerdo a sus características y bondades, con el objetivo de que sean objeto de estudio y aplicación en futuros trabajos, para que se conviertan en importantes alternativas en el análisis de confiabilidad de equipos y en la toma de decisiones en relación con la gestión de mantenimiento.

4.3 VIABILIDAD DE LAS DISTRIBUCIONES NO TRADICIONALES PARA FUTUROS PROYECTOS

Cada una de las distribuciones no tradicionales tiene sus particularidades y características, que las hace en mayor o menor grado interesantes para profundizar en su estudio o en el desarrollo de aplicaciones que brinden resultados sólidos y sustentables en el análisis CMD.

4.3.1 Viabilidad del Modelo Weibull Modificado WM

Es una de las distribuciones que mejor se ajusta a la curva de la bañera, describe el tiempo de vida de cualquier componente mecánico, se debe profundizar en estudios e investigaciones que propongan metodologías para la estimación de sus parámetros, con el precepto de utilizar la serie aleatoria con todos los datos del tiempo de vida del componente y no separarlos en las tres fases de rodaje, madurez y envejecimiento para realizar los análisis, es decir, los estudios futuros deben enfocarse en la estimación de parámetros que mejoren el ajuste del modelo.

Con la aplicación del modelo tal y como esta descrito, se puede realizar numerosos estudios y aplicaciones teóricas, con el uso de series de datos reales, con el propósito de demostrar y enseñar la distribución durante el aprendizaje de confiabilidad y determinación del periodo de vida de componentes en ingeniería de mantenimiento.

Este modelo ofrece grandes expectativas en la medida que los parámetros que se estimen para toda la serie de datos se ajusten a la función de tasa de fallas en forma de la bañera, de los modelos que se encontraron es de los más prometedores y es necesario profundizar en estudios y aplicaciones prácticas.

4.3.2 Viabilidad del Nuevo Modelo Weibull Modificado NMWM

Aunque es una distribución que se desarrolló principalmente para realizar análisis a nivel teórico, por su flexibilidad y capacidad de procesar series de datos por el método gráfico con bastante sencillez, se espera de su aplicación buenos resultados, para lo que es necesario profundizar en investigaciones que sean concluyentes y sustenten el uso de esta distribución en estudios que se relacionan con los periodos o frecuencia que se requiere para el cambio de elementos, con el fin de programar acciones propias de mantenimiento preventivo.

En futuros trabajos de investigación es importante sintetizar las características de los métodos gráficos y algebraicos para la estimación de parámetros, de acuerdo a la particularidad del modelo.

Es factible experimentar el modelo a través de estudios que permitan concluir sus ventajas y el grado de ajuste a la curva de la bañera cuando se analiza toda la serie de datos y no se separa los tiempos pequeños (correspondientes al periodo de rodaje) de los tiempos largos (desgaste o envejecimiento), así mismo, es necesario profundizar en como es el comportamiento para el segmento de datos correspondientes a la vida medida o fase de madurez del elemento que se analiza, sin dividir la serie y analizarla completa.

Por el ajuste que presenta la función de tasa de fallas a la curva de la bañera y la flexibilidad de la distribución este modelo se puede considerar para aplicaciones en situaciones prácticas.

4.3.3 Viabilidad Modelo Weibull Transmutado Modificado WTM

Las características de la distribución WTM brinda la posibilidad de estudiar las relaciones que existen entre el parámetro de forma con otras funciones como la no confiabilidad, la confiabilidad, la tasa de fallas instantánea y la función acumulativa de fallas.

A nivel de investigación en el análisis CMD es interesante comparar los resultados que se obtienen con el modelo Transmutado Modificado Weibull contra los de otras distribuciones tradicionales y no tradicionales paramétricas y no paramétricas, con el objetivo de definir lineamientos que son necesarios para su aplicación.

