

IDENTIFICACIÓN DE LAS PROPIEDADES DINÁMICAS DE UNA ESTRUCTURA SOMETIDA A VIBRACIÓN  
AMBIENTAL EMPLEANDO ANÁLISIS ESPECTRAL

DAVID HENAO ÁNGEL

UNIVERSIDAD EAFIT  
ESCUELA DE INGENIERÍA  
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA CIVIL  
MEDELLÍN  
2013



IDENTIFICACIÓN DE LAS PROPIEDADES DINÁMICAS DE UNA ESTRUCTURA SOMETIDA A VIBRACIÓN  
AMBIENTAL EMPLEANDO ANÁLISIS ESPECTRAL

DAVID HENAO ÁNGEL

Proyecto de grado para optar por el título de Magister en Ingeniería

ASESOR:  
JUAN CARLOS BOTERO PALACIO, PhD

UNIVERSIDAD EAFIT  
ESCUELA DE INGENIERÍA  
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA CIVIL  
MEDELLÍN  
2013



## **AGRADECIMIENTOS**

Al profesor Juan Carlos Botero Palacio por todo su apoyo, confianza, asesoría, paciencia y amistad durante el desarrollo de este proyecto.

A la Universidad EAFIT por apostarle a la investigación y brindar los medios económicos para el desarrollo de este proyecto.

Al Dr. David Murià Vila por sus valiosos aportes técnicos y asesoría en el desarrollo de esta investigación.



## TABLA DE CONTENIDO

RESUMEN .....	15
INTRODUCCIÓN .....	17
1. OBJETIVOS .....	19
1.1. OBJETIVO GENERAL .....	19
1.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS .....	19
2. GENERALIDADES .....	21
2.1. INSTRUMENTACIÓN .....	21
2.1.1. REGLAMENTACIÓN EN COLOMBIA .....	21
2.2. TIPOS DE MEDICIÓN .....	22
2.2.1. MEDICIONES SÍSMICAS .....	22
2.2.2. VIBRACIONES FORZADAS .....	22
2.2.3. VIBRACIONES AMBIENTALES .....	23
2.3. PROCEDIMIENTOS DE ANÁLISIS .....	23
2.3.1. TÉCNICAS NO PARAMÉTRICAS.....	23
2.3.2. TÉCNICAS PARAMÉTRICAS.....	23
3. PROCESOS ESTOCÁSTICOS.....	25
3.1. GENERALIDADES.....	26
3.2. FUNCIONES DE CORRELACIÓN .....	27
3.2.1. AUTOCORRELACIÓN.....	27
3.2.2. CORRELACIÓN CRUZADA.....	27
3.3. ANÁLISIS DE FOURIER .....	27
3.3.1. TRANSFORMADA DE FOURIER.....	27
3.3.2. ESPECTRO DE AMPLITUDES DE FOURIER .....	27
3.4. FUNCIONES DE DENSIDAD ESPECTRAL .....	28
3.4.1. ESPECTRO DE POTENCIA .....	28
3.4.2. ESPECTRO CRUZADO DE POTENCIA .....	28
3.4.2.1. Funciones de potencia unilaterales .....	28
3.5. FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA .....	29

3.6.	FUNCIÓN DE COHERENCIA.....	30
3.7.	FASE .....	30
4.	IDENTIFICACIÓN EXPERIMENTAL DE SISTEMAS.....	33
4.1.	EL RUIDO .....	33
4.2.	LAS VIBRACIONES AMBIENTALES COMO PROCESO ERGÓDICO.....	34
4.3.	ANÁLISIS DE SEÑALES .....	34
4.4.	TRATAMIENTO DIGITAL DE SEÑALES.....	35
4.4.1.	CORRECCIÓN DE LÍNEA BASE Y ELIMINACIÓN DE TENDENCIA.....	35
4.4.2.	FILTRADO.....	36
4.4.3.	VENTANAS .....	37
4.4.4.	PROCEDIMIENTOS DE ESTIMACIÓN.....	38
4.5.	FUNCIONES DE CORRELACIÓN .....	38
4.5.1.	FUNCIONES DE CORRELACIÓN PARA DATOS EN EL TIEMPO.....	38
4.5.2.	PROCEDIMIENTOS PARA LA ESTIMACIÓN DE LA CORRELACIÓN.....	38
4.6.	TRANSFORMADA RÁPIDA FINITA DE FOURIER.....	39
4.7.	FUNCIONES DE DENSIDAD ESPECTRAL.....	40
4.7.1.	ESPECTRO VÍA FUNCIONES DE CORRELACIÓN .....	40
4.7.2.	ESPECTRO VÍA TRANSFORMADAS DE FOURIER.....	40
4.7.3.	PROCEDIMIENTOS PARA LA ESTIMACIÓN DE ESPECTROS .....	41
4.7.4.	FUNCIÓN DE COHERENCIA .....	42
4.7.5.	ERRORES DE LOS ESTIMATIVOS.....	42
4.8.	AMORTIGUAMIENTO.....	42
4.8.1.	MÉTODO DEL SEMIANCHO DE BANDA .....	43
4.8.2.	MÉTODO DEL DECREMENTO LOGARÍTMICO.....	43
5.	PROGRAMA EXPERIMENTAL.....	45
5.1.	MODELO DE ANÁLISIS.....	45
5.1.1.	DIRECCIONES DE ANÁLISIS .....	46
5.1.2.	ANÁLISIS Y DISEÑO ESTRUCTURAL.....	47
5.1.3.	CONSTRUCCIÓN Y ADECUACIÓN .....	49
5.2.	EQUIPOS.....	49

5.3.	CAMPAÑA EXPERIMENTAL .....	50
5.3.1.	INSTRUMENTACIÓN DE LA ESTRUCTURA.....	50
5.3.2.	PRUEBAS DE VIBRACIÓN FORZADA .....	53
5.3.3.	PRUEBAS DE VIBRACIÓN AMBIENTAL.....	53
6.	ANÁLISIS DE RESULTADOS .....	55
6.1.	PRUEBAS DE VIBRACIÓN FORZADA .....	55
6.1.1.	TIPO DE ANÁLISIS REALIZADO .....	55
6.1.2.	FRECUENCIAS DE TRASLACIÓN.....	56
6.1.3.	FRECUENCIAS DE ROTACIÓN (TORSIÓN).....	56
6.1.4.	FORMAS MODALES .....	58
6.1.5.	AMORTIGUAMIENTO .....	60
6.1.6.	RESULTADOS.....	62
6.2.	PRUEBAS DE VIBRACIÓN AMBIENTAL .....	63
6.2.1.	GENERALIDADES .....	63
6.2.2.	FRECUENCIAS DE TRASLACIÓN.....	63
6.2.3.	FRECUENCIAS DE ROTACIÓN (TORSIÓN).....	69
6.2.4.	FORMAS MODALES .....	73
6.2.5.	AMORTIGUAMIENTO .....	74
6.2.6.	RESULTADOS.....	75
6.3.	COMPARACIÓN DE RESULTADOS .....	75
7.	CONCLUSIONES.....	77
8.	BIBLIOGRAFÍA.....	81
	ANEXO A: PROGRAMA DE CÓMPUTO PARA EL ANÁLISIS DE SEÑALES.....	81
	ANEXO B: ANÁLISIS ESPECTRAL.....	92
	ANEXO C: RESULTADOS PRUEBAS DE VIBRACIÓN AMBIENTAL.....	95
	ANEXO D: PLANOS MODELO DE ANÁLISIS.....	106



## LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Clasificación de los procesos aleatorios.....	25
Figura 2: Relaciones lineales para el análisis de señales (Bernal & Melo, s.f.).....	26
Figura 3: Relaciones cuadráticas para el análisis de señales(Bernal & Melo, s.f.).....	26
Figura 4: Corrección de línea base de registros en el tiempo. ....	36
Figura 5: Aplicación ventana de Hanning.....	37
Figura 6: Método del semiancho de banda. (Clough & Penzien, 1993).....	43
Figura 7: Respuesta a vibración libre amortiguada. (Botero, 2011).....	44
Figura 8: Estructura de análisis.....	45
Figura 9: Disposición de columnas y direcciones de análisis.....	46
Figura 10: Modelo de análisis.....	47
Figura 11: Sección transversal de viga para modelo de análisis.....	47
Figura 12: Modos de vibración de traslación .....	48
Figura 13: Modos de Vibración de Rotación .....	49
Figura 14: Instrumentación Sísmica.....	49
Figura 15: Instrumentación de una estructura mediante CUSP-Me (Canterbury Seismic Instruments, 2012) .....	50
Figura 16: Disposición de sensores – Pruebas de traslación .....	51
Figura 17: Instrumentación de uno de los niveles para pruebas de traslación.....	51
Figura 18: Instrumentación de la estructura - Pruebas de torsión.....	52
Figura 19: Instrumentación nivel 2 para pruebas de torsión .....	52
Figura 20: Pruebas de vibración forzada.....	53
Figura 21: Espectros de amplitudes de Fourier - Vibración forzada.....	56
Figura 22: Espectros de Fourier para pruebas de torsión. ....	57
Figura 23: Identificación frecuencias de torsión - Vibración forzada .....	57
Figura 24: Ángulo de Fase entre señales de extremos de un mismo nivel – Vibración forzada .....	58
Figura 25: Espectro de Fourier en la frecuencia de análisis y para todos los niveles .....	59
Figura 26: Espectro de fase entre dos señales. ....	59
Figura 27: Forma Modal Calculada. Segundo modo en dirección X .....	60

Figura 28: Espectros de Fourier y formas modales – Vibración forzada.....	60
Figura 29: Señal de respuesta a la vibración forzada. Nivel 5 - Dirección X.....	61
Figura 30: Puntos máximos de la señal de respuesta. Nivel 5 - Dirección X. ....	61
Figura 31: Espectros de Fourier para pruebas de vibración ambiental .....	64
Figura 32: Espectros de potencia – Vibración ambiental.....	65
Figura 33: Funciones de transferencia Base-N5 – Vibración ambiental .....	65
Figura 34: Función de coherencia – Ensayos de traslación – Vibración ambiental .....	66
Figura 35: Espectros de potencia – Vibración ambiental.....	67
Figura 36: Funciones de transferencia N2 - N5 – Vibración ambiental .....	68
Figura 37: Función de coherencia N2 - N5 – Vibración ambiental .....	68
Figura 38: Espectros de Fourier para pruebas de torsión - Vibración ambiental.....	69
Figura 39: Identificación frecuencias de torsión - Vibración ambiental. ....	70
Figura 40: Funciones de transferencia – Ensayos de torsión – Vibración ambiental .....	71
Figura 41: Función de coherencia Nivel 5 Centro - Nivel 5 extremo .....	71
Figura 42: Ángulo de fase entre señales de los extremos para un mismo nivel – Vibración ambiental. ....	72
Figura 43: Ángulo de fase para las frecuencias identificadas de los modos de torsión - Sensores extremos opuestos .....	72
Figura 44: Función de Coherencia entre las señales de sensores de extremos opuestos. ....	72
Figura 45: Formas modales de los tres primeros modos en cada dirección - Vibración ambiental. ....	73
Figura 46: Cociente espectral para el cálculo del amortiguamiento. Modo 1, dirección X .....	74

## LISTA DE TABLAS

Tabla 1: Características del modelo de análisis .....	46
Tabla 2: Análisis Modal .....	48
Tabla 3: Amplitudes para cálculo de forma modal .....	59
Tabla 4: Máximos de la señal de respuesta. Nivel 5, dirección X .....	61
Tabla 5: Cálculo del amortiguamiento. Método del decremento logarítmico. Dirección X .....	62
Tabla 6: Frecuencias de vibración de la estructura – Resultados pruebas de vibración forzada .....	62
Tabla 7: Amortiguamiento. Método del decremento logarítmico – Pruebas de vibración forzada	63
Tabla 8: Cálculo del amortiguamiento, método del semiancho de banda. Modo 1, dirección X ....	74
Tabla 9: Frecuencias de vibración de la estructura – Resultados pruebas de vibración ambiental.	75
Tabla 10: Amortiguamiento. Método del semiancho de banda.....	75
Tabla 11: Resultados analíticos y experimentales .....	76



## RESUMEN

Se adopta una metodología basada en la teoría de procesos estocásticos para la determinación de frecuencias, formas modales y amortiguamientos de una estructura sometida a vibraciones ambientales. El procedimiento se lleva a cabo mediante el uso del análisis espectral, el cual utiliza espectros de potencia, funciones de transferencia, funciones de coherencia, entre otros, para describir el comportamiento de una estructura sometida a cualquier tipo de excitación.

A partir del análisis de registros de aceleraciones obtenidos en diferentes puntos de la estructura, es posible identificar las propiedades dinámicas de la misma, empleando el análisis espectral.

Para la validación y verificación de los resultados, se construyó en la Universidad EAFIT un modelo de una edificación a escala 1:3, el cual fue instrumentado empleando acelerómetros de alta precisión. Se realizaron pruebas de vibración ambiental y de vibración forzada con pequeñas amplitudes de excitación. A los registros obtenidos se les realizó el análisis espectral y se compararon los resultados obtenidos con un análisis dinámico convencional. Los resultados permiten establecer una buena correlación entre los datos experimentales y teóricos.

Palabras clave: Vibraciones Ambientales, Análisis Espectral, Análisis Dinámico, Procesos Estocásticos, Identificación de Sistemas.

A methodology based on the stochastic processes is adopted. The aim of this methodology is the determination of frequencies, modal shapes and damping ratios from a structure subjected to ambient vibrations. The procedure is carried out by the using of spectral analysis, which uses power spectrums, transfer functions and coherence functions among others to describe the behavior of a structure submitted to any kind of vibration.

From the analysis of acceleration records obtained in different points of a structure, it is possible to identify its dynamic properties, using the spectral analysis.

For the result validation, it was built in the EAFIT University a model from a building scale 1:3 and was instrumented using high definition accelerometers. Ambient vibration and forced vibration tests were carried out and the results were compared with the conventional dynamic analysis. The results allow establishing a good correlation between the experimental and theoretical data.

Key Words: Ambient Vibrations, Spectral Analysis, Dynamic Analysis, Stochastic Process, System Identification



## INTRODUCCIÓN

La finalidad última del diseño sísmico y las construcciones sismo-resistentes es la de proporcionar estructuras seguras que preserven la vida humana ante fenómenos naturales que alteran las condiciones normales de una edificación. Para lograr este objetivo, la ingeniería estructural ha propuesto modelos y metodologías de diseño, muchos de ellos basadas en las experiencias proporcionadas por los sismos a través de la historia moderna. Debido a esta condición, se hace necesario el desarrollo de técnicas que permitan continuar con el desarrollo de este conocimiento y evaluar la veracidad y utilidad de las técnicas utilizadas.

El análisis de señales provenientes de las vibraciones de las estructuras se establece como una serie de pruebas experimentales de la dinámica estructural que posibilitan la identificación de las propiedades dinámicas de las estructuras sometidas a algún tipo de excitación. Este procedimiento presenta, además de una posibilidad de comprender el comportamiento real de las estructuras y una forma de corroborar las suposiciones del diseño, una manera de verificar si la estructura ha evidenciado daños que afectan su comportamiento estructural debido a eventos sísmicos u otro tipo de afectaciones.

Existen tres tipos de ensayos que se pueden llevar a cabo en las estructuras para comprender las propiedades dinámicas de las mismas: pruebas sísmicas, forzadas y de vibración ambiental. En las primeras se registran las vibraciones de la estructura producto de movimientos telúricos, en las segundas se induce artificialmente una excitación a la estructura con el fin de registrar su comportamiento y en las últimas se registra por medio de aparatos de alta resolución las vibración producto del uso normal de la edificación. En este proyecto se pretende desarrollar una metodología que permita el análisis de los resultados de este tipo de monitoreo con especial énfasis en las vibraciones ambientales.

En la actualidad en Colombia son muy pocas las estructuras instrumentadas y la instrumentación de estructuras es un tema al que se le presta poca atención a pesar de estar reglamentado. Este proyecto pretende ser el inicio de una línea de investigación en la Universidad EAFIT que permita el desarrollo del monitoreo estructural y facilite su análisis.



## 1. OBJETIVOS

### 1.1. OBJETIVO GENERAL

Adoptar una metodología, generar herramientas computacionales propias y validar los resultados obtenidos con un modelo experimental, con el fin de evaluar las propiedades dinámicas de un sistema estructural empleando técnicas de vibración ambiental o vibración forzada, mediante ajustes matemáticos de las respuestas obtenidas experimentalmente.

### 1.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Definir los procesos analíticos y matemáticos a emplear tanto en el procesamiento de señales como en la identificación de sistemas.
- Establecer los protocolos necesarios para instrumentar una estructura empleando técnicas de vibración ambiental, haciendo referencia a la ubicación tridimensional de los aparatos.
- Elaborar un programa de cómputo que implemente los procesos analíticos y matemáticos, con el fin de analizar los registros de aceleraciones y correlacionarlos entre sí, para evaluar las propiedades dinámicas del sistema.
- Diseñar, construir y ensayar una estructura elemental, para excitarla en la mesa vibradora de EAFIT, con el fin de validar las herramientas de cómputo.



## 2. GENERALIDADES

El diseño sismo-resistente de edificaciones está basado en una serie de teorías y formulaciones matemáticas que permiten predecir las propiedades dinámicas de las mismas; este tipo de modelos contiene una gran cantidad de hipótesis en algunos aspectos estructurales en los cuales existen grandes incertidumbres de su comportamiento real ante excitaciones dinámicas (Murià Vila & Gonzalez Alcorta, 1995). La necesidad existente de establecer una relación real entre diseño y realidad justifica la elaboración de pruebas experimentales que permita establecer si las suposiciones de diseño se ajustan a la realidad.

### 2.1. INSTRUMENTACIÓN

La instrumentación consiste en la instalación de aparatos que registran datos bien sea de movimientos o deformaciones de una estructura o sitio del que se desea obtener información. Esta información puede ser de desplazamientos, velocidades, aceleraciones, fuerzas, entre otros y permiten la caracterización de la estructura y la identificación de las propiedades dinámicas de la estructura.

En el ámbito de la ingeniería civil, es posible instrumentar estructuras (edificaciones, presas, puentes, etc.), así como también se usa la instrumentación del terreno para la realización de estudios de amenaza, microzonificaciones sísmicas y comprender en general el comportamiento de las ondas sísmicas en sitios determinados.

La instrumentación de edificaciones es un tema que tiene una gran cantidad de aplicaciones dentro de los que se encuentran la comprensión de las teorías de la dinámica de estructuras, la evaluación de los diseños sísmicos de una estructura, la valoración de edificaciones después de la ocurrencia de sismos, la comprensión del comportamiento de estructuras sometidas a cargas dinámicas constantes como el viento o la acción de maquinaria, entre otros.

Un tipo de aparatos utilizados en la instrumentación de edificaciones son los acelerómetros, que como su nombre lo indica registran valores de aceleración de la estructura instrumentada. Además es posible utilizar varios tipos diferentes de sensores, como medidores de desplazamiento, de temperatura, entre otros.

#### 2.1.1. REGLAMENTACIÓN EN COLOMBIA

El *Reglamento Colombiano de Construcción Sismo Resistente (NSR10)*, el cual es la norma general para el diseño y construcción de edificaciones en Colombia, contiene en el capítulo A.11 todos los requisitos concernientes a la instrumentación de edificaciones.

En este código se indica cuándo deben colocarse los instrumentos sísmicos en las edificaciones, en dónde deben localizarse y quién corre con los costos de los instrumentos, del espacio que éstos ocupen y del mantenimiento y vigilancia de los mismos (Asociación Colombiana de Ingeniería Sísmica, 2010).

## 2.2. TIPOS DE MEDICIÓN

Las pruebas dinámicas experimentales consisten en realizar mediciones del comportamiento de las estructuras (en cuanto a parámetros de desplazamiento, velocidad y aceleración) sometidas a diferentes tipos de excitaciones con el fin de determinar directa o indirectamente los parámetros dinámicos de las mismas, como lo son entre otros: frecuencias dominantes, modos de vibración y amortiguamiento.

La realización de este tipo de pruebas en estructuras puede considerarse subdividida en tres grupos dependiendo del tipo de excitación a la cual está sometida la estructura.

### 2.2.1. MEDICIONES SÍSMICAS

Las mediciones sísmicas son las que se realizan a partir de eventos sísmicos reales ocurridos que afectan directamente a una edificación que cuenta con instrumentación sísmica permanente.

Este tipo de análisis muestra el comportamiento real de las estructuras sometidas a aceleraciones del terreno reales, con la desventaja que debido a la incertidumbre en la ocurrencia de sismos se debe contar con una instrumentación permanente y se requiere tiempo para disponer de la información pues está ligada a la incertidumbre de la ocurrencia de los sismo.

### 2.2.2. VIBRACIONES FORZADAS

Las vibraciones forzadas son aquellas en las que se genera una excitación de manera artificial, de tal modo que afecte la estructura a la cual se le desean realizar las mediciones. Este tipo de pruebas se pueden dividir en dos grupos: ensayos en laboratorio y ensayos a estructuras reales.

Las pruebas realizadas en laboratorio se llevan a cabo en mesas sísmicas, las cuales cuentan con la posibilidad de producir aceleraciones en la superficie de soporte de una estructura. Tienen la ventaja que se puede controlar el tipo de excitación de la estructura (amplitud, duración frecuencia), pero la desventaja que solo es aplicable a modelos construidos especialmente para ser ensayados en el laboratorio. Este tipo de mediciones es útil para la calibración de equipos y desarrollo de metodologías de análisis para los demás tipos de mediciones.

Para las pruebas de vibración forzada a estructuras reales se debe contar con el mecanismo que produzca excitación a la estructura. Dependiendo de la tipología de pruebas que se desee llevar a cabo y el control que se quiera tener de la carga aplicada, estos mecanismos pueden variar desde

un grupo de gente moviéndose rítmicamente en la azotea de un edificio, hasta grúas o gatos para introducir una excitación inicial.

### 2.2.3. VIBRACIONES AMBIENTALES

Este tipo de pruebas consiste en medir las vibraciones de las estructuras producidas por excitaciones de carácter ambiental, como lo son las producidas por el tránsito de los vehículos y el viento (Murià Vila & Gonzalez Alcorta, 1995).

Para la realización de este tipo de pruebas se requiere contar con instrumentos que posean la adecuada resolución debido a lo bajo de las amplitudes registradas y su mayor dificultad radica en la determinación de la fuente (y por consiguiente la señal) de excitación del sistema. Su gran ventaja consiste en que es un tipo de pruebas que se puede realizar en cualquier momento y a estructuras reales sin requerir instrumentación permanente. Su limitante es que sólo se obtienen datos representativos de la respuesta ante sollicitaciones de muy baja intensidad.

## 2.3. PROCEDIMIENTOS DE ANÁLISIS

Para el análisis de las propiedades dinámicas de los sistemas estructurales se tienen dos tipos diferentes de análisis o de técnicas que se describen a continuación.

### 2.3.1. TÉCNICAS NO PARAMÉTRICAS

Consisten en determinar las características del sistema estructural a partir del análisis de los datos en los dominios del tiempo y de la frecuencia (Murià Vila, 2007). Este tipo de análisis permite determinar las propiedades dinámicas de las estructuras a partir del análisis de datos experimentales. Este tipo de resultados se logra mediante la implementación de procedimientos matemáticos, transformaciones y funciones. Este tema en particular se desarrolla a profundidad en los capítulos 3 y 0, donde se describen cada uno de los procedimientos a realizarse en el uso de las técnicas paramétricas.

### 2.3.2. TÉCNICAS PARAMÉTRICAS

En ellas se establece un modelo matemático simplificado y se estiman los valores de los parámetros estructurales necesarios para producir una óptima correlación entre las respuestas medidas y las calculadas (Murià Vila, 2007). Para éste se hace uso de la teoría del análisis y dinámica estructural para modelar la estructura y obtener las propiedades de la estructura.



### 3. PROCESOS ESTOCÁSTICOS

Todo tipo de datos que representan un fenómeno físico pueden ser clasificados, de manera amplia como determinísticos o no determinísticos, también llamados aleatorios. Los datos determinísticos son aquellos que pueden ser descritos por una relación matemática explícita, mientras que los aleatorios no tienen esta propiedad, por lo que no existe manera de predecir un valor exacto en un instante futuro; por tal motivo deben ser descritos en términos probabilísticos más que matemáticos (Bendat & Piersol, 2010).

La mayoría de fenómenos físicos de interés para la ingeniería son aleatorios, esto es, cada experimento produce un único registro en el tiempo el cual no es probable de ser repetido y no puede ser predicho al detalle (Bendat & Piersol, 1993). Debido a esto, en cada instante de tiempo se encuentra lo que se denomina una variable aleatoria, es decir, una variable que puede tomar cualquier valor y que se caracteriza por una función de densidad de probabilidad.

Un proceso estocástico se define, de manera estricta, como el conjunto de variables aleatorias. En este sentido y como se mencionó anteriormente, los fenómenos físicos producen registros únicos, la colección de todos los registros que un fenómeno físico puede haber producido es llamado proceso aleatorio o proceso estocástico (Bendat & Piersol, 2010).

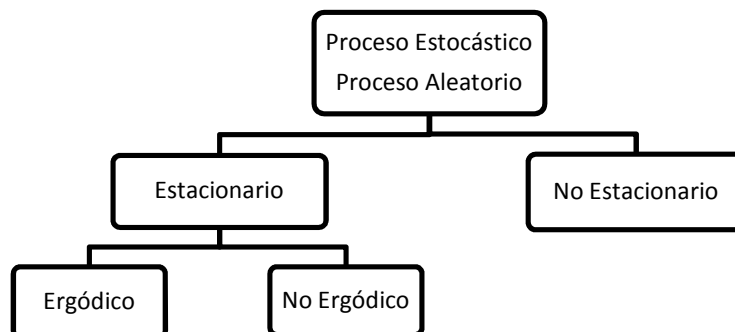


Figura 1: Clasificación de los procesos aleatorios

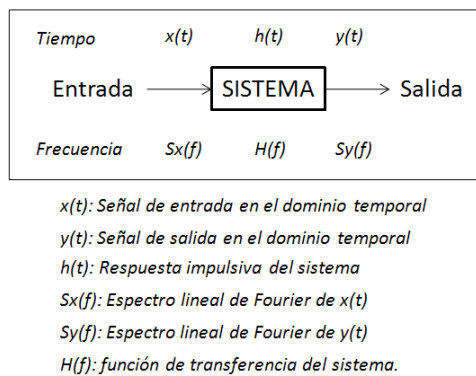
A partir de los procesos estocásticos o colección de registros, es posible obtener una serie de propiedades promedio de los datos o momentos que describen el proceso como tal, estos son el valor promedio, el valor promedio cuadrado, correlaciones, entre otros. A partir de estas propiedades es posible realizar la clasificación de los procesos aleatorios (Ver Figura 1). De esta manera, para el caso especial en que todos los valores promedio de interés permanecen constantes con el cambio del tiempo, es decir, ninguna de las propiedades es función del tiempo absoluto, se dice que el proceso es estacionario. Si además, estos promedios calculados del ensamble en un tiempo dado son iguales a los valores promedio calculados para un solo registro sobre todo el tiempo, el proceso se dice es ergódico.

### 3.1. GENERALIDADES

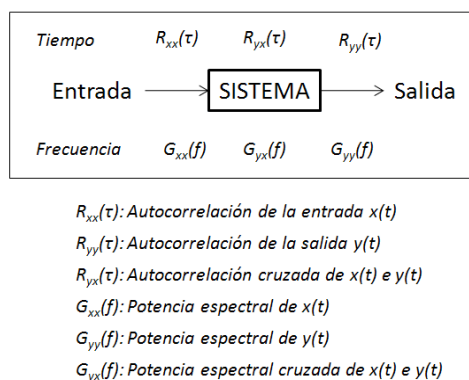
A continuación se describen las relaciones que caracterizan el proceso ergódico y que son de alguna utilidad para la identificación de las propiedades del proceso físico.

Los procedimientos para analizar las propiedades de datos aleatorios pueden ser divididos en dos categorías: el procedimiento para analizar registros de muestras individuales y el procedimiento para analizar registros de muestras múltiples dadas las propiedades de los registros individuales (Bendat & Piersol, 2010).

Los diagramas presentados en la Figura 2 y la Figura 3 muestran de manera esquemática las funciones tanto en el dominio del tiempo como en el dominio de la frecuencia que identifican un sistema a analizar. En general un conocimiento de las señales y parámetros allí mostrados permiten la identificación de las propiedades específicas del sistema. Más adelante se describen en detalle las funciones que permiten realizar el análisis de los datos y algunas otras derivadas de estas que permiten complementar la información requerida.



**Figura 2: Relaciones lineales para el análisis de señales (Bernal & Melo, s.f.).**



**Figura 3: Relaciones cuadráticas para el análisis de señales(Bernal & Melo, s.f.).**

### 3.2. FUNCIONES DE CORRELACIÓN

Son funciones en el dominio del tiempo que permiten caracterizar un proceso estocástico de manera individual o dos procesos con algún grado de relación entre ellos.

#### 3.2.1. AUTOCORRELACIÓN

La autocorrelación de un proceso aleatorio  $x(t)$  está definido como el valor promedio del producto  $x(t)x(t + \tau)$  (Newland, 1993). La función de autocorrelación es el promedio sobre todo el tiempo de una señal consigo misma desplazada un tiempo  $\tau$  (Bendat & Piersol, 2010) y está definida por:

$$R_{xx}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t) x(t + \tau) dt \quad (1)$$

#### 3.2.2. CORRELACIÓN CRUZADA

La correlación cruzada es la aplicación de la función de correlación a dos señales, vectores o funciones diferentes y puede afirmarse que es el promedio de una señal con otra desplazada un tiempo  $\tau$ . Esta función es una medida de la similitud de dos señales (Bendat & Piersol, 2010) y está definida por:

$$R_{xy}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t) y(t + \tau) dt \quad (2)$$

### 3.3. ANÁLISIS DE FOURIER

La mayoría de los ingenieros están familiarizados con la idea de un análisis frecuencial en el cual una función periódica puede ser descompuesta en sus componentes armónicos (Newland, 1993). Por medio del análisis de Fourier, es posible llevar una función o registro de datos, del dominio del tiempo al dominio de la frecuencia.

#### 3.3.1. TRANSFORMADA DE FOURIER

La transformada de Fourier es una herramienta matemática que permite llevar una función del dominio temporal al frecuencial. La transformada de Fourier de una función  $x(t)$  está dada por (Bendat & Piersol, 2010):

$$S_x(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-i2\pi ft} dt \quad (3)$$

#### 3.3.2. ESPECTRO DE AMPLITUDES DE FOURIER

La transformada de Fourier es una función compleja que puede ser escrita en términos de notación polar compleja como:

$$S_x(f) = |S_x(f)|e^{-i\theta(f)} \quad (4)$$

Donde  $|S_x(f)|$  es el espectro de amplitudes y  $\theta(f)$  es el espectro de fase. De esta manera, el espectro de amplitudes de Fourier es una función de densidad espectral, donde se grafican las amplitudes de la transformada de Fourier contra frecuencias para una señal dada.

### 3.4. FUNCIONES DE DENSIDAD ESPECTRAL

Son básicamente la representación en el dominio de la frecuencia de las funciones de correlación, es decir, su transformada de Fourier.

#### 3.4.1. ESPECTRO DE POTENCIA

La función de densidad autoespectral, autoespectro o función de densidad de potencia espectral está definida por la transformada de Fourier de la función de autocorrelación de una función o registro de tiempo  $x(t)$  (Bendat & Piersol, 1993), y está dada por:

$$S_{xx}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{xx}(\tau)e^{-i2\pi f\tau} d\tau \quad (5)$$

Los autoespectros también se pueden obtener mediante el producto del espectro de Fourier de una señal con su conjugada (Murià Vila, 2007) tal que:

$$S_{xx}(f) = S_x(f) S_x^*(f) \quad (6)$$

#### 3.4.2. ESPECTRO CRUZADO DE POTENCIA

La potencia espectral cruzada puede ser calculada como la transformada de Fourier de la correlación cruzada y se expresa por:

$$S_{xy}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{xy}(\tau)e^{-i2\pi f\tau} d\tau \quad (7)$$

Los espectros cruzados al igual que los autoespectros también se pueden obtener mediante el producto del espectro de Fourier una señal con la conjugada del espectro de otra (Murià Vila, 2007):

$$S_{xx}(f) = S_x^*(f) S_y(f) \quad (8)$$

##### 3.4.2.1. Funciones de potencia unilaterales

Las funciones de densidad espectral  $S_{xx}(f)$ ,  $S_{xy}(f)$  y  $S_{yy}(f)$  están definidas en todo el rango de los reales, son funciones bilaterales, las cuales son deseables para estudios analíticos, pero en práctica es más conveniente trabajar con espectros definidos únicamente sobre frecuencias no

negativas (Bendat & Piersol, 2010). Estas son llamadas funciones unilaterales y se denominan mediante  $G_{xx}(f)$ ,  $G_{xy}(f)$  y  $G_{yy}(f)$  y están dadas por:

$$G_{xx}(f) = \begin{cases} 2S_{xx}(f); & f > 0 \\ S_{xx}(f); & f = 0 \\ 0; & f < 0 \end{cases} \quad (9)$$

Su formulación es análoga para todas las funciones y las propiedades aplican igualmente para las funciones bilaterales que para las unilaterales.

