

# Performance Study of an Admission Controller for Wireless Networks

D. Giraldo and J. J. Jaramillo, *Member, IEEE*

**Abstract**— Determining if there is enough bandwidth to allow admit a new flow into a wireless network is a complex task. To solve this problem, various methods have been proposed for estimating bandwidth. We study through simulations the performance of a new algorithm that has theoretical guarantees to correctly determine the available bandwidth without disturbing other flows that are currently being served. Specifically, we studied how the selection of the algorithm parameters affects its speed of convergence and accuracy of the estimates of available bandwidth. The results confirm the theoretical results and are used to determine the best parameters for rapid convergence with minimal estimation error.

**Keywords**— wireless networks, admission control, bandwidth, quality of the service.

## I. INTRODUCCIÓN

EN la actualidad, los servicios de telecomunicación son uno de los principales elementos del desarrollo tecnológico, ya sea la televisión, la telefonía fija o celular y/o la conexión a Internet partiendo de redes cableadas o inalámbricas. El tema relacionado con las redes inalámbricas ha sido motivo de gran estudio debido a su prometedor desarrollo junto con sus aplicaciones, pero dichas redes aún albergan diferentes problemas debido a su naturaleza, tales como la interferencia, capacidad de flujo, ancho de banda, asignación de flujo, etc. De todos estos problemas cabe resaltar la decrecencia de la intensidad de la señal debido a los obstáculos materiales y a la distancia entre el emisor de la señal y el receptor. Otro problema clave se debe a la interferencia de otras señales, es decir, los diferentes tipos de ondas que se encuentran en el medio que pueden deteriorar la señal de información. Otro inconveniente dentro de las redes inalámbricas se conoce como la propagación multicamino la cual tiene lugar cuando partes de las ondas electromagnéticas se reflejan en el suelo y en los objetos debilitando la señal y haciéndola menos limpia [1]. Debido a todos estos problemas, determinar el ancho de banda disponible dentro de una red es complejo debido a todos los problemas presentes dentro de este tipo de redes.

Por este motivo se han desarrollado algunos métodos para estimar el ancho de banda justificados por la teoría de las redes de telecomunicaciones, donde se ignora por completo los problemas debido a interferencias haciendo que los modelos de calidad en el servicio (QoS) no sean los mejores y no se aproximen a la realidad [2]. Otros ejemplos son trabajos tales como en [3] en los que el enfoque de la teoría se divide

en dos partes, una en la asignación de los canales en la red y otra en la capacidad multicanal y la asignación de flujo.

Para lograr este propósito, el problema es planteado como un problema de programación no lineal convexa y es solucionado por medio de algoritmos heurísticos. Otros trabajos como [4] y [5] tienen como enfoque principal crear modelos que permitan el mejoramiento en la programación de los enlaces de redes y la asignación de canales teniendo en cuenta las limitaciones de dichos enlaces debido a las interferencias presentes.

En el caso de [6], el objetivo principal del trabajo es enfocarse en la programación de los enlaces garantizando la disminución de los retardos de extremo a extremo. Pero el problema con estas propuestas es que en algunos se ignora la interferencia que se presenta en las redes inalámbricas y en otros, los supuestos que se hacen para simplificar dicho modelo hacen que los resultados no se adecuen a la realidad.

Pero en la propuesta presentada en [7] se parte desde un modelo totalmente determinista e independiente del tiempo que luego se transforma en un nuevo modelo temporal estocástico el cual tiene en cuenta la interferencia del sistema de redes, la cantidad de paquetes que se encuentran en cada enlace y permite determinar si un enlace puede tener acceso a una red sin interferir con los demás enlaces.

Las principales contribuciones del trabajo presente son las siguientes:

- Complementar la teoría planteada dentro del problema de control de admisiones en redes inalámbricas del trabajo desarrollado en [7] con simulaciones del modelo con el propósito de estudiar las características del sistema que no pueden ser analizadas teóricamente.
- Tratar de entender como diseñar los parámetros del controlador de admisión en [7] para que el algoritmo converja rápidamente a la solución.

## II. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Para ofrecer un buen servicio en las llamadas de voz y vídeo, se debe garantizar un mínimo de ancho de banda en la transferencia de información; esto significa que a cada usuario que se le permita tener una conexión, se le debe reservar un mínimo espacio de ancho de banda necesario para la tarea que dicho usuario desea hacer en tiempo real. Esto se conoce como garantizar la calidad en el servicio (QoS).

Cuando se utilizan redes cableadas, solo se debe calcular el ancho de banda disponible dentro de la red y a partir de esto, determinar si un usuario que desea tener una conexión se le permite ingresar dependiendo de cuanto ancho de banda requiera su tarea, ya sea una video-llamada, transferencia de datos, etc. Pero cuando se usan redes que no utilizan un medio

D. Giraldo, Universidad EAFIT, Medellín, Colombia, dgiral32@eafit.edu.co.

J. J. Jaramillo, Universidad EAFIT, Medellín, Colombia, jjaram93@eafit.edu.co.

físico para la transferencia de la información, sino ondas electromagnéticas, es decir, redes inalámbricas, se hace complicado el estimar el ancho de banda disponible en la red debido a que dicha red se ve afectada por las interferencias que generan diferentes ondas de distintas transmisiones.

Es por esto que se hará hincapié en el modelo propuesto por [7], el cual describe el comportamiento de tal fenómeno basado en herramientas tales como modelos de procesos estocásticos (debido a la incertidumbre presente en decidir si un usuario puede ingresar o no a la red) y optimización no lineal (ya que el objetivo es optimizar el uso de la red).

