

**VALORACIÓN DE OPCIONES EUROPEAS SOBRE TASA DE CAMBIO PESO-
DÓLAR UTILIZANDO COBERTURA DELTA NEUTRAL, CON VOLATILIDAD
HETEROCEDÁSTICA Y CAMBIOS EN LA TASA DE FINANCIACIÓN**

**Juan José Giraldo Gómez
Ramiro Junior Giraldo Colorado**

**UNIVERSIDAD EAFIT
ESCUELA DE ADMINISTRACIÓN
MEDELLÍN
2016**

VALORACIÓN DE OPCIONES EUROPEAS SOBRE TASA DE CAMBIO PESO-DÓLAR UTILIZANDO COBERTURA DELTA NEUTRAL, CON VOLATILIDAD HETEROCEDÁSTICA Y CAMBIOS EN LA TASA DE FINANCIACIÓN

Juan José Giraldo Gómez

Jgiral76@eafit.edu.co

Ramiro Junior Giraldo Colorado

Rgirald9@eafit.edu.co

TRABAJO DE GRADO PRESENTADO PARA OPTAR AL TÍTULO DE
MAGÍSTER EN ADMINISTRACIÓN FINANCIERA

Asesor metodológico: Diego Alexander Restrepo Tobón

Asesor temático: Diego Alexander Restrepo Tobón, PhD.

**UNIVERSIDAD EAFIT
ESCUELA DE ADMINISTRACIÓN
MEDELLÍN
2016**

Agradecimientos

Agradecemos a nuestros familiares, por brindarnos su apoyo incondicional durante esta etapa de nuestras vidas.

A nuestros profesores Alfredo Trespalacios Carrasquilla y Carlos Alexander Grajales Correa, y un agradecimiento especial a nuestro asesor de tesis, Diego Alexander Restrepo Tobón, gracias a cuyas orientaciones y conocimientos logramos terminar nuestros estudios con éxito.

TABLA DE CONTENIDO

RESUMEN.....	6
1. Introducción	7
2. Marco conceptual	9
3. Metodología	11
3.1.1 Análisis de series de tiempo para la tasa representativa del mercado (TRM).....	11
3.1.2 Análisis de serie de tiempo del precio internacional del petróleo referencia WTI.....	12
3.1.3 Análisis de correlación entre la tasa representativa del mercado (TRM) y el precio internacional del petróleo WTI	14
3.2 Modelación.....	16
3.2.1 Metodología para los modelos de media y varianza	17
3.3 Simulación Montecarlo	18
3.3.1 Variable aleatoria tasa representativa del mercado (TRM).....	18
3.3.2 Variable aleatoria tasa de liquidez IBR y LIBOR por modelos CKLS.....	19
3.4. Escenarios de simulación	19
3.4.1 Simulación con tasa de financiación constante y volatilidad constante	20
3.4.2 Simulación con volatilidad del subyacente heterocedástica.....	20
3.4.3 Simulación con volatilidad del subyacente heterocedástica, por modelo dinámico de correlación condicionada (DCC).....	20
3.4.4 Simulación con tasa variable IBR y LIBOR	21
3.4.5 Simulación con tasa de financiación IBR variable y volatilidad del subyacente heterocedástica	21
3.5 <i>Backtesting</i> de las metodologías	22
4. Resultados	22
4.1 Modelación.....	22

4.1.1 Modelos de media	22
4.1.2 Modelos de media y varianza.....	24
4.1.3 Resultados modelos de correlación dinámica condicionada (DCC)	28
4.1.4 Resultados de modelación de tasas de interés variable CKLS	30
4.2 Simulación Montecarlo	31
4.2.1 Simulación con tasa de financiación constante y volatilidad constante	32
4.2.2 Simulación con volatilidad del subyacente heterocedástica.....	33
4.2.3 Simulación con volatilidad del subyacente heterocedástica, por modelo dinámico de correlación condicionada (DCC).....	35
4.2.4 Simulación con tasa de financiación IBR e inversión LIBOR variable	36
4.2.5 Simulación con tasa de financiación IBR, inversión LIBOR variable y volatilidad del subyacente heterocedástica	37
4.3 Resultados <i>backtesting</i> para opción <i>call</i>	38
CONCLUSIONES	40
Referencias bibliográficas.....	42
Apéndice A: Proceso de estimación de los modelos.....	44
4.4 Estimación de los modelos.....	50
4.4.1 Metodología para la estimación del modelo de correlación dinámica condicionada (DCC) ...	54
4.4.2 Metodología de la estimación de modelo de tasa de interés CKLS	55
Apéndice B: Resultados de modelos ARIMA GARCH con datos diarios.....	56
4.5.1 Modelo de media y varianza	57
4.5.2 Resultados de los modelos de correlación dinámica condicionada (DCC)	59
4.6 Simulación Montecarlo	61
4.7 Resultados del <i>backtesting</i> para opción <i>put</i>	68
ANEXOS	69

RESUMEN

En este trabajo se efectúa la valoración de opciones europeas sobre tasa de cambio peso-dólar (COP/USD) mediante la implementación de un portafolio delta neutral, usando modelos de volatilidad y tasas de interés dinámicas. En esta metodología, similar a la empleada en el modelo práctico de Black-Scholes, se asume que tanto la volatilidad como la tasa de interés cambian en cada momento de rebalanceo de la cobertura, y se cuantifica si la correlación observada entre la tasa de cambio COP/USD y el índice de precio internacional del petróleo de referencia WTI puede ser empleada para mejorar la cobertura de dichas opciones. Dado que no existe un mercado de opciones COP/USD suficientemente profundo en Colombia, se utiliza una volatilidad estimada con modelos GARCH, en lugar de la volatilidad implícita, y modelos de correlación dinámica, para modelar la relación entre la tasa de cambio COP/USD y los precios del petróleo. La tasa de interés se modela utilizando el modelo CKLS. El valor de la opción se determina calculando el valor presente de los costos en los que se incurre en la cobertura de dichas opciones, desde su emisión hasta el vencimiento. Se encuentra que ajustar la correlación dinámica entre la tasa de cambio COP/USD y el precio internacional del petróleo WTI agrega poco a la efectividad de la cobertura.

Palabras clave: delta neutral, simulación Montecarlo, heterocedasticidad y opción europea de tasa de cambio

ABSTRACT

In this paper is investigated the valuation of European option based on exchange rate Colombian Peso/United States dollar (COP/USD) by implementing a portfolio delta neutral, using models of volatility and interest rates dynamics. In this methodology, similar to that used in the practical model of Black-Scholes, it is assumed that both volatility and the interest rate change at any time rebalancing coverage and explores whether the observed high correlation between the exchange rate COP/USD and oil prices can be used to improve coverage of these options. As there is not market for options COP/USD deep enough in Colombia, it used and estimated volatility with GARCH models rather than the implied volatility and dynamics correlation models to explain the relationship between the exchange rate COP/USD and oil prices. The interest rate is set using the CKLS model. The value of the option is determined by calculating the present value of the costs that are incurred in covering those options, from issuance to maturity. It is found that to adjust the dynamic correlation between the exchange rate COP / USD and the international price of oil adds little to the effectiveness of hedging.

Keywords: delta neutral, Montecarlo simulation, heterocedasticity and European exchange rate option

1. Introducción

En el proceso de emisión de opciones de tasa de cambio, las entidades financieras cubren su posición mediante la cobertura del riesgo asociado a cambios en el valor de la opción, debido a movimientos en el precio del activo subyacente, a variaciones de la tasa de interés, a cambios en la volatilidad y al paso del tiempo. La práctica generalmente usada es la cobertura delta neutral. Dicha cobertura busca establecer la posición óptima que minimiza el riesgo de la opción emitida, respecto a los cambios en el precio del activo subyacente, desde la emisión de la opción (posición corta), hasta el vencimiento de la misma. El emisor deberá rebalancear su posición en el activo subyacente, para reducir la exposición a pérdidas potenciales derivadas del ejercicio de la opción al vencimiento.

En este trabajo se evalúa la metodología de cobertura delta neutral empleada en el modelo práctico de Black-Scholes (Hull, 2015). Contrario a la teoría, en el modelo práctico de Black-Scholes se calcula el delta de la opción en cada momento del rebalanceo, utilizando la volatilidad implícita en los precios de mercado, en lugar de la volatilidad inicial y constante con la que se emite la opción. Dado que el mercado de opciones de tasa de cambio COP/USD es poco líquido, se utiliza la volatilidad estimada mediante modelos GARCH, como sustituto de la volatilidad implícita.

Dada la correlación entre el tipo de cambio COP/USD y los precios internacionales del petróleo, se explora la posibilidad estimar dicha volatilidad mediante modelos de correlación dinámica, en los cuales se cuantifica la volatilidad de la tasa de cambio COP/USD y, simultáneamente, se captura la correlación dinámica entre ésta y los precios internacionales del petróleo. De forma similar, se modela la evolución de la tasa de interés en COP y en USD, que determina el costo de oportunidad de cubrir la posición de opciones en el mercado *spot*. Los modelos utilizados para describir la evolución de la tasa de interés corresponden a los modelos CKLS (Chang, Karolyi, Longstaff & Sanders, 1992).

Para capturar la estructura de la varianza de la tasa representativa del mercado, se realizarán modelaciones econométricas buscando romper supuestos de normalidad y homocedasticidad. Este modelo de varianza heterocedástica será usado como dato de ingreso, dentro de un proceso de simulación Montecarlo, que descontará el efecto de los cambios en este inductor de riesgo (varianza). Se realizarán simulaciones, y se obtendrá, no un precio puntual de emisión de la opción, sino un posible rango de precios, que hace más robusta la metodología y captura una mayor fuente de incertidumbre. En este proceso de simulación, se incluirá también el efecto de posibles cambios en la tasa de financiación del subyacente.

Con este trabajo no se pretende predecir el comportamiento de la tasa de referencia (TRM), sino observar su estructura temporal, para de esa manera establecer un valor sobre la variable de decisión (precio de la prima de emisión), que lea la situación del mercado.

Por la naturaleza y la dependencia de la economía colombiana de las monetizaciones de exportaciones de hidrocarburos y por el impacto directo que éstas tienen sobre la tasa de cambio, se explora el uso de metodologías de correlación dinámica condicionada (Eangle, 2002), en la modelación conjunta entre la tasa representativa del mercado (TRM) y el índice internacional de precios del petróleo referencia *West Texas Intermediate (WTI)*.

El objetivo general es la estimación de precios de emisión de opciones *call* y *put vanilla* europea, asumiendo cambios en la varianza (heterocedasticidad) y en la tasa de financiación, en un portafolio delta neutral. En el camino al desarrollo del objetivo general, será necesario cumplir con los siguientes objetivos específicos:

1. Análisis de las series de tiempo, tasa representativa del mercado (TRM) e índice de precios del petróleo (WTI).
2. Modelación de la varianza de la tasa representativa del mercado, para usarse en la cobertura delta neutral.

3. Realización de un modelo multivariado de correlación dinámica condicionada, que capture la volatilidad conjunta entre la tasa representativa del mercado (TRM) y el índice de precios del petróleo (WTI), para ser usado en el rebalanceo del portafolio delta neutral.
4. Uso de la simulación Montecarlo, para la determinación del valor de la prima de opciones sobre tasa representativa del mercado (TRM).
5. *Backtesting* de la metodología de rebalanceo del portafolio delta neutral, con la finalidad de determinar el proceso más conveniente para el emisor.

2. Marco conceptual

Son amplias las investigaciones que se han hecho en cuanto a la definición de cobertura, y muchas otras las que explican su dinámica. En estudios recientes se aborda la metodología práctica Black-Scholes (*practitioner Black-Scholes*), de John Hull y Alan White (2016), donde se utiliza como base el modelo de opciones de Black Scholes-Merton, usando la volatilidad implícita para el cálculo del delta neutral y el posterior rebalanceo del portafolio. Este supuesto ajusta los cálculos con volatilidades de manera regular, por la naturaleza heterogénea del mercado: “La principal contribución de este documento es mostrar que un buen estimador de delta de mínima varianza puede ser obtenido del modelo práctico de Black Scholes-Merton” (Hull & White, 2016).

El delta de mínima varianza es, por regla general menor al obtenido por el modelo práctico de Black-Scholes; sin embargo, para el caso colombiano existe una limitante en relación con la propuesta que presentan los autores mencionados anteriormente. Esto es, que la volatilidad implícita en Colombia es un estimador sesgado por la liquidez del mercado de opciones. Por este motivo, en el presente trabajo se efectuará un proceso cuantificación de volatilidades, donde se utilizarán distintos modelos que capturen esta información. Se usarán volatilidades homocedásticas y heterocedásticas y un modelo de correlaciones dinámicas condicionadas (DCC), y se contempla como segunda variable el índice de petróleo WTI, motivada por el hecho de que se cree que existe una correlación significativa entre la tasa representativa del

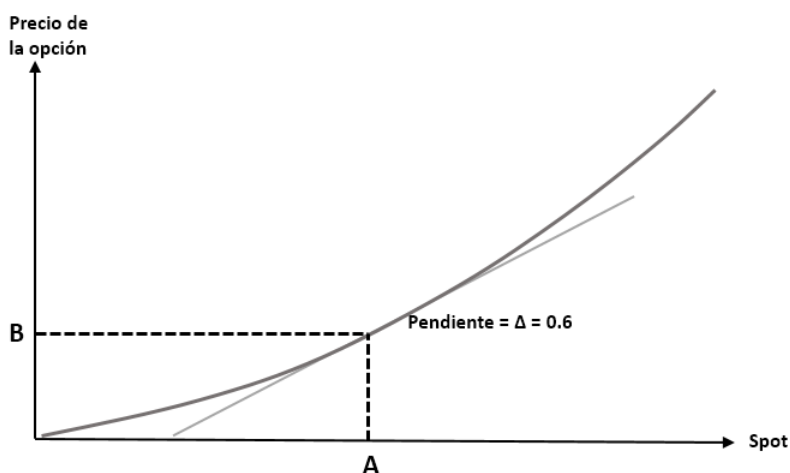
mercado y el precio internacional del petróleo WTI, hipótesis que se busca contrastar en el desarrollo de este trabajo.

En el contexto volátil de los mercados financieros, en el que toman parte los inversionistas institucionales, como los bancos, entre cuyas funciones se encuentran las emisiones de derivados financieros, es imperativa la implementación de un portafolio delta neutral, donde se busca una cartera cubierta ante movimientos del activo subyacente (Hull, 2015).

La letra griega delta se entiende como el cambio del valor de la opción respecto al cambio en su activo subyacente (ecuación 1 y figura 1), o la derivada del valor de la opción en relación con el precio del activo subyacente (Reale, 2002).

Ecuación 1. $\Delta = \partial P / \partial S$

Figura 1. Cambio en el valor de la opción, respecto al cambio en el valor del activo subyacente

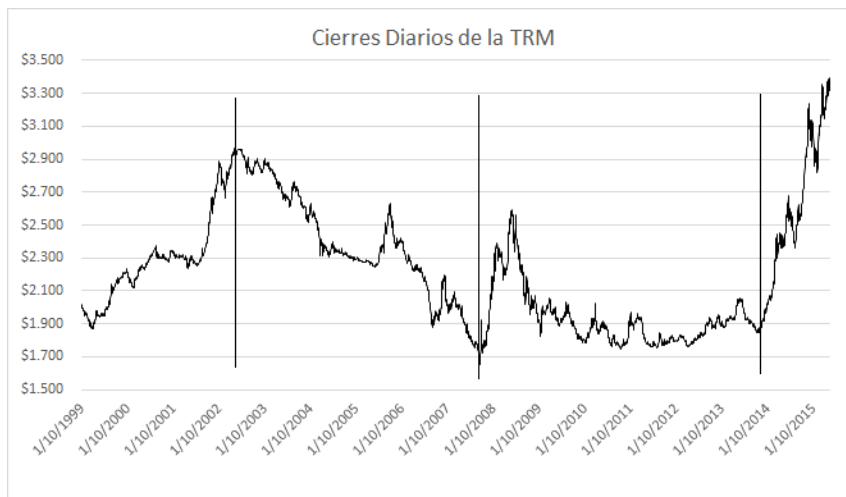


3. Metodología

3.1.1 Análisis de series de tiempo para la tasa representativa del mercado (TRM)

La serie de tiempo, tasa representativa del mercado (TRM) presenta tramos tendenciales, como los observados entre octubre de 1999 y octubre de 2008. También hay presencia de tramos laterales prolongados entre octubre de 2008 y octubre de 2014 (figura 2). Esto demuestra que en el largo plazo esta variable se comporta de manera estocástica y no cuenta con una componente estacional.

