



Vigilada Mineducación

ESTRUCTURA ÓPTIMA DE CAPITAL PARA LAS EMPRESAS DEL SECTOR DE
SEGURIDAD PRIVADA EN COLOMBIA

Optimal Capital Structure for Private Security Sector Companies in Colombia

DIEGO FERNANDO CÓRDOBA AVENDAÑO
WILSON STIVEN SALAS ACHINTE

Trabajo de Grado como requisito para la obtención del título académico de Magíster en
Administración Financiera

Asesor
Juan Manuel Arias Sánchez

UNIVERSIDAD EAFIT
ESCUELA DE FINANZAS, ECONOMÍA Y GOBIERNO
MAESTRÍA EN ADMINISTRACIÓN FINANCIERA - MAF
PEREIRA
2025

CONTENIDO

LISTA DE ECUACIONES	6
LISTA DE TABLAS	7
LISTA DE FIGURAS	8
RESUMEN	9
ABSTRACT	10
INTRODUCCIÓN.....	11
JUSTIFICACIÓN.....	13
PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	14
OBJETIVOS.....	16
General	16
Específicos	16
MARCO TEÓRICO Y REVISIÓN DOCUMENTAL.....	17
Antecedentes	17
Relación entre estructura de capital y creación de valor.....	18
Teorías de estructura de capital.....	19
Marco conceptual	20
Definiciones clave.....	20
Clasificación empresarial.....	21
Sostenibilidad financiera.....	22
Índices calculados	23
METODOLOGÍA.....	26
Diseño del estudio	26
Justificación metodológica.....	27
Muestra poblacional	28
Fuentes de datos públicos y sectoriales.....	30
Costo de Capital (CAPM→WACC).....	31
Cálculo del K_e con paridad del poder adquisitivo (PPP).....	31
Determinación del WACC.....	32
Diseño del modelo econométrico.....	33

Definición de la variable dependiente (GAP).....	33
Determinantes financieros y operativos.....	34
Forma funcional del modelo econométrico	35
Óptimo económico y operativo.....	37
Cálculo del óptimo económico y operativo	38
Preparación de datos	39
Depuración y consolidación de la base analítica	39
Tratamiento de valores faltantes	39
Variable sectorial estimada.....	40
Tamaño empresarial.....	41
Control de valores extremos y escenarios.....	43
Centrados y reexpresiones para la estabilidad numérica	43
Definición del rango operativo (IQR).....	44
Rango operativo (IQR) y regla de ampliación.....	45
Cálculo de indicadores y selección para la especificación final	45
Estimación y diagnóstico	46
Comparador de escenarios, selección y penalizaciones.....	46
Rango admisible y reestimación restringida	48
Sobre el recorte de colas	49
Simulación de robustez del óptimo —Monte Carlo	49
Procedimiento metodológico	49
Herramientas y software.....	51
DESARROLLO.....	52
Diseño y construcción	52
Diseño y construcción archivo base.....	52
Diseño y construcción de script	55
Garantía de trazabilidad y replicabilidad	56
Base de análisis	56
Código en ambiente Python.....	56
ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS Y HALLAZGOS	59
Selección del escenario y salud del modelo	59

Comparador de escenarios y métrica de selección	59
Diagnósticos del modelo (ajuste, especificación y robustez)	61
Justificación de la elección: forma funcional y parsimonia.....	62
Análisis descriptivo por tamaño y período (2022-2024).....	63
Estructura de endeudamiento (mediana).....	63
Comportamiento del GAP (media y mediana).....	64
Indicadores operativos (medianas): liquidez, ciclo de efectivo y densidad laboral.....	65
Hallazgos principales	66
Implicaciones para el análisis econométrico.....	67
Resultados econométricos del modelo seleccionado	67
Coeficientes, signos y significancia.....	67
Interpretación del modelo y relación endeudamiento–GAP	68
Interpretación de resultados econométricos y lectura gerencial	69
Colinealidad y estabilidad de parámetros	71
Interpretación de la forma funcional (síntesis)	71
Óptimo económico y operativo de endeudamiento.....	72
Óptimo económico global (e*)	72
Reglas de decisión por subgrupos (tamaño-año)	73
Lectura gerencial por tamaño.....	74
Estimación de la estructura óptima de capital.....	75
Lectura gerencial del rango operativo.....	76
Claves para la interpretación	77
Robustez y sensibilidad.....	77
Robustez (Monte Carlo) y límites de decisión.....	77
Implicaciones gerenciales y estrategias recomendadas.....	79
Segmentos con GAP óptimo negativo	79
Política de apalancamiento objetivo	79
Principios operativos (banda + metas por tamaño)	79
Condicionalidades operativas	80
Riesgos, supuestos y límites de validez	81
CONCLUSIONES.....	82

Conclusiones por objetivo.....	82
Objetivo 1	82
Objetivo 2	83
Objetivo 3	83
Objetivo general.....	84
Implicación práctica	84
REFERENCIAS	85

LISTA DE ECUACIONES

Ecuación 1. Definición muestra empresas incluidas en estudio.....	29
Ecuación 2. Modelo valoración del costo capital propio (en USD).....	31
Ecuación 3. Modelo valoración capital propio por PPP.....	32
Ecuación 4. Costo de capital por empresa.....	32
Ecuación 5. Variable dependiente GAP.....	34
Ecuación 6. Especificación modelo econométrico GAP.....	35
Ecuación 7. Centralización ratio_endeudamiento (ENDEUD y ENDEUD ²).....	36
Ecuación 8. Reexpresión del endeudamiento óptimo a escala original (centrado por tamaño-año).....	36
Ecuación 9. Especificación Cuadrática para la Estimación del GAP Financiero en Función del Endeudamiento.....	38
Ecuación 10. Punto de máxima creación de valor: determinación del endeudamiento óptimo.....	38
Ecuación 11. Fórmula reexpresion por índice.....	40
Ecuación 12. Fórmula reexpresion variables por rieles sectoriales.....	40
Ecuación 13. Centrado del endeudamiento por grupo tamaño-año.....	44
Ecuación 14. Reexpresión de la densidad laboral.....	44
Ecuación 15. Cálculo del ancho IQR.....	44
Ecuación 16. Scoring selección de escenario.....	46
Ecuación 17. Penalización A (curvatura).....	47
Ecuación 18. Fórmula score final selección escenario.....	47

LISTA DE TABLAS

Tabla 1. Criterios de inclusión.....	28
Tabla 2. Pareto: diez principales ciudades.....	29
Tabla 3. Participación de empresas del sector en muestra por ciudad	30
Tabla 4. Parámetros generales	31
Tabla 5. Clasificación de empresas por tamaño	41
Tabla 6. Índices de <i>benchmarks</i> sectoriales por tamaño (2022-2024)	42
Tabla 7. <i>Benchmarks</i> sectoriales por tamaño (2022-2024) cifras en millones.....	43
Tabla 8. Resumen de variables procesadas y su uso en el modelo econométrico	45
Tabla 9. Métricas consideradas por el comparador de escenarios (definición y razón teórica/empírica).....	47
Tabla 10. Variables del modelo y signos esperados.....	48
Tabla 11. Procedimiento metodológico aplicado	50
Tabla 12. Estructura de hojas y función en el proceso	53
Tabla 13. Resumen de escenarios y cobertura.....	54
Tabla 14. Campos mínimos por hoja de escenario (DESARROLLO, W_*).....	55
Tabla 15. Archivos generados por escenario y contenido	57
Tabla 16. Hojas del archivo SALIDAS_TESIS.xlsx y su contenido	58
Tabla 17. Comparador de escenarios (muestra base vs. restringida).....	60
Tabla 18. Muestra restringida (Tukey).....	60
Tabla 19. Métricas de ajuste y pruebas diagnósticas — W_{p5-p95} (restringido).....	61
Tabla 20. Óptimo económico y operativo (escenario ganador).....	63
Tabla 21. Resultados OLS: escenario ganador (W_{p5-p95} , restringido).....	68
Tabla 22. VIF por covariable: W_{p5-p95} (restringido).....	71
Tabla 23. Óptimo operativo por tamaño y año: escenario W_{p5-p95} (restringido).....	74
Tabla 24. Resumen de estructura óptima de capital y robustez del modelo.....	75
Tabla 25. Óptimos y robustez.....	78

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Participación empresas de seguridad con o sin armas en ingresos del sector.....	31
Figura 2. Participación por tamaño escenario DESARROLLO (sin winsor).....	41
Figura 3 Score de selección por escenario (Base vs. Restringida).....	60
Figura 4. Mediana del ratio de endeudamiento por tamaño y año (2022-2024).....	64
Figura 5. GAP por tamaño: (izq.) promedio anual; (der.) mediana anual.....	65
Figura 6. Indicadores operativos (medianas) por tamaño y año: liquidez, ciclo de efectivo y densidad laboral por millón COP.....	66
Figura 7. Curva GAP vs. endeudamiento con vértice en ~0,44 (escenario ganador).....	72
Figura 8. Óptimo operativo por tamaño y año (2022-2024).....	73
Figura 9. Histograma Monte Carlo del óptimo con p50=0,424, p95=0,485.....	78

RESUMEN

El sector de la vigilancia y seguridad privada en América Latina ha experimentado una expansión significativa impulsada por el aumento de la delincuencia urbana, los cambios en las políticas estatales de seguridad y el crecimiento económico regional. Este contexto genera una presión creciente sobre los gobiernos y las organizaciones privadas para responder a nuevas amenazas y a una demanda sostenida de servicios de protección. Sin embargo, el dinamismo del sector convive con desafíos financieros derivados de la transformación tecnológica, la intensificación del riesgo operativo y la necesidad de modernizar los modelos de prestación de servicios. En este escenario, la estructura de capital emerge como un factor clave para la competitividad, ya que una configuración inadecuada puede afectar la valoración empresarial, la sostenibilidad financiera y la capacidad de apalancar nuevos proyectos. Ante ello, la búsqueda de una arquitectura óptima de capital se convierte en un imperativo estratégico para las compañías del sector. Este trabajo de grado propone un marco metodológico orientado a evaluar alternativas de financiación desde una perspectiva integral, incorporando variables como costo del capital, rentabilidad y riesgo operativo. Asimismo, destaca la relevancia de indicadores como el apalancamiento financiero, la liquidez y el rendimiento económico como instrumentos para valorar la viabilidad y fortaleza financiera de las organizaciones. En conjunto, el análisis evidencia que la comprensión profunda de la estructura de capital no solo es necesaria para enfrentar los retos del entorno, sino también para garantizar la toma de decisiones financieras sólidas en un sector caracterizado por su creciente complejidad y relevancia social.

Palabras clave: Estructura de capital, Seguridad privada, Colombia, Competitividad financiera, Riesgo operativo, Apalancamiento.

ABSTRACT

The private security and surveillance sector in Latin America has experienced significant expansion driven by rising urban crime, changes in state security policies, and regional economic growth. This context generates increasing pressure on governments and private organizations to respond to new threats and a sustained demand for protection services. However, the sector's dynamism coexists with financial challenges stemming from technological transformation, intensified operational risk, and the need to modernize service delivery models. In this scenario, capital structure emerges as a key factor for competitiveness, since an inadequate configuration can affect business valuation, financial sustainability, and the ability to leverage new projects. Therefore, the search for an optimal capital architecture becomes a strategic imperative for companies in the sector. This thesis proposes a methodological framework aimed at evaluating financing alternatives from a comprehensive perspective, incorporating variables such as cost of capital, profitability, and operational risk. The analysis also highlights the importance of indicators such as financial leverage, liquidity, and economic performance as tools for assessing the viability and financial strength of organizations. Overall, the analysis demonstrates that a deep understanding of capital structure is not only necessary to meet the challenges of the environment but also to ensure sound financial decision-making in a sector characterized by its increasing complexity and social relevance.

Keywords: Capital structure, Private security, Colombia, Financial competitiveness, Operational risk, Leverage.

INTRODUCCIÓN

En el contexto latinoamericano se han visto grandes cambios en el ámbito de los servicios de seguridad y vigilancia. Estos cambios tienen su origen en los altos niveles de delincuencia e inseguridad en las ciudades, en las modificaciones en las políticas gubernamentales sobre seguridad, en una nueva repartición del capital y en un aumento en el progreso económico de esta zona (Pérez, 2018).

Según cálculos del Banco Interamericano de Desarrollo (BID), para 2024, el efecto económico de la delincuencia llega a ser considerable, costando, en promedio, un 3,5 % del Producto Interno Bruto (PIB). Esta cifra es el doble de lo observado en países desarrollados (Zapata Quinchía, 2024).

En Colombia, la industria de la vigilancia y seguridad privada también ha presentado un alto crecimiento durante los últimos años, como respuesta directa a las necesidades de seguridad en un país conocido por altas tasas de delitos y violencia. Este sector es parte clave tanto para la seguridad de la comunidad como para la economía del país, aportando el 1,2 % del PIB y creando alrededor de 10,5 billones de pesos en ganancias cada año, según la Superintendencia de Vigilancia y Seguridad Privada (Supervigilancia, 2022).

Por su parte, la industria de seguridad privada ha mostrado una tendencia al aumento, causada por fenómenos como el crecimiento de la población en grandes ciudades, el incremento de los servicios de seguridad privada, los procesos de industrialización y el rápido crecimiento urbanístico, factores que han tenido grandes efectos en la sociedad como la generación de trabajo con cerca de 400 mil empleos directos (Grupo Atlas de Seguridad Integral, s. f.).

Pero los avances técnicos y tecnológicos han traído nuevas amenazas y formas de proveer servicios de este tipo (Sánchez Diez, 2021). Desde este punto de vista, las empresas del sector privado necesitan consolidar sus finanzas, ya que diversos factores económicos, financieros y operativos pueden poner en riesgo su competitividad en el mercado. Es decir, las corporaciones deben crear una estructura equilibrada en su arquitectura de capital, comprendiendo que esta es la base estructural de la organización de acuerdo con los métodos con que administran sus recursos y operaciones a través de diferentes fuentes financieras (Gallego Escobar, 2018).

Es importante destacar que una mala configuración en la arquitectura del capital puede provocar una disminución de la valoración de las empresas, rendimientos bajos para los inversores, dificultades para mantener la sostenibilidad financiera e incluso limitaciones en el apalancamiento para nuevos proyectos de inversión. Una opción para tratar esta problemática se plantea en establecer una estructura de capital ideal en las entidades del sector de vigilancia y seguridad privada. Esto permite que se evalúen el costo, el capital y el grado de endeudamiento, aspectos cruciales a la hora de formular estrategias financieras y tomar decisiones (Arhinful et al., 2024).

Por lo tanto, el estudio que se presenta desarrolló un marco metodológico para evaluar alternativas de financiación a través de una perspectiva estratégica integral, teniendo en cuenta variables como el costo del capital, la rentabilidad y el riesgo operacional, condensado un modelo que incluye el análisis de métricas, tales como: el apalancamiento financiero, la liquidez y el rendimiento económico como elementos fundamentales en su evaluación financiera exhaustiva.

JUSTIFICACIÓN

Este estudio analiza los problemas encontrados en la forma en que se maneja el dinero de los negocios de seguridad privada en Colombia, especialmente al elegir cómo combinar los recursos propios con los adquiridos mediante deuda. Esta decisión afecta considerablemente las ganancias y el riesgo financiero, puntos importantes para el éxito a largo plazo de estas empresas. Aunque hay teorías conocidas, como la de Modigliani y Miller, la del *trade-off* o el *orden de la financiación*, no hay un acuerdo real que ayude a las empresas de este campo a tomar buenas decisiones financieras que se ajusten a su situación.

También, el sector de la seguridad tiene un papel importante en la sociedad, no solo al proteger a las personas y sus bienes, sino también al crear trabajos oficiales convirtiéndose en uno de los sectores con mayor presencia en todo el país. Este escenario exige la creación de un modelo que se ajuste a las necesidades, y tenga en cuenta los factores económicos, financieros y operativos de empresas de seguridad. Por esta razón, se hizo un modelo cuantitativo de análisis financiero que permite calcular la estructura óptima de capital en empresas del sector, combinando conceptos como Costo Promedio Ponderado del Capital (WACC¹), retorno sobre el capital (ROE), retorno sobre los activos (ROA), liquidez, cobertura de intereses y gestión de la deuda, entre otros. El modelo se enriqueció con datos empíricos propios de empresas reales del sector y se complementó con simulaciones que replican el comportamiento financiero, lo que proporciona resultados comparables y de aplicación.

La herramienta resultante es útil porque proporciona una metodología clara para el análisis comparativo del desempeño financiero de estas empresas bajo diferentes modelos de financiación. Este estudio demuestra su relevancia al proporcionar a las empresas información estratégica y operativa para abordar los desafíos económicos del entorno colombiano.

¹ Weighted Average Cost of Capital: Costo promedio ponderado del capital, que combina el costo de la deuda y el costo del patrimonio ajustado por impuestos.

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

El sector de vigilancia y seguridad privada desempeña un papel fundamental en Colombia, en cuanto a la seguridad ciudadana y a la economía del país. Sin embargo, la estabilidad financiera de las empresas de vigilancia no siempre está asegurada. En muchos casos, se ve presionada por factores económicos, financieros y operativos que actúan al mismo tiempo. Entre ellos se encuentran: la competencia cada vez más fuerte en el sector, los altos costos que implica mantener la operación, y, además, las exigencias regulatorias de la Supervigilancia. Estos aspectos, en conjunto, pueden dificultar la construcción de una estructura de capital estable.

Si esa estructura no se administra de manera adecuada, aparecen problemas que van desde la pérdida de valor de la empresa hasta menores utilidades para los accionistas. insostenibilidad financiera e incluso dificultar el apalancamiento necesario para nuevos proyectos. En este panorama, a las empresas no les queda otra opción que revisar cómo están financiando sus operaciones. Por eso, más que buscar una fórmula exacta de estructura óptima, lo que necesitan es un punto de equilibrio que funcione en la práctica entre el capital propio y el endeudamiento.

El modelo de Damodaran (2001) suele mencionarse como una referencia útil porque permite calcular el costo del capital y, al mismo tiempo, da pautas que pueden orientar las decisiones financieras. No obstante, su aplicación depende mucho de la realidad de cada compañía; y, en algunos casos, ofrece un marco inicial más que una solución definitiva. Conviene recordar que la seguridad privada es un sector en constante crecimiento en Colombia, y su consolidación depende, en gran parte, de disponer de herramientas financieras adecuadas que garanticen estabilidad en el tiempo.

Con este propósito, el presente estudio adopta un enfoque cuantitativo. Se trabaja con información procedente de entidades públicas y privadas, como la reportada ante las Cámaras de Comercio, la SuperSociedades, el DANE, la Supervigilancia y los estados financieros que las mismas empresas publican en sus portales oficiales.

A partir de la definición de la población de interés, se selecciona una muestra, cuyos datos se organizan y procesan con apoyo de bases sectoriales especializadas, empleando técnicas de modelación y regresión lineal. En síntesis, la investigación busca examinar de

manera rigurosa la estructura de capital de las empresas de vigilancia y seguridad privada en el país. El objetivo es ofrecer herramientas que fortalezcan la toma de decisiones, permitan diseñar estrategias financieras efectivas, apoyen la sostenibilidad y, en última instancia, contribuyan a la generación de valor empresarial.

OBJETIVOS

General

Determinar la estructura óptima de capital para empresas del sector de seguridad privada en Colombia.

Específicos

- Identificar las variables económicas y operativas que afectan la estabilidad financiera del sector de seguridad privada en Colombia.
- Establecer la estructura de capital ideal para las empresas seleccionadas del sector de seguridad privada.
- Estimar un modelo cuantitativo que permita identificar la estructura óptima de capital para las empresas de seguridad privada en Colombia.

MARCO TEÓRICO Y REVISIÓN DOCUMENTAL

Antecedentes

El estudio de la estructura de capital en el sector de seguridad privada en Colombia todavía es escaso dentro de la literatura académica, a pesar de que la actividad económica del sector ha crecido con fuerza en los últimos años. En contraste, otros sectores cuentan con análisis que sirven como puntos de referencia y permiten extraer conclusiones útiles.