### III. MARCO TEÓRICO

#### A. Descripción del Modelo

Se parte de un conjunto de enlaces  $\mathcal{L}$  de los cuales se crea un vector programaciones factibles  $\mathbf{s} = \{s_l\}_{l \in \mathcal{L}}$  el cual satisface que:

$$s_l = \begin{cases} 1, & \text{Si se usa el enlace } l \\ 0, & \text{En otro caso.} \end{cases}$$

Sin embargo, cada conjunto de programaciones debe satisfacer las condiciones de interferencia, es decir, si para alguna programación  $\mathbf{s}$  se cumple que  $s_{l_1} = s_{l_2} = 1$ , es porque los enlaces  $l_1$  y  $l_2$  pueden transmitir simultáneamente sin interferir entre ellos. Denotamos al conjunto de programaciones factibles como  $S$ .

Además, no todos los paquetes pueden ser transmitidos exitosamente debido a la variabilidad en la calidad del enlace inalámbrico. Para tener en cuenta esto, llamamos  $c_l$  al estado del canal y satisface que:

$$c_l = \begin{cases} 1, & \text{Si el enlace } l \text{ funciona correctamente.} \\ 0, & \text{En otro caso.} \end{cases}$$

Se asumirá que cada  $c_l$  es una variable Bernoulli con promedio  $\bar{c}_l$ . Partiendo de estos conceptos, se define el problema de optimización como el siguiente: asumiendo que cada enlace  $l \in \mathcal{L}$  puede funcionar correctamente con una tasa de transferencia de paquetes  $\bar{x}$ , se pretende determinar si un enlace  $L+1 \notin \mathcal{L}$  puede ingresar a la red y funcionar con una tasa de transferencia  $\bar{x}$  sin conocimiento de la región de capacidad y sin interferir con los demás enlaces. Hay que notar que un enlace  $l$  solo funciona correctamente si tanto  $s_l$  como  $c_l$  tienen un valor de 1, es decir, cuando se usa un enlace para transmitir y cuando dicho enlace funciona correctamente, por ende, se interpreta  $s_l c_l$  como el número de transmisiones exitosas del enlace  $l$ . A partir de esto, se calcula la tasa de transferencia media  $\mu_l$  como:

$$\mu_l = \sum_{\mathbf{s} \in S} \sum_{c_l=0}^1 c_l s_l P(c_l) P(\mathbf{s}). \quad (1)$$

donde  $P(c_l)$  y  $P(\mathbf{s})$  son la probabilidad que funcione

correctamente el enlace  $l$  y la probabilidad que se escoja la programación  $\mathbf{s}$  respectivamente. La ecuación (1) se puede transformar en:

$$\mu_l = \sum_{\mathbf{s} \in S} \bar{c}_l s_l P(\mathbf{s}).$$

Además, se diseña una función de utilidad  $U_l(x_l)$  la cual determina la tasa de flujo  $x_l$  para cada enlace de  $\mathcal{L}$  de acuerdo con la utilidad que perciba el usuario del enlace. Partiendo de esto, se define el problema de optimización como el siguiente:

$$\max_{\mu \in C(\mathcal{L}), x, l \in \mathcal{L}} \sum U_l(x_l) \quad (2)$$

sujeto a:

$$0 \leq x_l \leq \mu_l, \text{ para todo } l \in \mathcal{L}$$

Primero que todo, el problema planteado en (2) se descompone en cuatro funciones utilizando el enfoque de descomposición dual como se explica en [8]. Dichas funciones son dependientes del tiempo y transforman el problema de optimización en un problema iterativo, además se tiene en cuenta  $q_l(t)$ , la cual representa la cantidad de paquetes del enlace  $l$  en el instante de tiempo  $t$ :

$$s(t) \in \operatorname{argmax}_{\mathbf{s} \in S(\mathcal{L})} \sum_{l \in \mathcal{L}} q_l(t) \bar{c}_l s_l \quad (3)$$

$$x_l(t) \in \operatorname{argmax}_{0 \leq x_l \leq X_{max}} \frac{1}{\epsilon} U_l(x_l) - q_l(t) x_l \quad (4)$$

$$d_l(t) = c_l(t) s_l(t) \quad (5)$$

$$q_l(t+1) = \max[q_l(t) + a_l(t) - d_l(t), 0]. \quad (6)$$

El sistema en (3) se encarga de escoger cual es la programación de enlaces que puede descongestionar más la red en el instante  $t$ . El sistema de la ecuación (4), teniendo en cuenta que  $\epsilon > 0$  y  $X_{max}$  es un parámetro suficientemente grande, se encarga de escoger la tasa de flujo  $x_l$  para cada enlace. En (5) se calcula el número de paquetes que fueron transmitidos exitosamente y finalmente en (6) se obtiene el número de paquetes en cola para el siguiente instante de tiempo del enlace  $l$ . Como  $x_l$  no es necesariamente un número entero, entonces se crea la variable  $a_l$ , la cual es una variable aleatoria y cumple dos condiciones:

- El promedio de  $a_l$  es  $x_l$ , es decir,  $E[a_l] = x_l$ .
- $a_l$  es una variable aleatoria discreta, esto implica que  $a_l \in \mathbb{N}$ .

*Lemas:* Para analizar la convergencia y estabilidad del modelo temporal presentado anteriormente, se deducen dos lemas que hacen hincapié en que las colas de paquetes se estabilizarán a largo plazo y que el modelo iterativo tiende a la misma solución del modelo determinista (2). Ambos

postulados se ven en (7) y (8) respectivamente y además, son demostrados en [7]:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} E \left[ \sum_{l \in \mathcal{L}} q_l(t) \right] \leq B_3 + \frac{1}{\epsilon} B_4 \quad (7)$$

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \sum_{l \in \mathcal{L}} \left\{ U_l(x_l^*) - U_l \left( E \left[ \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T x_l(t) \right] \right) \right\} \leq B_1 \epsilon \quad (8)$$

En (8),  $x_l^*$  es el valor óptimo del modelo (2) y  $B_1, B_3, B_4$  son constantes positivas que dependen de las características de la red.

