



MODELACIÓN ESTOCÁSTICA DE LA CONSOLIDACIÓN UNIDIMENSIONAL EN SUELOS
MEDIANTE CAMPOS ALEATORIOS BASADOS EN DATOS EXPERIMENTALES: APLICACIÓN
EN DEPÓSITOS ALUVIALES DE MONTERÍA, COLOMBIA

MANUEL SANTIAGO DORIA NARVÁEZ

Proyecto de grado

Asesor

Daniel Felipe Ruiz Restrepo

UNIVERSIDAD EAFIT
ESCUELA DE CIENCIAS APLICADAS E INGENIERÍA
MAESTRÍA EN INGENIERÍA
MEDELLÍN
2025

CONTENIDO

pág.

0. INTRODUCCIÓN	13
1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	16
2. JUSTIFICACIÓN	18
3. OBJETIVOS	20
3.1. GENERAL	20
3.2. ESPECÍFICOS	20
4. MARCO TEÓRICO	21
4.1. CONSOLIDACIÓN UNIDIMENSIONAL	21
4.2. VARIABILIDAD ESPACIAL DE PROPIEDADES GEOTÉCNICAS.....	24
4.2.1. Estadística básica de la propiedad.....	24
4.2.2. Estimación del semivariograma experimental.	25
4.2.3. Agrupamiento de distancias (binning).	26
4.2.4. Ajuste del modelo teórico.	26
4.2.5. Evaluación del ajuste.	27
4.2.6. Evaluación de la necesidad de transformar los datos.....	27
4.2.7. Obtención del modelo final.....	27
4.3. REPRESENTACIÓN ESTOCÁSTICA DE PROPIEDADES GEOTÉCNICAS Y APLICACIÓN DE KRIGING.....	29
4.3.1. Representación de propiedades como campos aleatorios.	29
4.3.2. Tipos de campos aleatorios más comunes.	29
4.3.3. Construcción y simulación de campos aleatorios.	30
4.3.4. Interpolación mediante kriging.....	30
4.3.5. Consideraciones para un modelado estocástico robusto.....	31
4.3.6. Resultado final y flujo de trabajo.....	32
4.4. SIMULACIÓN DE MONTE CARLO PARA EL ANÁLISIS PROBABILÍSTICO DE LA CONSOLIDACIÓN UNIDIMENSIONAL	32
4.4.1. Ecuación base del proceso de consolidación.	32
4.4.2. Representación de parámetros aleatorios.....	33
4.4.3. Proceso de simulación de Monte Carlo.....	34
4.5. TEORÍA DE CAMPOS ALEATORIO.....	36

4.5.1.	Definición y Propiedades Fundamentales.....	36
4.5.2.	Modelos de Campos Aleatorios.	37
4.5.3.	Aplicaciones de Campos Aleatorios en Geotecnia.	38
4.6.	SIMULACIÓN DE MONTE CARLO APLICADA A LA MODELACIÓN DE SUELOS	39
4.6.1.	Introducción a la Simulación de Monte Carlo (MCS).	39
4.6.2.	Optimización y técnicas de reducción en simulaciones Monte Carlo.	40
4.7.	SIMULACIÓN DE MONTE CARLO APLICADA A LA MODELACIÓN DE SUELOS	41
4.7.1.	Aplicaciones prácticas de Monte Carlo en consolidación de suelos.....	41
5.	METODOLOGÍA.....	42
5.1.	ENFOQUE CUANTITATIVO.....	42
5.1.1.	Fase 1: Identificación del problema.	44
5.1.2.	Fase 2: Caracterización geológica y definición del área de estudio.	44
5.1.2.1.	Caracterización litológica y definición del sitio experimental.....	45
5.1.3.	Fase 3: Diseño experimental y planificación del muestreo.....	48
5.1.4.	Fase 4: Recolección de los datos.....	49
5.1.4.1.	Exploración de campo.....	49
5.1.5.	Fase 5: Análisis de los datos.	50
5.1.5.1.	Análisis estadístico y espacial.....	50
5.1.6.	Fase 6: Generación de campos aleatorios.	50
5.1.7.	Fase 7: Implementación del modelo numérico de consolidación.	51
5.1.7.1.	Resolución computacional y estimación del grado de consolidación.....	52
6.	MATERIALES Y MÉTODOS.....	53
6.1.	MODELO NUMÉRICO POR DIFERENCIAS FINITAS IMPLÍCITAS.....	53
6.2.	HERRAMIENTAS DE GEOESTADÍSTICA UTILIZADAS	57
7.	RESULTADOS.....	58
7.1.	RESULTADOS INDIVIDUALES	65
7.1.1.	Realización con drenaje doble.	66
7.1.2.	Realización con drenaje simple.....	67
7.2.	ANÁLISIS ESTADÍSTICO DEL FACTOR ADIMENSIONAL DE TIEMPO T	68
7.2.1.	Resultados de las distribuciones del Factor adimensional de tiempo T	69
7.2.2.	Representación de los resultados estadísticos.....	72
7.3.	EFEECTO DE LA LONGITUD DE CORRELACIÓN ESPACIAL (λH).....	73
7.3.1.	Efectos sobre la media de T	74
8.	CONCLUSIONES.....	76

REFERENCIAS.....	81
ANEXOS	85

LISTA DE TABLAS

	pág.
Tabla 1. Parámetros de semivarianza.	26
Tabla 2. Modelos teóricos ajustados más relevantes.....	28
Tabla 3. Variables involucradas y criterios comunes.	35
Tabla 4. Resultados de la Consolidación Vertical Drenaje Doble.....	67
Tabla 5. Resultados de la Consolidación Vertical Drenaje Simple.	68
Tabla 6. Resultados estadísticos de las realizaciones de Monte Carlo.....	73

LISTA DE FIGURAS

pág.

Figura 1. Fases de la Metodología empleada.	43
Figura 2. Mapa de litología del suelo de la zona estudio, modificado del mapa de suelos del departamento de Córdoba del IGAC.	46
Figura 3. Localización de los sondeos.	47
Figura 4. Flujograma de la Implementación del modelo numérico	56
Figura 5. Variograma experimental de K_v	58
Figura 6. Variograma experimental de m_v	59
Figura 7. Modelo interpolado de conductividad hidráulica K_v (logarítmico)	60
Figura 8. Modelo interpolado del coeficiente de compresibilidad volumétrica m_v (logarítmico).	60
Figura 9. Modelo tridimensional interpolado de la conductividad hidráulica vertical K_v	61
Figura 10. Modelo tridimensional interpolado del módulo de volumen m_v .	62
Figura 11. Realizaciones de K_v y m_v hasta 12 metros	63
Figura 12. Realizaciones de K_v y m_v hasta 50 metros	63
Figura 13. Distribución espacial de la conductividad hidráulica vertical K_v en cortes horizontales a distintas profundidades.	64
Figura 14. Distribución espacial del coeficiente de compresibilidad volumétrica m_v en cortes horizontales a distintas profundidades.	64
Figura 15. Distribución 3D de la Conductividad Hidráulica K_v a distintas Profundidades.	65
Figura 16. Distribución 3D del Coeficiente de Compresibilidad Volumétrica m_v a distintas profundidades.	65
Figura 17. Comportamiento de la consolidación vertical considerando un perfil heterogéneo y homogéneo en condiciones de drenaje doble. A la izquierda se muestra perfiles de $K_v(z)$ y $m_v(z)$, en el centro distribución de $(p_w/\Delta\sigma)$ en el tiempo y a la derecha la relación entre el grado de consolidación U y el factor adimensional de tiempo T .	66
Figura 18. Comportamiento de la consolidación vertical considerando un perfil heterogéneo y homogéneo en condiciones de drenaje simple. A la izquierda se muestra perfiles de $K_v(z)$ y $m_v(z)$, en el centro distribución de $(p_w/\Delta\sigma)$ en el tiempo y a la derecha la relación entre el grado de consolidación U y el factor adimensional de tiempo T .	67

Figura 19. Comportamiento estadístico del tiempo adimensional de consolidación T obtenido a partir de 1000 simulaciones Monte Carlo	72
Figura 20. Variación lineal de μ_T y CoV_T con λ/H	74
Figura 21. Variación logarítmica de μ_T y CoV_T con λ/H	74

LISTA DE ECUACIONES

pág.

Ecuación 1. Disipación de presión de poros en suelos finos saturados bajo una carga unitaria	21
Ecuación 2. Grado de consolidación.	22
Ecuación 3. Tiempo adimensional de consolidación.	22
Ecuación 4. Derivación alternativa partiendo del equilibrio de flujos y deformaciones.	22
Ecuación 5. Coeficiente de Consolidación.	23
Ecuación 6. Coeficiente de compresibilidad volumétrica.	23
Ecuación 7. Índice de compresibilidad.	23
Ecuación 8. Relación de asentamiento primario.	23
Ecuación 9. Media Muestral.	25
Ecuación 10. Varianza muestral.	25
Ecuación 11. Ecuación Variograma.	25
Ecuación 12. Coeficiente de determinación R^2	27
Ecuación 13. Modelo teórico ajustado.	27
Ecuación 14. Covarianza.	29
Ecuación 15. Estimación Ponderada.	31
Ecuación 16. Consolidación.	32
Ecuación 17. Coeficiente de consolidación	33
Ecuación 18. Parámetro aleatorio de desviación estándar.	33
Ecuación 19. Parámetro aleatorio (media).	33
Ecuación 20. Parámetro aleatorio Generación o simulación del campo aleatorio lognormal $Z(z)$.	33
Ecuación 21. Función de autocorrelación.	36
Ecuación 22. Tamaño muestral.	48
Ecuación 23. Modelo de variograma.	51
Ecuación 24. Consolidación unidimensional extendida de Terzaghi para medios no homogéneos.	53
Ecuación 25. Ecuación de la derivada temporal.	53
Ecuación 26. Ecuación del término de flujo.	54
Ecuación 27. Ecuación de la divergencia del flujo.	54
Ecuación 28. Ecuación discreta final.	54
Ecuación 29. Ecuación discreta organizada en forma matricial.	54
Ecuación 30. Drenaje doble	55

Ecuación 31. Drenaje simple	55
Ecuación 32. Cálculo del grado de consolidación promedio $U(t)$	55
Ecuación 33. Cálculo del tiempo de consolidación.	66

LISTA DE SÍMBOLOS O VARIABLES

- K_v = Conductividad hidráulica vertical
- M_v = Coeficiente de compresibilidad volumétrica
- C_v = Coeficiente de consolidación
- T = Tiempo de consolidación
- T_v = Tiempo adimensional de consolidación
- C_c = Índice de compresibilidad
- $U(t)$ = Grado de consolidación promedio en el tiempo
- H = Mitad del espesor de la capa de suelo que se consolida
- $\Delta\varepsilon_v$ = Cambio de deformación volumétrica
- $\Delta\sigma'$ = Incremento de tensión efectiva
- $\gamma(h)$ = Variograma experimental
- $N(h)$ = Número de pares de puntos separados por distancia h
- C_0 = Efecto pepita (nugget) del variograma
- C = Meseta (sill) del variograma
- α = Rango del variograma (distancia de correlación espacial)
- λ = Longitud de correlación espacial
- μ = Media (estadística o espacial)
- σ^2 = Varianza
- $Z(x)$ = Propiedad geotécnica en la posición espacial x
- $\rho(h)$ = Función de autocorrelación
- Γ = Matriz de semivarianzas
- γ = Vector de semivarianzas
- λ_i = Peso del i -ésimo punto en Kriging
- $\hat{Z}(x)$ = Estimación de Z en el punto x mediante Kriging
- ε = Error de predicción
- θ = Parámetro genérico en modelado estocástico
- Φ = Función base o parámetro (en campos aleatorios)
- CoV = Coeficiente de variación
- w = Peso unitario del agua (9.81 kN/m³)

$\frac{\Delta H}{H}$ = Relación de asentamiento primario

LISTA DE ANEXOS

	pág.
Anexo A. Resultados de laboratorio	73
Anexo B. Registro Fotográfico	91

Resumen

Este trabajo estudia la consolidación de suelos blandos considerando explícitamente la variabilidad espacial de sus propiedades, a partir de datos experimentales obtenidos en una zona de expansión urbana de Montería. Se caracteriza los parámetros de la conductividad hidráulica vertical y el módulo de compresibilidad mediante ensayos de laboratorio, ajustando modelos espaciales con base en análisis geoestadístico. A partir de estos modelos, se generan campos aleatorios y se aplican en un modelo numérico de consolidación unidimensional resuelto por diferencias finitas. Mediante simulaciones de Monte Carlo se evalúa la dispersión del tiempo de consolidación bajo distintas condiciones de drenaje y correlación espacial. Los resultados muestran que el uso de un modelo estocástico permite representar mejor la respuesta del suelo, revelando niveles de incertidumbre relevantes que no se evidencian bajo enfoques deterministas. El trabajo demuestra que la combinación entre datos reales, modelación espacial y simulación probabilística puede ofrecer criterios más confiables para el diseño geotécnico en contextos naturales heterogéneos.

Palabras clave: Consolidación unidimensional, Variabilidad espacial, Campos aleatorios, Simulación de Monte Carlo, Conductividad hidráulica vertical (K_v), Compresibilidad volumétrica (m_v).

0. INTRODUCCIÓN

La consolidación del suelo es un fenómeno fundamental para entender el comportamiento de los materiales geotécnicos ante cargas estáticas, principalmente en los terrenos saturados y compresibles. Su análisis indispensable debido a su naturaleza directa y específica en el ámbito del diseño de cimentaciones, obras de contención, rellenos y una gama de estructuras que interactúan con el terreno. Gracias a la propuesta de la teoría clásica de Terzaghi (1943) [1], se consolida un marco teórico sólido que da las herramientas necesarias para calcular el tiempo de drenaje del agua intersticial con el fin de obtener los asentamientos esperados. Sin embargo, dicho modelo parte de una serie de hipótesis, (homogeneidad del medio, saturación total, flujo unidimensional, condiciones lineales, etc.), que no son realistas, pero en el tiempo han dado resultados consistentes.

En el campo de trabajo, los suelos naturales son muy variables en cuanto a sus propiedades físicas e hidráulicas por su origen geológico, la diferente naturaleza del proceso de formación, y también por otros factores medioambientales posteriores, tales como la meteorización o la lixiviación. Algunos de los parámetros más significativos, como la conductividad hidráulica vertical (K_v), el coeficiente de compresibilidad volumétrica (m_v) o el coeficiente de consolidación (C_v) son muy variables incluso a cortas distancias, lo que representa un problema metodológico para su análisis geotécnico, dado que los modelos deterministas no reflejan adecuadamente la dispersión o incertidumbre en el comportamiento del suelo, lo que repercute en que el diseño geotécnico pueda ser incierto [2], [3]; además, este tipo de variabilidad del suelo también influye en la disipación de las presiones de poro durante la consolidación, variando en consecuencia la predicción de los tiempos de asentamiento. [4]

Los enfoques estocásticos y probabilísticos que representan propiedades como K_v con campos aleatorios han surgido en respuesta a estas limitaciones. Esto ayuda a modelar explícitamente la variabilidad espacial, así como a simular escenarios múltiples de comportamiento del suelo más realistas. A través de análisis numéricos y simulaciones de Monte Carlo, Fenton y Griffiths [4] demostraron que incluso pequeñas heterogeneidades distribuidas espacialmente en K_v impactan enormemente la respuesta global del sistema suelo-estructura. Para complementar este trabajo, Pizarro Fernández [11] aplicó un modelo de campos aleatorios unidimensional para evaluar el efecto de la variabilidad espacial en tiempos de consolidación, concluyendo que se incrementan los tiempos y su dispersión incluso en configuraciones simples. En este caso, se analiza un impacto particular de los modelos de campo estocástico aleatorio unidimensional 1D ajustados a datos reales sobre los tiempos de consolidación.

En este aspecto de la línea de investigación, la geoestadística brinda herramientas de gran ayuda para el estudio espacial de los datos obtenidos experimentalmente. Así, el Kriging como método de la interpolación espacial facilitará la estimación de K_v en localizaciones no analizadas mediante modelos de variograma que describen la dependencia espacial de los datos. Esta metodología ha sido empleada con bastante éxito en contextos de suelos con características heterogéneas, además de que es la estructura espacial que permite generar los campos aleatorios que ayudan a desvelar la propagación de la incertidumbre desde las propiedades de entrada hacia las variables de respuesta del modelo. Estudios recientes como los de Li, X., Yang, Z. y Qi, X. [5] refuerzan la idea de que los campos tridimensionales genera representaciones más realistas que las aproximaciones en una dimensión 1D, porque permiten captar la continuidad tanto vertical como lateral de los estratos. No obstante, el enfoque de esta investigación es la consolidación unidimensional, utilizando generadores de una serie de campos aleatorios 1D y estructura espacial medida y verificada mediante variogramas ajustados a los datos reales. [4] [5]

La metodología aplicada en este trabajo parte de la caracterización experimental de las propiedades del suelo mediante ensayos de laboratorio y exploración en campo. A partir de los datos obtenidos, se ajustan modelos espaciales que permiten representar la estructura de variabilidad observada en profundidad. Esta información se incorpora en un modelo numérico de consolidación unidimensional, en el cual se simulan múltiples escenarios con propiedades espacialmente correlacionadas, utilizando herramientas geoestadísticas y simulación estocástica como soporte técnico para capturar la dispersión del comportamiento consolidante del suelo. La zona de estudio escogida está ubicada en la ciudad de Montería, Córdoba (Colombia), caracterizada por depósitos aluviales y sedimentos lacustres. La composición del subsuelo consiste en la intercalación de capas de limos, arcillas y arenas, donde la variabilidad lateral y vertical es muy significativa, lo que convierte este lugar en un ambiente propicio para el análisis del comportamiento del suelo bajo condiciones de variabilidad espacial. Según los informes geológicos de GEOTEC [6] e IGAC [7], los constituyentes con una presencia destacada son, limolitas, lodolitas, arcillolitas y areniscas calcáreas, las cuales poseen un comportamiento hidráulico no homogéneo.

Esta investigación propone una forma integrada de abordar el estudio de la consolidación en suelos arcillosos, considerando explícitamente la variabilidad espacial de sus propiedades. A lo largo del documento se plantea el problema y sus implicaciones en el diseño geotécnico, se explican las herramientas estadísticas y numéricas empleadas, y se describe la metodología aplicada sobre datos

reales de campo y laboratorio. El tratamiento de la información, el ajuste de modelos espaciales y la simulación de escenarios mediante campos aleatorios permiten construir un análisis que vincula teoría, práctica y computación de manera coherente. Los resultados aportan criterios relevantes para interpretar el comportamiento de la consolidación en condiciones de incertidumbre y sirven como base para nuevas investigaciones orientadas al análisis probabilístico de asentamientos, el diseño seguro y la toma de decisiones en terrenos heterogéneos.

1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

El proceso de consolidación representa uno de los tipos de respuesta tiempo-dependientes más significativos de los suelos saturados (tales como materiales finos como arcillas y limos). La evaluación exacta del tiempo de consolidación (T_v), es básica para poder analizar la situación de estabilidad como el asentamiento diferencial de estructuras que se edifiquen sobre estos tipos de materiales. En este sentido, tradicionalmente se usa el modelo unidimensional de Terzaghi [1], que parte de las hipótesis ideales de homogeneidad en el suelo, un flujo vertical unidireccional, una saturación total y parámetros únicos. Sin embargo estas hipótesis raramente se cumplen en condiciones reales. Los suelos que se presentan en la naturaleza son heterogéneos a partir de los procesos de sedimentación, de la historia de cargas y de la variabilidad litológica a partir de las cuales se desarrollan marcadas variaciones espaciales en sus propiedades físico-mecánicas y de permeabilidad como la conductividad al flujo hidráulico vertical (K_v).

En la geotecnia, la variabilidad de K_v se ha señalado como responsable en la determinación de tiempos de consolidación y, consecuentemente, en la determinación del diseño y de la ejecución de las obras civiles. Los trabajos de Phoon y Kulhawy [2], Uzielli [8], Bong et al. [9], y Chong [10] indican que la incertidumbre de las propiedades geotécnicas adquiere especial relevancia y debe tomarse de forma explícita para la disminución del riesgo que representa el uso de modelos deterministas. Uzielli [8] a su vez considera que la utilización de enfoques estadísticos en la caracterización del suelo propicia una mejor representación de la dispersión de los datos, así como la modelación de la correlación espacial mediante campos aleatorios y Kriging. En la misma línea Bong [9], también hace referencia a la especial consideración de la variabilidad espacial de los parámetros en los análisis de consolidación para hacer estimaciones más realistas del grado de consolidación y de la probabilidad de falla. Además, los trabajos de Fenton y Griffiths [4] demostraron que pequeñas variaciones de K_v en el espacio pueden alterar drásticamente el tiempo requerido para alcanzar el estado de disipación de las presiones de poro en suelos blandos, lo que refuerza el carácter estocástico que debe tener el análisis de la consolidación.

Respaldado en su investigación, Pizarro Fernández [11] trató dicha problemática considerando simulaciones estocásticas de consolidación y la variabilidad de K_v como una variable aleatoria no correlacionada. Sin embargo, su trabajo se sustentó exclusivamente en datos sintéticos y no consideró la estructura espacial natural del subsuelo, ni la interacción simultánea con el coeficiente de compresibilidad volúmica (m_v). Recientemente, se ha evidenciado en literatura, como las de Hong [12] y

Kim [13], que K_v y m_v presentan un comportamiento incierto y espacialmente variable, cuya combinación puede dar considerable número de respuestas de consolidación no lineales, en particular para suelos estratificados o con estructuras no homogéneas. Por otra parte, Zapata-Norberto et al. [14], apoya este comportamiento, argumentando que la correlación cruzada entre parámetros geotécnicos otorga, de la misma forma, tiempos de consolidación y la incertidumbre de resultados relevantes.

La presente tesis propone y presenta un enfoque holístico para asumir dichas limitaciones, que incluye la variabilidad espacial conjunta tanto de K_v como de m_v utilizando datos experimentales reales. El trabajo se llevó a cabo en un terreno de una hectárea ubicado en Montería (Córdoba, Colombia) en el que se realizaron 16 sondeos a profundidades de 1.5 m, 3.0 m, 4.5 m y 6.0 m. Con ensayos de consolidación unidimensional tipo Taylor fue obtenida m_v y K_v se estimó mediante correlaciones empíricas. Los datos fueron estructurados y procesados en Python usando las librerías scikit-gstat y gstools, las cuales permiten la caracterización geoestadística, el ajuste de variogramas, así como la realización de campos aleatorios condicionados.

Con estos insumos se elabora un campo K_v y m_v continuos mediante la técnica del Kriging ordinario y sobre dicho campo se realizan múltiples realizaciones de un campo aleatorio unidimensional que se utilizan como condiciones de entrada en un modelo numérico de consolidación que resuelve la ecuación diferencial de Terzaghi [1] mediante simulaciones de Monte Carlo, de forma tal que se evalúa la dispersión de los tiempos de consolidación (T_v) y de la longitud de correlación espacial (λ), permitiendo establecer análisis comparativos entre los tiempos de consolidación entre representaciones deterministas homogéneas y representaciones estocásticas las cuales se basan en campos aleatorios.

Por último, como consecuencia inmediata de la modelación estocástica basada en datos reales, se obtienen curvas y análisis comparativos que permiten cuantificar la dispersión y el valor medio de los tiempos adimensionales de consolidación (T_v) en función de parámetros geoestadísticos, proporcionando criterios aplicados para evaluar la influencia de la variabilidad espacial en el comportamiento consolidante de suelos blandos.

¿Cómo influye la variabilidad espacial de la conductividad hidráulica vertical (K_v) y el coeficiente de compresibilidad (m_v), representada mediante campos aleatorios construidos con datos experimentales, en la estimación del tiempo de consolidación unidimensional en suelos aluviales de Montería?

2. JUSTIFICACIÓN

La consideración de la variabilidad espacial en el análisis de la consolidación de suelos ha adquirido, en los últimos desarrollos de la geotecnia moderna, un interés especial que se encuentra ligado al desarrollo de las metodologías de diseño basadas en la confiabilidad y el riesgo. Las ciudades intermedias, como Montería (Córdoba, Colombia), han vivido, en estos últimos años, un rápido proceso de expansión urbana de terrenos naturales, a menudo con poca capacidad de soporte, requiriendo modelos más representativos de las condiciones del subsuelo que eviten fallos por excesivos y prolongados asentamientos [2] [15]. Dicha situación exige la implementación de estrategias que permitan contar con herramientas estadísticas y de simulación que sean capaces de reflejar de forma precisa la incertidumbre y la dispersión de los parámetros geotécnicos más determinantes.[2] [15]

La consolidación de suelos heterogéneos tiene un comportamiento que se ve afectado por la variabilidad espacial de ciertos parámetros como la conductividad hidráulica vertical (K_v) y la compresibilidad volumétrica (m_v). Varios autores, desde Phoon y Kulhawy [2] hasta el reciente informe el TC304 de ISSMGE [16], opinan que la variabilidad intrínseca de sus propiedades debería ser tratada a partir de modelos probabilísticos para obtener predicciones más realistas. Esta idea también ha sido acogida por Uzielli [8] quien indica que la caracterización estadística de los datos geotécnicos no solo mejoraría la calidad del análisis, sino que permitiría la obtención de un diseño más fiable frente a situaciones de incertidumbre. Finalmente, Fenton y Griffiths [4] destacan que la variabilidad espacial puede modificar en gran medida los tiempos de consolidación, siendo estas modificaciones importantes para un buen comportamiento estructural de las obras si no se incluye dicha variabilidad en los análisis.