Por ejemplo, Hernández & Salinas (2020) estudiaron un caso en Bogotá y señalaron que manejar de forma inadecuada la estructura de capital puede comprometer la estabilidad financiera de las empresas de vigilancia, al tiempo que reduce su capacidad de mantenerse en el mercado. Ese hallazgo muestra con claridad los riesgos asociados al uso excesivo de deuda. En una línea parecida, Restrepo Cadavid (2022) examinó pequeñas y medianas empresas del sector textil y propuso un modelo de optimización. Su principal conclusión fue que lograr un balance adecuado entre patrimonio y deuda contribuye tanto a la rentabilidad como a la sostenibilidad.

En otros sectores se encuentran perspectivas complementarias, por ejemplo, Zambrano Mera (2022), al estudiar algunas empresas farmacéuticas en Guayaquil, señala que endeudarse no siempre implica un efecto negativo sobre la rentabilidad. En realidad, depende bastante de la manera en que se administren los recursos financieros. Por otro lado, Carrasco Salazar & Rivera Gaucho (2025) muestran en el sector de la construcción qué aspectos, como la liquidez, las ventas, la utilidad operativa e incluso el tamaño del personal, pueden influir directamente en las decisiones de financiamiento. En conjunto, estos hallazgos confirman que la estructura de capital no puede entenderse de forma aislada, sino que debe situarse en cada contexto productivo.

De manera similar, Enríquez Díaz & Hernández Ocampo (2021) examinaron microempresas de la construcción en Ecuador. Allí observaron que el endeudamiento afecta de manera marcada el ROE, mientras que el ROA apenas se altera. Esto sugiere que la eficiencia en el uso de los activos no se explica únicamente por la estructura financiera, sino también por la gestión interna que cada empresa logre mantener.

De manera complementaria Hernández & Salinas (2020) evidenciaron que, en el transporte de carga terrestre en Colombia, la estructura de capital está condicionada por factores externos, como la tasa de cambio, los costos operativos y la volatilidad en los ingresos. Con base en ello, concluyeron que la sostenibilidad financiera depende de manejar un apalancamiento que permita aprovechar los beneficios fiscales de la deuda sin caer en problemas de liquidez.

Finalmente, los estudios realizados en el sector eléctrico en Perú, realizados por parte de Chávez Vivar et al. (2022), demostraron que una estructura de capital equilibrada tiene un impacto positivo tanto en la creación de valor como en la rentabilidad de largo plazo. Dicho de otra manera, cuando la deuda se utiliza para financiar activos productivos, el apalancamiento financiero puede convertirse en una herramienta para generar Valor Económico Agregado (EVA) y mayores retornos para los accionistas.

En conjunto, estos antecedentes sugieren que la relación entre endeudamiento y desempeño no es lineal y que depende del contexto operativo, de la calidad de la gestión del capital de trabajo (liquidez y ciclo de efectivo) y de la productividad laboral, elementos que condicionan las decisiones de financiamiento.

Sin embargo, existe un vacío de investigación aplicado al sector de seguridad privada, intensivo en mano de obra y con exigencias regulatorias particulares. Este vacío motiva la presente investigación y orienta el análisis hacia la identificación de un punto de equilibrio de apalancamiento que contribuya a la creación de valor y a la sostenibilidad financiera de las empresas del sector.

Relación entre estructura de capital y creación de valor

La estructura de capital es un determinante clave de la creación de valor porque condiciona el Costo Promedio Ponderado de Capital (WACC), y, con ello, el umbral que deben superar los retornos operativos para generar valor económico. En términos generales, el WACC recoge el costo del patrimonio y el costo de la deuda (ajustado por impuestos) ponderados por su participación en la financiación.

Cuando la rentabilidad para el accionista o los retornos económicos del proyecto superan el WACC, la empresa crea valor; si no lo superan, se destruye valor. Esta relación

es coherente con los enfoques que reconocen beneficios fiscales de la deuda, pero también costos esperados de dificultad financiera y de agencia, lo que sugiere que el apalancamiento óptimo no es extremo sino intermedio.

Para efectos de este estudio, la conexión entre endeudamiento y valor se expresa mediante un indicador de brecha de valor (GAP) que resume la diferencia entre el rendimiento económico observado u esperado y el costo de capital. Un GAP positivo indica creación de valor; un GAP negativo, destrucción de valor. En consecuencia, la política de endeudamiento influye en el GAP al modificar el WACC y, por tanto, la probabilidad de que los retornos superen el umbral del costo de capital.

En síntesis, la estructura de capital incide en el valor por dos vías: fiscal, al aprovechar la deducibilidad de intereses; y de riesgo, al aumentar los costos de quiebra/estrés financiero y eventuales conflictos de agencia cuando el apalancamiento es excesivo. El equilibrio entre ambas fuerzas orienta la búsqueda de un nivel de deuda óptimo que minimiza el WACC (o maximiza el GAP) y favorece la sostenibilidad de largo plazo.

Teorías de estructura de capital

La estructura de capital ha sido explicada por diversas corrientes teóricas que, en conjunto, muestran que el endeudamiento óptimo responde a un equilibrio entre beneficios (escudo fiscal, disciplina) y costos (dificultad financiera, agencia, información asimétrica). A continuación, se sintetizan las principales teorías.

- **Proposiciones de Modigliani y Miller (1958, 1963):** estos autores plantearon que, en ausencia de impuestos, riesgo de quiebra e información asimétrica, la estructura de capital no afecta el valor de la empresa. Sin embargo, al introducir impuestos, la deuda genera un escudo fiscal que puede aumentar el valor. Aunque su modelo es teórico, sirve como base para entender el impacto del apalancamiento en la creación de valor (Lorena et al., 2008).
- **Teoría del Trade-Off (Integrando la Teoría Estática de la Estructura de Capital):** Kraus y Litzenberger (1973) introdujeron la idea de equilibrio. La deuda da ventajas, pero también aumenta el riesgo. Lo importante es hallar el punto en el que compensa, evitando que el apalancamiento se convierta en un problema

mayor.

- **Teoría de Costos de Agencia:** Jensen y Meckling (1976) añadieron otro ángulo. Argumentaron que el endeudamiento puede ser útil para reducir los conflictos entre accionistas y gerentes. Dicho de otro modo, cuando existe deuda, los administradores sienten más presión por rendir cuentas (Marín Adarraga, 2012).
- **Teoría de Pecking Order (Jerarquía de Financiamiento):** Myers y Majluf (1984) observaron un patrón repetido: las empresas usan, primero, recursos internos, luego recurren a préstamos, y, solo si es inevitable, emiten acciones. La explicación se puede resumir en que emitir acciones es costoso y, además, diluye la propiedad de quienes ya invirtieron.
- **Market Timing (sincronización de mercado):** en esta visión, las firmas emiten acciones cuando las valoraciones son altas y recompran/emiten deuda cuando son bajas; la estructura de capital observada refleja, en parte, la historia de estas decisiones oportunistas (Javier et al., 2021).

Marco conceptual

Definiciones clave

- **Estructura de capital:** proporción entre recursos propios (patrimonio) y recursos ajenos (deuda) que financian las operaciones de la empresa. Determina el nivel del apalancamiento y el riesgo financiero.
- **Costo promedio ponderado de capital (WACC):** indicador que refleja el costo global de los recursos utilizados por la empresa, considerando la participación del patrimonio y la deuda, ajustada por el efecto fiscal. Es la tasa mínima que debe generar la empresa para no destruir valor.
- **GAP financiero (ROE - WACC):** el GAP representa la creación de valor neta para el accionista. Se calcula como la diferencia entre la rentabilidad del patrimonio (ROE) y el costo promedio ponderado de capital (WACC). Un GAP positivo indica retorno por encima del costo de capital.

- **Modelo de Valoración de Activos Financieros (CAPM):** el CAPM se utiliza para estimar el costo del capital propio (K_e) a partir del rendimiento libre de riesgo, el premio por riesgo de mercado y el beta de la firma/sector. El WACC pondera el K_e y el costo de la deuda después de impuestos ($K_d * (1 - T)$) según su participación en la financiación. En este estudio, el WACC actúa como umbral de creación de valor: los retornos económicos deben superarlo para que exista un GAP positivo.
- **Análisis DuPont:** el ROE puede descomponerse en margen, rotación de activos y apalancamiento financiero, lo que permite atribuir cambios en la rentabilidad del patrimonio a operación, eficiencia o financiamiento. Esta lectura complementa la interpretación del $GAP = ROE - WACC$ y facilita relacionar la política de endeudamiento con la rentabilidad observada (Allen et al., 2017).
- **Covenants:** Los covenants en finanzas son cláusulas contractuales que establecen compromisos, obligaciones o restricciones en un acuerdo de préstamo o financiación, y que el prestatario (deudor) debe cumplir para proteger los intereses del acreedor (prestamista). Estos pactos buscan minimizar el riesgo y asegurar que la empresa prestataria mantenga una conducta financiera adecuada, pudiendo incluir requisitos como la presentación de informes financieros periódicos o la prohibición de contraer deuda adicional.

Estas definiciones permiten interpretar los resultados y vincularlos con la literatura sobre estructura óptima de capital. Los detalles técnicos del modelo econométrico y los procedimientos se desarrollan en la sección de metodología.

Clasificación empresarial

La clasificación empresarial empleada en este estudio tiene un doble propósito: homogeneizar la comparación entre firmas con perfiles similares y controlar por diferencias estructurales que pueden sesgar la relación entre apalancamiento y creación de valor. En consecuencia, se adoptan criterios operativos y financieros que son consistentes con la literatura y con la realidad del sector de seguridad privada, de la siguiente manera:

- **Tamaño de la empresa:** se definen estratos de tamaño (micro, pequeña, mediana, grande) de acuerdo con umbrales de ventas o activos anuales, siguiendo lineamientos regulatorios colombianos y usos comunes en evaluación financiera. El tamaño condiciona la capacidad de endeudamiento, el costo de la deuda y el acceso a instrumentos (banca tradicional, mercado de capitales, *leasing*), por lo que se utiliza como variable de segmentación y para construir rangos operativos (por ejemplo, en los análisis IQR² por tamaño y año).
- **Actividad y especialización:** se distingue entre subsegmentos relevantes del sector, dado que la intensidad en mano de obra, el perfil de contratos y la estacionalidad operativa difieren entre actividades y afectan la estructura de costos y la exposición al riesgo.
- **Estructura contractual y concentración de clientes:** dado el peso de contratos intensivos en mano de obra y la exposición a pagadores institucionales, se considera la concentración de ingresos por cliente/sector. Una alta concentración suele incrementar el riesgo idiosincrático y, con ello, el costo esperado de dificultad financiera, afectando el apalancamiento sostenible.

Sostenibilidad financiera

La sostenibilidad financiera es la capacidad de mantener la viabilidad económica en el tiempo, cumpliendo obligaciones, preservando y creando valor para los accionistas y grupos de interés sin comprometer la liquidez, la solvencia ni la capacidad operativa. En el sector de seguridad privada, está condicionada por factores económicos, financieros y operativos que interactúan de forma simultánea.

Factores económicos

Incluyen variables macroeconómicas como el crecimiento del PIB, la inflación, la tasa de cambio y la política fiscal. Estos elementos afectan tanto la demanda de servicios de

² Rango intercuartílico: diferencia entre el percentil 75 y el percentil 25, usado para definir bandas operativas y detectar valores extremos.

vigilancia como los costos operativos, especialmente en lo relacionado con salarios, insumos tecnológicos y licencias.

Factores financieros

Comprenden indicadores como el nivel de endeudamiento, la rentabilidad sobre el patrimonio (ROE), el costo del capital (WACC), la liquidez corriente y la cobertura de intereses. Estos factores determinan la capacidad de las empresas para financiar sus operaciones, acceder a crédito y generar valor para los accionistas.

Factores operativos

Se relacionan con la eficiencia en la gestión de recursos, el ciclo de efectivo, la densidad laboral (empleados por unidad de ingreso) y la capacidad de adaptación tecnológica. En un sector intensivo en personal, como el de seguridad privada, la productividad operativa y la rotación de capital de trabajo son determinantes clave de la sostenibilidad.

Índices calculados

Índices de rentabilidad

- Margen de Utilidad Neta: proporción del beneficio neto sobre los ingresos, indicador básico de eficiencia en la operación.
- Net Operating Profit Less Adjusted Taxes (NOPLAT): utilidad operativa neta después de impuestos, independiente de la estructura de capital, usada como aproximación al rendimiento económico real de la firma.
- Retorno sobre el Capital Invertido (ROIC): eficiencia con que se utilizan los recursos de largo plazo (deuda y patrimonio) para generar beneficios.
- Índice de Rentabilidad (IR): relación entre el valor presente de los flujos futuros y la inversión inicial, útil en el análisis de proyectos de inversión.
- Tasa de crecimiento sostenible (g): mide la capacidad de crecimiento de la empresa con base en utilidades retenidas y estructura de capital existente.

- Rentabilidad sobre el Patrimonio (ROE): rendimiento generado sobre el capital aportado por los accionistas.
- Rentabilidad sobre Activos (ROA): eficiencia en el uso de los activos totales para producir utilidades.

Índices de liquidez y solvencia

- Ratio de liquidez corriente (LIQUIDEZ): activos corrientes sobre pasivos corrientes, muestra capacidad de cubrir obligaciones de corto plazo.
- Ratio de endeudamiento (ENDEUD): proporción de activos financiados con deuda, variable principal del modelo.
- Ratio de apalancamiento: relación deuda/patrimonio, empleada en análisis complementarios de estructura financiera.
- Cobertura de intereses (ICR): capacidad de cubrir los gastos financieros con la utilidad operativa (EBIT/intereses).
- Ratio de solvencia: medida general de la capacidad de pago de deudas.
- Capital invertido neto (CNI): recursos comprometidos en operaciones principales, excluyendo efectivo y activos no operativos.
- Flujo de caja libre (FCF): efectivo disponible después de cubrir inversiones y gastos operativos, indicador clave para medir flexibilidad financiera.

Índice de eficiencia operativa

- Ciclo de efectivo (CICLO): mide los días promedio requeridos para convertir inventarios y cuentas por cobrar en efectivo, después de pagar proveedores.
- Densidad laboral (DENSIDAD): número de empleados sobre los ingresos, indicador crítico en un sector intensivo en mano de obra.
- Clasificación empresarial: la variable de clasificación por tamaño empresarial se definió según el Decreto 957 de 2019 para categorizar las empresas en micro, pequeñas, medianas y grandes, según ingresos expresados en UVT.

Comprender estos factores es clave para evaluar la estructura de capital desde una perspectiva integral, más allá de los indicadores tradicionales. Este enfoque asegura que las decisiones financieras consideren tanto la estabilidad económica como la capacidad operativa del sector.

METODOLOGÍA

Esta sección describe el diseño metodológico adoptado para determinar la estructura óptima de capital en empresas del sector de vigilancia y seguridad privada en Colombia durante 2022-2024. La propuesta combina un modelo econométrico de corte aplicado con una definición operativa del óptimo de endeudamiento dentro de un rango observado (IQR), y se complementa con simulaciones Monte Carlo³ de parámetros del WACC para evaluar robustez.

Diseño del estudio

El estudio adopta un enfoque cuantitativo y aplicado, con diseño de panel empresa-año para el periodo 2022-2024. La unidad de análisis es la empresa del sector de vigilancia y seguridad privada (con y sin armas).

Es decir, el modelo busca responder: ¿cuánto endeudamiento es saludable para las empresas del sector? Para ello, se relaciona el nivel de deuda con la creación de valor ($GAP = ROE - WACC$) y se ajusta por factores como liquidez, ciclo de efectivo y densidad laboral. Esto permite estimar un punto óptimo de endeudamiento que maximiza la rentabilidad ajustada por costo de capital.

Se emplea un modelo de Mínimos cuadrados ordinarios (OLS)⁴ en el endeudamiento centrado por grupo tamaño-año (variables e_c y e_c^2), incorporando controles financieros y operativos: $Log(Liquidez)$, $Ciclo/100$ y $Log(Densidad)$.

Se incluyen dummies de tamaño (base: Micro) y efectos fijos de año (base: 2022) para capturar diferencias estructurales y choques comunes. Los errores estándares se estiman robustos y, agrupados por empresa (clúster (NIT)), controlando la correlación intragrupo y heterogeneidad no observada de corto plazo. Este enfoque se alinea con los objetivos del estudio:

³ Método de simulación que utiliza números aleatorios para estimar la variabilidad de un resultado bajo diferentes escenarios.

⁴ Es un método estándar para estimar los parámetros de un modelo de regresión lineal. El objetivo de OLS es minimizar la suma de los cuadrados de las diferencias (residuos) entre los valores observados y los valores predichos por el modelo.

- Identificar variables económicas y operativas asociadas a la estabilidad financiera.
- Estimar un modelo cuantitativo interpretable que describa la relación deuda-valor.
- Definir un criterio operativo del endeudamiento óptimo dentro de un rango de decisión observado (IQR) por tamaño-año, preservando la trazabilidad entre los datos financieros y los resultados del modelo.

Justificación metodológica

Según la Supervigilancia, en Colombia operan diferentes tipos de servicios dentro del sector: desde blindadoras y centros de capacitación, hasta consultoras, arrendadoras, departamentos de seguridad, cooperativas, transportadoras de valores y servicios comunitarios, entre otros.⁵ A pesar de esa diversidad, esta investigación se concentra únicamente en las empresas de vigilancia y seguridad privada, tanto las que operan con armas como las que no. Esto obedece a varias razones prácticas:

- *Importancia económica y laboral:* representan el grueso del sector, ya que generan la mayoría de los ingresos y del empleo. De hecho, la Supervigilancia estima que concentran más del 80 % de la operación nacional.
- *Funcionamiento relativamente homogéneo:* comparten las mismas reglas y tienen estructuras administrativas similares, por lo cual, resulta más sencillo compararlas y construir un modelo de análisis consistente.
- *Relevancia en las decisiones financieras:* a diferencia de otras actividades como el blindaje o la consultoría, estas empresas se enfrentan de manera constante a decisiones de inversión en personal, equipos, tecnología de monitoreo, logística y licencias. Eso hace que el estudio de su estructura de capital sea especialmente pertinente.
- *Acceso a información confiable:* las bases de datos de la Supervigilancia, Cámaras de Comercio y de la SuperSociedades ofrecen registros más completos y frecuentes de las empresas de vigilancia, lo cual no es común en otros servicios del sector.

⁵ Ver: <https://www.supervigilancia.gov.co/publicaciones/5534/servicios-autorizados/>

- *Impacto directo en la seguridad ciudadana:* al ser las principales responsables de la vigilancia física, su desempeño económico tiene una relación evidente con la sostenibilidad del servicio y con la tranquilidad de la comunidad.

Por tanto, el delimitar la muestra en este grupo de empresas permite asegurar una mayor coherencia y comparabilidad en los datos observados; también busca reducir sesgos derivados de la heterogeneidad.

Además, utilizar información oficial reportada ante las Cámaras de Comercio de cada ciudad y de la SuperSociedades otorga un valor adicional, dado que los estados financieros que allí se publican cumplen con normas de auditoría y verificación, reforzando así la credibilidad y transparencia del análisis.

Tabla 1. Criterios de inclusión

Criterio de inclusión	Justificación
Empresas de vigilancia (con/sin armas)	Representan más del 80 % del sector
Homogeneidad operativa	Facilita la comparación entre empresas
Relevancia financiera	Decisiones constantes de inversión y financiamiento
Información confiable	Datos disponibles en Supervigilancia, Cámara de Comercio, SuperSociedades
Modelo econométrico polinómico	Incluye término cuadrático en ratio de endeudamiento que permite capturar curvatura y estimar óptimo

Fuente: Elaboración propia.

Muestra poblacional

La población estudiada corresponde al listado oficial de Servicios Vigentes de Empresas de Vigilancia y Seguridad Privada en Colombia, dentro de la categoría de compañías con armas y sin armas.⁶ Ese registro incluye 2435 observaciones, aunque muchas corresponden a sedes o sucursales de la misma compañía. Por esa razón, fue necesario hacer una depuración usando el NIT y la razón social como criterios de identificación, lo que redujo el universo a 808 empresas únicas.