### 3.5. FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA

La función de transferencia, también denominada función de respuesta en frecuencia es la que describe las características dinámicas de un sistema lineal (Bendat & Piersol, 2010). También se puede definir como la descripción matemática en el dominio de las frecuencias entre los espectros de Fourier de la entrada y la salida de un sistema (Bernal & Melo, s.f.). En términos prácticos es el cociente espectral entre los espectros de salida y de entrada:

$$H(f) = \frac{S_y(f)}{S_x(f)} \quad (10)$$

Al calcular la función de transferencia con la expresión anterior se corre el riesgo que existan términos donde  $S_x(f)$  sea cero para una frecuencia en particular, por lo tanto en la práctica se utilizan maneras alternativas de calcular  $H(f)$ , utilizando las potencias espectrales (Meruane, 2011). De esta manera, a partir de transformar en el dominio de la frecuencia las relaciones entre las auto correlaciones y las correlaciones cruzadas de las señales de entrada y de salida, es posible establecer un par de ecuaciones que dan la base para un método para la determinación de las propiedades de la función de respuesta en frecuencia de un sistema a partir de la medición y análisis de una prueba de vibraciones aleatorias (Ewins, 2000).

$$H_1(f) = \frac{G_{xy}(f)}{G_{xx}(f)} \quad (11)$$

$$H_2(f) = \frac{G_{yy}(f)}{G_{yx}(f)} \quad (12)$$

En este sentido y teniendo en cuenta que ambas formulaciones representan la función de transferencia de un mismo sistema, para un caso ideal, en el que no existiera ruido ni errores inherentes al proceso de medición ambas deberían ser iguales. Debido a que en las mediciones realizadas no existe una total similitud entre las funciones de transferencia, se describe una nueva función dada por la relación de éstas, denominada función de coherencia.

### 3.6. FUNCIÓN DE COHERENCIA

La función de coherencia es una medida de la consistencia que existe entre las señales de entrada y salida, es decir, qué tanto se puede afirmar que la señal de salida es producto únicamente de la señal de entrada o existen otro tipo de señales (ruido) que afectan la señal de salida. Matemáticamente, para sistemas lineares, la función de coherencia puede ser interpretada como la porción fraccional del promedio cuadrado en la salida  $y(t)$  que es contribuido por la entrada  $x(t)$  en una frecuencia específica  $f$  (Bendat & Piersol, 2010). El valor de la función de coherencia varía entre 0 y 1, siendo 0 cuando no existe coherencia entre las señales y 1 cuando la coherencia es perfecta. La función de coherencia está definida por la relación entre las funciones de transferencia y está dada por:

$$\gamma_{xy}^2(f) = \frac{H_1(f)}{H_2(f)} = \frac{|G_{xy}(f)|^2}{G_{xx}(f)G_{yy}(f)} \quad (13)$$

Cuando la función de coherencia es mayor que cero pero menor o igual que la unidad, una o más de las siguientes cuatro condiciones principales puede ocurrir (Bendat & Piersol, 1993)

- Ruido extraño presente en las mediciones.
- Errores de resolución presente en las estimaciones espectrales.
- El sistema que relaciona  $y(t)$  con  $x(t)$  no es lineal.
- La salida  $y(t)$  es debida a otras entradas además de  $x(t)$ .

### 3.7. FASE

Tanto la potencia espectral cruzada como las funciones de transferencia son conjuntos de datos complejos en los cuales, al igual que para la transformada de Fourier, los espectros presentados solo brindan información acerca de la magnitud. La fase o ángulo de fase de las señales  $\theta_{xy}(f)$  presenta la información faltante de estas funciones y se obtiene con el cociente de la parte real y la parte imaginaria de la función del espectro cruzado de potencia (Murià Vila, 2007).

$$G_{xy}(f) = A_{xy}(f) + iB_{xy}(f) \quad (14)$$

$$|G_{xy}(f)| = \sqrt{A_{xy}^2(f) + B_{xy}^2(f)} \quad (15)$$

$$\theta_{xy}(f) = \tan^{-1} \frac{B_{xy}(f)}{A_{xy}(f)} \quad (16)$$

El ángulo de fase o simplemente la fase, varía entre  $\pm\pi$  y es un indicativo de la dirección relativa del movimiento entre dos puntos de monitoreo, representados por dos señales registradas de manera simultánea. Es así como un ángulo de fase igual a cero entre dos puntos diferentes para una frecuencia dada indica correspondencia en el sentido del movimiento y se dice que están en

fase. Todo lo contrario ocurre cuando los puntos están en desfase, es decir, el ángulo de fase es de  $\pm\pi$ . El ángulo de fase es una herramienta útil para la determinación de las formas modales de una edificación, pues permite indicar la dirección del movimiento de cada nivel de una estructura.



#### 4. IDENTIFICACIÓN EXPERIMENTAL DE SISTEMAS

Un amplio rango de las aplicaciones de ingeniería del análisis de datos aleatorios se centra alrededor de la determinación de relaciones lineales entre dos o más grupos de datos. Estas relaciones lineales son generalmente extraídas en términos de las funciones de correlación o de sus transformadas de Fourier, llamadas funciones de densidad espectral. Las funciones de correlación y de densidad espectral proveen básicamente la misma información, con la diferencia que históricamente las funciones de correlación son de mayor utilidad matemática y estadística, mientras que las funciones de densidad espectral se han desarrollado más como una herramienta ingenieril (Bendat & Piersol, 1993).

Por otra parte, los fenómenos físicos de interés para la ingeniería no son infinitos y distan mucho de ser ideales. El número de registros disponibles en la práctica que describen un proceso estocástico y la longitud de los mismos, siempre será finito, por lo que los valores promedio y las funciones que describen el proceso serán siempre estimativos y no cálculos exactos (Bendat & Piersol, 2010). Dichos estimativos tendrán un error inherente que debe ser minimizado mediante el uso de técnicas experimentales adecuadas.

En términos prácticos, los resultados de las campañas experimentales son registros de tiempo o señales, leídas en un período de tiempo finito con las condiciones presentes en el momento de la medición, el presente capítulo describe los procedimientos necesarios para la adecuada manipulación de las señales.

##### 4.1. EL RUIDO

Se denomina ruido ambiental o vibraciones ambientales a movimientos de muy baja amplitud ( $<1$  Gal), prácticamente imperceptibles para el ser humano, pero al cual están constantemente expuestas las estructuras. Este tipo de excitaciones se debe generalmente al uso al que se encuentran sometidas las estructuras (Tránsito de vehículos, personas, maquinaria, etc.) y efectos del viento.

Generalmente el ruido se ha considerado como algo negativo y que debe ser eliminado, sin embargo se ha convertido en los últimos tiempos en una herramienta de gran utilidad para caracterizar los efectos locales y las propiedades dinámicas del lugar de registro y de las estructuras (Espinoza, 1999).

Este tipo de vibraciones que provocan la excitación de la estructura, es susceptible de ser medida con la instrumentación adecuada, y permite la identificación de las propiedades dinámicas de estructuras a partir de su análisis.

#### 4.2. LAS VIBRACIONES AMBIENTALES COMO PROCESO ERGÓDICO

En sentido estricto las vibraciones ambientales no son un proceso estocástico, estacionario, ergódico, sin embargo su comportamiento en el tiempo permite asimilarlas a tales procesos y así trabajar la teoría de los procesos estocásticos en el análisis de señales de este tipo, teniendo en cuenta que dicha suposición puede acarrear errores en los estimativos que deben ser considerados.

Las vibraciones ambientales pueden ser asimiladas a procesos estocásticos ya que su comportamiento no es posible describirlo matemáticamente y las amplitudes de excitación en cada instante de tiempo pueden suponerse como una variable aleatoria. Se asumen estacionarios porque, además de que su ocurrencia podría estar definida en un período infinito, sus propiedades son estables en el tiempo, es decir, no dependen del instante de tiempo en que se analiza. Finalmente se asume que son ergódicos porque en la medición, las propiedades de un solo registro son similares a los promediados para varios registros.

En un sentido más amplio el hecho que los registros de las series de tiempo producto de vibraciones ambientales para un mismo punto arrojan resultados similares si se realizan en diferentes momentos y que sin importar la longitud del registro, éste es uniforme en su amplitud permite suponer, aunque no sea estrictamente cierto, las vibraciones ambientales como procesos ergódicos.

De acuerdo con esto es posible aplicar la teoría de procesos estocásticos a los registros de las vibraciones ambientales. Sin embargo es importante tener en cuenta las limitaciones y errores que se presentan debido a que el análisis se realiza sobre registros finitos de datos.

#### 4.3. ANÁLISIS DE SEÑALES

Para la identificación de las propiedades de un sistema a partir de registros producto de mediciones, se utiliza la teoría del análisis espectral con algunas consideraciones propias de la adaptación de la matemática ideal a las mediciones finitas.

Se plantean tres fases o etapas en las que se puede dividir el análisis de las señales: la primera, denominada tratamiento digital de señales, contiene los procedimientos para la preparación del conjunto de datos obtenidos de la medición; la segunda, análisis en el dominio del tiempo contiene funciones de correlación realizadas con las señales; y la tercera, el análisis en el dominio de la frecuencia contiene una serie de funciones y espectros que permiten la identificación de las propiedades propias del sistema a partir de transformaciones matemáticas al dominio de la frecuencia.

El análisis en el dominio del tiempo contiene las formulaciones y análisis realizados mediante la manipulación de las señales tal como son obtenidas a partir de la medición. Como se ha mostrado, este tipo de análisis no es concluyente en sí mismo, ya que a partir de él no es posible identificar

fácilmente las propiedades de un sistema estructural, pero sí es la base para el análisis en el dominio de la frecuencia.

En general las mediciones y análisis en el dominio del tiempo no brindan información relevante en sí mismas acerca de un sistema y sus propiedades en particular. Las mediciones en el dominio de la frecuencia son de mayor utilidad en el campo de la ingeniería y específicamente para la identificación de las propiedades de sistemas estructurales como los que son producto de esta investigación.

Lo que se obtiene en el análisis frecuencial, son funciones de densidad espectral en las que se muestra para cada frecuencia dada, un valor de amplitud. Así una función de densidad espectral dará una muestra de cómo están distribuidas las componentes frecuenciales de una señal y mostrará picos en los puntos asociados a frecuencias presentes y dominantes de la señal.

Para realizar el análisis en el dominio de la frecuencia se usan herramientas matemáticas que permiten la transformación de la señal del dominio temporal al frecuencial, para allí realizar el análisis que se describe más adelante.

#### 4.4. TRATAMIENTO DIGITAL DE SEÑALES

Previo al análisis de las señales para determinar las propiedades de un sistema, es conveniente realizar una calificación y adecuación de los registros de manera que permitan la identificación de las propiedades del sistema, eliminando al máximo posibles errores o alteraciones en la toma de datos, las condiciones de la muestra o la configuración propia de los equipos, es por esto que se describen una serie de procedimientos de preparación de los datos.

##### 4.4.1. CORRECCIÓN DE LÍNEA BASE Y ELIMINACIÓN DE TENDENCIA

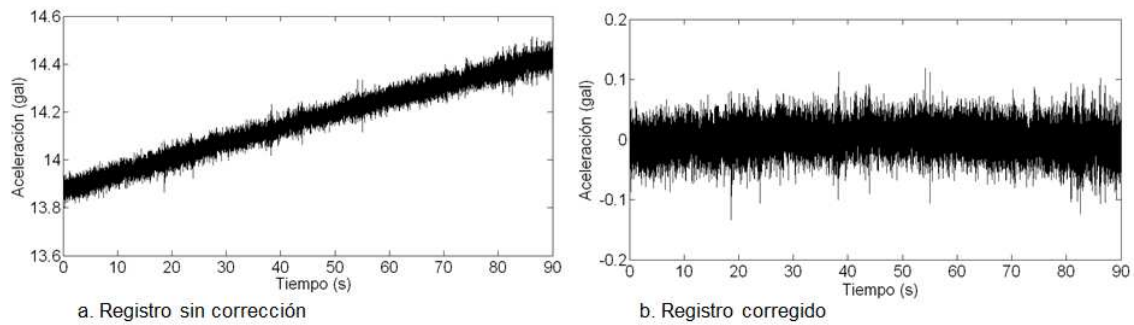
En algunas ocasiones se presenta que los valores obtenidos en el registro se encuentran desplazados respecto del origen, en la mayoría de los casos debido a configuraciones internas del equipo de medición o de la disposición de los mismos. La principal causa de este corrimiento es la falta de nivelación de los sensores y el corrimiento es la porción de aceleración de la gravedad (componente vertical) leída en la dirección horizontal.

Si bien este problema no es apreciable cuando se trabaja con aceleraciones, puede ser importante cuando se obtienen velocidad y desplazamiento por medio de integración, ya que estos procedimientos contabilizan el área entre la curva de aceleraciones y la línea del origen (Carreño, et al., 1999).

Dentro de la preparación de los datos para su correcto análisis se encuentra un procedimiento de estandarización conveniente para posteriores cálculos, también llamado corrección de línea base, mediante el cual se transforman los valores de la muestra en un nuevo conjunto de valores que tienen un promedio de muestra igual a cero (Bendat & Piersol, 2010).

Adicional a este desplazamiento de la señal con respecto al origen, es posible que las señales posean algún tipo de tendencia lineal que puede deberse, bien sea a ruido de baja frecuencia o a condiciones propias del aparato o su localización.

El método para realizar la corrección de línea base y eliminación de tendencia consiste en definir un polinomio de grado  $n$  (dependiendo de la tendencia que se quiera eliminar, para efectos prácticos se utiliza el grado 1) que debe ser sustraído del registro original.



**Figura 4: Corrección de línea base de registros en el tiempo.**

Si se define el proceso aleatorio, o el registro como una serie de datos discretos medidos en el tiempo y separados un  $\Delta t$ , tal como se muestra a continuación:

$$\{u_n\} \quad n = 1, 2, 3, \dots, N$$

El polinomio que representa la tendencia lineal, se define como (Bendat & Piersol, 2010):

$$u(t) = b_0 + b_1 t \quad (17)$$

Donde:

$$b_0 = \frac{2(2N + 1) \sum_{n=1}^N u_n - 6 \sum_{n=1}^N n u_n}{N(N - 1)} \quad (18)$$

$$b_1 = \frac{12 \sum_{n=1}^N n u_n - 6(N + 1) \sum_{n=1}^N u_n}{\Delta t N(N - 1)(N + 1)} \quad (19)$$

$\Delta t = \text{Delta de tiempo}$

$N = \text{Número de puntos del registro}$

#### 4.4.2. FILTRADO

Un filtro se asume que es un sistema para pasar el contenido espectral de una señal de entrada en una cierta banda específica de frecuencias, es decir, la función de transferencia filtro forma una ventana en el dominio de la frecuencia a través de la cual a una porción del espectro de entrada se le permite pasar (Stearns & Hush, 1990).

Dependiendo del tipo de frecuencias que se desean aislar o eliminar se define el tipo de filtro que se utiliza. El filtro puede eliminar altas frecuencias (pasa baja), eliminar bajas frecuencias (pasa alta), eliminar altas y bajas frecuencias dejando solo un rango determinado (pasa banda) o eliminar frecuencias en un tramo dejando altas y bajas frecuencias (quita banda).

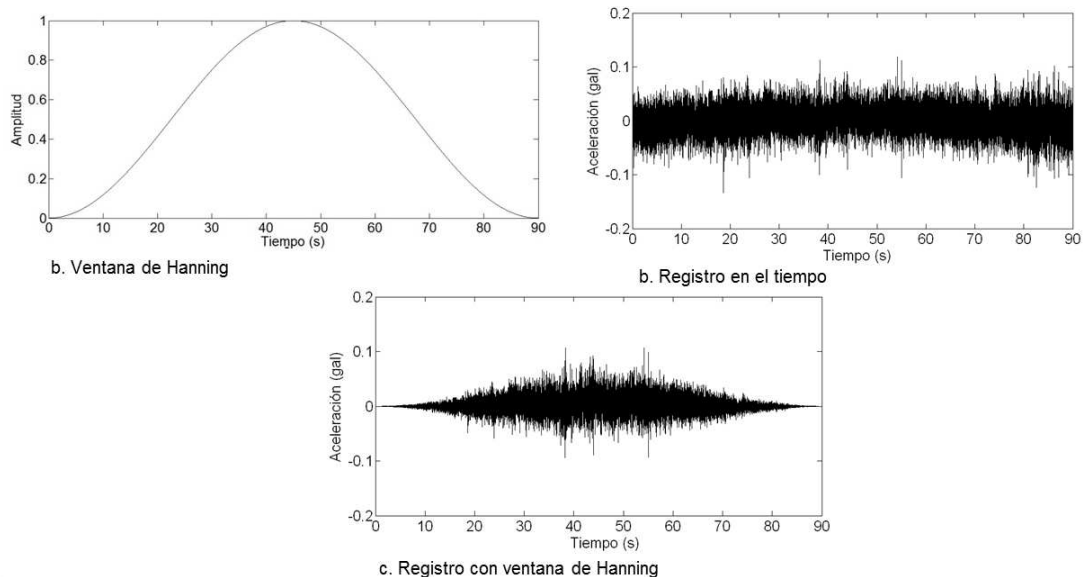
#### 4.4.3. VENTANAS

El proceso de medición es la extracción de información de una señal infinita en el tiempo, esto crea bordes en el intervalo de tiempo que reducen la continuidad de la señal y pueden perjudicar los resultados obtenidos mediante el análisis espectral. Cuando no se utiliza ninguna técnica de ventaneo, es decir, se aplica una ventana rectangular al conjunto de datos, se produce en el espectro de Fourier una fuga de potencias en frecuencias bien separadas de la principal y puede introducir distorsiones significativas del espectro estimado, particularmente cuando los datos tienen un ancho de banda estrecho (Bendat & Piersol, 2010).

En el método del ventaneo o la aplicación de ventanas en el dominio del tiempo se elimina este inconveniente al multiplicar la señal en el intervalo de muestreo por una función tal que se anula en los bordes de éste (Bernal & Melo, s.f.). Existen una gran cantidad de ventanas que se pueden aplicar; una de las más sencillas y más aplicadas es la denominada Ventana de Hanning o del coseno cuadrado, la cual se encuentra definida por (Bendat & Piersol, 1993):

$$w_h(t) = \frac{1}{2} \left( 1 - \cos \frac{2\pi t}{T} \right) = 1 - \cos^2 \left( \frac{\pi t}{T} \right) \quad 0 \leq t \leq T \quad (20)$$

$$w_h(t) = 0 \quad \text{Otros Casos}$$



**Figura 5: Aplicación ventana de Hanning**

#### 4.4.4. PROCEDIMIENTOS DE ESTIMACIÓN

Los procedimientos para la estimación de correlaciones o funciones de densidad espectral descritos aquí en el contexto de expresiones integrales pueden ser convertidos a expresiones de sumatorias apropiados para los procedimientos de análisis digital de datos con las siguientes consideraciones (Bendat & Piersol, 1993):

- Dado un registro análogo de tiempo de longitud  $T$ , puede ser convertido en una secuencia de  $N$  muestras de valores igualmente espaciados, sin pérdida significativa de información si  $N \geq 2BT$ , donde  $B$  es el ancho de banda cíclica de los datos, además  $T = N\Delta t$
- La más alta frecuencia que aparecerá en los datos de la muestra, llamada frecuencia de Nyquist está dada por:  $f_c = \frac{1}{2\Delta t}$ .
- Para evitar errores por el efecto aliasing, es importante que los datos no tengan un valor medio cuadrático significativo para valores por encima de  $f_c$ .
- El ancho de banda de resolución de frecuencia mínimo está dado por:  $\Delta f = B_e = \frac{1}{T} = \frac{1}{N\Delta t}$

#### 4.5. FUNCIONES DE CORRELACIÓN

Como se ha descrito anteriormente las funciones de correlación son la base para el análisis espectral, pues aunque si bien en sí mismas contienen toda la información acerca del proceso de análisis, no es muy útil desde el punto de vista de la ingeniería su cálculo independiente.

##### 4.5.1. FUNCIONES DE CORRELACIÓN PARA DATOS EN EL TIEMPO

Para la situación en la cual los datos de interés son mediciones de dos procesos continuos  $\{x(t)\}$  y  $\{y(t)\}$ , los cuales se asume que son estacionarios ergódicos, por lo que pueden ser representados por los registros individuales  $x(t)$  y  $y(t)$ , la función de correlación cruzada se define por (Bendat & Piersol, 1993):

$$R_{xy}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t) y(t + \tau) dt \quad (21)$$

##### 4.5.2. PROCEDIMIENTOS PARA LA ESTIMACIÓN DE LA CORRELACIÓN

De la ecuación descrita en el numeral anterior, un estimativo de la función de autocorrelación para el proceso estacionario ergódico  $\{x(t)\}$  representado por el registro simple  $x(t)$ , está dado por (Bendat & Piersol, 1993):

$$\hat{R}_{xx}(\tau) = \frac{1}{T - \tau} \int_0^{T-\tau} x(t) x(t + \tau) dt \quad (22)$$

Y de manera similar, la correlación cruzada para dos procesos  $\{x(t)\}$  y  $\{y(t)\}$  representados por los registros  $x(t)$  y  $y(t)$ , está dada por:

$$\hat{R}_{xy}(\tau) = \frac{1}{T - \tau} \int_0^{T-\tau} x(t) y(t + \tau) dt \quad (23)$$

Aunque estas ecuaciones brindan el método más directo para la estimación de funciones de correlación, es más eficiente con los equipos modernos de procesamiento digital de señales, estimarlas mediante el cálculo de la transformada inversa finita de Fourier de los estimativos de las funciones de densidad espectral, descritas más adelante.

#### 4.6. TRANSFORMADA RÁPIDA FINITA DE FOURIER

De acuerdo con lo descrito en el numeral 3.3.1, la transformada de Fourier está definida como:

$$S_x(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-i2\pi ft} dt \quad (24)$$

Sin embargo para un proceso aleatorio estacionario, que teóricamente existen sobre todo el dominio del tiempo, la transformada de Fourier no existe. Además, no es posible medir en campo o en el laboratorio ningún proceso  $x(t)$  desde  $-\infty$  hasta  $+\infty$ ; en lugar de esto, es posible medir sólo un intervalo finito de tiempo  $T$ , por lo que  $S_x(f)$  es estimada mediante la Transformada Finita de Fourier (Bendat & Piersol, 1993).

$$S_x(f, T) = \int_0^T x(t) e^{-i2\pi ft} dt \quad (25)$$

Más aún, para series de datos discretos y de duración finita como las que son producto de datos de acelerogramas, se usa la transformada discreta de Fourier (DFT) (Bendat & Piersol, 2010):

$$S_x(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x_n e^{-i\frac{2\pi kn}{N}} \quad (26)$$

Computacionalmente se utiliza un algoritmo que reduce significativamente la cantidad de operaciones a realizarse en el cálculo de la transformada de Fourier, denominado transformada rápida de Fourier (FFT) (Cooley & Tukey, 1965).

Como se puede observar el resultado de la aplicación de la transformada rápida de Fourier es una serie de datos complejos con componentes reales e imaginarios, con estos datos es posible extraer información de magnitud o amplitud ( $A_f$ ) y fase o dirección ( $\theta_f$ ) del vector complejo. Al graficar para cada frecuencia los valores de amplitud se obtiene el espectro de Fourier.

$$S_x(f) = [S_R + iS_I] \quad (27)$$

$$A_f = \sqrt{S_R^2 + S_I^2} \quad (28)$$

$$\theta_f = \frac{S_I}{S_R} \quad (29)$$

Es así como el espectro de Fourier muestra picos en las frecuencias presentes en la señal con diferentes amplitudes dependiendo de qué tan dominante sea esta frecuencia en la señal. Los espectros de Fourier y en general el análisis en el dominio de la frecuencia son metodologías útiles que permiten identificar características que no son evidentes en el dominio del tiempo, en el caso de la dinámica estructural las frecuencias dominantes de una señal como la excitación sísmica o la respuesta estructural del sistema (Botero, 2011).

#### 4.7. FUNCIONES DE DENSIDAD ESPECTRAL

En términos prácticos, el espectro de potencia de una señal permite visualizar con mayor certeza las frecuencias dominantes de ésta, ya que los picos se hacen más pronunciados si la señal tiene una periodicidad marcada para esta frecuencia, es decir, dicha frecuencia está presente en la señal. Por su parte, el espectro cruzado de potencia entre las señales de entrada y de salida amplifica los picos para las frecuencias que se repiten en ambas señales y los atenúa si una componente frecuencial está presente en una señal pero no en la otra. Es así como permite identificar qué frecuencias están presentes tanto en la señal de entrada como en la de salida.

En la literatura se distinguen dos formas de encontrar las funciones de densidad espectral de dos funciones.

##### 4.7.1. ESPECTRO VÍA FUNCIONES DE CORRELACIÓN

Si se tienen dos registros de tiempo  $x(t)$  y  $y(t)$  que representan los procesos estocásticos estacionarios ergódicos  $\{x(t)\}$  y  $\{y(t)\}$ , la función de densidad espectral entre estas dos señales, puede ser definida como (Bendat & Piersol, 1993):

$$S_{xy}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{xy}(\tau) e^{-i2\pi f\tau} d\tau \quad (30)$$

##### 4.7.2. ESPECTRO VÍA TRANSFORMADAS DE FOURIER

Una segunda manera de desarrollar las funciones de densidad espectral es en términos de la transformación directa de Fourier de los registros originales de los datos. La igualdad de los espectros por las dos vías está demostrada en la *Relación de Wiener-Khinchin*. De esta manera, para los procesos estocásticos estacionarios ergódicos  $\{x(t)\}$  y  $\{y(t)\}$  se tiene (Bendat & Piersol, 1993):

$$S_{xy}(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} E[X_k^*(f, T) Y_k(f, T)] \quad (31)$$

Donde  $E$  es la esperanza o valor esperado y denota una operación de promedio sobre el índice  $k$  y  $X_k$  y  $Y_k$  son las transformadas finitas de Fourier de ambos procesos para el registro  $k$ , de la siguiente manera:

$$X_k(f, k) = \int_0^T x_k(t) e^{-i2\pi ft} dt \quad (32)$$

$$Y_k(f, k) = \int_0^T y_k(t) e^{-i2\pi ft} dt \quad (33)$$

En términos de las funciones de densidad espectral unilaterales, el espectro cruzado y el autoespectro están dados por:

$$G_{xy}(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{2}{T} E[X_k^*(f, T) Y_k(f, T)] \quad (34)$$

$$G_{xx}(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{2}{T} E[|X_k(f, T)|^2] \quad (35)$$

#### 4.7.3. PROCEDIMIENTOS PARA LA ESTIMACIÓN DE ESPECTROS

Las funciones de densidad espectral pueden ser estimadas por cualquiera de las dos formas descritas anteriormente, aunque desde la introducción en 1965 de los algoritmos para el cálculo rápido de las series de Fourier, la aproximación vía transformada de Fourier se ha vuelto dominante (Bendat & Piersol, 1993).

Para ejecutar este análisis, las operaciones de valor esperado, o esperanza, que contienen estas ecuaciones se cumple mediante la estimación de cantidades espectrales para cada uno de los registros de una colección y luego promediando los resultados. Para datos aleatorios estacionarios ergódicos, esta colección puede ser adquirida de manera secuencial, es decir, dividiendo un registro de una longitud determinada en varios registros de menor longitud. De esta manera, las densidades autoespectral y espectral cruzada estimadas están dadas por:

$$\hat{G}_{xx}(f) = \frac{2}{n_d T} \sum_{k=1}^{n_d} |X_k(f, T)|^2 \quad (36)$$

$$\hat{G}_{xy}(f) = \frac{2}{n_d T} \sum_{k=1}^{n_d} X_k^*(f, T) Y_k(f, T) \quad (37)$$

Donde:

$n_d$ : Número de divisiones o ventanas del registro completo.

$T$ : Longitud de cada división o ventana.

$X_k$ : Transformada de Fourier de la ventana  $k$  del registro  $x$ .

#### 4.7.4. FUNCIÓN DE COHERENCIA

Con los resultados obtenidos en el numeral anterior es entonces posible el cálculo de la función de coherencia estimada, la cual está dada por (Bendat & Piersol, 1993):

$$\hat{\gamma}_{xy}^2(f) = \frac{|\hat{G}_{xy}(f)|^2}{\hat{G}_{xx}(f)\hat{G}_{yy}(f)} \quad (38)$$

Cabe resaltar que un resultado sin sentido de  $\hat{\gamma}_{xy}^2(f) = 1$  aparece si  $n_d = 1$ . Este tipo de errores se supera al obtener un mayor número de subdivisiones de mayor longitud, es decir, registros totales más largos.

#### 4.7.5. ERRORES DE LOS ESTIMATIVOS

Todas las funciones contienen definiciones que involucran operaciones con límites que no pueden ser realizadas en la práctica, claramente es imposible analizar un número infinito de registros o un registro de longitud infinita. La inhabilidad de realizar dichas operaciones conduce a errores de muestreo estadísticos en los resultados (Bendat & Piersol, 1993). En otras palabras y como se ha mostrado en este capítulo, los resultados de análisis reales de conjuntos de datos son únicamente estimativos del valor real, lo que incluye por consiguiente algún grado de incertidumbre o error. Es importante entonces conocer el tipo de errores al que se encuentran sometidos dichos estimativos y sus magnitudes, con el fin de reducirlos en la mayor magnitud posible.

Los errores producidos en el análisis de los datos aleatorios pueden ser divididos en dos clases: errores aleatorios y errores de sesgo.

##### 4.7.5.1. Error aleatorio

Es la dispersión al azar en los resultados de un análisis al siguiente de diferentes muestras de los mismos datos aleatorios. Es un resultado directo del hecho que los procedimientos de promediado deba ser realizado sobre un número finito de muestras o una muestra de longitud finita, por lo que todos los análisis tendrán errores aleatorios (Bendat & Piersol, 1993).

##### 4.7.5.2. Error de sesgo

Es un error sistemático que aparece con la misma magnitud y la misma dirección en los diferentes análisis realizados y generalmente evolucionan a partir de las operaciones con ventanas asociadas con el cálculo de derivadas.

#### 4.8. AMORTIGUAMIENTO

Para el cálculo de la fracción de amortiguamiento crítico a partir de datos experimentales se tienen múltiples teorías. Se presentan dos de ellas las cuales son de aplicación al tipo de pruebas realizadas.

#### 4.8.1. MÉTODO DEL SEMIANCHO DE BANDA

La curva de respuesta en frecuencia tiene una forma que se encuentra controlada por la cantidad de amortiguamiento en el sistema. En este sentido, es posible hallar la fracción de amortiguamiento a partir de varias propiedades diferentes de la curva. Una de las más convenientes de ellas es el método de la media potencia o del semiancho de banda donde la fracción de amortiguamiento es determinada a partir de las frecuencias en las cuales la amplitud de la respuesta es reducida al nivel de  $1/\sqrt{2}$  veces el máximo (Clough & Penzien, 1993).

$$\xi = \frac{f_2 - f_1}{f_2 + f_1} \quad (39)$$

Donde  $f_1$  y  $f_2$  son las frecuencias en las cuales la amplitud de la respuesta es igual a  $1/\sqrt{2}$  veces el máximo. La Figura 6 muestra un ejemplo del cálculo utilizando la metodología descrita.

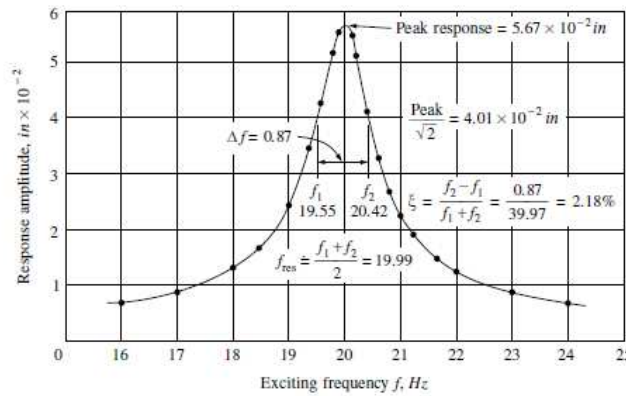


Figura 6: Método del semiancho de banda. (Clough & Penzien, 1993)

#### 4.8.2. MÉTODO DEL DECREMENTO LOGARÍTMICO

Otra metodología para establecer el valor de amortiguamiento crítico, se utiliza cuando se tienen estructuras sometidas a vibración libre amortiguada y se tiene el registro en el dominio del tiempo de esta condición. Esta se denomina el método del decremento logarítmico para el cálculo del amortiguamiento y se obtiene con la siguiente ecuación (Botero, 2011).

$$\xi = \sqrt{\frac{\ln^2 |x_i/x_j|}{\pi^2(j-i)^2 + \ln^2 |x_i/x_j|}} \quad \therefore j \geq i \quad (40)$$

Donde  $x_i$  y  $x_j$  representan las amplitudes de los picos  $i$  y  $j$  respectivamente y estas letras el ordinal del pico que representa contabilizando tanto picos positivos como negativos. La Figura 7 muestra estos puntos en una función de respuesta.