Investigaciones publicadas recientemente, como las de Zapata-Norberto et al. [14], Lozano [17], Yang et al. [5], nos llevan a profundizar en cómo la correlación espacial de los parámetros hidráulicos y mecánicos pueden modificar sustancialmente los tiempos de consolidación. Estos trabajos se han convertido en el sustento de las afirmaciones que apoyan que un modelo sistemático basado en campos aleatorios condicionados y simulación de Monte Carlo nos ofrece significativas ventajas sobre la utilización de promedios simples o aproximaciones deterministas [4] [18]. En este sentido, el uso de técnicas como el Kriging para construir campos espacialmente coherentes, pasa a ser una de las técnicas más útiles que se incluyen dentro de la modelación geoestadística aplicada a suelos naturales [5] [18].

El trabajo que aquí se presenta está pensado como un trabajo aplicado y contextualizado. A partir de una base de datos real, obtenida en una zona urbana de Montería, se plantea una metodología que articula el análisis geostatístico con una serie de herramientas computacionales en Python como scikit-gstat y gstools para la obtención de campos aleatorios de K_v y m_v ajustados a partir del Kriging [5] y posteriormente realizar simulaciones de Monte Carlo para dar cuenta de la dispersión de los tiempos de consolidación en representaciones del suelo unidimensional y tridimensional [20]. Este tipo de aproximaciones, sustentadas también por Bong et al. [9] y Houmadi et al. [19], permiten representar en mejores términos la respuesta del sistema suelo–estructura en comparación con otras alternativas.

Este trabajo también tiene por objetivo aportar al avance científico y académico en Colombia en el ámbito de la geotecnia estocástica. La comparación entre este trabajo y la tesis de Pizarro de 2024 [11] -a partir de datos sintéticos y modelamiento unidimensional- es clave para evidenciar las limitantes que tendrían los primeros acerca de representaciones más completas que incorporan información real y correlación espacial.

Desde el punto de vista aplicado, los resultados permitieron apreciar el efecto de la variabilidad espacial en la predicción de tiempos de consolidación, así mismo evaluar mejoras frente a esquemas homogéneos simplificadores. Esto también sirve para contribuir en la definición de márgenes de seguridad más realistas en proyectos de expansión urbana donde los riesgos de asentamientos diferenciales y los retrasos constructivos son más latentes. En la zona de expansión urbana de Montería se proyecta la construcción de edificaciones que demandan capacidad de soporte significativa. El subsuelo está compuesto principalmente por lentes de limo y arena, junto con algunas capas arcillosas, lo que genera perfiles heterogéneos donde la respuesta frente a cargas es variable. Este tipo de condiciones exige una estimación confiable de los tiempos de consolidación, dado que la combinación de materiales con distinta permeabilidad y compresibilidad puede afectar tanto el ritmo constructivo como el control de asentamientos. Trabajar con datos obtenidos directamente en campo y modelar la estructura espacial del terreno con base en esa información permite representar de manera más realista la evolución del comportamiento del suelo y tomar decisiones técnicas mejor fundamentadas. Este trabajo también tiene por objetivo aportar al avance científico y académico en Colombia en geotecnia estocástica. La comparación entre este trabajo y Pizarro 2024 [11]-a partir de datos sintéticos y modelamiento unidimensional- es clave para evidenciar las limitantes de dichos enfoques frente a representaciones más completas que integran información real y correlación espacial.

3. OBJETIVOS

3.1.GENERAL

Evaluar el efecto de la variabilidad espacial de la conductividad hidráulica vertical (K_v) y el coeficiente de compresibilidad volúmica (m_v) sobre los tiempos de consolidación en suelos blandos de un área de 1 ha en Montería (Colombia), mediante un modelo estocástico unidimensional alimentado con datos reales, con el fin de mejorar la predicción de los tiempos de consolidación en condiciones geotécnicas heterogéneas.

3.2.ESPECÍFICOS

- Realizar la caracterización de K_v y m_v mediante una campaña de exploración que incluya sondeos a percusión, extracción de muestras inalteradas con tubos Shelby y ensayos de laboratorio tipo edométrico, aplicando el método de Taylor para su estimación.
- Ajustar un modelo de variograma que represente la estructura espacial de K_v y m_v a partir del análisis geoestadístico de los datos experimentales, con el fin de interpolar valores mediante Kriging y generar campos aleatorios que conserven dicha estructura.
- Evaluar el efecto de la variabilidad espacial de K_v y m_v sobre los tiempos de consolidación (T_v) mediante simulaciones con campos aleatorios unidimensionales, considerando distintas longitudes de correlación, condiciones de drenaje y su comparación con modelos homogéneos.

4. MARCO TEÓRICO

4.1. CONSOLIDACIÓN UNIDIMENSIONAL

La consolidación de suelos es un proceso esencial, bien conocido en el ámbito de la ingeniería geotécnica, en particular en suelos finos saturados, un terreno que, por definición al evacuar agua intersticial, presenta unas deformaciones volumétricas que pueden ser muy significativas. Cuando se aplica una carga exterior sobre una capa de suelo saturado, se produce un aumento de presión de poros que, con el tiempo, será evacuada mediante la expulsión del agua a través del medio poroso, provocando, en consecuencia, asentamientos. Desde esta óptica, la consolidación puede clasificarse según el tipo de drenaje (simple o doble), el tiempo de aplicación (en forma instantánea o en forma gradual) y la naturaleza del suelo (homogéneo o estratificado) En esta tesis, solo se considera el caso más clásico de consolidación unidimensional donde el flujo de agua y la deformación tienen lugar en una única dirección vertical, el cual encuentra así un marco de referencia para el análisis de cargas. Se considera también que las condiciones de carga son constantes y que las propiedades físicas asociadas pueden ser homogéneas o variar según el espacio.

La teoría clásica de la consolidación fue creada por Terzaghi [1] para poder explicar la disipación de presión de poros en suelos finos saturados asociados a una carga unitaria. La ecuación diferencial que rige este proceso es la siguiente:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = c_v \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$$

Ecuación 1. Disipación de presión de poros en suelos finos saturados bajo una carga unitaria

Donde es la presión de poros u en el tiempo t y la profundidad z , y c_v el coeficiente de consolidación (cm/seg^2). Esta ecuación es análoga a la ecuación del calor, considerando la presión de poros como la variable difusiva. La solución analítica clásica bajo condiciones de carga instantánea y doble drenaje se expresa en forma de serie infinita como:

$$U(t) = 1 - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2}{\pi(2n+1)} \exp\left(-\frac{(2n+1)^2 \pi^2 c_v t}{4H^2}\right)$$

Ecuación 2. Grado de consolidación.

Donde $U(t)$ es el grado de consolidación promedio y H la mitad del espesor de la capa que se consolida. Para simplificar el análisis y permitir la correlación con resultados experimentales, se introduce el factor adimensional de tiempo de consolidación:

$$T_v = \frac{c_v t}{H^2}$$

Ecuación 3. Tiempo adimensional de consolidación.

Este parámetro permite estimar el grado de consolidación promedio U mediante relaciones empíricas o tablas normalizadas, como las propuestas por Taylor. Además, permite comparar diferentes escenarios sin necesidad de conocer valores absolutos de t o c_v . En este contexto, Pizarro [11] propone un enfoque estocástico que permite predecir T_v considerando la variabilidad espacial de los parámetros del suelo mediante simulaciones Monte Carlo, lo que representa una extensión importante frente al modelo clásico.

Muni Budhu [20] presenta una derivación alternativa partiendo del equilibrio de flujos (ley de Darcy) y de deformaciones (ley de consolidación):

$$\frac{\partial v}{\partial z} = \frac{1}{m_v} \frac{\partial u}{\partial t}, \quad v = k_z \frac{\partial h}{\partial z}, \quad u = h\gamma_w$$

Ecuación 4. Derivación alternativa partiendo del equilibrio de flujos y deformaciones.

Estas ecuaciones justifican físicamente la formulación de Terzaghi al integrar la respuesta hidromecánica del sistema suelo-agua. Berry [22] resalta que la hipótesis de saturación total, el comportamiento elástico unidimensional y el flujo de agua unidireccional son condiciones esenciales para que esta aproximación matemática sea válida. A esto se suma la suposición de que el medio es homogéneo, lo cual simplifica el análisis pero no refleja la variabilidad natural del terreno. Dado que esta investigación busca incorporar

la variación espacial de las propiedades del suelo, fue necesario implementar un solucionador numérico específico por diferencias finitas, que permitiera representar perfiles heterogéneos.

Para caracterizar este proceso, se consideran parámetros físico-mecánicos esenciales como el coeficiente de consolidación, que combina la permeabilidad del suelo, la compresibilidad del esqueleto y la unidad de peso del agua, y se define mediante:

$$c_v = \frac{K_v}{m_v \gamma_w}$$

Ecuación 5. Coeficiente de Consolidación.

La conductividad hidráulica vertical K_v representa la capacidad del suelo para transmitir agua en dirección vertical, y el coeficiente de compresibilidad volumétrica m_v se define como:

$$m_v = \frac{\Delta \varepsilon_v}{\Delta \sigma'}$$

Ecuación 6. Coeficiente de compresibilidad volumétrica.

Donde $\Delta \varepsilon_v$ es el cambio de deformación volumétrica y $\Delta \sigma'$ el incremento de tensión efectiva. Además, el peso unitario del agua se asume como $\approx 9.81 \text{ kN/m}^3$.

Muni Budhu [20] define también el índice de compresibilidad como:

$$C_c = \frac{e_2 - e_1}{\log(\sigma'_2/\sigma'_1)}$$

Ecuación 7. Índice de compresibilidad.

y la relación de asentamiento primario:

$$r_{pc} = H_0 \cdot \frac{\Delta e}{1 + e_0}$$

Ecuación 8. Relación de asentamiento primario.

Estos parámetros se obtienen mediante ensayos de laboratorio como el edómetro, pruebas de permeabilidad constante o variable y a través de correlaciones empíricas.

Sin embargo, la teoría clásica de Terzaghi [1] parte de la suposición de que las propiedades del suelo son homogéneas, deterministas y constantes en el tiempo.

Estudios recientes [21], [3], [14], [11] han demostrado que parámetros como K_v y m_v presentan elevada variabilidad espacial, afectando significativamente los tiempos de consolidación y los asentamientos estimados. Las principales limitaciones del enfoque determinista incluyen: ignorar la incertidumbre inherente a la medición y muestreo; subestimar o sobrestimar los asentamientos al no considerar la variabilidad espacial; no permitir una evaluación probabilística del comportamiento; y asumir que K_v y m_v son constantes, lo cual contradice evidencia experimental [20], [22]. Por estas razones, se motiva el uso de modelos estocásticos que representen de forma realista la heterogeneidad del medio geotécnico e incorporen campos aleatorios en el análisis del fenómeno de consolidación.

4.2. VARIABILIDAD ESPACIAL DE PROPIEDADES GEOTÉCNICAS

La variabilidad espacial es una propiedad característica de los suelos naturales. Las propiedades geotécnicas como la permeabilidad, la resistencia o el módulo de compresibilidad no son características homogéneas, sino que son variables del espacio en un determinado rango de extensión, pasando de un punto a otro en función de los procesos de deposición, estratificación, alteraciones químicas y/o físicas, etc. Esta condición debe ser representada de forma cuantitativa, con el fin de poder llevar a cabo análisis de forma realista, sobre todo cuando se busca estimar las propiedades en zonas no exploradas o para introducir incertidumbre en los modelos de comportamiento del suelo.

A continuación, se explica el proceso técnico mediante el cual se puede construir un modelo espacial como elemento fiable, desde la familiarización estadística de los datos hasta la obtención de un modelo continuo de dependencia espacial, correspondiente a la interpolación o bien a la simulación.

4.2.1. Estadística básica de la propiedad.

El análisis comienza con un conjunto de datos de una propiedad $Z(x)$, medida en ubicaciones x_i . Se calculan:

- Media muestral:

$$\bar{Z} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Z(x_i)$$

Ecuación 9. Media Muestral.

- Varianza muestral:

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (Z(x_i) - \bar{Z})^2$$

Ecuación 10. Varianza muestral.

Estos parámetros describen la tendencia central y la dispersión, pero no informan sobre la relación entre valores en función de la distancia.[23]

4.2.2. Estimación del semivariograma experimental.

Para evaluar cómo varían los valores en el espacio, se calcula el semivariograma experimental, en este caso se usó como estimador Matheron considerado como el más adecuado dentro de otros estimadores, definido como:

$$\gamma(h) = \frac{1}{2N(h)} \sum_{i=1}^{N(h)} [Z(x_i) - Z(x_i + h)]^2$$

Ecuación 11. Ecuación Variograma.

Donde:

- h : distancia entre puntos (lag).
- $N(h)$: número de pares con separación h .
- $Z(x_i)$: valor observado en el punto x_i

El semivariograma es funcionalmente equivalente a la autocorrelación (cuando se analiza en sentido de segundo orden), pero se interpreta como una medida directa de disimilitud: cuanto mayor es $\gamma(h)$, menor es la correlación espacial.

4.2.3. Agrupamiento de distancias (binning).

Como los puntos no están perfectamente separados por los mismos h , se agrupan en clases de distancia.

Las opciones más comunes son:

- Equidistante: intervalos con el mismo ancho.
- Uniforme: igual número de pares en cada clase.
- Algoritmos adaptativos: kmeans, sturges, scott, doane, etc.

El método de binning afecta la forma del variograma, por lo que debe seleccionarse cuidadosamente, considerando la distribución de distancias y la densidad de datos.

4.2.4. Ajuste del modelo teórico.

Para representar la estructura espacial en todo el dominio, el variograma experimental se ajusta mediante un modelo teórico. Esta función continua permite calcular la semivarianza entre puntos arbitrarios y se define mediante los siguientes parámetros:

Tabla 1. Parámetros de semivarianza.

Parámetro	Significado
C_0 (nugget)	Varianza a escala muy pequeña o error de medición.
C (sill estructural)	Varianza explicada por la estructura espacial.
a (rango)	Distancia hasta la cual hay correlación espacial significativa.
$C_0 + C$ (sill total)	Varianza total del campo.

Fuente: Elaboración propia.

El ajuste se realiza por métodos como mínimos cuadrados, máxima verosimilitud o algoritmos de optimización no lineales (ej. *trf*).

4.2.5. Evaluación del ajuste.

Una vez ajustado el modelo, su calidad se valida mediante:

- Análisis visual.
- Coeficiente de determinación R^2 :

$$R^2 = 1 - \frac{\{\sum_{i=1}^n (\gamma(h_i) - \hat{\gamma}(h_i))^2\}}{\{\sum_{i=1}^n (\gamma(h_i) - \bar{\gamma})^2\}}$$

Ecuación 12. Coeficiente de determinación R^2

- Errores cruzados de predicción (leave-one-out).

4.2.6. Evaluación de la necesidad de transformar los datos.

Cuando los datos son sesgados o no siguen una distribución simétrica, se puede aplicar una transformación para aproximarlos a una distribución normal. Esto es relevante si se desea aplicar técnicas basadas en campos gaussianos. Las transformaciones más comunes son:

- Logaritmo natural,
- Box-Cox,
- Yeo-Johnson.

No obstante, si los datos tienen distribución aproximadamente simétrica o el análisis no requiere suposiciones de normalidad, la transformación puede evitarse. Esta decisión debe basarse en el análisis estadístico y gráfico del conjunto de datos.

4.2.7. Obtención del modelo final.

El modelo teórico ajustado se expresa como:

$$\gamma(h; \theta) = \text{modelo}(h; C_0, C, a)$$

Ecuación 13. Modelo teórico ajustado.

Este modelo define la estructura espacial de la propiedad y puede utilizarse directamente para interpolación (kriging) o generación de campos aleatorios.

A continuación, se describen algunos de los modelos más utilizados, con las fórmulas y comportamiento:

Tabla 2. Modelos teóricos ajustados más relevantes.

Modelo	Fórmula	Características
Gaussiano (Gaussian)	$\gamma(h) = C_0 + C \left(1 - \exp \left(- \left(\frac{h}{a} \right)^2 \right) \right)$	Crecimiento suave desde el origen. Adecuado para propiedades con alta continuidad espacial.
Esférico (Spherical)	$\gamma(h) = C_0 + C \left(\frac{3h}{2a} - \frac{1}{2} \left(\frac{h}{a} \right)^3 \right) \text{ para } h \leq a;$ $\gamma(h) = C_0 + C \text{ para } h > a$	Representa una pérdida más abrupta de correlación, común en geoestadística aplicada.
Circular (Circular)	$\gamma(h) = C_0 + C \left[1 - \frac{2}{\pi} \left(\arccos \left(\frac{h}{a} \right) - \frac{h}{a} \sqrt{1 - \left(\frac{h}{a} \right)^2} \right) \right]$ $\text{para } h \leq a$	Curva cóncava y suave. Útil cuando la correlación se pierde rápidamente, pero sin disrupciones bruscas.
Cúbico (Cubic)	$\gamma(h) = C_0 + C \left[7 \left(\frac{h}{a} \right)^2 - \frac{35}{4} \left(\frac{h}{a} \right)^3 + \frac{63}{16} \left(\frac{h}{a} \right)^5 \right]$ $\text{para } h \leq a$	Polinómico y continuo. Intermedio entre esférico y gaussiano en suavidad. Apto para formas progresivas.

Fuente: Elaboración propia.

4.3. REPRESENTACIÓN ESTOCÁSTICA DE PROPIEDADES GEOTÉCNICAS Y APLICACIÓN DE KRIGING

4.3.1. Representación de propiedades como campos aleatorios.

Una vez que la estructura espacial de las propiedades se define a partir de un ajuste de un modelo de variograma, esta puede ser presentada como un campo aleatorio. La ventaja en geotecnia de presentar la propiedad como un campo aleatorio, es que esa propiedad no se modela como un valor, sino como una función aleatoria que varía con la posición y que respeta la correlación espacial que se ha podido observar.

Un campo aleatorio es definido sobre un dominio espacial $D \subset R^n$ en el que a cada punto $x \in D$ tiene asociado un valor aleatorio $Z(x)$. Este se caracteriza por:

- Media $\mu(x)$
- Varianza $\sigma_2(x)$
- Función de covarianza $C(h)$, donde h es el vector de separación entre dos puntos.

Cuando se asume estacionariedad de segundo orden, la covarianza depende solo de la distancia h , y puede derivarse directamente del variograma:

$$C(h) = \sigma^2 - \gamma(h)$$

Ecuación 14. Covarianza.

Esta representación es fundamental para generar realizaciones aleatorias o aplicar interpolación con base estadística.

4.3.2. Tipos de campos aleatorios más comunes.

Dependiendo del comportamiento de la propiedad y del objetivo del análisis, pueden emplearse distintos tipos de campos:

- Gaussiano: los valores del campo y cualquier subconjunto tienen distribución normal. Es el más utilizado por su simplicidad matemática y compatibilidad con técnicas como el kriging.

- Lognormal: cuando la propiedad es estrictamente positiva y sesgada, se modela el logaritmo del campo como gaussiano.
- Categórico: para modelar tipos de suelo (arena, arcilla, limo) como clases discretas. Se utilizan procesos de simulación secuencial o campos de Markov.

En la práctica geotécnica, se trabaja con frecuencia con campos unidimensionales (perfiles verticales), bidimensionales (plano de fundación) o tridimensionales (volúmenes de análisis).

4.3.3. Construcción y simulación de campos aleatorios.

Una vez definido el modelo espacial mediante el variograma, es posible construir realizaciones del campo aleatorio. Las técnicas más utilizadas incluyen:

- Descomposición de Cholesky de la matriz de covarianza,
- Métodos espectrales (ej. transformadas de Fourier),
- Simulación condicional, si se desea que el campo reproduzca los valores conocidos en ciertos puntos.

Los campos se simulan sobre una malla espacial definida en el dominio, utilizando la media y la función de covarianza previamente establecida. Este proceso permite generar múltiples escenarios posibles, lo cual es útil para análisis probabilísticos como el cálculo de asentamientos o estabilidad de taludes.

4.3.4. Interpolación mediante kriging.

El kriging es una técnica de interpolación estadística que estima el valor de una propiedad en un punto desconocido a partir de valores medidos, utilizando la estructura espacial definida por el modelo de covarianza.

La estimación se realiza como una combinación ponderada de los valores conocidos:

$$Z^*(x_0) = \sum_{i=1}^n \lambda_i Z(x_i)$$

Ecuación 15. Estimación Ponderada.

donde los pesos λ_i se obtienen resolviendo el sistema de ecuaciones de kriging, el cual garantiza que la estimación:

- Sea insesgada ($E[Z^*(x_0)] = \mu$)
- Minimice la varianza del error de estimación.

El kriging se considera el mejor estimador lineal insesgado (Best Linear Unbiased Estimator, BLUE). Además del valor estimado, se obtiene la varianza de predicción, lo cual proporciona una medida directa de la incertidumbre en cada punto del dominio.

4.3.5. Consideraciones para un modelado estocástico robusto.

Para que el modelo espacial pueda ser utilizado correctamente en simulación o interpolación, deben cumplirse ciertas condiciones:

- Consistencia matemática: la matriz de covarianza generada por el modelo debe ser positiva definida, lo cual se garantiza al usar modelos válidos ajustados al variograma experimental.
- Estacionariedad: es deseable que la propiedad estudiada no tenga una tendencia fuerte. Si existe, debe eliminarse mediante detrending (restar la tendencia estimada por regresión).
- Transformación estadística: en casos donde la distribución de la propiedad es asimétrica, puede ser conveniente transformarla antes de construir el modelo (por ejemplo, mediante logaritmo o Box-Cox).
- Selección adecuada del modelo de variograma: según el patrón observado, deben probarse distintos modelos teóricos (gaussiano, esférico, cúbico, circular, entre otros) y seleccionar el más coherente con la forma empírica.

4.3.6. Resultado final y flujo de trabajo.

El producto de este proceso es un modelo estocástico espacial que representa de manera realista una propiedad del suelo, incluyendo su variabilidad, correlación y tendencia. Este modelo puede usarse para:

- Estimar propiedades en puntos no muestreados (kriging),
- Generar escenarios de análisis con incertidumbre (simulación),
- Evaluar el impacto de la variabilidad espacial en parámetros de diseño geotécnico.

4.4. SIMULACIÓN DE MONTE CARLO PARA EL ANÁLISIS PROBABILÍSTICO DE LA CONSOLIDACIÓN UNIDIMENSIONAL

La respuesta del suelo frente a procesos de consolidación se encuentra determinada por la variabilidad espacial de propiedades como la conductividad hidráulica vertical (k_v) y el módulo de volumen de compresibilidad (m_v). Esta variabilidad, incluida mediante campos aleatorios, precisa de una estrategia que permita retener su efecto en la respuesta del terreno. Por lo anterior, la simulación de Monte Carlo ha demostrado ser una herramienta poderosísima, además de flexible, en la resolución de problemas geotécnicos, ya que permite realizar también la cuantificación de la dispersión de resultados derivados de la incertidumbre inherente a los parámetros.

4.4.1. Ecuación base del proceso de consolidación.

El análisis parte del modelo clásico de consolidación unidimensional de Terzaghi, descrito por la siguiente ecuación de difusión:

$$\frac{\partial p_w}{\partial t} = c_v \frac{\partial^2 p_w}{\partial z^2}$$

Ecuación 16. Consolidación.

Donde:

- p_w es el exceso de presión de poro [kPa].
- t : tiempo [s],

- z : profundidad [m].
- c_v : coeficiente de consolidación [m^2/s].

Este coeficiente se define en función de propiedades del suelo como:

$$C_v = \frac{k}{\gamma_w m_v}$$

Ecuación 17. Coeficiente de consolidación

Donde:

- k : conductividad hidráulica vertical [m/s],
- m_v : módulo volumétrico de compresibilidad [m^2/kN],
- γ_w : peso unitario del agua [kN/m^3].

Esta formulación es la base para modelar la disipación de presiones de poro en el tiempo y su evolución espacial, como se expone en Chang [24].

4.4.2. Representación de parámetros aleatorios.

La variabilidad espacial de las propiedades $k_v(z)$ y $m_v(z)$ puede representarse mediante campos aleatorios unidimensionales, que incorporan correlación espacial. Para simular estas propiedades, se recurre a transformaciones lognormales cuando las variables son estrictamente positivas, como es el caso de k . Los parámetros se transforman según:

$$\sigma_{\ln Z} = \sqrt{\ln(1 + CoV^2)}$$

Ecuación 18. Parámetro aleatorio de desviación estándar.

$$\mu_{\ln Z} = \ln(\mu) - \frac{1}{2} \sigma_{\ln Z}^2$$

Ecuación 19. Parámetro aleatorio (media).

$$Z(z) = \exp(\mu_{\ln Z} + \sigma_{\ln Z} \cdot G(z))$$

Ecuación 20. Parámetro aleatorio Generación o simulación del campo aleatorio lognormal $Z(z)$.