*Admisión del nuevo enlace:* El problema principal del control de admisión es determinar si un enlace  $L+1 \notin \mathcal{L}$  puede ingresar a la red sin interferir con los enlaces que ya se encuentran en dicha red. Para lograr este objetivo, inicialmente se diseña una función de utilidad definida como:

$$U_l(x_l) = \begin{cases} u x_l, & \text{Si } x_l \leq \bar{x} \\ u \bar{x}, & \text{Si } x_l > \bar{x} \end{cases} \quad \text{para todo } l \in \mathcal{L} \quad (9)$$

$$U_l(x_l) = \begin{cases} u_n x_l, & \text{Si } x_l \leq \bar{x} \\ u_n \bar{x}, & \text{Si } x_l > \bar{x} \end{cases} \quad l = L+1 \quad (10)$$

y partiendo de estas dos funciones, se replantea el problema de optimización visto en (2):

$$\max_{\mu \in C(\mathcal{L}^+), x_l \in \mathcal{L}^+} \sum U_l(x_l) \quad (11)$$

sujeto a:

$$0 \leq x_l \leq \mu_l, \quad \text{para todo } l \in \mathcal{L}^+.$$

donde  $\mathcal{L}^+$  es el conjunto de enlaces formado por  $\mathcal{L}$  y  $L+1$  y además,  $u$  y  $u_n$  son parámetros adecuados para poder tomar la decisión de si es posible admitir al nuevo enlace o no.

*Teoremas:* El primer teorema dice que si se utilizan las funciones de utilidad (9) y (10), si el sistema (2) puede asignar una tasa de flujo  $\bar{x}$  para todos los enlaces  $\mathcal{L}$  y además, si se mantiene la relación:

$$u_n < u \min_{l \in \mathcal{L}^+} \{\bar{c}_l\} / \bar{c}_{L+1} \quad (12)$$

entonces, el sistema (11) podrá asignar una tasa de flujo  $\bar{x}$  a todos los enlaces de  $\mathcal{L}$  y asignará una tasa de flujo  $\hat{x} \leq \bar{x}$  al enlace  $L+1$  donde  $\hat{x}$  es la máxima tasa de flujo que se le puede asignar a dicho enlace asegurando que los demás enlaces se les asigne  $\bar{x}$ , es decir, se asegura que no halla interferencia en el sistema.

El segundo teorema parte de los mismos supuestos del teorema anterior y muestra que:

$$\lim_{T \rightarrow \infty} E \left[ \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T x_l(t) \right] \geq \bar{x} - \frac{B_6 \epsilon}{u} - \frac{u_n}{u} (\bar{x} - \hat{x}), \quad \text{para todo } l \in \mathcal{L} \quad (13)$$

$$\lim_{T \rightarrow \infty} E \left[ \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T x_{L+1}(t) \right] \geq \hat{x} - \frac{B_6 \epsilon}{u_n}, \quad \text{para todo } l = L+1 \quad (14)$$

donde  $B_6$  es una constante positiva que depende de las características físicas de la red.

La ecuación (13) hace referencia a que el número de paquetes transmitidos en promedio se aproxima a  $\bar{x}$  a largo plazo para todo  $l \in \mathcal{L}$  y la ecuación (14) muestra que el número de paquetes transmitidos en promedio del enlace  $L+1$  se aproxima a  $\hat{x}$  a largo plazo. El decidir si el enlace  $L+1$  entra a la red o no depende si el valor de  $\hat{x}$  se aproxima a  $\bar{x}$ . Un desarrollo y explicación más detallada de cada una de las ecuaciones se puede ver en [7].

### B. Solución del problema

El objetivo del presente trabajo es poder implementar algorítmicamente el algoritmo descrito anteriormente y analizar la relación existente entre los parámetros  $u, u_n$  y  $\epsilon$  para así poder tomar la decisión de si un usuario nuevo puede ingresar a la red o no; claro está, haciéndolo en el menor tiempo posible. Para lograr dicho objetivo, es necesario saber de qué forma las funciones de optimización del problema iterativo serán resueltas para tener una fácil implementación.

Primero, la ecuación (3) escoge cual programación de enlaces es la más indicada para descongestionar la red de paquetes en el instante de tiempo  $t$ . Para solucionar dicha ecuación, se utilizara el método exhaustivo, el cual busca en todo el espacio solución el valor de la variable que maximice o minimice la función objetivo; en nuestro caso, buscará en todas las programaciones cual es la mejor para descongestionar los enlaces.

Por último, para la ecuación (4) la cual asigna cuanto será la tasa de flujo para cada enlace en el instante  $t$ , se resolverá el problema analíticamente.

*Asignador de recursos:* Primero, reemplazamos la función de utilidad (9) en (4) y así se tiene que:

$$x_l(t) \in \underset{0 \leq x_l \leq X_{max}}{\operatorname{argmax}} F_l(x_l)$$

dónde:

$$F_l(x_l) = \begin{cases} \frac{u}{\epsilon} x_l - q_l(t) x_l, & \text{Si } x_l \leq \bar{x} \\ \frac{u}{\epsilon} \bar{x} - q_l(t) x_l, & \text{Si } x_l > \bar{x} \end{cases} \quad (15)$$

y si derivamos (15) respecto a  $x_l$ , tenemos que:

$$\frac{dF_l(x_l)}{dx_l} = \begin{cases} \frac{u}{\epsilon} - q_l(t), & \text{Si } x_l < \bar{x} \\ -q_l(t), & \text{Si } x_l > \bar{x} \end{cases} \quad (16)$$