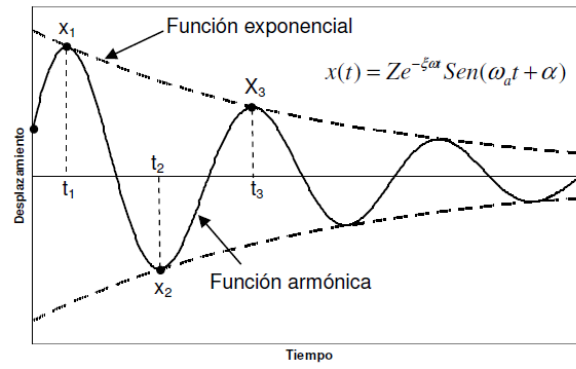


Figura 7: Respuesta a vibración libre amortiguada. (Botero, 2011)

## 5. PROGRAMA EXPERIMENTAL

El presente capítulo contiene el desarrollo de la etapa práctica del proyecto de investigación. Aquí se describen las herramientas utilizadas, el modelo construido para el análisis práctico y los diferentes tipos de mediciones realizadas para el desarrollo de los objetivos planteados.

### 5.1. MODELO DE ANÁLISIS

Se plantea un modelo de acero estructural de cinco niveles, en el cual se busca que tenga flexibilidad y que brinde períodos altos. Además se busca obtener una estructura reticular para simplificar la elaboración del modelo analítico representativo.

En este sentido se plantea una estructura de 4 columnas exteriores de perfiles tubulares rectangulares, unidos por vigas igualmente rectangulares y con placas de acero que simulen las losas de entrepiso que además de actuar como las principales masas del sistema le proporcionen la condición de diafragma rígido. Además se plantean columnas rectangulares, no cuadradas con el fin de obtener diferencias apreciables en diferentes direcciones de análisis.

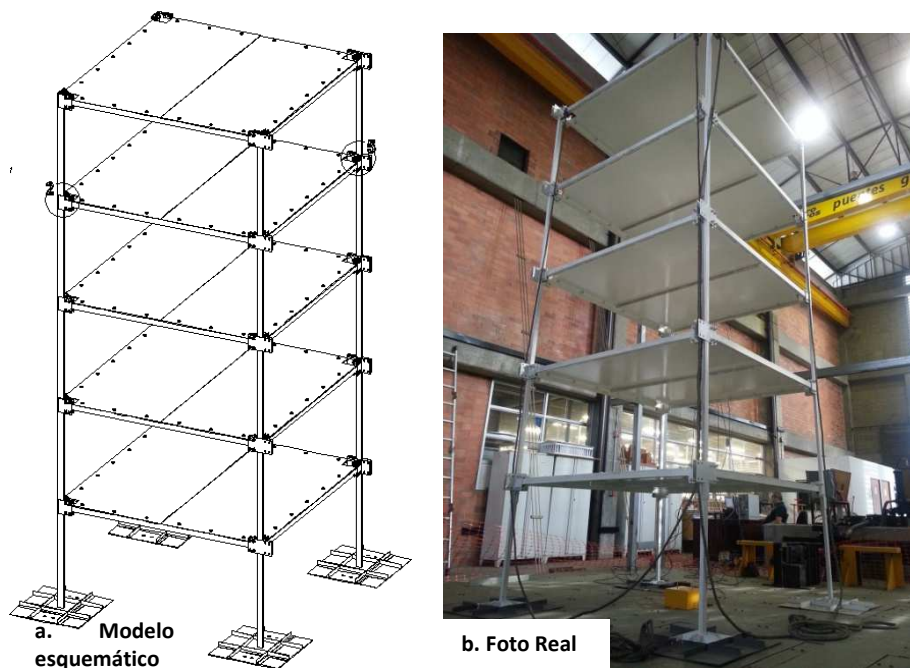


Figura 8: Estructura de análisis

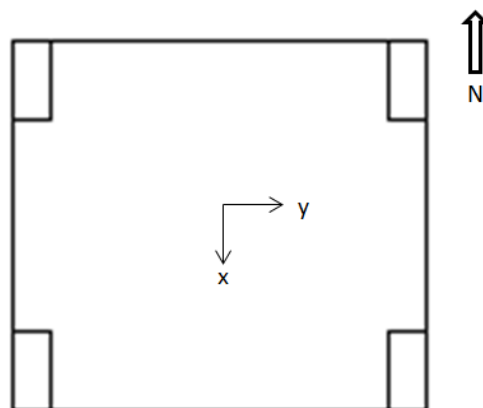
Las dimensiones y características principales del modelo se muestran en la Tabla 1; cabe señalar que los pesos aquí estipulados son suministrados por la compañía constructora.

**Tabla 1: Características del modelo de análisis**

<b>Modelo de Análisis</b>	
Sección Columnas	Rectangular 50x30x1.5 (mm)
Sección Vigas	Rectangular 50x30x1.5 (mm)
Número de Niveles	5
Dimensiones Generales	2.0 m x 2.0 m x 5.0 m
Altura de entrepiso	1 m
Peso específico Acero	7850 kgf/cm <sup>3</sup>
Placas de piso	2.0 m x 2.0 m x 6 mm
Peso Placa Entrepiso	195.4 kgf
Peso del modelo (Incluye Fundaciones)	1397 kgf

#### 5.1.1. DIRECCIONES DE ANÁLISIS

Para efectos prácticos, se asumen unas direcciones ortogonales de análisis x, y. A estas direcciones se hará referencia durante todo la etapa de análisis. La diferenciación se da debido a que el modelo, a pesar de ser cuadrado, tiene columnas rectangulares que posibilita la obtención de resultados diferentes en cada dirección de análisis. En la Figura 9 se señalan estas direcciones.



**Figura 9: Disposición de columnas y direcciones de análisis**

### 5.1.2. ANÁLISIS Y DISEÑO ESTRUCTURAL

Para el análisis y diseño del modelo construido para el análisis de las vibraciones se utilizó el programa SAP2000. Se plantea una estructura reticular en elementos tipo *frame* con elementos tipo *shell* que representan las placas de entrepiso. La Figura 10 muestra el modelo realizado.

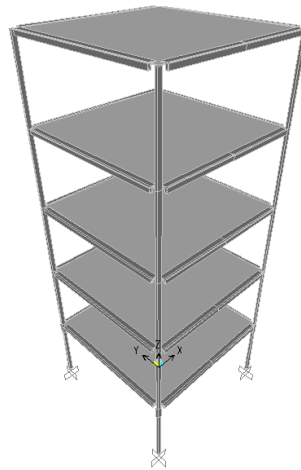


Figura 10: Modelo de análisis

Debido a necesidades propias del montaje, la estructura se construyó con unos perfiles adicionales en las vigas para lograr un correcto anclaje de la placa de entrepiso. Debido a esta situación y con la finalidad de que el modelo se ajustara en una mayor medida a la realidad y de la misma manera los resultados obtenidos, se realizó un ajuste al modelo de análisis modificando la sección transversal de la viga tal como se ilustra en la Figura 11.

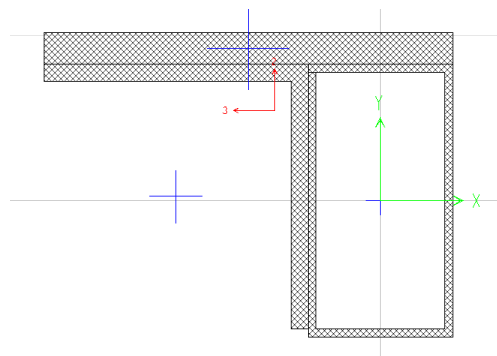


Figura 11: Sección transversal de viga para modelo de análisis

La Tabla 2 muestra los resultados del análisis modal efectuado mediante la metodología de los valores y vectores propios utilizando el software anteriormente mencionado. Allí se muestran los períodos hallados para los diferentes modos en las diferentes direcciones de análisis.

Tabla 2: Análisis Modal

<b>Modo</b>	<b>Período (s)</b>	<b>Frecuencia (Hz)</b>
Tx <sub>1</sub>	0.512	1.955
Ty <sub>1</sub>	0.663	1.509
Tz <sub>1</sub>	0.375	2.670
Tx <sub>2</sub>	0.166	6.032
Ty <sub>2</sub>	0.223	4.490
Tz <sub>2</sub>	0.124	8.089
Tx <sub>3</sub>	0.096	10.458
Ty <sub>3</sub>	0.137	7.307
Tz <sub>3</sub>	0.073	13.604

La Figura 12 muestra esquemáticamente los primeros tres primeros modos de vibración en las direcciones traslacionales obtenidos mediante el procedimiento de análisis.

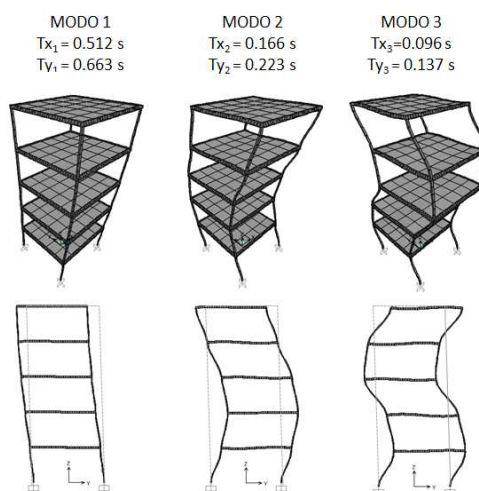
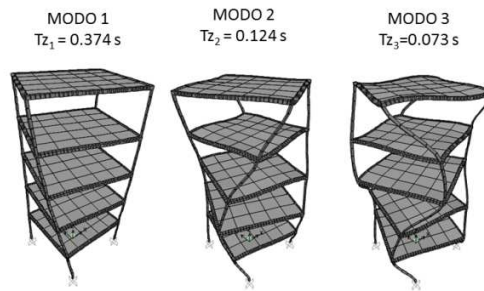


Figura 12: Modos de vibración de traslación

En el mismo sentido, la Figura 13 muestra esquemáticamente los resultados de los tres primeros modos de vibración de torsión (Rotacionales alrededor del eje z).



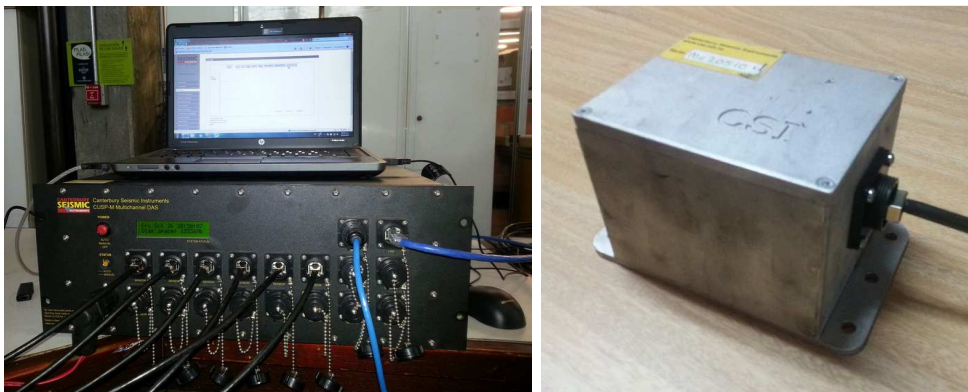
**Figura 13: Modos de Vibración de Rotación**

### 5.1.3. CONSTRUCCIÓN Y ADECUACIÓN

Para la construcción del modelo se encargó a una empresa especializada en el diseño, construcción y montaje de estructuras de acero de la ciudad, Industrias del Hierro. La estructura se concibió desde su construcción para ser desmontable y propicia para cambios de forma y rigidez a realizar en posteriores investigaciones, además se le realizó una base adaptable a la estructura de la mesa sísmica de la Universidad EAFIT.

### 5.2. EQUIPOS

El equipo utilizado para la campaña experimental en la medición de las vibraciones en la estructura está compuesto por una unidad central a la cual se conectan acelerómetros de alta precisión. El equipo se denomina CUSP-Me y su fabricante es Canterbury Seismic Instruments de Nueva Zelanda. La Figura 14 muestra la unidad central y uno de los acelerómetros utilizados.



**Figura 14: Instrumentación Sísmica**

El registrador de datos multicanal CUSP-Me de monitoreo sísmico, permite realizar un registro sincronizado de 48 canales de 24 bits (expandible a 96 canales) mediante 16 sensores que registran datos en las tres direcciones ortogonales. Debido a que la digitalización de los datos se lleva a cabo en el sensor, la comunicación entre el registrador CUSP-Me y los sensores, se realiza mediante cables convencionales de Ethernet con especificaciones superiores al estándar 6 de

hasta 100 m de longitud. Adicionalmente, el registrador recibe la señal de un GPS que permite unificar la señal de tiempo en todos los señores conectados al registrador.

El CUSP-Me se conecta a un equipo portátil, que permite programar las diferentes actividades propias de la lectura de las señales.

Los sensores que se conectan al registrador CUSP-Me, pueden adquirir datos con una frecuencia de muestreo de 200 datos por segundo, lo cual permite registrar señales en una banda de frecuencias entre 0 y 100 Hz. Dichos sensores tienen una precisión de  $\pm 0.001$  Gal ( $1 \text{ Gal} = 1 \text{ cm/s}^2$ ), es decir 0.0001 por ciento del valor de la gravedad y pueden registrar eventos con aceleraciones inferiores a cuatro veces el valor de la gravedad ( $\pm 4 g$ ).

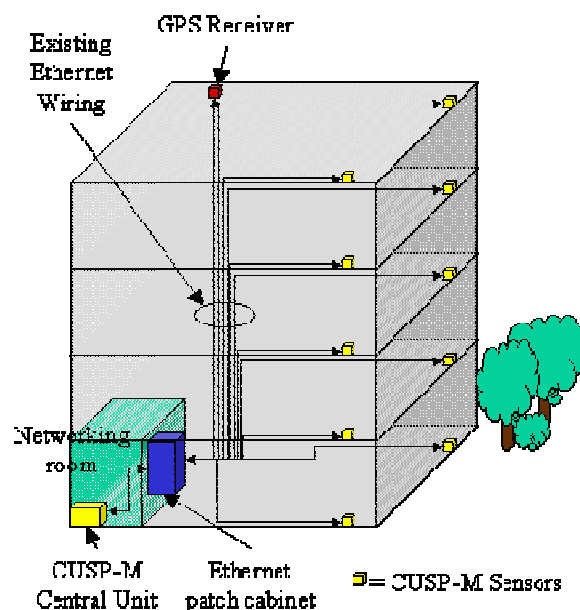


Figura 15: Instrumentación de una estructura mediante CUSP-Me (Canterbury Seismic Instruments, 2012)

### 5.3. CAMPAÑA EXPERIMENTAL

Los ensayos realizados al modelo de análisis se dividen en dos partes o fases: en la primera se realizaron pruebas de vibración forzada con el fin de identificar con certeza las propiedades del edificio, y en la segunda se realizaron pruebas de vibración ambiental, con el fin de identificar aspectos o situaciones que permitan definir una metodología para este tipo de ensayos.

#### 5.3.1. INSTRUMENTACIÓN DE LA ESTRUCTURA

Con el fin de identificar las propiedades dinámicas de la estructura y de acuerdo con la cantidad de equipos disponibles, se optó por dividir la campaña experimental en dos grupos de acuerdo a lo que se deseaba medir. A continuación se describe la instrumentación de la estructura para cada uno de estos casos.

### 5.3.1.1. Prueba Tipo 1 – Identificación de propiedades de traslación.

La finalidad de este tipo de pruebas es identificar las frecuencias de vibración de la estructura asociadas a los modos de traslación en las direcciones X y Y, así como también las formas modales.

Para la instrumentación de la estructura en esta prueba, se ubicó un sensor en la base que registrara las vibraciones exteriores, no afectadas por la estructura y que en cierto grado podría denominarse la señal de entrada. Además se dispuso de un sensor en cada nivel de la estructura ubicado en el centro de la misma. Todo esto para un total de seis sensores por prueba, registrando de manera simultánea. La Figura 16 muestra la disposición de los sensores, el código que denomina cada sensor es definido por el fabricante.

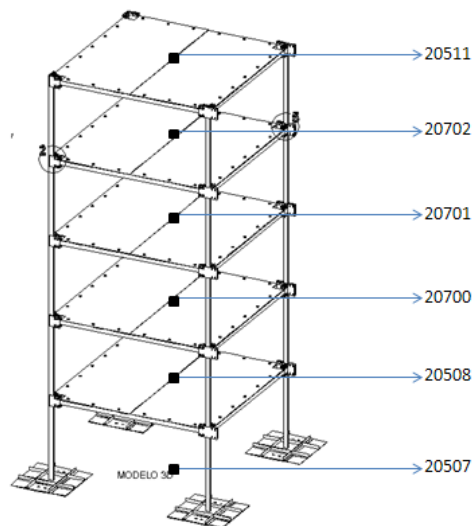


Figura 16: Disposición de sensores – Pruebas de traslación

La Figura 17 muestra una imagen de la instalación del sensor 20508, es decir, el del primer nivel. Todos los sensores tienen la misma orientación y están ubicados sobre el mismo eje vertical, para cada nivel.



Figura 17: Instrumentación de uno de los niveles para pruebas de traslación

### 5.3.1.2. Prueba Tipo 2 – Identificación de las propiedades rotacionales

El fin de este tipo de pruebas es la identificación de las frecuencias de vibración de la estructura para los modos de torsión.

Para este tipo de pruebas se dispuso instrumentación en dos niveles de la estructura, el segundo y el quinto, además de la base. En cada uno de los dos pisos superiores, se dispuso de un arreglo de tres sensores ubicados uno en el centro y los otros dos en esquinas opuestas. Todos los sensores registrando de manera simultánea. La Figura 18 muestra la disposición de los sensores para este tipo de ensayos.

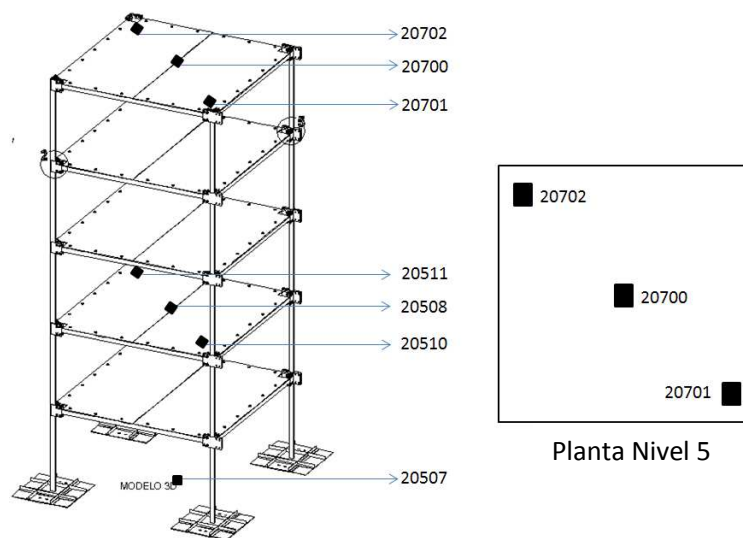


Figura 18: Instrumentación de la estructura - Pruebas de torsión

De la misma manera, la Figura 19 muestra una imagen de la instalación de los sensores para el nivel dos.



Figura 19: Instrumentación nivel 2 para pruebas de torsión

### 5.3.2. PRUEBAS DE VIBRACIÓN FORZADA

Las pruebas de vibración forzada consisten en provocar a la estructura una perturbación externa que produzca su excitación y correspondiente movimiento. Para el caso particular de esta investigación y gracias a las dimensiones y configuración general del modelo, se ataron al último nivel de la estructura cuerdas que permitieron, al halar de ellas, inducir la excitación requerida. La Figura 20 muestra una de las pruebas realizadas. Se realizaron mediciones de dos minutos, incluyendo un período previo a la excitación.



Figura 20: Pruebas de vibración forzada

### 5.3.3. PRUEBAS DE VIBRACIÓN AMBIENTAL

Las pruebas de vibración ambiental consisten en monitorear la estructura por un período de tiempo en el cual no se le inducen excitaciones externas al normal uso de la edificación.

Para el caso específico de las pruebas realizadas para este trabajo y con el fin de obtener registros de gran longitud que permitan reducir los errores adscritos a este tipo de estimativos, se tomaron registros de 30 minutos en condiciones normales. El delta de tiempo para los registros obtenidos es de 0.005 s para una longitud total de la señal de 360000 puntos.



## 6. ANÁLISIS DE RESULTADOS

En este capítulo se presentan los resultados obtenidos en la campaña experimental realizada, se busca aquí presentar una discusión sobre éstos con el fin de identificar las propiedades dinámicas de la estructura de análisis y establecer una metodología de aplicación para el análisis espectral de estructuras sometidas a vibraciones ambientales.

Para el análisis de los registros obtenidos de los ensayos realizados en la campaña experimental, se desarrolló un programa de cómputo mediante el software de programación MATLAB™. Esta herramienta permite la realización del análisis de datos aleatorios descrito en los capítulos anteriores. Las gráficas presentadas en este capítulo fueron obtenidas mediante el programa desarrollado, el cual se encuentra descrito en detalle en el anexo 1.

### 6.1. PRUEBAS DE VIBRACIÓN FORZADA

Estas pruebas, como se mencionó en el capítulo anterior, no son la finalidad del estudio, pero sí son de gran utilidad en el momento de realizar la validación de los datos obtenidos en las pruebas de vibración ambiental.

Las pruebas de vibración forzada, permiten además la identificación de las frecuencias características del sistema. Con esta información, es posible realizar un análisis de cuáles son los resultados que muestran las pruebas de vibración ambiental, tanto para estas frecuencias como para otras diferentes.

#### 6.1.1. TIPO DE ANÁLISIS REALIZADO

A este tipo de pruebas, no es posible realizarles un análisis espectral completo, ya que por su corta duración y su comportamiento, clasifican más dentro del tipo de datos determinísticos y no aleatorio.

De acuerdo con lo anterior, se realizaron cálculos únicamente de las transformadas de Fourier y ángulo de fase, para con la información de estos espectros identificar las propiedades del sistema. Esto debido a que al ser la excitación de tan alta magnitud (en comparación con el ruido u otras posibles interferencias), la información es suficiente y clara para lograr el objetivo deseado, lo cual es la principal ventaja de este tipo de pruebas.

La desventaja es que sólo es posible realizarla bajo unas condiciones muy específicas y a modelos de laboratorio y su aplicación a edificaciones reales está muy limitada.

### 6.1.2. FRECUENCIAS DE TRASLACIÓN

Para la identificación de las frecuencias de traslación se utiliza el arreglo en el cual se tiene un sensor en cada nivel de la estructura. Las frecuencias de traslación para las pruebas de vibración forzada se identifican mediante el gráfico del espectro de amplitudes de Fourier en cada dirección.

La Figura 21 muestra los espectros de amplitudes de Fourier suavizados en cada una de las direcciones ortogonales de la estructura y para todos los niveles instrumentados. De estas se identifican claramente los picos correspondientes a las frecuencias de traslación de la estructura: para la dirección X, 1.9 Hz, 6.1 Hz y 10.8 Hz y para la dirección Y, 1.5 Hz, 4.6 Hz y 7.9 Hz. Es evidente que debido a la magnitud de las vibraciones, la escala que muestra el espectro de amplitudes, prácticamente anula cualquier tipo de ruido que no haga parte del sistema a identificar.

Para vibraciones forzadas de este tipo, este tipo de análisis es suficiente y concluyente a la hora de identificar las frecuencias de la estructura.

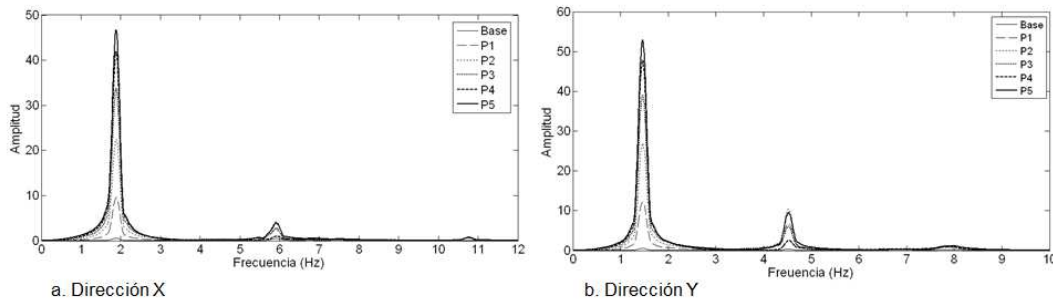
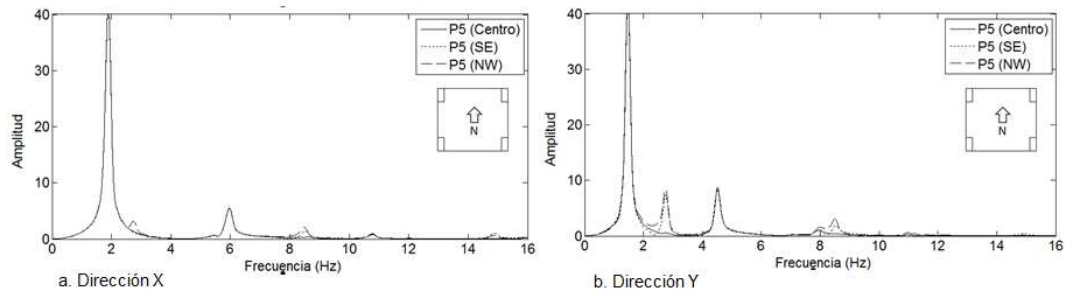


Figura 21: Espectros de amplitudes de Fourier - Vibración forzada.

### 6.1.3. FRECUENCIAS DE ROTACIÓN (TORSIÓN)

Para la identificación de las frecuencias de rotación se utiliza el arreglo de instrumentos en el cual se tienen varios sensores en un mismo nivel de la estructura. Para alcanzar este fin mediante las pruebas de vibración forzada, se utilizan los gráficos de los espectros de amplitudes de Fourier calculados para las señales registradas en los aparatos de un mismo nivel, con el fin de compararlos.

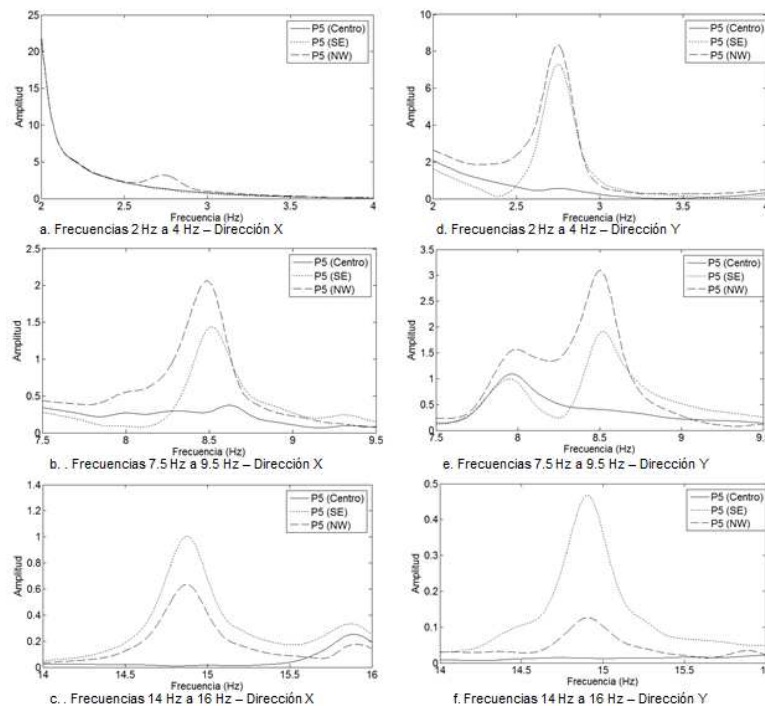
La forma en que están dispuestos los sensores permite la identificación de las frecuencias rotacionales. El sensor ubicado en el centro de la estructura registra principalmente los períodos de traslación, mientras que los sensores ubicados en los extremos registran, además de los períodos de traslación, los de torsión; así que al realizar la comparación entre estos resultados, se pueden determinar las frecuencias de rotación. Además, se tiene que al evaluar las dos direcciones principales, las frecuencias de torsión deben ser consistentes, ya que este tipo de movimiento, al ser tangencial, se debe registrar en ambas direcciones. La Figura 22 muestra los espectros de amplitudes de Fourier para el nivel 5 en ambas direcciones.



**Figura 22: Espectros de Fourier para pruebas de torsión.**

La Figura 22 muestra la situación planteada anteriormente. Se observan que las curvas de los espectros son iguales, excepto en los puntos donde se identifican las frecuencias de rotación, en estos puntos, para los espectros de los puntos de los extremos se ven picos que no se observan en el espectro del punto central; estos picos son los asociados a las frecuencias de torsión. Las frecuencias identificadas son 2.7 Hz, 8.5 Hz y 14.9 Hz.

La Figura 23 muestra un acercamiento a las frecuencias identificadas como las asociadas a los modos de torsión. Se observa claramente que mientras el espectro del sensor del centro no registra la frecuencia, los de los extremos sí lo hacen. Cabe resaltar igualmente que las frecuencias son comunes en ambas dirección lo que permite concluir con certeza que las frecuencias sí son las de torsión



**Figura 23: Identificación frecuencias de torsión - Vibración forzada**

A manera de anotación se señala que para el otro nivel instrumentado en estas pruebas, los resultados fueron similares.

Adicionalmente, el ángulo de fase del espectro cruzado de potencia entre las señales registradas en los extremos del nivel analizado permite confirmar que las frecuencias identificadas son debido al movimiento rotacional característico de las frecuencias de torsión. Esto se evidencia debido a que los puntos extremos de la edificación se mueven en direcciones contrarias o desfase en estas frecuencias, por lo que el ángulo de fase en los puntos identificados es de  $\pm\pi$ .

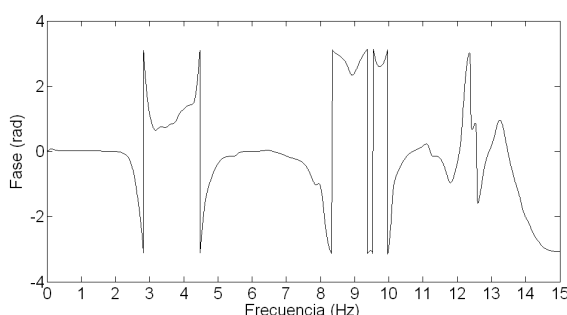


Figura 24: Ángulo de Fase entre señales de extremos de un mismo nivel – Vibración forzada

#### 6.1.4. FORMAS MODALES

A partir de los resultados obtenidos de la instrumentación del modelo, es posible determinar las formas modales con las que vibra la estructura. Esto es posible gracias a que se tiene instrumentación que registra de manera simultánea las vibraciones en diferentes niveles de la estructura.

En términos generales, la metodología consiste en que el espectro de Fourier permite conocer la amplitud que alcanza la vibración en cada nivel y para cada frecuencia y el espectro de fase del análisis cruzado de las señales permite conocer la dirección en la que estos se encuentran relativamente.

Es posible identificar tantas formas modales como modos de vibración sea posible identificar por medio del análisis. A continuación se describe el procedimiento sugerido para la identificación de las formas modales ejemplificando una de ellas: el segundo modo de traslación en la dirección Y.

En primer lugar se debe identificar la frecuencia de vibración de la estructura de la cual se desea identificar su forma modal y luego obtener los espectros de amplitudes de Fourier de cada uno de los niveles instrumentados (Figura 25). El sobreponerlos todos en una misma gráfica permite la visualización rápida de la información. Posteriormente se debe obtener del espectro de cada nivel su punto máximo.

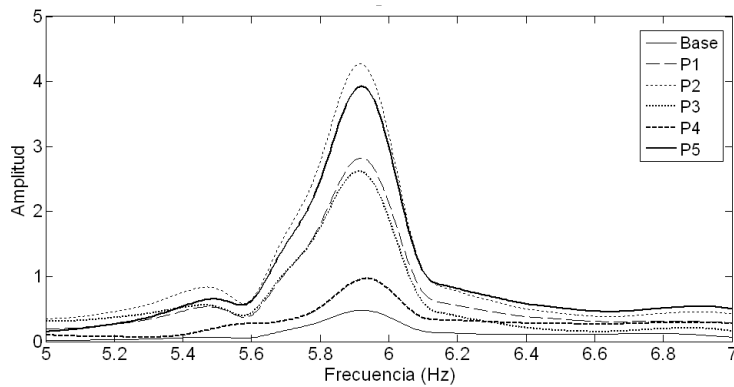


Figura 25: Espectro de Fourier en la frecuencia de análisis y para todos los niveles

Entre cada par de señales se encuentra el ángulo de fase del espectro cruzado de potencia el cual me indica si los puntos se mueven en la misma dirección o en dirección contraria (Figura 26). Si los niveles se encuentran en fase (Ángulo 0), las amplitudes ocurren con el mismo signo, si se encuentran en fase opuesta (Ángulo  $\pm\pi$ ), las amplitudes se escriben con signo contrario.