Donde:

- $G(z)$: campo gaussiano estándar con media cero y varianza uno,
- $Z(z)$: campo aleatorio transformado (por ejemplo, $k(z)$),
- μ, COV media y coeficiente de variación deseados.

Estas relaciones se encuentran en Fenton & Griffiths [4] y Bari y otros colaboradores. [25].

4.4.3. Proceso de simulación de Monte Carlo.

El proceso completo sigue la siguiente secuencia:

1. Definición de propiedades estadísticas:
 - Media y CoV de k y m_v ,
 - Longitud de correlación espacial θ
 - Tipo de distribución (normal, lognormal).
2. Generación del campo aleatorio:
 - Construcción del campo base $G(z)$ usando una función de autocorrelación (e.g., gaussiana),
 - Transformación a campo físico $k_v(z)$ o $m_v(z)$ mediante la ecuación 18.
3. Resolución del modelo numérico para la realización,
4. Cálculo del grado de consolidación y tiempo correspondiente.
5. Repetición del proceso N veces, obteniendo una distribución de resultados.
6. Análisis estadístico:
 - Media, desviación estándar, percentiles, intervalos de confianza,
 - Probabilidad de que el tiempo de consolidación exceda un valor crítico.

Algunas de las Variables involucradas y criterios comunes abordados en la modelación son los siguientes:

Tabla 3. Variables involucradas y criterios comunes.

Variable	Descripción	Valores típicos
μ_k, μ_{m_v}	Medias de propiedades	Según caracterización del sitio
CoV_k, CoV_{m_v}	Coefficientes de variación	100–300% para k , 20–30% para m_v
θ	Longitud de correlación [m]	0.1–0.5 H
N	Número de simulaciones	≥ 200 (según convergencia)
U	Grado objetivo de consolidación	90–95%

Fuente: Elaboración propia.

Diversos autores han demostrado que la variabilidad espacial tiene un impacto significativo en el tiempo necesario para alcanzar niveles específicos de consolidación:

- Chong [10] concluye que a mayor longitud de correlación, mayor dispersión en el tiempo de consolidación y mayor incertidumbre global.
- Bari y otros colaboradores [25] muestran cómo el CoV de K_v puede influir hasta en un 100% en el tiempo estimado de consolidación, especialmente cuando se usan drenes verticales prefabricados.
- Chang [24] fue uno de los primeros en aplicar simulaciones Monte Carlo para consolidación, mostrando cómo pequeños cambios en c_v alteran la evolución de la presión de poro y el grado de consolidación U .
- Fenton y Griffiths[4] ofrecen el marco teórico general para aplicar esta técnica a una amplia gama de problemas geotécnicos, desde flujo subterráneo hasta capacidad portante.

4.5. TEORÍA DE CAMPOS ALEATORIO

4.5.1. Definición y Propiedades Fundamentales.

El concepto de campo aleatorio se puede entender como una generalización del de variable aleatoria, en el sentido que los valores no dependen de un único punto, sino de todos los puntos dentro de un dominio espacial [4] [26]; es decir, una variable aleatoria sólo modela fenómenos inciertos en un único lugar dentro de un dominio espacial, mientras que los campos aleatorios permiten representar fenómenos donde las propiedades se desarrollan de modo continuo (o discreto) en el espacio.

En el campo de la geotecnia, un campo aleatorio $Z(x)$ puede verse como la distribución espacial de parámetros del suelo (conductividad hidráulica, resistencia al corte, módulo de deformación, entre otros), donde precisamente esas características no son constantes, sino que fluctúan en el terreno pudiendo ser modeladas de forma estadística.

Las principales características estadísticas de un campo aleatorio son:

- Media espacial ($\mu_Z(x)$): Valor esperado de la propiedad en una posición x .
- Varianza espacial ($\sigma_Z^2(x)$): Medida de la dispersión de los valores respecto a la media.
- Función de autocorrelación ($\rho(h)$): Describe la dependencia entre dos puntos separados por una distancia h .

Matemáticamente, la función de autocorrelación se expresa como:

$$\rho(h) = \frac{\text{CoV}(Z(x), Z(x+h))}{\sigma_Z^2}$$

Ecuación 21. Función de autocorrelación.

donde $\text{CoV}(Z(x), Z(x+h))$ es la covarianza espacial entre los valores del parámetro en posiciones separadas h metros.

4.5.2. Modelos de Campos Aleatorios.

La representación matemática de un campo aleatorio no solo busca la representación de los valores medios y la dispersión, sino también, la representación de su estructura de correlación espacial. De este modo, es necesaria la elección de un modelo estadístico que establezca cómo se correlacionan los valores a lo largo de los distintos puntos del dominio.

De este modo, los modelos más empleados en geotecnia para representar campos aleatorios son:

- **Campos Gaussianos:** Campos en los que cualquier familia finita de valores $Z(x_1), Z(x_2), \dots, Z(x_n)$ tienen una distribución conjunta multinormal (o multivariada). Los campos Gaussianos son muy empleados, tanto por la simplicidad matemática como por el conocimiento de sus propiedades. Suelen ser utilizados para representar parámetros como el coeficiente de permeabilidad o la resistencia de suelos uniformemente depositados. [4]
- **Campos no Gaussianos:** En la práctica se da el caso que algunas propiedades del suelo presentan distribuciones fuertemente asimétricas o de colas largas (como puede ser la conductividad hidráulica). En estos casos, se emplean transformaciones no lineales de campos Gaussianos (como por ejemplo el método de la transformación lognormal) que permiten ofrecer campos no Gaussianos ajustados a los datos reales.
- **Campos truncados:** Se trata de campos que establecen determinados límites superiores o inferiores a los valores obtenidos. Por ejemplo, refiriéndonos a suelos, la permeabilidad sólo puede tomar valores positivos, de manera que podemos tener un campo aleatorio truncándolo a valores positivos.

La elección de un campo gaussiano, un campo no-gaussiano o un campo truncado proviene directamente del comportamiento estadístico característico los datos experimentales..

Además, la modelación debe considerar:

- **Isotropía vs. Anisotropía:** Dependiendo si la correlación espacial es igual en todas las direcciones o varía, respectivamente.
- **Estacionariedad:** Si los parámetros estadísticos no varían en todo el dominio.
- **Homogeneidad:** Si las características son constantes en todo el terreno, o si existen dominios diferenciados.

La correcta definición del tipo de campo aleatorio es crítica en el modelado estocástico de suelos, ya que afecta directamente las simulaciones de asentamiento, estabilidad de taludes y otros problemas geotécnicos fundamentales. [2]

4.5.3. Aplicaciones de Campos Aleatorios en Geotecnia.

La aplicación de los campos aleatorios en la ingeniería geotécnica ha modificado de manera radical la forma de analizar y predecir acontecimientos cuya descripción implica propiedades del suelo que presentan alta variabilidad. Entre las aplicaciones que se detallan que tienen una gran importancia, destaca la siguiente:

- Consolidación de suelos blandos: La consolidación en suelos finos saturados es fuertemente dependiente de propiedades como la conductividad hidráulica K_v y el coeficiente de compresibilidad m_v . Si se modelan estas propiedades como campos aleatorios, se puede simular de manera más realista la disipación de presiones de poro y los tiempos de consolidación; esto tiene especial interés en el caso de los suelos sedimentarios o aluviales, donde los cambios de estado pueden producirse de forma muy rápida en función de la profundidad.

Para todas estas aplicaciones, el uso de Kriging para la interpolación de datos, ajuste de variogramas y simulación de realizaciones permite construir modelos numéricos estocásticos que representan de forma más fiel la complejidad de los suelos naturales.

La incorporación de campos aleatorios en la ingeniería geotécnica representa un avance significativo en la capacidad de modelar la variabilidad espacial inherente a los suelos [4] [26]. Frente a la tradicional aproximación determinista, que asume propiedades constantes y homogéneas, los modelos estocásticos permiten una descripción mucho más realista del comportamiento del terreno.

El uso de campos aleatorios no solo mejora la predicción de fenómenos como la consolidación, la estabilidad de taludes o el flujo subterráneo, sino que también introduce una visión basada en confiabilidad y riesgo, más alineada con las demandas actuales de diseño y normativas internacionales.

Sin embargo, su correcta implementación requiere datos experimentales de calidad, ajustes rigurosos de modelos de dependencia espacial, elección adecuada de simulaciones (Gaussiano vs. no Gaussiano) e interpretación cuidadosa de los resultados probabilísticos.

4.6. SIMULACIÓN DE MONTE CARLO APLICADA A LA MODELACIÓN DE SUELOS

4.6.1. Introducción a la Simulación de Monte Carlo (MCS).

La Simulación de Monte Carlo (MCS, por sus siglas en inglés) es una técnica estadística utilizada para analizar sistemas complejos o inciertos mediante la generación de múltiples escenarios aleatorios. Cada escenario o "realización" representa un posible estado del sistema modelado, lo que permite evaluar su comportamiento probabilístico de manera robusta.

Introducida en la década de 1940 durante el desarrollo de proyectos nucleares en el Laboratorio de Los Álamos [27], MCS se ha extendido ampliamente en ingeniería, economía y ciencias aplicadas. En geotecnia, ha encontrado una aplicación poderosa en problemas donde las propiedades del suelo presentan variabilidad espacial significativa.

La esencia del método radica en utilizar un generador de números aleatorios para muestrear valores de entrada a partir de sus distribuciones de probabilidad conocidas. Cada conjunto de valores genera una respuesta del sistema, y el análisis de todas las respuestas permite obtener distribuciones de probabilidad de las variables de interés. [28]

Los principios básicos de la simulación Monte Carlo en el contexto de modelación de consolidación de suelos heterogéneos, se definen las propiedades aleatorias del suelo (K_v , m_v) mediante distribuciones estadísticas (por ejemplo, normal o lognormal), se generan múltiples realizaciones de estos campos aleatorios sobre el dominio espacial, además para cada realización, se resuelve numéricamente la ecuación de consolidación unidimensional. La variable de respuesta analizada es el tiempo de consolidación o factor de tiempo adimensional (T_v).

Se analizan estadísticamente los resultados, obteniendo la media (μ_T), la desviación estándar (σ_T) y el coeficiente de variación (CoV_T) de los tiempos de consolidación. Una ventaja principal de MCS es su capacidad para capturar los efectos de la variabilidad espacial y cuantificar de forma explícita la incertidumbre asociada a parámetros clave en los modelos geotécnicos.

4.6.2. Optimización y técnicas de reducción en simulaciones Monte Carlo.

Aunque la Simulación de Monte Carlo (MCS) es ampliamente reconocida por su flexibilidad y generalidad, uno de sus principales inconvenientes es su elevado costo computacional, especialmente en modelos que requieren resolver ecuaciones diferenciales complejas o que involucran múltiples campos aleatorios.

Para mejorar la eficiencia de la MCS en problemas geotécnicos, se han desarrollado varias estrategias:

Métodos de reducción de varianza

Técnicas como el muestreo estratificado, el muestreo de importancia y el control de variables permiten disminuir el número de realizaciones necesarias para obtener una estimación estadística confiable.[29]

- Muestreo estratificado: Divide el espacio de probabilidad en subconjuntos y toma muestras de cada uno proporcionalmente.
- Muestreo de importancia: Prioriza la generación de muestras en las zonas más críticas para el comportamiento del sistema.

Métodos alternativos al MCS clásico

El uso de métodos basados en superficies de respuesta estocástica como el SRSM (Stochastic Response Surface Method) permite aproximar la respuesta del sistema mediante expansiones polinomiales. Estas técnicas reducen drásticamente el número de simulaciones numéricas requeridas, manteniendo una precisión aceptable.

Houmadi et al. [19], demostraron que al utilizar SRSM en la predicción de consolidación unidimensional, se logró una reducción del 78% en el número de evaluaciones requeridas comparado con MCS clásico, sin pérdida significativa de exactitud.

Paralelización de simulaciones

La implementación de MCS en arquitecturas de procesamiento paralelo (multi-core o clusters) permite ejecutar múltiples realizaciones de manera simultánea, reduciendo los tiempos de cómputo efectivos.

Esta estrategia es especialmente relevante en análisis de consolidación estocástica, donde se requieren cientos o miles de realizaciones para evaluar adecuadamente la variabilidad de los tiempos de consolidación (T_v).

4.7. SIMULACIÓN DE MONTE CARLO APLICADA A LA MODELACIÓN DE SUELOS

4.7.1. Aplicaciones prácticas de Monte Carlo en consolidación de suelos.

La Simulación de Monte Carlo (MCS) ha sido aplicada exitosamente en numerosos estudios geotécnicos para analizar la consolidación de suelos considerando la variabilidad espacial de las propiedades.

En el caso de la consolidación unidimensional de suelos blandos:

- Las propiedades más relevantes que presentan variabilidad espacial son:
 - La conductividad hidráulica (K_v)
 - El módulo de compresibilidad volumétrica (m_v)

Ambas afectan directamente el coeficiente de consolidación (C_v) y, por ende, los tiempos de disipación de presión de poros.

Estudios relevantes:

- Houmadi et al. [19] aplicaron MCS y métodos de respuesta estocástica para evaluar la variabilidad en los tiempos de consolidación en suelos saturados. Mostraron que la incertidumbre en parámetros como la permeabilidad y el módulo de elasticidad puede alterar considerablemente los tiempos de consolidación predichos.
- Bong et al. [9] emplearon simulaciones Monte Carlo con campos aleatorios log-Gaussianos para estudiar la consolidación vertical en suelos mejorados con drenes verticales. Se demostró que considerar la correlación espacial en los parámetros de consolidación reduce la probabilidad de fallos asociados a asentamientos excesivos.
- Pizarro Fernández [11] utilizó MCS con campos aleatorios para analizar consolidaciones unidimensionales heterogéneas. En su tesis, se realizaron hasta 1000 realizaciones por escenario, obteniendo distribuciones estadísticas detalladas del factor de tiempo adimensional (T_v) y cuantificando el impacto de la heterogeneidad en los tiempos de consolidación.

5. METODOLOGÍA

5.1. ENFOQUE CUANTITATIVO

El enfoque metodológico seguido en este trabajo es cuantitativo, ya que se apoya en la recolección y procesamiento de datos medibles obtenidos experimentalmente y su posterior análisis numérico. Las propiedades del suelo se caracterizan mediante pruebas de laboratorio estandarizadas, y los resultados se utilizan para construir modelos estadísticos y geoestadísticos que describen la variabilidad espacial del perfil. Esta información se integra en un modelo numérico de consolidación que permite simular el comportamiento del sistema bajo múltiples escenarios, evaluando la respuesta mediante métricas como el tiempo de consolidación y su dispersión estadística.

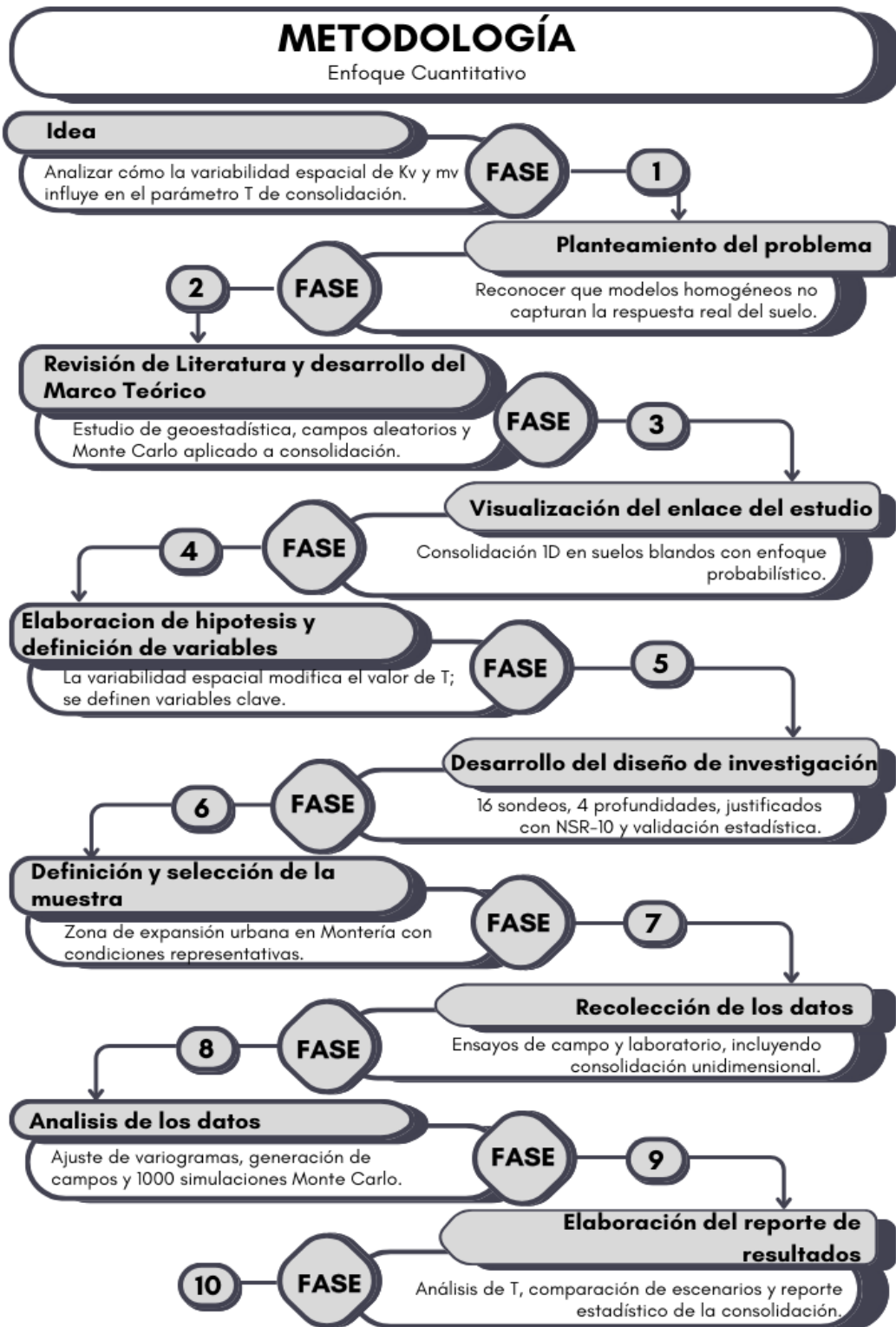


Figura 1. Fases de la Metodología empleada.

Fuente: Elaboración propia.

5.1.1. Fase 1: Identificación del problema.

El punto de partida de esta investigación es la observación de comportamientos dispares en los tiempos de consolidación de suelos blandos localizados en zonas de expansión urbana de Montería, Córdoba. En particular, se identificó que, bajo cargas verticales similares, el grado de consolidación alcanzado en distintos puntos de la zona varía de forma significativa. Lo anterior muestra que el supuesto clásico de homogeneidad del terreno no es aplicable en estos contextos.

En este marco, surge la necesidad de estudiar la influencia que tiene la variabilidad espacial de dos propiedades clave del suelo: la conductividad hidráulica vertical (K_v) y el módulo de volumen de compresibilidad (m_v), sobre el comportamiento del parámetro adimensional de consolidación (T_v). Este parámetro es fundamental en los análisis de asentamiento primario en suelos finos, ya que controla la tasa de disipación de presiones de poro.

El objetivo de esta fase es, justificar técnica y contextualmente el estudio de la consolidación bajo condiciones estocásticas, a partir de la variabilidad espacial natural del terreno y su impacto potencial sobre el diseño de obras civiles. Esto se enmarca en el enfoque de geotecnia probabilística, el cual reconoce que las propiedades del suelo no pueden ser tratadas como constantes, sino como variables aleatorias con estructura espacial definida.

5.1.2. Fase 2: Caracterización geológica y definición del área de estudio.

La segunda fase metodológica consiste en la delimitación espacial y geológica del área de análisis, con el fin de garantizar que los parámetros geotécnicos evaluados sean representativos de la zona urbana de interés y puedan incorporarse a un modelo de consolidación en condiciones realistas.

El área seleccionada se encuentra al noreste del casco urbano de la ciudad de Montería, dentro de la zona de expansión urbana definida por el Plan de Ordenamiento Territorial (POT 2021–2033)[30]. Esta zona se elige por cumplir tres condiciones clave:

- Relevancia urbana y constructiva: es una zona priorizada para el desarrollo habitacional de hasta tres pisos.

- Aptitud para exploración directa: buena accesibilidad vial y bajo grado de intervención superficial.
- Homogeneidad litológica relativa: su comportamiento geomecánico es representativo de las planicies aluviales del bajo Sinú.

5.1.2.1. Caracterización litológica y definición del sitio experimental.

Desde un punto de vista estructural, la ciudad de Montería se ubica sobre el límite entre los cinturones plegados del Sinú y San Jacinto, dos unidades geológicas definidas por estructuras compresivas asociadas al Sistema de Fallas de Romeral.

Los suelos superficiales están compuestos por:

- Depósitos aluviales recientes (Qal): sedimentos no consolidados, ricos en finos, con presencia de arcillas plásticas y limos.
- Terrazas aluviales: depósitos más antiguos, con mayor densificación natural y presencia de arenas limosas y gravas finas.
- Formación San Cayetano (Pgsc) en el basamento: arenitas finas, lutitas y capas gruesas con variabilidad lateral.

Esta heterogeneidad litológica se confirma por el análisis del mapa geológico del IGAC [7] (escala 1:100.000) y por observación directa durante la exploración.

Con base en el mapa de suelos del IGAC [7] y la reinterpretación cartográfica del estudio geotécnico, se reconocen dos tipos de relieve:

- Planos de inundación: asociados a depósitos más blandos, plásticos, con menor grado de consolidación natural.
- Terrazas aluviales: materiales más antiguos, generalmente con mayor resistencia y menor compresibilidad.

La Figura 2 muestra el mapa de litología superficial y relieve, donde se evidencia la zona de transición entre estas dos unidades. Este tipo de contacto puede implicar variaciones verticales en las propiedades geotécnicas incluso dentro de perfiles próximos.

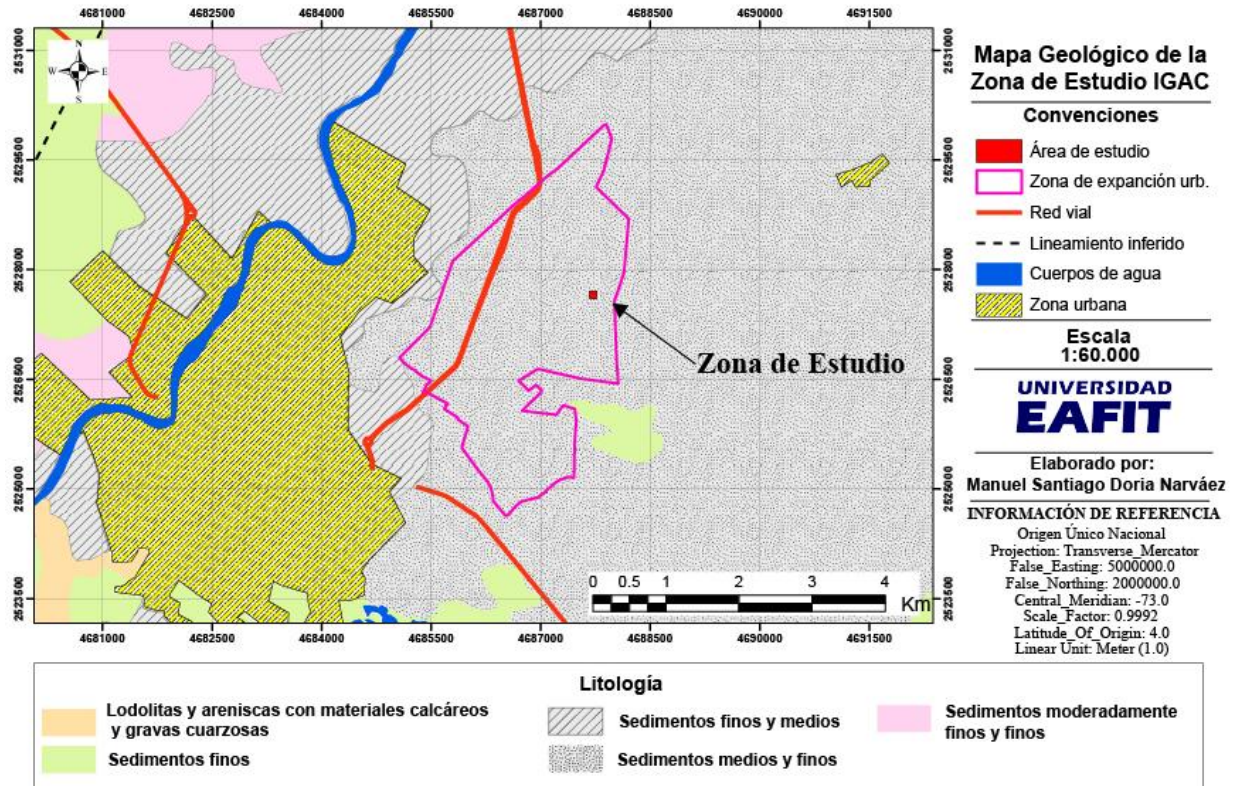


Figura 2. Mapa de litología del suelo de la zona estudio, modificado del mapa de suelos del departamento de Córdoba del IGAC.