A nivel práctico las expectativas con el uso del modelo se centran en el análisis de componentes sometidos a fatiga y desgaste, sus resultados son comparables con los de las distribuciones tradicionales y con modelos modificados de estas. Es necesario profundizar en la estimación de parámetros para ajustar los resultados a la fase de rodaje o sincronización de los equipos.

4.3.4 Viabilidad Modelo Weibull Modificado con Función Tasa de Fallas en Forma de Curva de la Bañera WMFCB

Desde el punto de vista teórico es factible investigar las bondades de los resultados que se obtienen al utilizar el modelo en el análisis de costo de ciclo de vida y estimación de tiempo de vida útil de componentes en ingeniería. Las nuevas investigaciones se pueden orientar a validar la estimación de parámetros por métodos numéricos que son necesarias para obtener resultados con soporte estadístico, que permitan que este sea un modelo consistente para análisis de funciones de tasa de falla con forma de curva de la bañera.

Físicamente la función de tasa de fallas se puede ajustar a las distintas fases de la curva de la bañera, al variar los parámetros del modelo, por lo cual estudios analíticos al respecto permitirán obtener mejores resultados para la aplicación de la distribución en situaciones prácticas que posibiliten que la distribución sea una herramienta a utilizar en el análisis CMD.

4.3.5 Viabilidad Modelo de Tasa de Fallas con Forma de Curva de la Bañera BURR XII

Es un modelo que por su interpretación física se adecua y se ajusta bastante bien a la curva de la bañera, los estudios teóricos deben enfocarse a determinar matemáticamente la estimación de parámetros para toda la serie de datos aleatorios sin considerar su ubicación en la serie, es decir, la función debe ser fácil de usar con todos los datos, para lo cual las investigaciones que se realicen tienen que enfocarse en desarrollar el modelo mixto como la suma de las dos funciones en una sola función aditiva.

Por su gran ajuste a la forma de curva de la bañera se puede utilizar a nivel práctico en el análisis CMD y para determinar la vida útil de componentes en ingeniería, como soporte de las decisiones de mantenimiento preventivo.

Se deben plantear nuevos estudios sobre la estimación de parámetros por el método de máxima verosimilitud, dado que los algoritmos que se utilizan para determinarlos son sensibles cuando se trabaja con pocos datos, este análisis posibilitaría desarrollar nuevas aplicaciones en la definición del tiempo medio entre fallas y el ciclo de vida del componente

4.3.6 Viabilidad Modelo HJORTH

Este modelo es prometedor por ser una distribución que solo maneja tres parámetros, lo que es importante porque abre la posibilidad de estudiar nuevas aplicaciones con pocos datos y mantiene el ajuste a la curva de la bañera.

Es una distribución con pocos estudios prácticos y sus resultados teóricos la sitúan entre las mejores distribuciones para analizar CMD en los casos que se

cuenta con pequeñas muestras de datos.

Es necesario profundizar en aplicaciones prácticas con el objetivo de obtener resultados más realistas que mejoren la toma de decisiones en la gestión del mantenimiento al realizar análisis CMD.

Esta distribución por sus características se convierte en una opción para analizar calidad de productos, por lo que se debe generar investigaciones tendientes a sustentar el modelo mediante la caracterización de los métodos para su parametrización y ajuste. Atractiva para estudios que se relacionan con el control de los trabajos de mantenimiento y el diagnóstico de fallas por condiciones de diseño.

4.3.7 Viabilidad Modelo Weibull Exponencial WE

El modelo permite profundizar en estudios teóricos que se relacionan con el análisis CMD en equipos redundantes o de reserva, sin embargo para que tenga suficiente sustento matemático, futuras investigaciones deben concluir su orden estadístico, definir intervalos de tolerancia y planes de muestro aceptable, además de caracterizar la distribución como un producto de la variable aleatoria y solucionar problemas que se presentan en la estimación de parámetros mediante la definición de métodos alternativos como la estimación por mínimos cuadrados ponderados o la estimación bayesiana.