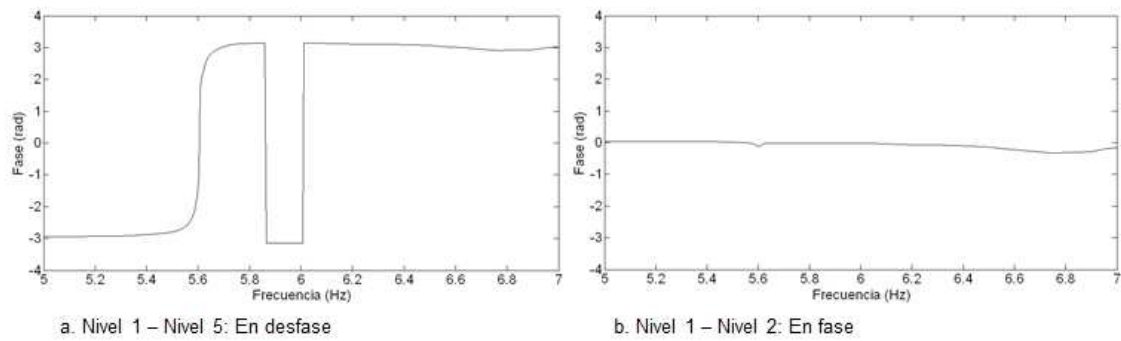


Figura 26: Espectro de fase entre dos señales.

Se obtiene así una tabla que contiene la información de las amplitudes de oscilación de cada nivel, que luego de ser normalizada respecto al máximo permite la graficación de la forma modal (Tabla 3 y Figura 27).

Tabla 3: Amplitudes para cálculo de forma modal

<i>Nivel</i>	<i>Amplitud</i>	<i>Amplitud Normalizada</i>
Base	0.48	0.11
P1	2.82	0.66
P2	4.26	1.00
P3	2.61	0.61
P4	-0.97	-0.23
P5	-3.91	-0.92

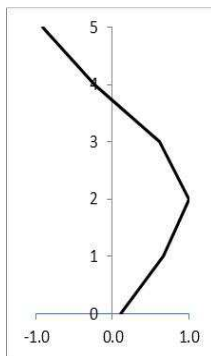


Figura 27: Forma Modal Calculada. Segundo modo en dirección X

De igual manera para todos los modos encontrados y para las dos direcciones principales se muestra en la Figura 28 los espectros de Fourier y la forma modal correspondiente.

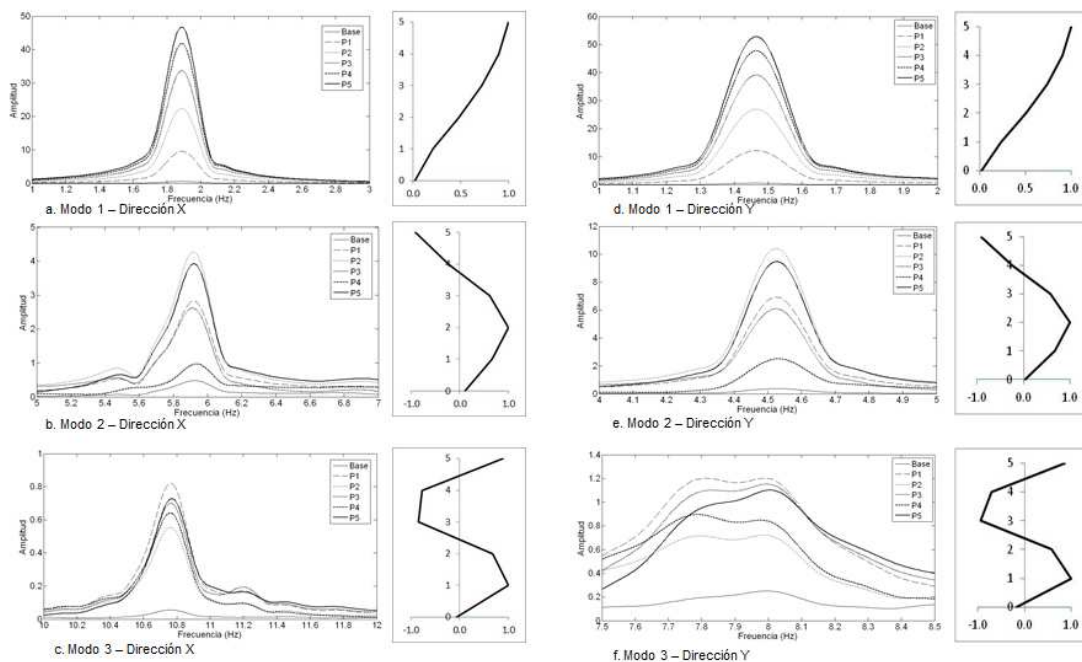


Figura 28: Espectros de Fourier y formas modales – Vibración forzada

### 6.1.5. AMORTIGUAMIENTO

El comportamiento observado de la respuesta en este tipo de pruebas se asemeja a la teoría de la vibración libre amortiguada y por lo tanto es posible la utilización del método del decremento logarímicamente para la estimación de la fracción de amortiguamiento crítico de la estructura. De acuerdo con lo anterior, la Figura 29 muestra la señal de respuesta en el dominio del tiempo en el último nivel para las pruebas de vibración forzada en dirección X.

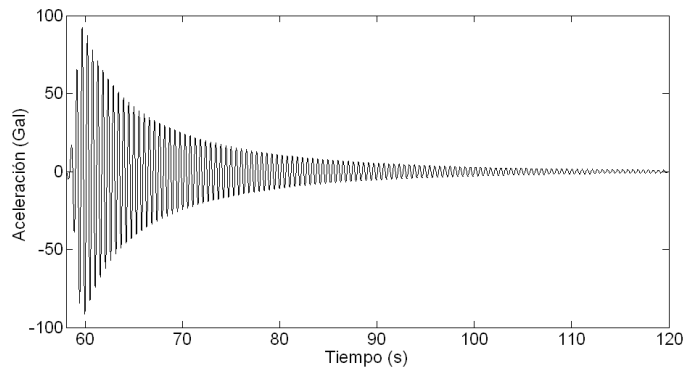


Figura 29: Señal de respuesta a la vibración forzada. Nivel 5 - Dirección X.

La Figura 30 muestra un acercamiento al primer tramo de la sección con la finalidad de identificar los puntos máximos de la función y realizar el cálculo del amortiguamiento. Con el fin de mejorar la resolución en los resultados se aplica un filtro que aísla la frecuencia fundamental.

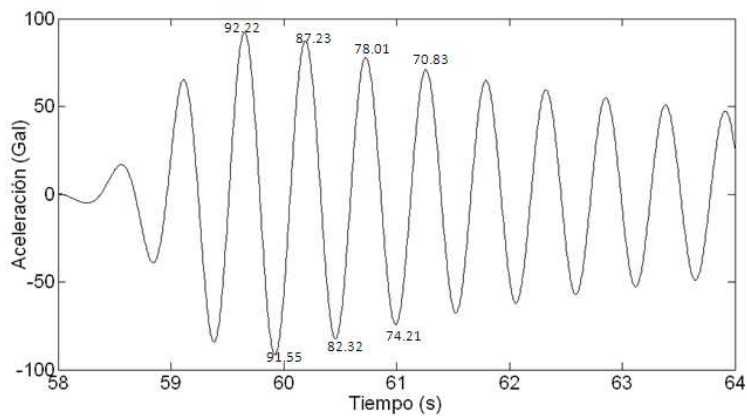


Figura 30: Puntos máximos de la señal de respuesta. Nivel 5 - Dirección X.

En la Tabla 4 se listan los máximos identificados en el paso anterior. La señal y el método permiten la identificación de un sin número de estos picos, sin embargo se listan sólo los primeros siete.

Tabla 4: Máximos de la señal de respuesta. Nivel 5, dirección X

<i>Punto</i>	<i>Amplitud</i>
$x_1$	92.22
$x_2$	91.55
$x_3$	87.23
$x_4$	82.32
$x_5$	78.01
$x_6$	74.21
$x_7$	70.83

Con los anteriores puntos identificados se utilizó la ecuación del método del decremento logarítmico para encontrar la fracción de amortiguamiento crítico. Se utilizaron comparaciones entre varios puntos con el fin de confirmar los valores encontrados. Los resultados obtenidos utilizando la ecuación 40 se muestran en la Tabla 8.

**Tabla 5: Cálculo del amortiguamiento. Método del decremento logarítmico. Dirección X**

<i>Comparación</i>	<i>Amortiguamiento</i>
$x_1 - x_3$	0.89%
$x_2 - x_6$	1.67%
$x_1 - x_5$	1.33%
$x_2 - x_4$	1.69%
$x_1 - x_7$	1.40%
$x_3 - x_7$	1.66%
<i>Promedio</i>	<i>1.44%</i>

Es evidente que los resultados a pesar de ser similares no tienen el mismo valor. Esto se presenta debido a que el amortiguamiento es sensible a las amplitudes. De acuerdo con lo anterior se tomó como valor de amortiguamiento un promedio entre los valores analizados que corresponde al 1.44%.

La limitación que se observa en este método es que sólo obtiene la fracción del amortiguamiento crítico para la frecuencia fundamental de vibración que es la que domina la señal analizada.

#### 6.1.6. RESULTADOS

La Tabla 6 muestra las frecuencias identificadas mediante las pruebas de vibración forzada, se muestran tanto las frecuencias de traslación en cada una de las direcciones principales como las frecuencias de torsión.

**Tabla 6: Frecuencias de vibración de la estructura – Resultados pruebas de vibración forzada**

<i>Modo</i>	<i>T (s)</i>	<i>f (Hz)</i>
1x	0.53	1.9
1y	0.67	1.5
1z	0.37	2.7
2x	0.17	6.0
2y	0.22	4.5
2z	0.12	8.5
3x	0.09	10.8
3y	0.13	7.9
3z	0.07	14.9

La Tabla 7 muestra los resultados identificados para los amortiguamientos en las pruebas de vibración forzada, el análisis se llevó a cabo mediante el método del decremento logarítmico y se

identificaron valores para cada una de las direcciones principales correspondientes al primer modo de traslación. Se utilizaron las señales obtenidas en la azotea y de los análisis realizados se obtuvo el valor promedio, de acuerdo a lo señalado en el numeral 6.1.5.

**Tabla 7: Amortiguamiento. Método del decremento logarítmico – Pruebas de vibración forzada**

<i>Dirección</i>	$\xi$
x	1.44%
y	0.78%

## 6.2. PRUEBAS DE VIBRACIÓN AMBIENTAL

Las pruebas de vibración ambiental consisten en instrumentar la estructura y realizar el monitoreo de sus condiciones dinámicas en servicio. Se instrumentaron todos los niveles y la base con registro en forma simultánea, empleando la misma disposición de sensores que para las pruebas de vibración forzada.

Con este tipo de pruebas se pretende establecer una metodología de análisis y algunos criterios fundamentales para el mismo, con la finalidad de que puedan ser adaptados a cualquier tipo de estructura.

### 6.2.1. GENERALIDADES

Los registros de vibración ambiental obtenidos tienen una duración de 30 minutos y están espaciados cada 0.005 segundos, lo que da como resultado un total de 360000 puntos para cada señal. Para el cálculo del análisis espectral promedio, se toman ventanas de 4096 puntos traslapadas un 50%, para un total de ventanas promediadas de 128. Esta cantidad de ventanas se considera adecuado para reducir al máximo la existencia del error aleatorio, al igual que la longitud de cada uno de ellos no compromete significativamente la resolución en la respuesta.

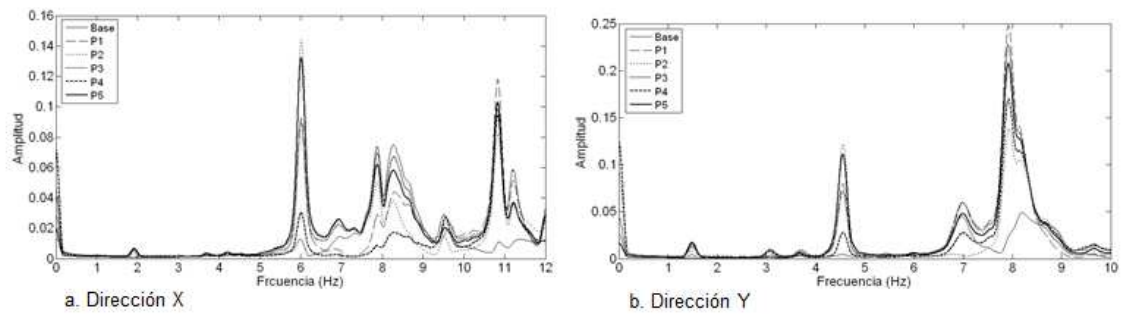
### 6.2.2. FRECUENCIAS DE TRASLACIÓN

Para la identificación de las frecuencias del sistema se utiliza el análisis espectral, se incluyen en este los espectros de potencia, funciones de transferencia, cocientes espectrales y funciones de coherencia para los registros obtenidos en los diferentes niveles de la estructura analizada.

La identificación de los picos correspondientes a las frecuencias propias de la estructura requiere de un mayor análisis que en las pruebas de vibración forzada, debido a que la relación respuesta-ruido es baja, es decir los picos leídos, por ejemplo en el espectro de amplitudes de Fourier, pueden deberse a efectos de ruido o a la respuesta propia de la estructura.

De acuerdo con lo anterior, la Figura 31 muestra los espectros de Fourier promedio para todos los niveles instrumentados en las direcciones ortogonales de análisis. En comparación con la Figura 25

se evidencia una cantidad mayor de picos en diferentes frecuencias y de diferentes amplitudes, por lo que no es posible concluir con seguridad nada acerca de las propiedades dinámicas de la estructura.



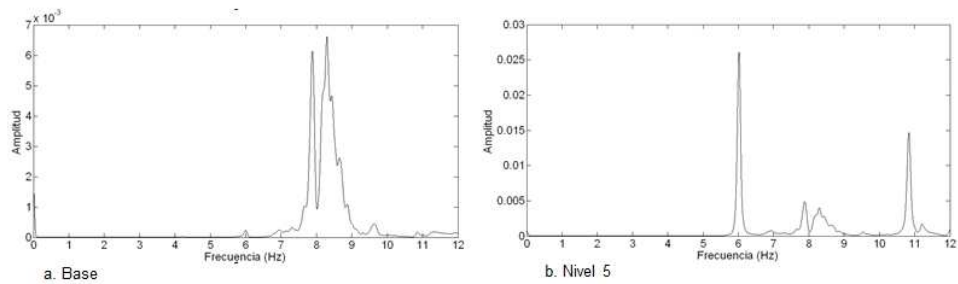
**Figura 31: Espectros de Fourier para pruebas de vibración ambiental**

Para la realización del análisis del sistema es conveniente disponer de una buena cantidad de puntos registrados y un programa de cómputo para realizar el análisis espectral de tal manera que se pueda comprender adecuadamente el comportamiento de la estructura. Se deben, sin embargo, identificar dos tipos de análisis diferentes: el que compara cualquier punto de la estructura con la base o el terreno y el que compara dos puntos diferentes dentro de la misma estructura; las razones para este tipo de diferenciación se expondrán más adelante. Para el caso específico del presente documento, se presentarán los resultados obtenidos para una representación de cada tipo de análisis y en una sola dirección, los resultados completos se muestran en el anexo 3

#### 6.2.2.1. Nivel 5 vs Base

Este tipo de análisis muestra los resultados del estudio de dos puntos instrumentados: uno que se encuentra dentro del sistema (Nivel 5) y otro fuera de este (Base). Se ejemplifica este caso por ser el más representativo, aunque los resultados obtenidos con otros puntos de análisis presentan el mismo comportamiento.

La Figura 32 muestra los espectros de potencia para las señales de los puntos analizados. El espectro de la señal de la base (También llamada señal de entrada) muestra un solo pico alrededor de los 8 Hz, esta información, se puede afirmar que es el contenido frecuencial del sitio donde se encuentra apoyada la estructura, que para el caso de esta estructura sería la mesa sísmica, pero que se puede extrapolar para las demás edificaciones como las frecuencia dominante del sitio o suelo. Por otra parte, el espectro de la señal del piso 5 (Denominada señal de salida) muestra varios picos, además del pico de los 8 Hz se pueden ver otros picos de diferente magnitud, lo que se puede interpretar como que esta señal contiene información tanto del suelo (entrada) como de la estructura (sistema).



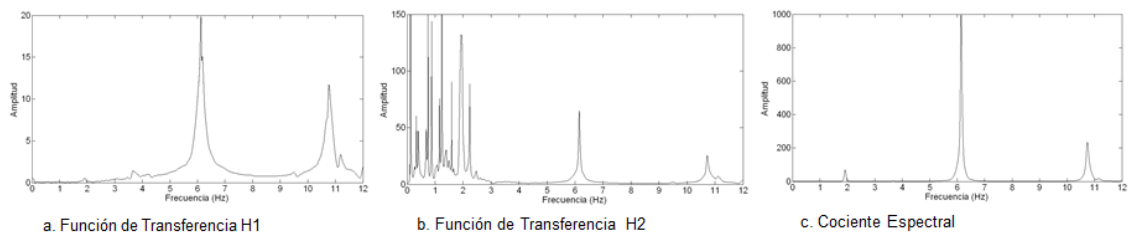
**Figura 32: Espectros de potencia – Vibración ambiental**

Para el caso planteado en este análisis, de acuerdo con lo observado en la Figura 32, los espectros de potencia pueden ser suficientes para la identificación de las frecuencias de la estructura pues los picos se encuentran bien definidos. Sin embargo, para estructuras reales donde hay más factores inmersos en la medición y existe más complejidad en la geometría de las mismas se requiere desarrollar un análisis espectral completo.

Las funciones de transferencia y cociente espectral entre las señales de entrada y salida reflejan las frecuencias del sistema, debido a que elimina los componentes frecuenciales del suelo. Los picos que acá se muestran, para sistemas ideales en los que la señal de salida correspondiera únicamente a la señal de entrada deberían ser iguales, de igual magnitud y corresponder a las frecuencias de la estructura. Sin embargo, como esto no sucede en el análisis de vibraciones ambientales, es conveniente analizar las tres gráficas en conjunto para establecer conclusiones.

De todos los análisis realizados para este tipo de correlaciones y de las recomendaciones para las funciones de transferencia mencionadas en el capítulo anterior, se observó que entre las dos funciones de transferencia H1 y H2 y el cociente espectral el que mejor refleja las frecuencias de la estructura es el cociente espectral.

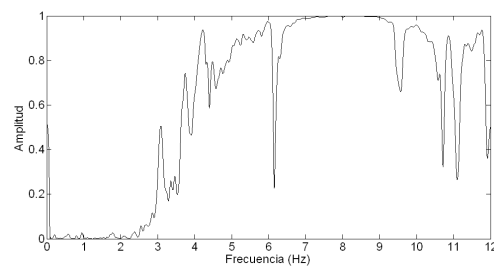
La Figura 33 muestra las funciones de transferencia y cociente espectral entre las señales de análisis para la dirección estudiada. De acuerdo con lo anterior se observan en el cociente espectral, picos en 1.9 Hz, 6.1 Hz y 10.8 Hz los cuales se identificaron en las pruebas de vibración forzada como las frecuencias de la estructura. Para las funciones de transferencia, la función H1 se acerca a este planteamiento, mientras que la función H2 difiere radicalmente de los resultados esperados, por lo que se puede afirmar que es la menos confiable de las tres.



**Figura 33: Funciones de transferencia Base-N5 – Vibración ambiental**

La Figura 34 muestra la función de coherencia para las señales analizadas. Para este caso es de esperarse coherencias bajas debido a que se está analizando un punto que está dentro del sistema estructural con uno que se encuentra por fuera del mismo. Este caso es lógico para vibraciones ambientales, donde la señal registrada en la base no es necesariamente la que excita la estructura, por lo que en la señal de salida se registran las vibraciones del sistema ocasionadas además de por las vibraciones en la base, por otro tipo de fuentes, como el viento o el uso normal del edificio. Sin embargo, como se observa en la Figura 34, para la frecuencia identificada como del terreno, la coherencia sí es alta.

En términos generales, la coherencia para este tipo de análisis permite corroborar las frecuencias identificadas como del sitio para aislarlas del análisis. Más allá es conveniente no extraer más información que pueda ser errada.



**Figura 34: Función de coherencia – Ensayos de traslación – Vibración ambiental**

En términos generales, cuando se realiza el análisis espectral para dos puntos, uno en la azotea de la edificación y otro en la base o el terreno, se tiene lo siguiente:

- En el espectro de potencia de la base se puede observar el contenido frecuencial del terreno, es decir, del sitio.
- En el espectro de potencia de la azotea se puede tener un primer acercamiento a las frecuencias del sistema, sin embargo esta señal tiene contenido tanto del sistema como de la entrada.
- En el cociente espectral se muestran picos asociados a las frecuencias del sistema para la dirección de análisis.
- La coherencia alta se presenta en las frecuencias dominantes del suelo y baja en las frecuencias de la estructura.

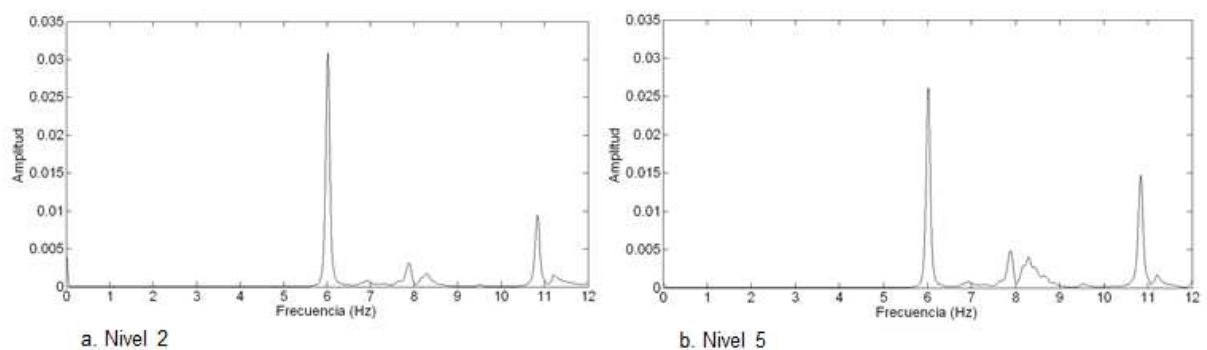
#### 6.2.2.2. Nivel 5 vs Nivel 2

En este análisis se muestran los resultados obtenidos para dos puntos instrumentados, ambos dentro del sistema: Nivel 5 y nivel 2. Se presenta y desarrolla el análisis para un solo caso, aunque los resultados obtenidos para las correlaciones similares son congruentes con éste.

La Figura 35 muestra los espectros de potencia para los dos puntos de análisis. Se evidencian, en ambos espectros, picos consistentes en su localización pero con diferente amplitud. De estos se tiene que al ser mediciones de la respuesta en diferentes puntos del sistema, los contenidos frecuenciales de las señales son debidos tanto al suelo como al sistema en sí, por lo que se observa en ambos espectros la frecuencia identificada como de la base (8 Hz) y las demás asociadas a la estructura.

En cuanto a la amplitud de los picos, su valor relativo entre las amplitudes en diferentes niveles para la misma estructura permite la identificación de las formas modales de vibración, tal como se mostró en las pruebas de vibración forzada. Por otra parte la amplitud relativa entre los picos de una misma señal permite afirmar qué modo sufre la mayor excitación para las condiciones de análisis. En el caso de análisis que se muestra en la Figura 35, es claro por el conocimiento previo que se tienen de las frecuencias de la estructura y la amplitud de los espectros de respuesta, que en la vibración ambiental, el primer modo de vibración no es el que más se excita y el pico correspondiente a éste es difícil de identificar, mientras que el segundo modo presenta la mayor amplitud.

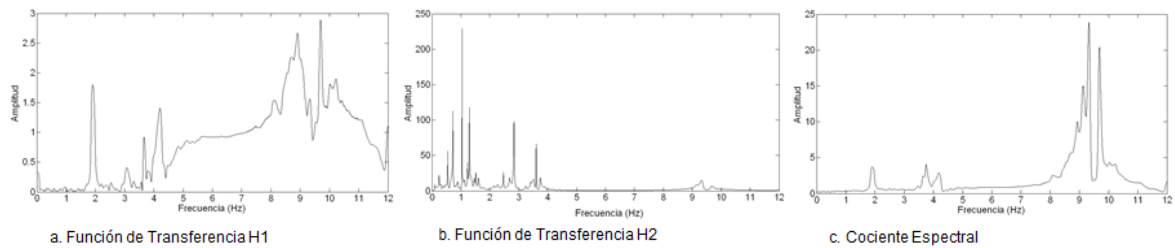
El análisis de los picos de los espectros de potencia de los puntos instrumentados es una primera aproximación a la identificación de las propiedades dinámicas del sistema. Dependiendo del punto de análisis es posible comparar o superponer los espectros con el fin de identificar frecuencias comunes en los diferentes puntos instrumentados. En algunos casos, como se mencionó en el análisis anterior, puede ser suficiente para lograr el objetivo, pero es conveniente siempre utilizar las demás técnicas del análisis espectral para obtener mayor seguridad en los resultados deseados.



**Figura 35: Espectros de potencia – Vibración ambiental**

La Figura 36 muestra las funciones de transferencia y cociente espectral para las señales de análisis. Debido a que las dos señales están registradas en la estructura, se pueden denominar entrada y salida de un subsistema. Las funciones de transferencia y cociente espectral entre las señales analizadas contienen información acerca de los movimientos relativos entre los puntos de análisis y si bien es posible obtener algún tipo de información, especialmente en los cocientes

espectrales, esta no es clara o determinante para establecer las propiedades del sistema. Como se puede observar en la Figura 36, los picos son diferentes para las tres funciones de análisis, situación que se presenta sistemáticamente para los demás análisis, por lo cual se debe analizar con detenimiento teniendo en cuenta que proporciona información entre las amplitudes de movimiento de los puntos analizados.

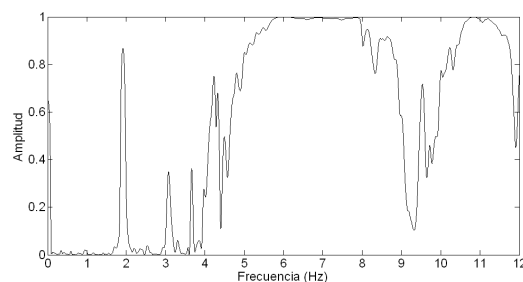


**Figura 36: Funciones de transferencia N2 - N5 – Vibración ambiental**

La Figura 37 muestra la función de coherencia entre las señales de los puntos analizados. Es de resaltar, que al realizarse el análisis para dos señales que se encuentran dentro del sistema, se espera que exista una relación lineal directa entre las mismas para las frecuencias de la estructura.

En este sentido la coherencia presenta valores cercanos a uno en las frecuencias identificadas como las del sistema. Este análisis permite realizar una verificación de los valores hallados en los puntos anteriores, pues si bien la coherencia es alta en los puntos de interés, puede serlo también en otros rangos, por lo que no es suficiente únicamente esta información para el análisis.

Para el caso particular de análisis se tienen identificadas las frecuencias 1.9 Hz, 6.1 Hz y 10.8 Hz como las frecuencias de los tres primeros modos en la dirección de análisis. De la Figura 37 se confirman valores de coherencia cercanos a uno para estos tres puntos, lo que confirma los planteamientos realizados.



**Figura 37: Función de coherencia N2 - N5 – Vibración ambiental**

En términos generales, cuando se realiza el análisis espectral para dos puntos, ambos dentro del sistema, se tiene lo siguiente:

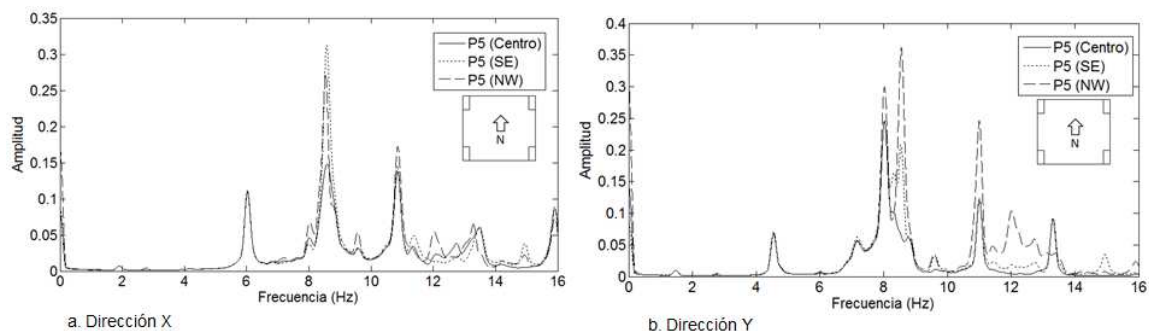
- Los espectros de potencia muestran información tanto de la base como de la estructura, sin embargo, los picos deben estar ubicados en las mismas frecuencias, pero con diferente amplitud.
- El cociente espectral y las funciones de transferencia muestran información de los movimientos relativos entre niveles, por lo que puede contener información confusa para el análisis.
- La coherencia es alta en las frecuencias de la estructura, sirve para confirmar la información obtenida previamente.

### 6.2.3. FRECUENCIAS DE ROTACIÓN (TORSIÓN)

Para la identificación de las frecuencias de torsión mediante las pruebas de vibración ambiental se utiliza el análisis espectral completo, es decir, además de los espectros de Fourier utilizados en las pruebas de vibración forzada, se utilizan los espectros de potencia, funciones de transferencia, coherencia y fase.

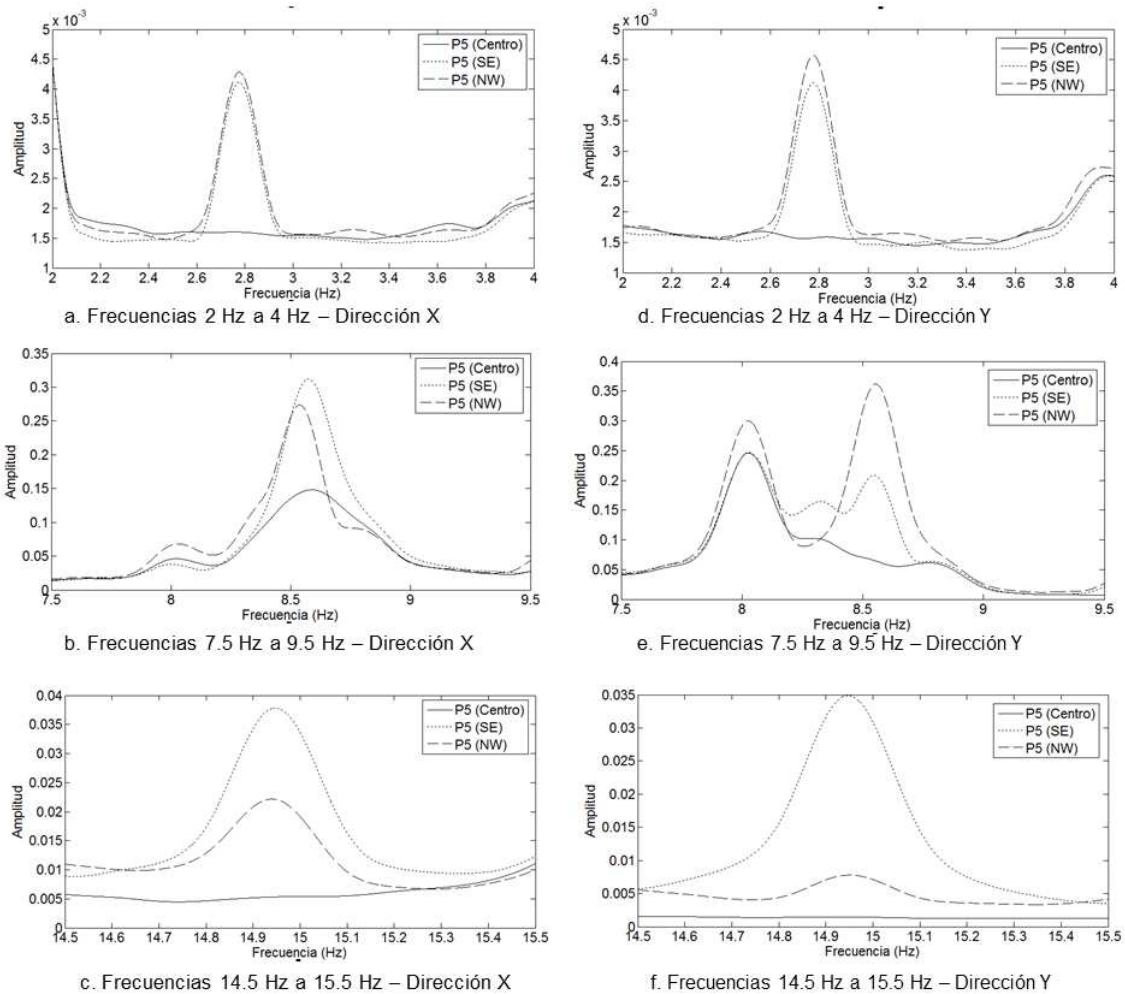
Es así como el tipo de análisis, que para la identificación de las frecuencias de traslación se realizaban entre sensores de niveles diferentes, para este caso se realizan entre sensores ubicados en las diferentes posiciones de un mismo nivel.