Figura 2. Cierres diarios de la tasa representativa del mercado TRM



El grafico de línea (ver anexo 1) de los cambios diarios de la tasa representativa del mercado muestra agrupaciones de volatilidad (clústeres), con una fuerte acentuación en la crisis hipotecaria estadounidense, y en las fechas más recientes, por la fuerte caída del precio internacional del petróleo y por la dependencia que la economía colombiana tiene de los hidrocarburos.

En las ventanas móviles anuales de la tasa representativa del mercado existen picos de volatilidad. Esto hace pensar en un posible comportamiento heterocedástico de la volatilidad de la TRM (ver anexo 2).

Una característica propia de las series financieras es la presencia de colas pesadas; y como consecuencia, grandes agrupaciones de frecuencia en torno a la media. La serie de la tasa representativa del mercado no es la excepción, porque, según demuestra el histograma de frecuencia, es leptocúrtica, con una alta concentración en torno a la media del 0,012%, de devaluación por día.

Tabla 1. Estadística descriptiva de retornos diarios de la tasa representativa del mercado TRM

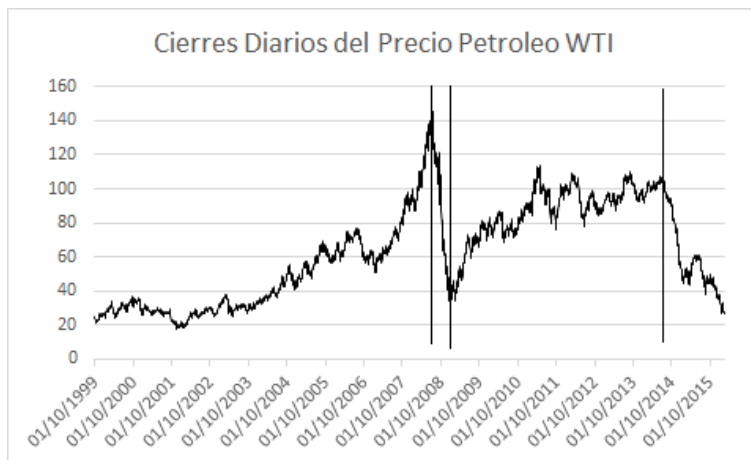
Media	0,012%
Desviación estándar	0,640%
Curtosis	8,4138
Coefficiente de asimetría	0,02738

El histograma de frecuencia de los cambios diarios de la TRM confirma lo expuestos por los estadísticos descriptivos (ver anexo 3).

3.1.2 Análisis de serie de tiempo del precio internacional del petróleo referencia WTI

El comportamiento del índice internacional de precios del petróleo referencia WTI tiene una fuerte tendencia alcista entre octubre de 1999 y octubre de 2008, seguida de una fuerte corrección en la recesión económica hipotecaria (figura 3). También se presentan períodos prolongados laterales, como el observado entre octubre de 2009 y octubre de 2014. Por esta razón, también se concluye que el comportamiento del petróleo corresponde a un proceso estocástico que deberá ser modelado con metodologías acordes a esta dinámica.

Figura 3. Cierres diarios del precio internacional del petróleo referencia WTI



Los retornos diarios del petróleo de referencia WTI no presentan acumulación de volatilidad típicamente; sin embargo, en la crisis hipotecaria estadounidense, y en el período de octubre de 2014 hasta la actualidad (febrero 2016), se identifican dos agrupaciones fuertes de volatilidad prolongada (ver anexo 4).

La volatilidad por ventanas móviles anuales de los retornos coincide con las agrupaciones de variación en los retornos. Esto es un indicio de volatilidad heterocedástica, en los retornos del precio internacional del petróleo de referencia WTI (ver anexo 5).

La estadística descriptiva de los cambios del precio diario del petróleo WTI tiene una estructura más suave que la que típicamente describe una serie económica (tabla 2).

Tabla 2. Estadística descriptiva retornos diarios del precio internacional del petróleo referencia WTI

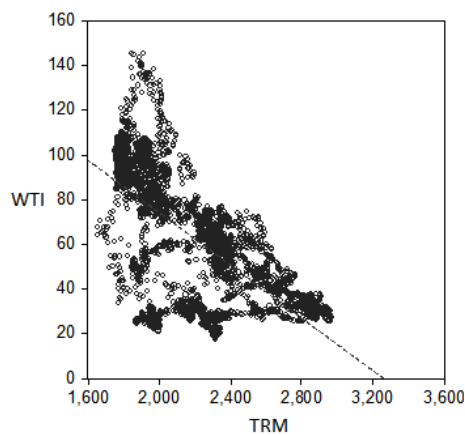
Media	0,002%
Desviación estándar	2,432%
Curtosis	4,0458
Coficiente de asimetría	-0,15602

Los estadísticos anteriores se observan gráficamente en el histograma de frecuencia del retorno diario del petróleo de referencia WTI, donde se lee una menor concentración respecto a la media y unas colas pesadas en la distribución (ver anexo 6).

3.1.3 Análisis de correlación entre la tasa representativa del mercado (TRM) y el precio internacional del petróleo WTI

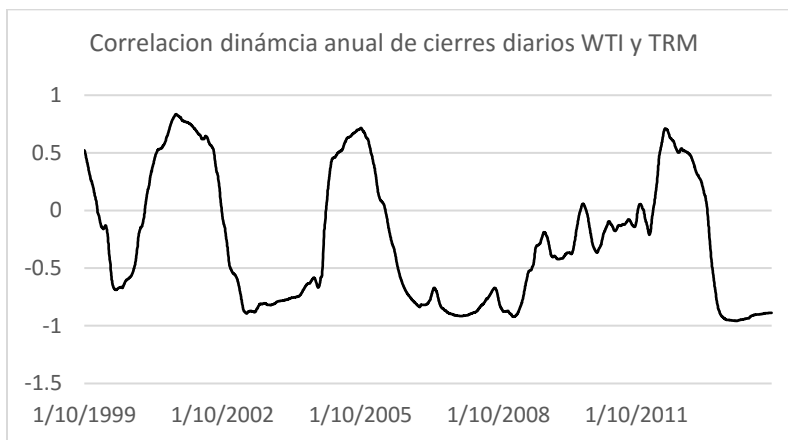
Gráficamente, el comportamiento de los cierres diarios en niveles de la TRM y el petróleo de referencia WTI es inverso (figura 5), apoyado en la correlación histórica (octubre de 1999 y febrero de 2016), que tiene una magnitud de $-0,7$.

Figura 5. Gráfico de dispersión del precio internacional del petróleo WTI y tasa representativa del mercado TRM



La correlación de cierres diarios de la TRM y el petróleo WTI, medida como correlación dinámica con una longitud anual, no muestra un patrón estable (figura 6); es decir, que en períodos se hace positiva y en otros se hace negativo, oscilando en valores de $0,8$ y $-0,9$ en el período de estudio (octubre de 1999 a febrero de 2016).

Figura 6. Correlación dinámica anual del precio internacional del petróleo WTI y la tasa representativa del mercado TRM



Tomando en consideración la correlación histórica y la móvil, se plantea la hipótesis de una modelación autorregresiva, condicionada con una memoria reciente que descuenta la información más actual.

Figura 7. Correlación dinámica anual de los cambios diarios del precio internacional del petróleo WTI y la tasa representativa del mercado TRM



La correlación de los cambios en la tasa representativa del mercado TRM y el precio internacional del petróleo WTI cambia de sentido en el tiempo, y es débil porque en su máximo valor negativo es de $-0,1242$ y su máximo positivo es de $0,1838$ (figura 7). Se demuestra que las correlaciones en variables de nivel son superiores a las correlaciones lineales de los cambios de las variables.

Figura 8. Correlación dinámica anual de los cambios semanales del precio internacional del petróleo referencia WTI y la tasa representativa del mercado TRM



Las correlaciones semanales (figura 8) de los cambios de las variables mencionadas tienen mayor fortaleza, pues tienen una correlación máxima negativa de $-0,4742$ y una máxima positiva de $0,2114$, que son valores mayores a los registrados de manera diaria. Esto establece semanalmente una estructura más clara de correlaciones, que la encontrada en retornos diarios.

3.2 Modelación

Es de interés conocer el comportamiento de la variable aleatoria tasa representativa del mercado TRM. Esto con el propósito de capturar la estructura de la volatilidad en el tiempo, e inducirlo en el proceso de simulación del precio de la opción y estimación de la letra griega

delta, que finalmente será el catalizador de la gestión de riesgo en la emisión de opciones europeas con cobertura delta neutral.

Se realizan estimaciones de modelos de medias y varianzas univariados de la tasa representativa del mercado (TRM) y del índice del precio internacional del petróleo WTI, mediante la metodología de Box y Jenkins (1976). También se explora la posibilidad de usar modelos multivariados de correlación dinámica condicionada (Eangle, 2002,) entre el índice de precio internacional del petróleo WTI y la tasa representativa del mercado TRM. Para cuantificar el comportamiento de la tasa de interés, se elige usar el modelo de difusión CKLS (Chang, Karolyi, Longstaff & Sanders, 1992).

3.2.1 Metodología para los modelos de media y varianza

Luego del análisis de series de tiempo, se determina qué tanto la variable tasa representativa del mercado TRM, como precio internacional del petróleo WTI, tiene tendencias en tramos y períodos laterales. Por este motivo, no se explora el uso de metodologías de estimación de medias móviles ni promedios históricos, sino modelos estocásticos.

En línea con el comportamiento estocástico de las variables mencionadas, se sigue la metodología de Box y Jenkins (1976), para modelar las variables mediante procesos autorregresivos, en donde se debe asegurar el cumplimiento de los siguientes supuestos (ecuaciones 2, 3, 4 y 5).

- i. El proceso es estacionario en media

Ecuación 2. $E(\varepsilon_t) = 0$

- ii. La covarianza de los residuales es cero

Ecuación 3. $Cov((\varepsilon_t, \varepsilon_{t-1}) = 0$

- iii. La varianza de los residuales es constante en el tiempo (homocedástica)

Ecuación 4. $Var(\varepsilon_t) = \sigma^2$

- iv. Los residuales tienen una distribución normal con media cero y varianza constante

Ecuación 5. $\varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2)$

La metodología detallada de la modelación se encuentra registrada en el apéndice A. Para los modelos estimados, se busca una significancia del 5% en los parámetros.

3.3 Simulación Montecarlo

Una vez los modelos han sido estimados, se procede a realizar la simulación Montecarlo. Para cada simulación de 10.000 iteraciones resultará un precio de emisión promedio de la opción, el cual será comparado con la estimación del precio hecha por Black y Scholes (1973). El valor de la opción se determina simulando el valor presente de los costos en los que se incurre en la cobertura de dichas opciones, desde su emisión hasta el vencimiento.

En el proceso de simulación serán ingresadas las variables aleatorias que se describen a continuación.

3.3.1 Variable aleatoria tasa representativa del mercado (TRM)

Para esto se toma un proceso estocástico de movimiento browniano geométrico, el cual está acorde con el modelo propuesto por Black y Scholes en valoración de opciones. Con esto se cumple que el activo subyacente se distribuye lognormalmente (ecuación 6).

Ecuación 6. $S_t = S_{t-1} e^{(r-rf - 1/2\sigma^2)\Delta t + \sigma\sqrt{\Delta t}\varepsilon_t}$

3.3.2 Variable aleatoria tasa de liquidez IBR y LIBOR por modelos CKLS

La tasa de financiación usada en el proceso de simulación será un proceso estocástico (ecuación 7), modelado mediante el CKLS (Chang, Karolyi, Longstaff & Sanders, 1992).

Ecuación 7. $dr_t = (\alpha + \beta r_t)dt + \sigma r_t^\gamma dW_t$

3.3.3 Variable aleatoria volatilidad

Como se especifica en la modelación, la tasa representativa del mercado TRM posee una volatilidad heterocedática; es decir, que tiene efecto ARCH¹. Una vez seleccionado el mejor modelo [(ARIMA² (1,1,1) GARCH³ (1,1)], que describe el comportamiento de la volatilidad (Bollerslev, 1986), se inserta en la simulación esta variable (ecuación 8).

Ecuación 8. $\sigma_t^2 = \delta_0 + \delta_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \theta_1 \sigma_{t-1}^2$

3.4. Escenarios de simulación

Los siguientes son los escenarios de simulación en los cuales se realizarán las estimaciones del valor de emisión de opciones *call* y *put* europea, sobre tasa de cambio peso colombiano / dólar americano.

¹ Modelo autorregresivo condicional heterocedástico (ARCH, por sus siglas en ingles *autoregressive conditional heteroscedasticity*)

² Modelo autorregresivo integrado de promedio móvil (ARIMA, por sus siglas en inglés *autoregressive integrated moving average*).

³ Modelo general autorregresivo condicional heterocedástico (GARCH, por sus siglas en ingles *generalized autoregressive conditional heteroscedasticity*)

3.4.1 Simulación con tasa de financiación constante y volatilidad constante

Este será el escenario base, porque cumple con los supuestos de volatilidad constante y con la tasa de financiación constante del modelo de Black-Scholes. Los supuestos son los siguientes:

- Tasa de financiación local tasa Swap IBR, a seis meses.
- Tasa de financiación foránea tasa LIBOR Swap en dólares, a seis meses.
- Precio de ejercicio *at the money* (precio ejercicio es igual al precio de mercado).
- Volatilidad constante de la tasa representativa del mercado (TRM) estimada por modelo GARCH (1,1).

3.4.2 Simulación con volatilidad del subyacente heterocedástica

Se realiza la simulación Montecarlo asumiendo cambios en la volatilidad al momento de la emisión de la opción.

Los supuestos son los siguientes:

- Tasa de financiación local tasa Swap IBR, a seis meses.
- Tasa de financiación foránea tasa LIBOR Swap en dólares, a seis meses.
- Precio de ejercicio *at the money* (precio ejercicio es igual al precio de mercado).
- Volatilidad variable de la tasa representativa del mercado (TRM) estimada por modelo GARCH (1,1).

3.4.3 Simulación con volatilidad del subyacente heterocedástica, por modelo dinámico de correlación condicionada (DCC)

Se realiza la simulación con volatilidad estimada por el modelo de correlación dinámica condicionada.

Los supuestos son los siguientes:

- Tasa de financiación local tasa Swap IBR, a seis meses.

- Tasa de financiación foránea tasa LIBOR Swap en dólares, a seis meses.
- Precio de ejercicio *at the money* (precio ejercicio es igual al precio de mercado).
- Volatilidad variable de la tasa representativa del mercado (TRM), estimada por modelo DCC.

3.4.4 Simulación con tasa variable IBR y LIBOR

Se realiza la simulación asumiendo cambios en la tasa de financiación e inversión del subyacente, en el momento de la emisión de la opción.

Los supuestos son los siguientes:

- Tasa variable IBR, modelada mediante CKLS.
- Tasa variable foránea LIBOR, modelada mediante CKLS.
- Precio de ejercicio *at the money* (precio ejercicio es igual al precio de mercado).
- Volatilidad constante de la tasa representativa del mercado (TRM), estimada por modelo GARCH (1,1).

3.4.5 Simulación con tasa de financiación IBR variable y volatilidad del subyacente heterocedástica

La simulación se realiza asumiendo cambios en la tasa de financiación e inversión del subyacente y cambios en la volatilidad, en el momento de la emisión de la opción.

Los supuestos son los siguientes:

- Tasa variable IBR, modelada mediante CKLS.
- Tasa variable foránea LIBOR, modelada mediante CKLS.
- Precio de ejercicio *at the money* (precio ejercicio es igual al precio de mercado).
- Volatilidad variable de la tasa representativa del mercado (TRM), estimada por modelo GARCH (1,1).

3.5 *Backtesting* de las metodologías

Con la finalidad de evaluar el desempeño real de los escenarios expuestos en el numeral 3.4 (escenarios de simulación), se realiza un *backtesting* asumiendo como fecha de emisión de las opciones el día 28 de agosto de 2015, con un vencimiento a seis meses (19 de febrero de 2016). El rebalanceo del delta se hará de manera semanal con los cierres de la tasa representativa del mercado y las tasas de financiación IBR e inversión LIBOR reales, registradas con la intención de observar el comportamiento de la cobertura delta neutral y el costo de financiar el subyacente. Para la estimación de las volatilidades, se reajustan los modelos de manera semanal, con la información disponible hasta cada semana.

4. Resultados

4.1 Modelación

4.1.1 Modelos de media

Se evidencia que para todos los modelos estimados existe la presencia de efecto ARCH (heterocedasticidad). Por esta razón, es necesaria la estimación de modelos de varianza. Los residuales del modelo de reversión a la media no se distribuyen normalmente. Debido a esto, se realiza la estimación del modelo de media y varianza asumiendo distribución normal de los residuales y distribución T-Student (tabla 3).