A nivel educativo por su interpretación física el modelo puede desarrollar avances significativos en la enseñanza del análisis CMD en la formación de ingeniero de confiabilidad y mantenimiento.

4.3.8 Viabilidad Modelo JIANG

Por sus características esta distribución puede aportar significativamente en proyectos que estudien el rápido deterioro o la aparición temprana de la falla de un componente durante la fase rodaje, así, como el incremento en la velocidad de deterioro del componente después de cierto tiempo, lo cual, en mantenimiento brinda grandes expectativas a través del análisis CMD para diagnosticar equipos y proponer acciones de mejora continua, esto sin duda alguna abre la posibilidad de profundizar en futuras investigaciones que se han concluyentes respecto a las bondades y características físicas del modelo en aplicaciones prácticas.

Futuras investigaciones deben brindar el soporte estadístico y matemático para que los resultados que se obtienen con el uso de este modelo a nivel teórico sean útiles para los investigadores que tratan de desarrollar nuevos modelos de distribuciones que se ajusten a la curva de la bañera, y para los profesionales que necesitan elegir el modelo que mejor se ajusta para una serie de datos según una función de tasa de fallas de acuerdo a la curva de la bañera.

4.3.9 Viabilidad Modelo Muldholkar and Srivastava

Es una distribución que por sus características e interpretación física es de interés para desarrollar nuevas investigaciones en el análisis de confiabilidad y estimación de vida útil en componentes eléctricos y electrónicos, para lo cual, los estudios se deben soportar por un análisis estadístico y matemático que garantice la validez de los resultados que se obtienen.

Es factible profundizar en investigaciones concluyentes respecto al comportamiento de la distribución en el análisis CMD de componentes que se comportan con una tasa de fallas que se incrementa a una razón constante, para definir su aplicación práctica.

4.4 CONCLUSIONES DE CAPÍTULO

En este capítulo se planteo posibles futuros proyectos a nivel de investigación teórica y práctica que concluya las implicaciones de cada uno de los nueve modelos de distribuciones no tradicionales propuestos para realizar análisis CMD.

Para cada modelo de distribución no tradicional de acuerdo a sus características, interpretación física y aplicaciones se plantea nuevos proyectos que permitan profundizar en su desarrollo como alternativas viables con sustento estadístico y matemático.

Las investigaciones que se desarrollen deben ser concluyentes y generar resultados que permitan caracterizar cada distribución según la interpretación física de su función de tasa de fallas de acuerdo a la curva de la bañera, con el objetivo de aportar en el estudio de los indicadores CMD como herramienta en la toma de decisiones en la gestión de mantenimiento moderna.

5. CONCLUSIONES FINALES

El proyecto deja sentado grandes retos de profundización e investigación en la aplicación efectiva de métodos de cálculo CMD más rigurosos, mediante los módulos propuestos:

1. En la gestión de mantenimiento moderna el principal objetivo es garantizar el funcionamiento de los equipos de acuerdo a los requerimientos de los usuarios, para lo cual es indispensable medir constantemente su desempeño para tomar decisiones adecuadas que conduzcan a acciones efectivas que mantengan los equipos en operación durante el tiempo que son requeridos.
2. Los tres indicadores de clase mundial son la Confiabilidad, Mantenibilidad y Disponibilidad, los cuales permiten proyectar el funcionamiento de un componente o sistema con base a los datos históricos de sus tiempos útiles de operación y los tiempos inoperantes, los métodos de mayor aceptación para realizar análisis CMD son los probabilísticos paramétricos.
3. Los modelos o distribuciones tradicionales para medir CMD se enfocan en analizar los modos de falla de los distintos componentes y su incidencia en el desempeño de los equipos de acuerdo a las tres fases que describe la curva de la bañera.
4. La mayor parte de los modos de falla que se presentan en los componentes mecánicos en ingeniería tienen forma de curva de la bañera, inclusive gran parte de elementos eléctricos y electrónicos se pueden estudiar con modelos o distribuciones que describen alguna de las tres fases descritas en la curva de Davies.
5. Entre las distribuciones tradicionales para realizar análisis CMD se encuentra que hay unas que se ajustan mejor que otras o describen alguna fase de la curva de la bañera, lo que hace difícil utilizar una misma distribución para estudiar toda la vida de un componente y obtener resultados consistentes.
6. Cada distribución que se usa tradicionalmente en el análisis CMD tiene sus características y métodos de cálculo, y por la interpretación física de su