La Figura 38 muestra los espectros de amplitudes de Fourier para los registros obtenidos de sensores ubicados en el último nivel de la estructura en las dos direcciones principales. Esta es análoga a la Figura 22 de las pruebas de vibración forzada y es posible identificar la misma particularidad en cuanto a las frecuencias de torsión. Ésta es que en las frecuencias de torsión se observan picos para los espectros de las señales de los sensores ubicados en los extremos del nivel, los cuales no se presentan para los registros de los aparatos del centro.



**Figura 38: Espectros de Fourier para pruebas de torsión - Vibración ambiental**

La Figura 39 muestra un acercamiento de las frecuencias identificadas para cada uno de los modos asociados a torsión. Se resalta, al igual que en las pruebas de vibración forzada que además de ser iguales en las dos direcciones de análisis, no se registran en el sensor ubicado en el centro de cada nivel. De estos resultados se confirman claramente que los valores de frecuencia asociados a los modos de torsión son 2.75 Hz, 8.52 Hz y 14.9 Hz.



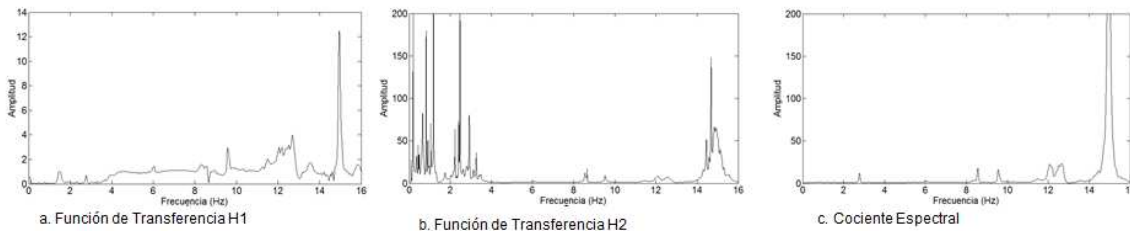
**Figura 39: Identificación frecuencias de torsión - Vibración ambiental.**

Sin embargo y debido a las bajas amplitudes de las pruebas de vibración ambiental, los espectros de Fourier muestran otros picos no identificados asociados probablemente a ruido en la señal. Cabe notar en este punto que las amplitudes de las pruebas de vibración forzada son significativamente mayores que las de vibración ambiental (150 Gal como máximo de la vibración forzada contra 1 Gal de promedio de la vibración ambiental) lo que se ve reflejado en los espectros de amplitudes de Fourier.

En este sentido, es posible complementar el análisis, al igual que en las pruebas traslacionales, con el análisis espectral al suponer el ensayo como un proceso estocástico, estacionario ergódico. De esta manera es posible realizar análisis cruzados entre las señales obtenidas.

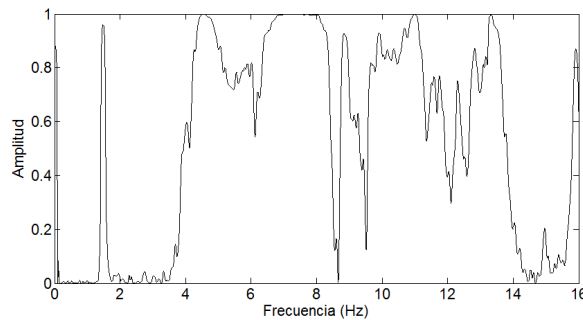
La Figura 40 muestra el cociente espectral y las funciones de transferencia entre un sensor ubicado en el centro del piso y otro ubicado en el extremo del mismo para una misma dirección.

De ésta se observan claramente los picos asociados a las frecuencias de torsión. Este tipo de análisis puede ser comparable con el que se realiza entre las señales, una en la base y otra en la estructura, para la identificación de las frecuencias traslacionales. Sin embargo, para este caso los picos observados no son plenamente concluyentes, pues no es posible aislarlos con claridad, es así como se observan otros picos no asociados a las frecuencias de los modos de torsión. Por esto se puede afirmar que este tipo de análisis es complementario al descrito anteriormente.



**Figura 40: Funciones de transferencia – Ensayos de torsión – Vibración ambiental**

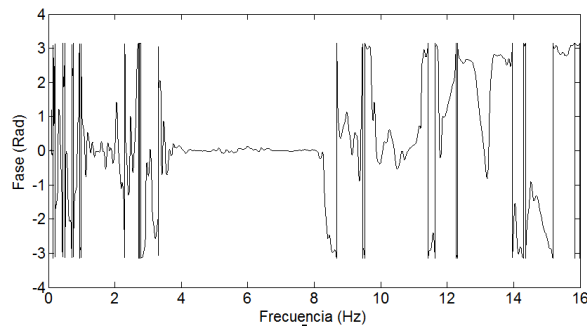
La Figura 41 muestra la función de coherencia entre estas señales, se puede observar que para las frecuencias identificadas es baja, lo que es de esperarse pues se asume que el sensor del centro no registra las frecuencias de rotación.



**Figura 41: Función de coherencia Nivel 5 Centro - Nivel 5 extremo**

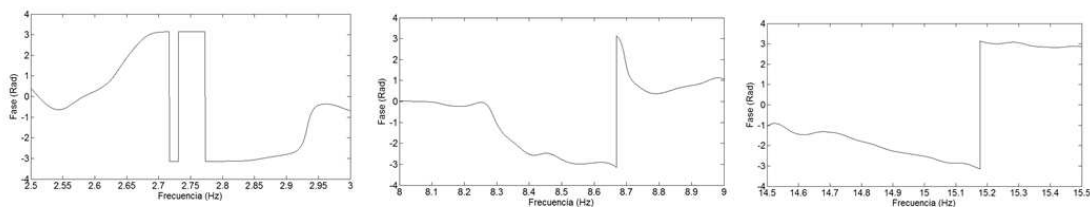
Por otra parte al realizar el análisis cruzado entre los sensores de los extremos de un mismo nivel, es posible corroborar algunos aspectos obtenidos mediante la comparación anterior. En este punto es importante la información suministrada por las funciones de fase y de coherencia.

La Figura 42 muestra el espectro de fase obtenido para los sensores ubicados en los extremos de un mismo nivel y para las frecuencias identificadas como las de torsión. Debido a la naturaleza rotacional de las frecuencias de torsión, para este arreglo de acelerómetros donde se ubican en extremos opuestos de la estructura, se tiene que los registros para estas frecuencias deberán estar en desfase. Esto se observa en la figura donde se obtiene un valor de  $\pm\pi$  para las frecuencias identificadas como de torsión.



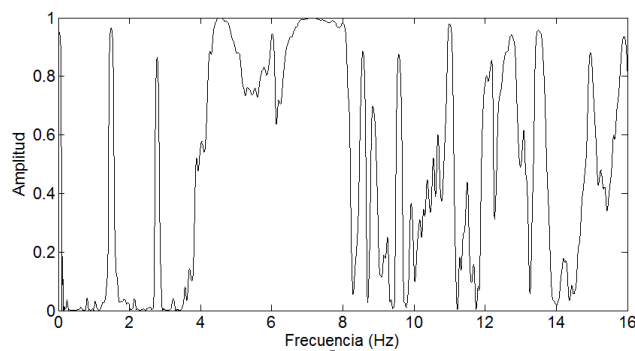
**Figura 42: Ángulo de fase entre señales de los extremos para un mismo nivel – Vibración ambiental.**

La Figura 43 muestra un acercamiento del ángulo de fase a las frecuencias identificadas durante el análisis como las asociadas a los modos de torsión, para los registros obtenidos de los sensores ubicados en los extremos de un mismo nivel. Se observa que para todos estos puntos, las señales se encuentran en desfase.



**Figura 43: Ángulo de fase para las frecuencias identificadas de los modos de torsión - Sensores extremos opuestos**

Finalmente se observa en la Figura 44 la función de coherencia para los registros de los extremos. Se observa que como ambos aparatos registran la misma señal de torsión, aunque en direcciones contrarias, la función de coherencia es cercana a la unidad. Este resultado puede compararse con el obtenido, en los ensayo de traslación, al comparar señales de sensores dentro de la estructura.



**Figura 44: Función de Coherencia entre las señales de sensores de extremos opuestos.**

En términos generales, cuando se realizan pruebas para la identificación de las frecuencias de rotación se tiene lo siguiente:

- Las frecuencias de torsión se identifican a partir de sensores ubicados uno en el centro y al menos otro en un extremo de la estructura a analizar.
- Al graficar los espectros de Fourier de registros de un mismo nivel, las frecuencias de rotación serán las que están asociadas a picos que se muestran para los aparatos de los extremos, pero no en el del aparato central.
- Del análisis espectral entre una señal del centro y otra del extremo, se debe prestar atención sólo a las funciones de transferencia y cocientes espectrales.
- Del análisis entre dos señales obtenidas de sensores en los extremos se debe mirar los espectros de fase y la función de coherencia.

#### 6.2.4. FORMAS MODALES

Para la identificación de las formas modales a partir de vibraciones ambientales, se sigue el mismo procedimiento descrito en el numeral 6.1.4. Las formas modales no deben cambiar respecto de las vibraciones forzadas, toda vez que la estructura es la misma, no presenta daños y se asume que para ambas pruebas permanece como un sistema lineal. Las diferencias que se puedan presentar corresponden más a posibles errores en la medición o en la obtención de los datos. Se presentan en la Figura 45 el cálculo de las formas modales en ambas direcciones.

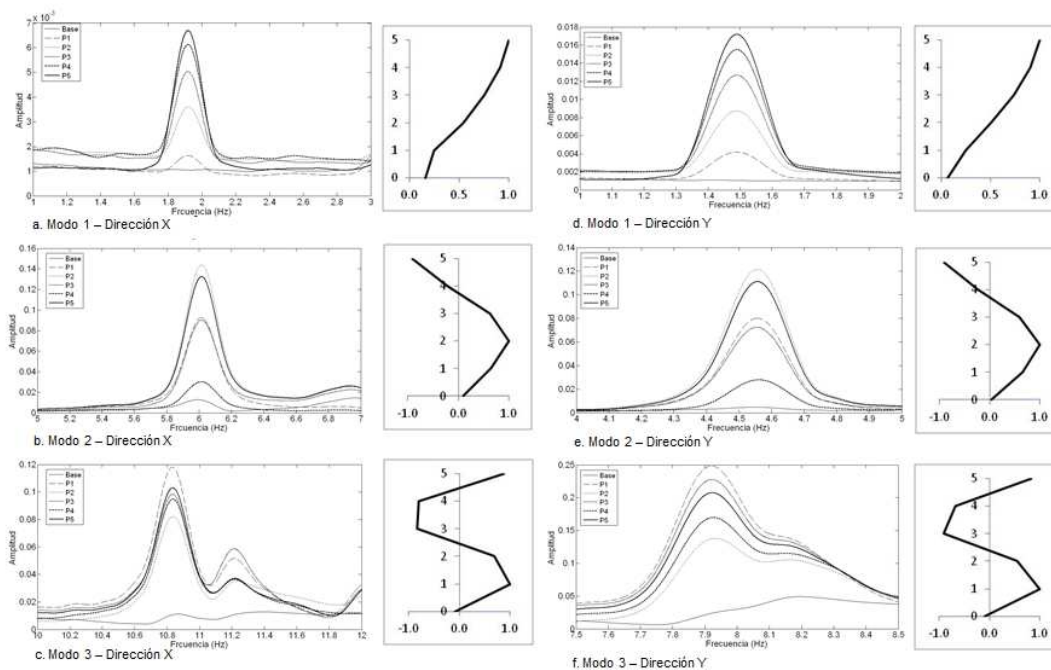
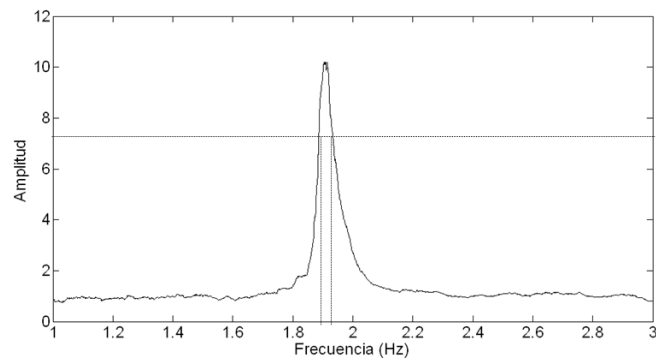


Figura 45: Formas modales de los tres primeros modos en cada dirección - Vibración ambiental.

### 6.2.5. AMORTIGUAMIENTO

Para el cálculo del amortiguamiento se utiliza el método del semiancho de banda descrito en el capítulo anterior. La Figura 46 y la Tabla 8 muestran los cálculos realizados para determinar la fracción de amortiguamiento crítico para el primer modo en la dirección X.



**Figura 46: Cociente espectral para el cálculo del amortiguamiento. Modo 1, dirección X**

Se utiliza el cociente espectral entre las señales del último nivel y la base, debido a que este representa la función de respuesta en frecuencia de la estructura.

**Tabla 8: Cálculo del amortiguamiento, método del semiancho de banda. Modo 1, dirección X**

<b>Amortiguamiento</b>	
<b>Modo 1 - Dirección X</b>	
$A_{m\acute{a}x}$	10.23
$A_{m\acute{a}x}/\sqrt{2}$	7.24
$f_1$	1.89 Hz
$f_2$	1.93 Hz
$\xi$	1.23%

De la Tabla 8 y de acuerdo con la ecuación 39, se tiene:

$$\xi = \frac{1.93 \text{ Hz} - 1.89 \text{ Hz}}{1.93 \text{ Hz} + 1.89 \text{ Hz}} = 0.0123$$

Siguiendo esta metodología es posible identificar las fracciones de amortiguamiento críticas reales para cada modo y en cada dirección. Los resultados generales se muestran en el numeral 6.2.6.

Para esta metodología es necesario aclarar que los resultados obtenidos son simplemente estimativos que están sujetos a un alto grado de incertidumbre y errores inherentes al tipo de análisis realizados.

### 6.2.6. RESULTADOS

La Tabla 10 muestra las frecuencias identificadas para las pruebas de vibración ambiental para los tres primeros modos de vibración de cada una de las direcciones, dos de traslación ortogonales y una de torsión.

**Tabla 9: Frecuencias de vibración de la estructura – Resultados pruebas de vibración ambiental**

<i>Modo</i>	<i>T (s)</i>	<i>f (Hz)</i>
1x	0.53	1.9
1y	0.67	1.5
1z	0.37	2.7
2x	0.16	6.1
2y	0.22	4.6
2z	0.12	8.5
3x	0.09	10.8
3y	0.13	7.9
3z	0.07	14.9

Por otra parte, la Tabla 10 muestra los resultados de los amortiguamientos obtenidos a partir de las pruebas de vibración ambiental. Se utilizó para este análisis el método del semiancho de banda y se identificaron fracciones de amortiguamiento crítico para cada una de las direcciones principales y para los primeros tres modos de vibración. Para el análisis se utilizaron los cocientes espectrales entre las señales del último nivel y de la base.

**Tabla 10: Amortiguamiento. Método del semiancho de banda**

<i>Dirección</i>	$\xi$		
	<i>Modo 1</i>	<i>Modo 2</i>	<i>Modo 3</i>
x	1.23%	3.30%	1.21%
y	1.19%	2.19%	0.81%

### 6.3. COMPARACIÓN DE RESULTADOS

La Tabla 11 muestra una comparación entre los resultados obtenidos en el modelo analítico y los resultados de las campañas experimentales tanto para las pruebas de vibración ambiental como los de vibración forzada.

Para las frecuencias de vibración, en cuanto a las pruebas experimentales realizadas los resultados son prácticamente iguales y entre los modelos analítico y experimental, los resultados obtenidos presentan diferencias pequeñas. Lo anterior permite validar la metodología empleada para el análisis e identificación de las frecuencias de vibración de una estructura sometida a vibraciones

ambientales, toda vez que los valores obtenidos para este caso de análisis son consistentes con los valores de referencia y se evidencia una correlación alta para todos los datos obtenidos.

**Tabla 11: Resultados analíticos y experimentales**

<i>Modo</i>	<i>Modelo Analítico</i>			<i>Modelo Experimental (Vibración Forzada)</i>			<i>Modelo Experimental (Vibración Ambiental)</i>		
	<i>T (s)</i>	<i>f (Hz)</i>	<i>ξ (%)</i>	<i>T (s)</i>	<i>f (Hz)</i>	<i>ξ (%)</i>	<i>T (s)</i>	<i>f (Hz)</i>	<i>ξ (%)</i>
1x	0.51	1.95	5.0	0.53	1.9	1.4	0.53	1.9	1.2
1y	0.66	1.51	5.0	0.67	1.5	0.8	0.67	1.5	1.2
1z	0.37	2.67	5.0	0.36	2.7	-	0.36	2.7	-
2x	0.17	6.03	5.0	0.17	6.0	-	0.17	6.1	3.3
2y	0.22	4.49	5.0	0.22	4.5	-	0.22	4.6	2.2
2z	0.12	8.09	5.0	0.12	8.5	-	0.12	8.5	-
3x	0.1	10.46	5.0	0.09	10.8	-	0.09	10.8	1.2
3y	0.14	7.31	5.0	0.13	7.9	-	0.13	7.9	0.8
3z	0.07	13.6	5.0	0.07	14.9	-	0.07	14.9	-

Para los valores de amortiguamiento obtenido, en el modelo analítico se utilizó un valor base con el que se realizan la mayor parte de los diseños estructurales y si bien este difiere de los valores experimentales, se puede afirmar que los datos obtenidos validan las metodologías empleadas. Lo anterior porque aunque ambos resultados son experimentales, y están sujetos a algún porcentaje de error desconocido, la similitud en los resultados permite aceptar los resultados. Esto confirma la viabilidad del método del semiancho de banda para la estimación de la fracción de amortiguamiento crítico de la estructura en análisis de vibraciones ambientales.

El hecho de que en los resultados de los dos tipos de pruebas experimentales, las frecuencias no varíen con la amplitud de excitación demuestra que la estructura durante las pruebas realizadas se mantuvo en el rango lineal elástico los que es compatible con el tipo de análisis llevado a cabo en el modelo analítico.

## 7. CONCLUSIONES

La instrumentación sísmica de estructuras es de amplia utilidad e importancia, ya que permite la comprensión del comportamiento de las edificaciones una vez construidas, tanto durante su uso normal como en su respuesta ante eventos sísmicos. En Colombia a pesar de ser un tema reglamentado su aplicación es mínima bien sea por desconocimiento o por omisión.

En una estructura instrumentada, las vibraciones forzadas o las vibraciones sísmicas permiten la identificación rápida de las propiedades dinámicas de la misma. Sin embargo la dificultad en la realización de vibraciones forzadas a edificaciones reales y la incertidumbre en la ocurrencia de los sismos hacen difícil la implementación de este tipo de pruebas. Por otra parte, la amplitud de estos eventos producen respuestas en la estructura que pueden ser de tipo no lineales y además el módulo de elasticidad de la estructura será diferente para cada nivel de esfuerzo principalmente en estructuras de concreto; este aspecto hace que la comparación de las propiedades en el tiempo no sea en su totalidad posible, un aspecto clave para la identificación de las afectaciones en las estructuras causadas por sismos.

El análisis de vibraciones ambientales es una herramienta muy útil en el estudio del comportamiento dinámico de estructuras construidas, pues permite que con las herramientas matemáticas para el análisis de registros la identificación de las propiedades de las mismas. Su ventaja radica en que se pueden realizar en cualquier momento y en que es posible la comparación de resultados en el tiempo, por ejemplo antes y después de un evento sísmico.

La instrumentación de una edificación se debe realizar dependiendo de los parámetros que se desean medir, con el fin de optimizar la cantidad de equipos de los que se dispone. De esta manera, si se desea medir frecuencias traslacionales y amortiguamiento es importante ubicar los instrumentos en diferentes niveles en altura y uno en la base, teniendo en cuenta que dependiendo del modo de vibración podrá haber puntos que no sufran excitación. Si por otra parte si se desean medir frecuencias de torsión se debe disponer de un arreglo de al menos dos sensores en uno de los niveles de análisis con el fin de comparar los movimientos relativos de rotación.

El análisis de los registros de vibraciones ambientales se adapta correctamente a la teoría de los procesos estocásticos, estacionarios ergódicos, por lo que es posible la aplicación del análisis espectral (Espectros de potencia, funciones de transferencia y funciones de coherencia) para la identificación de las propiedades dinámicas de la estructura.

El uso de las técnicas no paramétricas o análisis espectral permite la identificación de las propiedades dinámicas de las estructuras instrumentadas, estas son: frecuencias de vibración (de traslación y torsión), formas modales y fracciones de amortiguamiento crítico.

Los registros de vibración ambiental pueden estar contaminados con una gran cantidad de ruido que puede dificultar la identificación de los parámetros requeridos. Esto se da debido a que la amplitud del movimiento de la estructura es tan bajo que puede registrar iguales amplitudes que el ruido indeseado o que contamina las señales.

Debido a que las herramientas matemáticas parten de un planteamiento ideal, se debe realizar un adecuado proceso de registro y manejo de las señales con el fin de minimizar los errores inherentes a la implementación de la teoría en la práctica. De esta manera y con el trabajo realizado se recomienda realizar mediciones de más de 20 minutos, de manera que al realizar los procesos de partición de ventanas para su promedio, se obtenga una buena cantidad de ventanas y con un número adecuado de puntos cada una de ellas. El número de ventanas reduce el error aleatorio por promediado y la longitud de cada ventana reduce los errores por resolución. Se puede recomendar, de acuerdo con la teoría y la práctica, alrededor de cien ventanas de 4096 puntos cada una.

En la instrumentación de una estructura, la localización tridimensional de los aparatos está directamente ligada al tipo de propiedad que se desea evaluar. De manera que si es posible contar con la cantidad adecuada de aparatos estos deberían ir en todos los niveles y para cada uno de estos, uno en el centro y dos en esquinas opuestas de la edificación; la primera condición para evaluar las propiedades de traslación y la segunda para evaluar las de rotación. Si no se dispone de la cantidad suficiente, se deben programar varias pruebas diferentes para evaluar las diferentes propiedades de la estructura.

En las pruebas de vibración ambiental, se reconocen dos tipos de análisis para la identificación de las frecuencias de traslación de la estructura los cuales se deben realizar de manera conjunta: En el primero se comparan puntos instrumentados dentro de la estructura, con puntos fuera de ésta; aquí la identificación de las frecuencias se hace mediante la identificación de picos en las funciones de transferencia o cocientes espectrales. En el segundo tipo de análisis, se comparan puntos dentro de la misma estructura; este sirve para confirmar las frecuencias identificadas con el primer análisis, mediante la función de coherencia, la cual debe ser cercana a uno para las frecuencias del sistema. Esta metodología debe ir acompañada por el estudio de la información de los espectros de Fourier y de potencia.

Es posible la identificación de las frecuencias asociadas a los modos de torsión mediante la instrumentación de un mismo nivel de la estructura en varios puntos, al menos uno en el centro y otro en uno de los extremos de la misma. Las frecuencias de rotación se observan principalmente al comparar los espectros de amplitudes de Fourier de los puntos instrumentados. Los espectros de los sensores de las esquinas deberán presentar picos asociados a las frecuencias de rotación que no se observan para los espectros del sensor del centro.

Para la correcta identificación de las propiedades dinámicas de una estructura es necesario contar con aparatos que registren en forma simultánea en varios puntos de la estructura. La información

de un solo aparato puede ser útil pero no suficiente, toda vez que para la adecuada identificación de las frecuencias de vibración y su correspondiente modo, es necesario realizar comparaciones entre los resultados para diferentes sensores.

El método del semiancho de banda permite la identificación de la fracción de amortiguamiento crítico de cada modo de vibración de la estructura. Cabe resaltar que es un método producto de datos experimentales como tal contiene errores, sin embargo es útil para tener un estimativo de éste parámetro en la estructura.

Como resultado de esta investigación, se diseñó y construyó un modelo a escala de una edificación que permitió ser instrumentada y ensayada en pruebas de vibración ambiental y forzada para la construcción y validación de la metodología adoptada y de las herramientas de cómputo generadas.

Se desarrolló un programa de cómputo mediante MATLAB™ denominado *Vibraciones* el cual permite el análisis de señales producto de monitoreo estructural. Este utiliza el análisis espectral, es decir, espectros de Fourier y de potencia, funciones de transferencia y coherencia y cocientes espectrales y con él fue posible la identificación de las propiedades dinámicas de la estructura y la implementación de la metodología de análisis.

El uso de herramientas computacionales como las desarrolladas en este proyecto permite el análisis rápido y confiable de los registros obtenidos, es importante contar con las herramientas necesarias que permitan el análisis de los resultados y aprovechen el uso de los equipos de instrumentación sísmica.

Los resultados obtenidos a partir del análisis experimental de una estructura, son confiables, toda vez que se validaron con resultados de modelos analíticos empleados en el diseño dinámico convencional de edificaciones. Las variaciones obtenidas son muy bajas lo que permite validar la metodología empleada y confirmar la conveniencia y aplicación práctica de la instrumentación de estructuras.



## 8. BIBLIOGRAFÍA

Asociación Colombiana de Ingeniería Sísmica, 2010. *Reglamento Colombiano de Construcción Sismo Resistente NSR-10*. Bogotá D.C.: AIS.

Bendat, J. & Piersol, A. G., 1993. *Engineering applications of correlation and spectral analysis*. New York: John Wiley & Sons.

Bendat, J. S. & Piersol, A. G., 2010. *Random Data. Analysis and Measurement Procedures*. 4ta ed. Hoboken(NJ): John Wiley & Sons.

Benjamin, J. R. & Cornell, C. A., 1981. *Probabilidad y estadística en ingeniería civil*. Bogota: McGraw Hill.

Bernal, R. & Melo, F., s.f. *Técnicas Experimentales "Análisis de Señales"*. Santiago de Chile: Universidad de Santiago, Departamento de Física.

Botero, J. C., 2011. *Dinámica de Estructuras Sistemas de un grado de libertad*. Medellín: Fondo Editorial Universidad EAFIT.

Brüel & Kjaer, 1984. Dual Channel FFT Analysis (Part I). *Technical Review*, Issue 1.

Brüel & Kjaer, 1984. Dual Channel FFT Analysis (Part II). *Technical Review*, Issue 2.

Canterbury Seismic Instruments, 2012. *Canterbury Seismic Instruments*. [En línea] Available at: [www.csi.net.nz](http://www.csi.net.nz) [Último acceso: 25 Junio 2012].

Carreño, E., Bravo, B., Suárez, A. & Tordesillas, J. M., 1999. Registro y tratamiento de acelerogramas. *Física de la Tierra*, Volumen 11, pp. 81-111.

Clough, R. W. & Penzien, J., 1993. *Dynamics of Structures*. Segunda Edicion ed. Singapore: McGraw-Hill.

Cooley, J. W. & Tukey, J. W., 1965. An algorithm for machine calculation af complex Fourier series. *Mathematics of Computation*, 19(90), pp. 297-301.

Espinoza, F., 1999. *Determinación de características dinámicas de estructuras*. Barcelona: Universidad Politécnica de Cataluña.

Ewins, D. J., 2000. *Modal Testing, theory, practice and appliction*. 2 ed. Philadelphia: Research Studies Press Ltd..

Mendoza, L., Reyes, A., EERI, M. & Luco, J. E., 1991. Ambient Vibration Tests of the Mexicali General Hospital. *Earthquake Spectra*, 7(3), pp. 281-300.

Meruane, V., 2011. *Dinámica Estructural. Apuntes para el curso ME706*. Santiago de Chile: Facultad de Física y Matemáticas, Universidad de Chile.

Murià Vila, D., 2007. *Experiencia Mexicana sobre la respuesta sísmica de edificios instrumentados*. Mexico D.F.: ai Mexico.

Murià Vila, D. & Gonzalez Alcorta, R., 1995. Propiedades dinámicas de edificios de la Ciudad de México. *Revista de Ingeniería Sísmica*, Issue 51, pp. 25-45.

Newland, D. E., 1993. *An Introduction to Random vibrations and wavelet analysis*. 3 ed. Harlow: Prentice Hall.

Stearns, S. D. & Hush, D. R., 1990. *Digital Signal Analysis*. 2da ed. Englewood Cliffs(NJ): Prentice-Hall.

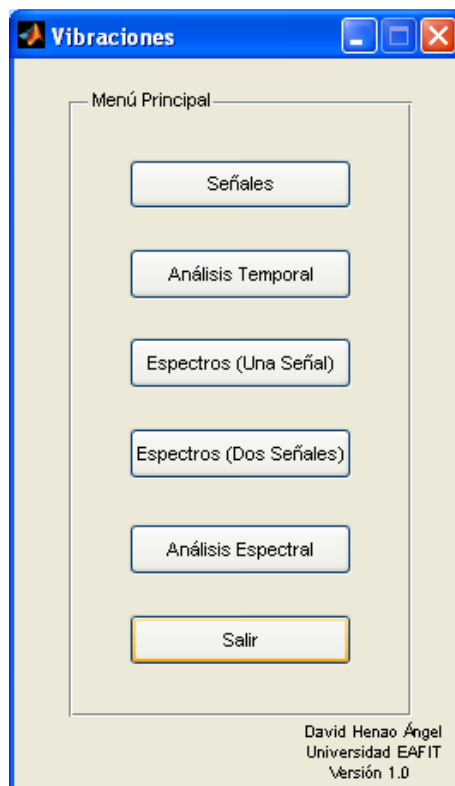
Universidad EAFIT, 2012. *Centro de Laboratorios*. [En línea] Available at: <http://www.eafit.edu.co/escuelas/ingenieria/centro-laboratorios/Paginas/investigacion-ingenieria-sismica.aspx> [Último acceso: 25 Junio 2012].

## A. ANEXO A PROGRAMA DE CÓMPUTO PARA EL ANÁLISIS DE SEÑALES

Como herramienta para el procesamiento y análisis de las señales obtenidas en la etapa experimental del proyecto, se desarrolló un programa de cómputo mediante el uso del software MATLAB<sup>®</sup>. En este anexo se describe el programa desarrollado.

### A.1. PANTALLA DE INICIO

Es a su vez el menú principal del programa y desde donde se selecciona el tipo de análisis que se desea observar. En cada uno de los literales siguientes de este anexo se describirán los submenús que se desarrollan en el programa.



**Figura A 1: Menú Principal Programa Vibraciones**

### A.2. LECTURA Y PROCESAMIENTO DE SEÑALES

Este menú permite bien sea leer uno o varios archivos de datos que contengan los registros a analizar o generar señales a partir de funciones matemáticas.

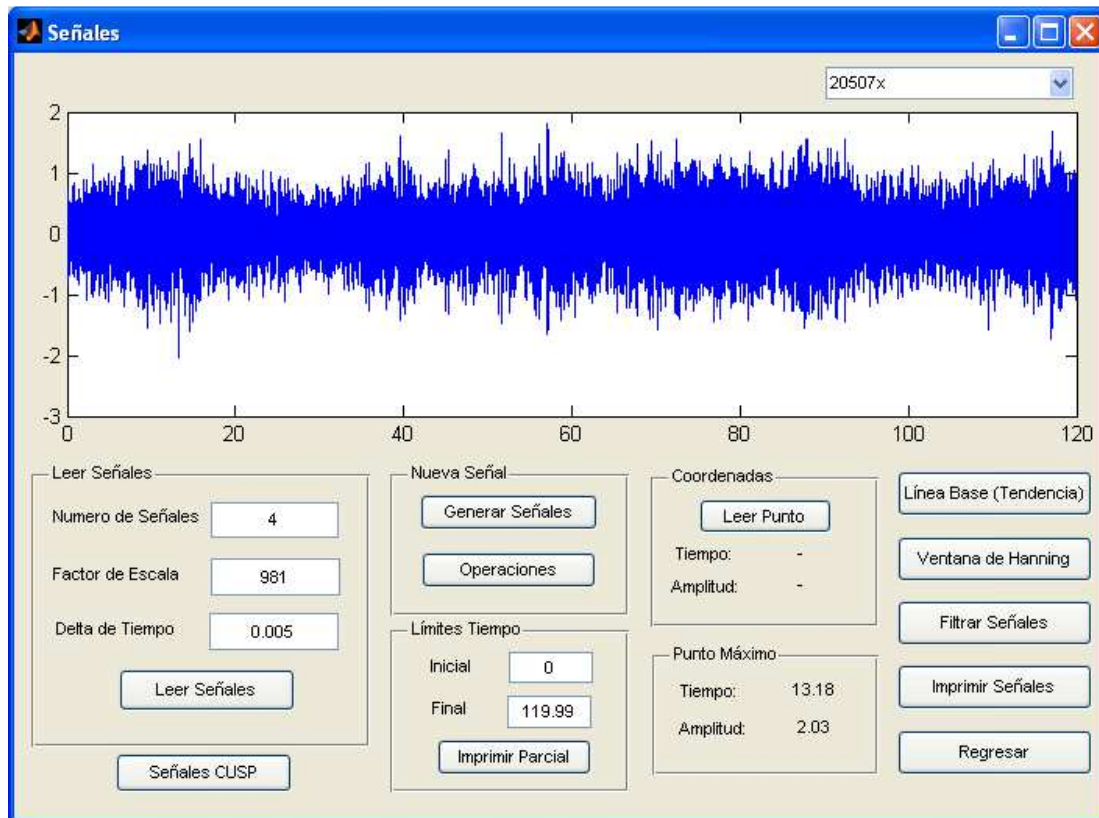


Figura A 2: Menú Señales Programa Vibraciones

#### A.2.1. Leer Señales

Para leer archivos se debe indicar, en las casillas señaladas para tal fin, la cantidad de señales, el factor de escala y el delta de tiempo de las señales contenidas en los archivos. Se debe tener en cuenta que todas las señales leídas deben ser uniformes en cuanto a tener la misma cantidad de puntos, un delta de tiempo igual, no contener líneas de encabezado y requerir el mismo factor de escala.