Tabla 3. Modelos de reversión a la media con retornos semanales

Variable	Modelo de medias	Coeficientes		Error estándar		Significancia de coeficientes		DW*	JB normalidad*	Efecto ARCH*	Significativo 5%
		AR1	MA1	AR1	MA1	AR1	MA1				
TRM	ARIMA (1,1,0)	0,0407		0,0342		0,2230		2,0030	NO	SÍ	SÍ
	ARIMA (0,1,1)		0,0349		0,0318		0,2353	1,9887	NO	SÍ	SÍ
	ARIMA (1,1,1)	0,8289	-0,7659	0,0951	0,1087	0,0064	0,0098	2,0660	NO	SÍ	SÍ
WTI	ARIMA (1,1,0)	-0,0639		0,0343		0,1569		2,003	NO	SÍ	NO
	ARIMA (0,1,1)		-0,0675		0,0349		0,1519	1,9961	NO	SÍ	NO
	ARIMA (2,1,2)	0,0978	-0,1648	0,2671	0,2631	0,3747	0,2976	1,9961	NO	SÍ	NO

*DW: Durbin Watson.

*JB Normalidad: normalidad por el estadístico Jarke Bera.

*Efecto ARCH: se identifica con el autocorrelograma (ACF) y el autocorrelograma parcial (PACF) de los residuales del modelo al cuadrado.

4.1.2 Modelos de media y varianza

Los siguientes son los resultados de los modelos de las variables de estudio con cierres semanales (tabla 4). Se define el mejor modelo por los criterios de información de Akaike, Hannan Quinn y Bayes (Greene, 2012). En vista de que los modelos de reversión a la media no siguen una distribución normal en sus residuales y en presencia de las colas pesadas de las variables para modelar, se realizan estimaciones asumiendo normalidad y distribución T-Student, para los residuales donde se espera un mejor ajuste de las colas pesadas.

Tabla 4. Modelos por estimar para las variables tasa representativa del mercado TRM y precio internacional del petróleo WTI

Modelo de medias	Modelo de varianza
ARIMA (1,1,0)	ARCH (1)
ARIMA (0,1,1)	ARCH (1)
ARIMA (1,1,1)	ARCH (1)
ARIMA (1,1,0)	GARCH (1,1)
ARIMA (0,1,1)	GARCH (1,1)
ARIMA (1,1,1)	GARCH (1,1)
ARIMA (1,1,0)	TGARCH (1,1,1)
ARIMA (0,1,1)	TGARCH (1,1,1)
ARIMA (1,1,1)	TGARCH (1,1,1)
ARIMA (1,1,0)	EGARCH (1,1,1)
ARIMA (0,1,1)	EGARCH (1,1,1)
ARIMA (1,1,1)	EGARCH (1,1,1)
ARIMA (1,1,0)	APARCH (1,1,1)
ARIMA (0,1,1)	APARCH (1,1,1)
ARIMA (1,1,1)	APARCH (1,1,1)
ARIMA (1,1,0)	TARCH (1,1)
ARIMA (0,1,1)	TARCH (1,1)
ARIMA (1,1,1)	TARCH (1,1)

Para la tasa representativa de mercado, el modelo que más se ajusta según los criterios de selección es el ARIMA (1,1,1) GARCH (1,1). Esto evidencia simetría en la volatilidad, en

respuesta a la nueva información del mercado. El modelo ARIMA (1,1,1) EGARCH⁴ (1,1,1) es un buen candidato; sin embargo, el mencionado anteriormente es más adecuado por parsimonia.

Este hallazgo concuerda con estudios econométricos de la tasa de cambio realizados anteriormente, donde se concluye que:

Para países como Chile, Colombia y México que no temen la libre flotación, la respuesta a los choques de volatilidad es simétrica debido a que el mercado espera que estos choques sean absorbidos principalmente por la misma tasa de cambio (Maya y Gómez, 2008).

Según se observa en la tabla 5, también este hallazgo se encuentra en línea con los siguientes autores: Bollerslev (1992), Hsieh (1988), Diebold y Nerlove (1989) y Taylor (1986), entre otros que apoyan esta afirmación, encontrando en este trabajo que el modelo simétrico GARCH(1,1) es el que mejor se ajusta a los retornos de la tasa de cambio (US\$ frente a otras monedas), y que hace la elección natural para la modelación de la volatilidad (Andersen, Bollerslev, Diebold & Labys 2001). También se encuentra simetría en la dinámica de la volatilidad de la tasa de cambio COP/USD (Maya y Gómez, 2008).

⁴ Modelo exponencial generalizado autorregresivo condicional heterocedástico (EGARCH, por sus siglas en inglés *exponential generalized autoregressive conditional heteroskedastic*)

Tabla 5. Modelos de reversión a la media y varianza con retornos semanales

Variable	Modelo de medias	Modelo volatilidad	Asumiendo Normalidad en los residuales			Significativo en media 5%	Asumiendo T-Student en los residuales			Significativo en varianza 5%
			Akaike*	Hannan Quinn*	Bayes*		Akaike	Hannan Quinn	Bayes	
TRM	ARIMA (1,1,0)	ARCH (1)	-1,6803	-1,6718	-1,658	SÍ	-5,7602	-5,7496	-5,7325	No
	ARIMA (0,1,1)	ARCH (1)	-2,0499	-2,0413	-2,0276	SÍ	-5,7588	-5,7481	-5,731	NO
	ARIMA (1,1,1)	ARCH (1)	1,0003	1,0109	1,0281	SÍ	-5,7866	-5,7738	-5,7532	SÍ
	ARIMA (1,1,0)	GARCH (1,1)	-5,8296	-5,819	-5,8018	No	-5,8983	-5,8855	-5,8649	SÍ
	ARIMA (0,1,1)	GARCH (1,1)	-5,8294	-5,8188	-5,8017	No	-5,8974	-5,8846	-5,8641	No
	ARIMA (1,1,1)	GARCH (1,1)	-5,8316	-5,8188	-5,7982	SÍ	-5,9125	-5,8976	-5,8736	SÍ
	ARIMA (1,1,0)	TGARCH (1,1,1)	-5,8492	-5,8364	-5,8158	No	-5,9098	-5,8949	-5,8709	No
	ARIMA (0,1,1)	TGARCH (1,1,1)	-5,849	-5,8363	-5,8157	No	-5,9087	-5,8938	-5,8698	No
	ARIMA (1,1,1)	TGARCH (1,1,1)	-5,8484	-5,8335	-5,8095	No	-5,9265	-5,9095	-5,8821	No
	ARIMA (1,1,0)	EGARCH (1,1,1)	-5,8465	-5,8337	-5,8131	No	-5,909	-5,8941	-5,8701	No
	ARIMA (0,1,1)	EGARCH (1,1,1)	-5,8463	-5,8336	-5,813	No	-5,908	-5,8931	-5,8691	No
	ARIMA (1,1,1)	EGARCH (1,1,1)	-5,8473	-5,8324	-5,8084	No	-5,9248	-5,9078	-5,8804	No
	ARIMA (1,1,0)	APARCH (1,1,1)	-5,8472	-5,8323	-5,8083	No	-5,9077	-5,8907	-5,8632	No
	ARIMA (0,1,1)	APARCH (1,1,1)	-5,847	-5,8322	-5,8081	No	-5,9066	-5,8895	-5,8621	No
	ARIMA (1,1,1)	APARCH (1,1,1)	-5,8209	-5,8038	-5,7764	No	-5,9258	-5,9066	-5,8758	No
	ARIMA (1,1,0)	TARCH (1,1)	-2,585	-2,5744	-2,5573	SÍ	-5,7565	-5,7437	-5,7232	No
	ARIMA (0,1,1)	TARCH (1,1)	-2,585	-2,5744	-2,5573	SÍ	-5,7551	-5,7424	-5,7218	No
	ARIMA (1,1,1)	TARCH (1,1)	-5,6343	-5,6215	-5,601	No	-5,7902	-5,7753	-5,7513	No
ARIMA (1,1,0)	ARCH (1)	-3,1661	-3,1576	-3,1439	No	-3,2171	-3,2064	-3,1893	No	
ARIMA (0,1,1)	ARCH (1)	-3,1662	-3,1577	-3,144	No	-3,2172	-3,2066	-3,1894	No	
ARIMA (1,1,1)	ARCH (1)	-3,1617	-3,151	-3,1339	SÍ	-3,2192	-3,2064	-3,1859	SÍ	
ARIMA (1,1,0)	GARCH (1,1)	-3,2298	-3,2191	-3,202	No	-3,2719	-3,2591	-3,2386	No	
ARIMA (0,1,1)	GARCH (1,1)	-3,2298	-3,2191	-3,202	No	-3,2719	-3,2592	-3,2386	No	

Variable	Modelo de medias	Modelo volatilidad	<u>Asumiendo Normalidad en los residuales</u>			Significativo en media 5%	<u>Asumiendo T-Student en los residuales</u>			Significativo en varianza 5%
			Akaike*	Hannan Quinn*	Bayes*		Akaike	Hannan Quinn	Bayes	
WTI	ARIMA (1,1,1)	GARCH (1,1)	-3,2291	-3,2163	-3,1957	SÍ	-3,2714	-3,2565	-3,2325	SÍ
	ARIMA (1,1,0)	TGARCH (1,1,1)	-3,2304	-3,2176	-3,197	No	-3,2724	-3,2575	-3,2335	No
	ARIMA (0,1,1)	TGARCH (1,1,1)	-3,2304	-3,2176	-3,197	No	-3,2724	-3,2575	-3,2335	No
	ARIMA (1,1,1)	TGARCH (1,1,1)	-3,2287	-3,2138	-3,1898	SÍ	-3,2715	-3,2545	-3,227	SÍ
	ARIMA (1,1,0)	EGARCH (1,1,1)	-3,2413	-3,2285	-3,2079	No	-3,2789	-3,264	-3,24	No
	ARIMA (0,1,1)	EGARCH (1,1,1)	-3,2413	-3,2285	-3,2079	No	-3,2789	-3,264	-3,24	No
	ARIMA (1,1,1)	EGARCH (1,1,1)	-3,2398	-3,2249	-3,2009	SÍ	-3,2781	-3,2611	-3,2336	No
	ARIMA (1,1,0)	PARCH (1,1,1)	-3,2335	-3,2186	-3,1946	No	-3,2743	-3,2573	-3,2299	No
	ARIMA (0,1,1)	PARCH (1,1,1)	-3,2335	-3,2186	-3,1946	No	-3,275	-3,258	-3,2306	No
	ARIMA (1,1,1)	PARCH (1,1,1)	-3,2325	-3,2154	-3,188	SÍ	-3,2746	-3,2554	-3,2246	No
	ARIMA (1,1,0)	TARCH (1,1)	8,3491	8,3597	8,3769	SÍ	-3,205	-3,1923	-3,1717	No
	ARIMA (0,1,1)	TARCH (1,1)	-3,205	-3,1923	-3,1717	No	-3,2051	-3,1923	-3,1717	No
ARIMA (1,1,1)	TARCH (1,1)	-3,1319	-3,1191	-3,0986	No	-3,2025	-3,1876	-3,1636	No	

*Akaike: Criterio de información.

*Hannan Quinn: Criterio de información.

*Bayes: Criterio de información.

Por criterios de selección y significancia de sus parámetros, se seleccionan los modelos ARIMA (1, 1,1) GARCH (1,1), tanto para la tasa representativa de mercado TRM como para el precio internacional del petróleo referencia WTI.

4.1.3 Resultados modelos de correlación dinámica condicionada (DCC)

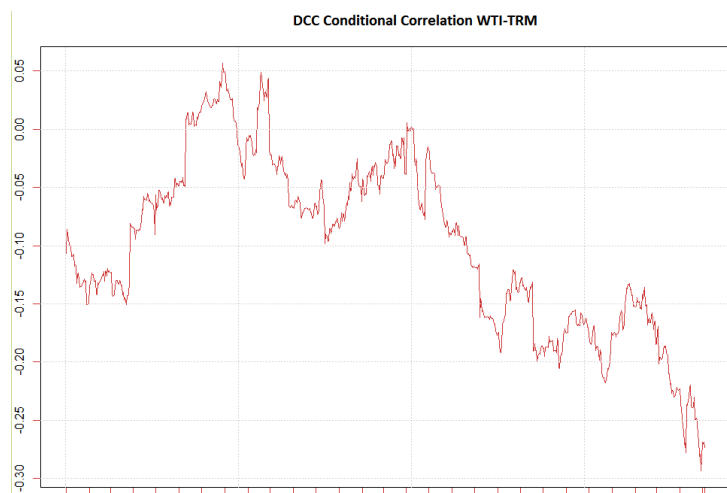
La correlación semanal de los cambios en la tasa representativa de referencia y el precio internacional del petróleo muestran una estructura más clara (tabla 6 y figura 9).

En vista de que el modelo DCC es significativo para retornos semanales, se toma el modelo ARIMA (1,1,1) GARCH (1,1), asumiendo distribución de los residuales normales para la construcción del modelo DCC.

Tabla 6. Modelos DCC para retornos semanales de las tasas representativas de mercado e índice internacional del petróleo WTI

Modelo	Modelo de medias	Modelo volatilidad	<u>Asumiendo Normalidad en los residuales</u>					<u>Asumiendo T-Student en los residuales</u>				
			Akaike	Hannan Quinn	Bayes	Significativo univariado	Significativo multivariado 5%	Akaike	Hannan Quinn	Bayes	Significativo univariado	Significativo multivariado 5%
DCC	ARIMA (1,1,0)	GARCH (1,1)	-9,0722	-9,0445	-8,9999	No	No	-9,0623	-9,0304	-8,979	No	No
GARCH	ARIMA (0,1,1)	GARCH (1,1)	-9,0721	-9,0444	-8,9998	No	No	-9,0625	-9,0305	-8,9791	No	NO
TRM/WTI	ARIMA (1,1,1)	GARCH (1,1)	-9,0738	-9,0418	-8,9904	SÍ	SÍ	-9,0546	-9,0184	-8,9601	SÍ	No

Figura 9. Correlación dinámica condicionada por modelo DCC semanal



4.1.4 Resultados de modelación de tasas de interés variable CKLS

El modelo CKLS (Chang, Karolyi, Longstaff & Sanders, 1992) es idóneo para las tasas de interés, pues captura el efecto del nivel y la heterocedasticidad, que generalmente se encuentran presentes en estas variables (tabla 7).

Tabla 7. Modelos CKLS para la tasa bancaria de referencia IBR y la tasa interbancaria de Londres LIBOR

Parámetros	<u>Modelo CKLS IBR</u>			<u>Modelo CKLS LIBOR</u>		
	Coefficiente	Error estándar	Significativo	Coefficiente	Error estándar	Significativo
Theta1	0,0103482	0,004435337	SÍ	0,01008324	0,016244	SÍ
Theta2	-0,271676	0,118489334	SÍ	-0,01613375	0,073644845	SÍ
Theta3	0,3896806	0,090851722	SÍ	0,43605431	0,006653999	SÍ
Theta4	1,3857945	0,072815923	SÍ	0,95638029	0,015506916	SÍ

Los modelos estimados son significativos a un nivel de confianza del 95%.

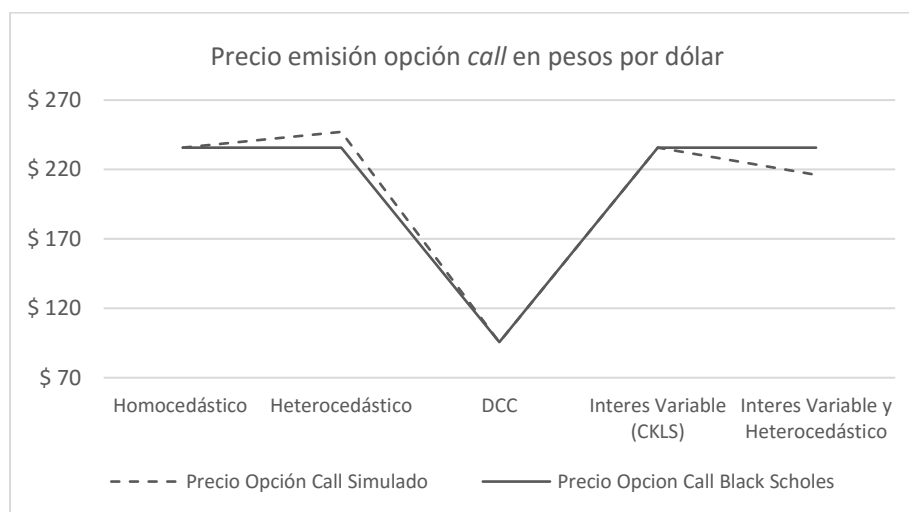
4.2 Simulación Montecarlo

En la tabla 8 se aprecian las primas de emisión de la opción *call* en los cinco escenarios de simulación y la valoración entregada por Black-Scholes. Tanto el valor de la prima de emisión como el costo de la misma están en pesos colombianos (COP), por cada dólar americano (USD) (figura 10). El análisis de la opción *put* se encuentra en el Apéndice C.