Uno de los supuestos de este modelo es  $X_{max} = 1$ , por ende  $0 \leq x_l \leq 1$ . Analizando (16), se observa que solo existen tres valores críticos en la función (15):  $x_l = 0, x_l = \bar{x}$  y  $x_l = 1$  y al reemplazarlos en  $F_l(x_l)$ , se tiene que:  $F_l(0) = 0, F_l(\bar{x}) = [\frac{u}{\epsilon} - q_l(t)] \bar{x}$  y  $F_l(1) = \frac{u}{\epsilon} \bar{x} - q_l(t)$ . Recordando el teorema de Fermat que dice que los máximos y

mínimos locales de una función pueden ocurrir únicamente en sus puntos críticos, entonces, solo alguno de estos tres puntos puede ser la solución a (4). Para saber cuál punto es el correcto, se debe buscar cual tiene mayor valor en (15):

$$\begin{aligned} q_l(t) &\geq \bar{x}q_l(t) \\ -q_l(t) &\leq -\bar{x}q_l(t) \\ \frac{u}{\epsilon}\bar{x} - q_l(t) &\leq \frac{u}{\epsilon}\bar{x} - \bar{x}q_l(t), \text{ para todo } \epsilon, u, q_l(t) \\ F_l(1) &\leq F_l(\bar{x}), \text{ para todo } \epsilon, u, q_l(t) \end{aligned} \quad (17)$$

De (17) se concluye que el valor de  $\bar{x}$  siempre es mayor o igual que el de 1 en (15). Ahora, si  $\frac{u}{\epsilon} \geq q_l(t)$ , el valor de  $F_l(\bar{x}) \geq 0$  y se concluye que  $F_l(\bar{x}) \geq F_l(0)$  y el valor óptimo de (4) es  $\bar{x}$ . Pero cuando  $\frac{u}{\epsilon} < q_l(t)$ , se cumple que  $F_l(\bar{x}) < 0$  y por ende  $F_l(\bar{x}) < F(0)$  y el valor óptimo para (4) sería 0. Es decir, la solución del sistema (4) depende estrictamente de la relación entre  $u$  y  $\epsilon$  y la cantidad de paquetes en cada enlace. Además, dicho sistema puede ser reescrito como:

$$x_l(t) = \begin{cases} \bar{x}, & \text{Si } q_l(t) \leq \frac{u}{\epsilon} \\ 0, & \text{Si } q_l(t) > \frac{u}{\epsilon} \end{cases}$$

#### IV. SIMULACIONES

##### A. Configuración y parámetros

**Red y programaciones:** Para evaluar el modelo presentado y poder analizar los resultados posibles, es necesario entender cuáles son los insumos o entradas de dicho modelo. Primero que todo, la Fig. 1 muestra cual será la red de enlaces a usar. Si un enlace  $i$  se encuentra unido a un enlace  $j$ , eso implica que al encender dicho enlace  $i$ , el enlace  $j$  no puede estar encendido en ese momento.

Luego se debe definir el conjunto  $S$ , el cual representa las programaciones de enlaces factibles de la red. Para ello, se hallarán las programaciones máximas, las cuales son las combinaciones de enlaces encendidos que no permiten que otro enlace más se encienda. Por ejemplo, si se enciende el enlace 1, tanto el enlace 2, 9 y el 5 deben estar apagados.

Pero al mismo tiempo se puede encender el enlace 3, haciendo que el enlace 4 deba estar apagado y por último se puede encender el enlace 6 obligando al enlace 7 y 8 estar apagados.

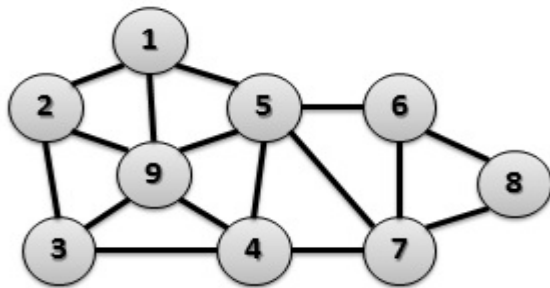


Figura 1. Red de enlaces y sus interferencias.

Otra posible programación máxima sería encender el enlace 2 haciendo que no se pueda hacer uso del enlace 1, 3, y 9, además, se puede encender el enlace 5 inhabilitando los enlaces 4, 6 y 7 y finalmente se puede encender el enlace 8. La configuración de ambas programaciones se puede ver en (18) respectivamente.

$$[1 - 0 - 1 - 0 - 0 - 1 - 0 - 0 - 0]$$

$$[0 - 1 - 0 - 0 - 0 - 1 - 0 - 0 - 1 - 0] \quad (18)$$

En total son 13 programaciones máximas posibles en esta red; los enlaces desde el 1 hasta el 8 son el conjunto  $\mathcal{L}$  y el enlace 9 es el enlace  $L + 1$ .

**Parámetros:** La gran mayoría de las simulaciones se basan en dejar fijos ciertos parámetros del modelo y variar uno de ellos con la intención de observar el comportamiento de las conexiones en la red y su sensibilidad ante dicho parámetro. Por esto, se manejan  $u = 20$ ,  $u_n = 4$  y  $\epsilon = 0.1$  como los valores por defecto. Además, todas las simulaciones se corrieron con un tiempo máximo de simulación  $T = 5'000.000$  donde se aseguraba la estabilidad y convergencia del sistema. Igualmente, los valores de  $\bar{x}$  y  $\hat{x}$  son 0.25 y 0.175 respectivamente y por último,  $\bar{c}_l = 0.8$  y  $q_l(0) = 0$ , esto para todo  $l \in \mathcal{L}^+$ .