Fuente: (IGAC, 2003)

Basado en lo anterior, se define un lote experimental de aproximadamente 100 x 100 m, representativo de la zona objetivo. Allí se planifican y ejecutan 16 sondeos distribuidos espacialmente (S1 a S16), cuya ubicación se muestra en la Figura 3.

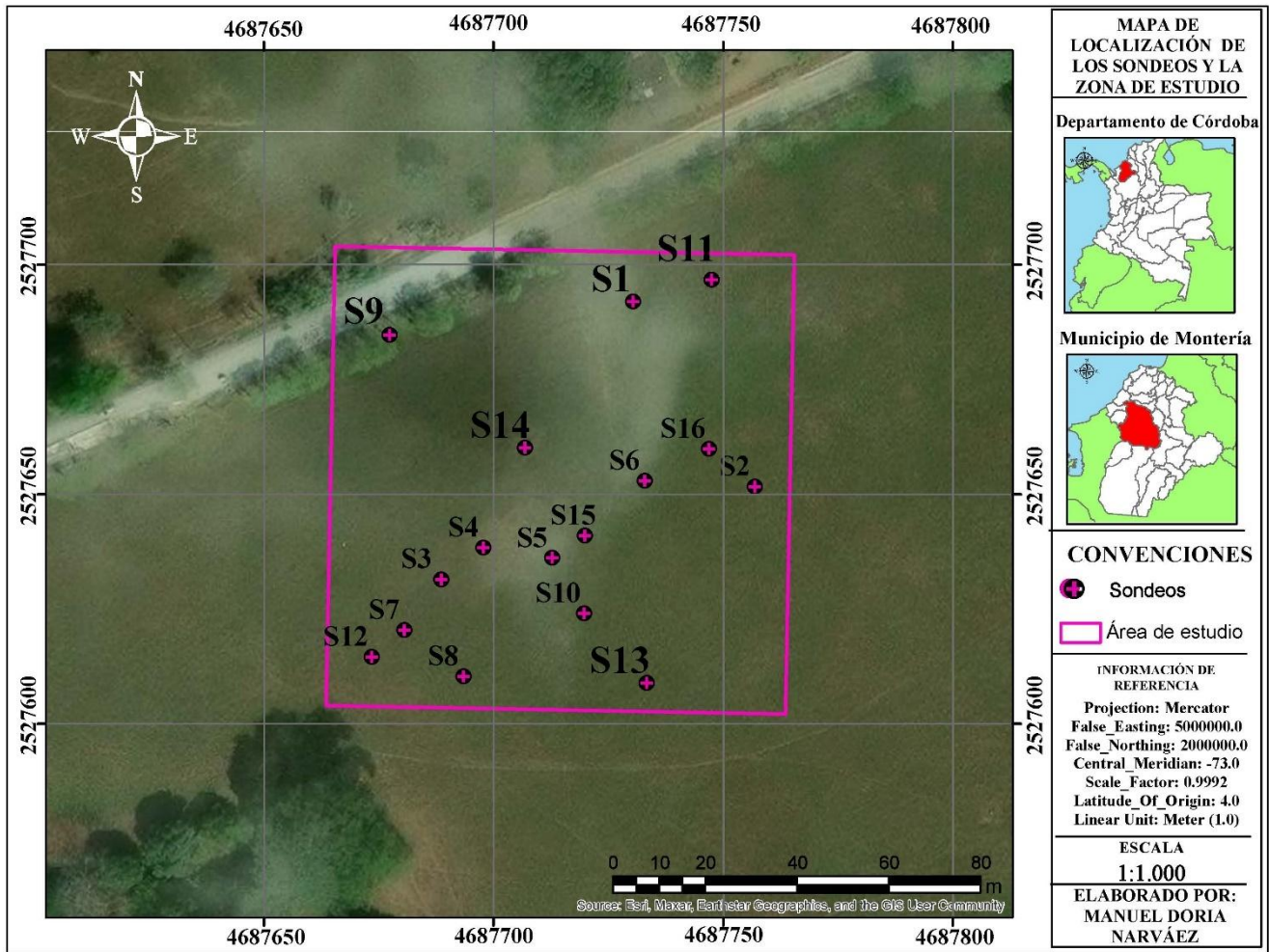


Figura 3. Localización de los sondeos.

Fuente: elaboración propia.

Estos sondeos cubren tanto zonas de llanura activa como sectores de terraza alta, permitiendo capturar variabilidad espacial en profundidad y lateralmente, lo cual es clave para el análisis geoestadístico posterior.

5.1.3. Fase 3: Diseño experimental y planificación del muestreo.

Con base en la caracterización geológica y los objetivos del estudio, se diseñó un plan de muestreo que permitiera capturar la variabilidad espacial vertical y horizontal de las propiedades geotécnicas. Se establecieron 16 sondeos distribuidos espacialmente en un área de 100×100 metros, con muestreo a profundidades de 1.5 m, 3.0 m, 4.5 m y 6.0 m, para un total de 64 puntos de observación, puede apreciarse en la figura No. 3.

La profundidad de exploración se justificó con base en lo establecido en el Reglamento Colombiano de Construcción Sismo Resistente (NSR-10), el cual indica que para edificaciones de hasta tres pisos, la exploración debe alcanzar al menos los 6 metros, o la profundidad hasta la cual se espera que el esfuerzo efectivo generado por la estructura sea relevante (Título H, Sección H.2.4) [31].

El número total de sondeos fue validado estadísticamente con el objetivo de estimar la media de K_v con una precisión aceptable. Para ello, se utilizó la siguiente fórmula de tamaño muestral para una población con varianza conocida:

$$n = \left(\frac{Z \cdot \sigma}{E} \right)^2$$

Ecuación 22. Tamaño muestral.

Donde:

- Z : valor crítico para el nivel de confianza (1.645 para 90%),
- σ : desviación estándar muestral (1.047×10^{-7} m/s)
- E : error tolerable (5×10^{-8} m/s).

El resultado confirmó que con 16 sondeos y un total de 64 muestras se lograba una precisión estadística adecuada, cumpliendo con un margen de error del orden de 4.3×10^{-8} m/s, lo cual valida el tamaño muestral desde el punto de vista inferencial.

Este diseño experimental permite capturar de forma sistemática la variabilidad del perfil del suelo en profundidad y en extensión, ofreciendo una base robusta para el posterior análisis geoestadístico y numérico.

5.1.4. Fase 4: Recolección de los datos.

La cuarta fase contempla la ejecución de una campaña de campo y la realización de ensayos de laboratorio orientados a caracterizar geotécnicamente el terreno. El objetivo es obtener los parámetros necesarios para el análisis estadístico, geoestadístico y la modelación del proceso de consolidación.

5.1.4.1. Exploración de campo.

Se ejecuta una campaña de perforación mediante sondeo a percusión con extracción de muestras inalteradas, utilizando tubos Shelby de 75 mm de diámetro. Esta técnica permite preservar la estructura del suelo y obtener muestras aptas para ensayos de consolidación.

La toma de muestras se desarrolla en los 16 puntos establecidos durante el diseño experimental, alcanzando una profundidad máxima de 6 metros. La ejecución se realiza conforme al Manual de Ensayos de Suelos de INVÍAS [32], que establece los procedimientos técnicos para muestreo, clasificación y caracterización de suelos.

Las muestras se someten a los siguientes ensayos, conforme a las normas INVÍAS:

- Clasificación e identificación:
 - Granulometría por tamizado e hidrómetro (INV E-122 e INV E-123),
 - Límites de Atterberg (INV E-125 e INV E-126),
 - Peso específico (INV E-133),
 - Humedad natural (INV E-127).
- Ensayo de compresión simple (INV E-142).
- Ensayo de consolidación unidimensional (INV E-141):
 - Carga única,
 - Determinación de t_{90} mediante método de Taylor,
 - Obtención de m_v y c_v .

Los resultados se consolidan en una tabla resumen por sondeo y profundidad, que sirve como insumo para las fases de análisis (Ver anexo 1).

5.1.5. Fase 5: Análisis de los datos.

Esta fase se enfoca en procesar los datos recolectados para caracterizar estadística y espacialmente las propiedades K_v y m_v . El objetivo principal es ajustar un modelo de dependencia espacial mediante el análisis del variograma y aplicar técnicas de interpolación que permiten visualizar el comportamiento de estas propiedades dentro del dominio de estudio.

5.1.5.1. Análisis estadístico y espacial.

En primer lugar, se calculan medidas como la media, la desviación estándar y el coeficiente de variación (CoV), además de elaborar histogramas y gráficos de densidad que ayudan a identificar si las distribuciones se ajustan mejor a un modelo normal o lognormal. Posteriormente, se procede a la estimación del semivariograma experimental utilizando la librería *scikit-gstat*, aplicando binning mediante el método *k-means*. A partir de este semivariograma, se ajustan distintos modelos teóricos — gaussiano, exponencial, cúbico y circular, utilizando *gstools*,[33] con el propósito de seleccionar aquel que presenta el mejor ajuste visual y la mayor coherencia estadística. Los parámetros obtenidos en este ajuste son:

- nugget,
- sill
- rango.

5.1.6. Fase 6: Generación de campos aleatorios.

El objetivo de esta fase es generar múltiples realizaciones de campos lognormales correlacionados para las propiedades $K_v(z)$ y $m_v(z)$, siguiendo la estructura espacial definida en la fase anterior.

Se utiliza el modelo de variograma circular, implementado en *gstools*, y se genera un campo gaussiano base que se transforma a lognormal mediante:

$$Z(z) = \exp(\mu_{tnz} + \sigma_{tnz} \cdot G(z))$$

Ecuación 23. Modelo de variograma.

La simulación se realiza mediante transformada rápida de Fourier (FFT), aplicando la metodología de circular *embedding* (también llamado extensión periódica), para evitar errores de borde. Se generan 1000 realizaciones independientes, cada una con distinta semilla, para su posterior uso en el análisis de consolidación.

5.1.7. Fase 7: Implementación del modelo numérico de consolidación.

En esta fase se aborda la resolución numérica de la ecuación de consolidación unidimensional, considerando explícitamente la variabilidad espacial de las propiedades del suelo. Para ello, se parte de la formulación extendida de Terzaghi, adecuada para medios no homogéneos, en los que tanto la conductividad hidráulica vertical $k_v(z)$ como el módulo de compresibilidad volumétrica $m_v(z)$ varían con la profundidad. Esta aproximación permite representar de forma más realista el comportamiento del terreno, reconociendo que sus características no son constantes a lo largo del perfil.

Para resolver esta ecuación se utiliza el método de diferencias finitas implícitas (Euler hacia atrás), debido a su estabilidad numérica ante propiedades altamente variables. El dominio se discretiza entre 0 y 80 metros de profundidad, empleando una malla con N_z nodos espaciados uniformemente mediante un paso Δz . En el tiempo, se consideran N_t pasos con un intervalo Δt que se ajusta de acuerdo con los criterios de estabilidad y precisión numérica.

Las condiciones de frontera consideradas corresponden a dos escenarios. En el primer caso, se asume drenaje doble, con presión de poro nula en los extremos $z = 0$ y $z = H$. En el segundo, se plantea un esquema de drenaje simple, en el cual la presión es nula en $z = 0$, mientras que en $z = H$ el flujo es nulo, lo cual equivale a una derivada de presión igual a cero. Esta comparación permite analizar el comportamiento del sistema bajo distintas condiciones de drenaje.

5.1.7.1. Resolución computacional y estimación del grado de consolidación.

La implementación computacional se realiza en Python, resolviendo el sistema de ecuaciones a través de una matriz tridiagonal que incluye los valores específicos de $k_v(z)$ y $m_v(z)$ en cada nodo. Cada realización del campo aleatorio generado se usa como una entrada independiente al modelo. Además, el algoritmo permite cambiar entre las condiciones de drenaje simple y doble, ajustando automáticamente la formulación en los extremos según corresponda.

A partir de los resultados obtenidos para la presión de poro a lo largo del tiempo, se calcula el grado de consolidación promedio. Esta formulación permite estimar el avance del proceso de consolidación en cada instante de tiempo. A partir de allí, se determina el tiempo necesario para alcanzar un grado de consolidación objetivo, como por ejemplo $U=95\%$, lo cual permite obtener el valor del parámetro adimensional de consolidación T , que se utiliza en los análisis comparativos posteriores.

6. MATERIALES Y MÉTODOS

Este capítulo presenta el modelo numérico utilizado para resolver la ecuación unidimensional de consolidación con variabilidad espacial, usando un esquema de diferencias finitas implícitas (Backward Euler). También, se describen las herramientas de geoestadística empleadas para ajustar los modelos de variograma requeridos para la simulación de campos aleatorios.

6.1. MODELO NUMÉRICO POR DIFERENCIAS FINITAS IMPLÍCITAS

La ecuación de consolidación considerada incorpora la variabilidad espacial de la conductividad hidráulica vertical $k_v(z)$ y del módulo de compresibilidad $m_v(z)$ [11]. Su forma extendida es:

$$\frac{\partial p_w}{\partial t} = \frac{1}{m_v(z)\gamma_w} \cdot \frac{\partial}{\partial z} \left[k(z) \cdot \frac{\partial p_w}{\partial z} \right]$$

Ecuación 24. Consolidación unidimensional extendida de Terzaghi para medios no homogéneos.

donde:

$p_w(z, t)$: presión de poro en función de la profundidad y el tiempo [kPa],

$k(z)$: conductividad hidráulica vertical [m/s],

$m_v(z)$: módulo de volumen de compresibilidad [m²/kN],

γ_w : peso unitario del agua (9.81 kN/m³).

- Discretización del dominio
- Se divide el perfil del suelo en Nz nodos espaciales: z_i , con paso Δz .
- El tiempo se divide en Nt pasos: t_j , con paso Δt .
- Aproximaciones por diferencias finitas

Derivada temporal (esquema implícito):

$$\frac{\partial p_i}{\partial t} \approx \frac{p_i^{j+1} - p_i^j}{\Delta t}$$

Ecuación 25. Ecuación de la derivada temporal.

Término de flujo:

$$q_{i+\frac{1}{2}}^{j+1} = -k_{i+\frac{1}{2}} \left(\frac{p_{i+1}^{j+1} - p_i^{j+1}}{\Delta z} \right) \quad \text{con} \quad k_{i+\frac{1}{2}} = \frac{k_i + k_{i+1}}{2}$$

Ecuación 26. Ecuación del término de flujo.

Divergencia del flujo:

$$\left(\frac{\partial}{\partial z} \left(k(z) \frac{\partial p_w}{\partial z} \right) \right)_i^{j+1} \approx \frac{q_{i+\frac{1}{2}}^{j+1} - q_{i-\frac{1}{2}}^{j+1}}{\Delta z}$$

Ecuación 27. Ecuación de la divergencia del flujo.

Ecuación discreta final

$$\frac{p_i^{j+1} - p_i^j}{\Delta t} = \frac{1}{m_{v,i}\gamma_w(\Delta z)^2} \left[k_{i+\frac{1}{2}}(p_{i+1}^{j+1} - p_i^{j+1}) - k_{i-\frac{1}{2}}(p_i^{j+1} - p_{i-1}^{j+1}) \right]$$

Ecuación 28. Ecuación discreta final.

Esta ecuación se reorganiza en forma matricial:

$$a_i p_{i-1}^{j+1} + b_i p_i^{j+1} + c_i p_{i+1}^{j+1} = d_i$$

Ecuación 29. Ecuación discreta organizada en forma matricial.

Con los coeficientes definidos como:

$$a_i = \frac{k_{i-\frac{1}{2}}}{m_{v,i}\gamma_w(\Delta z)^2}, \quad b_i = -\left(\frac{k_{i-\frac{1}{2}} + k_{i+\frac{1}{2}}}{m_{v,i}\gamma_w(\Delta z)^2} + \frac{1}{\Delta t} \right), \quad c_i = \frac{k_{i+\frac{1}{2}}}{m_{v,i}\gamma_w(\Delta z)^2}, \quad d_i = -\frac{p_i^j}{\Delta t}$$

Condiciones de frontera

Drenaje doble:

$$p_0^{j+1} = 0, \quad p_{N-1}^{j+1} = 0$$

Ecuación 30. Drenaje doble

Drenaje simple:

$$p_0^{j+1} = 0, \quad \left. \frac{\partial p}{\partial z} \right|_{z=H} \approx \frac{p_{N-1}^{j+1} - p_{N-2}^{j+1}}{\Delta z} = 0$$

Ecuación 31. Drenaje simple

Grado de consolidación promedio

$$U(t) = 1 - \frac{1}{H} \int_0^H \frac{p_w(z, t)}{p_0} dz$$

Ecuación 32. Cálculo del grado de consolidación promedio $U(t)$

Se usó entonces la ecuación de consolidación utilizada fue la forma extendida de Terzaghi para medios no homogéneos:

Se implementó una solución numérica mediante diferencias finitas implícitas, discretizando el perfil con $N_z = 100$ nodos y aplicando:

- Drenaje doble: $p_w(0, t) = p_w(H, t) = 0$
- Drenaje simple: $p_w(0, t) = 0$, con derivada nula en $z = H$.

El grado de consolidación promedio se calculó mediante:

Se resolvieron perfiles de presión de poro y curvas $U(t)$ para cada realización.

A continuación, se muestra un flujograma que Incluye los pasos desde la definición del dominio, carga de datos de $k_v(z)$ y $m_v(z)$, construcción de la malla, condiciones de frontera, resolución por diferencias finitas, hasta el cálculo del grado de consolidación y el tiempo t_{90} .

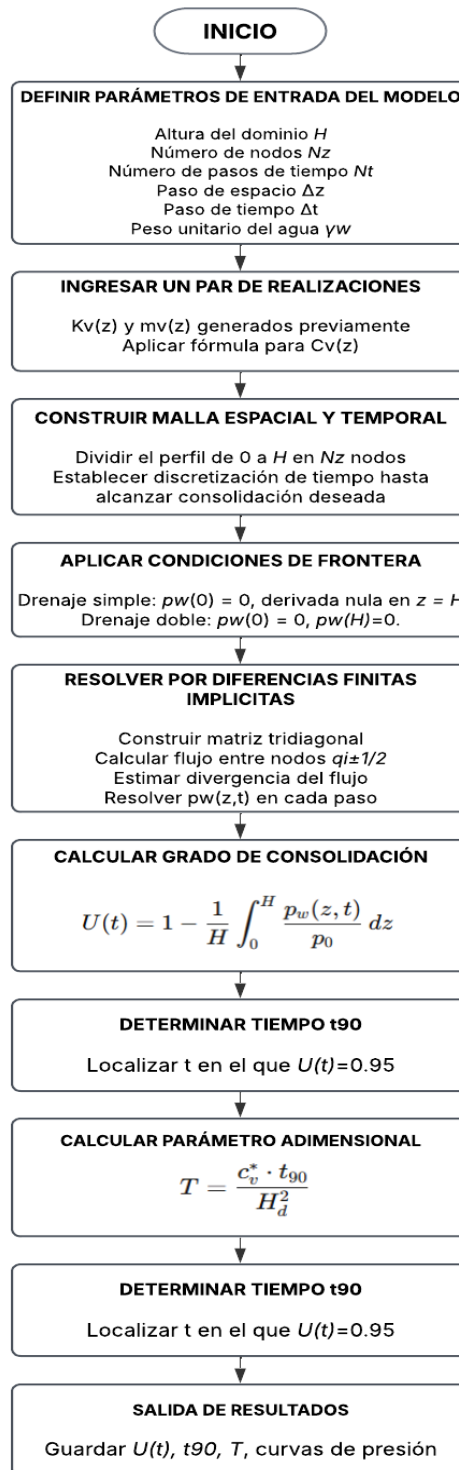


Figura 4. Flujograma de la Implementación del modelo numérico

Fuente: Elaboración propia a partir de Programa para cálculo de T , desarrollado por Exneyder A. Montoya-Araque (trabajo en curso).

6.2. HERRAMIENTAS DE GEOESTADÍSTICA UTILIZADAS

Se emplearon dos librerías de código abierto en Python para el tratamiento geoestadístico de los datos:

a. scikit-gstat

Librería especializada en el cálculo del semivariograma experimental, permite seleccionar distintos métodos de agrupamiento de pares de datos (binning), en este caso se usó agrupamiento tipo k-means para mejorar la distribución de las clases en el semivariograma. Su salida es el insumo base para el ajuste posterior del modelo teórico[33].

b. gstools

Librería orientada a la generación y ajuste de modelos teóricos de variogramas, y a la simulación de campos aleatorios con estructura espacial definida. Se usaron los modelos gaussiano, esférico, exponencial, cúbico y circular; el modelo cúbico fue seleccionado como el más representativo. Permite aplicar simulaciones espectrales con transformada rápida de Fourier (FFT), usando circular embedding para garantizar continuidad estadística y eficiencia computacional. El uso de esta herramienta ha sido documentado por Müller y otros colaboradores [34] como una solución robusta para la representación estocástica en geociencias, y su implementación específica en la versión 1.6.1 queda registrada en Zenodo para fines de trazabilidad y replicabilidad [35].

Ambas librerías fueron fundamentales para definir la estructura espacial de K_v y m_v , insumos clave del modelo numérico.

7. RESULTADOS

Con la implementación del modelo numérico de consolidación y la ejecución de la simulación Monte Carlo con campos aleatorios espacialmente correlacionados de las propiedades K_v y m_v , se obtuvo resultados en base de las siguientes orientaciones:

- Se presentan resultados individuales con la representación de la evolución del grado de consolidación en función del tiempo, teniendo en cuenta la variabilidad espacial.
- Se realiza un análisis estadístico del parámetro adimensional T , el cual relaciona el tiempo de consolidación con el coeficiente c_v^* y la altura drenante H_d .
- Se asimila el efecto de la correlación espacial (λ/H) sobre la dispersión de los resultados y el impacto de las condiciones de drenaje, ya sea drenaje simple o drenaje doble.
- Se realiza una comparación de los resultados del modelo estocástico con el modelo homogéneo para evaluar la pertinencia de asumir o no una estructura espacial en los parámetros del suelo.

Primeramente, se muestran dos semivariogramas experimentales ajustados con el modelo cúbico de la zona de estudio, este se escoge debido a que es el modelo que más se ajusta a los datos del semivariograma empírico; en el gráfico siguiente se muestran puntos que representan cada uno de los valores experimentales obtenidos, y la línea roja que representa el ajuste de los modelos teóricos. Se observan diferencias en los parámetros nugget, sill y rango, que evidencian la variabilidad espacial del parámetro K_v y m_v en función de la ubicación.

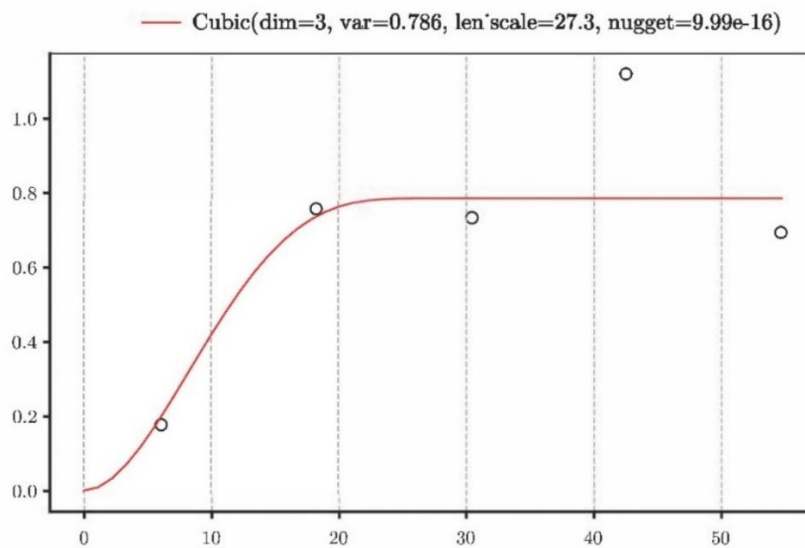


Figura 5. Variograma experimental de K_v

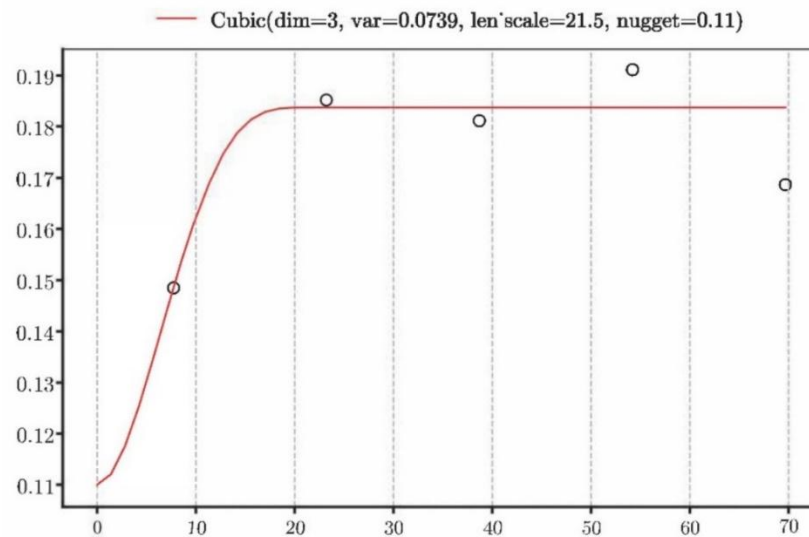


Figura 6. Variograma experimental de m_v

Dentro del análisis espacial, se realiza la interpolación por kriging simple sobre una malla estructurada, cuyo objetivo es la generación de superficies que sirvan para ilustrar el comportamiento espacial de K_v , y esto permite contrastar visualmente los patrones que nos devuelven resultados de simulaciones. Es relevante indicar que en este caso se considera a la interpolación sólo con fines comparativos y no como método de generación de campos aleatorios.