Tabla 8. Estimación de precio emisión opciones *call* bajo escenarios de simulación

Escenario	Precio opción <i>call</i> simulado	Precio opción <i>call</i> Black-Scholes
Homocedástico	235.640	235.721
Heterocedástico	247.102	235.721
DCC	95.569	95.645
Interés variable (CKLS)	235.809	235.721
Interés variable y heterocedástico	214.45	235.721

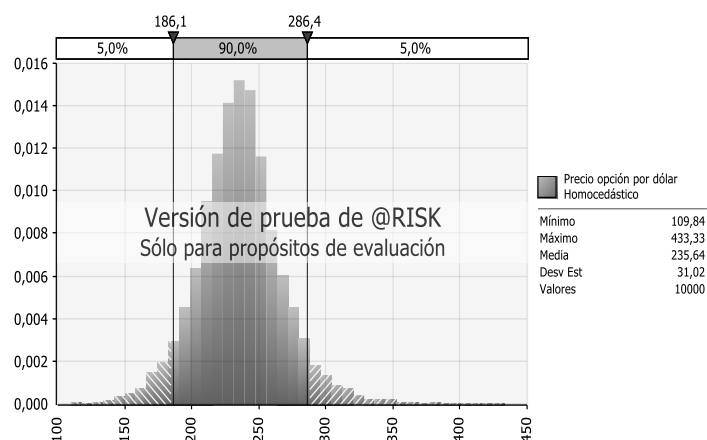
Figura 10. Estimación del valor de la prima opciones *call* simulación Montecarlo y Black-Scholes



4.2.1 Simulación con tasa de financiación constante y volatilidad constante

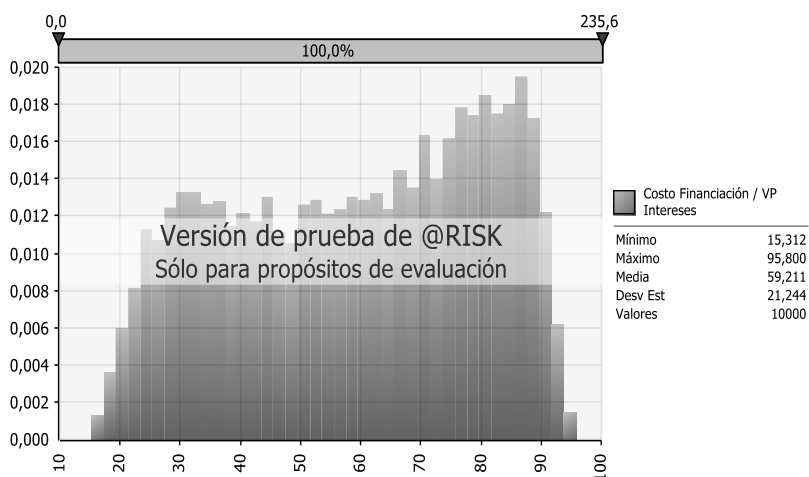
En el escenario base, en el cual los parámetros de valoración son constantes, se observa que los valores de la prima de emisión por simulación convergen a los valores de Black-Scholes, como se aprecia en la tabla 8 y en la figura 11, modelo homocedástico.

Figura 11. Precio de emisión en pesos colombianos, de opciones *call* por dólar americano volatilidad homocedástica



El costo de financiación simulado demuestra que la probabilidad de un incremento del costo hasta el precio de emisión (235,48 COP/USD) es poco probable, como se observa en la figura 12.

Figura 12. Costo de financiación en pesos colombianos por cada dólar americano, con volatilidad homocedástica opción *call*



4.2.2 Simulación con volatilidad del subyacente heterocedástica

El resultado de la simulación arroja valores de prima para la opción *call* más altos que los obtenidos por Black-Scholes. Esto demuestra que el valor de la prima es sensible a cambios en la volatilidad. En simulación, se incluye un mayor valor de la desviación estándar, que refleja la situación actual del mercado en una agrupación de volatilidad (clúster), de tal manera que el uso de esta volatilidad heterocedástica le permite al emisor acomodarse mejor a la situación del mercado y emitir un precio ajustado a ese riesgo (figura 13).

Figura 13. Precio de emisión en pesos colombianos de opciones *call* por dólar americano volatilidad heterocedástica

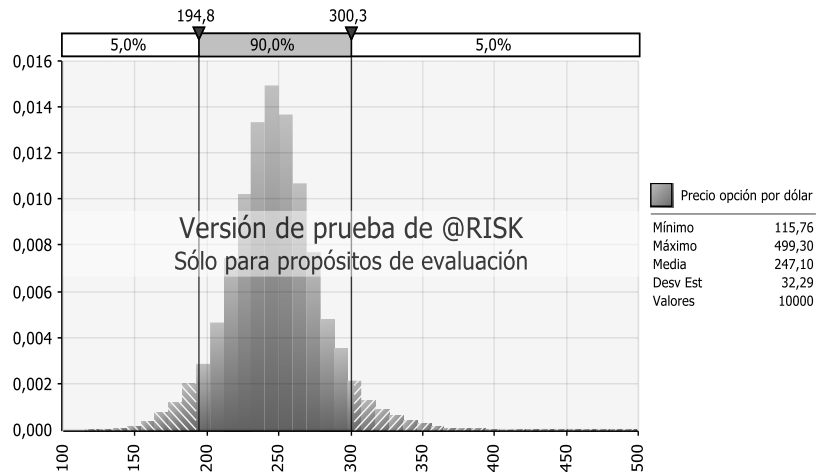
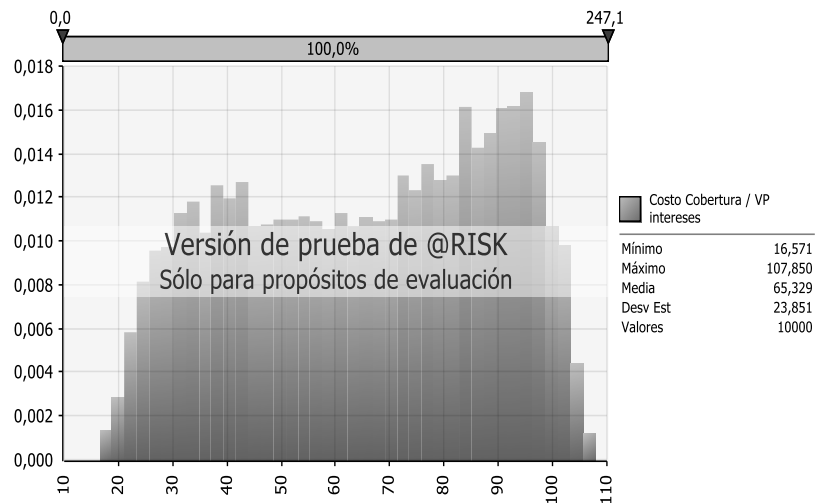


Figura 14. Costo de financiación en pesos colombianos por cada dólar americano con volatilidad heterocedástica para opción *call*



La probabilidad de un incremento del costo de financiación a un valor mayor o igual al precio justo de emisión (247,1 COP/USD) no es significativo (figura número 14), incluso usando volatilidades variables más altas en la emisión de la opción.

4.2.3 Simulación con volatilidad del subyacente heterocedástica, por modelo dinámico de correlación condicionada (DCC)

La baja estimación de la volatilidad por el modelo de correlacion dinámica condicionada (DCC) arroja como resultado un precio de emisión de opción inferior al costo de financiación del mismo (figura 15). Como se observa en la figura 16, la probabilidad de incurrir en pérdida es alta (más del 99%). Esta volatilidad no refleja la situación real del mercado.

Figura 15. Precio de emisión en pesos colombianos de opciones *call* por dólar americano, volatilidad DCC

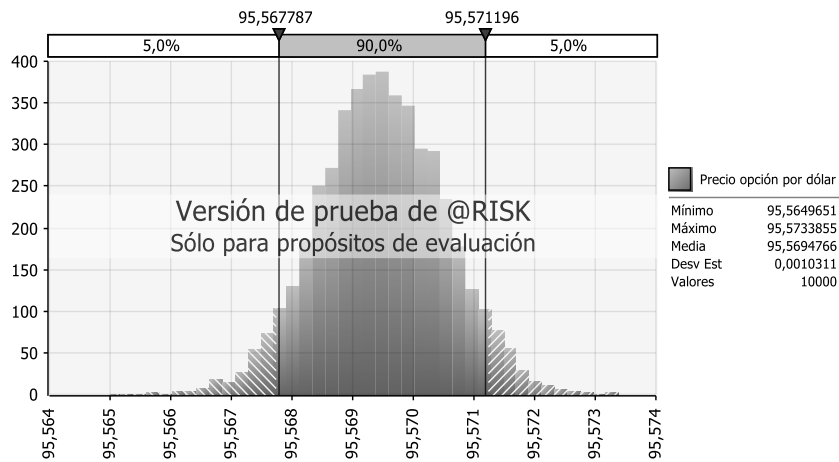
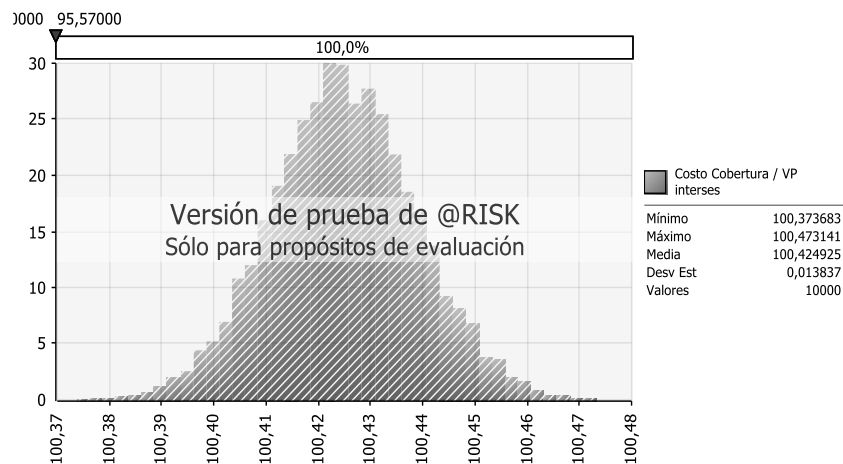


Figura 16. Costo de financiación en pesos colombianos por cada dólar americano, con modelo DCC para opción *call*



4.2.4 Simulación con tasa de financiación IBR e inversión LIBOR variable

Partiendo del modelo CKLS (Chang, Karolyi, Longstaff & Sanders, 1992), se encuentra que el impacto que tiene la tasa de financiación e inversión variable dentro de la simulación Montecarlo no es significativo, porque su valor de emisión es cercano al escenario base de Black-Sholes (figuras 17 y 18). Esto demuestra que las variaciones en las tasas de liquidez no son suficientemente grandes en magnitud, para afectar visiblemente el valor de la prima de emisión.

Figura 17. Precio de emisión en pesos colombianos, de opciones *call* por dólar americano, con una tasa de financiación variable

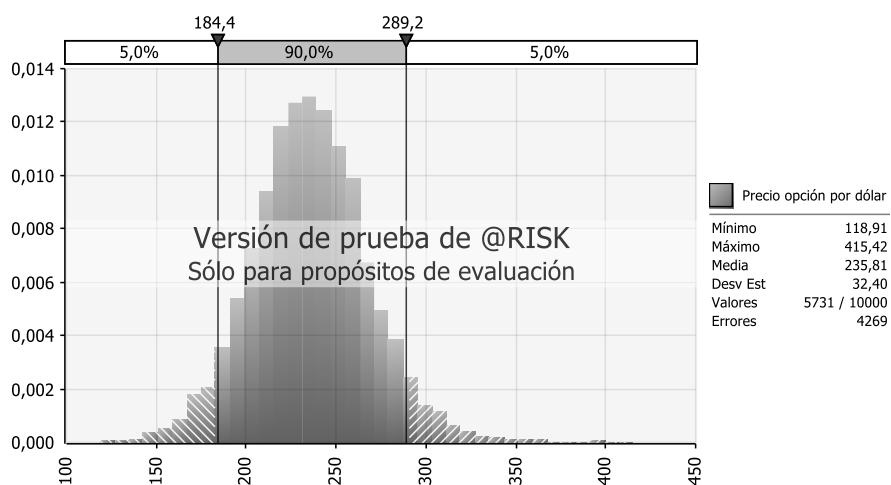
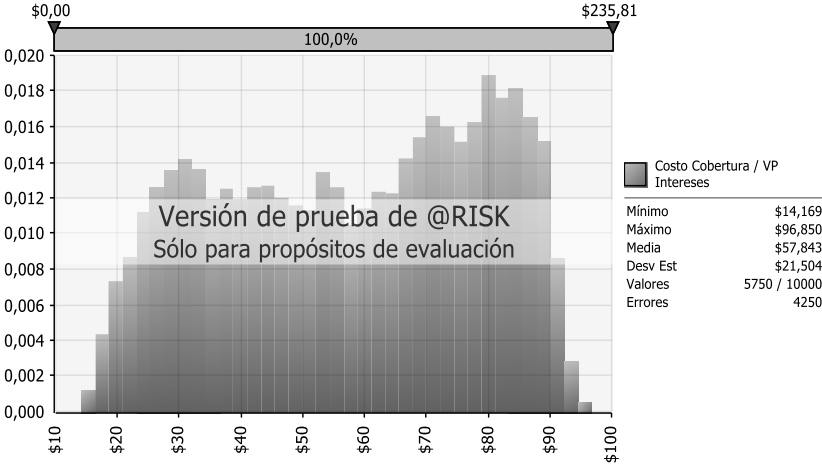


Figura 18. Costo de financiación en pesos colombianos por cada dólar americano, con una tasa de financiación variable para opción *call*



4.2.5 Simulación con tasa de financiación IBR, inversión LIBOR variable y volatilidad del subyacente heterocedástica

En el precio de emisión por simulación se percibe el beneficio de usar tanto la tasa de financiación como la inversion variable. La simulación de las tasas refleja un menor costo que la de la tasa fija asumida por el modelo de Black-Scholes (figuras 19 y 20).

Figura 19. Precio de emisión en pesos colombianos, de opciones *call* con tasa de financiación e inversión variable y volatilidad heterocedástica

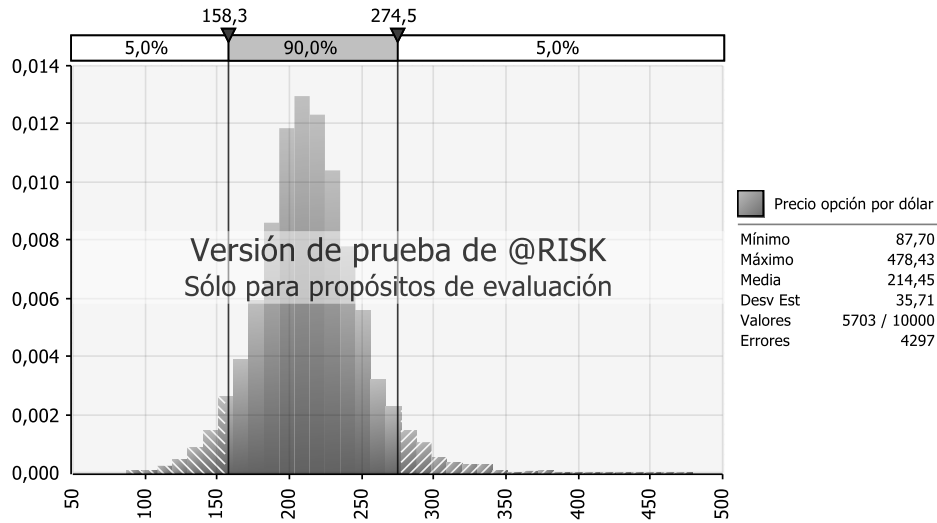
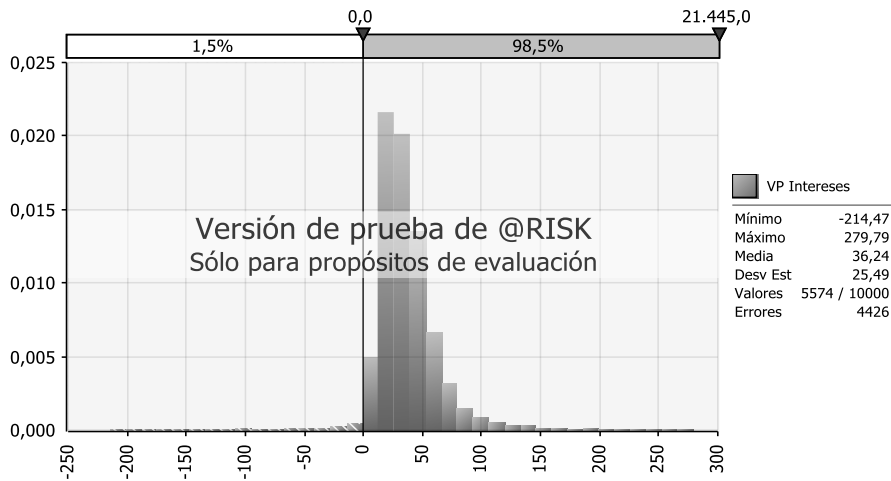