##### B. Resultados

**Lemas:** Las Fig. 2 y Fig. 3 ilustran el resultado de los lemas 1 y 2 vistos en las ecuaciones (7) y (8) respectivamente.

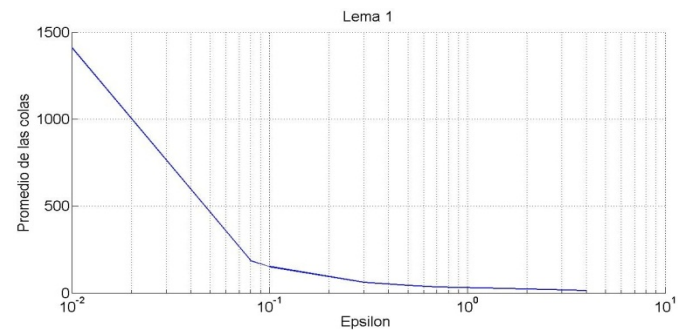


Figura 2. Lema 1.

Se puede observar que el primer lema sigue un comportamiento de decaimiento rápido al aumentar el valor de  $\epsilon$ , esto implica que al tener valores superiores a  $\epsilon = 0.1$ , las colas de paquetes se estabilizan mucho más rápido y evitan una alta congestión en cada enlace. Pero valores alrededor de 0.08 o 0.01 generan valores muy altos en las colas. Pero el segundo lema muestra un crecimiento lineal al aumentar el

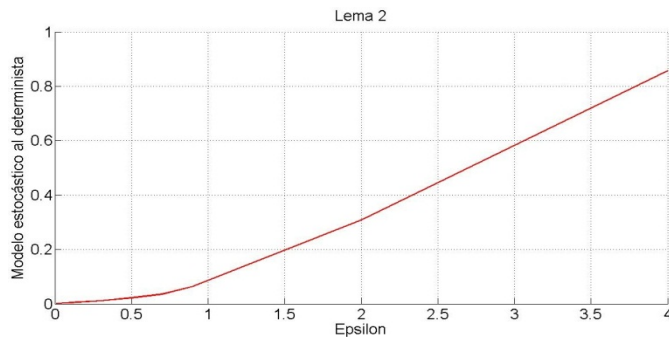


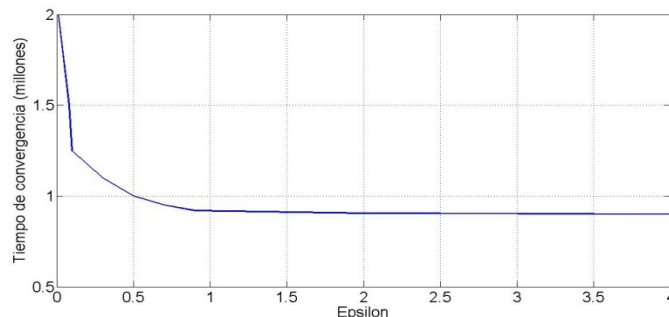
Figura 3. Lema 2.

valor de  $\epsilon$ , esto repercute en que si se aumenta dicho parámetro en valores superiores a  $\epsilon = 1$ , el resultado del modelo estocástico se aleja significativamente del modelo determinista (2), es por esto que se deben manejar valores de  $\epsilon$  entre 0.1 y 0.9 para así mantener un equilibrio entre ambos lemas.

*Tiempo de convergencia:* Antes que todo, el tiempo de convergencia  $\tilde{T}$  es el tiempo en el que se cumple que:

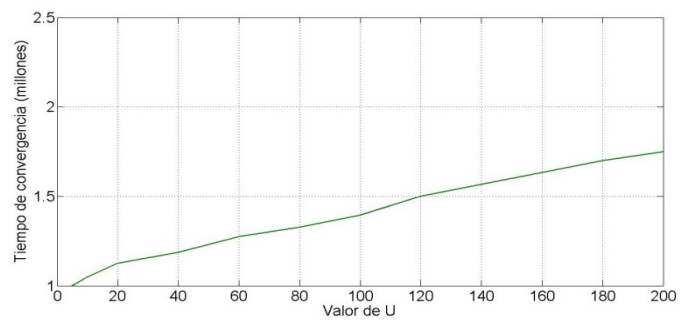
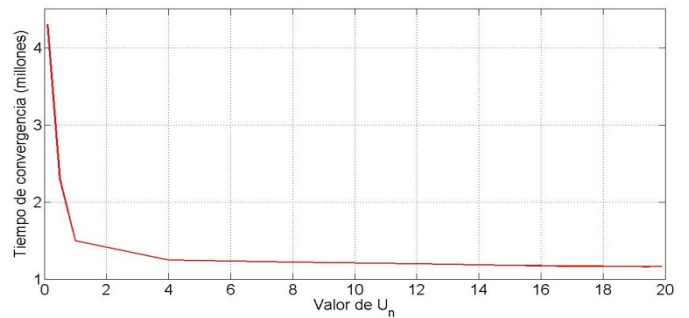
$$\bar{x} - \delta \leq \frac{1}{t} \sum_{k=0}^t x_l(k) \leq \bar{x} + \delta, \forall l, t \geq \tilde{T}$$

es decir, el tiempo en que la transferencia de paquetes promedio se aproxima a  $\bar{x}$  con un margen de error  $\delta$ . En este caso,  $\delta$  es igual al 0.05% de  $\bar{x}$ . En la Fig. 4 se observa que el hecho de aumentar el valor de  $\epsilon$  desde 0.01 hasta 1 permite disminuir el tiempo en que los enlaces del conjunto  $\mathcal{L}$  se estabilizan en valores cercanos a  $\bar{x}$ , mientras que el enlace  $L + 1$  se aproxima a  $\hat{x}$ . Se menciona que el tiempo de convergencia está medido en unidades de tiempo igual al tiempo que toma enviar un solo paquete en un enlace.