Las figuras siguientes refleja los resultados de la interpolación por kriging simple, obtenidos de los valores medidos de K_v y m_v , como resultado se muestra la escala de colores en la que se representan los datos. Dichas interpolaciones nos desvelan patrones espaciales de variación con la capacidad de servir de referente para validar las características estadísticas y estructurales de los campos generados posteriormente.

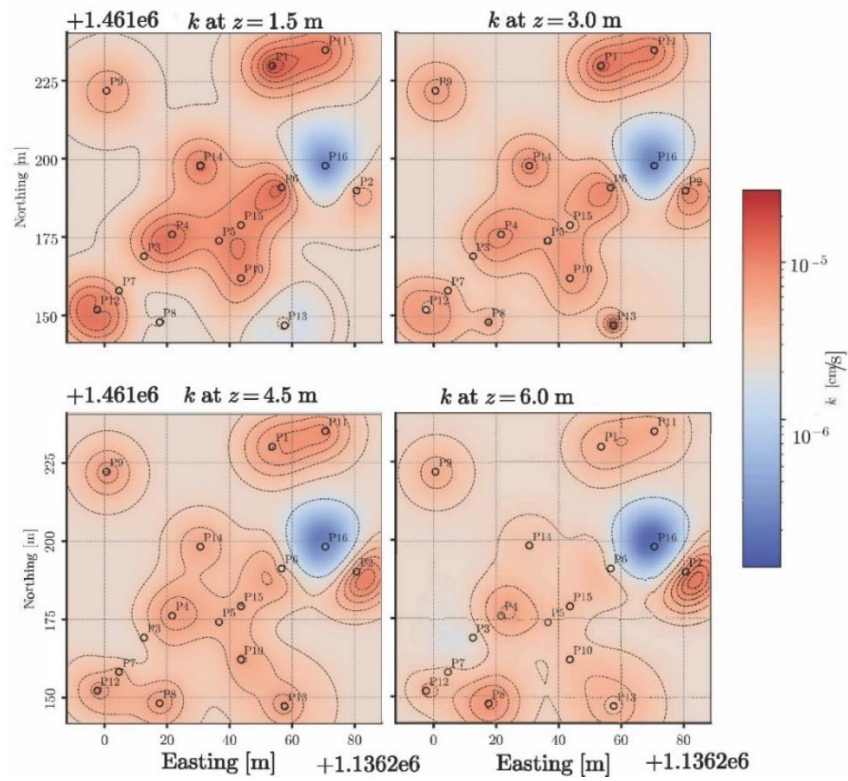


Figura 7. Modelo interpolado de conductividad hidráulica K_v (logarítmico)

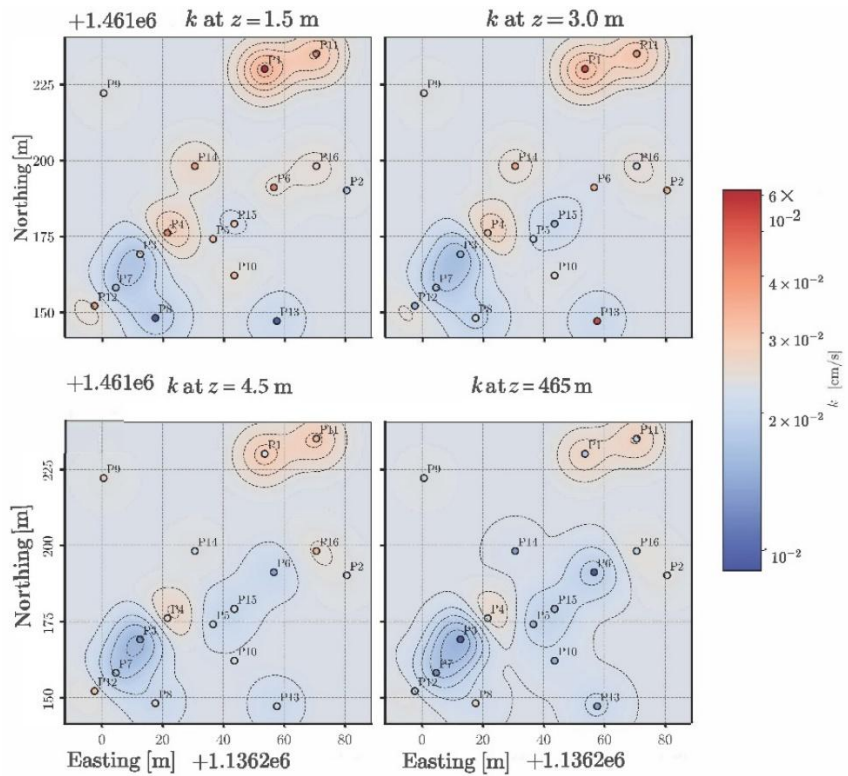


Figura 8. Modelo interpolado del coeficiente de compresibilidad volumétrica m_v (logarítmico).

En las figuras anteriores se presentan los mapas interpolados mediante kriging simple para la conductividad hidráulica vertical K_v y el coeficiente de módulo de volumen m_v , en cuatro niveles del perfil del subsuelo (1.5 m, 3.0 m, 4.5 m y 6.0 m). Ambos indicadores muestran una notable heterogeneidad del espacio, en la que priman los valores bajos que reflejan un comportamiento de suelo blando, caracterizado por una capacidad de soporte baja junto con una capacidad de deformación alta. Sin embargo, aparecen ciertas áreas puntuales en donde los valores de K_v (alrededor de P1, P3 y P16) y m_v (en las cercanías de P1 y P13) son más altos; lo cual sugiere la existencia de un material menos blando o menos deformable. Tal información es importante para conocer el comportamiento hidro-mecánico del terreno y tenerlo como base para la generación de campos aleatorios para el análisis.

Y a su vez, con el fin de hacer más clara la representación de la distribución espacial en profundidad de los parámetros interpolados, se acompaña un modelo 3D con los resultados del kriging simple. La creación de estos modelos no es más que una manera de visualizar de mejor manera la variabilidad vertical y horizontal que tienen los valores de K_v y m_v a medida que se avanza en los diferentes niveles del perfil del suelo.

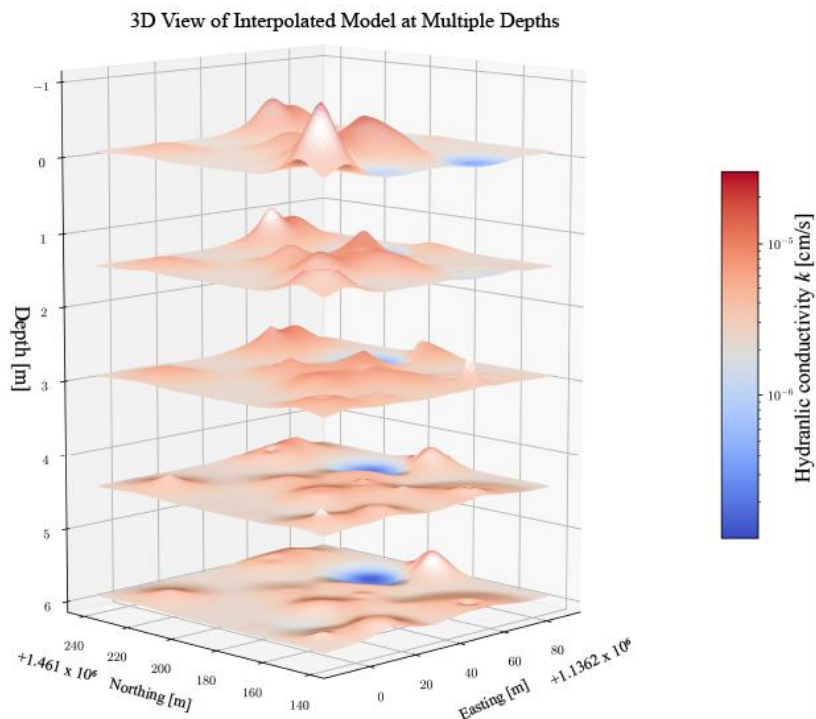


Figura 9. Modelo tridimensional interpolado de la conductividad hidráulica vertical K_v

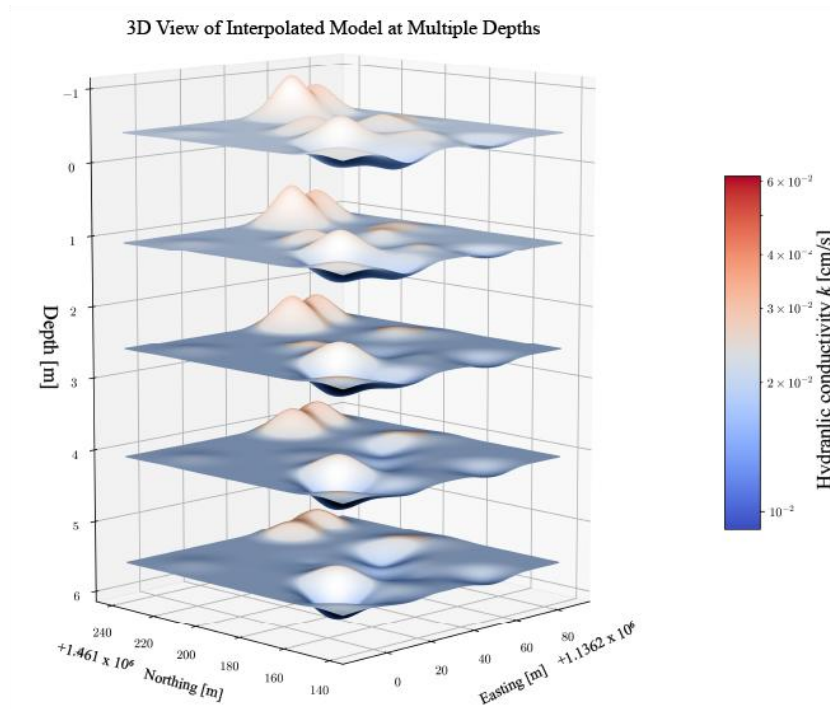


Figura 10. Modelo tridimensional interpolado del módulo de volumen m_v .

Las Figuras 7 y 8 ofrecen la visualización en tres dimensiones de los mapas interpolados para la conductividad hidráulica vertical (K_v) y el módulo de volumen (m_v), respectivamente. La visualización 3D a distintas profundidades (1.5 m, 3.0 m, 4.5 m y 6.0 m) que proporcionan las figuras permite ver el desarrollo de los valores en el perfil del subsuelo con mayor detalle.

Tanto en el modelo de K_v (Figura 7), en el que se pueden reconocer zonas de alta permeabilidad en la parte alta del perfil, cerca de los puntos de muestreo P1, P3 y P16, como en el modelo de m_v (Figura 8), que evidencian zonas de mayor rigidez en las cercanías de los puntos de muestreo P1 y P13, muestran un diagnóstico de terreno con material menos impermeable y baja compresibilidad en ciertos sectores.

Las visualizaciones tridimensionales constituyen una pieza clave para ayudar a la comprensión de la heterogeneidad espacial de los parámetros geotécnicos, y también permiten reforzar el diagnóstico sobre un terreno de tipo y blando, tal como se mostró antes.

A partir del proceso de simulación mencionado previamente, se obtuvo un considerable número de realizaciones para las propiedades geotécnicas $K_v(z)$ y $m_v(z)$, traduciéndose en la variabilidad espacial vertical a lo largo del perfil del suelo, las cuales, generadas bajo criterios estadísticos a partir de los datos

de entrada, cumplen el principio de expresar cómo se comportan estas propiedades a lo largo de la profundidad del dominio de estudio.

Las figuras que vienen a continuación muestran realizaciones individuales y globales de estos campos generados, a través de secciones verticales o a través de cortes horizontales a diferentes escalas de profundidad, describiendo la heterogeneidad espacial del terreno y dando pie al análisis probabilístico del tiempo de consolidación; se incluyen también modelos 3D que refuerzan la lectura de los patrones espaciales y permiten analizar zonas críticas en términos hidro-mecánicos.

Las realizaciones obtenidas para ambas propiedades $K_v(z)$ y $m_v(z)$:

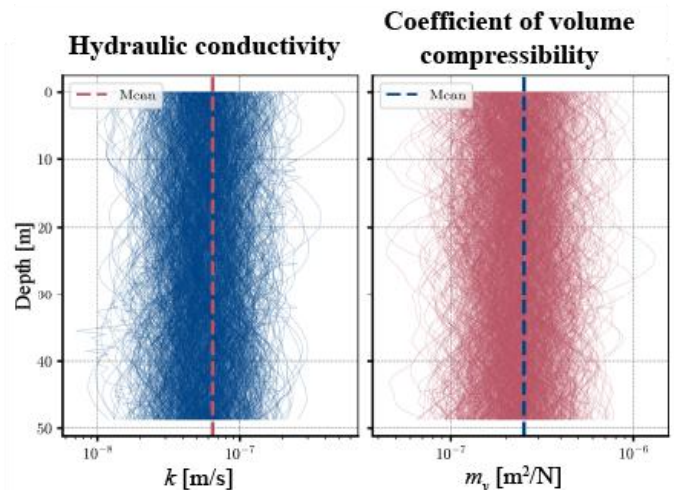
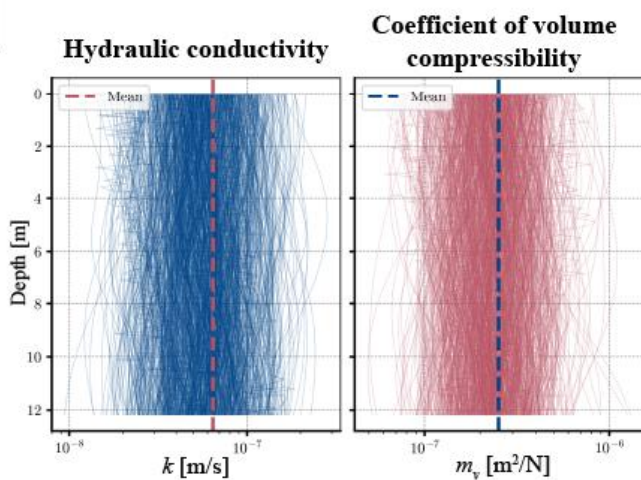


Figura 11. Realizaciones de K_v y m_v hasta 12 metros Figura 12. Realizaciones de K_v y m_v hasta 50 metros

En las figuras se observan las 1.000 realizaciones a partir de las cuales se obtuvo la conductividad hidráulica vertical K_v y el coeficiente de compresibilidad volumétrica m_v , modelada como un campo aleatorio unidimensional a lo largo de la profundidad y generadas de manera que se ajusten a la media, el coeficiente de variación (CoV) y la estructura de correlación espacial definida para cada propiedad.

En la Figura 11, se exponen las simulaciones hasta una profundidad de 12 metros. En la Figura 12, en cambio, se amplía el dominio hasta los 50 metros para visualizar el comportamiento a mayor profundidad y establecer diferencias. Cada curva corresponde a una realización previa del comportamiento espacial de la propiedad, mientras que las líneas punteadas verticales informan del valor medio del conjunto de realizaciones.

Este tipo de visualizaciones deja ver la dispersión, variabilidad y consistencia espacial de los parámetros, elementos imprescindibles para evaluar la incertidumbre de los tiempos de consolidación que se derivan de simulaciones de Monte Carlo.

Con el fin de analizar la variabilidad espacial tridimensional de la conductividad hidráulica vertical k_v , y el módulo volumétrico m_v se generaron cortes horizontales del campo aleatorio a diferentes profundidades dentro del dominio de estudio. La importancia de estos mapas radica en que nos permiten ver los cambios en las distribuciones de k_v y m_v a lo largo del eje vertical y de ofrecer así una información más detallada sobre la heterogeneidad del subsuelo. A continuación, se presentan los resultados obtenidos para cuatro niveles que son representativos.

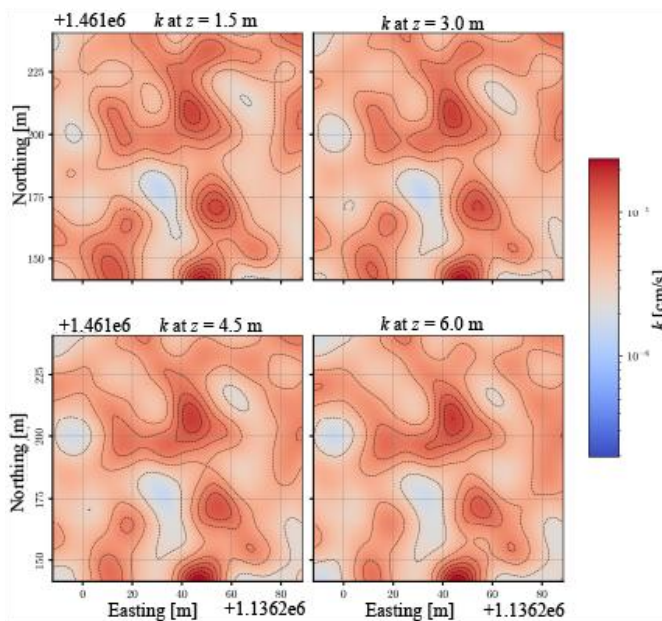


Figura 13. Distribución espacial de la conductividad hidráulica vertical K_v en cortes horizontales a distintas profundidades.

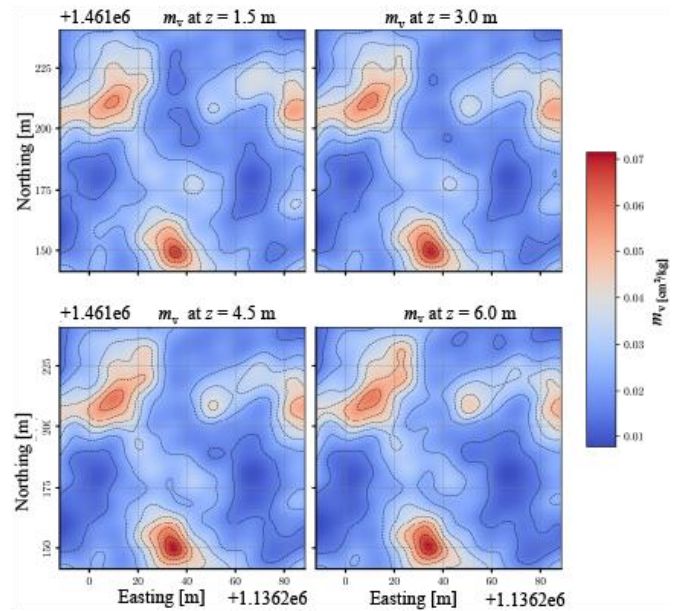


Figura 14. Distribución espacial del coeficiente de compresibilidad volumétrica m_v en cortes horizontales a distintas profundidades.

La Figura 13 y la Figura 14 presentan la distribución espacial de las propiedades del suelo en cortes horizontales a diferentes profundidades dentro del dominio de estudio. La Figura 13 muestra la variabilidad de la conductividad hidráulica vertical K_v , mientras que la Figura 14 representa la distribución del coeficiente de compresibilidad volumétrica m_v . Ambas propiedades fueron modeladas como campos aleatorios y sus valores reflejan la heterogeneidad inherente del medio, destacando zonas con contrastes significativos que influyen en el comportamiento de consolidación del suelo.

Las siguientes imágenes complementan a las Figuras 15 y 16 y representan en 3D la variación del K_v y el m_v a superficies con diferente profundidad, manifestando una heterogeneidad del suelo más clara. La representación cumple con la finalidad de evidenciar distintas zonas críticas y poder relacionar estas propiedades del suelo desde un punto de vista del comportamiento en el subsuelo.

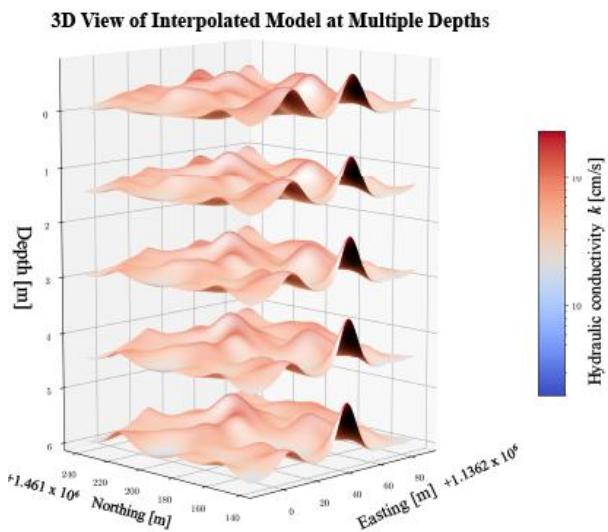


Figura 15. Distribución 3D de la Conductividad Hidráulica K_v a distintas Profundidades.

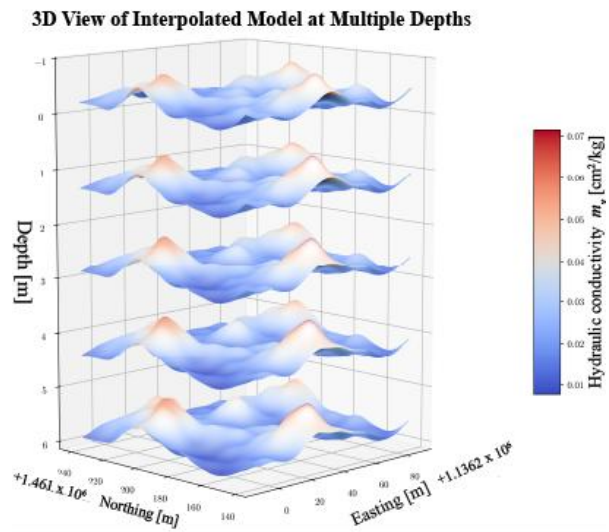


Figura 16. Distribución 3D del Coeficiente de Compresibilidad Volumétrica m_v a distintas profundidades.

7.1. RESULTADOS INDIVIDUALES

A partir de los campos aleatorios generados con anterioridad, se aplicó el modelo numérico de consolidación a dos (2) realizaciones individuales seleccionadas. Para una razón de correlación espacial $\lambda/H = 0.5$, se analizaron casos con drenaje simple y drenaje doble. Los resultados permiten observar el comportamiento de la consolidación frente a estructuras espaciales variables y compararlo frente a un modelo homogéneo referente.

7.1.1. Realización con drenaje doble.

Mediante simulación espectral con estructura cúbica ajustada, se hace una realización de los campos aleatorios $K_v(z)$ y $m_v(z)$. En este caso, la presión de poro es nula en ambos extremos del dominio Vertical de 6.0 m ($H_d = 3.0m$); lo que corresponde a un drenaje doble como condición de frontera. [11]

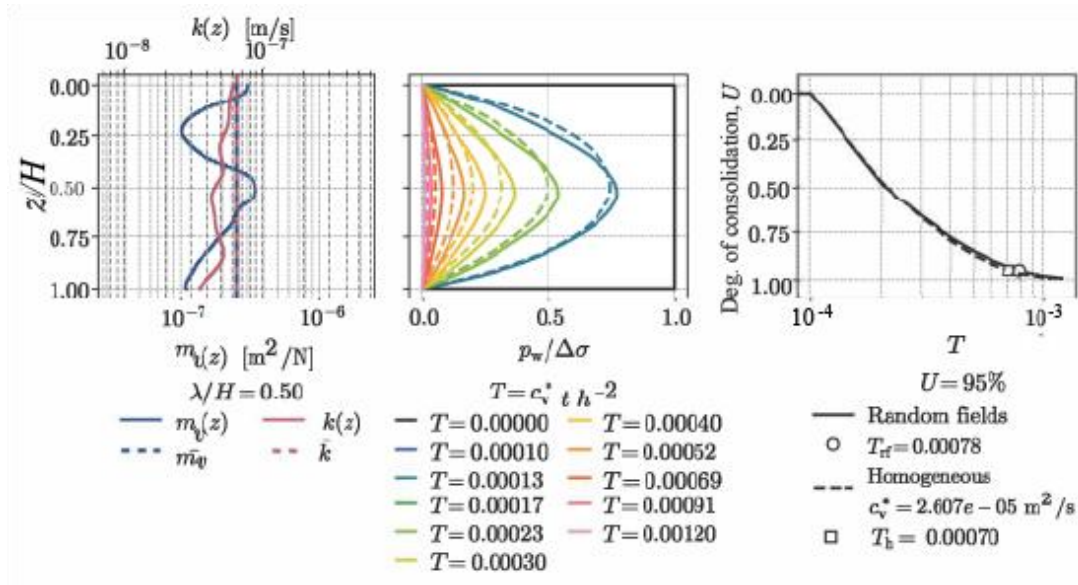


Figura 17. Comportamiento de la consolidación vertical considerando un perfil heterogéneo y homogéneo en condiciones de drenaje doble. A la izquierda se muestra perfiles de $K_v(z)$ y $m_v(z)$, en el centro distribución de $(p_w/\Delta\sigma)$ en el tiempo y a la derecha la relación entre el grado de consolidación U y el factor adimensional de tiempo T .