Figura 20. Costo de financiación en pesos colombianos por cada dólar americano, con tasa de financiación variable y volatilidad heterocedástica

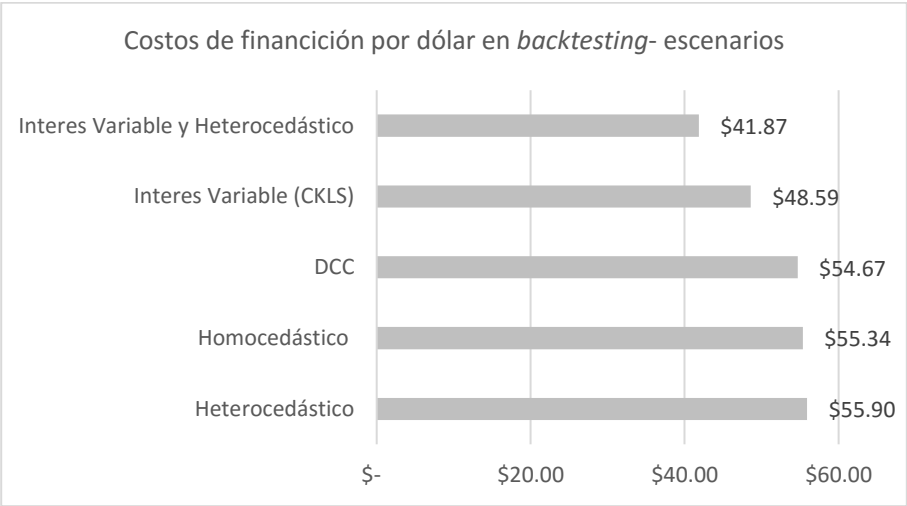


4.3 Resultados *backtesting* para opción *call*

Los costos de financiar la posición de portafolio delta neutral usando: la tasa representativa de mercado y las tasas de financiación IBR y de inversión LIBOR observadas en los seis meses con frecuencia semanal, señalan que el uso de la tasas de financiación e inversión disponibles en el mercado causaron unos intereses menores que los proyectados en la simulación. Esto beneficia el costo de la cobertura, como se observa en la figura 21, en los

escenarios de interés variable CKLS y de interés variable con volatilidad heterocedástico. En los seis meses de ajuste del portafolio delta neutral se observaron volatilidades mayores (cada semana) que la usada en la emisión. Esto causó que en el rebalanceo del portafolio se hiciera financieramente necesario más cantidad de activo subyacente. Por este motivo, el costo real de cobertura es más alto, en vista de un incremento en la percepción del riesgo y de un mayor delta. Esto se observa en la figura 21, en el escenario heterocedástico.

Figura 21. Costo de financiación en pesos colombianos por cada dólar americano, en los escenarios de simulación Montecarlo.



CONCLUSIONES

El ajuste de la dinámica delta neutral, asumiendo cambios en la volatilidad y en la tasa de financiación del subyacente, le permite al emisor ajustar los precios de emisión de las opciones, ante la coyuntura del mercado, y leer la estructura del mismo. Esto le facilita, en presencia de agrupaciones de volatilidad, ajustar el precio de emisión de la opción y prever un mayor costo de financiación por una mayor posición en el activo subyacente o cambios en la tasa de financiación. Hacer uso de modelos de varianza es útil, para facilitar el establecimiento del valor de la emisión, ante la limitante del uso de la metodología práctica de Black-Scholes (*practitioner Black-Scholes*).

Al usar la volatilidad del modelo GARCH como sustituto de la volatilidad implícita del modelo práctico de Black-Scholes se encuentra que el precio de emisión de la opción es mayor al del modelo Black-Scholes con variables constantes. Este precio refleja mejor la situación del mercado y está en línea con el mayor costo de financiación registrado en el *backtesting*.

Usar la volatilidad conjunta mediante un modelo de correlación dinámica condicionada, entre la tasa representativa de mercado TRM y el precio internacional del petróleo WTI, en la valoración de la opción no aporta valor, pues subestima el precio de la opción, al entregar valores de volatilidades considerablemente bajas.

La inclusión de los cambios en las tasa IBR y LIBOR mediante el modelos CKLS en la simulación Montecarlo arroja precios de emisión de la opción cercanos al modelo de Black-Scholes con variables constantes. Esto demuestra que las variaciones en estas tasas no son lo suficientemente grandes como para reflejarse en el valor de la prima.

En el período de cobertura del portafolio (28 de agosto de 2015 – 19 de febrero de 2016), las tasas de inversión y financiación bajaron beneficiando el costo de la misma. Las volatilidades usadas cada semana en el rebalanceo del portafolio ajustaron el delta adecuadamente, pues el modelo de varianza tiene una alta persistencia. El efecto sobre el precio de emisión de la

opción es impactado en mayor medida por la volatilidad heterocedástica, que por los cambios en las tasas de financiación y de inversión. Se encuentra útil rebalancear el portafolio con volatilidad heterocedástica, debido a que refleja un delta más apropiado, y se considera necesario usar tasas de financiación y de inversiones variables.

Referencias bibliográficas

- Andersen, T., Bollerslev, T., Diebold, F., & Labys, P. (2001). The Distribution of Realized Exchange Rate Volatility . *Journal of the American Statistical Association*, 96(453), 42-55.
- Black, F., & Scholes, M. (mayo-junio de 1973). The Pricing of Options and Corporate Liabilities. *The Journal of Political Economy*, 81(3), 637-654.
- Bollerslev, T. R. (1992). ARCH Modeling in Finance: A Review. *Journal of Econometrics*, 52, 5-59.
- Bollerslev, T. (1986). Generalized autorregressive conditional heteroskedasticity. *Journal of Econometrics*, 31, 307-327.
- Box, G. E., & Jenkins, G. M. (1976) Time Series Analysis, Forecasting and Control. San Francisco: Holden Day.
- Chang, K., Karolyi, A., Longstaff, F., & Sanders, A. (1992). An Empirical Comparison and Alternative Models of the Short-Term Interest Rate. *The journal of Finance*, 47(3), 1209-1227.
- Diebold, F., & Nerlove, M. (enero-marzo de 1989). The Dynamics of Exchange Rate Volatility: A Multivariate. *Journal of Applied Econometrics*, 4(1), 1-21,
- Eangle, R. (2002). Dynamic Conditional Correlation: A Simple Class of Multivariate Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity Models. *Journal of Business & Economic Statistics*, 20(3), 339-350.
- Greene, W. H. (2012). *Econometric Analysis*. New York: Prentice Hall.
- Hsieh, D. A. (1988). The Statistical Properties of Daily Foreign Exchange Rates: 1974-1983. *Journal of International Economics*, 24(1-2), 129-145.

Hull, J. & White, A. (25 de abril de 2016). *Optimal Delta Hedging for Options*. Obtenido de Optimal Delta Hedging for Options: <http://www-2.rotman.utoronto.ca/~hull/downloadablepublications/Optimal%20Delta%20Hedging.pdf>

Hull, J. C. (2015). *Risk Management and Financial Institutions*. New Jersey: Wiley.

Maya, C., y Gómez, K. (noviembre de 2008). What exactly is 'bad news' in foreign exchange markets? evidence from latin america markets. *Cuadernos de economía*, 45(132), 161-183.

Reale, D. (2002). Carteras Delta y Gamma Neutral. *Investigación & Desarrollo*. Bolsa de Comercio de Rosario. Recuperado de <http://mailin2.bcr.com.ar/Programa%20de%20Formacin%20%20Adjuntos%20Inscripciones/Trabajo%20Reale%20.pdf>

Taylor, S. (1986). *Modelling Financial Time Series*. London: Wiley and Sons.

Apéndice A: Proceso de estimación de los modelos

En la modelación se usan los programas Eviews y R-Studio. Estos se utilizan debido a que cuentan con diferentes fortalezas, razones que serán explicadas en los resultados (numeral 4). El proceso plasmado se ha seguido para modelar con datos diarios y semanales.

Cumplimiento de los supuestos de la metodología Box y Jenkins

- i. **El proceso es estacionario en media:** para determinar si las variables son estacionarias en media, es necesario evaluar la posible existencia de raíces unitarias que hagan el proceso explosivo en media. Para identificar esta situación, se ha usado el test de Dickey Fuller aumentado (Greene, 2012). Los resultados de la prueba que se observa en la figura A1, donde se demuestra que sí existe raíz unitaria con un nivel de significancia del 1%, 5% y 10% para la tasa representativa de mercado y el índice de precio internacional del petróleo WTI.

Esta raíz unitaria se identifica en el comportamiento analizado en la sección de serie de tiempo TRM y WTI, donde se identifican movimientos tendenciales en el análisis realizado en los numerales 3.1.1 y 3.1.2 de este documento.

Figura A1. Prueba de raíz unitaria en el programa Eviews⁵

Null Hypothesis: TRM has a unit root		
Exogenous: Constant		
Lag Length: 1 (Automatic - based on SIC, maxlag=30)		
	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-0.002384	0.9573
Test critical values:		
1% level	-3.431759	
5% level	-2.862047	
10% level	-2.567083	

En el programa R-Studio se identifica que es necesario diferenciar una vez, para obtener una serie estacionaria en media.

Figura A2. Prueba de raíz unitaria en el programa R-Studio

⁵ Nota: en inglés los decimales se separan con puntos y los millares se separan con comas.

```
> ndiffs(lnlibor, test=c("adf"))
[1] 1
```

Se procede a aplicar el operador de rezago y a establecer el nivel de integración, para eliminar la presencia de raíz unitaria. Luego de realizar este proceso, la primera vez se llega a un proceso estacionario en media, incluso a un nivel de confianza del 99%. Por este motivo, se rechaza la hipótesis nula de que las variables tienen raíz unitaria, como se aprecia en la siguiente imagen.

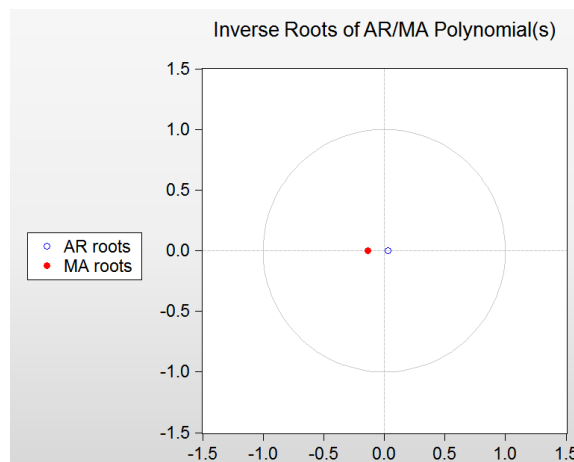
Figura A3. Prueba de raíz unitaria en el programa Eviews con raíz eliminada

Null Hypothesis: D(TRM) has a unit root
Exogenous: Constant
Lag Length: 18 (Fixed)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-12.82910	0.0000
Test critical values: 1% level	-3.431765	
5% level	-2.862051	
10% level	-2.567085	

*Mackinnon (1996) one-sided p-values.

Figura A4. Círculo unitario para las variables objeto de estudio en el programa Eviews



- ii. **La covarianza de los residuales es cero:** cumpliendo el segundo supuesto, donde los residuales del proceso no son correlacionados, se observa el estadístico de Durbin Watson (Greene, 2012), el cual para los retornos de la tasa representativa de mercado y para el precio internacional del petróleo WTI está entre uno y tres, indicando que no existe una autocorrelación lineal de primer orden.

Figura A5. Prueba de Durbin Watson, para la verificación de residuales no correlacionados de primer orden en programa Eviews

R-squared	0.027187	Mean dependent var	0.000121
Adjusted R-squared	0.026731	S.D. dependent var	0.006404
S.E. of regression	0.006318	Akaike info criterion	-7.290128
Sum squared resid	0.170446	Schwarz criterion	-7.285663
Log likelihood	15578.36	Hannan-Quinn criter.	-7.288551
F-statistic	59.66557	Durbin-Watson stat	1.998268
Prob(F-statistic)	0.000000		

En el programa de R-Studio se observa que tanto la tasa representativa de mercado TRM como el índice de precio internacional del petróleo referencia WTI no poseen correlación con los residuales de primer orden.

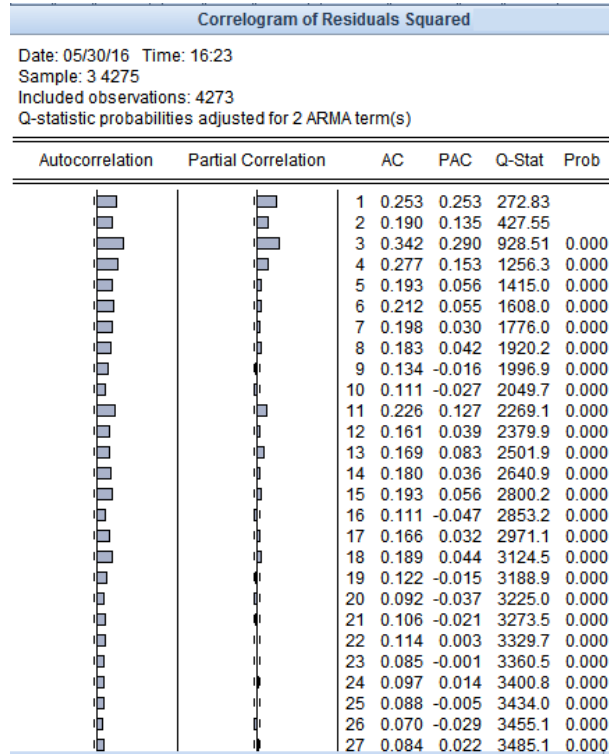
Figura A6. Prueba de Durbin Watson, para la verificación de residuales no correlacionados de primer orden en el programa R-Studio

```
> (DW<-sum((TRMARIMA111SEM$residuals-lag(TRMARIMA111SEM$residuals))^2, na.rm=T)/sum(TRMARIMA111SEM$residuals^2,na.rm=T))
[1] 2.066251
```

- iii. **La varianza de los residuales es constante en el tiempo (homocedástica):** continuando con los supuestos del modelo, se identifica una estructura en la correlación de los residuales al cuadrado, tanto en el autocorrelograma (ACF)

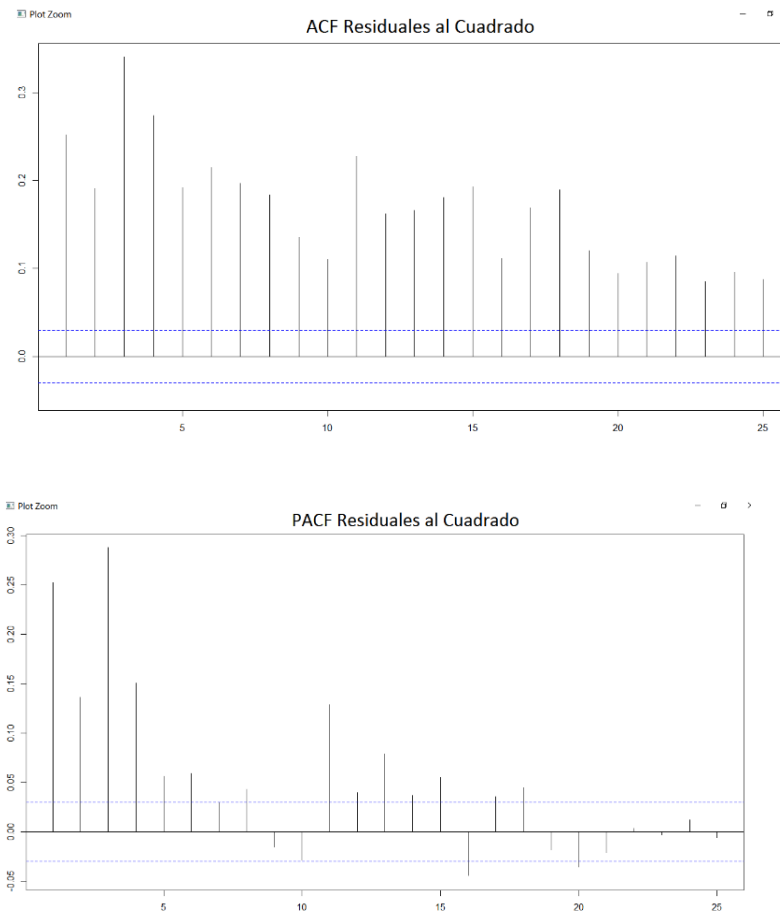
como en el autocorrelograma parcial (PACF). Esto identifica volatilidad heterocedástica.