Figura 4. Tiempo de estabilidad en función de  $\epsilon$ .

En la Fig. 5 se puede notar el cambio del tiempo de estabilidad de los enlaces en función del parámetro  $u$ . Esta relación es directamente proporcional y lineal, es decir, al crecer dicho parámetro, la estabilidad de los enlaces de la red demora más tiempo.

Ya al variar el parámetro  $u_n$ , el tiempo de estabilidad se hace mucho más sensible con valores cercanos a 0. Ya a partir de 4 en adelante, el tiempo no cambia significativamente. Estos resultados se observan en la Fig. 6.

Figura 5. Tiempo de estabilidad en función de  $u$ .Figura 6. Tiempo de estabilidad en función de  $u_n$ .

De estos tres últimos resultados se puede notar que no es adecuado un valor de  $\epsilon$  menor a 0.1 ya que el tiempo de estabilidad de los enlaces aumentaría considerablemente, pero si dicho valor es superior a 1, no hay ganancia en cuanto a tiempo. Respecto al parámetro  $u$ , se resalta que valores entre 20 y 80 son suficientes para garantizar un tiempo de convergencia menores a  $\tilde{T} = 1'500.000$  unidades de tiempo. Por último, el valor de  $u_n$  debe ser mayor de 2 para tener tiempos de estabilidad bajos, aunque si dicho valor es 6 o más, al igual que con  $\epsilon$ , no hay ganancia respecto a tiempo.

*Teoremas:* En la Fig. 7 se ve el comportamiento de la tasa promedio de paquetes de los enlaces del conjunto  $\mathcal{L}$  cuando se varía  $\epsilon$ . Se observa que con valores altos o bajos de este parámetro, la tasa promedio cambia muy poco. Además, esta tasa corresponde al teorema visto en la ecuación (13).

Ya en las Fig. 8 y Fig. 9 se observa la tasa promedio de paquetes de  $\mathcal{L}$  respecto a  $u$  y  $u_n$  respectivamente y se puede determinar al igual que en la Fig. 7, que las variaciones de esta tasa son muy pequeñas sin importar los valores que tomen  $u$  o  $u_n$ .

Pero ya en la Fig. 10, la tasa promedio de paquetes del enlace  $L + 1$ , la cual corresponde a la ecuación (14) decae linealmente al aumentar el valor de  $\epsilon$ , pero la conducta de este resultado es totalmente opuesta respecto a  $u_n$  como se observa en la Fig. 11 ya que al crecer  $u_n$ , la tasa promedio de paquetes se estabiliza rápidamente en el valor  $\bar{x}$ .

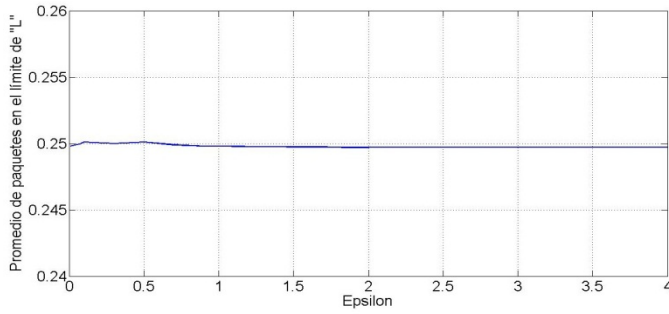


Figura 7. Tasa promedio de transferencia de paquetes de  $\mathcal{L}$  en función de  $\epsilon$ .

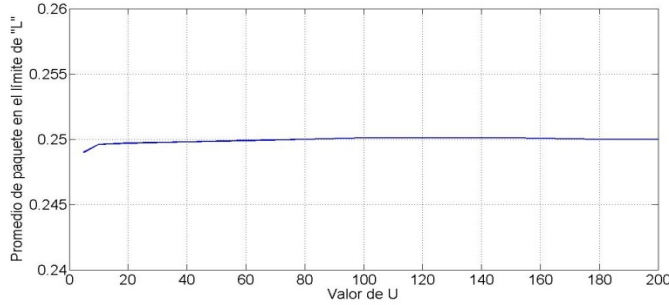


Figura 8. Tasa promedio de transferencia de paquetes de  $\mathcal{L}$  en función de  $u_n$ .

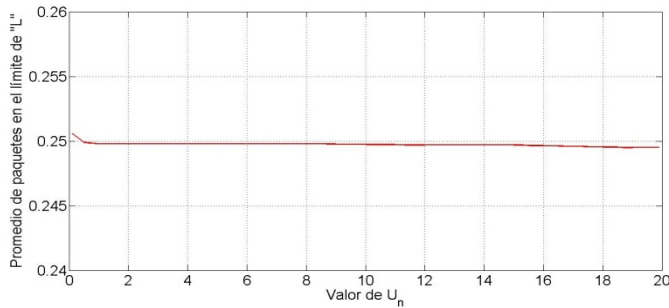


Figura 9. Tasa promedio de transferencia de paquetes de  $\mathcal{L}$  en función de  $u_n$ .

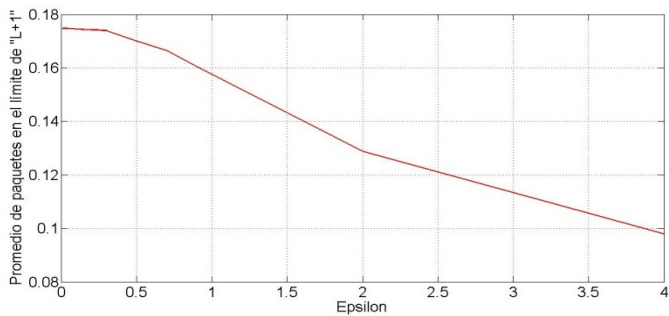


Figura 10. Tasa promedio de transferencia de paquetes de  $L + 1$  en función de  $\epsilon$ .