función de tasa de fallas se utiliza para realizar estudios a partir del modo de falla predominante en el componente.

7. Por sus implicaciones físicas y características la distribución de Weibull es la que mejor se adapta a los tres periodos que describe la curva de la bañera, sin embargo su uso en la práctica está sujeto a la determinación y ajuste de sus parámetros.
8. A pesar de describir las tres fases de la curva de la bañera para diferentes valores de su parámetro de forma β , el uso de la distribución de Weibull en la práctica presenta diferentes inconsistencias asociadas con la interpretación física y matemática de la distribución.
9. Existen estudios que demuestran cómo los errores en la estimación de indicadores CMD, al utilizar distribuciones tradicionales que no se ajustan adecuadamente a la curva de la bañera, afectan las decisiones que se toman en la gestión de mantenimiento y en la determinación del ciclo de vida de los componentes en ingeniería.
10. Con el objetivo de desarrollar nuevas distribuciones y modelos estadísticos que permitan realizar análisis CMD con mejores resultados que las distribuciones tradicionales, se proponen por una serie de investigadores los modelos de distribuciones no tradicionales, los cuales en la mayoría de los casos son modificaciones a la distribución de Weibull y en otros la combinación y adición de dos o más distribuciones tradicionales, que producen nuevos modelos mixtos, que se proponen alcanzar la descripción de la función de tasa de fallas de acuerdo a la curva de la bañera.
11. Se encontraron modelos de distribuciones no tradicionales que se desarrollaron a partir de consideraciones para su aplicación, como el número de parámetros a utilizar y los diferentes métodos para su estimación, cada modelo muestra su grado de ajuste a la curva de la bañera con lo cual se puede inferir las características que se deben considerar para su uso de acuerdo al modo de falla y al componente que se pretenda analizar.
12. Para las distribuciones no tradicionales que se presentan en este trabajo se describe sus características, las ecuaciones de su función de tasa de fallas, función de confiabilidad y no confiabilidad necesarias para su aplicación, se

muestra los parámetros que utilizan y se describen los métodos para su estimación de acuerdo a las implicaciones de cada distribución.

13. De las nueve distribuciones no tradicionales descritas en este trabajo se puede resaltar que existen unas más adecuadas que otras para realizar análisis según la adaptación de su función de tasa de fallas a la curva de la bañera, así como el grado de complejidad para su uso, en consideración al número de parámetros que utiliza cada una y el método propuesto para su estimación.
14. Para cada distribución no tradicional descrita se presenta las bondades que la caracteriza y proyecta en mayor o menor grado de correspondencia para realizar análisis CMD a ciertos tipos de componentes de acuerdo a sus características físicas y en algunos casos a las particularidades de la serie de datos con los cuales se va a trabajar.
15. Dada las implicaciones físicas de los modelos no tradicionales y las expectativas actuales sobre la predicción del comportamiento de los equipos y componentes en ingeniería, es indispensable profundizar en las posibles aplicaciones de las distribuciones descritas con el fin de desarrollar el análisis matemático y estadístico que brinde la certeza respecto a los resultados que se obtengan al utilizarlas en análisis prácticos de CMD.
16. La necesidad que se presenta en la gestión de mantenimiento para garantizar el funcionamiento de los equipos, que se afecta por la aparición de distintos modos de falla a lo largo de toda la vida de un componente, hace indispensable que se generen investigaciones alrededor de los modelos no tradicionales con el fin de encontrar nuevas sendas para el desarrollo de mejores estrategias que permitan determinar con validez y resultados consistentes en la práctica los análisis CMD.