⁶ Ver: <https://www.supervigilancia.gov.co/publicaciones/7384/empresas-de-vigilancia-con-armas-y-sin-armas/>

Tabla 2. Pareto: diez principales ciudades

Ciudad registro Cámara de Comercio	Cantidad	Participación
Bogotá	496	61,39 %
Cali	50	6,19 %
Medellín para Antioquia	45	5,57 %
Barranquilla	35	4,33 %
Bucaramanga	21	2,60 %
Ibagué	16	1,98 %
Villavicencio	15	1,86 %
Cúcuta	15	1,86 %
Huila	13	1,61 %
Pereira	9	1,11 %
Demás ciudades	93	11,51 %
Total	808	100,00 %

Fuente: Elaboración propia con base en hoja BASE_DE_DATOS_POR_NIT del archivo Bd_Trabajo_Final.xlsx.

Para la selección de la muestra se aplicó un muestreo aleatorio simple, con un nivel de confianza del 95 % y un margen de error del 5 %. El tamaño muestral resultante fue de 261 empresas, distribuidas proporcionalmente según su presencia en las principales ciudades del país. Esta distribución garantiza representatividad tanto en zonas urbanas como intermedias, y permite extrapolar los resultados con solidez estadística.

Ecuación 1. Definición muestra empresas incluidas en estudio

$$n = \frac{808 \cdot (1,96)^2 \cdot 0,5 \cdot 0,5}{(0,05)^2 \cdot (808 - 1) + Z(1,96)^2 \cdot 0,5 \cdot 0,5} \approx 261 \text{ empresas}$$

Fuente: Fórmula para poblaciones infinitas o desconocidas.

La selección se ajustó de forma proporcional a la presencia de las empresas en las distintas ciudades en la muestra, considerando ciudad de registro de principal de cámara de comercio. Aunque el diseño muestral mínimo fue de 261 firmas, la consolidación final y la disponibilidad de estados financieros por NIT-año resultó en ≈ 310 observaciones válidas en los escenarios W_*, lo que aumenta precisión sin alterar los criterios de selección.

Tabla 3. Participación de empresas del sector en muestra por ciudad

Ciudad	Cámara de Comercio	Cantidad	Participación
Bogotá		127	40,97 %
Cali		46	14,84 %
Medellín para Antioquia		45	14,52 %
Barranquilla		34	10,97 %
Huila		13	4,19 %
Pereira		9	2,90 %
Pasto		8	2,58 %
Tunja		8	2,58 %
Cartagena		7	2,26 %
Aburrá Sur		6	1,94 %
Armenia		2	0,65 %
La Guajira		2	0,65 %
Ibagué		1	0,32 %
Bucaramanga		1	0,32 %
Casanare		1	0,32 %
Total general		310	100 %

Nota: se cumple el muestreo estadístico, con más de 261 empresas en muestra.

Fuente: elaboración propia con base en hoja MUESTRA del archivo Bd_Trabajo_Final.xlsx.

Fuentes de datos públicos y sectoriales

Las fuentes de información utilizadas en el estudio incluyen:

- Estados financieros oficiales reportados ante la Cámara de Comercio, la SuperSociedades y la Supervigilancia.
- Indicadores sectoriales publicados por la Supervigilancia, incluyendo ratios de rentabilidad, endeudamiento y liquidez por tamaño empresarial.
- Series macroeconómicas del DANE, del Banco de la República y de fuentes internacionales como Damodaran (para betas sectoriales y primas de riesgo).
- Notas a los estados financieros, utilizadas para validar la composición de activos, pasivos, ingresos y gastos.

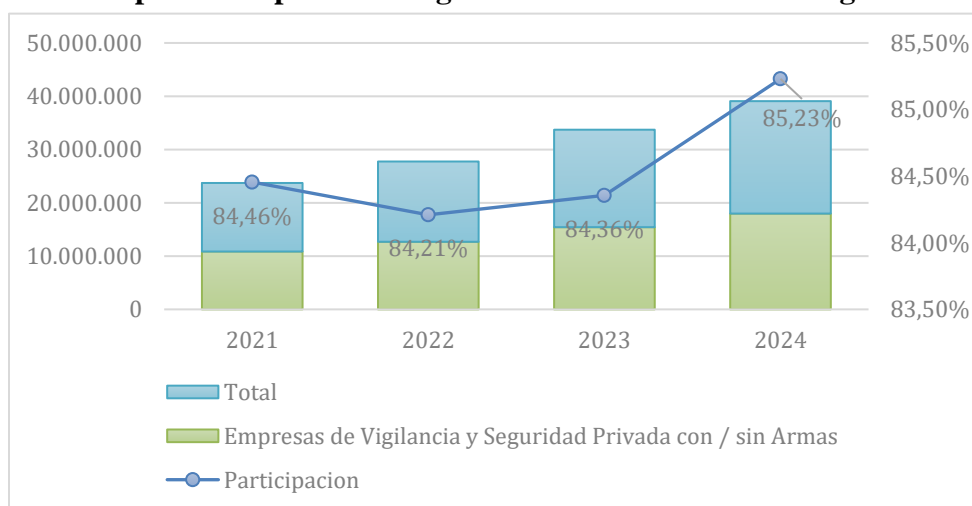
La integración de estas fuentes permite construir la base analítica, alimentar los parámetros para el cálculo del WACC y sustentar la estimación del modelo. Los insumos anuales empleados se detallan en la tabla 4.

Tabla 4. Parámetros generales

Año	Valor UVT	IPC CO	IPC USA	Renta (T)	Tasa Libre Riesgo USA (Rf)	Beta Desapalancado (β)	Rentabilidad Mercado (Rm)	Riesgo País (CRP)
2024	47.065	5,20 %	2,90 %	35 %	7,7 %	0,92	11,07 %	2,54 %
2023	42.412	9,28 %	3,40 %	35 %	2,5 %	0,93	9,94 %	3,29 %
2022	38.004	13,12 %	6,50 %	35 %	8,2 %	0,94	10,41 %	1,88 %

Fuente: Elaboración propia con base en Bd_Trabajo_Final.xlsx (hoja PARAMETROS).

Figura 1. Participación empresas de seguridad con o sin armas en ingresos del sector



Fuente: Elaboración propia con base en Superintendencia de Vigilancia y Seguridad Privada (2024).

Costo de Capital (CAPM→WACC)

Cálculo del K_e con paridad del poder adquisitivo (PPP)

El costo promedio ponderado de capital (WACC) se calcula combinando el costo del capital propio (K_e) y el costo de la deuda (K_d), ajustado por impuestos. El K_e costo del capital propio en USD se estima como:

Ecuación 2. Modelo valoración del costo capital propio (en USD)

$$K_{e,USD} = R_f + \beta (R_m - R_f) + CRP$$

Fuente: Modelo de Valoración de Activos de Capital (CAPM).

Donde:

- R_f : tasa libre de riesgo (bonos del Tesoro de EE. UU.),
- β : coeficiente de riesgo sistemático de la empresa,
- $(R_m - R_f)$: prima de riesgo de mercado,
- CRP : prima de riesgo país.

Luego se ajusta por paridad del poder adquisitivo (PPP) para obtener el costo en COP:

Ecuación 3. Modelo valoración capital propio por PPP

$$K_{e,COP} = (1 + K_{e,USD}) \frac{1 + IPC_{CO}}{1 + IPC_{USA}} - 1$$

Fuente: La paridad del poder adquisitivo (PPA).

Determinación del WACC

En tercer lugar, se estimó el WACC. El costo promedio ponderado de capital es:

Ecuación 4. Costo de capital por empresa

$$WACC = K_{e,COP} * \frac{E}{D + E} + K_d * \frac{D}{D + E} (1 - T)$$

Fuente: Costo Promedio Ponderado de Capital.

Donde:

- $\frac{E}{D+E}$ y $\frac{D}{D+E}$ son las proporciones de patrimonio y deuda sobre el capital total.
- T es la tasa efectiva de impuesto (35 %)
- K_d se estima como gasto por intereses sobre deuda financiera.

El K_d se obtiene como gasto por intereses sobre deuda financiera, ajustado por winsorización⁷ para evitar distorsiones por valores extremos.

Los parámetros anuales (R_f , β , R_m , CRP , IPC) utilizados se resumen en la tabla 4.

Diseño del modelo econométrico

El análisis econométrico se basa en Mínimos Cuadrados Ordinarios (OLS) aplicado sobre un panel empresa-año (2022-2024), con efectos fijos por año y errores estándares robustos agrupados por empresa (clústeres) para controlar la correlación intragrupo y choques macroeconómicos comunes al sector. Esta estrategia mantiene parsimonia⁸ y asegura la trazabilidad del modelo.

La especificación incluye el ratio de endeudamiento ($ENDEUD$) y su término cuadrático ($ENDEUD^2$), lo que permite capturar la curvatura en la relación entre endeudamiento y creación de valor, coherente con la teoría del Trade-Off.

En otras palabras, el modelo dibuja una curva que muestra cómo cambia la creación de valor cuando aumenta la deuda. Si la curva es cóncava, existe un punto donde el endeudamiento es óptimo: más deuda reduce valor, menos deuda desaprovecha beneficios fiscales.

Además, incorpora controles financieros y operativos (liquidez, ciclo de efectivo y densidad laboral), junto con variables dummy por tamaño empresarial y efectos fijos por año.

Definición de la variable dependiente (GAP)

La variable dependiente del modelo econométrico es el GAP financiero, definido como la diferencia entre la rentabilidad sobre el patrimonio (ROE) y el costo promedio ponderado de capital (WACC), para cada empresa i en un periodo t :

⁷ Técnica estadística que consiste en limitar valores extremos (*outliers*) para reducir su impacto en los resultados sin eliminar datos.

⁸ Principio estadístico que busca modelos simples pero explicativos, evitando incluir variables innecesarias.

Ecuación 5. Variable dependiente GAP

$$GAP_{i,t} = ROE_{i,t} - WACC_{i,t}$$

Fuente: Elaboración propia.

El cálculo del GAP se realiza a partir de los estados financieros depurados y los parámetros del WACC estimados mediante el modelo CAPM, ajustado por riesgo, país e inflación. Este valor se utiliza como insumo central en la estimación econométrica y en la proyección del óptimo operativo de endeudamiento.

Determinantes financieros y operativos

El modelo considera como variables explicativas el ratio de endeudamiento (lineal y cuadrático), los indicadores operativos (logaritmo de liquidez y densidad laboral), y los términos de interacción relevantes (p.ej., endeudamiento \times liquidez). Se incluyeron dummies de tamaño y año para capturar efectos fijos:

- $ENDEUD_{i,t}$: ratio de endeudamiento, calculado como pasivo total sobre activo total. Es la variable principal del modelo.
- $ENDEUD_{i,t}^2$: término cuadrático del ratio de endeudamiento, que permite capturar la curvatura en la relación deuda-retorno, coherente con la teoría del Trade-Off.
- $LIQUIDEZ_{i,t}$: ratio corriente (activo corriente / pasivo corriente), indicador de resiliencia financiera frente a obligaciones de corto plazo.
- $CICLO_{i,t-100}$: ciclo de efectivo, medido como la diferencia entre días promedio de cuentas por cobrar y cuentas por pagar, reflejando eficiencia operativa. El modelo usa Ciclo sobre 100 para mantener magnitudes comparables con otros regresores.
- $DENSIDAD_{i,t}$: densidad laboral, calculada como número de empleados sobre ingresos operacionales, relevante en sectores intensivos en mano de obra.
- $e_c \times \text{Log_Liq}$: Esta interacción permite evaluar si el efecto marginal del endeudamiento sobre el GAP se modula por la disponibilidad de liquidez,

reconociendo que una mayor capacidad para cubrir obligaciones de corto plazo puede alterar el riesgo percibido y la sostenibilidad del apalancamiento.

Formalmente:

$$\text{Interacción} = e_{c,i,t} \times \log(\text{LIQUIDEZ}_{i,t})$$

donde:

- $e_{c,i,t}$ es el ratio de endeudamiento centrado por mediana tamaño-año,
- $\log(\text{LIQUIDEZ}_{i,t})$ es el logaritmo natural del ratio corriente (activo corriente / pasivo corriente).
- $e_c \times \text{tamMG}$: Con el propósito de capturar diferencias sistemáticas en la respuesta del GAP frente a variaciones del endeudamiento según la escala empresarial, se incluye una interacción entre el endeudamiento centrado por grupo (e_c) y un indicador binario que toma el valor 1 si la firma pertenece a los estratos mediano o grande (y 0 en caso contrario).
- $\text{tamMG} = 1$ si tamaño $\in \{\text{Mediana, Grande}\}$; $\text{tamMG} = 0$ si tamaño $\in \{\text{Micro, Pequeña}\}$.
- $\delta' \text{Dummies_Tamaño}_i$: micro, pequeña, mediana y grande, según Decreto 957 de 2019, para capturar diferencias estructurales en la creación de valor.
- γ_t : controlan choques macroeconómicos comunes al sector durante el periodo 2022-2024.
- $\varepsilon_{i,t}$: término de error idiosincrático.

Estas variables permiten estimar el GAP financiero (ROE – WACC) y proyectar el óptimo operativo de endeudamiento dentro del rango intercuartílico (IQR) por tamaño y año, fijando los controles en su mediana.

Forma funcional del modelo econométrico

El modelo econométrico con variable dependiente GAP se especifica así:

Ecuación 6. Especificación modelo econométrico GAP

$$GAP_{i,t} = \beta_0 + \beta_1 e_{c,i,t} + \beta_2 e_{c,i,t}^2 + \beta_3 \log_LIQUIDEZ_{i,t} + \beta_4 CICLO_100_{i,t} + \beta_5 \log_DENSIDAD_{i,t} \\ + \beta_6 e_{c,i,t} \times tamMG + \beta_7 e_{c,i,t} \times Log_Liq + \delta' Dummies_Tamaño_i + \gamma_t + \varepsilon_{i,t}$$

Fuente: Elaboración propia.

En todas las especificaciones econométricas, el nivel de endeudamiento empleado en la estimación es la versión centrada por grupo tamaño-año, denotada como e_c , la cual sustituye al indicador bruto *ratio_endeudamiento*. Para cada observación i del grupo (g, t) (tamaño g , año t), se define así:

Ecuación 7. Centralización ratio_endeudamiento (ENDEUD y ENDEUD^2)

$$e_{c,i,t} = ENDEUD_{i,t} - p50_{g,t}(ENDEUD), e_{c,i,t}^2 = (e_{c,i,t})^2.$$

Fuente: Elaboración propia.

El endeudamiento óptimo a escala original se obtiene como:

Ecuación 8. Reexpresión del endeudamiento óptimo a escala original (centrado por tamaño-año)

$$ENDEUD_{g,t}^* = p50_{g,t}(ENDEUD) + e_c^*.$$

Fuente: Elaboración propia (a partir del centrado por mediana $p50_{g,t}$ y la especificación cuadrática del modelo).

Con esto, las inferencias se reportan en unidades comparables con los estados financieros, manteniendo consistencia entre el preprocesamiento y la interpretación económica final.

Las variables de control son: *ratio_liquidez*, *ciclo efectivo* y *densidad_mill* (densidad laboral reexpresada en empleados por millón de COP). Se crean dummies por tamaño (pequeña, mediana, grande; base micro) y por año (2023, 2024; base 2022), con el fin de capturar diferencias estructurales y choques agregados no observados.

Óptimo económico y operativo

Óptimo interno

El óptimo interno ocurre cuando el valor óptimo de endeudamiento (el vértice de la parábola estimada) cae dentro del rango intercuartílico (IQR) de los datos observados. Es decir, el modelo sugiere que el mejor nivel de endeudamiento para maximizar el GAP está dentro de los valores típicos que las empresas del grupo ya manejan. Esto implica que el óptimo es realista y alcanzable sin necesidad de cambios extremos.

Óptimo en la frontera

El óptimo en la frontera ocurre cuando el vértice de la curva cae fuera del IQR, pero dentro del rango total observado. Esto indica que el nivel óptimo de endeudamiento está en los extremos de lo observado, por ejemplo, en el percentil 5 o 95. Puede ser más difícil de alcanzar o implicar riesgos operativos, pero es posible dentro del comportamiento histórico.

Óptimo condicional

Dado que el modelo incluye interacciones del endeudamiento con tamaño ($tamMG$) y liquidez ($Log(Liquidez)$), el vértice es condicional a dichos niveles:

$$e_c^* = \frac{-(\beta_1 + \beta_6 \cdot tamMG + \beta_7 \cdot \log(Liquidez))}{2\beta_2}$$

En este estudio fijamos $tamMG$ y $Log(Liquidez)$ en sus medianas por grupo tamaño-año para reportar un óptimo operativo comparable. Esta decisión se documenta para dejar trazabilidad y evitar presentar óptimos idiosincrásicos por firma.

Cálculo del óptimo económico y operativo

El modelo econométrico estima la relación cuadrática entre el desempeño (GAP) y el ratio de endeudamiento (ENDEUD) de la forma:

Ecuación 9. Especificación Cuadrática para la Estimación del GAP Financiero en Función del Endeudamiento

$$\widehat{GAP} = a + b \cdot ENDEUD + c \cdot ENDEUD^2$$

Fuente: Elaboración propia.

donde:

- a : Es el intercepto del modelo. Representa el valor estimado del GAP cuando el endeudamiento es cero. Es decir, el nivel de creación de valor que tendría una empresa sin deuda.
- b : Es el coeficiente lineal del endeudamiento. Mide el efecto directo de aumentar el endeudamiento en una unidad sobre el GAP.
 - Si $b > 0$: el endeudamiento mejora el GAP inicialmente.
 - Si $b < 0$: el endeudamiento reduce el GAP desde el inicio.
- c : Es el coeficiente cuadrático. Captura la curvatura de la relación entre endeudamiento y GAP.
 - Si $c < 0$: la relación es cóncava (\cap), lo que indica que existe un nivel óptimo de endeudamiento que maximiza el GAP.
 - Si $c > 0$: la relación es convexa (\cup), lo que sugiere que el GAP es mínimo en el vértice y mejora en los extremos.

Dado el término cuadrático, si $\beta_2 < 0$ existe un vértice.

Ecuación 10. Punto de máxima creación de valor: determinación del endeudamiento óptimo

$$e_c^* = -\frac{\beta_1}{2\beta_2}$$

Fuente: Elaboración propia.

En términos simples, esta fórmula calcula el punto donde la curva deuda-valor alcanza su máximo. El óptimo operativo a escala original se obtiene como

$$ENDEUD_{g,t}^* = p50_{g,t}(ENDEUD) + e_c^*,$$

y se restringe al rango operativo del grupo (g, t) (IQR ampliado si aplica). Si $\beta_2 \geq 0$, se reporta frontera: el extremo del rango operativo que maximiza \widehat{GAP} .

Preparación de datos

Depuración y consolidación de la base analítica

Como se mencionó en la fase de muestreo, el listado oficial de Servicios Vigentes de Empresas de Vigilancia y Seguridad Privada en Colombia se consolidó y depuró por NIT y razón social, identificando 808 empresas únicas presentado en la hoja BASE_DE_DATOS_POR_NIT del archivo Bd_Trabajo_Final.xlsx.

Sobre dicho listado depurado, se procedió a realizar a la consulta de información financiera en las fuentes oficiales de las empresas que se integraron en el estudio, obteniendo un total de 310 empresas cuya distribución clasificada se presentó en la **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.** A partir de los estados financieros y datos sectoriales se consolidó un panel empresa-año (2022-2024) en la hoja DESARROLLO. El proceso integra:

- Validación de integridad y tipos de dato.
- Tratamiento de duplicados y faltantes.
- Creación de indicadores derivados.

Por último, se generaron escenarios winsorizados con rangos documentados.

Tratamiento de valores faltantes

En los casos en que el valor de una variable crítica (v_c) genere datos NA, se estableció un criterio de ajuste por valores e índices sectoriales por año y tamaño, y por el dato percentil

establecido en el escenario base o sin winsorización, documentados en la hoja *RIELES_SECTORIALES* y *P_WINZO*.

- a) Si $v_c = 0$; $v_{sec} = v_c$
- b) Si $v_c \neq 0$; sin ajuste.

Donde v_{sec} es la winsorización con aplicación de variables sectorial estimadas.