Después de analizar los resultados de los lemas, la tasa promedio de los paquetes del conjunto  $\mathcal{L}$  no se ve alterada drásticamente por la variación de  $\epsilon$ ,  $u$  o  $u_n$ , pero esto se debe a que los efectos se ven marcados en la tasa promedio de los paquetes del enlace  $L + 1$  y al aumentar el valor de  $\epsilon$ , según la ecuación (14), el valor se aleja mucho más de  $\hat{x}$ ; pero al variar

el valor de  $u_n = 2$  en adelante, la convergencia de esta tasa se estabiliza alrededor de  $\hat{x}$ . De todo esto se puede concluir que el sistema siempre mantiene a todos los enlaces del conjunto  $\mathcal{L}$  alrededor de  $\hat{x}$ , asegurando un buen servicio para dichos enlaces y cuando se presenta una variación en los parámetros, el sistema castiga al enlace  $L + 1$  sin interferir con los demás.

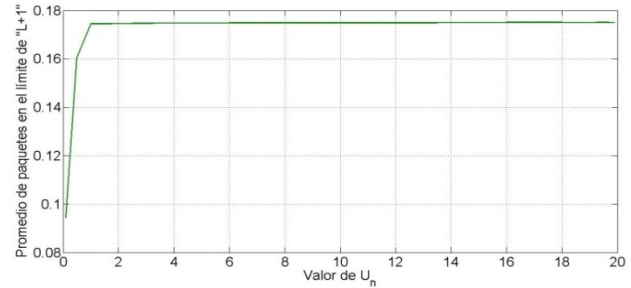


Figura 11. Tasa promedio de transferencia de paquetes de  $L + 1$  en función de  $u_n$ .

*Admisión e interferencia del nuevo enlace:* Después de analizar las Fig. 4, 5 y 6, se simula la admisión del enlace  $L + 1$  en un tiempo después de que el sistema con los enlaces de  $\mathcal{L}$  se estabilizaba, el cual es cercano a  $\tilde{T} = 1'300.000$ . Además, estas simulaciones se hicieron variando el parámetro  $u_n$  con la intención de observar que tanto interfería el nuevo enlace en la red cuando era ingresado. En la Fig. 12 se obtienen los resultados de dicho análisis.

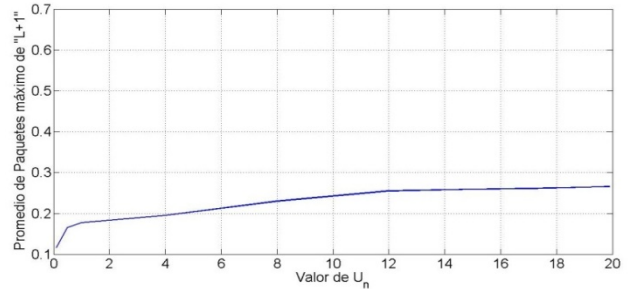


Figura 12. Interferencia del enlace  $L + 1$  en función de  $u_n$ .

Los datos son la tasa promedio de paquetes máxima que alcanza el enlace  $L + 1$  cuando ingresa al sistema. Como este valor a lo sumo debe ser igual a  $\hat{x}$  para que **no** interfiera con los demás enlaces, al alcanzar valores superiores, implica que hay interferencia en el sistema y alguno o varios de los enlaces de  $\mathcal{L}$  se ven afectados en ese instante hasta que dicha tasa se estabiliza en el valor de  $\hat{x}$ . De esto se concluye que el parámetro  $u_n$  no debe tomar valores superiores a 4 para así obtener la menor interferencia posible en la red.

Ya en la Fig. 13 se simula la tasa promedio de paquetes a lo largo del tiempo de toda la red y se observa que el sistema se estabiliza en tiempos superiores a  $T = 1'000.000$ .

Ya cuando se obtuvo dicha estabilidad y la tasa promedio de paquetes de los enlaces de  $\mathcal{L}$  converge a  $\hat{x}$ , se da ingreso al enlace  $L + 1$  en  $T = 1'500.000$  y se observa que dicho enlace interfiere poco con los demás. Además, se estabiliza



rápidamente en el valor de  $\hat{x}$  pudiendo así determinar en poco tiempo que el nuevo enlace no puede ingresar a la red.

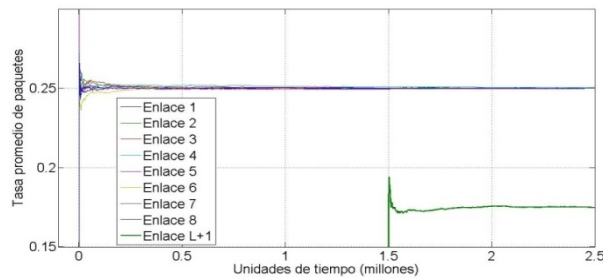


Figura 13. Tasa promedio de paquetes del conjunto  $\mathcal{L}$  y  $\mathcal{L}^+$ .

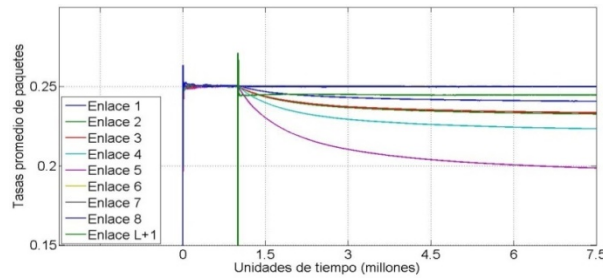


Figura 14. Simulación con  $u_n > n$ .