Fuente: Elaboración propia a partir de Programa para cálculo de T , desarrollado por Exneyder A. Montoya-Araque (trabajo en curso).

Del gráfico de la derecha se extraen los valores del factor adimensional de tiempo T .

$$T_{rf} = 0.00078, \quad T_h = 0.00070$$

Con el valor de $c_v^* = 2.607 \times 10^{-5}$ m²/s, el tiempo de consolidación se calcula por:

$$t_{95} = \frac{T_{rf} \cdot H_d^2}{c_v^*} = \frac{0.00078 \cdot 9 \text{ m}^2}{2.607 \times 10^{-5} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}} \approx 269.3 \text{ s}$$

Ecuación 33. Cálculo del tiempo de consolidación.

Tabla 4. Resultados de la Consolidación Vertical Drenaje Doble.

Propiedad	Distribución/Variograma	Drenaje	Media	c_v^* [m ² /s]	T_{rf} [-]	T_h [-]
K_v [m/s]	LogNormal/ Cubico	Doble	6.86×10^{-8}	2.607×10^{-5}	0.00078	0.00070
m_v [m ² /N]	LogNormal/ Cubico		2.52×10^{-7}			

Fuente: elaboración propia.

7.1.2. Realización con drenaje simple.

Se evalúa una segunda realización con una misma razón de correlación espacial $\lambda/H = 0.5$. En este caso, la presión de poro es nula en el extremo superior y derivada nula en la base del dominio Vertical de 6.0m ($H_d = 6.0m$); lo que corresponde a un drenaje simple como condición de frontera. [11]

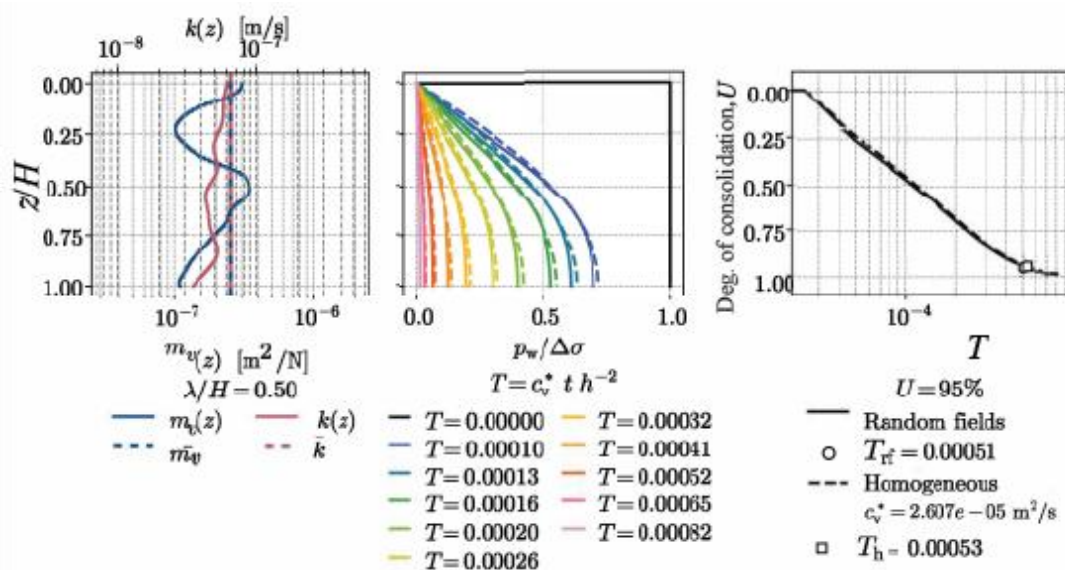


Figura 18. Comportamiento de la consolidación vertical considerando un perfil heterogéneo y homogéneo en condiciones de drenaje simple. A la izquierda se muestra perfiles de $K_v(z)$ y $m_v(z)$, en el

centro distribución de $(p_w/\Delta\sigma)$ en el tiempo y a la derecha la relación entre el grado de consolidación U y el factor adimensional de tiempo T .

Fuente: Elaboración propia a partir de Programa para cálculo de T , desarrollado por Exneyder A. Montoya-Araque (trabajo en curso).

Del gráfico de la derecha se extraen los valores del factor adimensional de tiempo T .

$$T_{rf} = 0.00051, \quad T_h = 0.00053$$

Con el valor de $c_v^* = 2.607 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$, el tiempo de consolidación se calcula por:

$$t_{95} = \frac{T_{rf} \cdot H_d^2}{c_v^*} = \frac{0.00051 \cdot 36 \text{ m}^2}{2.607 \times 10^{-5} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}} \approx 704.4 \text{ s}$$

Tabla 5. Resultados de la Consolidación Vertical Drenaje Simple.

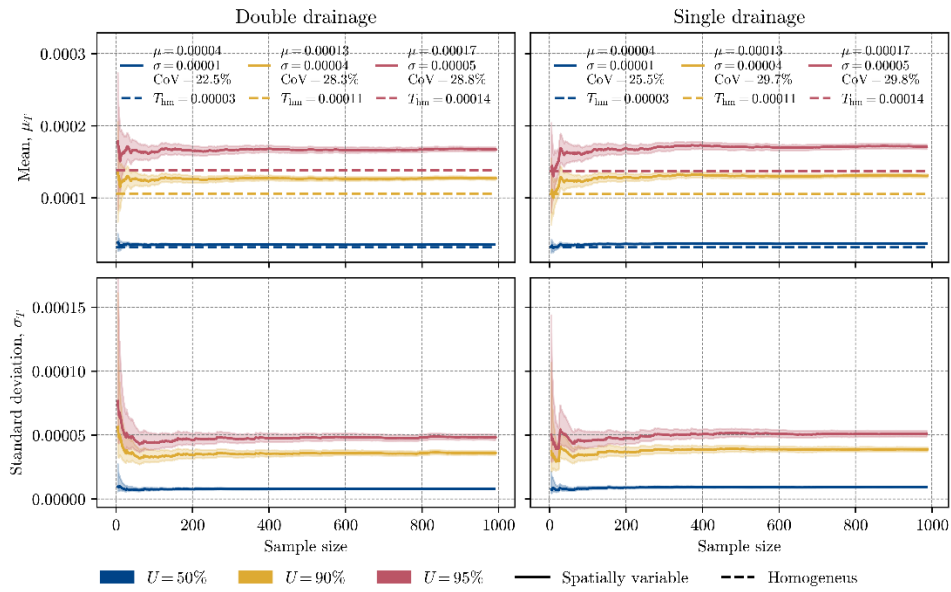
Propiedad	Distribución/Variograma	Drenaje	Media	c_v^* [m ² /s]	T_{rf}	T_h
K_v [m/s]	LogNormal/ Cubico	Simple	6.86×10^{-8}	2.607×10^{-5}	0.00051	0.00053
m_v [m ² /N]	LogNormal/Cubico		2.52×10^{-7}			

Fuente: Elaboración propia.

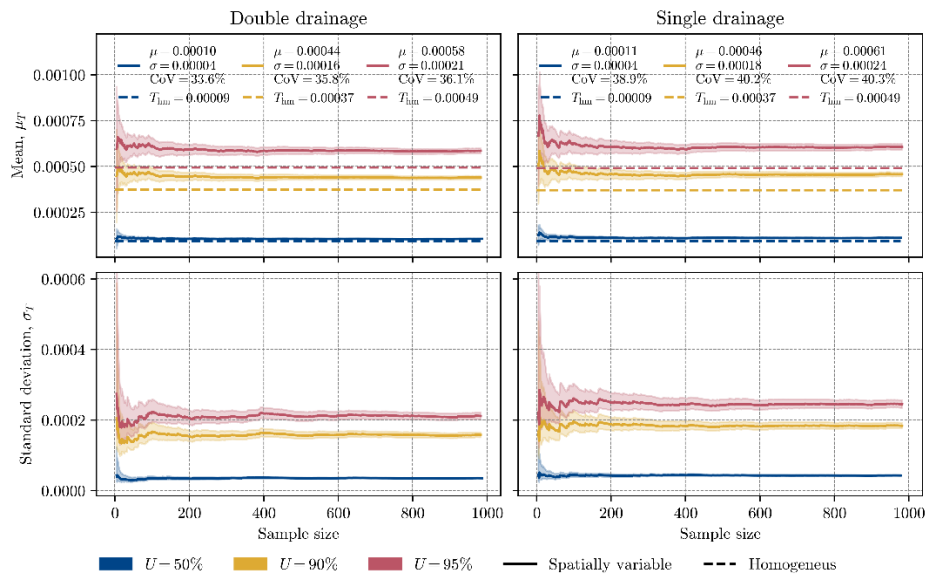
7.2. ANÁLISIS ESTADÍSTICO DEL FACTOR ADIMENSIONAL DE TIEMPO T

El análisis del parámetro adimensional T , permite hacer una evaluación de la dispersión y la tendencia central de los resultados que se tienen de la simulación de Monte Carlo. Esta relaciona un tiempo de consolidación requerido para alcanzar el grado de consolidación con el coeficiente de consolidación equivalente y la altura drenante. En el análisis se consideraron tres porcentajes de grado de consolidación U ; el 50%, 90% y 95% y se contrastan los resultados para las dos condiciones de drenaje (simple y doble).

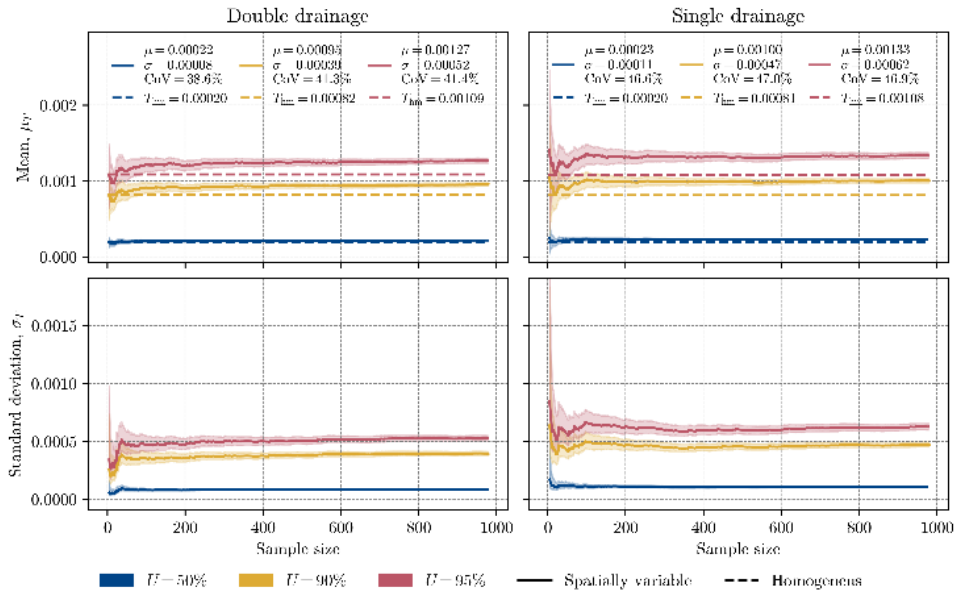
7.2.1. Resultados de las distribuciones del Factor adimensional de tiempo T .



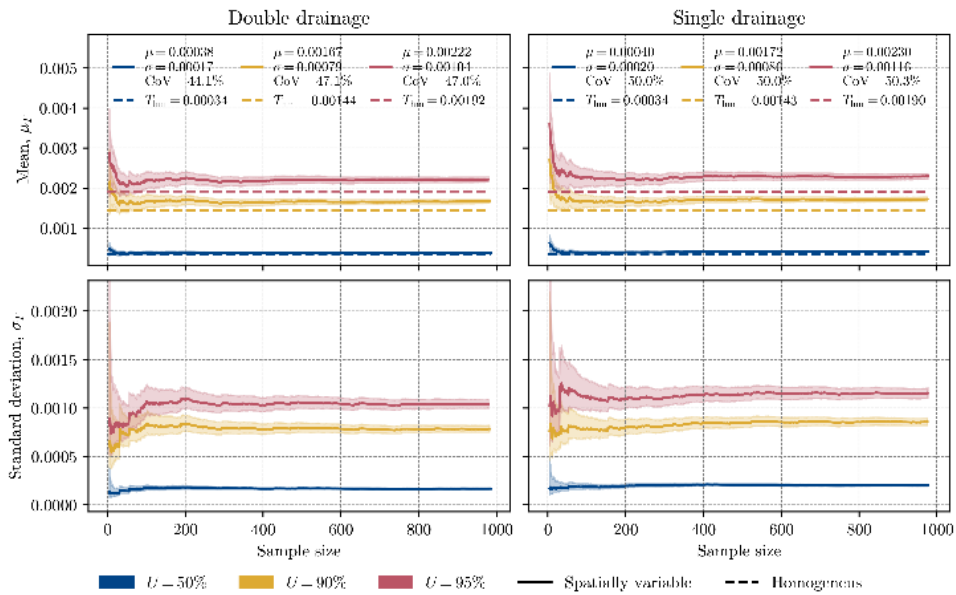
Simulación Monte Carlo con $\frac{\lambda}{H} = 0.25$



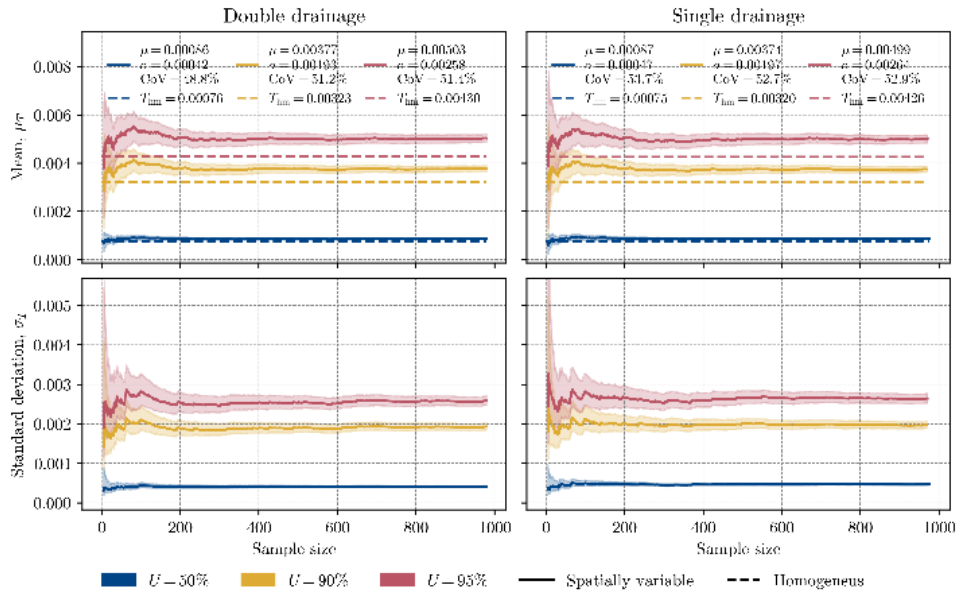
Simulación Monte Carlo con $\frac{\lambda}{H} = 0.50$



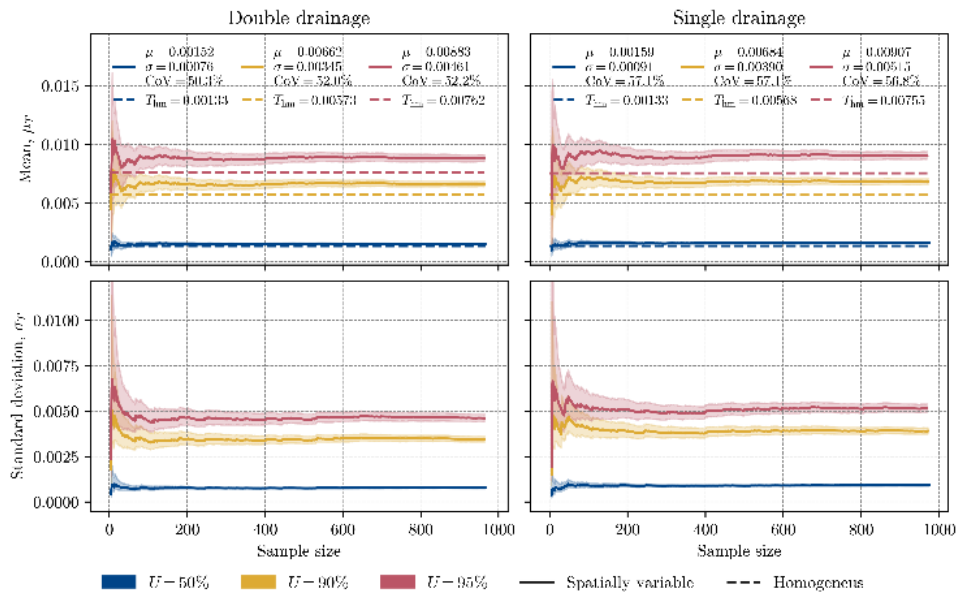
Simulación Monte Carlo con $\frac{\lambda}{H} = 0.75$



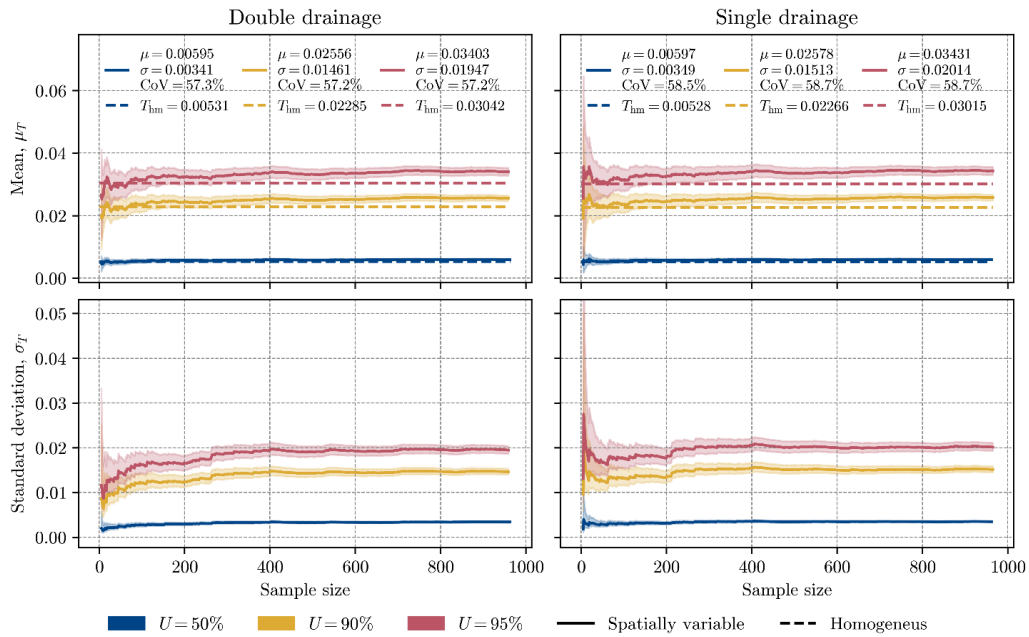
Simulación Monte Carlo con $\frac{\lambda}{H} = 1.00$



Simulación Monte Carlo con $\frac{\lambda}{H} = 1.50$



Simulación Monte Carlo con $\frac{\lambda}{H} = 2.00$



Simulación Monte Carlo con $\frac{\lambda}{H} = 4.00$

Figura 19. Comportamiento estadístico del tiempo adimensional de consolidación T obtenido a partir de 1000 simulaciones Monte Carlo

Se observa que, a partir de las 600 realizaciones, los promedios acumulados convergen a un valor medio, lo que indica que las 1000 realizaciones propuestas son suficiente para la obtención de los parámetros estadísticos confiables.

El resultado de la comparación entre los valores medios de T_{RF} obtenidos a partir del modelo estocástico respecto a los valores únicos obtenidos mediante los valores determinista homogéneos se observó que siempre fueron mayor los primeros, aumentando esa diferencia con el aumento de la relación $\frac{\lambda}{H}$, por ejemplo, en el caso de un valor de esa relación de 4.0, con drenaje simple y $U=95\%$, las diferencia alcanzaron un 37% confirmando así que los modelos deterministas tienden a subestimar los tiempos reales de consolidación en medios heterogéneos.

7.2.2. Representación de los resultados estadísticos.

A partir de las realizaciones de Monte Carlo, se calcularon para cada relación $\frac{\lambda}{H}$ se calcularon indicadores estadísticos como la Media (μ_T), que representa el valor del factor de tiempo adimensional medio (T_{RF}),

también se obtiene la Desviación estándar (σ_T) y el Coeficiente de Variación $COV_T = \frac{\sigma_T}{\mu_T}$; en la tabla No.8 se muestran los resultados obtenidos.

Tabla 6. Resultados estadísticos de las realizaciones de Monte Carlo.

λ/H	U [%]	DRENAJE DOBLE				DRENAJE SIMPLE			
		μ_T [-]	σ_T [-]	COV_T [%]	Thm	μ_T [-]	σ_T [-]	COV_T [%]	Thm
0.25	50%	0.00004	0.00001	22.5%	0.00003	0.00004	0.00001	25.5%	0.00003
	90%	0.00013	0.00004	28.3%	0.00011	0.00013	0.00004	29.7%	0.00011
	95%	0.00017	0.00005	28.8%	0.00014	0.00017	0.00005	29.8%	0.00014
0.50	50%	0.00010	0.00004	33.6%	0.00009	0.00011	0.00004	38.9%	0.00009
	90%	0.00044	0.00016	35.8%	0.00037	0.00046	0.00018	40.2%	0.00037
	95%	0.00058	0.00021	36.1%	0.00049	0.00061	0.00024	40.3%	0.00049
0.75	50%	0.00022	0.00008	38.6%	0.00020	0.00023	0.00011	46.6%	0.00020
	90%	0.00095	0.00039	41.3%	0.00082	0.00100	0.00047	47.0%	0.00081
	95%	0.00127	0.00052	41.1%	0.00109	0.00133	0.00062	46.9%	0.00108
1.00	50%	0.00038	0.00017	44.1%	0.00034	0.00040	0.00020	50.0%	0.00034
	90%	0.00167	0.00079	47.1%	0.00144	0.00172	0.00086	50.0%	0.00143
	95%	0.00222	0.00104	47.0%	0.00192	0.00230	0.00116	50.3%	0.00190
1.50	50%	0.00086	0.00042	48.8%	0.00076	0.00087	0.00047	53.7%	0.00075
	90%	0.00377	0.00193	51.2%	0.00323	0.00374	0.00197	52.7%	0.00320
	95%	0.00503	0.00258	51.4%	0.00430	0.00499	0.00264	52.9%	0.00426
2.00	50%	0.00152	0.00076	50.3%	0.00133	0.00159	0.00091	57.1%	0.00133
	90%	0.00662	0.00345	52.0%	0.00573	0.00684	0.00390	57.1%	0.00568
	95%	0.00883	0.00461	52.2%	0.00762	0.00907	0.00515	56.8%	0.00755
4.00	50%	0.000595	0.00341	57.3%	0.00531	0.00597	0.00349	58.5%	0.00528
	90%	0.02556	0.01461	57.2%	0.02285	0.02578	0.01513	58.7%	0.02266
	95%	0.03403	0.01947	57.2%	0.03042	0.03431	0.02014	58.7%	0.03015

Fuente: elaboración propia

7.3.EFECTO DE LA LONGITUD DE CORRELACIÓN ESPACIAL ($\frac{\lambda}{H}$)

Se analiza como varia el factor adimensional de tiempo medio T_{RF} , en función de la relación entre la longitud de correlación espacial y la altura drenante $\frac{\lambda}{H}$; se evaluaron varias configuraciones que van entre 0.25 y 4 manteniendo constante el calor medio de CoV ; Esta relación incide directamente entre la suavidad o rigurosidad del campo aleatorio simulado.