Variable sectorial estimada

Con base en *benchmarks* sectoriales, se ajustaron datos cuyo resultado estaba ocasionando registro NA en las variables críticas en función de los índices sectoriales contenidos en la hoja *RIELES_SECTORIALES*. Para cada observación (g, t) (sector/tamaño g , año t), se construyó un factor sectorial-temporal $\acute{I}ndice_{g,t}$ proveniente de dicha hoja. El procedimiento fue:

1. Reexpresión por índice (si aplica):

Ecuación 11. Fórmula reexpresión por índice

$$X_{\text{ajustado}} = X_i \times \acute{I}ndice_{g,t}$$

Fuente: Elaboración propia.

2. Imputación de NA guiada por el índice: cuando X_i es NA, se imputa con una medida robusta del grupo y periodo, escalada por el índice (p. ej., mediana sector-año):

Ecuación 12. Fórmula reexpresión variables por rieles sectoriales

$$X_{\text{imputado}} = \text{Mediana}_{g,t}(X) \times \acute{I}ndice_{g,t}$$

Fuente: Elaboración propia.

Este enfoque preserva la coherencia sectorial-temporal, manteniendo la comparabilidad entre empresas.

Tamaño empresarial

La variable de clasificación por tamaño empresarial se definió según el Decreto 957 de 2019 para categorizar las empresas en micro, pequeñas, medianas y grandes, según ingresos expresados en UVT (ver *¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.*). Esta clasificación se incorpora en el modelo econométrico mediante variables dummy, lo que permite capturar diferencias sistemáticas en la creación de valor entre grupos según tamaño.

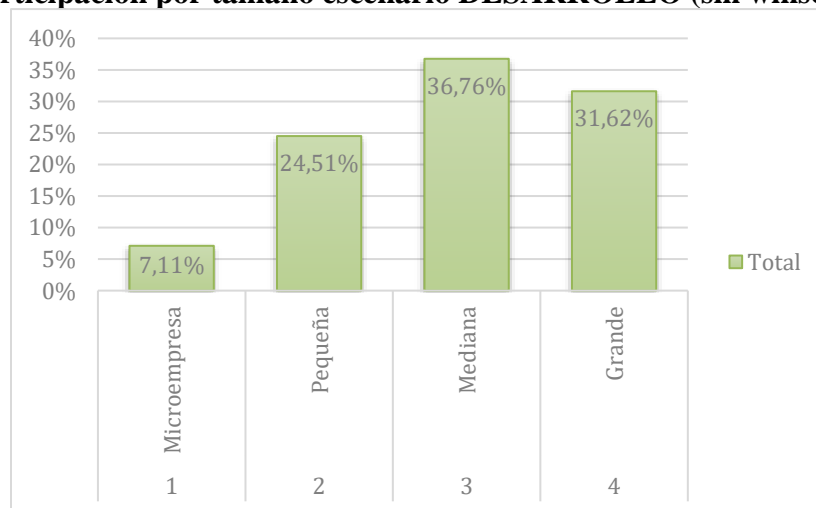
Cada categoría se codifica con un valor binario (0/1), tomando como referencia la categoría base (microempresa) para evitar colinealidad. Esta misma acción se realizó para los años evaluados. De esta forma, el modelo estima el efecto marginal de pertenecer a una categoría distinta sobre el GAP financiero, controlando por endeudamiento, liquidez, ciclo de efectivo y densidad laboral.

Tabla 5. Clasificación de empresas por tamaño

Tamaño	Servicios	Valor asignado
Microempresa	Hasta 32.988 UVT	1
Pequeña	Desde 32.988 UVT hasta 131.951 UVT	2
Mediana	Desde 131.951 UVT hasta 483.034 UVT	3
Grande	Mayor a 483.034 UVT	4

Fuente: Elaboración propia con base en Decreto 957 de 2019. Se asignan valores a cada nivel para el ejercicio de tabulación de datos.

Figura 2. Participación por tamaño escenario DESARROLLO (sin winsor)



Nota. Clasificación por Decreto 957/2019 (ingresos en UVT).

Fuente: Elaboración propia con base en Decreto 957/2019, aplicando los rangos de ingresos expresados en UVT vigentes para cada año, según la información contenida en la hoja DESARROLLO.

Para validar la representatividad de la muestra y ajustar las variables críticas del modelo, se construyeron *benchmarks* sectoriales por tamaño y clasificación (ver tabla 6), estimando promedios y cuantiles de ROE, ROA, endeudamiento, liquidez, WACC y GAP en los índices; y para los valores se estimaron los promedios y cuantiles de ingresos, utilidades, activo, pasivo y patrimonio del sector sobre la base de empresas que reportaron información financiera. La tabla 7 resume las variables incluidas y sus fuentes de cálculo.

Tabla 6. Índices de *benchmarks* sectoriales por tamaño (2022-2024)

Año	Clasificación	ROE	ROA	Endeudamiento	Liquidez*	WACC**	GAP
2024	Microempresa	-0,0045	-0,0030	0,3279	9,0715	0,1158	0,0430
2023	Microempresa	0,0000	0,0000	0,3395	36,4236	0,1246	0,0666
2022	Microempresa	0,0002	0,0002	0,2918	19,1369	0,1241	0,0673
2024	Pequeña	0,0991	0,0529	0,4661	3,4691	0,1038	0,0550
2023	Pequeña	0,0925	0,0501	0,4585	3,9790	0,1250	0,0662
2022	Pequeña	0,0798	0,0434	0,4559	3,1366	0,1315	0,0599
2024	Mediana	0,1078	0,0592	0,4504	4,1660	0,1092	0,0495
2023	Mediana	0,1172	0,0615	0,4750	3,5218	0,1211	0,0701
2022	Mediana	0,0884	0,0456	0,4834	3,3042	0,1059	0,0855
2024	Grande	0,1410	0,0707	0,4989	3,6148	0,1119	0,0468
2023	Grande	0,1455	0,0735	0,4948	3,3379	0,1328	0,0583
2022	Grande	0,1448	0,0749	0,4827	3,2490	0,1237	0,0677

Nota: * El índice de liquidez se calculó estimando los activos y pasivos proporcionales a la muestra en la Hoja DESARROLLO. Formula observable en hoja DATOS_MACROECONÓMICOS.

** El WACC se calculó estimando el capital propio y la deuda proporcionales a la muestra en la Hoja DESARROLLO, igual método se utilizó para estimar el Ke_{COP} y Kd_{COP} . Fórmula observable en hoja DATOS_MACROECONÓMICOS.

Fuente: Elaboración propia con base en Superintendencia de Vigilancia y Seguridad Privada (2024). El WACC y GAP se calcularon con base en la hoja PARÁMETROS del Excel Base_Trabajo_Final.xlsx.

Tabla 7. Benchmarks sectoriales por tamaño (2022-2024) cifras en millones

Año	Clasificación	Cant.	Ing. Operacio.	Result.	Costos y gastos*	Int. Finan***	Activo	Pasivo Financier o**	Pasivo	Capital Social* *	Patrimonio
2024	Micro	746	118.257	-587	118.844	3	195.852	19.116	64.218	48.277	131.634
2023	Micro	753	93.274	-3	93.276	0	173.006	22.024	58.741	35.398	114.265
2022	Micro	687	87.170	28	87.142	0	159.269	18.565	46.475	34.265	112.794
2024	Pequeña	746	823.408	24.814	798.593	18	468.957	74.941	218.571	91.341	250.385
2023	Pequeña	753	792.540	22.187	770.352	60	442.791	75.675	203.033	89.354	239.758
2022	Pequeña	687	639.739	16.462	623.277	7	379.062	30.538	172.796	67.066	206.266
2024	Mediana	746	2.386.576	59.871	2.326.704	1.010	1.010.803	125.764	455.251	151.660	555.553
2023	Mediana	753	2.132.902	57.629	2.075.272	20	936.409	122.083	444.772	127.875	491.637
2022	Mediana	687	1.983.569	41.285	1.942.284	978	904.449	94.503	437.216	116.960	467.234
2024	Grande	746	14.653.354	441.009	14.212.346	975	6.241.803	846.998	3.113.831	780.649	3.127.972
2023	Grande	753	12.409.566	399.457	12.010.109	149	5.435.527	598.469	2.689.228	648.452	2.746.298
2022	Grande	687	9.975.444	348.271	9.627.173	5.241	4.649.656	254.756	2.244.208	465.371	2.405.447

Nota: * Ingresos Operacionales – Resultado del ejercicio

** El cálculo del pasivo financiero y el capital social se realizó utilizando la participación de estas variables en los datos de muestra (Hoja DESARROLLO) multiplicado por el patrimonio sectorial.

*** El cálculo del interés financiero se realizó utilizando la combinación de las utilidades sectoriales divididas sobre los promedios del indicados ICR o ratio coeficiente de interés de la muestra en la hoja DESARROLLO.

Fuente: Elaboración propia con base en Superintendencia de Vigilancia y Seguridad Privada (2024). El WACC y GAP se calcularon con base en la hoja PARÁMETROS del Excel Base_Trabajo_Final.xlsx.

Control de valores extremos y escenarios

La winsorización se aplicó a las variables financieras con mayor susceptibilidad a valores extremos, probando seis escenarios por año y tamaño:

Sin winsor, p5 – p95, p10 – p90, p11 – p89, p15 – p85 y p20 – p80.

Centrados y reexpresiones para la estabilidad numérica

Con el fin de mejorar la estabilidad numérica y mitigar colinealidad en el término cuadrático, se implementaron las siguientes transformaciones:

A. Centrado del endeudamiento por grupo tamaño-año.

Para cada observación i del grupo (g, t) (tamaño g y año t), se definió:

Ecuación 13. Centrado del endeudamiento por grupo tamaño-año

$$e_c(i) = \text{ratio_endeudamiento}(i) - p50_{g,t} * (\text{ratio_endeudamiento}), e_{c^2}(i) = (e_c(i))^2$$

Fuente: Elaboración propia.

El centrado por mediana de grupo $p50_{g,t}$ preserva la interpretación local y reduce la colinealidad entre el término lineal y el cuadrático.

B. Reexpresión de Ciclo de efectivo.

Para facilitar interpretación y escala, la variable ciclo efectivo se expresó Ciclo sobre 100.

C. Reexpresión de la densidad laboral.

Para facilitar interpretación y escala, la variable *densidad_laboral* se expresó como empleados por millón de COP:

Ecuación 14. Reexpresión de la densidad laboral

$$\text{densidad_laboral} = \text{densidad_laboral} \times 1.000.000$$

Fuente: Elaboración propia.

Definición del rango operativo (IQR)

Para delimitar el rango operativo del endeudamiento en cada grupo (g, t) , se creó la hoja IQR_RANGOS_ÓPTIMO con los percentiles:

$$\{p05, p10, p25, p50, p75, p90, p95\} \text{ de ratio de endeudamiento}$$

calculados con percentil incluido sobre el escenario seleccionado. Además, se computó el ancho intercuartílico:

Ecuación 15. Cálculo del ancho IQR

$$iqr_width = p75 - p25$$

Fuente: Elaboración propia.

y las medianas de los controles por grupo:
 $med_liquidez, med_ciclo, med_densidad$

Rango operativo (IQR) y regla de ampliación

Por grupo (g, t) se define el rango operativo por defecto como $[p25, p75]$ del ratio de endeudamiento (percentil incluido). Si el ancho $p75 - p25 < 0,05$, el rango se amplía a $[p10, p90]$; si persiste estrecho, a $[p5, p95]$. Cuando procede, los límites se truncan al dominio $[0,1]$.

Cálculo de indicadores y selección para la especificación final

Aunque se calcularon múltiples indicadores financieros y operativos, solo aquellos marcados como “Sí” en el campo *uso_en_modelo_final* de la hoja DICCIONARIO_VARIABLES fueron incluidos en el modelo econométrico. El resto se empleó para el análisis descriptivo y la validación sectorial.

Tabla 8. Resumen de variables procesadas y su uso en el modelo econométrico

Indicador	Fórmula	Fuente de cálculo	Uso en el modelo	Justificación
GAP	$GAP_{i,t} = ROE_{i,t} - WACC_{i,t}$	GAP: Sí	Sí	Variable dependiente
ROE	$ROE = \frac{Utilidad\ Neta}{Patrimonio\ Neto}$	GAP: Sí	Sí	Ya está en GAP
WACC	$WACC = K_{e,COP} * \frac{E}{D+E} + K_d * \frac{D}{D+E} (1 - T)$	GAP: Sí	Sí	Ya está en GAP
Ratio Endeudamiento	$\frac{Pasivo\ Total}{Activo\ Total}$	Balance general	Sí	Variable principal
Ratio Liquidez	$\frac{Activo\ Corriente}{Pasivo\ Corriente}$	Balance general	Sí	Control financiero
Ciclo de efectivo	<i>Días de Cuentas por Cobrar – Días de Cuentas por Pagar</i>	Notas a estados financieros	Sí	Control operativo
Densidad laboral	$\frac{Numero\ de\ Empleados}{Ingresos\ Operacionales}$	Estado de resultados, notas	Sí	Control estructural

Fuente: Elaboración propia con base en hoja Desarrollo y *diccionario_variables* del archivo *Bd_Trabajo_Final.xlsx*.

Estimación y diagnóstico

Comparador de escenarios, selección y penalizaciones

La selección del escenario óptimo se realiza mediante un comparador que integra métricas de ajuste, forma funcional y penalizaciones orientadas a preservar la validez teórica y la estabilidad empírica. El procedimiento se aplica tanto a la muestra completa como a su versión restringida por Tukey, y el escenario ganador corresponde al que obtiene el mayor puntaje final. El puntaje base se calcula como:

Ecuación 16. Scoring selección de escenario

$$\text{score} = R^2_{\text{ajustado}} - 0.1 \cdot \ln\left(1 + \frac{\text{RMSE}}{\text{RMSE}}\right) - 0.01 \cdot \frac{\text{AIC}}{1000} - 0.01 \cdot \frac{\text{BIC}}{1000} - \mathbf{1}\{\beta_2 \geq 0\} - \text{penA}$$

donde:

- R^2_{ajustado} premia la capacidad explicativa del modelo.
- RMSE penaliza errores de predicción elevados.
- AIC y BIC ajustan por parsimonia.
- La última resta aplica una penalización dura cuando no existe concavidad⁹ ($\beta_2 \geq 0$), pues en ese caso el óptimo interior desaparece y se fuerza a la frontera del rango operativo.

A este puntaje se incorporan penalizaciones adicionales para robustecer la decisión:

- Penalización A (curvatura): castiga desviaciones excesivas en el coeficiente cuadrático (β_2) respecto al escenario de referencia “Sin Winsor” (DESARROLLO), evitando distorsiones por winsorización agresiva.

⁹ Propiedad de una curva que indica si tiene forma de “∩” (cóncava hacia abajo) o “U” (convexa). En este estudio, concavidad negativa indica un punto óptimo interior.

donde:

Ecuación 17. Penalización A (curvatura)

$$\text{penA} = w_A \cdot \min \left(1, \frac{|\beta_{2,\text{esc}} - \beta_{2,\text{ref}}|}{\tau_A} \right), w_A \in [0,1], \tau_A > 0$$

$\beta_{2,\text{esc}}$ es la curvatura del escenario evaluado;

- $\beta_{2,\text{ref}}$ es la curvatura del escenario DESARROLLO (o su versión restringida cuando aplique);
- Por defecto, $w_A = 0,30$ y $\tau_A = 0,10$
- El término $1\{\beta_2 \geq 0\}$ penaliza escenarios sin concavidad (no hay máximo interior).

El puntaje final se define como:

Ecuación 18. Fórmula score final selección escenario

$$\text{score final} = \text{score base} - \text{penA}$$

Cada penalización se pondera con pesos calibrados (por defecto: $\text{penA} = 0.30$). Con ello, el comparador no solo considera el ajuste y la forma funcional, sino también la estabilidad y la preservación de información.

Tabla 9. Métricas consideradas por el comparador de escenarios (definición y razón teórica/empírica)

Bloque	Métrica	Definición / regla	Razón teórica / empírica
Teoría	Concavidad ($\beta_2 < 0$)	Verifica parábola invertida en la relación deuda-valor para garantizar un óptimo interior.	Sustenta el <i>trade-off</i> entre escudo fiscal y costos de <i>distress</i> ; evita escenarios sin punto óptimo económico.
Ajuste	R ² -ajustado / AIC / BIC / RMSE	Puntaje base: premia ajuste explicativo y penaliza error y falta de parsimonia.	Evita sobreajuste y favorece modelos con buen balance entre precisión y simplicidad.
Diagnósticos	RESET / BP / White / VIF / Cook	Pruebas estándar para especificación, heterocedasticidad y colinealidad (solo reportadas, no ponderadas).	Garantiza validez de inferencia y estabilidad de parámetros; se documenta para trazabilidad.

Penalización A	$ \beta_2 - \beta_2 \text{ (sin winsor)} $	Penaliza escenarios con truncamiento elevado en los extremos de winsor.	Preserva información y reduce sesgo por recorte excesivo.
----------------	--	---	---

Fuente: Elaboración propia con base en Bd_Trabajo_Final.xlsx y salidas del script.

Finalmente, se selecciona el escenario con mayor score entre el mejor escenario base y el mejor escenario restringido por Tukey.

Rango admisible y reestimación restringida

Además del análisis en la muestra completa, se estima una versión restringida por Tukey, conservando observaciones con $ENDEUD \in [p_{25} - 1,5 IQR, p_{75} + 1,5 IQR]$ (percentil incluido y truncado a $[0,1]$).

Tabla 10. Variables del modelo y signos esperados

Indicador	Variable	Fórmula	Signo Esperado	Signos esperados
Ratio Endeudamiento	e_c	$ENDEUD \text{ centrado por grupo}$	$\beta_1 < 0$	$e_c \beta_1$: Negativo (más endeudamiento reduce GAP).
Ratio Endeudamiento^2	e_c^2	$(e_c)^2$	β_2	$(e_c)^2 \beta_2$: Negativo si hay concavidad (óptimo interior)
Ratio Liquidez	$Liquidez_log$	$\ln(\text{Activo Corriente} / \text{Pasivo Corriente})$	$\beta_3 > 0$	$Liquidez_log \beta_3$: Positivo (mayor liquidez mejora GAP)
Ciclo de efectivo	$Ciclo_100$	$cicloefectivo / 100$	$\beta_4 < 0$	$Ciclo_100 \beta_4$: Negativo (ciclos más largos reducen GAP)
Densidad laboral	$Densidad_log$	$\ln(\frac{\text{Numero de Empleados}}{\text{Ingresos Operacionales}})$	$\beta_5 < 0$	$Densidad_log \beta_5$: Negativo (más carga laboral reduce GAP)
Tamaño	$dummies \text{ tamaño}$	$Micro, Pequeña, Mediana, Grande$	-	Decreto 957/2019. Captura efectos fijos
Efectos fijos por año	$dummies \text{ año}$	2023, 2024	-	Macroeconómico. Captura efectos fijos

Fuente: Elaboración propia.

Sobre el recorte de colas

El escenario final aplica winsorización p5–p95 y restricción Tukey en el ratio de endeudamiento. Este doble filtro reduce la influencia de atípicos, pero estrecha la variabilidad; por ello, se interpreta el óptimo como referencia de banda (no como punto rígido) y priorizamos su estabilidad frente al ajuste in-sample.

Simulación de robustez del óptimo --Monte Carlo

El objetivo de la simulación por método Monte Carlo es cuantificar la incertidumbre asociada a los parámetros financieros y macroeconómicos que intervienen en el cálculo del WACC ($R_f, \beta, prima\ de\ mercado, riesgo\ país, inflación\ y\ K_d$) y evaluar su impacto sobre el GAP y el óptimo operativo de endeudamiento, sin alterar la especificación econométrica principal.

Para su diseño, se generan 10.000 iteraciones para cuantificar la incertidumbre del óptimo operativo. El diseño permite consultar los parámetros base establecidos en el archivo base analítica (Bd_Trabajo_Final.xlsx); de no existir, simula los parámetros del WACC y se propaga su efecto al cálculo del GAP y del óptimo, haciendo uso de Bootstrap sobre la muestra (Efron & Tibshirani, 1994).

Las simulaciones capturan las distribuciones del GAP proyectado y del óptimo operativo bajo percentiles clave ($p50, p80, p95$) por tamaño y año. Además, muestra la probabilidad de que *ratio_endeudamiento* se ubique dentro de la banda operativa [$ENDEUD^* \pm 0,05$].