Figura A7. Autocorrelograma (ACF) y autocorrelograma parcial (PACF), para los residuales al cuadrado en el programa Eviews



Los resultados en el programa R-Studio también certifican la presencia de efecto ARCH en el autocorrelograma (ACF) y el autocorrelogama parcial (PACF).

Figura A8. Autocorrelograma (ACF) y autocorrelograma parcial (PACF), para los residuales al cuadrado en el programa R-Studio



El test de White (Greene, 2012) confirma la presunción de heterocedasticidad, pues el modelo lineal auxiliar explica la estructura de volatilidad, con un nivel de confianza incluso del 99%.

Figura A9. Test de White en el programa Eviews

Heteroskedasticity Test: White				
F-statistic	157.2060	Prob. F(2,4102)	0.0000	
Obs*R-squared	292.2421	Prob. Chi-Square(2)	0.0000	
Scaled explained SS	1580.420	Prob. Chi-Square(2)	0.0000	

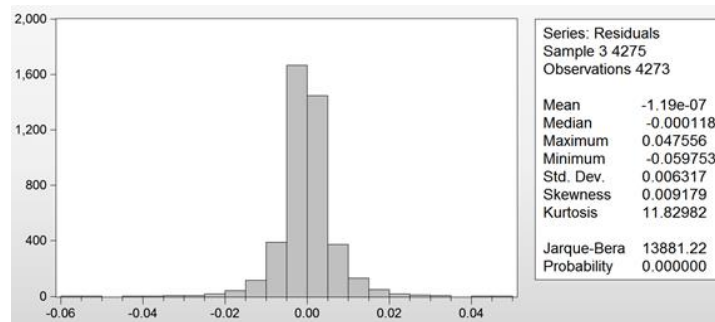
Test Equation:				
Dependent Variable: RESID^2				
Method: Least Squares				
Date: 03/02/16 Time: 21:15				
Sample: 3 4107				
Included observations: 4105				
Collinear test regressors dropped from specification				

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	161.4043	11.49863	14.03683	0.0000
GRADF_01*GRADF_02	0.317747	0.875026	0.363129	0.7165
GRADF_02^2	0.264466	0.014940	17.70196	0.0000

R-squared	0.071192	Mean dependent var	221.7869
Adjusted R-squared	0.070739	S.D. dependent var	729.8446
S.E. of regression	703.5569	Akaike info criterion	15.95091
Sum squared resid	2.03E+09	Schwarz criterion	15.95552

- iv. **Normalidad en los residuales:** los residuales de los modelos de reversión a la media no se distribuyen normalmente según el test de Jarke Bera (Greene, 2012).

Figura A10. Test de Jarke Bera en el programa Eviews



Según la curtosis y la probabilidad asociada al estadístico, se dice que los residuales de los modelos reversión a la media de la tasa representativa del mercado TRM y el precio internacional del petróleo WTI no se distribuyen normalmente. En el programa de R-Studio se evidencia la misma situación, como se ve en la figura A11.

Figura A11. Test de Jarke Bera en el programa R-Studio

Jarque Bera Test
 data: TRMARIMA111\$residuals
 X-squared = 13868, df = 2, p-value < 2.2e-16

4.4 Estimación de los modelos

Para estimar el orden del modelo autorregresivo, se observa el autocorrelograma (ACF) y el autocorrelograma parcial (PACF), buscando decaimiento sinusoidal y cortes en el autocorrelograma (ACF), como en el autocorrelograma parcial (PACF), para establecer el orden del modelo.

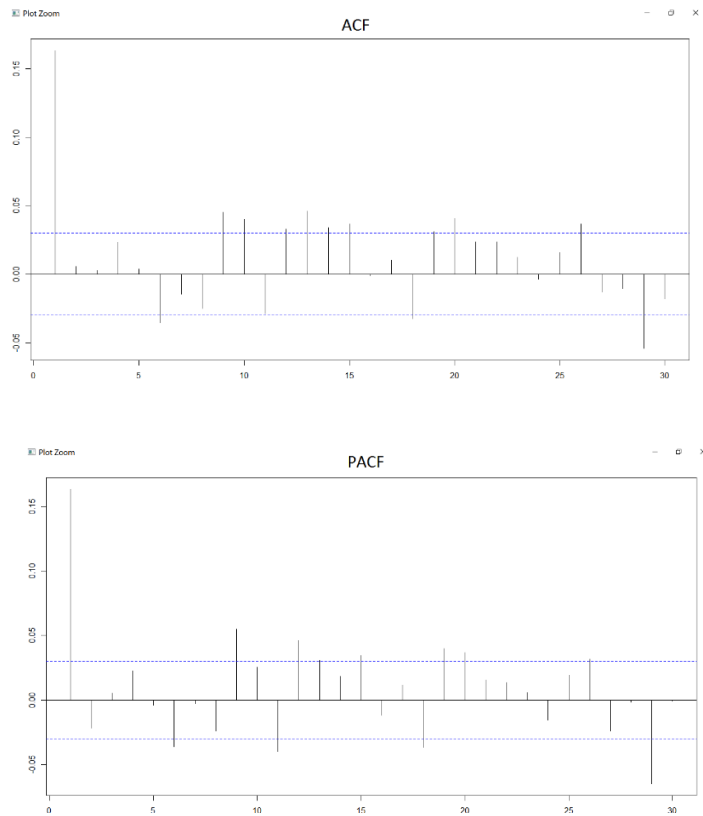
Figura A12. Autocorrelograma (ACF) y autocorrelograma parcial (PACF), en el programa Eviews

date: 02/29/16 Time: 21:11
 sample: 1 4107
 included observations: 4106

	Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
1	0.169	0.169	117.21	0.000		
2	-0.004	-0.033	117.27	0.000		
3	-0.003	0.003	117.31	0.000		
4	0.034	0.035	122.07	0.000		
5	0.002	-0.010	122.08	0.000		
6	-0.031	-0.029	126.08	0.000		
7	-0.018	-0.007	127.36	0.000		
8	-0.004	-0.002	127.43	0.000		
9	0.058	0.060	141.30	0.000		
10	0.002	-0.017	141.32	0.000		
11	-0.029	-0.025	144.88	0.000		
12	0.079	0.092	170.80	0.000		
13	0.013	-0.023	171.54	0.000		
14	0.029	0.034	174.98	0.000		
15	0.014	0.010	175.80	0.000		
16	0.017	0.008	176.93	0.000		
17	-0.007	-0.011	177.14	0.000		
18	-0.013	-0.011	177.85	0.000		
19	0.051	0.059	188.54	0.000		
--	----	----	----	----		

En el programa de R-Studio se observan los autocorrelogramas y autocorrelogramas parciales, buscando el orden del modelo de reversión a la media.

Figura A13. Autocorrelograma (ACF) y autocorrelograma parcial (PACF) en el programa R-Studio



Tanto en el autocorrelograma como en el autocorrelograma parcial no se observan decaimientos suavizados. Por esta razón, se concluye que se trata de un proceso $ARIMA(1,1,1)$.

Figura A14. Salida de estimación de los modelos de reversión a la media en el programa Eviews

Dependent Variable: D(TRM)
 Method: Least Squares
 Date: 03/01/16 Time: 20:07
 Sample (adjusted): 3 4107
 Included observations: 4105 after adjustments
 Convergence achieved after 3 iterations

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.336754	0.279746	1.203786	0.2287
AR(1)	0.168899	0.015387	10.97699	0.0000

R-squared	0.028530	Mean dependent var	0.336524
Adjusted R-squared	0.028293	S.D. dependent var	15.11145
S.E. of regression	14.89614	Akaike info criterion	8.240569
Sum squared resid	910435.3	Schwarz criterion	8.243648
Log likelihood	-16911.77	Hannan-Quinn criter.	8.241659
F-statistic	120.4943	Durbin-Watson stat	1.988763
Prob(F-statistic)	0.000000		

Inverted AR Roots	.17
-------------------	-----

Se realiza la estimación de los modelos de medias validando la significancia de cada uno de los parámetros, estimados en un 5% para los modelos de reversión a la media. Las estimaciones en el programa R-Studio convergen con los realizados en el programa Eviews.

Figura A15. Salida de estimación de los modelos de reversión a la media, en el programa R-Studio

```
call:
arima(x = lntrm, order = c(1, 1, 0), include.mean = T, method = "ML")

Coefficients:
      ar1
      0.1637
s.e.    0.0151

sigma^2 estimated as 3.992e-05: log likelihood = 15580.44, aic = -31156.87
```

En los resultados de este documento (numeral 4.1.1) se evidencia efecto ARCH (volatilidad heterocedástica) para todos los modelos. Por esta razón, se les incluye un componente ARCH a los modelos de reversión a la media.

Figura A16. Salida de estimación de los modelos de reversión a la media y varianza, en el programa Eviews

Dependent Variable: D(LOGATRM)
Method: ML - ARCH (Marquardt) - Normal distribution
Date: 05/30/16 Time: 16:47
Sample (adjusted): 3 4275
Included observations: 4273 after adjustments
Convergence achieved after 13 iterations
Presample variance: backcast (parameter = 0.7)
GARCH = C(3) + C(4)*RESID(-1)^2 + C(5)*GARCH(-1)

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	-3.69E-05	5.65E-05	-0.653358	0.5135
AR(1)	0.195595	0.015960	12.25554	0.0000
Variance Equation				
C	2.45E-07	2.87E-08	8.539380	0.0000
RESID(-1)^2	0.161092	0.009175	17.55749	0.0000
GARCH(-1)	0.848568	0.007666	110.6876	0.0000
R-squared	0.025257	Mean dependent var		0.000121
Adjusted R-squared	0.025029	S.D. dependent var		0.006404
S.E. of regression	0.006324	Akaike info criterion		-7.873330
Sum squared resid	0.170784	Schwarz criterion		-7.865887
Log likelihood	16826.37	Hannan-Quinn criter.		-7.870700
Durbin-Watson stat	2.052707			
Inverted AR Roots	.20			

Se realizan las estimaciones de los modelos en R-Studio, y se observa que los valores de los parámetros y los criterios de selección de información convergen con los ya estimados en el programa de Eviews.

Figura A17. Salida de estimación de los modelos de reversión a la media y varianza, en el programa R-Studio

```

*-----*
*          GARCH Model Fit          *
*-----*

Conditional Variance Dynamics
-----
GARCH Model      : fGARCH(1,1)
fGARCH Sub-Model : GARCH
Mean Model       : ARFIMA(1,0,0)
Distribution      : norm

Optimal Parameters
-----
      Estimate Std. Error  t value Pr(>|t|)
mu      -0.000034  0.000066  -0.51477  0.60671
ar1      0.195361  0.016447  11.87840  0.00000
omega    0.000000  0.000000  0.68065  0.49609
alpha1    0.148366  0.015548  9.54262  0.00000
beta1     0.850623  0.013579  62.64213  0.00000

Robust Standard Errors:
      Estimate Std. Error  t value Pr(>|t|)
mu      -0.000034  0.000079  -0.429027  0.667904
ar1      0.195361  0.017815  10.965947  0.000000
omega    0.000000  0.000010  0.029166  0.976732
alpha1    0.148366  0.266072  0.557616  0.577106
beta1     0.850623  0.249519  3.409055  0.000652

LogLikelihood : 16826.16

Information Criteria
-----
Akaike          -7.8714
Bayes           -7.8639
Shibata         -7.8714
Hannan-Quinn   -7.8688

```

4.4.1 Metodología para la estimación del modelo de correlación dinámica condicionada (DCC)

La estimación de este modelo consta de dos pasos: inicialmente, se estiman los modelos univariados explicados en el numeral 4.4 con sus validaciones, y posteriormente se estima el modelo conjunto de correlación dinámica condicionada.

El programa R-Studio es considerado apto para esta modelación, para esto se toma un nivel de significancia del 10%.

Figura A18. Salida de estimación de los modelos dinámicos de correlación condicionada DCC en el programa R-Studio

```

*----- DCC GARCH Fit -----*
*-----*

Distribution      : mvnorm
Model            : DCC(1,1)
No. Parameters   : 15
[VAR GARCH DCC UncQ] : [0+12+2+1]
No. Series       : 2
No. Obs.         : 855
Log-Likelihood   : 3894.036
Av.Log-Likelihood : 4.55

Optimal Parameters
-----
      Estimate  Std. Error  t value Pr(>|t|)
[ltwi].mu      0.000816   0.000930   0.87754 0.380191
[ltwi].ar1     0.932331   0.032763  28.45718 0.000000
[ltwi].ma1    -0.948358   0.025715 -36.87925 0.000000
[ltwi].omega   0.000100   0.000055   1.80797 0.070611
[ltwi].alpha1  0.103925   0.026405   3.93577 0.000083
[ltwi].beta1   0.859354   0.033444  25.69514 0.000000
[ltrm].mu     -0.000125   0.000533  -0.23385 0.815103
[ltrm].ar1    0.683209   0.160982   4.24400 0.000022
[ltrm].ma1   -0.626175   0.154920  -4.04193 0.000053
[ltrm].omega   0.000005   0.000009   0.52986 0.596209
[ltrm].alpha1  0.202676   0.056465   3.58941 0.000331
[ltrm].beta1   0.796324   0.055281  14.40502 0.000000
[Joint]dcca1  0.007947   0.004078   1.94871 0.051330
[Joint]dccb1  0.988807   0.005242  188.62700 0.000000

Information Criteria
-----

Akaike          -9.0738
Bayes           -8.9904
Shibata         -9.0744
Hannan-Quinn   -9.0418

```

4.4.2 Metodología de la estimación de modelo de tasa de interés CKLS

Se toma el modelo CKLS (Chang, 1992), porque es un modelo que captura el efecto de la heterocedasticidad y el efecto del nivel en la tasa de interés.

Figura A19. Salida de estimación del modelo CKLS para la IBR, en el programa R-Studio

```

Call:
fitsde(data = colibrp, drift = fx1, diffusion = gx1, pmle = "euler",
      start = list(theta1 = 1, theta2 = 1, theta3 = 1, theta4 = 1),
      optim.method = "L-BFGS-B")

Coefficients:
      theta1      theta2      theta3      theta4
0.01034815 -0.27167558  0.38968058  1.38579449

```

Apéndice B: Resultados de modelos ARIMA GARCH con datos diarios

4.5 Modelos de media

Para los modelos diarios se encuentra que existe efecto ARCH, y es necesario estimar un modelo de volatilidades. En vista de que los residuales del modelo no se distribuyen normalmente, se asume en la estimación del modelo de medias distribuciones normales y T-Student para los residuales.

Tabla B1. Modelos de reversión a la media con cierres diarios

Variable	Modelo de medias	Coeficientes		Error estándar		Significancia de coeficientes 5%		DW*	JB normalidad*	Efecto ARCH*	Significativo
		AR	MA	AR	MA	AR	MA				
TRM	ARIMA(1,1,0)	0,1637		0,0151		0,0300		1,9918	NO	SÍ	SÍ
	ARIMA(0,1,1)		0,1661		0,0150		0,0287	1,9965	NO	SÍ	SÍ
	ARIMA(1,1,1)	0,0393	0,1283	0,0891	0,0884	0,4686	0,4688	1,9990	NO	SÍ	NO
WTI	ARIMA(1,1,0)	-0,0343		0,0156		0,1387		2,0015	NO	SÍ	NO
	ARIMA(0,1,1)		-0,0364		0,016		0,1111	1,997	NO	SÍ	NO
	ARIMA(1,1,1)	0,6901	-0,7217	0,1366	0,1309	0,0188	0,0157	2,007	NO	SÍ	SÍ

*DW: Durbin Watson

*JB Normalidad: Normalidad por el estadístico Jarke Bera.

*Efecto ARCH: Se identifica con el autocorrelograma (ACF) y el autocorrelograma parcial (PACF) de los residuales del modelo, al cuadrado.

4.5.1 Modelo de media y varianza

Para la modelación diaria, también se tienen en los criterios de información de Akaike, Hannan Quinn y Bayes.