7.3.1. Efectos sobre la media de T .

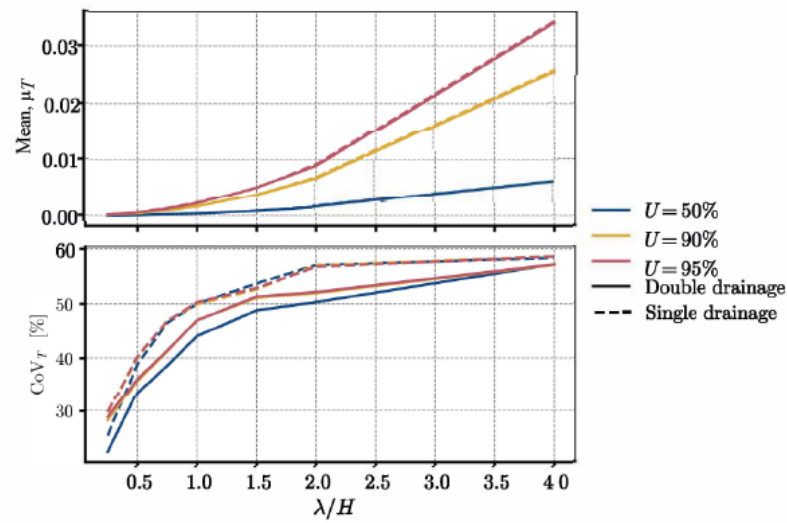


Figura 20. Variación lineal de μ_T y CoV_T con λ/H

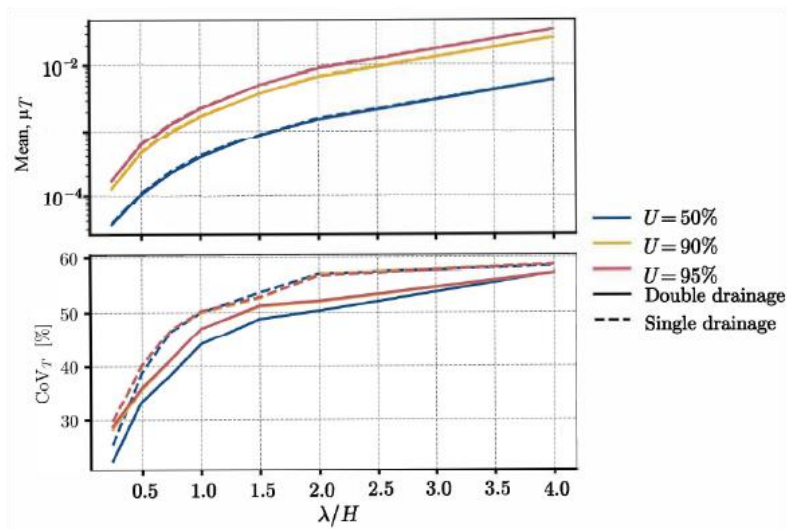


Figura 21. Variación logarítmica de μ_T y CoV_T con λ/H

Se observan valores crecientes no lineales de μ_T y de CoV_T con el aumento de los valores de la relación $\frac{\lambda}{H}$, este crecimiento y su variación se aprecia mejor en la figura. 21, el cual se muestra en escala logarítmica, no obstante, el comportamiento de CoV_T , tiende a estabilizarse con valores entre el 55% y el 58% a partir de $\frac{\lambda}{H} > 2.0$.

Para valores bajos de la relación $\frac{\lambda}{H} < 1.0$ presenta menor dispersión relativa, la cual está en el orden del 25% y el 40%; esto puede indicar menor influencia de la estructura espacial persistente.

En cuanto a la condición de drenaje, se muestra una ligera mayor dispersión en el drenaje simple que se mantiene en todo el rango analizado, la diferencia en CoV_T están entre 2% y 4% lo cual es estadísticamente pequeño, pero técnicamente refuerza la sensibilidad del modelo ante un único frente de disipación.

Con estos resultados se tiene que la incertidumbre en el tiempo de consolidación no depende solo del grado de consolidación requerido (U), si no que resulta influyente el tipo de drenaje y la variabilidad de terreno; en este último caso enmarcado dentro de una estructura espacial.

8. CONCLUSIONES

El factor adimensional de consolidación T , no debe tratarse como valor único, al contrario, debe ser una variable estadística con distribución propia, este valor, en medios naturalmente heterogéneos, varía significativamente en función de la estructura espacial de las propiedades $K_v(z)$ y $m_v(z)$. Los resultados muestran coeficiente de variación (CoV_T) mayores del 50% en configuraciones con alta correlación espacial, lo que afianza el concepto de que el uso de un único valor determinista del factor adimensional de tiempo T , induce a errores importantes en las estimaciones del tiempo de consolidación [4]

La influencia de la condición de drenaje en la dispersión de los resultados es considerable; en el análisis. El drenaje simple presenta sistemáticamente mayores valores de la media (μ_T) y mayor dispersión relativa (CoV_T) respecto al drenaje doble en los resultados de las simulaciones en valores que oscilan entre el 2% y el 6%. Lo anterior obedece a que, por la existencia de un solo frente de disipación, las zonas con menor permeabilidad o más compresibles de un perfil, tienen un mayor efecto acumulado sobre el proceso de consolidación.

La influencia de la longitud de correlación expresada como la razón $\frac{\lambda}{H}$, sobre el parámetro adimensional de tiempo T es de forma no lineal, a medida que dicha razón aumenta, también lo hace el valor medio de T expresado como (μ_T), lo que indica un retraso progresivo en proceso de consolidación; el comportamiento suele ser mencionado como cuello de botella en la disipación de presión de poros, se debe a la aparición de zonas persistentes con permeabilidad relativa baja; Chong [10], en sus hallazgos, concluye que con una mayor varianza en la distribución de K se generan mayores tiempos de consolidación por que se crean efectos de impermeabilidad localizada, lo que es consistente con los resultados obtenidos.

El modelo homogéneo subestima el tiempo necesario para alcanzar porcentajes elevados de consolidación, sobre todo cuando se tienen valores altos de la razón $\frac{\lambda}{H}$, por ejemplo, cuando se tienen valores de 4.0 en dicha razón, en condiciones de drenaje simple, las diferencias entre T_{rh} y T_{hm} son hasta del 38%. Lo anterior afianza el hallazgo de que los cálculos a partir de un enfoque determinista pueden conducir a estimaciones conservadoras u optimistas que finalmente no reflejan el comportamiento real del efecto de la consolidación de un suelo variable, no obstante, pueden ser útiles como punto de inicio de un análisis.

El modelo de variograma cúbico, ajustado sobre datos con transformación LogNormal, muestra gran desempeño en la captura de la dependencia espacial observada, la longitud de correlación bien definida y su forma polinómica suave además de valores de Pepita (nugget), son coherentes con los niveles de microvariabilidad y permiten generar campos aleatorios (Random Fields) con estructura espacial que reflejan el comportamiento del suelo del área estudiada. Se concluye la relevancia de ajustar modelos geoestadísticos sobre adecuadamente transformados, en lugar de valores teóricos.

El uso de simulación espectral con FFT (Fast Fourier Transform), aunado a la técnica de extensión artificial del dominio espacial del campo, circular embedding, consintió generar campos aleatorios espacialmente correlacionados de forma rápida y precisa con lo que se evita además los errores matemáticos (generar una matriz de covarianza no válida), por otro lado se respeta las propiedades estadísticas deseadas y ofrece confiabilidad y exactitud para análisis 1D (en este caso perfiles en profundidad) al implementarse con la librería gstoools.

Se puede determinar la lateralidad de los resultados de esta investigación permitiendo verificar tendencias comunes al ser contrastados con autores como Fenton y Griffiths [4] en la que especifica que la variabilidad no debe ser tratada como un error o anomalía, si no como una propiedad estructural que se debe modelar explícitamente, en nuestro caso se respalda esa afirmación al usar campos aleatorios para simular perfiles reales. Bari y otros colaboradores [25], advierte que el enfoque determinista puede sobreestimar la confiabilidad del proceso; lo manifiesta a partir del estudio realizado a la consolidación de suelos con drenes verticales considerando la permeabilidad espacialmente variable; esto se evidencia en los resultados del presente estudio al comparar los del modelo homogéneo frente al aleatorio. Chong [10], concluye sobre el retraso que presenta la disipación de poros especialmente en drenaje simple, con el análisis mediante elementos finitos de la variabilidad en la conductividad hidráulica; en nuestro caso y en concordancia con lo expuesto, se confirma el efecto ya que T aumenta sistemáticamente con el cociente de $\frac{\lambda}{H}$ y aún mas evidente en el caso de drenaje simple; cabe destacar que desde una perspectiva metodológica diferente los resultados se confirman. Finalmente se tiene a Pizarro Fernández [11], quien desarrolla un modelo probabilístico con valores típicos de materiales extraídos de literatura y campos aleatorios no calibrados con datos reales, muestra una dispersión entre el 41% y 46% en T , mientras que los resultados obtenidos del presente estudio, la dispersión alcanza un valor de hasta el 58%; lo anterior sugiere que el uso de información medida y modelos ajustados revela niveles más altos de incertidumbre.

Se recomienda aplicar modelos probabilísticos en proyectos ubicados sobre suelos naturalmente heterogéneos, como aquellos de origen aluvial, lacustre o sedimentario, en las que las propiedades del suelo pueden variar significativamente incluso a distancias cortas. Este tipo de suelos, como los encontrados en el área de estudio en Montería, no se comportan de forma homogénea, por lo tanto, asumir un perfil uniforme puede llevar a errores de predicción importantes en el cálculo del tiempo de consolidación.

Es conveniente transformar propiedades como la conductividad hidráulica vertical K_v y el módulo de compresibilidad m_v a una distribución LogNormal antes de su análisis. Estas propiedades son siempre positivas y suelen estar sesgadas hacia valores bajos, por lo que aplicar una transformación logNormal mejora la representatividad estadística y la calidad de los modelos que se ajusten sobre ellas.

El uso de modelos de variograma calibrados, especialmente el modelo cúbico ajustado a datos transformados lognormalmente, ha demostrado un buen desempeño para representar la estructura espacial del terreno. Este modelo permitió capturar adecuadamente la forma en que las propiedades varían con la profundidad y facilitó la generación de campos aleatorios realistas.

La simulación espectral por transformada rápida de Fourier (FFT) combinada con circular embedding es recomendable para generar campos aleatorios con eficiencia y sin errores de borde. Esta técnica es especialmente útil cuando se requiere trabajar con un número elevado de realizaciones, como en simulaciones tipo Monte Carlo.

El modelo de consolidación resuelto mediante diferencias finitas implícitas se comportó de manera estable numéricamente, incluso cuando las propiedades del suelo variaban bruscamente entre nodos. Este tipo de método numérico es adecuado para representar perfiles de suelo con alta heterogeneidad y puede implementarse fácilmente en lenguajes como Python o Matlab.

Para una caracterización confiable del perfil del terreno, capturar la variabilidad vertical y estimar correctamente la longitud de correlación espacial, se recomienda aumentar la profundidad de investigación ya que ello, estaba gobernada por la profundidad de 6m. Esta recomendación puede ajustarse según el contexto y los recursos disponibles, pero la cobertura debe permitir construir un variograma con resolución aceptable.

Es importante considerar que, en problemas reales de consolidación, la disipación de presión de poro no ocurre solamente de manera vertical. Por eso, se recomienda que en futuras investigaciones se extienda el modelo a dos o incluso tres dimensiones, incluyendo el drenaje lateral y el drenaje radial. El drenaje lateral ocurre de forma natural cuando existen variaciones en carga o permeabilidad horizontal, mientras que el drenaje radial es típico en suelos tratados con drenes verticales (PVDs). Incluir estas direcciones de flujo en el modelo permitiría representar con mayor precisión el comportamiento real del suelo y mejorar la estimación del tiempo de consolidación.

Adicionalmente, se sugiere analizar la existencia de correlación cruzada entre propiedades como K_v y m_v . En este trabajo ambas propiedades se modelaron de forma independiente, pero en muchos casos reales podrían estar relacionadas. Por ejemplo, una capa con baja permeabilidad (bajo K_v) podría ser también muy compresible (alto m_v), lo que tendría un efecto doble sobre la consolidación. Simular propiedades correlacionadas entre sí permite estudiar la interacción entre ellas y obtener un modelo más cercano al comportamiento físico del suelo.

Se recomienda utilizar el enfoque estocástico especialmente en proyectos donde el tiempo de consolidación afecta decisiones constructivas o de operación. Esto incluye fases con pre-carga, control de asentamientos o diseño con cronogramas ajustados. Cuando la razón entre la longitud de correlación espacial y la altura drenante ($\frac{\lambda}{H}$) es alta, los resultados del modelo determinista tienden a subestimar el tiempo real, en algunos casos hasta en un 40%. Ignorar esta variabilidad puede llevar a retrasos de obra o decisiones equivocadas. Por tanto, este trabajo respalda que incorporar la variabilidad espacial no es un refinamiento, sino una necesidad técnica cuando se busca diseñar con confiabilidad en suelos naturales. Como continuación, futuras investigaciones podrían enfocarse en el tratamiento completo de la consolidación en tres dimensiones, incorporando flujo radial y lateral, así como en el desarrollo de metodologías experimentales más robustas para determinar directamente la conductividad hidráulica, permitiendo tratar K_v como una variable independiente medida y no asumida.

Aunque los resultados de esta investigación aportan claridad y profundidad al entendimiento del efecto de la variabilidad espacial en el proceso de consolidación, es importante reconocer algunas limitaciones.

En primer lugar, el modelo de consolidación empleado es unidimensional (1D) y considera únicamente la disipación vertical de presión de poro. Esto implica que no se contempla el efecto de drenaje lateral o

radial, el cual puede ser relevante en casos con estratificación inclinada, materiales anisotrópicos o mejoramientos con drenes verticales. Aunque el modelo 1D permite captar el comportamiento fundamental, no representa de forma completa todas las direcciones posibles de flujo en campo. En futuras investigaciones sería recomendable incrementar las cargas simuladas o los niveles de consolidación analizados, de modo que puedan capturarse con mayor claridad los efectos acumulativos de la variabilidad espacial en escenarios de mayor exigencia estructural.

Asimismo, la relación entre las propiedades del suelo fue modelada de forma independiente. Es decir, se asumió que los campos aleatorios de $K_v(z)$ y $m_v(z)$ no tienen correlación entre sí. Si bien esto simplifica la simulación, puede no reflejar el comportamiento real del subsuelo, donde una capa con baja permeabilidad podría también ser muy compresible, o viceversa. No considerar esta correlación cruzada podría subestimar o sobreestimar la variabilidad real del parámetro de consolidación.

El análisis fue aplicado exclusivamente a un perfil vertical, bajo condiciones de carga estática uniforme. No se consideraron variaciones de carga con el tiempo (carga escalonada o acelerada), ni efectos inducidos por sobrecargas variables o secuenciales, que sí ocurren con frecuencia en obras reales. Incluir estos efectos requeriría ampliar el modelo numérico a condiciones transitorias más complejas.

Por otro lado, aunque la estructura espacial fue calibrada con base en datos reales y el modelo de variograma fue ajustado sobre datos transformados lognormalmente, el número de muestras disponibles (16 sondeos, 4 profundidades) representa un compromiso entre cobertura y recursos. Si bien fue suficiente para obtener una estimación del rango de correlación, evaluar la presencia de anisotropías en diferentes direcciones del perfil, y detectar correlaciones cruzadas entre propiedades como K_v y m_v , lo que resultaría fundamental para mejorar la precisión de los campos simulados. Incorporar estos efectos permitiría construir modelos espaciales tridimensionales más completos y confiables, especialmente en contextos donde se espera comportamiento direccional del flujo o interacción estructural entre propiedades del suelo.

Finalmente, el modelo numérico implementado no fue validado con mediciones de campo o monitoreo de consolidación real. Aunque los resultados son coherentes con lo reportado en la literatura y los métodos numéricos empleados son estables y ampliamente aceptados, una validación empírica fortalecería la aplicación práctica de los hallazgos y podría refinar los rangos esperados del parámetro T bajo condiciones reales de obra.

REFERENCIAS

- [1] Karl Terzaghi, *Theoretical Soil Mechanics*. New York, EE.UU: John Wiley & Sons, Inc., 1943.
- [2] K.-K. Phoon and F. H. Kulhawy, “Characterization of geotechnical variability,” *Canadian Geotechnical Journal*, vol. 36, no. 4, pp. 612–624, Aug. 1999, doi: <https://doi.org/10.1139/t99-038>.
- [3] P. P. Gilani and R. J. Chenari, “Stochastic vs. Deterministic Analysis of Consolidation Problem in Natural Alluvial Deposits,” in *Geo-Risk 2011: Risk Assessment and Management*, vol. 224, H. Hsein Juang, Ed., 2012, pp. 271–278. doi: [https://doi.org/10.1061/41183\(418\)20](https://doi.org/10.1061/41183(418)20).
- [4] G. A. Fenton and D. v. Griffiths, *Risk Assessment in Geotechnical Engineering*. Hoboken, New Jersey, EE. UU.: John Wiley & Sons, Inc., 2008. doi: <https://doi.org/10.1002/9780470284704.fmatter>.
- [5] Z. Yang, X. Li, and X. Qi, “Efficient simulation of multivariate three-dimensional cross-correlated random fields conditioning on non-lattice measurement data,” *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 388, p. 114208, Jan. 2022, doi: [10.1016/J.CMA.2021.114208](https://doi.org/10.1016/J.CMA.2021.114208).
- [6] GEOTEC, “Geología de los cinturones del Sinú, San Jacinto.” 2003. [Online]. Available: www.ingeminas.gov.co
- [7] Instituto Geográfico Agustín Codazzi, “Mapa Digital de Suelos del Departamento de Córdoba, República de Colombia. Escala 1:100.000.” Accessed: Apr. 11, 2025. [Online]. Available: <https://geoportal.igac.gov.co/contenido/datos-abiertos-agrologia>
- [8] A. Uzielli, “Statistical analysis of geotechnical data,” in *Geotechnical and Geophysical Site Characterization*, no. 1, London: Taylor & Francis Group, 2008, p. 248. doi: [10.1201/9780203883198.ch10](https://doi.org/10.1201/9780203883198.ch10).
- [9] T. Bong, Y. Son, S. Noh, and J. Park, “Probabilistic analysis of consolidation that considers spatial variability using the stochastic response surface method,” *Soils and Foundations*, vol. 54, no. 5, pp. 917–926, Oct. 2014, doi: [10.1016/j.sandf.2014.09.005](https://doi.org/10.1016/j.sandf.2014.09.005).

- [10] S. H. Chong, “Stochastic investigation of consolidation process in spatially correlated heterogeneous soils,” *Applied Sciences*, vol. 7, no. 9, pp. 437–757, Sep. 2017, doi: 10.3390/app7090949.
- [11] J. D. Pizarro Fernández, “Análisis estocástico de los tiempos de consolidación considerando la variabilidad espacial de los parámetros hidromecánicos del suelo,” Medellín, Colombia, 2024.
- [12] H. P. Hong, “One-dimensional consolidation with uncertain properties,” *Canadian Geotechnical Journal*, vol. 29, no. SM6, pp. 161–165, Feb. 1992, doi: <https://doi.org/10.1139/t92-018>.
- [13] D. Kim, D. Ryu, C. Lee, and W. Lee, “Probabilistic evaluation of primary consolidation settlement of Songdo New City by using kriged estimates of geologic profiles,” *Acta Geotechnica*, vol. 8, no. 3, pp. 323–334, 2013, doi: 10.1007/s11440-012-0192-5.
- [14] B. Zapata-Norberto, E. Morales-Casique, V. H. Le, and M. Díaz-Viera, “Effect of cross-correlated hydraulic conductivity and compression index on nonlinear consolidation in randomly heterogeneous highly compressible aquitards,” *Journal of South American Earth Sciences*, vol. 147, Nov. 2024, doi: 10.1016/j.jsames.2024.105109.
- [15] Á. Gómez Degraeves and K. Gómez Marquina, *Muestreo Estadístico para Docentes y Estudiantes*. Independently published, 2019.
- [16] Issmge TC, “State-of-the-art review of inherent variability and uncertainty in geotechnical properties and models,” EE.UU, 2021. [Online]. Available: <http://140.112.12.21/issmge/tc304.htm?=6>
- [17] G. A. Lozano Vargas, “Análisis de la variabilidad inherente de algunos perfiles de suelo de la formación Sabana de Bogotá basado en la teoría de campos aleatorios,” Bogotá, Colombia, 2023.
- [18] J. D. Arregui-Mena, L. Margetts, and P. M. Mummery, “Practical Application of the Stochastic Finite Element Method,” *Archives of Computational Methods in Engineering*, vol. 23, no. 1, pp. 171–190, Mar. 2014, doi: 10.1007/s11831-014-9139-3.

- [19] Y. Houmadi, A. Ahmed, and A. H. Soubra, "Probabilistic analysis of a one-dimensional soil consolidation problem," *Georisk*, vol. 6, no. 1, pp. 36–49, Mar. 2012, doi: 10.1080/17499518.2011.590090.
- [20] M. Budhu, "One-Dimensional Consolidation Settlement of Fine Soils," in *Soil Mechanics and Foundations*, 3rd ed., EE. UU: JOHN WILEY & SONS, INC., 2011, pp. 207–257.
- [21] D. v Griffiths, G. A. Fenton, and N. Manoharan, "Bearing Capacity of Rough Rigid Strip Footing on Cohesive Soil: Probabilistic Study," *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, vol. 128, pp. 743–755, Sep. 2002, doi: 10.1061/ASCE1090-02412002128:9743.
- [22] P. L. Berry and D. Reid, "Teoría de la consolidación y el análisis de asentamientos," in *Mecánica de Suelos*, 1st ed., M. Edna Suárez, Ed., Bogotá, Colombia: McGraw Hill, 1993, pp. 130–163.
- [23] J.-P. Chiles and P. Delfiner, *Geostatistics: Modeling Spatial Uncertainty*, vol. 45, no. 3. John Wiley & Sons, Inc., 2012. doi: 10.1002/9780470316993.
- [24] C. S. Chang, "Uncertainty of One-Dimensional Consolidation Analysis," *Journal of Geotechnical Engineering*, vol. 111, no. 12, pp. 1411–1424, Dec. 1985, doi: 10.1061/(ASCE)0733-9410(1985)111:12(1411).
- [25] W. Bari Md., A. Shahin Mohamed, and R. Nikraz Hamid, "Probabilistic Analysis of Soil Consolidation via Prefabricated Vertical Drains," *International Journal of Geomechanics*, vol. 13, no. 6, pp. 877–881, Dec. 2013, doi: 10.1061/(ASCE)GM.1943-5622.0000244.
- [26] E. Vanmarcke, M. Shinozuka, S. Nakagiri, G. I. Schuëller, and M. Grigoriu, "Random fields and stochastic finite elements," *Structural Safety*, vol. 3, no. 3–4, pp. 143–166, Aug. 1986, doi: 10.1016/0167-4730(86)90002-0.
- [27] N. Metropolis and S. Ulam, "The Monte Carlo Method," *Journal of the American Statistical Association*, vol. 44, no. 247, pp. 335–341, Sep. 1949, doi: 10.1080/01621459.1949.10483310.
- [28] Y. Wang, W. Zhang, W. Jin, C. Wu, and D. Ren, "Fuzzy stochastic generalized reliability studies on embankment systems based on first-order approximation theorem," *Water Science and Engineering*, vol. 1, no. 4, pp. 36–46, Nov. 2008, doi: 10.3882/j.issn.1674-2370.2008.04.004.

- [29] D. DeGroot J and G. Baecher J, “Estimating Autocovariance of In Situ Soil Properties,” *Journal of Geotechnical Engineering*, vol. 119, no. 1, pp. 1455–1457, Aug. 1993, doi: 10.1061/(ASCE)0733-9410(1994)120:8(1455).
- [30] Alcaldía de Montería, “Plan de Ordenamiento Territorial de Montería 2021–2033.” Accessed: May 08, 2025. [Online]. Available: <https://www.monteria.gov.co/publicaciones/5395/pot-plan-de-ordenamiento-territorial-2021-2032/>
- [31] *Reglamento Colombiano de Construcción Sismo Resistente (NSR-10), Título H: Geotecnia*. República de Colombia, Ministerio de Vivienda, Ciudad y Territorio. 2010.
- [32] Instituto Nacional de Vías, *Especificaciones Generales de Construcción de Carreteras*. Bogotá, Colombia, 2013.
- [33] M. Mälicke, “SciKit-GStat 1.0: A SciPy-flavored geostatistical variogram estimation toolbox written in Python,” *Geoscientific Model Development*, vol. 15, no. 6, pp. 2505–2532, Mar. 2022, doi: 10.5194/gmd-15-2505-2022.
- [34] S. Müller, L. Schüler, A. Zech, and F. Heße, “GSTools v1.3: A toolbox for geostatistical modelling in Python,” *Geoscientific Model Development*, vol. 15, no. 7, pp. 3161–3182, Apr. 2022, doi: 10.5194/gmd-15-3161-2022.
- [35] S. Müller and L. Schüler, “GeoStat-Framework/GSTools: v1.6.1 ‘Periodic Peach.’” Zenodo, Jan. 2025. doi: 10.5281/zenodo.14770547.