Una vez indicada esta información se debe dar clic en el botón *Leer Señales* y el programa le indicará el número de la señal a leer y abrirá un archivo de diálogo para buscar el archivo deseado. Una vez leídas las señales se grafica en la ventana la primera señal y en la esquina superior derecha de la ventana se presenta un menú desplegable para seleccionar la señal que se desea graficar. Las señales leídas se mostrarán con el nombre que tienen los archivos que las contienen o con un número si la señal es generada por el programa.

El botón *Señales CUSP* permite decodificar los archivos asociados al equipo CUSP Me, el utilizado en la presente investigación para realizar las mediciones de las vibraciones. El programa solicitará la ubicación del archivo a decodificar y posteriormente la ubicación de cada uno de los archivos de las señales.

## A.2.2. Nueva Señal

Para generar una nueva señal se puede realizar a partir de una función o a partir de operaciones con señales ya leídas en el programa. Para estas dos ventanas ver los numerales A.2.2.1 y A.2.2.2 respectivamente.

### A.2.2.1. Generar Señales

Al presionar el botón *Generar Señales* se activa una nueva ventana que permite crear una nueva señal en el dominio del tiempo a partir de una función específica. Se tiene la opción de generar tres tipos de funciones: una función seno común, la suma de dos funciones seno y el producto de dos funciones seno, para tal fin seleccionar la función que desea obtener y en la parte derecha de la pantalla definir los parámetros de la misma como los son: Amplitud (A y B), período (T1 y T2) y ángulo de fase (c y d).

Si previamente no se ha leído o generado alguna señal, las casillas duración y delta de tiempo aparecerán habilitadas para ser ingresadas por el usuario, en caso contrario y con el fin de permitir las demás funciones del programa, estarán deshabilitados y el programa generará la señales con la misma duración y delta de tiempo de las señales previas.

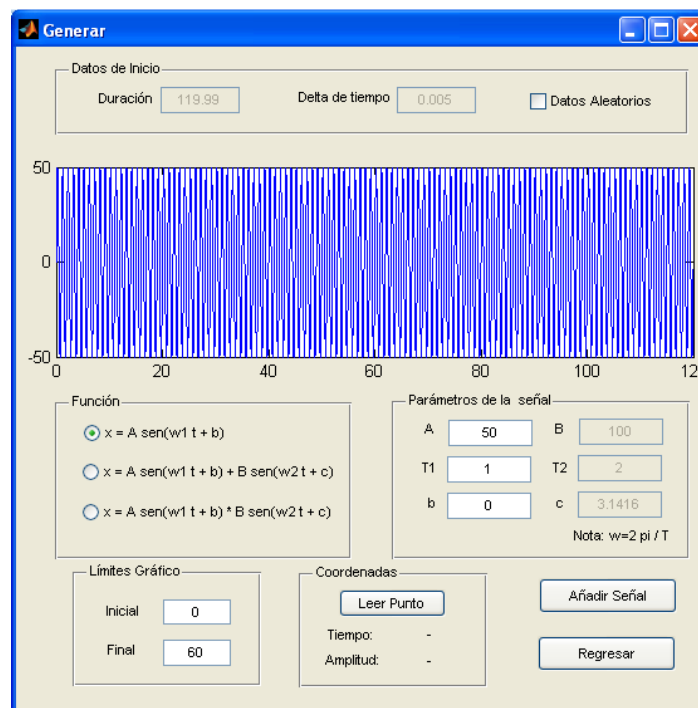


Figura A 3: Menú Generar Señales Armónicas Programa Vibraciones

En esta ventana se tiene la opción de generar igualmente funciones con algún tipo de aleatoriedad en sus datos. Al chequear la casilla *Datos Aleatorios* el grupo *Parámetros de la Señal* se activa para ingresar los límites inferior y superior de la amplitud (A), período (T) y ángulo de fase (b).

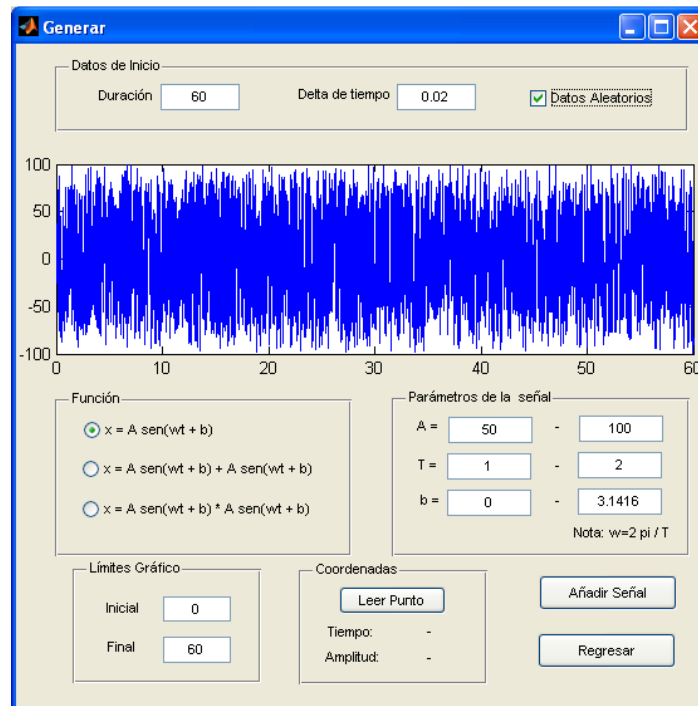


Figura A 4: Menú Generar Señales Aleatorias Programa Vibraciones

Finalmente la ventana tiene algunas funciones comunes, como lo son *Límites Gráfico* y *Coordenadas*, funciones comunes en varios menús del programa y cuyo funcionamiento se explicará más adelante.

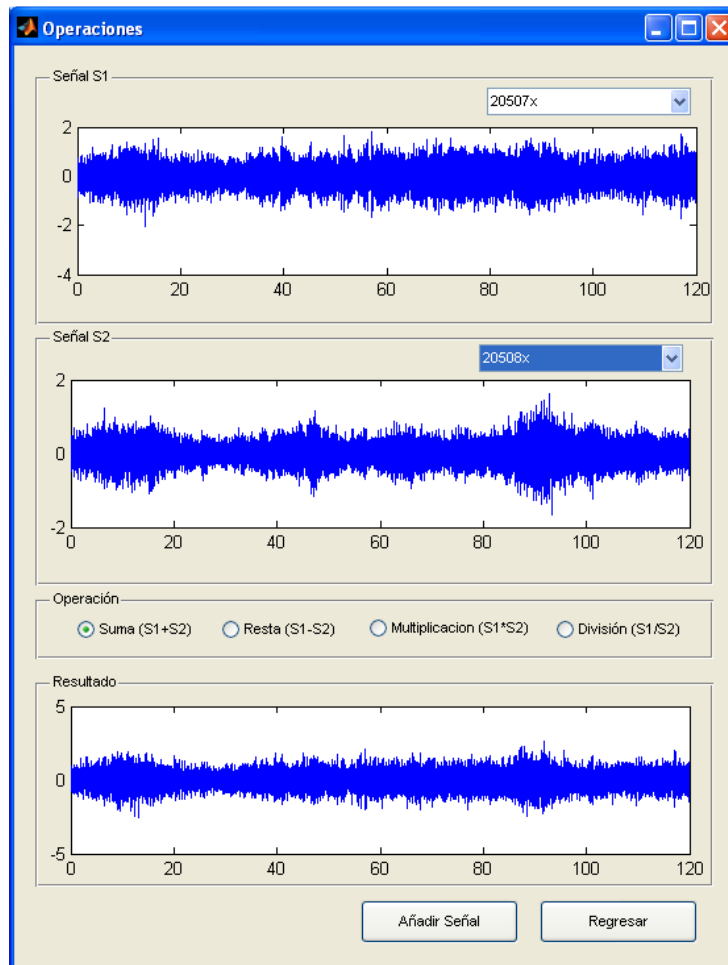
Al presionar el botón *Añadir Señal* el programa añade a la lista de señales existentes la nueva con las condiciones indicadas. El programa debe indicar cuál señal se añadió con una caja de mensaje. Posteriormente se puede agregar una nueva señal o regresar al menú anterior *Leer Señales* presionando el botón regresar.

#### A.2.2.2. Operaciones con señales

La otra forma de generar una señal es a partir de operaciones matemáticas punto a punto de señales ya obtenidas. Este menú permite realizar las cuatro operaciones básicas con las señales previamente leídas o generadas por el programa.

Para este fin se debe seleccionar en las dos casillas superiores las señales que se desean operar (Señal S1 y Señal S2) y en el cajón *Operación* seleccionar el tipo de cálculo que se desea realizar. La señal obtenida aparecerá en el cajón *Resultado*.

Si la señal mostrada es la esperada y desea añadirla como una señal nueva a la lista del programa debe presionar el botón *Añadir Señal* posterior a lo cual puede continuar realizando operaciones o regresar al menú anterior.



**Figura A 5: Menú Operaciones con Señales Programa Vibraciones**

### A.2.3. Límites Tiempo

En la casilla *Límites Tiempo* permite visualizar una porción de tiempo específico de la señal entre dos límites señalados; adicionalmente se puede imprimir a un archivo de texto la porción de señal mostrada.

### A.2.4. Coordenadas

La casilla *Coordenadas* permite leer un punto en la ventana de señal. Al dar clic en el botón *Leer Punto* se activa un señalador que cuando se hace clic en un punto de la ventana indica las coordenadas de tiempo y amplitud.

### A.2.5. Punto Máximo

La casilla *Punto Máximo* presenta automáticamente el punto máximo absoluto de la señal, con ambas coordenadas, tiempo y aceleración.

#### A.2.6. Línea Base (Tendencia)

El botón *Línea Base (Tendencia)* realiza corrección de línea base a las señales y además elimina, si la presenta, alguna tendencia lineal ocasionada por el equipo de medición o por algún ruido de baja frecuencia.

#### A.2.7. Ventana de Hanning

El botón *Ventana de Hanning* le aplica, como su nombre lo indica multiplica la señal por la función de Hanning o del coseno cuadrado.

#### A.2.8. Filtrar Señales

Al presionar el botón *Filtrar Señales* se despliega un menú que permite definir los parámetros del filtro a utilizar. Los filtros definidos son filtros en frecuencia y dependiendo de si desea eliminar bajas frecuencias, altas frecuencias, ambas o un rango de frecuencias en el centro se debe seleccionar respectivamente filtros Pasa Altas, Pasa Bajas, Quita Banda o Pasa Banda.

En la parte derecha de la ventana se activarán, dependiendo del tipo de filtro seleccionado los parámetros requeridos para la aplicación del filtro. El filtro aplicado es el denominado filtro de Butterworth.

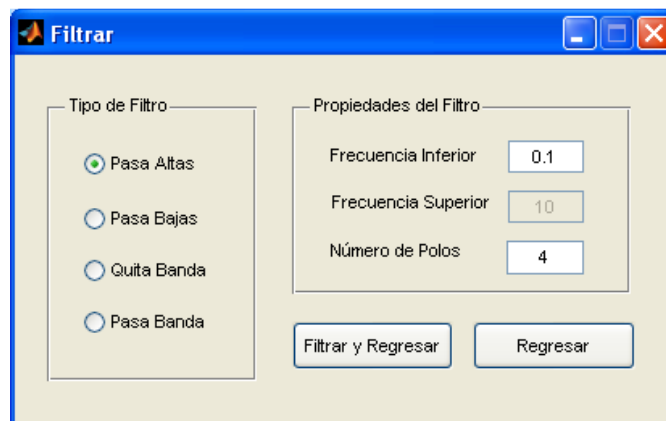


Figura A 6: Menú Filtrar. Programa Vibraciones

#### A.2.9. Imprimir Señales

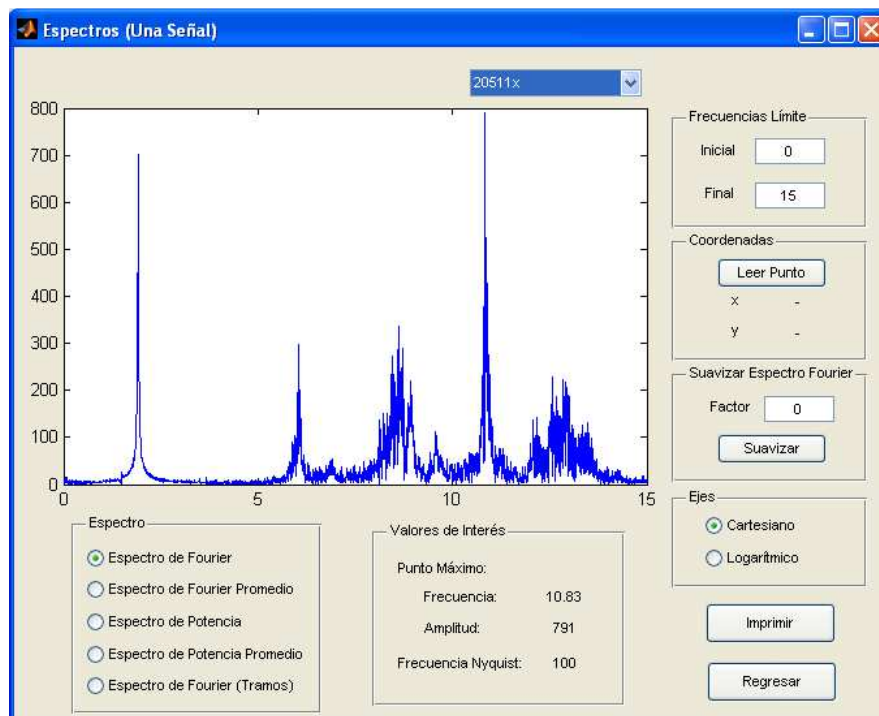
Al presionar el botón *Imprimir* el programa abre un cuadro de diálogo para ubicar la dirección y el nombre de un archivo con la información de las señales leídas y generadas hasta el momento por el programa.

#### A.3. ESPECTROS (UNA SEÑAL)

Este menú permite realizar el análisis en el dominio de la frecuencia para una señal mediante el cálculo de los espectros de Fourier y de Potencia de cada una de las señales cargadas en el menú anterior.

En primer lugar se debe seleccionar la señal que se desea analizar en el menú de la parte superior derecha de la pantalla y luego seleccionar de la lista de espectros el que se requiere calcular de acuerdo con las siguientes aclaraciones:

- *Espectro de Fourier*: Calcula la transformada finita rápida de Fourier a la señal completa y grafica el espectro de amplitudes de la misma desde la frecuencia cero hasta la frecuencia de Nyquist.
- *Espectro de Fourier Promedio*: Divide la señal en ventanas de 2048 puntos y las traslapa el 50%, luego calcula la transformada finita rápida de Fourier de cada ventana y grafica el promedio de las amplitudes de todas las ventanas. Para términos prácticos el programa calcula este espectro como la raíz cuadrada del espectro de potencia promedio que se explica más adelante.
- *Espectro de Potencia*: Este espectro se obtiene como el cuadrado del espectro de amplitudes de Fourier explicado previamente.
- *Espectro de Potencia Promedio*: Obtiene el espectro de potencia utilizando la denominada metodología de *Welch*, dividiendo la señal en ventanas de 2048 puntos traslapadas al 50%.
- *Espectro de Fourier (Tramos)*: Esta opción divide la señal en ventanas de 2048 puntos traslapados al 50% y obtiene los espectros de amplitudes de Fourier de cada una, con la diferencia que éste los grafica todos con líneas de diferente color. Esta opción es útil para identificar si la señal es uniforme en toda su longitud o si algunos tramos difieren significativamente del resto de la señal.



**Figura A 7: Menú Espectros de una Señal. Programa Vibraciones**

En la casilla *Valores de Interés* se pueden leer algunas cantidades propias del espectro mostrado en la gráfica, estos son, el punto máximo y la frecuencia en el que se encuentra y la frecuencia de Nyquist.

La casilla *Suavizar Espectro Fourier* permite dar un factor para aplicar un suavizado o taper al espectro de amplitudes de Fourier. Esta función sólo afecta el Espectro de Fourier y un valor recomendado como factor es 20.

El programa también da la oportunidad de visualizar las gráficas en escala logarítmica modificando la opción marcada en la casilla *Ejes*.

#### A.4. ESPECTROS (DOS SEÑALES)

Este menú es análogo al anterior, con la diferencia que permite la visualización simultánea de los espectros de dos señales. Este procedimiento es útil si se busca identificar qué frecuencias son comunes y no comunes a las señales y la magnitud de éstas.

Se presenta en este menú la casilla de *Cociente Espectral*. Este valor se obtiene mediante la división directa, punto a punto, de los espectros de Fourier de las señales seleccionadas. Esta gráfica puede ser útil en la identificación de las frecuencias propias del sistema.

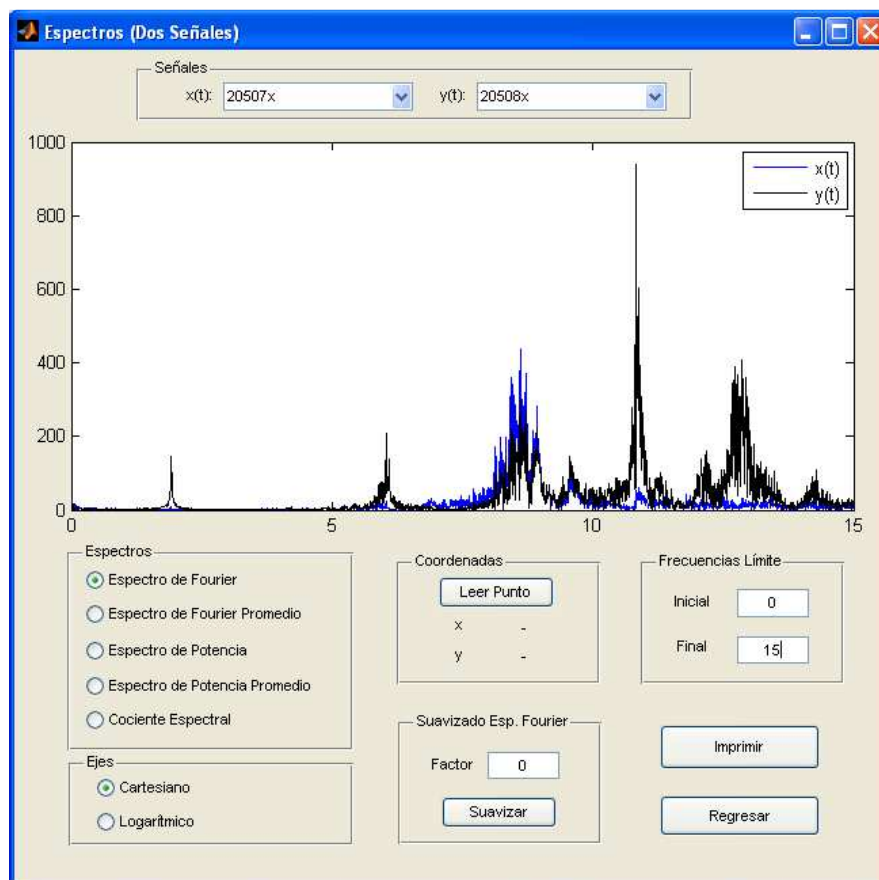


Figura A 8: Menú Espectros de dos Señales. . Programa Vibraciones

#### A.5. ANÁLISIS EN EL DOMINIO DEL TIEMPO

Este menú utiliza la teoría del análisis de datos aleatorio para desarrollar un análisis temporal de los registros. El menú muestra información de las dos señales que se seleccionen en la parte superior y se compone de tres ventanas: en la primera se muestra la Autocorrelación de la Señal de entrada, en la segunda, a la derecha, la autocorrelación de la señal de salida y en la parte inferior la Correlación cruzada entre ambas.

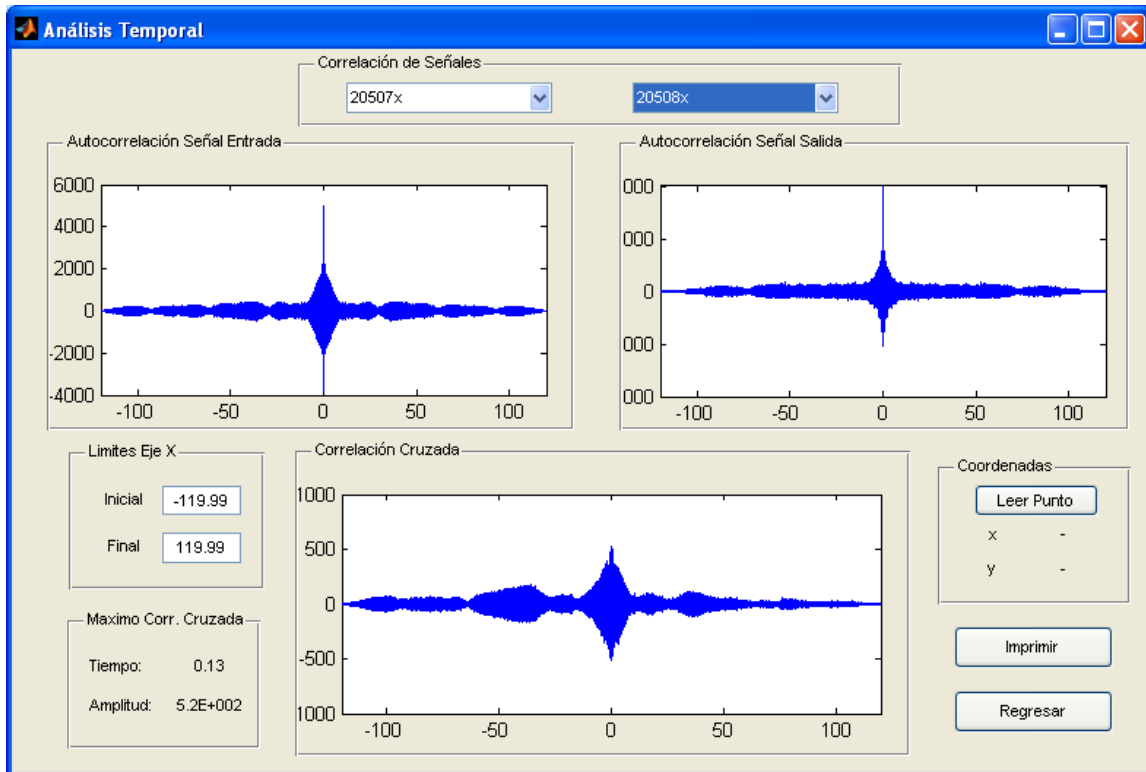


Figura A 9: Menú Análisis Temporal. Programa Vibraciones

#### A.6. ANÁLISIS EN EL DOMINIO DE LA FRECUENCIA

Este menú permite la identificación de las propiedades del sistema mediante el análisis espectral de las señales leídas o generadas por el programa.

Para iniciar se deben seleccionar las dos señales que serán objeto de análisis, lo cual se realiza en la parte superior de la pantalla. Los parámetros que utiliza el programa para el cálculo de las funciones mostradas se pueden modificar presionando el botón *Parámetros* y de acuerdo con lo explicado más adelante, en el numeral A.6.1, sin embargo el programa por defecto como condiciones iniciales divide la señal en 16 ventanas traslapadas el 50% y le aplica a cada una de ellas la ventana de Hanning.

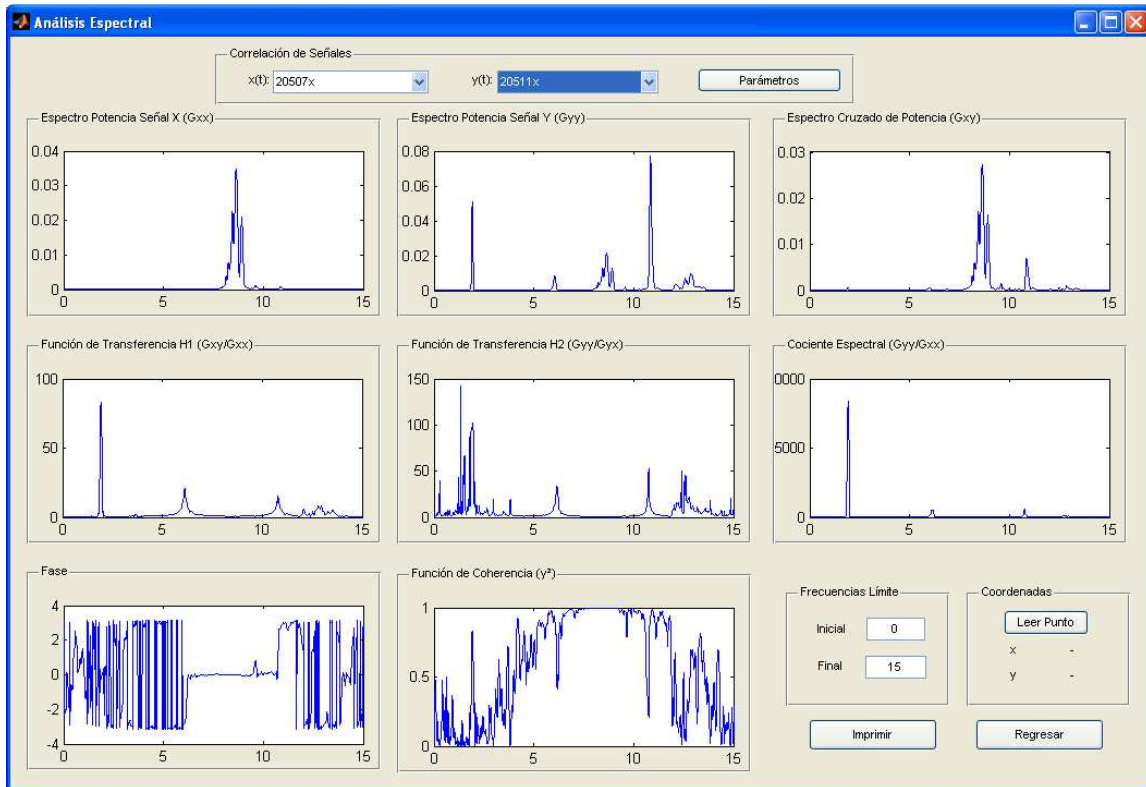


Figura A 10: Menú Análisis Espectral. Programa Vibraciones

- **Espectro de Potencia:** En las dos primeras ventanas de la parte superior izquierda, se muestran los espectros de potencia de las dos señales seleccionadas para el análisis espectral. Para el cálculo de los espectros de potencia se utiliza la metodología de Welch. Estos espectros de potencia son los mismos mostrados en los menús de espectros y utiliza los parámetros indicados por defecto o los modificados por el usuario.
- **Espectro Cruzado de Potencia:** Muestra el espectro cruzado de potencia entre las señales de análisis, utilizando los mismos parámetros del espectro de potencia
- **Función de Transferencia H1:** Es el cociente entre el espectro de potencia cruzado y el espectro de potencia de la señal de entrada o señal x.
- **Función de Transferencia H2:** Es el cociente entre el espectro de potencia de la señal de salida o señal y y el espectro cruzado de potencia.
- **Cociente Espectral:** Es el cociente punto a punto de los espectros de potencia de las señales de análisis.
- **Fase:** Grafica el ángulo de fase del espectro cruzado de potencia. Este varía entre  $-\pi$  y  $+\pi$
- **Función de Coherencia:** Grafica la función de coherencia entre las señales de análisis. Esta gráfica varía entre 0 y 1, donde 1 indica coherencia perfecta y cero coherencia nula.

#### A.6.1. Parámetros de análisis espectral

Este menú permite modificar los parámetros con los que es realizado el análisis espectral. En la parte superior da unos datos generales acerca de la señal y en la parte inferior permite modificar

el número de puntos de cada subdivisión de la señal y el porcentaje de traslapo de las mismas; con estos datos el programa calcula el número de ventanas que se promediarán en la ejecución del análisis.

Parámetros Generales	
Rango de Frecuencia (Hz):	100
Número de Puntos:	32768

Parámetros Ventanas	
Número de Puntos:	4096
Porcentaje de Traslado (%):	50
Número de Ventanas:	16

Regresar

**Figura A 11: Menú Parámetros del Análisis Espectral**

## B. ANEXO B ANÁLISIS ESPECTRAL

A continuación se presentan una serie de formulaciones que demuestran de una manera sencilla las ecuaciones utilizadas como base para el desarrollo del proyecto. Este desarrollo permite dar soporte a algunas de las afirmaciones planteadas en el documento y esclarece las relaciones que se presentan entre las diferentes funciones del análisis en el dominio de la frecuencia.

La transformada de Fourier de una serie de datos aleatorios es una serie de datos complejos tal que:

$$S_x(f) = [S_R(f) - iS_I(f)]$$

Por razones de simplicidad  $x(t)$  se denominará la señal de entrada y su transformada de Fourier se presenta como:

$$X = a - ib$$

De la misma manera la señal  $y(t)$  será la señal de salida y se define su transformada de Fourier como:

$$Y = c - id$$

Sus magnitudes y ángulos de fase están dadas por:

$$|X| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\theta_X = \tan^{-1}\left(-\frac{b}{a}\right)$$

Para el autoespectro de la señal de entrada se tiene:

$$\begin{aligned} S_{xx} &= X \cdot X^* \\ S_{xx} &= (a - ib)(a + ib) \\ S_{xx} &= a^2 - (ib)^2 \\ S_{xx} &= a^2 + b^2 \\ S_{xx} &= |X|^2 \end{aligned}$$

De la misma manera para el autoespectro de la señal de salida:

$$\begin{aligned} S_{xx} &= Y \cdot Y^* \\ S_{xx} &= (c - id)(c + id) \\ S_{xx} &= c^2 - (id)^2 \\ S_{xx} &= c^2 + d^2 \\ S_{xx} &= |Y|^2 \end{aligned}$$

Se demuestra con esto que los autoespectros son funciones reales que contienen la magnitud al cuadrado de los espectros de Fourier de cada señal.

Ahora para los espectros cruzados de potencia:

$$\begin{aligned} S_{xy} &= X^*Y \\ S_{xy} &= (a + ib)(c - id) \\ S_{xy} &= (ac + bd) - i(ad - bc) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_{yx} &= Y^*X \\ S_{yx} &= (c + id)(a + ib) \\ S_{yx} &= (ac + bd) + i(ad - bc) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_{xy} &= S_{yx}^* \\ S_{yx} &= S_{xy}^* \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} |S_{xy}| &= \sqrt{(ac + bd)^2 + (ad - bc)^2} \\ |S_{xy}| &= \sqrt{a^2c^2 + 2abcd + b^2d^2 + a^2d^2 - 2abcd + b^2c^2} \\ |S_{xy}| &= \sqrt{a^2(c^2 + d^2) + b^2(c^2 + d^2)} \\ |S_{xy}| &= \sqrt{(a^2 + b^2)(c^2 + d^2)} \\ |S_{xy}| &= |X||Y| \end{aligned}$$

$$\theta_{xy} = \tan^{-1} \left( -\frac{ad - bc}{ac + bd} \right)$$

Se muestra que el espectro cruzado es un conjunto de números complejos y que su magnitud es el producto de las magnitudes de los espectros de Fourier de las señales de entrada y de salida. Además se muestra la relación entre los espectros cruzados entre la señal de entrada y de salida y viceversa con sus conjugados.