Tabla B2. Modelo de reversión a la media y a la varianza, con retornos diarios

Variable	Modelo de medias	Modelo de volatilidad	<u>Asumiendo normalidad en los residuales</u>				<u>Asumiendo T-Student en los residuales</u>			
			Akaike*	Hannan Quinn*	Bayes*	Significativo media 5%	Akaike	Hannan Quinn	Bayes	Significativo varianza 5%
TRM	ARIMA(1,1,0)	ARCH(1)	-7,4742	-7,4721	-7,4682	SÍ	-7,706	-7,7034	-7,6986	SÍ
	ARIMA(0,1,1)	ARCH(1)	-7,4684	-7,4663	-7,6224	SÍ	-7,7098	-7,7072	-7,7024	SÍ
	ARIMA(1,1,1)	ARCH(1)	-7,434	-7,4313	-7,4265	SÍ	-7,7095	-7,7063	-7,7005	NO
	ARIMA(1,1,0)	GARCH(1,1)	-7,8714	-7,8688	-7,8639	SÍ	-7,9248	-7,9216	-7,9158	SÍ
	ARIMA(0,1,1)	GARCH(1,1)	-7,8539	-7,8712	-7,8664	SÍ	-7,9277	-7,9246	-7,9188	SÍ
	ARIMA(1,1,1)	GARCH(1,1)	-7,8735	-7,8704	-7,8646	NO	-7,9275	-7,9239	-7,9171	NO
	ARIMA(1,1,0)	TGARCH(1,1,1)	-7,8719	-7,8688	-7,863	SÍ	-7,9294	-7,9257	-7,919	SÍ
	ARIMA(0,1,1)	TGARCH(1,1,1)	-7,8748	-7,8717	-7,8659	SÍ	-7,9326	-7,9289	-7,9222	SÍ
	ARIMA(1,1,1)	TGARCH(1,1,1)	-7,8746	-7,8709	-7,8642	NO	-7,9329	-7,9282	-7,9205	SÍ
	ARIMA(1,1,0)	EGARCH(1,1,1)	-7,8724	-7,8692	-7,8635	SÍ	-7,931	-7,9273	-7,9206	SÍ
	ARIMA(0,1,1)	EGARCH(1,1,1)	-7,8753	-7,8721	-7,8663	SÍ	-7,9342	-7,9305	-7,9238	SÍ
	ARIMA(1,1,1)	EGARCH(1,1,1)	-7,875	-7,8713	-7,8646	NO	-7,934	-7,9298	-7,9221	SÍ
	ARIMA(1,1,0)	APARCH(1,1,1)	-7,8626	-7,8589	-7,8522	SÍ	-7,931	-7,9268	-7,9191	SÍ
	ARIMA(0,1,1)	APARCH(1,1,1)	-7,8683	-7,8627	-7,8559	SÍ	-7,9341	-7,9298	-7,9221	SÍ
	ARIMA(1,1,1)	APARCH(1,1,1)	-7,8655	-7,8613	-7,8536	NO	-7,9338	-7,9291	-7,9204	NO
	ARIMA(1,1,0)	TARCH(1,1)	10,47	10,47	10,48	SÍ	-7,712	-7,7089	-7,7031	NO
ARIMA(0,1,1)	TARCH(1,1)	-3,5359	-3,5332	-5,5284	NO	-7,7173	-7,7142	-7,7084	NO	
ARIMA(1,1,1)	TARCH(1,1)	4,8429	4,8461	4,8518	SÍ	-7,6917	-7,6881	-7,6813	NO	

Variable	Modelo de medias	Modelo de volatilidad	<u>Asumiendo normalidad en los residuales</u>				<u>Asumiendo T-Student en los residuales</u>			
			Akaike*	Hannan Quinn*	Bayes*	Significativo media 5%	Akaike	Hannan Quinn	Bayes	Significativo varianza 5%
WTI	ARIMA(1,1,0)	ARCH(1)	-6,2559	-6,2538	-6,2498	SÍ	-6,3804	-6,3777	-6,3727	SÍ
	ARIMA(0,1,1)	ARCH(1)	-6,256	-6,2538	-6,2499	SÍ	-6,3804	-6,3777	-6,3727	SÍ
	ARIMA(1,1,1)	ARCH(1)	-6,2562	-6,2534	-6,2485	SÍ	-6,3774	-6,3741	-6,3682	NO
	ARIMA(1,1,0)	GARCH(1,1)	-6,4956	-6,4929	-6,488	NO	-6,5271	-6,5239	-6,5179	NO
	ARIMA(0,1,1)	GARCH(1,1)	-6,4956	-6,4929	-6,488	NO	-6,5271	-6,5239	-6,5179	NO
	ARIMA(1,1,1)	GARCH(1,1)	-6,4955	-6,4922	-6,4862	SÍ	-6,5267	-6,5229	-6,5159	NO
	ARIMA(1,1,0)	TGARCH(1,1,1)	-6,5071	-6,5038	-6,4979	NO	-6,5343	-6,5305	-6,5235	NO
	ARIMA(0,1,1)	TGARCH(1,1,1)	-6,5071	-6,5038	-6,4979	NO	-6,5343	-6,5305	-6,5235	NO
	ARIMA(1,1,1)	TGARCH(1,1,1)	-6,5068	-6,503	-6,4961	SÍ	-6,5339	-6,5295	-6,5216	SÍ
	ARIMA(1,1,0)	EGARCH(1,1,1)	-6,5089	-6,5057	-6,4997	NO	-6,5356	-6,5317	-6,5248	NO
	ARIMA(0,1,1)	EGARCH(1,1,1)	-6,509	-6,5057	-6,4997	NO	-6,5356	-6,5318	-6,5248	NO
	ARIMA(1,1,1)	EGARCH(1,1,1)	-6,5087	-6,5049	-6,498	SÍ	-6,5351	-6,5308	-6,5228	NO
	ARIMA(1,1,0)	PARCH(1,1,1)	-6,4947	-6,4909	-6,4839	NO	-6,5338	-6,5295	-6,5215	NO
	ARIMA(0,1,1)	PARCH(1,1,1)	-6,5066	-6,5028	-6,4958	NO	-6,5338	-6,5295	-6,5215	NO
	ARIMA(1,1,1)	PARCH(1,1,1)	-6,5063	-6,502	-6,494	SÍ	-6,5334	-6,5285	-6,5195	NO
	ARIMA(1,1,0)	TARCH(1,1)	14,679	14,681	14,686	SÍ	-6,4098	-6,4065	-6,4006	NO
	ARIMA(0,1,1)	TARCH(1,1)	-6,3251	-6,3224	-6,3174	NO	-6,4098	-6,4065	-6,4006	NO
ARIMA(1,1,1)	TARCH(1,1)	14,927	14,93	14,936	SÍ	-6,409	-6,4052	-6,3983	SÍ	

*Akaike: criterio de información.

*Hannan Quinn: criterio de información.

*Bayes: criterio de información.

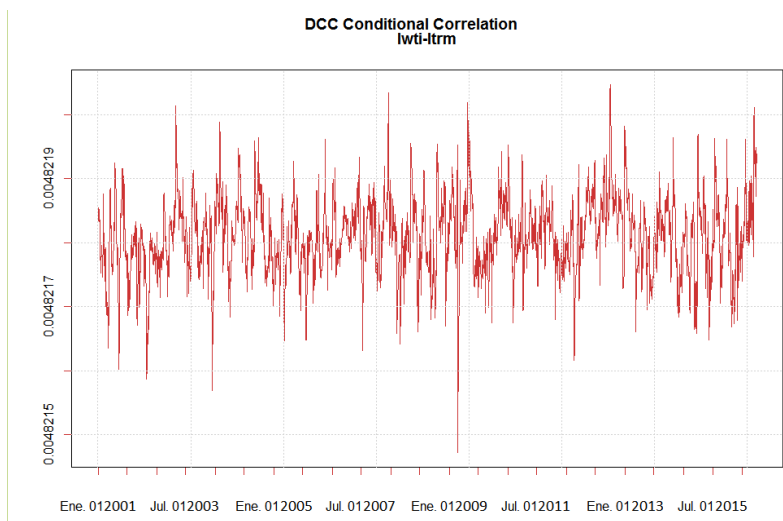
4.5.2 Resultados de los modelos de correlación dinámica condicionada (DCC)

En las estimaciones para el modelo de correlación dinámica condicionada se encuentra que, para los retornos de los cierres diarios de las variables, ninguno es significativo. Esto porque la correlación diaria es débil, como se evidencia en el análisis de serie de tiempo.

Tabla B3. Modelos DCC para retornos diarios de las tasas representativas de mercado e índice internacional del petróleo WTI

Modelo	Modelo de medias	Modelo volatilidad	<u>Asumiendo normalidad en los residuales</u>					<u>Asumiendo <i>T Student</i> en los residuales</u>				
			Akaike	Hannan Quinn	Bayes	Significativo univariado	Significativo multivariado 5%	Akaike	Hannan Quinn	Bayes	Significativo univariado	Significativo multivariado 5%
DCC TRM/WTI	ARIMA(1,1,0)	GARCH(1,1)	-12,659	-12,652	-12,639	No	No	-12,661	-12,653	-12,638	No	No
	ARIMA(0,1,1)	GARCH(1,1)	-12,662	-12,655	-12,642	No	No	-12,661	-12,653	-12,638	No	No
	ARIMA(1,1,1)	GARCH(1,1)	-12,661	-12,653	-12,638	No	No	-12,661	-12,653	-12,638	No	No

Figura B1, Correlación dinámica condicionada por el modelo DCC diario



Como se observa en la figura número B1 la correlación dinámica condicionada es baja y se encuentra aproximadamente entre 0,0048215 y 0,0048219.

Apéndice C: Resultados de la simulación Montecarlo, opción *put* europea

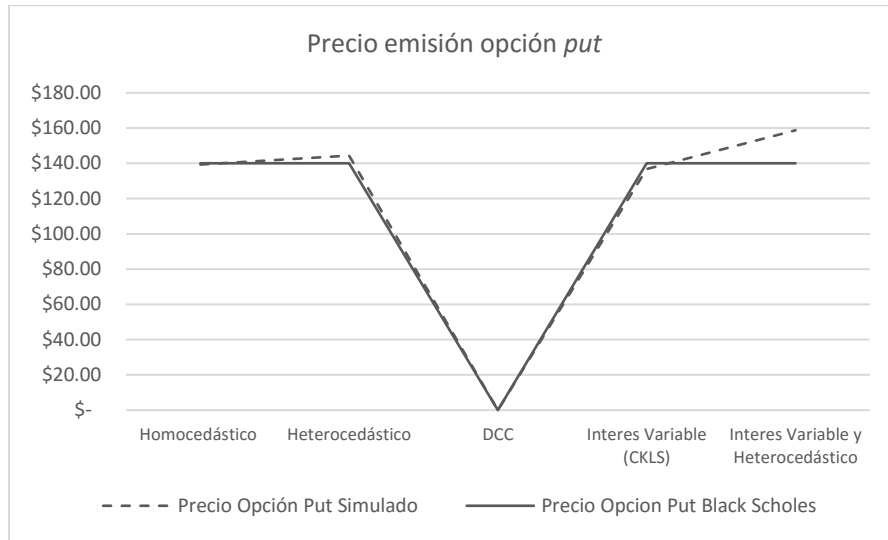
4.6 Simulación Montecarlo

Según las simulaciones realizadas con los escenarios expuestos para la opción *put*, dan como resultado los precios de emisión (tabla C1).

Tabla C1, Estimación de precio emisión opciones *put* bajo escenarios de simulación

Escenario	Precio opción <i>put</i> simulado	Precio opción <i>put</i> Black-Scholes
Homocedástico	\$139.443	\$140.075
Heterocedástico	\$144.437	\$140.075
DCC	\$0,000640	\$0
Interés variable (CKLS)	\$136.710	\$140.075
Interés variable y heterocedástico	\$159.096	\$140.075

Figura C1, Estimación del valor de la prima opciones *put*, en simulaciones Montecarlo y Black-Scholes



4.6.1 Simulación con tasa de financiación constante y volatilidad constante.

La simulación de este escenario base, con parámetros constantes, converge con los estimados por Black-Scholes.

Figura C2. Precio de emisión en pesos colombianos de opciones *put* por dólar americano, con volatilidad homocedástica

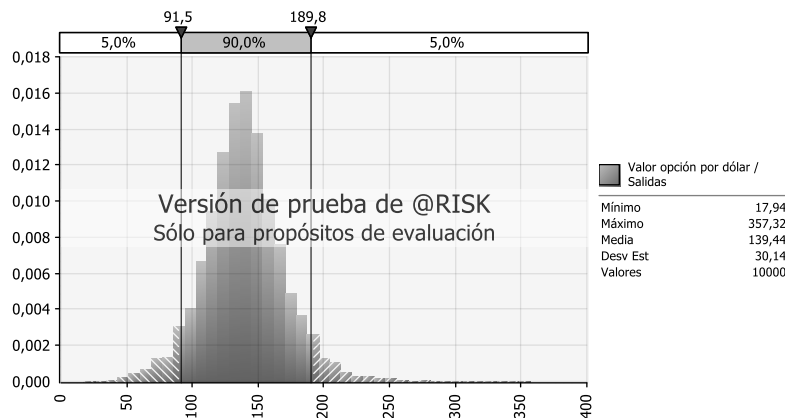
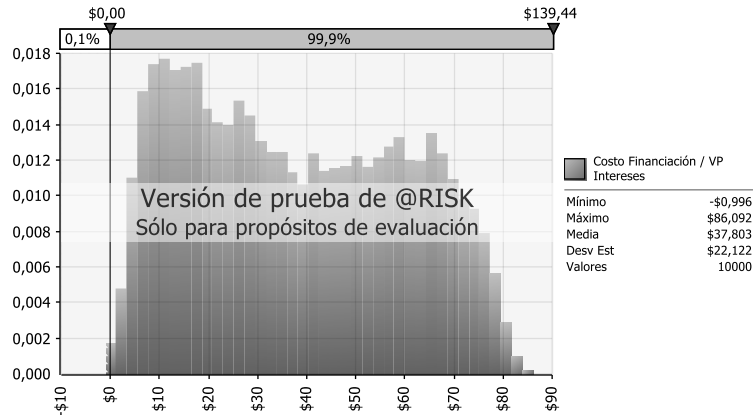


Figura C3. Costo de financiación en simulación pesos colombianos por cada dólar americano con volatilidad homocedástica opción *put*



En este escenario la probabilidad de incurrir en pérdidas debido a que el costo incrementa al precio de emisión es baja.

4.6.2 Simulación con volatilidad del subyacente heterocedástica

La inserción de volatilidad variable en la simulación Montecarlo incrementa el valor de la prima de emisión para las opciones *put*, como se observa en la tabla C1, Este precio descuenta un mayor valor de la desviación estándar, que no es tenido en cuenta por la metodología de Black-Scholes con este parámetro constante.

Figura C4. Precio de emisión en pesos colombianos, de opciones *put* por dólar americano, con volatilidad heterocedástica

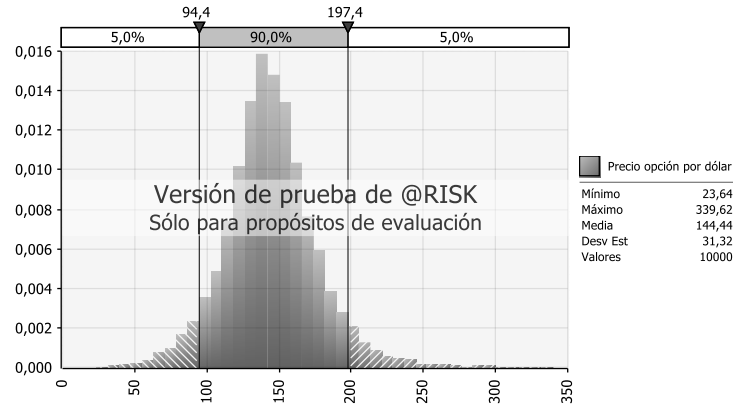
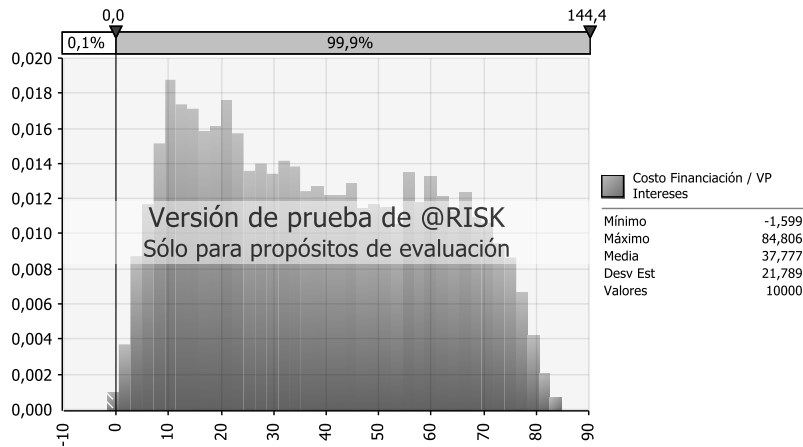


Figura C5. Costo de financiación pesos colombianos por cada dólar americano, con volatilidad heterocedástica para la opción *put*



La probabilidad de un incremento del costo de financiación a un valor mayor o igual al precio justo de emisión (144,44 COP/USD) es del 0,001%.