Por último, se analiza en la Fig. 14 la importancia de la ecuación (12).

Para este caso, se realizó una simulación con  $u = 20$  y  $u_n = 40$  y se concluye que al no cumplir (12), más de la mitad de los enlaces de  $\mathcal{L}$  no se estabilizan en  $\bar{x}$ , eso se traduce en que al tener el enlace  $L + 1$  un valor de  $u_n > u$ , el sistema le da mucha más importancia a dicho enlace y se enfoca en darle un buen servicio, lo cual implica interferir con los demás enlaces. Cabe resaltar que en esta simulación  $T = 7'500.000$  debido a que era un caso extremo y se necesitaba un tiempo mayor para obtener la convergencia y estabilidad en los enlaces.

## V. CONCLUSIONES

El valor de  $\epsilon$  presenta la mayor sensibilidad al sistema de transferencia de paquetes. Además se concluye que este valor debe oscilar entre 0.1 y 0.5 para mantener un equilibrio entre los lemas uno y dos. También esta conclusión es apoyada por los resultados vistos en las Fig. 4 y Fig. 10 ya que si se le da un valor inferior a 0.1 a este parámetro, el tiempo de estabilidad del sistema crece a medida que  $\epsilon$  disminuye, pero si dicho valor es muy grande (superior a 0.5) el enlace  $L + 1$  no se estabiliza en el valor correcto, en este caso  $\hat{x} = 0.175$ , lo que implica que no se puede tomar una decisión correcta sobre la admisión de este enlace.

Respecto al parámetro  $u$ , este debe ser menor a 80 para que el sistema se establezca rápidamente y superior a 10 para que la tasa de promedio de paquetes de  $\mathcal{L}$  este cercana a  $\bar{x}$ .

Finalmente, el parámetro  $u_n$  es un tanto más variante ya que según lo visto en la Fig. 6 y en la Fig. 11, este no debe ser cercano a 0 ya que haría que el sistema fuera muchísimo más

lento y además, la tasa promedio de paquetes del enlace  $L + 1$  no convergería al valor de  $\hat{x}$ . De esto se puede concluir que  $u_n$  debe ser mayor a 2. Pero dicho parámetro no debe ser superior a 6 como se ve en la Fig. 12 debido a que el ingreso del nuevo enlace podría ocasionar una pequeña interferencia en los enlaces que ya se encuentran en la red. Es por esto que al diseñar una red y el escoger el valor de  $u_n$ , se debe pensar que al tener valores para este parámetro cercanos a 2, la interferencia cuando ingresa el nuevo enlace es poca pero dura cierto tiempo mientras que la tasa promedio de paquetes se estabiliza en  $\hat{x}$ . Ya si el valor de  $u_n$  es cercana a 6, se tendrá una convergencia mucho más rápida pero el ingreso del nuevo enlace a la red causaría una mayor interferencia.

Con esto se puede concluir que valores indicados para los parámetros del modelo serían:  $\epsilon = 0.1$ ,  $u = 20$  y  $u_n = 4$ , los cuales son los parámetros por defecto definidos anteriormente.

## REFERENCIAS

- [1] J. F. Kurose and K. W. Ross, REDES DE COMPUTADORES *Un enfoque descendente*. PEARSON, 2010, vol. 5.
- [2] M. Ergin, M. Gruteser, L. Luo, D. Raychaudhuri, and H. Liu, "Available Bandwidth Estimation and Admission Control for QoS Routing in Wireless Mesh Networks," *Computer Communications*, no. 1, pp. 1301–1317, May 2008.
- [3] V. Ramamurthi, A. Reaz, D. Ghosal, S. Dixit, and B. Mukherjee, "Channel, capacity, and flow assignment in wireless mesh networks," *Computer Networks*, vol. 55, no. 9, pp. 2241–2258, June 2011.
- [4] N. Kumar, M. Kumar, and R. B. Patel, "Capacity and Interference Aware Link Scheduling with Channel Assignment in Wireless Mesh Networks," *Journal of Network and Computer Applications*, vol. 34, no. 1, pp. 30–38, January 2011.
- [5] A. Sen, S. Murthy, S. Ganguly, and S. Bhatnagar, "An Interference-Aware Channel Assignment Scheme for Wireless Mesh Networks," *Communications 2007*, pp. 3471–3476, 2007.
- [6] P. Capanera, L. Lenzini, A. Lori, G. Stea, and G. Vaglini, "Efficient link scheduling for online admission control of real-time traffic in wireless mesh networks," *Computer Communications*, pp. 922–934, June 2009.
- [7] J. J. Jaramillo and L. Ying, "Distributed Admission Control without Knowledge of the Capacity Region," in *Proc. IEEE INFOCOM*, pp. 335–339, April 2013.
- [8] J. J. Jaramillo and R. Srikant, "Optimal Scheduling for Fair Resource Allocation in Ad Hoc Networks with Elastic and Inelastic Traffic," in *Proc. IEEE INFOCOM*, pp. 1–9, March 2010.



**Daniel Giraldo Cuartas** is a student of mathematical engineering of the Eafit university since 2010. His research interests include computational mechanic and heuristic algorithms.



**Juan Jose Jaramillo** received the B.S. degree (summa cum laude) from Universidad pontificia Bolivariana, Medellin, Colombia, in 1998, and the M.S. and Ph.D. degrees from the University of Illinois at Urbana-Champaign in 2005 and 2009, respectively, all in electrical engineering. From 2010 to 2011 he was with the Department of Electrical and Computer Engineering at Iowa State University as a Post-Doctoral Research Associate. He is currently with Universidad EAFIT, Colombia, where he is an Assistant Professor with the Department of Applied Math and Engineering. He is the recipient of a Fulbright fellowship. His research interests include communication networks and game theory.