Por otra parte, la función de coherencia está definida como la relación entre los espectros de Fourier de la señal de salida con la de entrada. De esta manera, para la función  $H_1$  se tiene:

$$\begin{aligned} H_1 &= \frac{Y}{X} \cdot \frac{X^*}{X^*} \\ H_1 &= \frac{c - id}{a - ib} \cdot \frac{a + ib}{a + ib} \\ H_1 &= \frac{(ac + bd) - i(ad - bc)}{a^2 - b^2} \\ H_1 &= \frac{S_{xy}}{S_{xx}} \end{aligned}$$

$$|H_1| = \sqrt{\frac{(ac + bd)^2 + (ad - bc)^2}{(a^2 - b^2)^2}}$$

$$|H_1| = \sqrt{\frac{a^2c^2 + 2abcd + b^2d^2 + a^2d^2 - 2abcd + b^2d^2}{(a^2 - b^2)^2}}$$

$$|H_1| = \sqrt{\frac{a^2(c^2 + d^2) + b^2(c^2 + d^2)}{(a^2 - b^2)^2}}$$

$$|H_1| = \sqrt{\frac{(a^2 + b^2)(c^2 + d^2)}{(a^2 - b^2)^2}}$$

$$|H_1| = \sqrt{\frac{(c^2 + d^2)}{(a^2 - b^2)}}$$

$$|H_1| = \sqrt{\frac{|Y|}{|X|}}$$

$$|H_1| = \sqrt{\frac{S_{yy}}{S_{xx}}}$$

$$\theta_{H1} = \tan^{-1}\left(-\frac{ad - bc}{ac + bd}\right)$$

Se demuestran las relaciones de las funciones de densidad de potencia y cruzado de portencia para obtener la función de transferencia y la relación de esta última con los espectros de Fourier de las señales de entrada y salida. Además se muestra que el ángulo de fase de la función de transferencia es el mismo que el de la función cruzada de potencia.

De la misma manera para la función de transferencia  $H_2$  se tiene:

$$H_2 = \frac{Y}{X} \cdot \frac{Y^*}{Y^*}$$

$$H_2 = \frac{c - id}{a - ib} \cdot \frac{c + id}{c + id}$$

$$H_2 = \frac{c^2 - d^2}{(ac + bd) + i(ad - bc)}$$

$$H_2 = \frac{S_{yy}}{S_{xy}^*}$$

$$H_2 = \frac{S_{yy}}{S_{yx}}$$

## C. ANEXO C RESULTADOS PRUEBAS DE VIBRACIÓN AMBIENTAL

### C.1. FRECUENCIAS TRASLACIONALES – PRUEBA TIPO 1

Se muestran los análisis del análisis espectral en cada una de las señales de análisis para la identificación de las frecuencias traslacionales del modelo. Para esto se tiene una disposición de un sensor en cada nivel de la estructura.

#### C.1.1. Dirección X

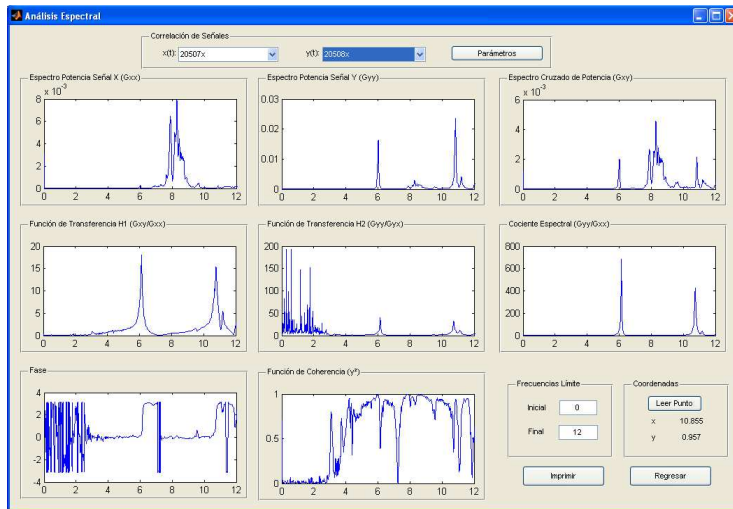


Figura A 12: Análisis Espectral Dirección X. Base - Nivel 1

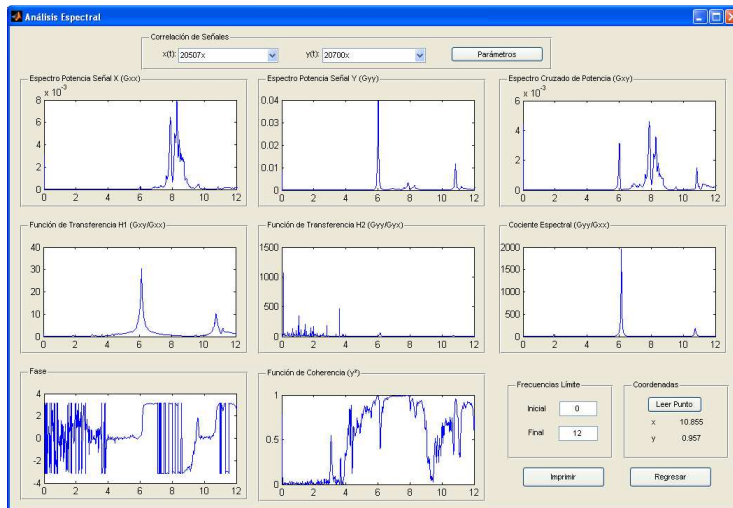


Figura A 13: Análisis Espectral Dirección X. Base - Nivel 2

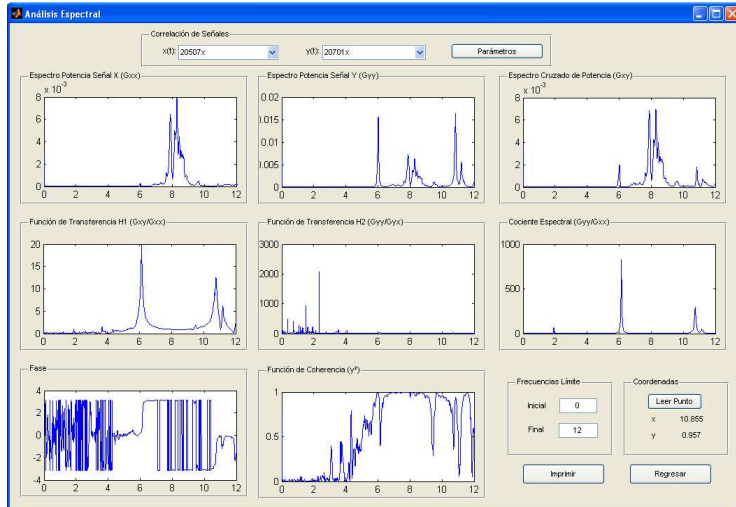


Figura A 14: Análisis Espectral Dirección X. Base - Nivel 3

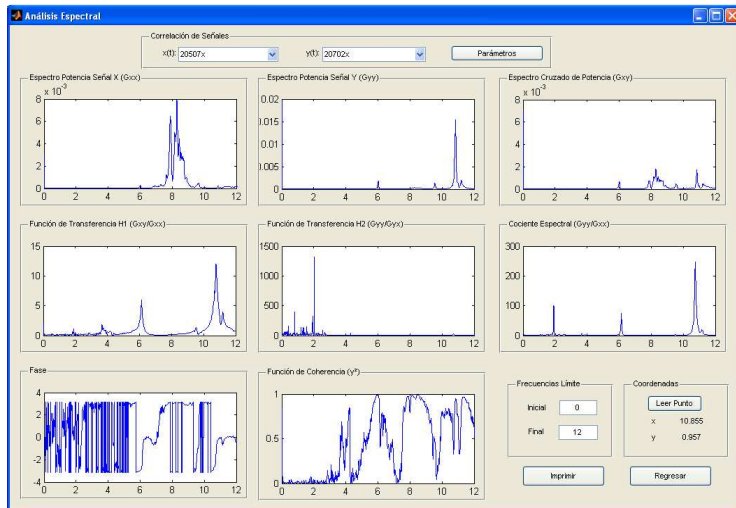


Figura A 15: Análisis Espectral Dirección X. Base - Nivel 4

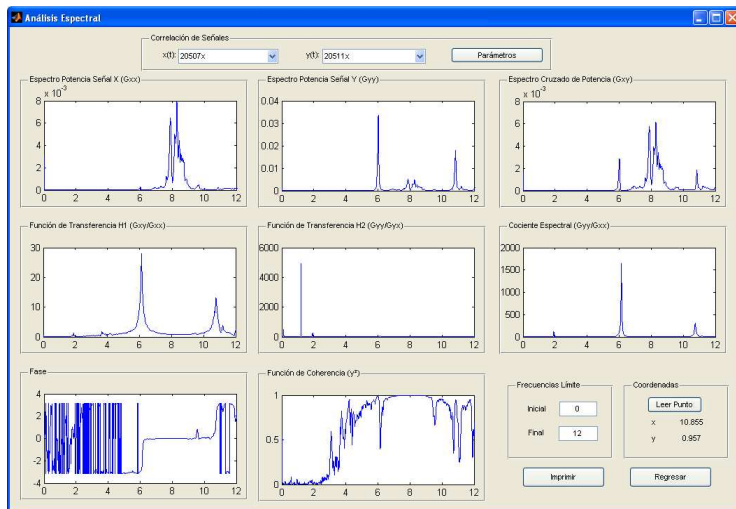


Figura A 16: Análisis Espectral Dirección X. Base - Nivel 5

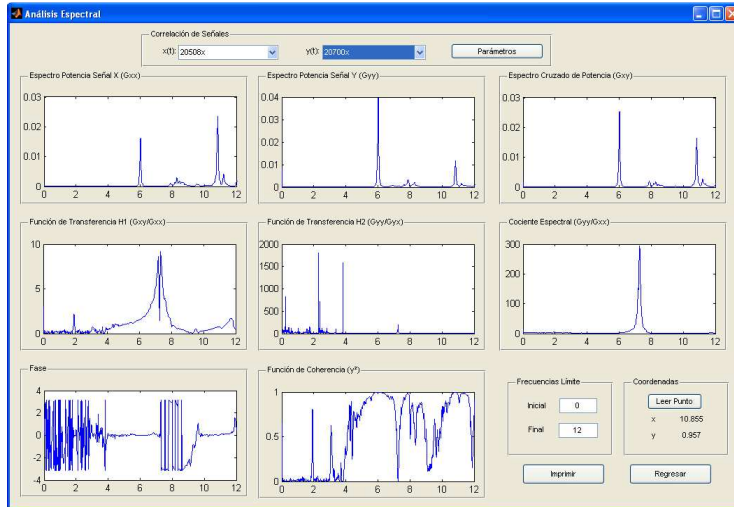


Figura A 17: Análisis Espectral Dirección X. Nivel 1 - Nivel 2

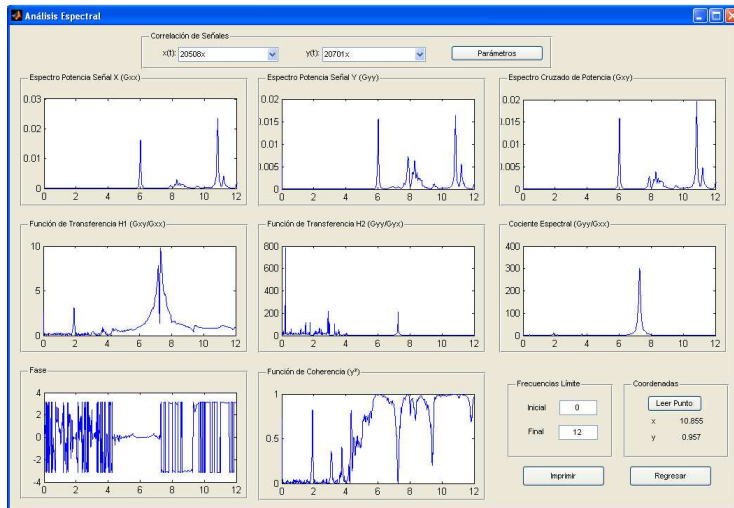


Figura A 18: Análisis Espectral Dirección X. Nivel 1 - Nivel 3

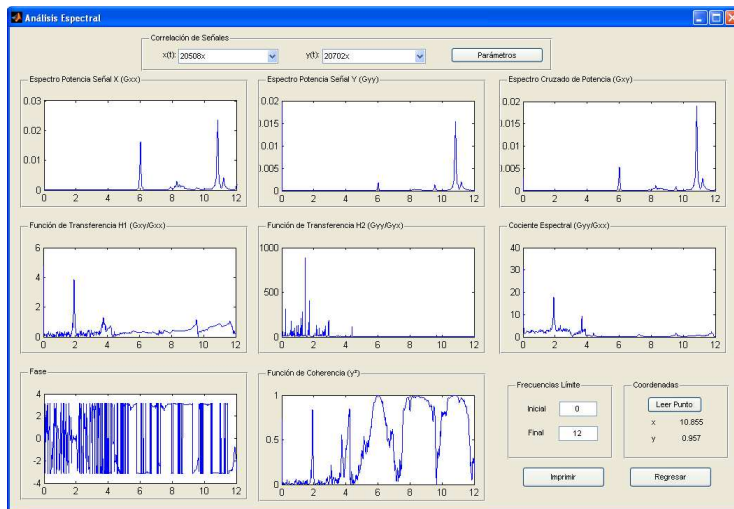


Figura A 19: Análisis Espectral Dirección X. Nivel 1 - Nivel 4

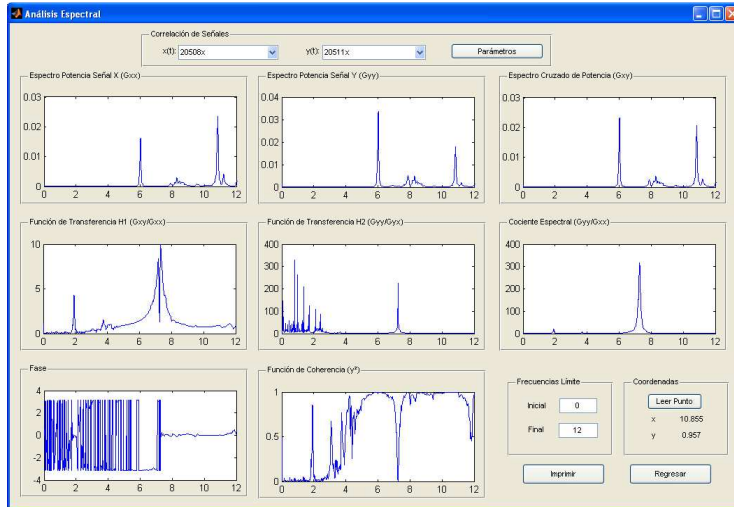


Figura A 20: Análisis Espectral Dirección X. Nivel 1 - Nivel 5

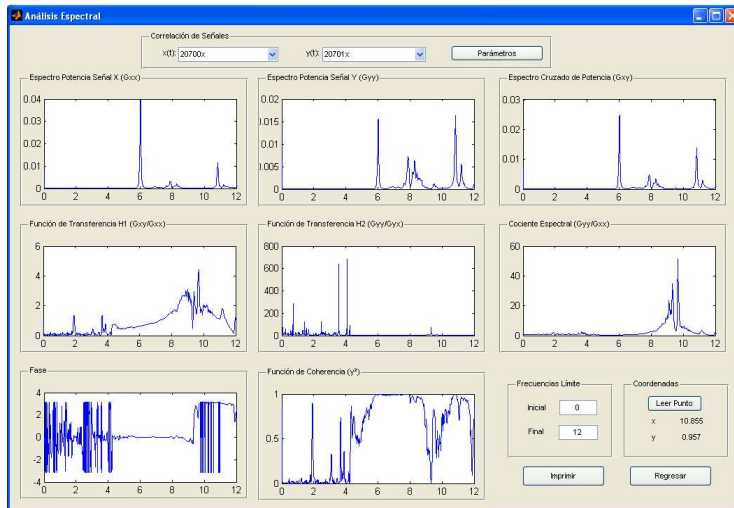


Figura A 21: Análisis Espectral Dirección X. Nivel 2 - Nivel 3

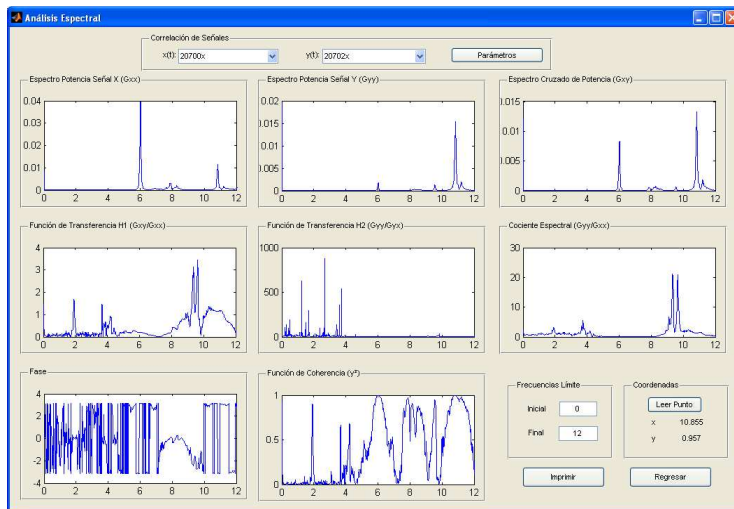


Figura A 22: Análisis Espectral Dirección X. Nivel 2 - Nivel 4

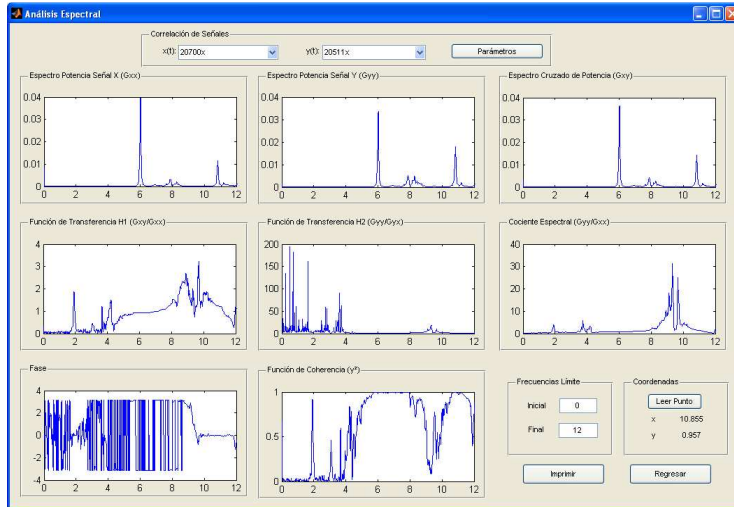


Figura A 23: Análisis Espectral Dirección X. Nivel 2 - Nivel 5

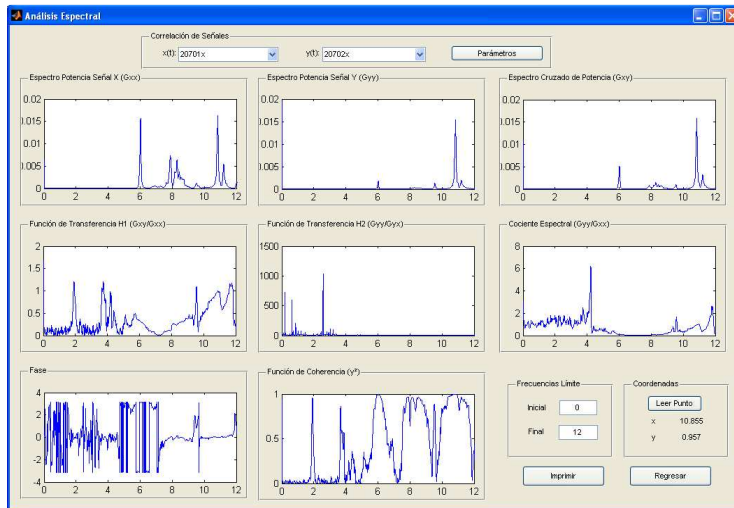


Figura A 24: Análisis Espectral Dirección x. Nivel 3 - Nivel 4

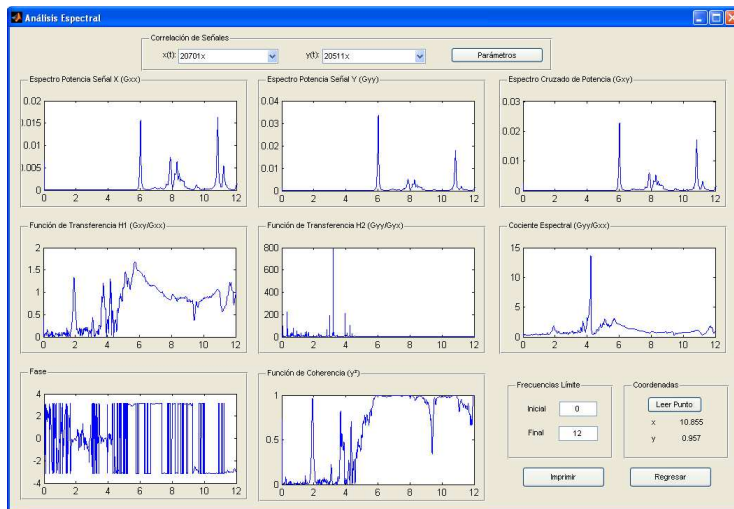
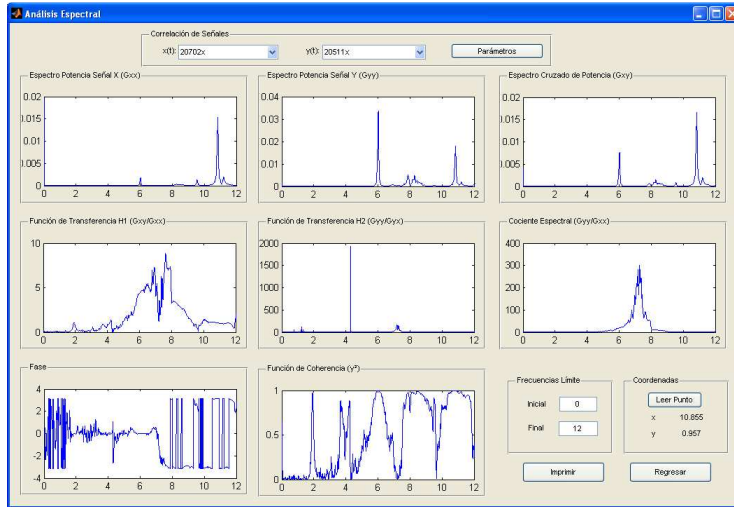
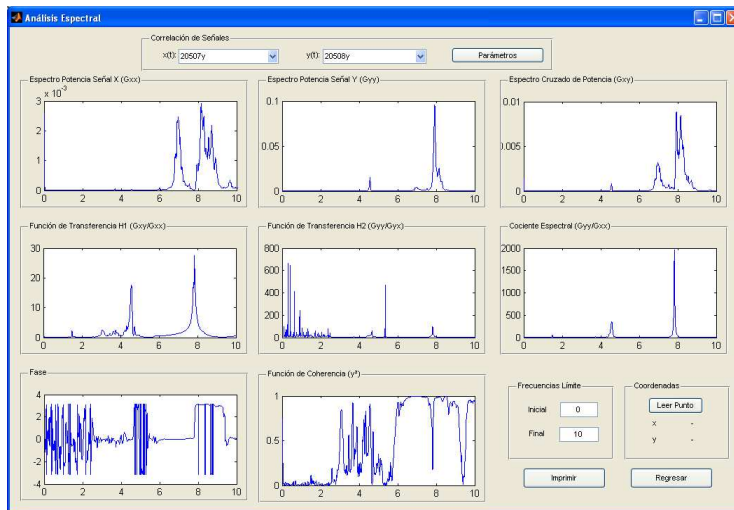


Figura A 25: Análisis Espectral Dirección X. Nivel 3 - Nivel 5

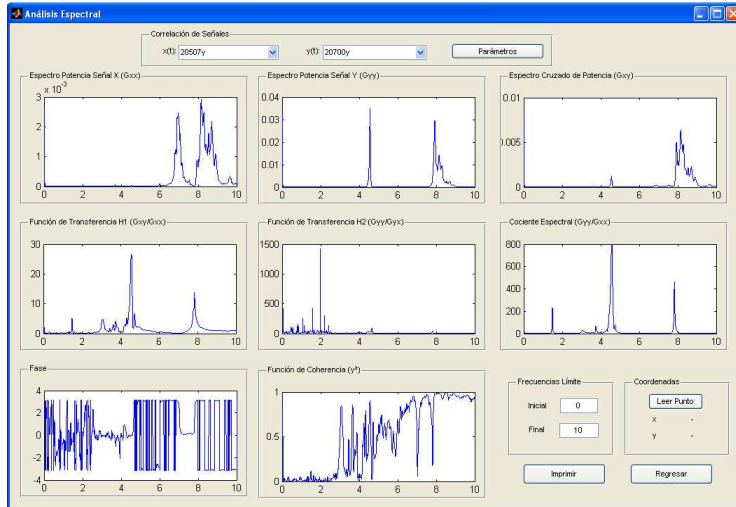


**Figura A 26: Análisis Espectral Dirección X. Nivel 4 - Nivel 5**

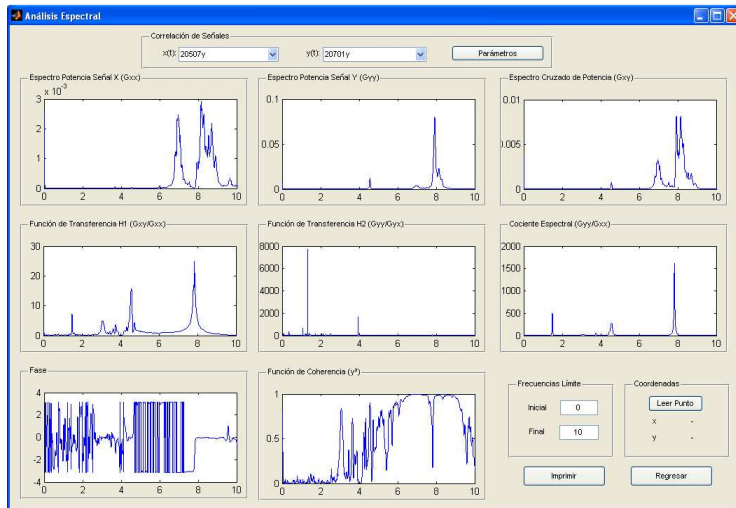
C.1.2. Dirección Y



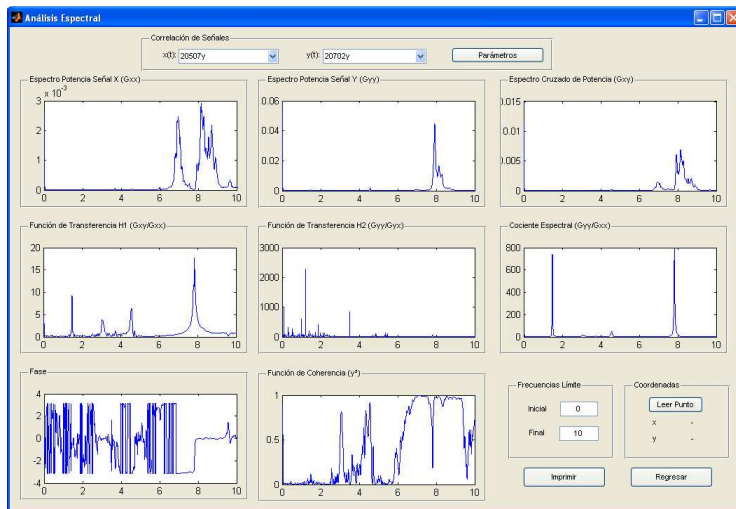
**Figura A 27: Análisis Espectral Dirección Y. Base - Nivel 1**