BIBLIOGRAFIA

A mixture Weibull proportional hazard model for mechanical system failure prediction utilising lifetime and monitoring data. **Zhang, Qing.** 2014. s.l. : Mechanical Systems and Signal Processing, 2014, Vol. 43.

A Modified Weibull Extension with Bathtub Shaped Failure Rate Function. **M. Xie, Y. Tang, T. N. Goh.** 2002. 279-285, s.l. : Elsevier Science Ltda, 2002, Vol. 76. 095183200200022-4.

A Modified Weibull Distribution. **C. D. Lai, Min Xie.** 2003. 1, s.l. : IEEE TRANSACTIONS ON RELIABILITY, 2003, Vol. 52.

A New Bathtub Curve Model with a Finite Support. **Jiang, R.** 2013. s.l. : Reliability Engineering and System Safety, 2013, Vol. 119.

A New Exponential-Type Distribution with Constant, Decreasing, Increasing, Upside-Down Bathtub and Bathtub-Shaped Failure Rate Function. **Lemonte, Artur.** 2013. Sao Paulo : Computational Statistics and Data Analysis, 2013, Vol. 62.

A New Model for a Lifetime Distribution with Bathtub Shaped Failure Rate. **Haupt, E y Schabe, H.** 1192. s.l. : Microelectronic & Reliability, 1192, Vol. 32.

A new model with bathtub-shaped failure rate using an additive Burr XII. **Wang, F.K.** 2000. s.l. : Elsevier Science Ltda, 2000, Vol. 70. 951-8320000066-1.

A Reliability Distribution With Increasing, Decreasing, Constant and Bathtub-Shaped Failure Rates. **Hjort, Hurban.** 1980. 1, s.l. : THECNOMETRICS, 1980, Vol. 22.

Amendola, Luis. 2011. Global Asset Management Iberoamerica. [En línea] Febrero de 2011. [Citado el: 10 de Octubre de 2012.] <http://www.globalassetmanagement-amp.com>.

An Extension of the Exponential Distribution. **Nadarajah, S y Haghghi, F.** 2011. s.l. : Statistics, 2011, Vol. 45.

Aplicación de un modelo para obtener la confiabilidad de desempeño de un producto del ramo automotriz. **Federico, Luis.** 2012. 1, Mexico : Academia Journals, 2012, Vol. 6. 1940-2163.

Catalán, Juan. 2007. *Metodologías y Criterios de Mantenibilidad Aplicados al Organización y PLaneación del Proceso de Mantenimiento.* Guatemala : Universidad de San Carlos, 2007.