ANEXOS

Anexo A. Resultados de Laboratorio.

No. Sondeo	Coordenadas Geodésicas		Esfuerzo T	Delta deformacion	Mv	T90	Cv	Kv
	N	O	Kg/cm ²	Adimensional	cm ² /Kg	min	cm ² /sg	cm/seg
Sondeo 1	8°45'53.32"	75°50'21.29"	0.37004	0.022832	6.17E-02	0.081	0.28149	1.74E-05
			0.74007	0.039824	0.053810539	0.086	0.26532	1.43E-05
			0.98676	0.021417	0.021704617	0.081	0.28143	6.11E-06
			1.48015	0.025866	0.017475409	0.082	0.27800	4.86E-06
Sondeo 2	8°45'52.02"	75°50'20.41"	0.37004	0.006416	1.73E-02	0.084	0.27151	4.71E-06
			0.74007	0.025625	0.034624816	0.084	0.27148	9.40E-06
			0.98676	0.021219	0.021503433	0.081	0.28147	6.05E-06
			1.48015	0.035468	0.023962292	0.088	0.26084	6.25E-06
Sondeo 3	8°45'51.34"	75°50'22.64"	0.37004	0.009086	2.46E-02	0.082	0.27850	6.84E-06
			0.74007	0.011256	0.01520972	0.081	0.28161	4.28E-06
			0.98676	0.012871	0.013043628	0.082	0.27813	3.63E-06
			1.48015	0.013502	0.009122309	0.082	0.27806	2.54E-06
Sondeo 4	8°45'51.57"	75°50'22.34"	0.37004	0.015628	4.22E-02	0.08	0.28501	1.20E-05
			0.74007	0.022316	0.030153537	0.082	0.27817	8.39E-06
			0.98676	0.024327	0.024653201	0.088	0.25912	6.39E-06
			1.48015	0.031378	0.02119924	0.08	0.28495	6.04E-06
Sondeo 5	8°45'51.50"	75°50'21.85"	0.37004	0.011415	3.08E-02	0.081	0.28156	8.69E-06
			0.74007	0.015628	0.021116949	0.081	0.28149	5.94E-06
			0.98676	0.019291	0.019550115	0.084	0.27138	5.31E-06
			1.48015	0.023307	0.015746487	0.083	0.27465	4.32E-06
Sondeo 6	8°45'52.05"	75°50'21.20"	0.37004	0.016259	4.39E-02	0.081	0.28145	1.24E-05
			0.74007	0.026297	0.035533193	0.083	0.27469	9.76E-06
			0.98676	0.013346	0.013524955	0.086	0.26509	3.59E-06
			1.48015	0.013582	0.009175862	0.081	0.28147	2.58E-06
Sondeo 7	8°45'50.98"	75°50'22.90"	0.37004	0.006140	1.66E-02	0.083	0.27480	4.56E-06
			0.74007	0.013386	0.018087181	0.081	0.28143	5.09E-06
			0.98676	0.018228	0.018472863	0.082	0.27800	5.14E-06
			1.48015	0.018701	0.012634428	0.082	0.27800	3.51E-06
Sondeo 8	8°45'50.66"	75°50'22.48"	0.37004	0.003346	9.04E-03	0.085	0.26833	2.43E-06
			0.74007	0.016491	0.022282772	0.082	0.27817	6.20E-06
			0.98676	0.023534	0.02384973	0.083	0.27486	6.56E-06
			1.48015	0.038307	0.025880628	0.08	0.28495	7.37E-06
Sondeo 9	8°45'53.07"	75°50'23.02"	0.37004	0.008582	2.32E-02	0.085	0.26825	6.22E-06
			0.74007	0.016888	0.022819071	0.081	0.28149	6.42E-06
			0.98676	0.027205	0.027569651	0.081	0.28143	7.76E-06
			1.48015	0.031257	0.021117781	0.081	0.28147	5.94E-06
Sondeo 10	8°45'51.11"	75°50'21.62"	0.37004	0.011889	3.21E-02	0.087	0.26204	8.42E-06
			0.74007	0.018027	0.024357784	0.082	0.27815	6.78E-06
			0.98676	0.022913	0.023220748	0.08	0.28495	6.62E-06
			1.48015	0.021890	0.01478893	0.08	0.28495	4.21E-06
Sondeo 11	8°45'53.48"	75°50'20.73"	0.37004	0.015069	4.07E-02	0.081	0.28180	1.15E-05
			0.74007	0.028580	0.03861841	0.083	0.27469	1.06E-05
			0.98676	0.031454	0.031876146	0.083	0.27469	8.76E-06
			1.48015	0.030157	0.020374677	0.081	0.28143	5.73E-06
Sondeo 12	8°45'50.79"	75°50'23.13"	0.37004	0.013219	3.57E-02	0.081	0.28180	1.01E-05
			0.74007	0.011648	0.015738432	0.084	0.27165	4.28E-06
			0.98676	0.029486	0.029881394	0.081	0.28147	8.41E-06
			1.48015	0.029213	0.019736306	0.08	0.28495	5.62E-06
Sondeo 13	8°45'50.62"	75°50'21.17"	0.37004	0.003502	9.46E-03	0.084	0.27170	2.57E-06
			0.74007	0.040058	0.054127444	0.082	0.27828	1.51E-05
			0.98676	0.020827	0.021106144	0.08	0.28495	6.01E-06
			1.48015	0.020433	0.013804775	0.082	0.27800	3.84E-06
Sondeo 14	8°45'52.28"	75°50'22.05"	0.37004	0.013699	3.70E-02	0.081	0.28152	1.04E-05
			0.74007	0.025977	0.035100736	0.083	0.27480	9.65E-06
			0.98676	0.020827	0.021106144	0.08	0.28495	6.01E-06
			1.48015	0.019882	0.013432392	0.081	0.28143	3.78E-06
Sondeo 15	8°45'51.66"	75°50'21.62"	0.37004	0.010782	2.91E-02	0.081	0.28169	8.21E-06
			0.74007	0.012043	0.016272056	0.081	0.28165	4.58E-06
			0.98676	0.021417	0.021704617	0.081	0.28143	6.11E-06
			1.48015	0.023740	0.016039074	0.08	0.28495	4.57E-06
Sondeo 16	8°45'52.28"	75°50'20.74"	0.37004	0.009713	2.62E-02	0.082	0.27865	7.31E-06
			0.74007	0.016535	0.022342988	0.081	0.28143	6.29E-06
			0.98676	0.033071	0.033514482	0.081	0.28143	9.43E-06
			1.48015	0.028976	0.019576713	0.08	0.28495	5.58E-06

No. Sondeos	Coordenadas Geodésicas		Clasificación	Profundidad	Humedad	Limite Líquido	Índice de plasticidad	Gravedad Específica	Resistencia al corte Su	Peso Unita. Humedo
	N	O								
Sondeo 1	8°45'53.32"	75°50'21.29"	CL	1.5	19.17	27.95	8.18	2.70	56.169	1.964
			ML	3.0	41.02	39.87	11.28	2.75		
			SM	4.5	19.43	N.L	N.P	2.65		
			SC	6.0	22.44	80.29	45.7	2.68		
Sondeo 2	8°45'52.02"	75°50'20.41"	CL	1.5	21.1	41.18	22.49	2.75		
			CH	3.0	29.19	66.01	35.99	2.65	48.067	1.999
			CL	4.5	28.8	45.98	20.3	2.66		
			SM	6.0	20.41	N.L	N.P	2.65		
Sondeo 3	8°45'51.34"	75°50'22.64"	ML	1.5	17.81	39.97	11.98	2.71	158.351	1.965
			CL	3.0	22.89	45.43	25.52	2.75		
			ML	4.5	36.95	39.42	10.88	2.70		
			SM	6.0	19.79	N.L	N.P	2.71		
Sondeo 4	8°45'51.57"	75°50'22.34"	CL	1.5	22.78	33.86	15.97	2.65		
			SC	3.0	12.73	54.19	30.74	2.66		
			M	4.5	33.67	N.L	N.P	2.68		
			SM	6.0	20.94	N.L	N.P	2.67		
Sondeo 5	8°45'51.50"	75°50'21.85"	ML	1.5	19.36	39.35	13.64	2.76	160.639	2.151
			CL	3.0	28.99	40.27	15.49	2.73		
			SM	4.5	17.04	40.8	11.75	2.68		
			SM	6.0	23.8	N.L	N.P	2.65		
Sondeo 6	8°45'52.05"	75°50'21.20"	ML	1.5	16.39	42.18	13.33	2.70		
			MH	3.0	31.48	71.8	36.88	2.71	38.156	1.842
			SM	4.5	19.17	N.L	N.P	2.69		
			SM	6.0	25.32	N.L	N.P	2.68		
Sondeo 7	8°45'50.98"	75°50'22.90"	CL	1.5	17.4	44.45	22.72	2.86		
			SM	3.0	18.42	N.L	N.P	2.67		
			SM	4.5	21.61	N.L	N.P	2.65		
			SM	6.0	22.43	N.L	N.P	2.67		
Sondeo 8	8°45'50.66"	75°50'22.48"	CL	1.5	23.22	47.68	24.83	2.70	80.564	2.109
			CL	3.0	25.67	46.25	23.62	2.72		
			M	4.5	33.59	N.L	N.P	2.68	39.292	1.952
			SM	6.0	27	N.L	N.P	2.67		
Sondeo 9	8°45'53.07"	75°50'23.02"	CH	1.5	20.22	63.61	32.07	2.71		
			SM	3.0	17.87	68.51	34.39	2.74		
			SM	4.5	16.02	N.L	N.P	2.65		
			SM	6.0	19.23	N.L	N.P	2.66		
Sondeo 10	8°45'51.11"	75°50'21.62"	CH	1.5	24.85	50.69	25.76	2.73	113.536	2.042
			CH	3.0	28.21	54.89	27.21	2.70	54.781	2.003
			SM	4.5	16.74	42.03	13.16	2.73	51.266	1.992
			SM	6.0	23.41	N.L	N.P	2.64		
Sondeo 11	8°45'53.48"	75°50'20.73"	CH	1.5	30.18	52.55	31.53	2.72		
			SM	3.0	16.52	N.L	N.P	2.73		
			SM	4.5	20.36	N.L	N.P	2.65		
			ML-CL	6.0	41.2	23.88	4.12	2.66		
Sondeo 12	8°45'50.79"	75°50'23.13"	CH	1.5	10.68	68.06	36.91	2.70	164.479	2.012
			CL	3.0	25.97	42.56	18.9	2.65		
			MH	4.5	28.51	76.14	38.38	2.69	41.444	1.950
			SM	6.0	21.34	N.L	N.P	2.64		
Sondeo 13	8°45'50.62"	75°50'21.17"	CH	1.5	17.74	51.99	26.85	2.73		
			CL	3.0	26.83	34.8	12.62	2.69		
			SM	4.5	20.93	N.L	N.P	2.65		
			SM	6.0	23.73	N.L	N.P	2.68		
Sondeo 14	8°45'52.28"	75°50'22.05"	CL	1.5	6.58	33.02	11.46	2.70		
			SM	3.0	15.05	59.89	26.32	2.64		
			SM	4.5	19.47	N.L	N.P	2.65		
			SM	6.0	22.35	N.L	N.P	2.66		
Sondeo 15	8°45'51.66"	75°50'21.62"	CL	1.5	16.15	41.63	17.05	2.74		
			CH	3.0	15.79	50.71	30.09	2.70		
			SM	4.5	14.5	N.L	N.P	2.64		
			SM	6.0	21.26	N.L	N.P	2.65		
Sondeo 16	8°45'52.28"	75°50'20.74"	MH	1.5	16.48	70.23	6.07	2.75		
			SM	3.0	21.55	N.L	N.P	2.70		
			SM	4.5	23.44	N.L	N.P	2.69		
			SM	6.0	17.04	N.L	N.P	2.63		

PROYECTO:

Aspirante a Título de MSc: Manuel Doria Narváez

Apoyo con Laboratorio Ingelabcon S.A.S

Sondeo:

8

Muestra:

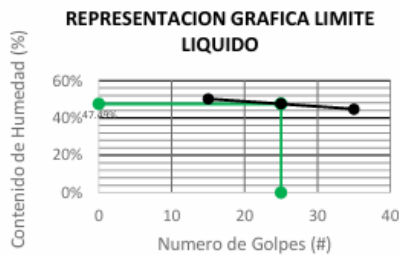
1

Profundidad:

0.00-1.50

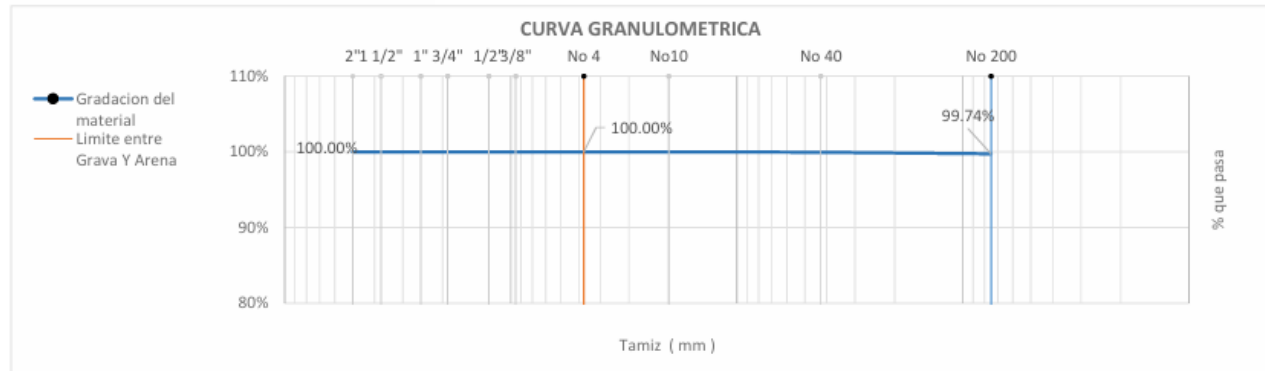
HUMEDAD	
N° Recipiente	ILC 3
Peso Recipiente (gr)	50.4
Peso Suelo Hum + Recipiente (gr)	244.1
Peso Suelo Seco + Recipiente (gr)	207.6
Peso Suelo Humedo (gr)	193.7
Peso Suelo Seco (gr)	157.2
Contenido de Humedad (%)	23.22%

FINOS	99.74%
ARENAS	0.26%
GRAVAS	0.00%



LIMITES	LIQUIDO			PLASTICO	
	1	2	3	1	2
Ensayo N°	1	2	3	1	2
tara N°	1	100	A 6	SA	A 1
P1 (suelo húmedo + lata) (gr)	33.20	32.17	34.57	14.51	13.75
P2 (suelo seco + lata) (gr)	27.70	26.62	28.11	13.38	12.83
P3 (peso lata) (gr)	15.39	14.98	15.22	8.51	8.74
P4 (Peso de agua) (gr)	5.50	5.55	6.46	1.13	0.92
P5 (Peso del suelo seco) (gr)	12.31	11.64	12.89	4.87	4.09
Numero de Golpes (N°)	35	25	15	-	-
Contenido de Humedad (%)	44.68%	47.68%	50.12%	23.20%	22.49%
Limites	Liquido:	47.68%		Plástico :	22.85%
Ind. de plasticidad :	24.83%				

GRANULOMETRIA					
PESO DE LA MUESTRA (gr) =	193.70	%pasa N° 4 =	100.00%	%pasa 200 =	99.74%
PESO SUMA TAMICES (gr) =	0.50	%reten N° 4 =	0.00%	%reten N° 200 =	0.26%
Tamiz en Pulgadas	tamiz mm	Peso Ret.	% Retenido	%retenido acum	% Pasa
2"	50	0.00	0.00%	0.00%	100.00%
1 1/2"	37.5	0.00	0.00%	0.00%	100.00%
1"	25.0	0.00	0.00%	0.00%	100.00%
3/4"	19.0	0.00	0.00%	0.00%	100.00%
1/2"	12.5	0.00	0.00%	0.00%	100.00%
3/8"	9.5	0.00	0.00%	0.00%	100.00%
No 4	4.75	0.00	0.00%	0.00%	100.00%
No10	2.0	0.00	0.00%	0.00%	100.00%
No 40	0.425	0.10	0.05%	0.05%	99.95%
No 200	0.075	0.40	0.21%	0.26%	99.74%
Fondo	-	193.20	99.74%	100.00%	0.00%
D ₁₀		D ₃₀		D ₆₀	



CLASIFICACIÓN : ARCILLA DE BAJA PLASTICIDAD (CL)

GRAVEDAD ESPECÍFICA - CONSOLIDACIÓN

PROYECTO:

Aspirante a Título de MSc: Manuel Doria Narváez

Apoyo con Laboratorio Ingelabcon S.A.S

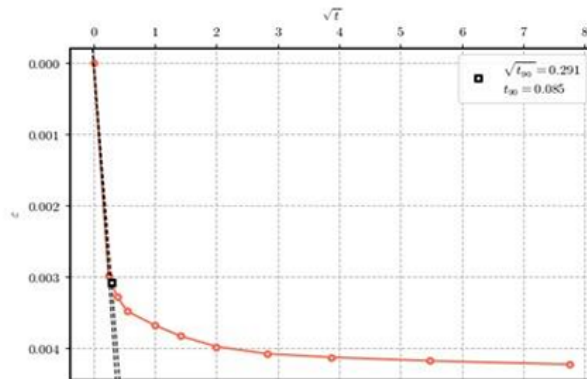
Sondeo: 8 Muestra: 1 Profundidad (m): 0.00-1.50

T90: 0,085 Kv: 2,43E-06 Mv: 9,04E-03 Cv: 0,26833

GRAVEDAD ESPECÍFICA		
Muestra	Nº	1
Temperatura De Mezcla	°C	30.5
Densidad Del Agua	(g/cm ³)	0.9955
Factor De Corrección	(k)	0.9973
Volumen Del Picnómetro	(ml)	500
Peso Del Picnómetro	(g)	173.1
Peso Del Picnómetro+Suelo+Agua	(g)	698.7
Numero De Recipiente De Traspaso	Nº	ILC303
Peso De Recipiente De Traspaso	(g)	41
Peso De Recipiente De Traspaso + Suelo Seco	(g)	85.2
Peso De Suelo Seco	(g)	44.2
Masa Picnómetro lleno de agua a temperatura de ensayo (Mpw,t)	(g)	670.85
GRAVEDAD ESPECÍFICA	Adim	2.70

Tiempos de Consolidación		
(min)	-	(Deformación mm)
0.06	-	0.060
0.15	-	0.066
0.30	-	0.070
1.00	-	0.074
2.00	-	0.077
4.00	-	0.080
8.00	-	0.082
15.00	-	0.083
30.00	-	0.084
60.00	-	0.085

Carga (gr):	750
Peso del Anillo (gr):	104
Diámetro (cm):	5.08
Altura (cm):	2.0
Peso húmedo + Anillo (gr):	183.9
Peso Bronce + Piedra Porosa (gr):	244.2
Expansión:	0.007
Control (gr):	200



UNIVERSIDAD EAFIT

COMPRESIÓN INCONFINADA



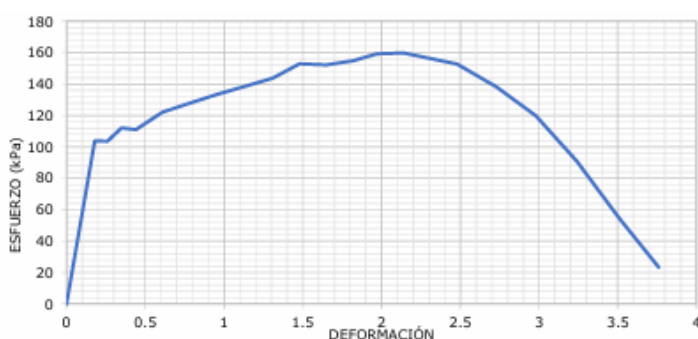
PROYECTO:

Aspirante a Título de MSc: Manuel Doria Narváez

Sondeo: 8 Muestra: 1 Profundidad (m): 0.00-1.50

Tiempo (seg.)	Fuerza (kN)	Deformación		Deformación Unitaria ϵ (%)	Área Corregida (mm ²)	Esfuerzo		DIMENSIONES DE LA PROBETA	
		mm	pulgadas			kPa	kg/cm ²		
0	0	0	0	0	0	0	0	Diámetro parte superior D_s (mm)	51.800
30	0.219	0.18	0.0070866	0.174	2111.078	103.738	1.0578	Diámetro parte media D_m (mm)	51.800
40	0.219	0.26	0.0102362	0.251	2112.712	103.658	1.0570	Diámetro parte inferior D_i (mm)	51.800
50	0.237	0.35	0.0137795	0.338	2114.554	112.08	1.1429	Altura H (mm)	103.600
60	0.235	0.44	0.0173228	0.425	2116.399	111.038	1.1323	Área promedio A_0 (mm ²)	2107.410
80	0.259	0.61	0.0240157	0.589	2119.892	122.176	1.2459	Peso total W_T (g)	460.400
100	0.272	0.79	0.0311023	0.763	2123.397	128.097	1.3062	Volumen total V_T (mm ³)	218327.675
120	0.284	0.96	0.0377952	0.927	2127.121	133.527	1.3616	DETERMINACIÓN DEL CONTENIDO DE HUMEDAD	
140	0.295	1.13	0.0444881	1.091	2130.65	138.455	1.4119		
160	0.307	1.31	0.0515747	1.264	2134.19	143.848	1.4668	Peso muestra húmeda W_1 (g)	134.800
180	0.327	1.48	0.0582676	1.429	2137.952	152.95	1.5597	Peso muestra seca W_2 (g)	114.900
200	0.326	1.65	0.0649605	1.593	2141.517	152.229	1.5523	Peso del molde W_c (g)	35.900
220	0.332	1.82	0.0716534	1.757	2144.673	154.802	1.5785	% de humedad	17.319
240	0.342	1.97	0.0775589	1.902	2148.26	159.199	1.6234	Peso del agua W_w (g)	19.900
260	0.344	2.14	0.0842518	2.066	2151.86	159.877	1.6303	Peso de sólidos W_s (g)	114.900
300	0.33	2.48	0.0976376	2.394	2159.095	152.842	1.5586	Densidad seca (kg/m ³)	0.001
330	0.299	2.73	0.1074801	2.635	2164.446	138.142	1.4087	Densidad húmeda (kg/m ³)	0.001
360	0.26	2.98	0.1173226	2.876	2169.824	119.825	1.2219	Gravedad específica	0.000
390	0.198	3.24	0.1275588	3.127	2175.445	91.025	0.9282	DATOS DEL ENSAYO	
420	0.119	3.51	0.1381887	3.388	2181.314	54.56	0.5564		
450	0.051	3.76	0.1480312	3.629	2186.776	23.324	0.2378	Deformación ϵ (%)	4.199
480	-0.006	4.01	0.1578737	3.871	2192.045	-2.737	-0.0279	Esbeltez (L/D)	2.000
510	-0.075	4.28	0.1685036	4.131	2198.225	-34.122	-0.3479	Área corregida (mm ²)	2199.775
								Resistencia a la compresión q_u (kPa)	161.129
								Resistencia al corte S_u (kPa)	80.564

ESFUERZO vs. DEFORMACIÓN



Anexo B. Registro Fotográfico.



Fotografía 1. Se realiza SPT con avance a percusión para el Sondeo 1 muestra 1, coordenadas Norte 8°45'53.32" y este 75°50'21.29.



Fotografía 2. Empaque de muestras del Sondeo 1 muestras 1,2,3 y 4, identificación y preservación para ser transportadas al laboratorio, coordenadas norte: 8°45'52.02" y este 75°50'20.41"



Fotografía 3. Extracción de muestra 1 del sondeo 2 con ensayo SPT, avance a percusión.



Fotografía 4. Registro de coordenadas y características para Sondeo 1 muestra 4, la cual se encuentra empaquetada para su preservación.



Fotografía 5. Se realiza sondeo a percusión con avance manual, extrayendo muestra SPT en campo abierto Sondeo 2 orificio final.



Fotografía 6. Muestra Shelby del Sondeo 3 a profundidad entre 0.00 – 1.50 m, con coordenadas UTM registradas.



Fotografía 7. Extracción y verificación de muestra en campo: Operarios verifican y etiquetan muestra durante la campaña de perforación, con bitácora y herramientas visibles.



Fotografía 8. Equipo de consolidación unidimensional: Montaje de prueba de consolidación en laboratorio, operativo para ensayo de suelos finos.



Fotografía 9. Materiales y equipos: Se observa las muestras de suelo y equipos usados para los ensayos.



Fotografía 10. Equipo de consolidación usado para desarrollar los ensayos en laboratorio.



Fotografía 11. Ensayo de Límite Plástico (ASTM) Muestras de suelo preparadas en forma de rollos para ensayo de límite plástico según norma.



Fotografía 12. Muestras almacenadas post-sondeo. Visualización de muestras rotuladas y tubos Shelby, tras finalización del sondeo.