Procedimiento metodológico

El proceso se desarrolló en pasos claros: (1) preparar datos financieros, (2) probar escenarios para limpiar valores extremos, (3) estimar el modelo, (4) calcular el óptimo y (5) validar con simulaciones. Esto asegura que los resultados sean confiables y aplicables. El resumen completo del procedimiento se presenta en la tabla 11.

Tabla 11. Procedimiento metodológico aplicado

Etapa	Actividad principal	Insumos	Documentación	Resultados
1. Consolidación de información, normalización y control de calidad	Descarga y archivo de estados financieros de Cámara de Comercio, SuperSociedades y Supervigilancia. Integración de variables macroeconómicas (PIB, inflación, tasas de interés, UVT). Homologación de encabezados (<i>snake_case</i>). Verificación de identidades contables y escalas. Depuración de atípicos	Estados financieros oficiales, series macroeconómicas del DANE, Banco de la República y fuentes internacionales como Damodaran.	Bd_Trabajo_Final.xlsx	Panel de datos empresa-año (2022–2024) organizado por NIT y razón social, con más de 780 registros. Definición de Base de análisis.
2. Construcción de indicadores	Cálculo de ratios financieros y operativos (liquidez, cobertura de intereses, ROE, ROA, apalancamiento, ciclo de efectivo, densidad laboral, WACC, GAP).	Estados financieros depurados, parámetros CAPM→WACC.	Hoja DESARROLLO. Bd_Trabajo_Final.xlsx	Conjunto de indicadores listos para análisis descriptivo y modelado.
3. Escenarios por winsorización	Generación de escenarios afectados por rieles sectoriales, bajo aplicación de combinaciones de percentiles sobre la data base Hoja DESARROLLO	Hoja DESARROLLO (escenario Sin winsor)	Hoja W_p5-p95 hasta W_p20-p80. Bd_Trabajo_Final.xlsx	Escenarios establecidos
4. Centrado y definición de rangos IQR	Construcción de variables e_c y e_c^2 , percentiles e IQR (regla de ampliación)	tesis_modelo_capital.py	PARTE 3 — Preparación por escenario (filtros, GAP, centrado, IQR/Tukey) Script Python.	IQR y Endeud centrada construida
5. Scoring y selección de escenario	Se construye a través de Python un método de scoring que evalúa el escenario que se ajuste más al modelo, lo califica y selecciona	tesis_modelo_capital.py	Ranking en SELECCION_MODELO y SELECCION_MODELO_RESTRINGIDA_TUKEY. Salidas_tesis.xlsx	Escenario con mejor ajuste al modelo seleccionado
6. Ajuste de rangos para óptimo operativo	vértice $e_c^* = -\beta_1/(2\beta_2)$, re-expresión a escala original y clipping al IQR por grupo	tesis_modelo_capital.py	Informes OPTIMO_ECONOPER (global) y OPTIMO_IQR (por tamaño-año). Salidas_tesis.xlsx	Definición del rango operativo para el cálculo del óptimo.
7. Robustez Monte Carlo	Simulaciones Monte Carlo (10.000 iteraciones) para parámetros del WACC y propagación a GAP y ENDEUD*; reporte de percentiles y probabilidades.	tesis_modelo_capital.py	Informes (MC_ROBUSTEZ_RESUMEN, MC_ROBUSTEZ_MUESTRAS). Salidas_tesis.xlsx	Escenario con mejor ajuste al modelo seleccionado

Etapa	Actividad principal	Insumos	Documentación	Resultados
8. Estimación econométrica	Regresión OLS con término cuadrático (<i>ENDEUD</i> y <i>ENDEUD</i> ²), efectos fijos por año, dummies por tamaño y errores robustos agrupados por empresa (cluster).	tesis_modelo_capital.py	Hoja RESULTADOS_OLS. Salidas_tesis.xlsx	coeficientes, pruebas diagnósticas y criterios AIC/BIC.
9. Trazabilidad	Resultados de pruebas diagnósticos	tesis_modelo_capital.py	hojas (RESULTADOS_OLS (RESTRINGIDA), DIAGNOSTICOS_VIF (RESTRINGIDA)) y bitácora INFO_FUENTE.	Análisis de sensibilidad y robustez.

Fuente: Elaboración propia con base en el archivo Bd_Trabajo_Final.xlsx, hojas Desarrollo y diccionario_variables.

Herramientas y *software*

Para el desarrollo del modelo econométrico y el procesamiento de datos, se utilizaron herramientas complementarias:

- Microsoft Excel: empleado en las fases iniciales para consolidar la base de datos, depurar registros, aplicar winsorización en los distintos escenarios.
- Python: utilizados para la estimación del modelo econométrico mediante regresión lineal múltiple (OLS), con efectos fijos por año y errores agrupados por empresa. También se aplicaron pruebas de validación estadística como multicolinealidad (VIF), heterocedasticidad (White, Breusch-Pagan), especificación funcional (RESET), normalidad de residuos (Jarque-Bera) y análisis de observaciones influyentes (estadística de Cook). Simulaciones Monte Carlo, generación de reportes y gráficas.

DESARROLLO

Diseño y construcción

Esta sección contribuye directamente al cumplimiento del objetivo específico 3: “Estimar un modelo cuantitativo que permita identificar la estructura óptima de capital para las empresas de seguridad privada en Colombia”. Las actividades descritas construcción de escenarios, depuración de datos, centrado de variables y diseño del modelo econométrico garantizan la trazabilidad entre los datos financieros y la estimación del óptimo operativo. Además, se avanza en el objetivo específico 2, “Establecer la estructura de capital ideal para las empresas seleccionadas”, al definir rangos operativos (IQR) que servirán como base para las recomendaciones gerenciales.

Diseño y construcción archivo base

El análisis se realiza sobre la base maestra Bd_Trabajo_Final.xlsx, que integra información de estados financieros, variables macroeconómicas, parametrizaciones sectoriales y el cálculo de variables e índices, de las empresas de vigilancia con y sin armas pertenecientes al sector de seguridad privada en Colombia, organizadas en hojas funcionales.

En particular, las hojas BASE_DE_DATOS_TOTAL_POR_SUCURSA y BASE_DE_DATOS_POR_NIT contienen el universo por sucursal y por NIT (con sede principal), respectivamente; la hoja DATOS_MACROECONÓMICOS resume tasas, primas y PIB; la hoja DESARROLLO recoge los estados financieros y calcula las variables operativas del modelo; se define como el escenario base sin winsorización (escenario “Sin winsor”); la hoja RIELES_SECTORIALES define límites operativos sectoriales que en conjunción con la hoja P_WINZO establece mínimos y máximos aplicados a partidas de estados financieros antes del cálculo de índices, permitiendo con esto la definición de escenarios; por último, la hoja PARÁMETROS (columnas A-E) consolida los insumos del modelo, para simulaciones y ajustes.

El diseño del archivo maestro sigue una arquitectura modular y reproducible que separa fuentes primarias, transformaciones intermedias y escenarios de análisis; facilitando

con ello auditorías puntuales y reestimaciones parciales. La tabla 12 resume el contenido de cada hoja del archivo base.

Tabla 12. Estructura de hojas y función en el proceso

Hoja	Función en el proceso
BASE_DE_DATOS_TOTAL_POR_SUCURSA	Listado de empresas de seguridad (con/sin armas) a corte 2024 por sucursal. Insumo descriptivo y de control transversal.
BASE_DE_DATOS_POR_NIT	Universo por NIT (sede definida por Cámara de Comercio). Base para identificación de panel y llaves.
MUESTRA	Subconjunto analítico según criterios metodológicos y NIT únicos (derivada de BASE_DE_DATOS_POR_NIT).
DATOS_MACROECONÓMICOS	Variables sectoriales y macro (participación, PIB, tasas, riesgo país, IPC, etc.) usadas como controles en la especificación.
DICCIONARIO_VARIABLES	Definiciones formales y unidades de cada variable. Soporte de metadatos para reporte y validación.
TABLAS_GRÁFICOS_GENERALES	Figuras y tablas que se replican en el documento (gráficos de contexto y verificación).
DESARROLLO	Escenario base (sin winsorización) con estados financieros, ratios e índices listos para modelación.
RIELES_SECTORIALES	Límites superior e inferior de variables sectoriales para aplicar winsorización consistente por sector/tamaño.
P_WINZO	Reglas operativas de winsorización: mínimos y máximos por variable de estados financieros sobre los que se calculan índices. Aplica rieles sectoriales para ajustar (p. ej., capital social y pasivo financiero) a límites válidos.
PARÁMETROS	Parámetros generales del modelo y del sector (por tamaño/servicio): medias, desviaciones, límites y valores que alimentan robustez y Monte Carlo. Debe capturarse completa.
W_p5-p95, W_p10-p90, W_p11-p89, W_p15-p85, W_p20-p80	Escenarios winsorizados (percentiles) con rieles sectoriales aplicados. Son los insumos modelables alternativos al escenario base.

Fuente: Elaboración propia con base en Bd_Trabajo_Final.xlsx.

La winsorización se prepara en Excel siguiendo el siguiente flujo:

- Rieles sectoriales (RIELES_SECTORIALES): definen límites inferiores e superiores por sector y tamaño para variables críticas.
- Parámetros de winsorización (P_WINZO): establecen mínimos y máximos por variable de estados financieros con los que se recalculan índices. Ajustan, entre otros, capital social y pasivo financiero a límites sectoriales.
- Escenarios winsorizados (W_p5-p95 ... W_p20-p80): aplican percentiles y rieles;

constituyen las bases modelables alternativas a DESARROLLO (Sin winsor). Cada hoja contiene 785 registros y 83 columnas operativas que DESARROLLO para garantizar comparabilidad.

A partir del escenario base se generan escenarios de winsorización por percentiles: ($W_{p5} - p95$, $W_{p10} - p90$, $W_{p11} - p89$, $W_{p15} - p85$, $W_{p20} - p80$). En todos los casos, se documenta y aplica el filtro $Valida_endeud = VERDADERO$ como criterio de elegibilidad de observaciones el cual valida que las variables críticas para el modelo sean numéricas. la tabla 13 se presenta una tabla con el conteo de observaciones totales y válidas por escenario.

Tabla 13. Resumen de escenarios y cobertura

Escenario	Observaciones válidas	NIT únicos	Años	Tiene GAP (ROE-WACC)	Tiene endeudamiento
Sin Winsor	408	142	2022, 2023, 2024	Sí	Sí
W_p10-p90	735	283	2022, 2023, 2024	Sí	Sí
W_p11-p89	734	283	2022, 2023, 2024	Sí	Sí
W_p15-p85	731	281	2022, 2023, 2024	Sí	Sí
W_p20-p80	720	279	2022, 2023, 2024	Sí	Sí
W_p5-p95	746	285	2022, 2023, 2024	Sí	Sí

Fuente: Elaboración propia con base en Bd_Trabajo_Final.xlsx y salidas del script.

Por otra parte, la consistencia relacional se garantiza con claves y convenciones de unión explícitas:

- Clave de empresa: NIT (NIT con sede principal).
- Clave de tiempo: año (año contable, verificado como entero).
- Clave de tamaño: tamaño (categorías mutuamente excluyentes: micro, pequeña, mediana, grande; sin recodificaciones ambiguas).
- Llaves auxiliares: Llave y Llave2 para trazabilidad hacia los orígenes contables o integraciones previas.

Se valida la unicidad operativa de (NIT, año) dentro de cada escenario. Se auditan nulos y cardinalidades en Llave, Llave2, NIT, año, tamaño, y se corroboran tipologías (numérica / categórica) y dominios (rangos plausibles). El detalle se presenta en la siguiente tabla:

Tabla 14. Campos mínimos por hoja de escenario (DESARROLLO, W_*)

Bloque	Campos esperados (extracto)
Identificación	Llave, Llave2, NIT, cámara, año, tamaño, clasificación
Variable dependiente	ROE, WACC (para construir GAP en el script)
Endeudamiento (y centrado)	<i>ratio_endeudamiento</i> (el script calcula e_c , $e_{-e_c}^2$)
Controles	<i>ratio_liquidez</i> , cicloefectivo, densidad_laboral_millon
Tasas / riesgos	<i>tasa_prom_interbancaria</i> , <i>tasa_prom_cred_ordinario</i> , <i>tasa_libre_riesgo_usa</i> , <i>rentabilidad_mercado_usa</i> , <i>prima_mercado_usa</i> , <i>riesgo_pais_colombia</i> , <i>ipc_co</i> , <i>ipc_usa</i> , <i>devaluacion</i> , <i>ke_co</i> , <i>kd_co</i>
Estructura de capital	e_{-v} , d_{-v} , <i>wacc</i>
<i>Dummies</i>	<i>dummy_pequena</i> , <i>dummy_mediana</i> , <i>dummy_grande</i> , <i>dummy_2023</i> , <i>dummy_2024</i>
Registros validos por escenario	<i>Valida_endeud</i>

Fuente: Elaboración propia con base en Bd_Trabajo_Final.xlsx.

Diseño y construcción de script

Para el procesamiento de los datos en los escenarios definidos, se optó por la herramienta Python (versión 3.11.9), dada su capacidad para integrar cálculos estadísticos, pruebas econométricas y rutinas automatizadas en un flujo reproducible.

Se desarrolló el script *tesis_modelo_capital.py*, el cual implementa el pipeline metodológico planteado en la investigación: lectura del archivo maestro, preparación de datos, estimación del modelo, diagnóstico, cálculo del óptimo operativo y selección del escenario más robusto.

El diseño del script responde a los siguientes objetivos funcionales, en donde: el flujo metodológico se mantuvo, pero se introdujeron ajustes estratégicos para atender la señal del test RESET y robustecer la especificación funcional, sin alterar la lógica del óptimo económico y operativo:

- *Cálculo de variables clave*: construcción de la variable dependiente $GAP = ROE - WACC$, centrado del ratio de endeudamiento por grupo tamaño-año y generación de términos cuadráticos.
- *Pruebas de diagnóstico*: estimación OLS con covarianzas robustas (cluster por NIT o HC1), verificación de supuestos mediante Breusch-Pagan, White, RESET, Jarque-Bera, VIF e influencia de Cook (Cook, 1977).

- *Determinación del óptimo operativo*: cálculo del vértice de la curva estimada y ajuste al rango intercuartílico (IQR) por grupo, clasificando el óptimo como interior o frontera según concavidad.
- *Selección del escenario ganador*: aplicación de un criterio cuantitativo basado en métricas de ajuste y penalización por no concavidad, tanto en la muestra completa como en la versión restringida por Tukey (*outliers* del ratio de endeudamiento).
- Finalmente, sobre el escenario seleccionado se ejecutan simulaciones Monte Carlo para evaluar la robustez del óptimo, utilizando parámetros definidos en la hoja PARÁMETROS o, en su defecto, mediante Bootstrap.

Garantía de trazabilidad y replicabilidad

Base de análisis

Para garantizar la transparencia y la replicabilidad del análisis, el libro Bd_Trabajo_Final.xlsx incluye hojas específicas que documentan cada etapa metodológica:

- DESARROLLO: base analítica (785 observaciones base).
- RIELES SECTORIALES / P_WINZO: preparación y winsorización de variables.
- W_p*: escenarios winsorizados a partir de base analítica depurada (785 observaciones base).

Código en ambiente Python

El código está diseñado para que un tercero pueda replicar íntegramente el proceso y rastrear cada decisión. La reproducibilidad se garantiza por convenciones de ruta, registro de parámetros, semillas determinísticas y salidas estandarizadas (tablas y figuras) con nomenclatura consistente.

a) Entradas, versiones y semillas

- Entrada única: Bd_Trabajo_Final.xlsx debe ubicarse en la misma carpeta del script. El descubrimiento de escenarios es automático sobre las hojas esperadas:

DESARROLLO, W_p5 – p95, W_p10 – p90, W_p11 – p89, W_p15 – p85, W_p20 – p80.

- Parámetros opcionales: hoja PARÁMETROS (A: E). Si no existe, el script usa valores por defecto (p. ej., pesos de penalización, parámetros de MC).
- Semillas: Monte Carlo define `rng = default_rng (2025)`, asegurando replicabilidad de simulaciones.
- Método de covarianza: se usa el clúster (NIT) si la variable NIT existe y está poblada; en caso contrario, HC1. El método aplicado queda registrado en las salidas.

b) Estructura de salidas

La tabla 15 resume los archivos generados por el script y su función en la trazabilidad del análisis. Cada salida responde a un objetivo metodológico: el libro Excel consolida métricas, diagnósticos y resultados de simulación; los gráficos permiten visualizar relaciones clave (curva GAP, distribución de endeudamiento, óptimos por tamaño y robustez Monte Carlo); y el archivo de log asegura transparencia ante errores. Estas salidas se ubican en la carpeta SALIDAS_TESIS/, garantizando organización y reproducibilidad.

Tabla 15. Archivos generados por escenario y contenido

Archivo / salida	Contenido	Generado por	Ubicación
Excel SALIDAS_TESIS.xlsx	Consolidado de métricas, diagnósticos, óptimos y simulaciones (ver detalle en tabla 16).	Script (pandas.ExcelWriter)	Carpeta SALIDAS _TESIS/
TXT run_log.txt	Registro de errores y trazabilidad (traceback completo) en caso de excepción.	Script (logging interno)	Carpeta SALIDAS _TESIS/
Gráficos PNG	- fig1_box_endeud.png: distribución del ratio de endeudamiento por tamaño-año. - fig2_curva_gap.png: curva \hat{Y}_{GAP} vs endeudamiento con vértice y banda IQR. - fig3_opt_tamano.png: óptimo operativo promedio por tamaño. - fig4_mc_optimo.png: histograma del óptimo simulado (Monte Carlo).	Script (matplotlib / seaborn).	Carpeta SALIDAS _TESIS/

Fuente: Elaboración propia con base en *Bd_Trabajo_Final.xlsx* y salidas del script.

La tabla 16 detalla las hojas del archivo SALIDAS_TESIS.xlsx, especificando el contenido que documenta cada etapa del pipeline. Desde verificaciones iniciales

(HEALTHCHECK) hasta rankings comparativos (SELECCION_MODELO), coeficientes y diagnósticos (RESULTADOS_OLS), óptimos operativos (IQR_RANGOS_OPTIMO), y bitácoras de reproducibilidad (INFO_FUENTE), el diseño asegura la trazabilidad completa. Las hojas dedicadas a Monte Carlo (MC_ROBUSTEZ_RESUMEN y MC_ROBUSTEZ_MUESTRAS) complementan la validación empírica del óptimo, mientras que las figuras asociadas facilitan la comunicación visual de hallazgos.

Tabla 16. Hojas del archivo SALIDAS_TESIS.xlsx y su contenido

Hoja	Contenido
HEALTHCHECK	Verificación de escritura.
SELECCIÓN_MODELO	Ranking de escenarios (muestra base): métricas de ajuste, diagnósticos, concavidad, penalizaciones (A) y score final.
RESULTADOS_OLS	Coefficientes, errores estándar y p-valores del OLS por escenario base.
DIAGNÓSTICOS_VIF	Factores de inflación de varianza (VIF) por covariable (base).
IQR_RANGOS_OPTIMO	Percentiles de endeudamiento y óptimos (base).
SELECCIÓN_MODELO_RESTRINGIDA_TUKEY	Ranking análogo en muestra restringida por Tukey (depuración de <i>outliers</i>).
RESULTADOS_OLS_RESTRINGIDA	Coefficientes, EE y p-valores (restringida).
DIAGNÓSTICOS_VIF_RESTRINGIDA	Factores de inflación de varianza (VIF) por covariable restringida.
IQR_RANGOS_OPTIMO_RESTRINGIDA_TUKEY	Percentiles de endeudamiento y óptimos (restringida).
INDICADORES_DESCRIPTORIOS	Estadísticos descriptivos por grupo: media, desviación, p25, mediana, p75 de variables clave.
DIAGNÓSTICOS_RESUMEN	Métricas y síntesis del escenario ganador (métricas y score).
ÓPTIMO_ECON_OPER	Tabla integrada del escenario ganador: coeficientes (a, b, c), vértice económico global, IQR global y óptimo operativo clipped.
ÓPTIMO_IQR	Óptimo operativo por tamaño-año (ganador).
MC_ROBUSTEZ_RESUMEN	Cuantiles (p50, p80, p95) del óptimo simulado (Monte Carlo).
MC_ROBUSTEZ_MUESTRAS	Vector de muestras del óptimo simulado (capado a 10.000 iteraciones).
INFO_FUENTE	Bitácora con fuente, escenario ganador, método de covarianza, parámetros y timestamp de ejecución.
TABLAS*	Tablas utilizadas en el documento final.