4.6.3 Simulación con volatilidad del subyacente heterocedástica por modelo dinámico de correlación condicionada (DCC)

El precio de la opción *put* usando la volatilidad estimada por el modelo de correlación dinámica condicionada DCC subestima el valor de la prima, al usar volatilidades bajas. La

simulación del rebalanceo del portafolio establece una alta probabilidad de que el costo de la financiación sea superior al valor de la prima de emisión al vencimiento.

Figura C6. Precio de emisión en pesos colombianos de opciones *put* por dólar americano, con volatilidad DCC

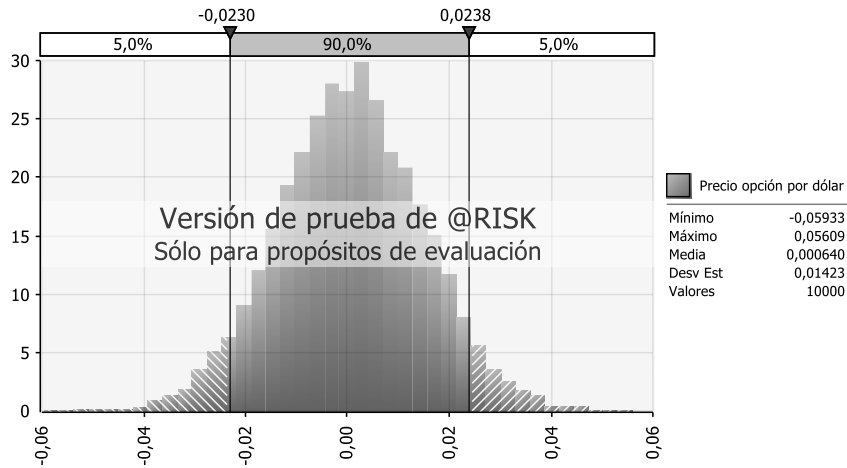
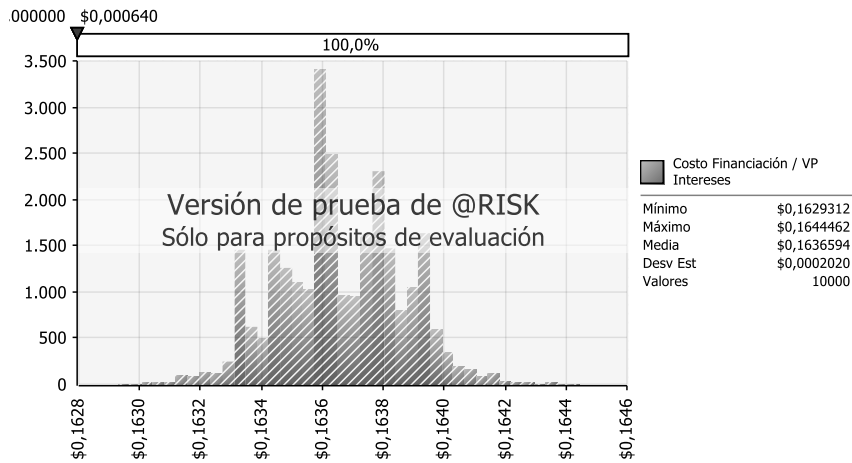


Figura C7. Costo de financiación pesos colombianos por cada dólar americano con modelo DCC para opción *put*



4.6.4 Simulación con tasa de financiación LIBOR e inversión IBR variable, para opción *put*

Al igual que para la opción *call*, la opción *put* no es sensible ante cambios en las tasas de financiación e inversión del portafolio delta natural, los valores de la prima estimados por simulación Montecarlo son semejantes a los entregados por Black Scholes.

Figura C8. Precio de emisión en pesos colombianos de opciones *put* por dólar americano, con tasa de financiación variable

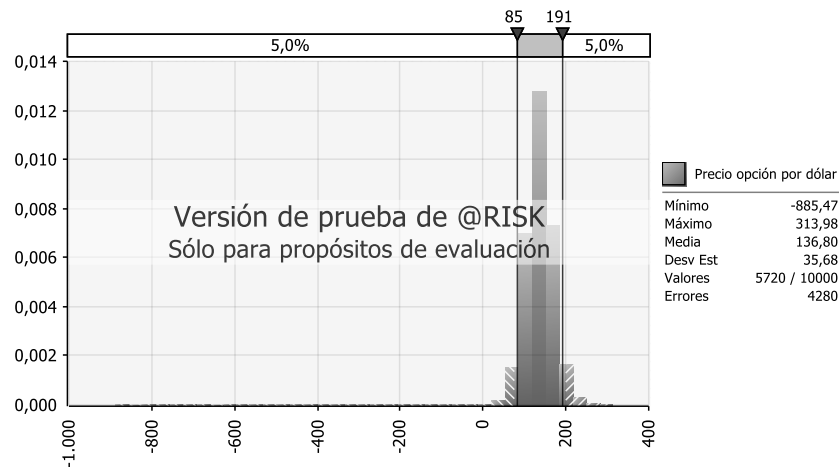
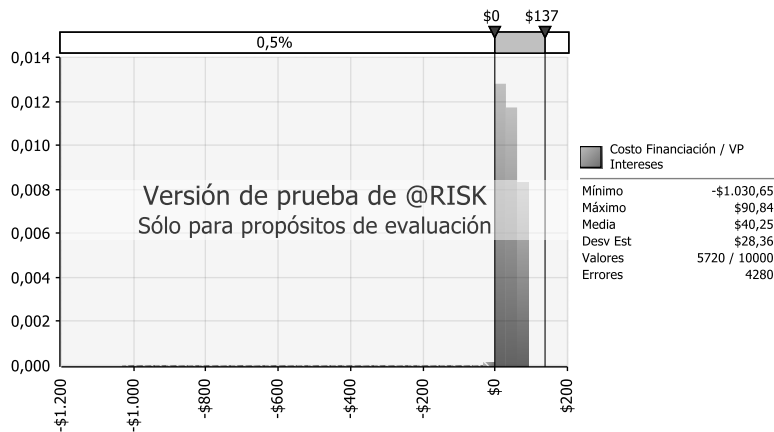


Figura C9. Costo de financiación en simulación de pesos colombianos por cada dólar americano, con tasa de financiación variable para la opción *put*



4.6.5 Simulación con tasa de inversión IBR y financiación LIBOR variable y volatilidad del subyacente heterocedástica para opción *put*

La inserción de la volatilidad variable y los cambios en la tasa de financiación LIBOR y en la inversión IBR dan como resultado mayores valores de la prima de emisión comparados con el escenario base de Black-Scholes, y esto señala una mayor percepción de riesgo en la emisión.

Figura C10. Precio de emisión en pesos colombianos de opciones *put* por dólar americano, tasa de financiación e inversión variable y volatilidad heterocedástica

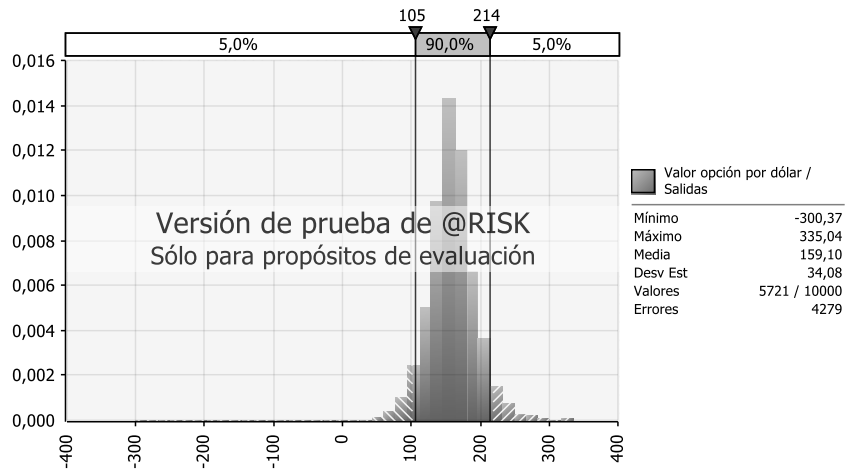
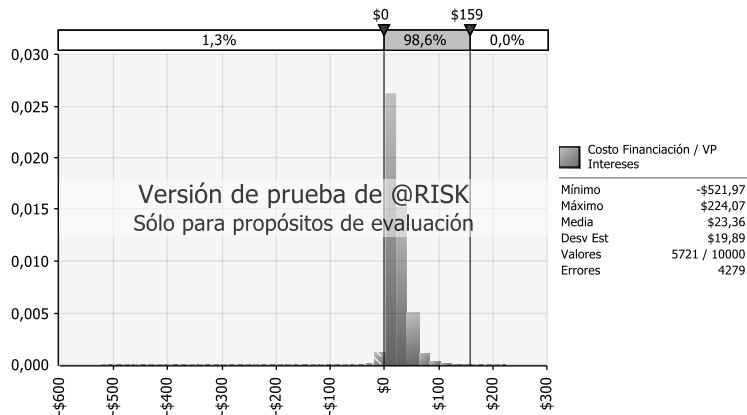


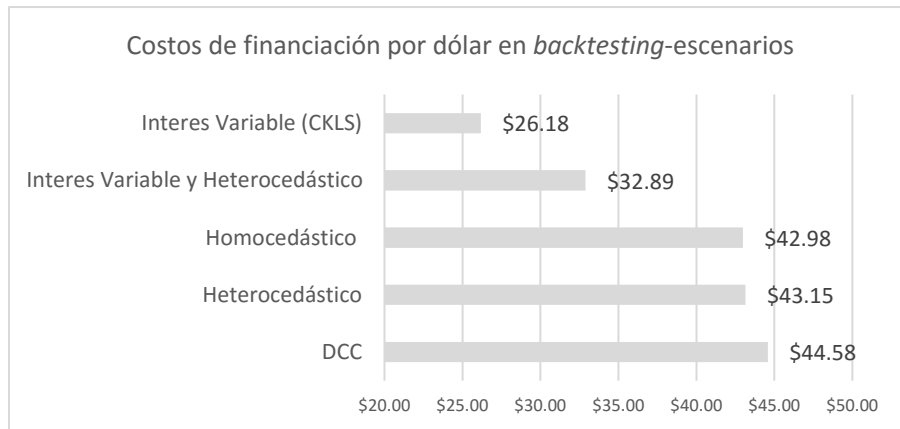
Figura C11, Costo de financiación pesos colombianos por cada dólar americano con tasa de financiación variable y volatilidad heterocedástica



4.7 Resultados del *backtesting* para opción *put*

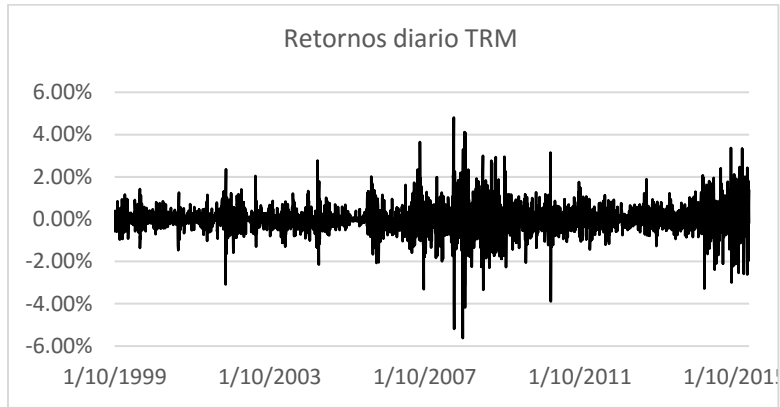
Los costos reales presentados en el *backtesting* manifiestan un mayor costo de financiación haciendo uso de volatilidad heterocedástica reflejado en un mayor delta, esto en comparación con el escenario base de parámetros constantes. El rebalanceo del portafolio con las tasas de interés observadas más bajas en el mercado cada semana tuvo un beneficio en el costo de la cobertura. El uso de volatilidad con modelo de correlación dinámica condicionada es más costoso al tener valores de delta altos.

Figura C12. Costo de financiación pesos colombianos por cada dólar americano en los escenarios de la simulación Montecarlo, para opción *put*



ANEXOS

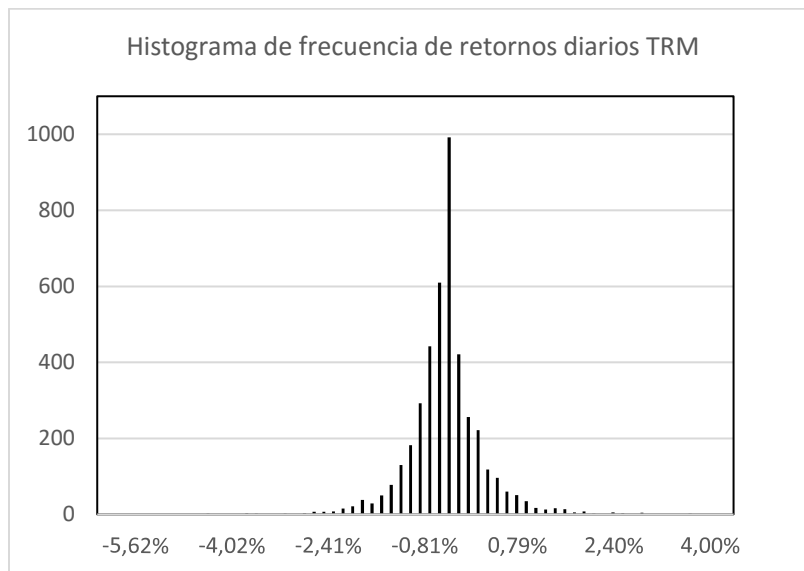
Anexo 1. Retornos diarios de la tasa representativa de mercado TRM



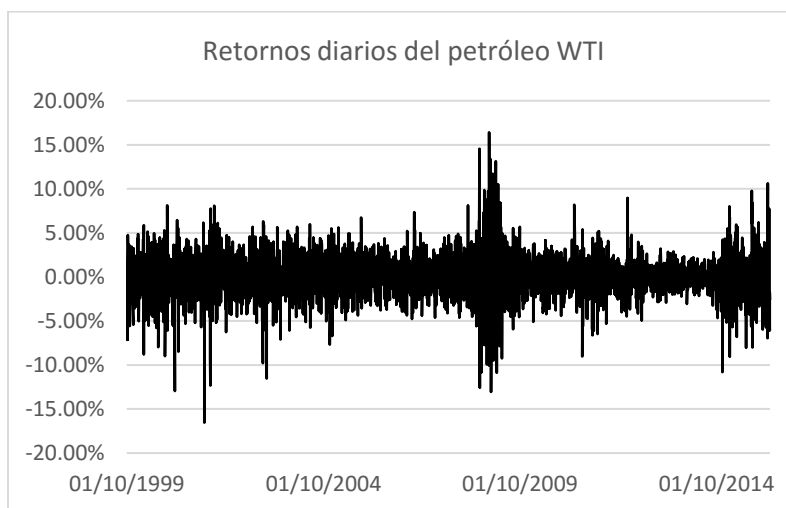
Anexo 2. Ventana móvil anual de retornos diarios de la tasa representativa de mercado TRM



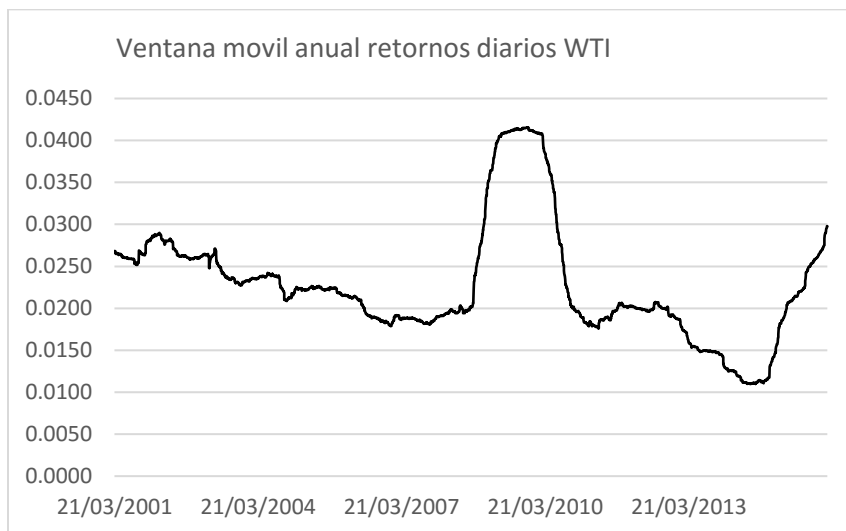
Anexo 3. Histograma de frecuencia de los retornos diarios de la tasa representativa de mercado TRM



Anexo 4. Retornos diarios del petróleo de referencia WTI



Anexo 5. Ventana móvil anual de retornos diarios del precio internacional del petróleo referencia WTI



Anexo 6. Histograma de frecuencia de retornos diarios del precio del petróleo referencia WTI