Comparison of reliability models. **Constantin, Tarcolea, Paris, Adrian y**

- Andreescu, Cristian. 2008.** Mangalia : Balkan Society of Geometers, 2008.
- Diaz Matalobos, Angel. 1992.** *Confiabilidad en Mantenimiento.* Caracas : Ediciones IESA, 1992. 9802710682.
- Domínguez, Gerardo. 1999.** *Indicadores de Gestión.* Bogotá : Biblioteca Jurídica DIKE, 1999. Segunda Edición.
- Duffuaa, Salih O. 2007.** *Sistemas de Mantenimiento Planeacion y Control.* Mexico : Limusa, 2007.
- Ebeling, Charles. 1997.** *An Introduction to Reliability and Maintainability Engineering.* New York : McGraw Hill, 1997.
- Exponentiated Weibull Family for Analyzing Bathtub Failure Rate Data.*
Muldhokar, G y Srivastava, D. 1993. s.l. : IEEE Transactions on Reliability, 1993, Vol. 42.
- Gnedenko, Vladimirovich. 1999.** *Statistical Reliability Engineering.* New Cork : Jhonn Wiley and Sons, 1999. 0471123560.
- Gonzalez, Francisco. 1993.** *Auditotía del Mantenimiento e Indicadores de Gestión.* Madrid : FC Editorial, 1993. 84-96169-36-7.
- Jezdimir, Knezevic. 1996.** *Mantenibilidad.* Madrid : Isdefe, 1996. 84-89338-08-6.
- . **1996.** *Mantenimiento.* Madrid : Isdefe, 1996. 84-89338-09-4.
- La gestión de los activos físicos en la función mantenimiento.* **Sánchez, Ángel. 2010.** 2, la habana : Revista de Ingeniería Mecánica Instituto Superior Politécnico José Antonio Echeverría, 2010, Revista de Ingeniería Mecánica, Instituto Superior Politécnico José Antonio Echeverría, Vol. 13, págs. 72-78.
- Leemis, Lawrance. 1995.** *Reliability, Probabilistic Models and Statical Methods.* New Jersey : Prentice Hall, 1995. 0-13-720517-1.
- Mantenimiento Centrado en Confiabilidad Usando Metodos de Simulacion del Ciclo de Vida.* **Duarte Holguin, Juan Carlos. 2006.** Monterrey : Noria, 2006. Reliability Word.
- Mendehall, William. 1997.** *Probabilidad y Estadística para Ingeniería y Ciencia.* Mexico : Prentice Hall, 1997. 0-02380581-1.
- Mora, Luis. 2009.** *Mantenimiento Planeación, Ejecución y Control.* Bogotá : Alfaomega Colombia S.A, 2009.
- Moubray, Jhon. 2004.** *Mantenimiento Centrado en Confiabilidad RCM II.* Argentina : Aladon, 2004.

- Nachlas, Joel. 1995.** *Fiabilidad*. Madrid : Isdefe, 1995. 84-89338-07-8.
- O'CONNOR, Patrick. 1989.** *Practical Reliability Engineering*. Mew York : John Wiley & Sons, 1989. 0471905518.
- Pascual J, Rodrigo. 2002.** *Gestión Moderna de Mantenimiento*. Santiago : Universidad de Chile, 2002.
- Rakumar, R. 1993.** *Engineering Reliability: Fundamentals and Applications*. New York : Editorial Prentice Hall,, 1993.
- Rausand, Marvin y Arnljot, Hoyland. 2004.** *Sistem Reliability Theory, Models, Statical Methods and Aplications*. New Jersey : John Wiley & Son, 2004. 0-471-47133-X.
- Reliability Analisys Using an Additive Weibull Model wiht Bathtub-Shaped Failure Rate Function.* **M. Xie, C.D. Lai. 1995.** s.l. : Elsiver Science Ltda, 1995, Vol. 52. 095183209500149-2.
- Rojas, Jaime. 1975.** *Introducción a la Confiabilidad*. Bogotá : Universidad de los Andes, 1975.
- The Beta Integrated Model.* **C. D. Lai, T. Moore. 1998.** 1998. Workshop on Reliability Modeling and Analysis.
- The Burr XII Distribution in Reliability Analysis.* **Zimmer, W, Keats, J y Wang, F. 1998.** 30, s.l. : Journal of Quality Technology, 1998.
- Toro, Juan Carlos.** Metodología para medir Confiabilidad, Mantenibilidad y Disponibilidad en Mantenimiento. [En línea] [Citado el: 4 de Julio de 2013.] <http://eafit.edu.co>.
- Transformation of the Bathtub Failure Rate Data in Reliability.* **Mudholkar, Govin y Asubonteng, Kobby. 2009.** s.l. : Statistical Methodology, 2009, Vol. 6.
- Transmuted Modified Weibull Distribution: A Generalization.* **Khan, Muhaamad y King, Robert. 2013.** 1, s.l. : EUROPEAN JOURNAL OF PURE AND APPLIED MATHEMATICS, 2013, Vol. 6. 1307-5543.
- www.reliasoft.com.** reliasoft. [En línea] www.reliasoft.com.