Fuente: Elaboración propia con base en Bd_Trabajo_Final.xlsx y salidas del script.

ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS Y HALLAZGOS

Este estudio buscó responder una pregunta: ¿Cuánto endeudamiento es saludable para las empresas de seguridad privada en Colombia? Analizamos datos reales y aplicamos un modelo estadístico para encontrar un punto de equilibrio.

El resultado indica que existe una “zona segura” de endeudamiento, donde la empresa aprovecha los beneficios de la deuda sin poner en riesgo su estabilidad. En otras palabras, si la deuda está dentro de esta banda, la empresa crea valor; si está por fuera, aumenta el riesgo de pérdida. Esta conclusión sirve como guía para definir políticas financieras más claras y sostenibles.

Primero verificamos la forma funcional y su estabilidad (concavidad y diagnósticos). Luego derivamos un óptimo condicional y lo clipeamos al IQR por tamaño-año. Validamos su robustez (Monte Carlo) y finalmente lo traducimos en política de apalancamiento objetivo con bandas y reglas por tamaño.

Selección del escenario y salud del modelo

Comparador de escenarios y métrica de selección

Siguiendo el procedimiento metodológico, comparamos los escenarios de winsorización en muestra base y en su versión restringida por Tukey. El escenario ganador para el análisis principal es W_{p5-p95} (restringido), por lograr el mejor score (cercano a 0) del comparador (balance de $R_{ajustado}^2$, $RMSE$, AIC/BIC) y mantener concavidad en la relación deuda-valor, condición necesaria para un óptimo interior.

En los cortes con recortes más agresivos ($p10 - p90$, $p15 - p85$), la eventual mejora marginal del error no compensa la pérdida informacional (empeora BIC o estabilidad de curvatura). En el extremo opuesto, “Sin winsor” conserva ruido en colas. Por eso priorizamos $p5 - p95$ + restricción Tukey, que preserva señal y mitiga la influencia de atípicos sin distorsionar la forma funcional.

Tabla 17. Comparador de escenarios (muestra base vs. restringida)

Escenario	$R^2_{ajustado}$	RMSE	AIC	BIC	Concavidad	Score
DESARROLLO	0,15042	0,50310	623,2910	675,43742	Falso	-0,903
W_p5-p95	0,04769	1,15175	2353,85328	2413,84472	Verdadero	-0,377
W_p10-p90	0,02683	1,37094	2575,61493	2635,41325	Falso	-1,412
W_p11-p89	0,04215	1,36607	2566,92465	2626,70527	Falso	-1,396
W_p15-p85	0,03508	1,19712	2363,52334	2423,25072	Verdadero	-0,392
W_p20-p80	0,03929	1,16758	2292,37480	2351,90507	Verdadero	-0,385

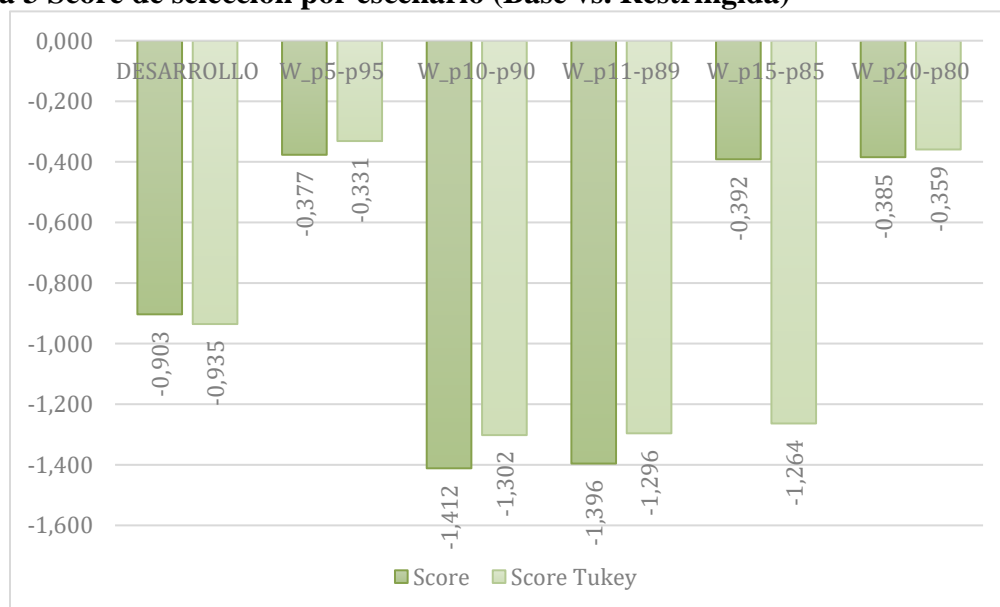
Fuente: Elaboración propia con base en SALIDAS_TESIS.xlsx (hoja SELECCIÓN_MODELO).

Tabla 18. Muestra restringida (Tukey)

Escenario	$R^2_{ajustado}$	RMSE	AIC	BIC	Concavidad	Score
DESARROLLO (restringido)	0,10729	0,39881	427,7278	479,68171	Falso	-0,935
W_p5-p95 (restringido)	0,08905	1,11126	2248,61759	2308,30935	Verdadero	-0,331
W_p10-p90 (restringido)	0,03904	0,34500	538,21111	597,77744	Falso	-1,302
W_p11-p89 (restringido)	0,04368	0,33750	506,47361	566,03993	Falso	-1,296
W_p15-p85 (restringido)	0,07504	0,33102	474,08864	533,52831	Falso	-1,264
W_p20-p80 (restringido)	0,06093	1,13120	2188,18597	2247,36857	Verdadero	-0,359

Fuente: Elaboración propia con base en SALIDAS_TESIS.xlsx (hoja SELECCION_MODELO_RESTRINGIDA_TU).

Figura 3 Score de selección por escenario (Base vs. Restringida)



Fuente: Elaboración propia con base en SALIDAS_TESIS.xlsx (hojas SELECCIÓN_MODELO y SELECCIÓN_MODELO_RESTRINGIDA_TU).

Diagnósticos del modelo (ajuste, especificación y robustez)

La tabla 19 compila las métricas de ajuste y las pruebas de diagnóstico para el escenario ganador. El modelo muestra heterocedasticidad (BP/White) y señales de no linealidad residual (RESET), por lo que la estrategia de errores robustos y el clipping del óptimo al IQR resultan pertinentes para asegurar interpretabilidad y estabilidad.

Tabla 19. Métricas de ajuste y pruebas diagnósticas — W_p5–p95 (restringido)

Métrica / prueba	Valor
$R_{ajustado}^2$	0,089
RMSE	1,111
AIC	2248,618
BIC	2308,309
Breusch–Pagan	85,810
Breusch–Pagan (stat / p)	0,000
White_stat	578,888
White (stat / p)	0,000
RESET_F	736,584
RESET_p	0,000
Jarque–Bera_stat	6255,772
Jarque–Bera (stat / p)	0,000
Cook_max	6,161
Umbral Cook	0,005
% observaciones > Umbral	2,61 %
Concavidad	VERDADERO

Fuente: Elaboración propia con base en SALIDAS_TESIS.xlsx (hoja DIAGNÓSTICOS_RESUMEN).

De lo cual se infiere:

- Ajuste: $R_{ajustado}^2 \approx 0,089$ con $RMSE \approx 1,111$ es consistente con paneles contables heterogéneos; la lectura correcta es de banda (no punto) para decisiones de política.
- Varianza no constante: BP/White significativos, se reportan covarianzas robustas/clúster conforme a metodología.

- Especificación: RESET sugiere no linealidades residuales; el término cuadrático y el clipping al IQR aseguran la interpretabilidad y estabilidad del óptimo.
- Normalidad: JB rechaza normalidad (colas pesadas típicas); se justifica la inferencia robusta.
- Influencia: la restricción Tukey acota observaciones con alta influencia sin cambiar la señal de concavidad.

Justificación de la elección: forma funcional y parsimonia

G

Bajo los criterios anteriores, el escenario ganador para el análisis principal es W_p5–p95 (restringido). Este resultado obedece a un balance adecuado entre ajuste, parsimonia y consistencia de la forma funcional, evitando la pérdida de señal por winsorizaciones demasiado agresivas y mitigando el efecto de atípicos mediante la restricción Tukey.

El comparador penaliza explícitamente la ausencia de concavidad y la curvatura excesivamente alterada frente al escenario base, de modo que la selección de W_p5–p95 (restringido) se sustenta en tres pilares:

- Ajuste suficiente y parsimonia: el escenario ganador presenta $R^2_{aj} \approx 0,089$ y $RMSE \approx 1,111$, valores que, si bien son moderados (propios de paneles contables/financieros con alta heterogeneidad), se ubican dentro del rango razonable para un modelo parsimonioso que prioriza trazabilidad sobre sobreajuste. $AIC \approx 2.248,6$ y $BIC \approx 2.308,3$ respaldan la elección frente a alternativas con mayor recorte (p. ej., p10–p90, p15–p85), donde el error no se reduce de forma compensatoria respecto a la pérdida informacional.
- Control de extremos: el recorte p5–p95 preserva señal en la región central y la versión restringida por Tukey limita la influencia de colas, sin truncar en exceso la distribución.
- Forma funcional consistente (trade-off deuda-valor): La concavidad se verifica por el signo del término cuadrático β_2 del endeudamiento centrado (e_c^2). En el escenario ganador, $\beta_2 = -9,7473$ (ver tabla 21), consistente con una parábola invertida (óptimo interior).

Tabla 20. Óptimo económico y operativo (escenario ganador)

Concepto	Valor
Escenario	W_p5-p95 (restringido)
Coefficiente cuadrático (c)	-9,7473
Coefficiente lineal (b)	-0,3771
Constante (a)	-0,4011
Vértice económico (e*)	0,4442
IQR e [p25, p75]	[0.344, 0.550]
Óptimo operativo (IQR clipped)	0,4442

Fuente: Elaboración propia con base en SALIDAS_TESIS.xlsx (hoja ÓPTIMO_ECON_OPER).

En paneles contables heterogéneos, la varianza idiosincrásica limita $R_{ajustado}^2$ y *p-valores* estrictos. Aquí privilegamos la forma funcional estable (concavidad) y la decisión por banda (IQR), que son más útiles gerencialmente que una predicción puntual.

Análisis descriptivo por tamaño y período (2022-2024)

Esta subsección caracteriza las empresas del sector por tamaño (micro, pequeña, mediana y grande) y año (2022-2024), usando medianas de GAP, ratio de endeudamiento y liquidez. Las medianas son robustas frente a valores extremos y permiten observar tendencias interanuales.

Estructura de endeudamiento (mediana)

La figura 4 presenta un mapa de calor con la mediana del ratio de endeudamiento por tamaño y año. Se observan tres patrones generales:

1. Gradiente por tamaño: de manera consistente, las empresas grandes registran las medianas más altas de endeudamiento, mientras que las micro muestran los valores más bajos en 2022-2023; en 2024 el segmento pequeña converge hacia los valores de micro, pero por debajo de mediana y grande (rango aproximado 0,26-0,50).

2. Estabilidad relativa: el segmento grande mantiene un nivel de endeudamiento elevado y estable a lo largo del periodo; los segmentos micro y pequeña evidencian variaciones más marcadas entre 2023 y 2024.
3. Heterogeneidad Inter temporal: entre 2022 y 2024 se aprecian cambios modestos en la jerarquía por tamaño, sin alteraciones drásticas del orden (grande \geq mediana \geq pequeña \geq micro).

Figura 4. Mediana del ratio de endeudamiento por tamaño y año (2022-2024)

Max	0,50	Min	0,25
Micro	0,30	0,26	0,43
Pequeña	0,40	0,39	0,43
Mediana	0,46	0,49	0,45
Grande	0,49	0,50	0,50
	2022	2023	2024

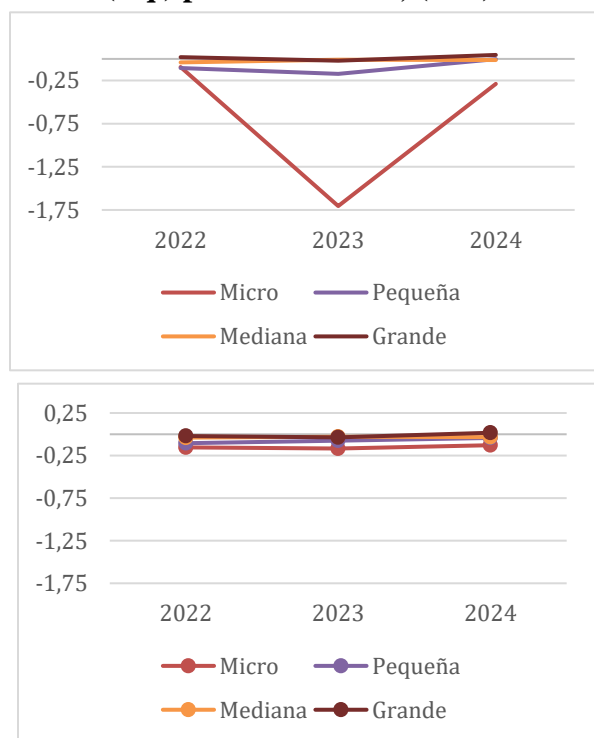
Fuente: Elaboración propia con base en SALIDAS_TESIS.xlsx, hoja INDICADORES_DESCRIPTIVOS (fig6_heatmap_endeud_mediana.png).

Comportamiento del GAP (media y mediana)

La figura 5 muestra la dinámica del GAP (promedio y mediana) por tamaño:

- Tendencias por tamaño: el segmento de pequeña exhibe un perfil creciente en la mediana de GAP a lo largo del periodo, mientras que micro, mediana y grande presentan trayectorias mixtas (no monótonas). Esta lectura sugiere que, para firmas pequeñas, los determinantes asociados al GAP podrían estar mejorando de forma paulatina, en contraste con la mayor volatilidad relativa de los demás tamaños.
- Cota de referencia: se incluye una línea base en cero para facilitar la interpretación: desplazamientos por encima/debajo de cero permiten anticipar dónde los desbalances se intensifican o moderan según tamaño y año.

Figura 5. GAP por tamaño: (izq.) promedio anual; (der.) mediana anual



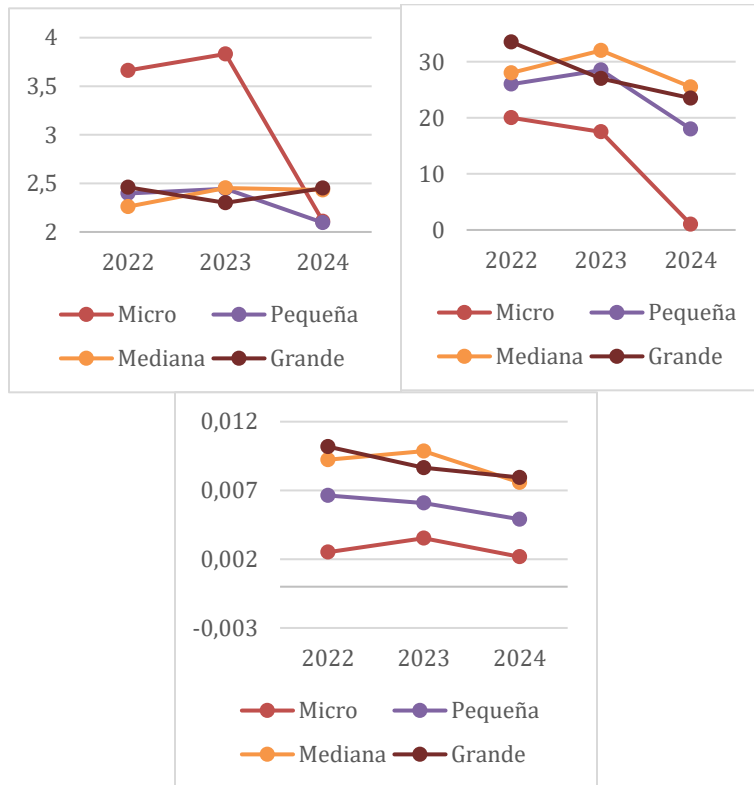
Fuente: Elaboración propia con base en SALIDAS_TESIS.xlsx, hoja INDICADORES_DESCRIPTIVOS (fig5_gap_tamano.png).

Indicadores operativos (medianas): liquidez, ciclo de efectivo y densidad laboral

La figura 6 consolida tres indicadores operativos en panel:

- **Liquidez (mediana):** se aprecian diferencias por tamaño y variaciones interanuales que podrían incidir en la posición de caja y en la capacidad de respuesta a choques de corto plazo (p. ej., cuentas por cobrar o rotación de contratos).
- **Ciclo de efectivo (mediana):** la dinámica del ciclo muestra heterogeneidad entre tamaños; cambios de pendiente entre años sugieren ajustes en la eficiencia de cobro y pago, con implicaciones directas sobre necesidades de capital de trabajo.
- **Densidad laboral por millón COP (mediana):** la escala de personal por unidad de facturación tiende a ser mayor en ciertos tamaños y años, lo que podría reflejar estrategias distintas de intensidad de mano de obra o mix de servicios en el sector.

Figura 6. Indicadores operativos (medianas) por tamaño y año: liquidez, ciclo de efectivo y densidad laboral por millón COP



Fuente: Elaboración propia con base en SALIDAS_TESIS.xlsx, hoja INDICADORES_DESCRIPTIVOS (fig7_medianas_operativas.png).

Hallazgos principales

- GAP: el segmento grande alcanza en 2024 un GAP mediano positivo ($\approx 0,018$), mientras que micro mantiene el valor más negativo ($\approx -0,128$). Todos los tamaños muestran mejora interanual, destacando pequeña con la pendiente más alta. La mejora en pequeña y grande sugiere convergencia hacia estructuras más eficientes. Micro, aunque mejora. Sigue lejos del óptimo.
- Endeudamiento: crece con el tamaño; en 2024, grande registra el mayor ratio ($\approx 0,496$). Micro también aumenta significativamente (+0,13 puntos entre 2022 y 2024). El patrón creciente con tamaño confirma hipótesis de acceso diferencial al crédito.

- **Liquidez:** disminuye en micro y pequeña, mejora en mediana y se mantiene estable en grande. Reducciones en micro y pequeña podrían reflejar presión de capital de trabajo; estabilidad en grande indica resiliencia financiera.

Implicaciones para el análisis econométrico

Los patrones descritos orientan tres hipótesis de trabajo a contrastar con los modelos de la siguiente sección:

- **Apalancamiento y GAP:** la persistencia de endeudamiento más alto en empresas grandes podría tener efectos diferenciados sobre la brecha (GAP), no solo por el costo de la deuda, sino por el acceso a financiamiento y la flexibilidad ante variaciones en el flujo de caja.
- **Liquidez y ciclo operativo:** la variabilidad en liquidez y ciclo de efectivo sugiere que la gestión del capital de trabajo puede ser un canal central para explicar variaciones en GAP entre tamaños y años.
- **Escala laboral:** diferencias en densidad laboral podrían traducirse en estructuras de costos fijos/variables distintas y, por ende, en impactos heterogéneos sobre GAP.

Resultados econométricos del modelo seleccionado

En esta sección se presentan los resultados del escenario ganador de acuerdo con el comparador de modelos (W_p5–p95 (restringido)), incluyendo coeficientes, diagnósticos y una lectura de la forma funcional consistente con la hipótesis de trade-off endeudamiento-valor. Las inferencias se sustentan en errores estándar robustos (consistentes con heterocedasticidad y con restricción por Tukey), conforme a lo establecido en la metodología.

Coefficientes, signos y significancia

La tabla 21 resume los coeficientes estimados para el escenario W_p5–p95 (restringido), junto con sus errores estándar y p-valores. Se observa que el término cuadrático del

endeudamiento (e_c^2) es negativo (señal de concavidad), en línea con la hipótesis de un óptimo interior. Si bien su p-valor no alcanza significancia convencional, la forma funcional es consistente con el patrón global evidenciado por los diagnósticos del comparador.

Las dummies de tamaño presentan efectos positivos sobre el GAP respecto a la categoría base (micro), cercanos al umbral de significancia en grande y mediana.

Tabla 21. Resultados OLS: escenario ganador (W_p5–p95, restringido)

Variable	Coefficiente	EE Robusta	p-valor
Constante	-0,4011	0,1881	0,0329
e_c	-0,3771	0,7243	0,6026
e_c^2	-9,7473	9,1066	0,2845
<i>Liquidez log</i>	0,0291	0,0410	0,4783
Ciclo_100	0,0200	0,0561	0,7217
<i>Densidad log</i>	0,0185	0,0490	0,7058
e_c _x_tamMG	0,9766	1,0513	0,3529
e_c _x_LiqLog	-0,7130	0,6681	0,2859
<i>dummy pequena</i>	0,6349	0,4862	0,1916
<i>dummy mediana</i>	0,5815	0,3645	0,1107
<i>dummy grande</i>	0,6183	0,3676	0,0926
dummy_2023	-0,1479	0,1162	0,2030
dummy_2024	0,0608	0,0503	0,2272

Fuente: Elaboración propia con base en RESULTADOS_OLS_RESTRINGIDA (escenario W_p5–p95 (restringido)) del archivo Salidas_Tesis.xlsx.

De esta información concluimos que el término cuadrático e_c^2 es negativo ($\beta_2 = -9,7473$), lo que respalda una parábola invertida; y que varios coeficientes no son significativos a niveles convencionales, por lo que las inferencias deben centrarse en la forma funcional (existencia de óptimo) y en decisiones por banda más que por punto.

Las dummies de tamaño sugieren, sin significancia robusta, un GAP relativamente mayor frente a micro; mantenemos estas variables como controles estructurales.

Interpretación del modelo y relación endeudamiento–GAP

El análisis econométrico aplicado al sector de seguridad privada en Colombia, bajo el escenario seleccionado $W_p5 - p95$ (restringido por Tukey), permite estimar la estructura

óptima de capital con base en la relación entre el endeudamiento y la creación de valor medida por el *GAP* ($ROE - WACC$).

Este escenario fue elegido por presentar el mejor balance entre ajuste y parsimonia, con un $R^2_{ajustado} = 0,089$, concavidad negativa en la función del endeudamiento y robustez confirmada mediante simulaciones Monte Carlo.

Los resultados indican que la relación entre el endeudamiento y *GAP* es cóncava, lo que implica que niveles excesivos de apalancamiento reducen la creación de valor. El coeficiente cuadrático (e_c^2) es negativo, confirmando la existencia de un punto óptimo.

Aunque algunas variables de control no resultaron significativas, las dummies de tamaño empresarial muestran efectos positivos respecto a la categoría base (microempresa), lo que sugiere que empresas más grandes toleran mayores niveles de deuda sin destruir valor.

Interpretación de resultados econométricos y lectura gerencial

Los resultados del escenario ganador (W_p5–p95 restringido) muestran que la relación entre endeudamiento y creación de valor (*GAP*) mantiene la forma funcional esperada (parábola invertida), aunque los coeficientes principales no son estadísticamente significativos al 5%. El término cuadrático ($\beta_2 \approx -9,75$) confirma concavidad, lo que permite calcular un óptimo interior en torno al 44 % del activo total.

Significancia y signos esperados

- Endeudamiento (e_c): coeficiente negativo (-0,377), signo esperado cumplido, pero no significativo ($p \approx 0,60$).
- Endeudamiento² (e_c^2): coeficiente negativo (-9,747), signo esperado cumplido, no significativo ($p \approx 0,28$).
- Liquidez: coeficiente positivo (0,029), signo esperado cumplido, no significativo.
- Ciclo de efectivo: coeficiente positivo (0,019), signo esperado no cumplido, no significativo.
- Densidad laboral: coeficiente positivo (0,018), signo esperado no cumplido, no significativo.

- La interacción $e_c \times tamMG$ sugiere que firmas medianas/grandes soportan mejores aumentos de apalancamiento (pendiente menos adversa). La interacción $e_c \times Log(Liquidez)$ apunta a que más liquidez suaviza el deterioro marginal del GAP a mayores deudas.
- Dummies tamaño: coeficientes positivos para mediana y grande ($\approx 0,58 - 0,61$), algunos con $p < 0,10$, sugieren que empresas más grandes tienden a tener GAP menos negativo.

Implicaciones para empresas del sector

- Aunque la significancia individual es baja, la forma funcional permite definir una política de apalancamiento objetivo. Para empresas medianas y grandes, mantener el ratio de endeudamiento en torno al 44 % (dentro del rango operativo [0,34 – 0,55]) maximiza la probabilidad de GAP positivo.
- Superar el 55 % incrementa el riesgo de destrucción de valor, mientras que niveles inferiores al 34 % pueden desaprovechar beneficios fiscales de la deuda.

Lectura gerencial

- La liquidez y la densidad laboral no muestran efectos robustos, pero sus signos sugieren que una mayor liquidez favorece la creación de valor, mientras que una alta densidad laboral podría limitarla.
- Las diferencias por tamaño y año reflejan choques macroeconómicos: en 2023 el GAP se deteriora, mientras que, en 2024 mejora, lo que indica sensibilidad a condiciones externas.

Recomendación

- Definir una política de apalancamiento objetivo en el rango 42 % - 48 %, respaldada por simulaciones Monte Carlo ($p50 = 0,424$; $p95 = 0,485$). Este

rango ofrece un balance entre beneficios fiscales y riesgo financiero, alineado con la sostenibilidad del sector.

Colinealidad y estabilidad de parámetros

Para descartar problemas de multicolinealidad que distorsionen la inferencia, la tabla 22 recoge los VIF del escenario ganador. Todos los valores permanecen en rangos aceptables (muy por debajo del umbral crítico de 10), con énfasis en e_c y la interacción $e_c \times \text{Liq_log}$ que muestran valores relativamente más altos, pero no problemáticos.

Tabla 22. VIF por covariable: W_p5–p95 (restringido)

Variable	VIF
e_c	5,598
e_c^2	1,739
<i>Liquidez log</i>	1,700
Ciclo_100	1,115
<i>Densidad log</i>	1,095
$e_c \times \text{tamMG}$	2,087
$e_c \times \text{LiqLog}$	4,635
<i>dummy pequena</i>	3,581
<i>dummy mediana</i>	4,092
<i>dummy grande</i>	3,763
dummy_2023	1,380
dummy_2024	1,390

Fuente: Elaboración propia con base en DIAGNÓSTICOS_VIF_RESTRINGIDA (escenario W_p5–p95 (restringido)) del archivo Salidas_Tesis.xlsx.

Interpretación de la forma funcional (síntesis)

El signo negativo del término cuadrático (e_c^2) y la concavidad global negativa del comparador son consistentes con una relación cóncava entre el endeudamiento y GAP, lo cual habilita la existencia de un máximo interior.

Óptimo económico y operativo de endeudamiento

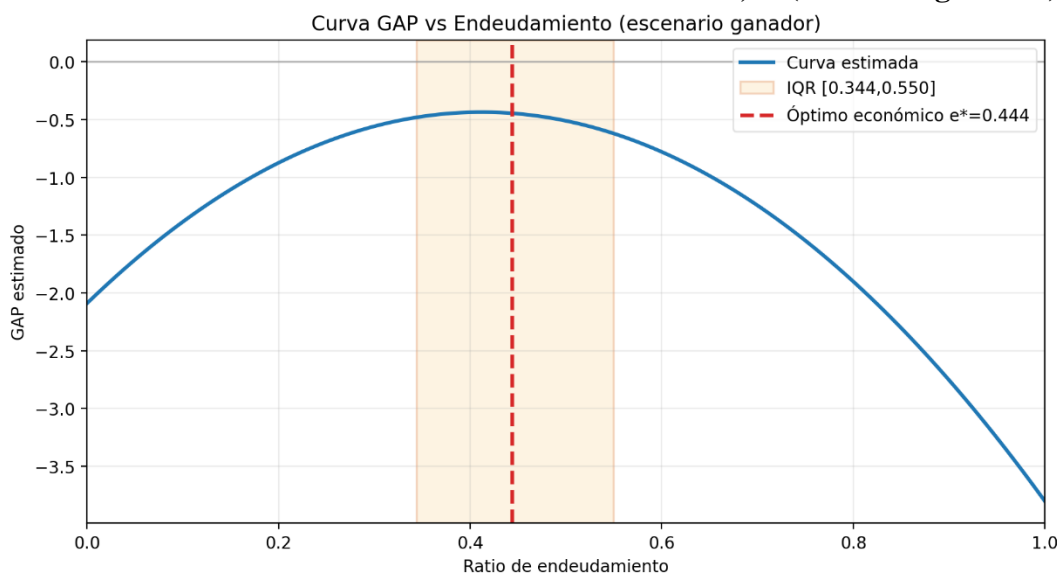
La interpretación anterior sustenta la decisión del óptimo operativo: aunque los coeficientes no son significativos individualmente, la concavidad del modelo y la robustez del rango estimado permiten fijar un nivel de endeudamiento objetivo cercano al 44 %, ajustado al IQR por tamaño y año.

Óptimo económico global (e^*)

El vértice se calcula como $e_c^* = \frac{-b}{(2c)}$.

Para el escenario ganador (**¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.**), $a = -9,7473$ y $b = -0,3771$, de modo que $e_c^* \approx 0,0193$. Reexpresando a la escala original con la mediana de ENDEUD del grupo (**Ecuación 7** y **eEcuación 8**), el óptimo económico es $e^* \approx 0,4442$, que cae dentro del IQR observado [0,3440; 0,5496]. Por lo tanto, el óptimo operativo coincide con el económico (no es frontera).

Figura 7. Curva GAP vs. endeudamiento con vértice en ~0,44 (escenario ganador)



Nota. La curva muestra el vértice económico ($\approx 0,444$) y la banda operativa (IQR $\approx [0,344; 0,550]$).

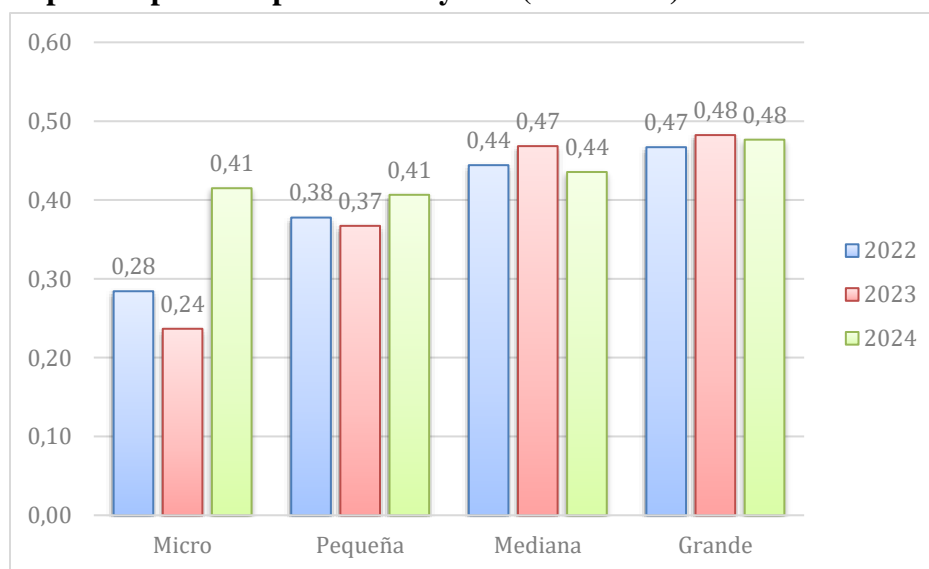
Fuente: Elaboración propia con base en SALIDAS_TESIS.xlsx (hoja ÓPTIMO_ECON_OPER) (fig2_curva_gap.png).

Reglas de decisión por subgrupos (tamaño-año)

A nivel tamaño-año, e^* permanece interior al IQR en todas las celdas y describe una meseta estable (ver la figura 8). Reglas resumidas:

- Micro (1): converger a 0,28 – 0,41 (meta puntual \approx 0,28 – 0,31 en 2022–2023 y \approx 0,41 en 2024, ver **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.**).
- Pequeña (2): operar en 0,40 – 0,55 (meta \approx 0,37 – 0,41 según año).
- Mediana (3): corredor 0,39 – 0,56 (meta \approx 0,44 – 0,47).
- Grande (4): corredor 0,40 – 0,58 (meta \approx 0,47 – 0,48). Alertas: p75 como señal amarilla y p95 $MC \approx$ 0,485 como límite duro para activar plan de contingencia.

Figura 8. Óptimo operativo por tamaño y año (2022-2024)



Nota. Tamaño: Micro = 1, Pequeña = 2, Mediana = 3, Grande = 4. Se observa convergencia hacia el corredor 0,37–0,47, con variaciones moderadas por tamaño.

Fuente Elaboración propia con base en SALIDAS_TESIS.xlsx (hoja OÓPTIMO_IQR) (fig3_opt_tamano.png).

Empresas pequeñas (tamaño 1–2): se ubican en el tercio central del IQR de su celda (p. ej., 0,29–0,53) con foco de convergencia alrededor de su óptimo interior (\sim 0,36–0,41).
Empresas medianas–grandes (tamaño 3–4): mantienen en el corredor 0,39–0,56,

convergiendo hacia e^* local ($\sim 0,44-0,47$), donde se maximiza GAP sin tensionar liquidez ni covenants. La tabla 23 muestra el óptimo operativo por tamaño y año, ajustado al rango intercuartílico (IQR) para evitar recomendaciones fuera de la banda empírica.

Tabla 23. Óptimo operativo por tamaño y año: escenario W_p5-p95 (restringido)

Tamaño	Año	Mediana de endeudamiento	p25	p75	Óptimo Operativo	Clasificación	GAP óptimo est.
Micro	2024	0,434	0,194	0,479	0,415	Interior	-0,449
Micro	2023	0,256	0,103	0,391	0,237	Interior	-0,589
Micro	2022	0,304	0,043	0,402	0,284	Interior	-0,418
Pequeña	2024	0,426	0,326	0,544	0,407	Interior	0,187
Pequeña	2023	0,387	0,291	0,528	0,367	Interior	0,039
Pequeña	2022	0,397	0,298	0,518	0,378	Interior	0,235
Mediana	2024	0,455	0,362	0,551	0,435	Interior	0,119
Mediana	2023	0,488	0,394	0,556	0,468	Interior	-0,023
Mediana	2022	0,464	0,390	0,569	0,444	Interior	0,179
Grande	2024	0,496	0,400	0,581	0,477	Interior	0,162
Grande	2023	0,502	0,432	0,583	0,482	Interior	0,007
Grande	2022	0,486	0,382	0,550	0,467	Interior	0,216

Fuente: Elaboración propia con base en IQR_RANGOS_ÓPTIMO_RESTRINGIDA_TUKEY, Salidas_Tesis.xlsx.

Lectura gerencial por tamaño

- Micro (1).
 - Óptimos en la banda 0,24–0,41 según año, siempre interiores al IQR.
 - GAP en óptimo negativo (–0,59 a –0,42), lo que sugiere que para microempresas el margen operativo y la eficiencia (liquidez, precios de contrato, productividad) pesan más que el apalancamiento como palanca de valor.
 - Recomendación: privilegiar mejoras de capital de trabajo y estructura de costos antes que aumentar deuda; si se requiere deuda, no exceder la mediana de su grupo y mantenerse cerca del tercio inferior del IQR.
- Pequeña (2).

- Óptimos 0,36–0,41, con GAP en óptimo no negativo (0,04 a 0,24), especialmente favorable en 2024.
- Recomendación: definir una política de apalancamiento objetivo ~0,38–0,41, con bandas tácticas [p25, p75] del grupo. Mantener coberturas de caja (ICR) y disciplina en ciclo de efectivo.
- Mediana (3).
 - Óptimos 0,44–0,47; GAP en óptimo levemente positivo en 2022 y 2024, casi nulo en 2023 (choque macro).
 - Recomendación: objetivo ~0,44–0,46 y gestión activa del capital de trabajo; en años de tensión (p. ej., 2023), operar en la mitad inferior del IQR.
- Grande (4).
 - Óptimos 0,47–0,48, GAP en óptimo positivo todos los años (hasta 0,216 en 2024).
 - Recomendación: objetivo ~0,47–0,48, con límites operativos del IQR como guardarraíl. Mantener covenants prudentes y diversificación de fuentes (banca/leasing).

Estimación de la estructura óptima de capital

A partir de la estimación del vértice y la reexpresión en escala original, complementada con la clasificación por tamaño y año, se define la banda óptima sectorial en el rango 0,42–0,48, con un valor central cercano a 0,424 (percentil 50 de la simulación). El análisis de robustez confirma que el percentil 95 se ubica en 0,485, por lo que es poco probable que el óptimo supere el 0,49 bajo escenarios simulados.

Tabla 24. Resumen de estructura óptima de capital y robustez del modelo

Concepto	Valor / rango
Banda óptima sectorial	0,42 – 0,48
Óptimo global (vértice económico)	0,444
Percentil 50 (Monte Carlo)	0,424
Percentil 80 (Monte Carlo)	0,472
Percentil 95 (Monte Carlo)	0,485
Microempresas (rango)	0,28 – 0,41

Pequeñas y medianas (rango)	0,40 – 0,55
Grandes empresas (rango)	0,47 – 0,58

Nota: Los valores de la tabla 24 se derivan de la curva del modelo (figura 7), del desglose por subgrupos (**¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.**) y de robustez (figura 9).

Fuente: Elaboración propia con base en SALIDAS_TESIS.xlsx.

Esto respalda la recomendación de gestionar el apalancamiento dentro de esta banda para maximizar la creación de valor. La estimación por subgrupos revela diferencias relevantes:

- Microempresas: óptimos entre 0,28 y 0,41, clasificados como “interior” en la mayoría de los casos.
- Pequeñas y medianas: rangos entre 0,40 y 0,55, con óptimos cercanos a 0,43–0,44.
- Grandes empresas: valores más altos, con óptimos alrededor de 0,47 y límites superiores cercanos a 0,58.

Estas variaciones sugieren que la estructura óptima de capital no es uniforme, sino dependiente del tamaño empresarial, lo que refuerza la necesidad de políticas diferenciadas.

Lectura gerencial del rango operativo

Para operacionalizar la política y facilitar su control interno, proponemos bandas por IQR como “carriles” de navegación financiera. La tabla 23 contiene los $p25 - p75$ por tamaño-año que pueden utilizarse como límites blandos de verificación (*checkpoints*), con el óptimo local e_{sg}^* como meta puntual dentro de la banda.

Desde una perspectiva gerencial, este corredor no debe interpretarse como un valor rígido, sino como una zona de eficiencia relativa, donde el apalancamiento contribuye a maximizar el GAP sin comprometer la liquidez ni incrementar el riesgo de insolvencia.

En términos prácticos, un GAP positivo indica creación de valor, mientras que un GAP negativo implica destrucción de valor. Por ello, mantener el endeudamiento dentro de la banda óptima estimada contribuye a mejorar la rentabilidad ajustada al riesgo y la sostenibilidad financiera del sector.

Finalmente, las pruebas econométricas (Breusch-Pagan, White, RESET y Jarque-Bera) confirman la consistencia del modelo, aunque evidencian heterocedasticidad y no normalidad, lo que justifica el uso de errores robustos y la validación mediante simulaciones. Este enfoque otorga mayor confiabilidad a las recomendaciones derivadas del análisis.

Claves para la interpretación

- Zona verde (dentro del IQR): señala condiciones de apalancamiento aceptables. Las empresas que operan en este rango presentan una estructura de capital alineada con la mediana sectorial y con el comportamiento esperado del GAP.
- Óptimo económico (e^*): representa el punto donde el beneficio marginal del endeudamiento se iguala al costo financiero implícito. Aunque no debe asumirse como meta única, constituye el centro de gravedad para la política de capital.
- Zona amarilla (fuera del IQR):
 - *Subapalancamiento* ($e < p25$): puede reflejar desaprovechamiento de capacidad de crecimiento. La gerencia debe evaluar proyectos con ROI superior al WACC antes de incrementar deuda.
 - *Sobreapalancamiento* ($e > p75$): indica exposición a riesgo financiero. Se recomienda priorizar desapalancamiento gradual, renegociación de plazos y fortalecimiento de liquidez.
- Límite duro (p95 Monte Carlo): actúa como umbral de alerta para activar planes de contingencia, evitando que la empresa cruce niveles críticos de endeudamiento bajo escenarios adversos.

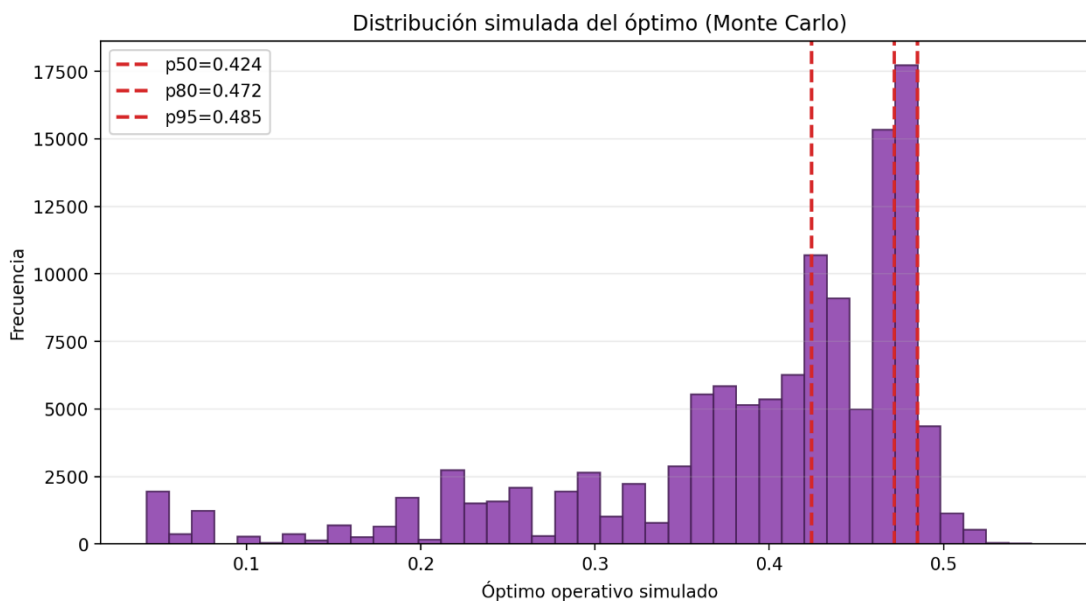
Robustez y sensibilidad

Robustez (Monte Carlo) y límites de decisión

Las simulaciones Monte Carlo confirman que el óptimo económico es estable frente a la incertidumbre parametrizada: la mediana de la distribución de e^* simulada cae dentro del corredor operativo reportado, y percentiles altos (p80, p95) se mantienen próximos a la zona

objetivo. La distribución simulada del óptimo confirma estabilidad del vértice económico ($p_{50} \approx 0,424$; $p_{95} \approx 0,485$) (ver figura 9).

Figura 9. Histograma Monte Carlo del óptimo con $p_{50}=0,424$, $p_{95}=0,485$



Nota. Histograma de 10.000 iteraciones; se observa baja dispersión alrededor del óptimo económico.

Fuente: Elaboración propia con base en SALIDAS_TESIS.xlsx (hoja MC_ROBUSTEZ_RESUMEN) (fig4_mc_óptimo.png).

La tabla 25 resume el vértice económico, el óptimo operativo global y percentiles de robustez (p_{50} , p_{80} , p_{95}). Nótese que $e^* = 0,444$ y $p_{95} \approx 0,485$; es decir, aun bajo shocks adversos, el óptimo rara vez se desplaza más allá de $\approx 0,49$, lo cual otorga margen de error gerenciable para la ejecución de la política de capital.

Tabla 25. Óptimos y robustez

Vértice económico	IQR	Óptimo Operativo Global	p_{50}	p_{80}	p_{95}
0,444	[0,3440. 0,5496]	0,444	0,424	0,472	0,485

Fuente: elaboración propia con referencia a la hoja ÓPTIMO_ECON_OPER y MC_ROBUSTEZ_RESUMEN.

Implicaciones gerenciales y estrategias recomendadas

Los hallazgos del modelo econométrico y la caracterización descriptiva permiten formular lineamientos prácticos para la gestión financiera en empresas del sector de seguridad privada. La evidencia respalda la existencia de un óptimo interior de endeudamiento y la conveniencia de políticas diferenciadas por tamaño, orientadas a maximizar el GAP sin comprometer la liquidez ni la estabilidad operativa.

Segmentos con GAP óptimo negativo

En microempresas, el GAP en el óptimo sigue siendo negativo; la prioridad no es aumentar deuda sino mejorar ROE (margen, productividad, mezcla de servicios) y/o reducir WACC (costo de deuda real, riesgo percibido, capitalización), manteniendo apalancamiento conservador en la mitad inferior del IQR.

Política de apalancamiento objetivo

La política de apalancamiento debe estructurarse como una banda dinámica en torno al óptimo económico (e^*) y al rango intercuartílico (IQR) observado en cada subgrupo (tamaño-año). Este enfoque evita metas rígidas y reduce el riesgo de decisiones extremas.

Principios operativos (banda + metas por tamaño)

- Meta central: fijar e^* por tamaño-año (**¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.**) como *centro de gravedad*; revisar anualmente.
- Banda de control: usar *IQR* [p_{25}, p_{75}] del tamaño-año como “zona verde”; p_{75} activa alerta y p_{95} (MC) es límite duro.
- Condicionales: antes de subir deuda exigir $Liquidez \geq 2,0$, $ICR \geq 3$, y $ROI > WACC$; si *Ciclo de efectivo* > 100 días, pausar apalancamiento.

Ejemplos:

- Grande: mantener 0,40 – 0,56 con meta $\approx 0,47 - 0,48$ y alerta si $> 0,55$.

- Micro / pequeña: converger gradualmente a 0,36 – 0,41 evitando $< 0,29$ (*subapalancamiento*) o $> 0,53$ (*sobreapalancamiento*).

Condicionalidades operativas

La implementación de la política de apalancamiento objetivo debe acompañarse de condiciones mínimas que garanticen la sostenibilidad financiera y la resiliencia ante shocks:

1. Liquidez mínima: Mantener un ratio de liquidez $\geq 2,0$ para absorber variaciones en flujo de caja y evitar tensiones en capital de trabajo.
2. Control del ciclo operativo: No incrementar endeudamiento si el ciclo de efectivo supera el umbral sectorial (p. ej., > 100 días), para evitar riesgos de iliquidez.
3. Cobertura de intereses: Exigir un nivel mínimo de cobertura ($EBIT/Intereses \geq 3$) antes de autorizar nueva deuda.
4. Evaluación de ROI: Solo aumentar apalancamiento si el retorno esperado del proyecto supera el WACC ajustado por riesgo.
5. Alertas tempranas: Activar planes de contingencia si el endeudamiento cruza p75 o si la simulación Monte Carlo proyecta probabilidad $> 10\%$ de superar p95.
6. Razonamiento gerencial: Estas condicionalidades actúan como filtros preventivos, asegurando que la política de apalancamiento no se traduzca en vulnerabilidad financiera. Además, permiten integrar la estrategia de capital con la gestión operativa y la planificación de inversiones.
7. Planeación: fijar meta anual de e por subgrupo y trayectoria trimestral de convergencia (gap-to-target).
8. Ejecución: alinear presupuesto de CAPEX/OPEX y política de dividendos para no forzar salidas del corredor [p25, p75].
9. Control: tablero con señales tempranas (cruces de p75 o p95 MC) y acciones condicionadas (stop de endeudamiento, priorizar amortizaciones).
10. Revisión: actualización anual de bandas y e^* con los nuevos datos sectoriales; stress test semestrales con simulación.

Riesgos, supuestos y límites de validez

Dependencia de especificación: el óptimo surge de una forma funcional cuadrática; cambios de especificación (no linealidades más complejas, quiebres estructurales) pueden desplazar e^* . Se mitiga con comparativos por subgrupos y verificación de robustez (Monte Carlo).

Heterogeneidad no observada: diferencias en riesgo contractual, composición de cartera y rotación operativa pueden modificar la pendiente local. El uso de bandas IQR reduce el riesgo de sobreajuste a un punto único.

Cambios de régimen financiero: choques en tasas o acceso a crédito pueden estrechar o desplazar el corredor operativo. La práctica de recalibración anual por tamaño-año preserva la vigencia de la política.

La relación deuda-valor puede sufrir causalidad inversa (el desempeño facilita el crédito) y variables omitidas. Nuestro enfoque OLS con errores robustos es asociativo; no afirmamos causalidad. En futuros trabajos, se sugieren instrumentos (p. ej., shocks en tasas exógenas a la firma, profundidad bancaria local) o modelos dinámicos (diferencias-en-diferencias con eventos regulatorios).

CONCLUSIONES

El comparador confirma que W_p5–p95 (restringido) ofrece el mejor equilibrio entre ajuste, parsimonia y forma funcional; depurar colas con un recorte moderado y restringir por Tukey estabiliza la estimación sin pérdida sustantiva de señal.

La relación GAP y endeudamiento es cóncava ($\beta_2 < 0$), habilitando un óptimo interior $e^* \approx 0,444$ que cae dentro del $IQR \approx [0,344; 0,550]$; por tanto, el óptimo operativo coincide con el económico y es implementable como banda ($\approx 0,42 - 0,48$) más que como punto rígido. La robustez Monte Carlo ($p50 \approx 0,424, p95 \approx 0,485$) indica baja sensibilidad bajo incertidumbre paramétrica.

Las simulaciones Monte Carlo validan la robustez del óptimo: la mediana se sitúa cerca de 0,42–0,47 y el percentil 95 por debajo de 0,49. Esto indica baja sensibilidad del resultado a la incertidumbre paramétrica y muestral, lo cual respalda la implementabilidad del punto óptimo como guía de la política de endeudamiento para el sector.

El desempeño predictivo es moderado, pero suficiente para decisiones de rango (“bandas de endeudamiento”) más que para punto exacto: el $R_{ajustado}^2 \approx 0,089$ y el $RMSE \approx 1,11$ del escenario ganador evidencian un poder explicativo moderado, esperable en datos empresariales con alta heterogeneidad. Este nivel de ajuste sugiere usar el óptimo como referencia de banda (p. ej., 0,42–0,48) más que como punto rígido, y complementarlo con juicio gerencial y covariables de riesgo específicas de cada firma.

Conclusiones por objetivo

Objetivo 1

El análisis confirma que el ratio de endeudamiento y su efecto cuadrático son los principales determinantes del GAP, lo que evidencia la existencia de una relación no lineal entre deuda y creación de valor. Las variables financieras y operativas consideradas fueron: ratio de endeudamiento (lineal y cuadrático), liquidez, ciclo de efectivo y densidad laboral, además de efectos por tamaño y año.

Aunque los controles no resultaron significativos, su inclusión garantizó consistencia metodológica y descartó sesgos. Las dummies de tamaño mostraron efectos positivos frente a la categoría base, indicando que empresas grandes toleran mayor apalancamiento sin destruir valor.

Objetivo 2

El modelo econométrico y las simulaciones permiten definir una banda óptima sectorial de endeudamiento entre 0,42 y 0,48, con un valor central cercano a 0,44. Sin embargo, este rango no debe interpretarse como un óptimo único y universal, dado que la variabilidad del sector, las diferencias por tamaño y las condiciones macroeconómicas hacen que el nivel óptimo sea contextual y dinámico. A nivel de subgrupos, se observan variaciones relevantes:

- Microempresas: óptimos entre 0,28 y 0,41.
- Pequeñas y medianas: rangos entre 0,40 y 0,55, con óptimos cercanos a 0,43–0,44.
- Grandes empresas: valores más altos, con óptimos alrededor de 0,47 y límites superiores cercanos a 0,58.

Por ello, se recomienda usar el rango como referencia flexible, complementada con un análisis interno de liquidez, riesgo y estrategia.

Objetivo 3

El modelo OLS cuadrático aplicado sobre panel empresa-año (2022-2024) cumple con los criterios de parsimonia y consistencia teórica, al capturar la relación cóncava entre endeudamiento y GAP. Aunque el poder explicativo es moderado, la forma funcional es coherente con la hipótesis del *trade-off* deuda-valor y permite derivar un óptimo interior robusto.

Este aporte es relevante porque convierte datos contables en criterios cuantitativos para definir políticas de apalancamiento objetivo, ajustadas por tamaño y por condiciones macroeconómicas; y ofrece una herramienta replicable para la toma de decisiones financieras en el sector.

Las simulaciones Monte Carlo refuerzan la robustez del rango recomendado, consolidando su utilidad práctica, pero también confirman que el óptimo debe interpretarse como una guía adaptable, no como una regla rígida.

Objetivo general

En síntesis, este estudio cumple el objetivo general al proponer un marco cuantitativo para estimar la estructura óptima de capital en empresas del sector de seguridad privada en Colombia.

El modelo econométrico, complementado con simulaciones de robustez, permite definir un rango operativo de endeudamiento que maximiza la creación de valor bajo condiciones promedio, ofreciendo una referencia práctica para la gestión financiera.

No obstante, los resultados confirman que el óptimo no es único ni estático: depende del tamaño empresarial, de las condiciones macroeconómicas y de factores operativos internos.

Por ello, el aporte principal de esta investigación no es una cifra rígida, sino una herramienta adaptable que orienta políticas de apalancamiento objetivo y decisiones estratégicas en un sector caracterizado por alta variabilidad y sensibilidad al entorno.

Implicación práctica

La política de apalancamiento debe formularse como una banda objetivo-dinámica, con revisiones periódicas según el tamaño de la empresa, el ciclo operativo y las condiciones del mercado. Este enfoque flexible permite balancear crecimiento y solvencia, reduciendo la probabilidad de decisiones extremas.

REFERENCIAS

- Allen, F., Myers, S. c., & Brealey, R. A. (2017). *Principios de finanzas corporativas*. McGrawHill.
- Arhinful, R., Mensah, L., Ismail, H., Amin, M., & Obeng, H. A. (2024). The influence of cost of debt, cost of equity and weighted average cost of capital on dividend policy decision: evidence from non-financial companies listed on the Frankfurt Stock Exchange. *Future Business Journal* 2024, 10(1). <https://doi.org/10.1186/S43093-024-00384-8>
- Carrasco Salazar, V. A., & Rivera Gaucho, W. V. (2025). *Determinantes del acceso al financiamiento en la estructura de capital de las empresas del sector de la construcción de la provincia del Pichincha. Periodo 2011-2021* [Tesis de Economía, Universidad Nacional de Chimborazo]. <http://dspace.unach.edu.ec/handle/51000/14829>
- Chávez Vivar, J., Pacheco Zeña, M. A., Rebolledo Garcia, E. M., Rojas Robles, Y. N., & Soto Callo, A. (2022). *Estructura de capital, rentabilidad y la creación de valor en empresas de generación de energía eléctrica en el Perú* [Trabajo de maestría, ESAN Graduate School of Business]. <https://hdl.handle.net/20.500.12640/3046>
- Cook, R. D. (1977). Detection of Influential Observation in Linear Regression. *Technometrics*, 19(1), 15-18. <https://doi.org/10.1080/00401706.1977.10489493>
- Damodaran, A. (2001). *Corporate Finance: Theory and Practice*. John Wiley & Sons.
- Efron, B., & Tibshirani, R. J. (1994). An Introduction to the Bootstrap. En *An Introduction to the Bootstrap*. <https://doi.org/10.1201/9780429246593>
- Enríquez Díaz, L. R., & Hernández Ocampo, S. E. (2021). Relación entre estructura de capital y rentabilidad de las microempresas del sector construcción de Loja-Ecuador. *Tesla Revista Científica*, 4(2), 1-12. <https://doi.org/10.55204/TRC.V4I2.E414>
- Gallego Escobar, D. A. (2018). *Estructura de capital en Pymes: estudio de caso de empresa colombiana* [Trabajo de maestría, Universidad EAFIT]. <https://hdl.handle.net/10784/12425>
- Grupo Atlas de Seguridad Integral. (s. f.). *Perspectiva del sector de la seguridad privada en Colombia*. Boletín 7. ATLAS. <https://www.atlas.com.co/seguridad-privada-en-colombia/>

- Hernández, A. R., & Salinas, C. R. (2020). *Análisis de estructura de capital en el sector de seguridad y vigilancia privada. Un estudio de caso en Bogotá, Colombia* [Trabajo de especialización, Universidad Minuto de Dios]. <https://hdl.handle.net/10656/10208>
- Kraus, A., & Litzenberger, R. H. (1973). A State-Preference Model of Optimal Financial Leverage. *The Journal of Finance*, 28(4), 911. <https://doi.org/10.2307/2978343>
- Lorena, M., Botero, G., Zúñiga, F. A., Salgado, E., Ana, C., González, C., Carlos, L., De Guevara, D. L., Rodríguez, M., Clemente, B., Pineda, F., Pombo, C., Catalina, V., Mejía, E., & Camacho, P. S. (2008). *Las proposiciones de Modigliani y Miller y el papel de la estructura de capital*. Universidad de los Andes. <https://repositorio.uniandes.edu.co/server/api/core/bitstreams/665ee834-2dcb-4f3b-bd34-2c271bb91e10/content>
- Marín Idárraga, D. A. (2012). Teoría de agencia y costos de transacción: una observación teórica de sus postulados. *Revista Mutis*, 2(1), 61–81. <https://doi.org/10.21789/22561498.362>
- Myers, S. C., & Majluf, N. S. (1984). Corporate financing and investment decisions when firms have information that investors do not have. *Journal of Financial Economics*, 13(2), 187-221. [https://doi.org/10.1016/0304-405X\(84\)90023-0](https://doi.org/10.1016/0304-405X(84)90023-0)
- Pérez, C. (2018). El sector de seguridad y vigilancia privada: Evolución reciente y principales retos laborales, regulatorios y de supervisión. *Cuadernos Fedesarrollo*, (65). <https://www.fedeseuridad.org/web/files/investigaciones/50.pdf>
- Restrepo Cadavid, S. (2022). *Apalancamiento financiero y su impacto en una empresa del sector textil y de la confección en Colombia* [Trabajo de maestría, Universidad EAFIT]. <https://hdl.handle.net/10784/31531>
- Sánchez Diez, I. E. (2021). La formación de los profesionales de la seguridad privada en Colombia: la aplicación del artículo 11 de la Ley 1920 de 2018 (Ley del Vigilante). *Memorias Forenses*, 4, 47-55. <https://doi.org/10.53995/25390147.824>
- Superintendencia de Vigilancia y Seguridad Privada (2024). *Indicadores financieros. Sector de Vigilancia y Seguridad Privada*. Superintendencia de Vigilancia y Seguridad Privada.
- Supervigilancia. (2022, mayo 17). *Sector de Vigilancia y la Seguridad privada le cumplió a Colombia*. Supervigilancia.

<https://www.supervigilancia.gov.co/publicaciones/9615/sector-de-vigilancia-y-la-seguridad-privada-le-cumplio-a-colombia/>

Vásquez Tejos, F. J., y Pape Larre, H. (2021). La Teoría de la Sincronización del Mercado y del Orden Jerárquico en América Latina. *Revista Finanzas y Política Económica*, 13(2), 345-370. <https://doi.org/10.14718/revfinanzpolitecon.v13.n2.2021.4>

Zambrano Mera, J. G. (2022). *Análisis de la estructura de capital en el apalancamiento financiero de las empresas del sector farmacéutico en la ciudad de Guayaquil período 2016- 2020* [Trabajo de grado, Universidad Tecnológica Empresarial de Guayaquil]. <http://biblioteca.uteg.edu.ec/xmlui/handle/123456789/1647>

Zapata Quinchía, A. (2024, agosto 19). *El crimen y la violencia le cuestan a América Latina el 3,5% de su PIB anual: presidente del BID*. *El Colombiano*. <https://www.elcolombiano.com/negocios/crimen-violencia-impactan-pib-america-latina-FB25243776>