**Figura A 28: Análisis Espectral Dirección Y. Base - Nivel 2**



**Figura A 29: Análisis Espectral Dirección Y. Base - Nivel 3**



**Figura A 30: Análisis Espectral Dirección Y. Base - Nivel 4**

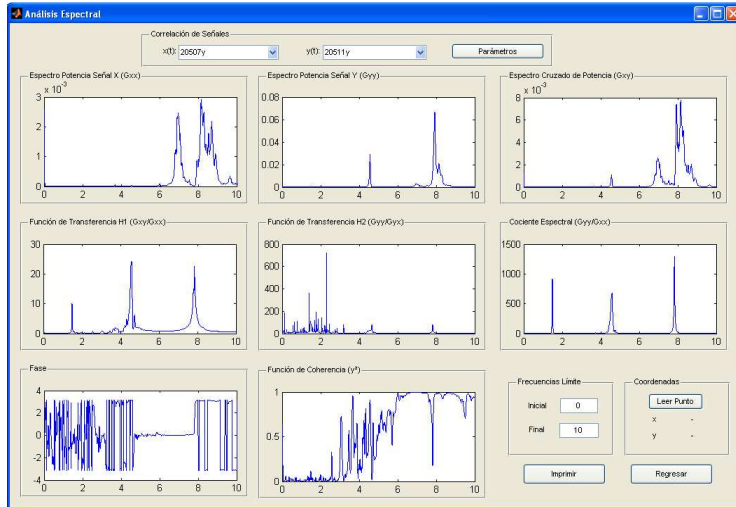


Figura A 31: Análisis Espectral Dirección Y. Base - Nivel 5

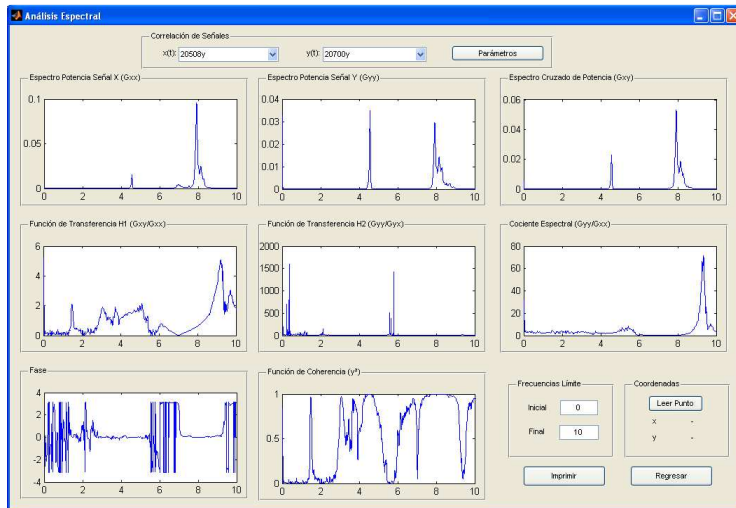


Figura A 32: Análisis Espectral Dirección Y. Nivel 1 - Nivel 2

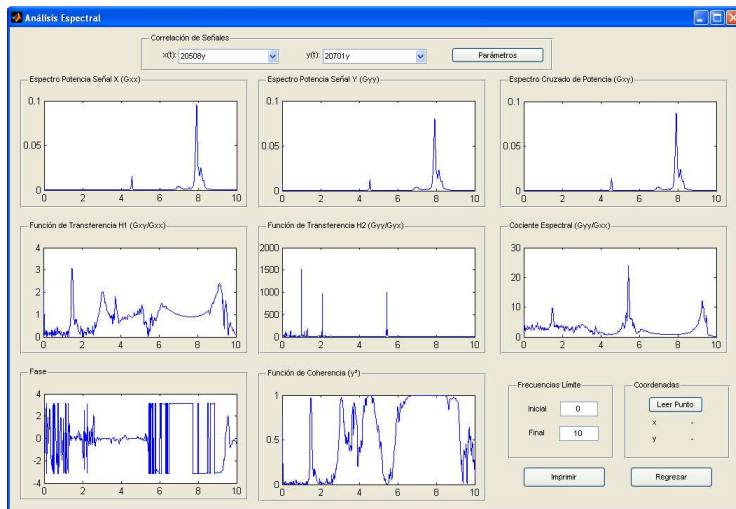


Figura A 33: Análisis Espectral Dirección Y. Nivel 1 - Nivel 3

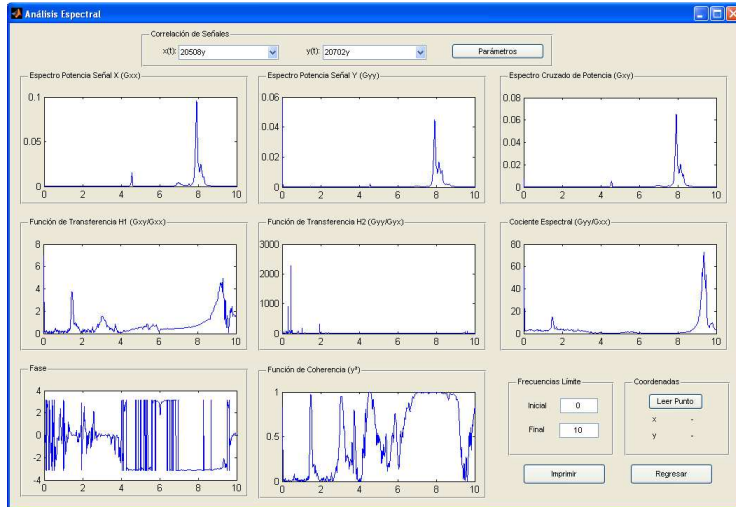


Figura A 34: Análisis Espectral Dirección Y. Nivel 1 - Nivel 4

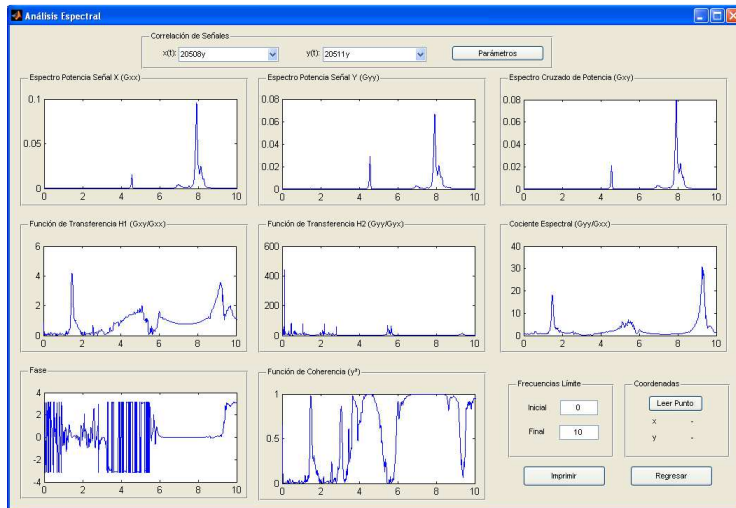


Figura A 35: Análisis Espectral Dirección Y. Nivel 1 - Nivel 5

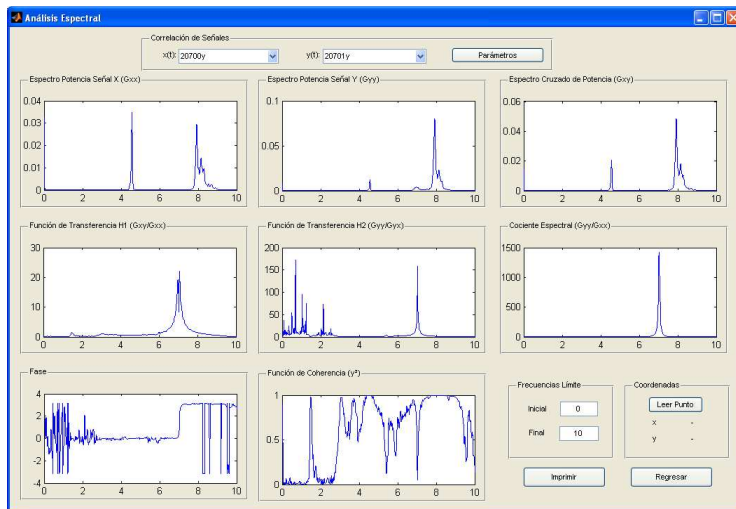


Figura A 36: Análisis Espectral Dirección Y. Nivel 2 - Nivel 3

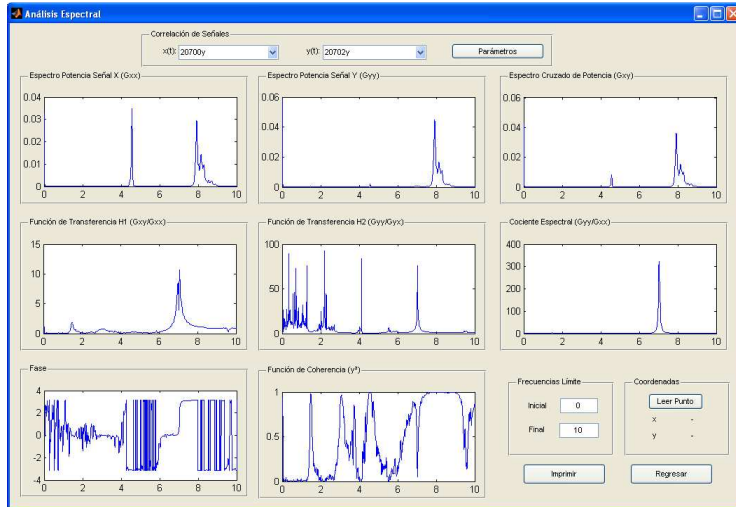


Figura A 37: Análisis Espectral Dirección Y. Nivel 2 - Nivel 4

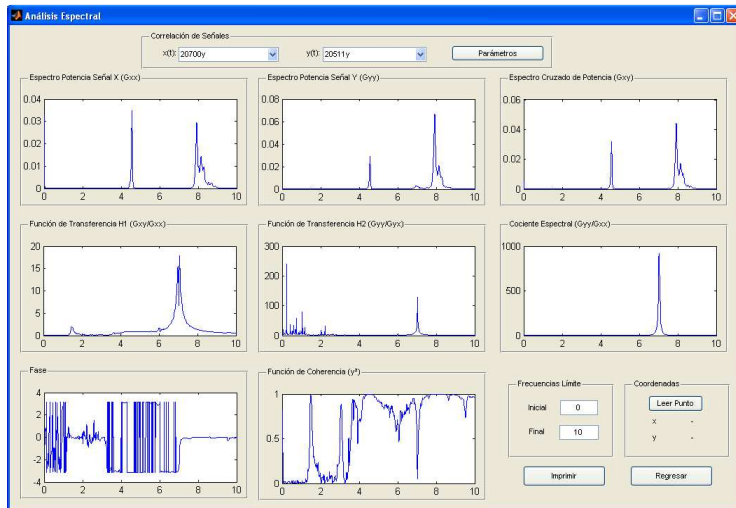


Figura A 38: Análisis Espectral Dirección Y. Nivel 2 - Nivel 5

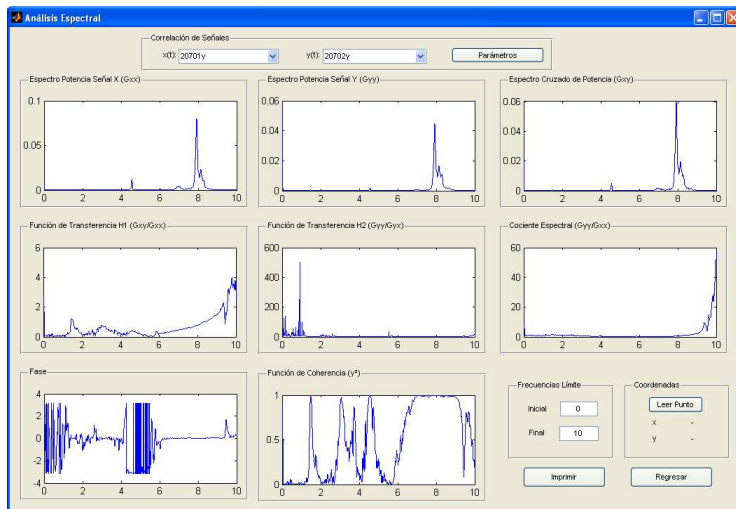
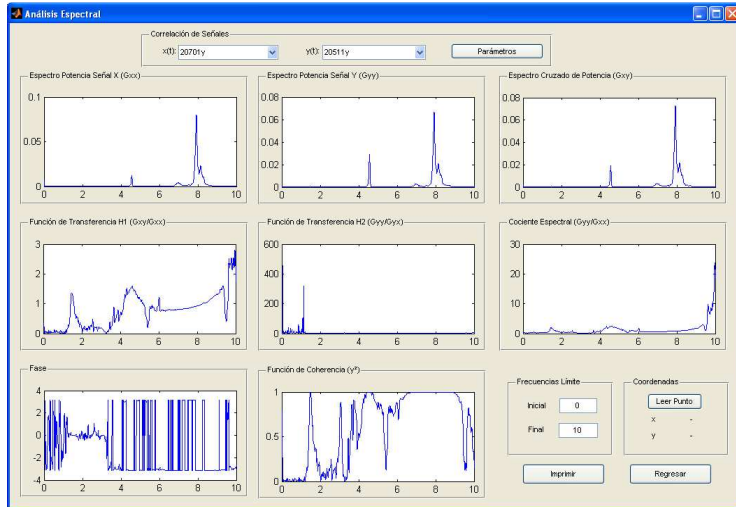
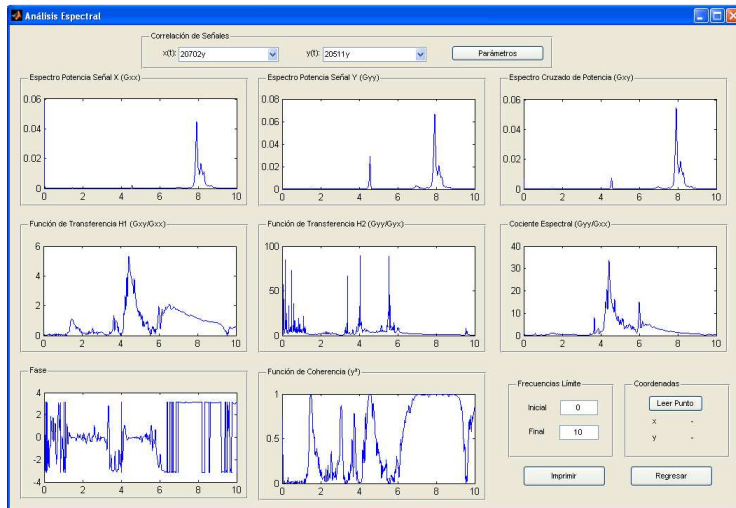


Figura A 39: Análisis Espectral Dirección Y. Nivel 3 - Nivel 4



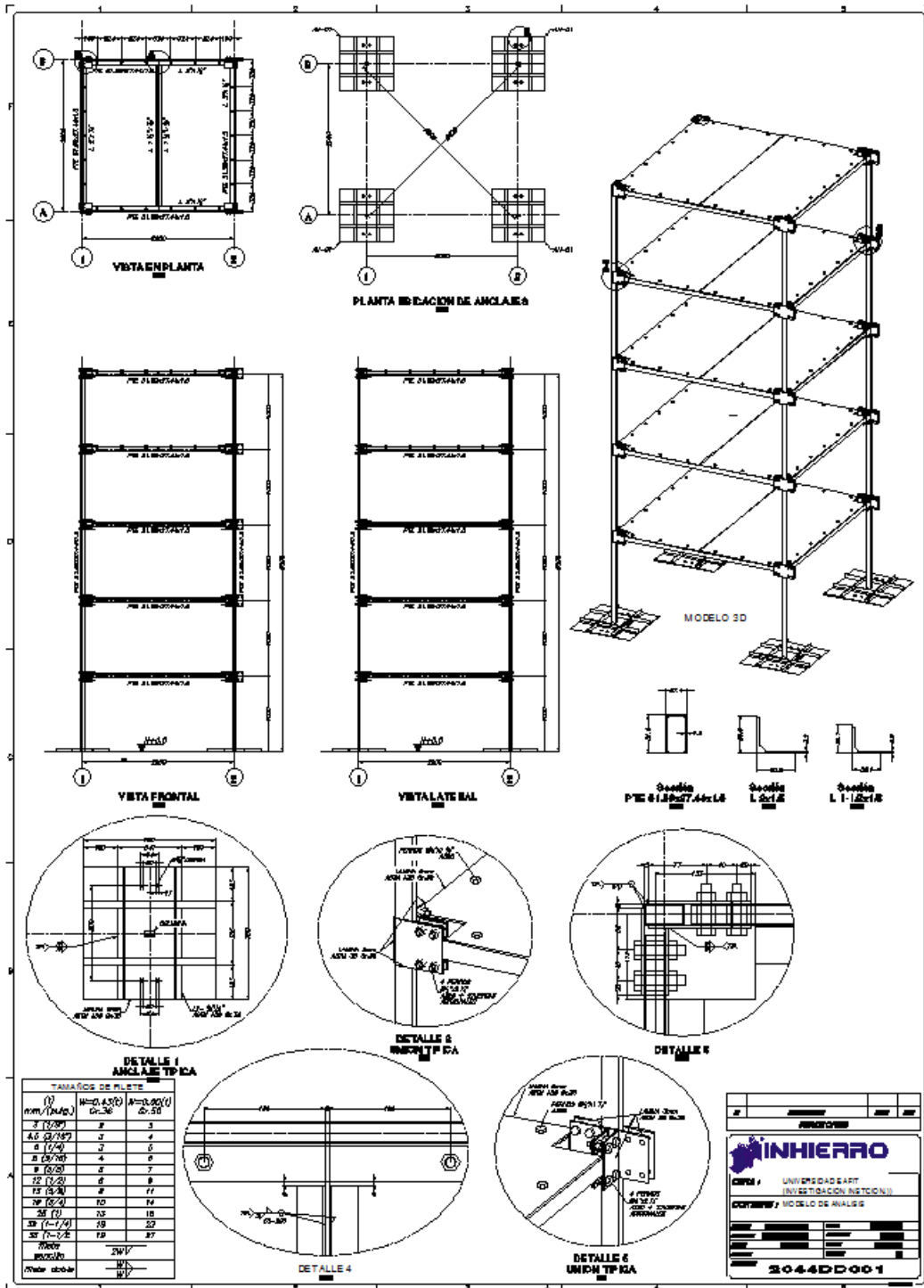
**Figura A 40: Análisis Espectral Dirección Y. Nivel 3 - Nivel 5**



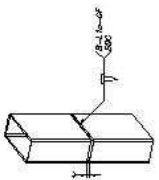
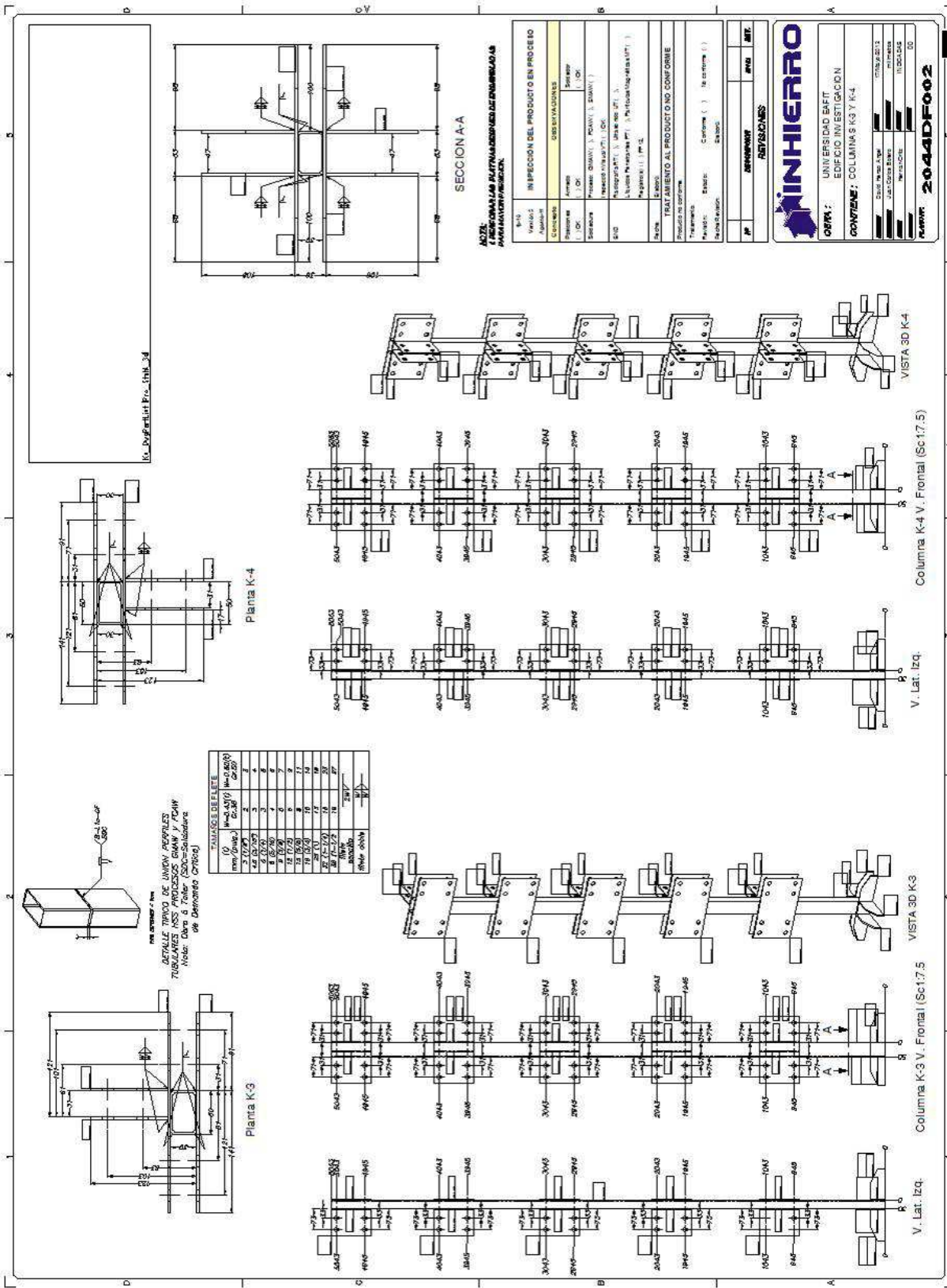
**Figura A 41: Análisis Espectral Dirección Y. Nivel 4 - Nivel 5**

## D. ANEXO D PLANOS MODELO DE ANÁLISIS

### D.1. Planos de Diseño

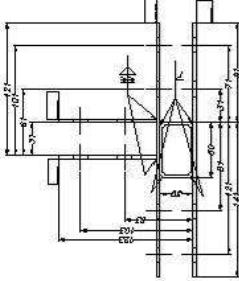




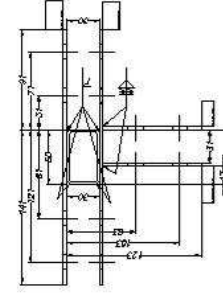


REFUERZO DE UNIÓN RESORTE  
 TUBERIAS Y/O ACCESOS GRAN Y PEQU  
 Nota: Data & Toler (SOB=Salvadora  
 de Demosno Critica)

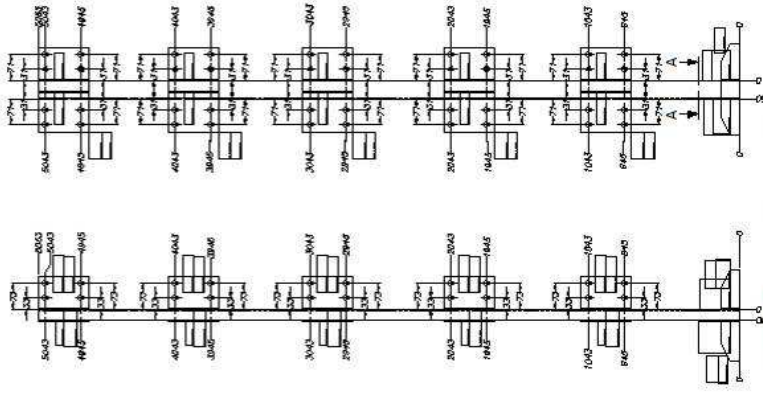
TAMBORETE	
(1)	(2)
mm/Div.	mm/Div.
1	2
2	3
3	4
4	5
5	6
6	7
7	8
8	9
9	10
10	11
11	12
12	13
13	14
14	15
15	16
16	17
17	18
18	19
19	20
20	21
21	22
22	23
23	24
24	25
25	26
26	27
27	28
28	29
29	30
30	31
31	32
32	33
33	34
34	35
35	36
36	37
37	38
38	39
39	40
40	41
41	42
42	43
43	44
44	45
45	46
46	47
47	48
48	49
49	50
50	51
51	52
52	53
53	54
54	55
55	56
56	57
57	58
58	59
59	60
60	61
61	62
62	63
63	64
64	65
65	66
66	67
67	68
68	69
69	70
70	71
71	72
72	73
73	74
74	75
75	76
76	77
77	78
78	79
79	80
80	81
81	82
82	83
83	84
84	85
85	86
86	87
87	88
88	89
89	90
90	91
91	92
92	93
93	94
94	95
95	96
96	97
97	98
98	99
99	100



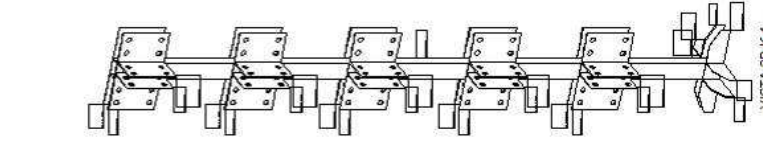
Planta K-3



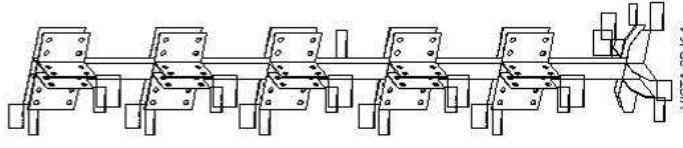
Planta K-4



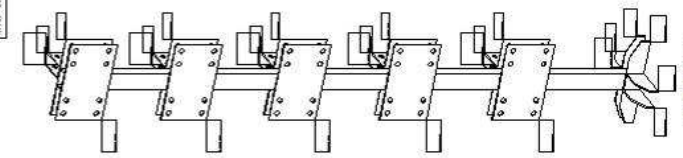
V. Lat. Izq.



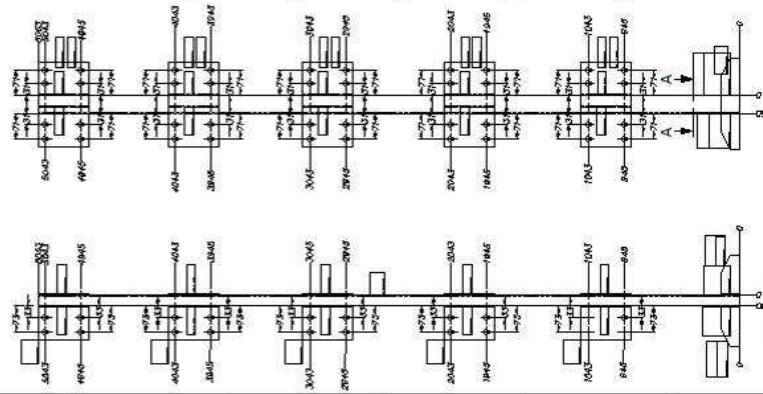
V. Lat. Dq.



VISTA 3D K-4



VISTA 3D K-3

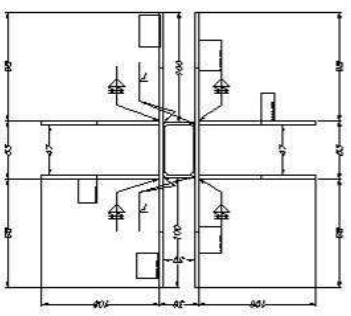


Columna K-3 V. Frontal (Sc1:7.5)



Columna K-4 V. Frontal (Sc1:7.5)

SECCION A-A



NOTA: LASER EN LAS PLANTAS DE LAS COLUMNAS  
 PARA IDENTIFICACION

INSPECCION DEL PRODUCTO EN PROCESO	
Verificación	Observaciones
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	
12	
13	
14	
15	
16	
17	
18	
19	
20	
21	
22	
23	
24	
25	
26	
27	
28	
29	
30	
31	
32	
33	
34	
35	
36	
37	
38	
39	
40	
41	
42	
43	
44	
45	
46	
47	
48	
49	
50	
51	
52	
53	
54	
55	
56	
57	
58	
59	
60	
61	
62	
63	
64	
65	
66	
67	
68	
69	
70	
71	
72	
73	
74	
75	
76	
77	
78	
79	
80	
81	
82	
83	
84	
85	
86	
87	
88	
89	
90	
91	
92	
93	
94	
95	
96	
97	
98	
99	
100	

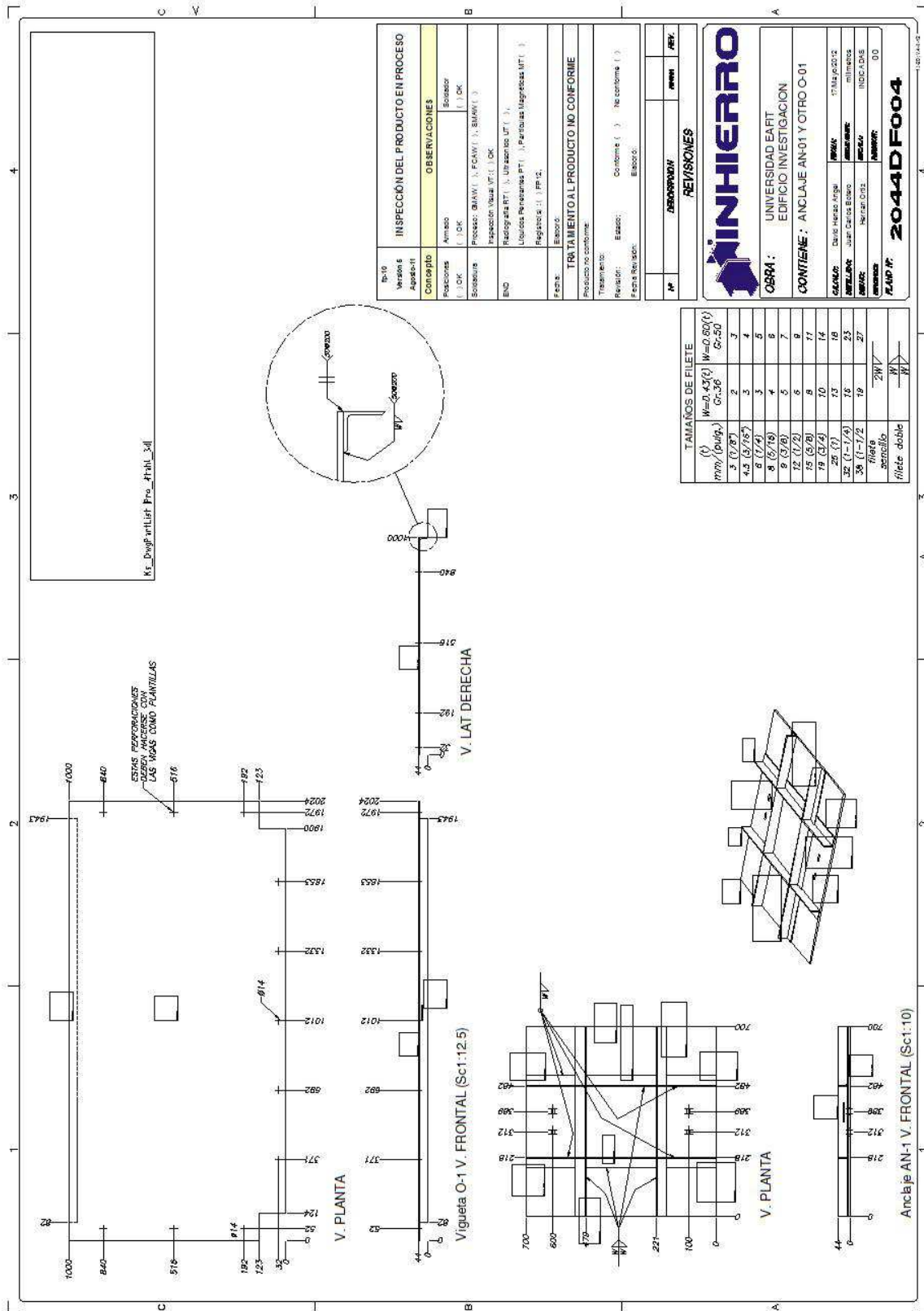
**INHIERRO**

UNIVERSIDAD EAFIT  
 EDIFICIO INVESTIGACION  
 COLUMNAS K3 Y K4

PROYECTO: ...  
 FECHA: ...  
 ESCALA: ...

2044DF-002





INSPICIÓN DEL PRODUCTO EN PROCESO	
Descripción: Revisión: ( ) Estado: ( ) Fecha Revisión:	Observaciones: Aprobado: ( ) Revisado: ( ) Estado: ( ) Fecha Revisión:

REVISIONES	
Nº	DESCRIPCIÓN
1	REVISIÓN

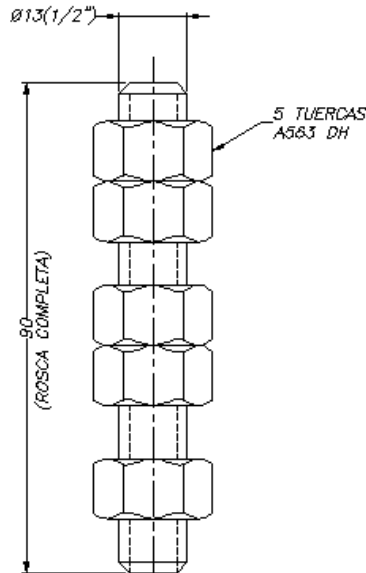
**ININHIERRA**  
 UNIVERSIDAD EARTH  
 EDIFICIO INVESTIGACION  
 CONTIENE: ANCLAJE AN-01 Y OTRO C-01

CREAMA: David Heredia Angulo  
 INGENIERO  
 17/03/2012  
 DISEÑO: Juan Carlos Echeverri  
 INGENIERO  
 17/03/2012  
 VERIFICACIÓN: Heredia Ortiz  
 INGENIERO  
 17/03/2012  
 INDICIA DMS  
 00

**PLANO Nº: 2044DF004**

TAMAÑOS DE FILETE	
(1)	W=0.43(t) W=0.80(t)
mm (pulg.)	G=36 G=50
3 (1/8")	2
4 (1/4")	3
5 (5/16")	4
6 (3/8")	5
8 (1/2")	6
10 (3/4")	7
12 (1")	8
15 (5/8")	9
19 (3/4")	10
25 (1")	11
32 (1-1/4")	12
38 (1-1/2")	13
45 (1-3/4")	14
55 (2-1/4")	15
65 (2-1/2")	16
75 (3")	17
90 (3-3/4")	18
110 (4-1/4")	19
130 (5")	20
150 (6")	21
180 (7")	22
210 (8-1/4")	23
250 (10")	24
300 (12")	25
350 (13-3/4")	26
400 (16")	27
450 (17-3/4")	28
500 (20")	29
550 (21-3/4")	30
600 (24")	31
650 (25-3/4")	32
700 (28")	33
750 (30")	34
800 (31-3/4")	35
850 (33-1/4")	36
900 (35")	37
950 (37-1/4")	38
1000 (40")	39
1050 (41-3/4")	40
1100 (43-1/4")	41
1150 (45")	42
1200 (47-1/4")	43
1250 (49")	44
1300 (50-3/4")	45
1350 (52-1/4")	46
1400 (54")	47
1450 (56-1/4")	48
1500 (58")	49
1550 (60-1/4")	50
1600 (62")	51
1650 (64-1/4")	52
1700 (66")	53
1750 (68-1/4")	54
1800 (70")	55
1850 (72-1/4")	56
1900 (74")	57
1950 (76-1/4")	58
2000 (78")	59
2050 (80-1/4")	60
2100 (82")	61
2150 (84-1/4")	62
2200 (86")	63
2250 (88-1/4")	64
2300 (90")	65
2350 (92-1/4")	66
2400 (94")	67
2450 (96-1/4")	68
2500 (98")	69
2550 (100-1/4")	70
2600 (102")	71
2650 (104-1/4")	72
2700 (106")	73
2750 (108-1/4")	74
2800 (110")	75
2850 (112-1/4")	76
2900 (114")	77
2950 (116-1/4")	78
3000 (118")	79
3050 (120-1/4")	80
3100 (122")	81
3150 (124-1/4")	82
3200 (126")	83
3250 (128-1/4")	84
3300 (130")	85
3350 (132-1/4")	86
3400 (134")	87
3450 (136-1/4")	88
3500 (138")	89
3550 (140-1/4")	90
3600 (142")	91
3650 (144-1/4")	92
3700 (146")	93
3750 (148-1/4")	94
3800 (150")	95
3850 (152-1/4")	96
3900 (154")	97
3950 (156-1/4")	98
4000 (158")	99
4050 (160-1/4")	100

Ks\_DwgPartList [Pre\_f Stahl\_3d]



POS 20  
 Tipo Acero: F 1554 Gr.105  
 So 1:1

tp-10 Version 5 Agosto-11	<b>INSPECCIÓN DEL PRODUCTO EN PROCESO</b>	
<b>Concepto</b>	<b>OBSERVACIONES</b>	
Posiciones ( ) OK	Armado ( ) OK	Soldador ( ) OK
Soldadura	Proceso: GMAW ( ), FCAW ( ), SMAW ( ) Inspección Visual VT: ( ) OK	
END	Radiografía RT ( ), Ultrasonido UT ( ), Líquidos Penetrantes PT ( ), Partículas Magnéticas MT ( ) Registro(s): ( ) FP12,	
Fecha:	Elaboró:	
<b>TRATAMIENTO AL PRODUCTO NO CONFORME</b>		
Producto no conforme:		
Tratamiento:		
Revisión:	Estado:	Conforme ( ) No conforme ( )
Fecha Revisión:	Elaboró:	

Nº	DESCRIPCIÓN	FECHA	REV.
<b>REVISIONES</b>			



<b>OBRA :</b>	UNIVERSIDAD EAFIT EDIFICIO DE INVESTIGACION		
<b>CONTIENE :</b>	POSICION 20		
<b>CALCULO:</b>	David Henao Angel	<b>FECHA:</b>	04./Junio/2012
<b>DETALLADO:</b>	Juan Carlos Botero	<b>UNIDADES EN:</b>	milímetros
<b>DEBIDO:</b>	Hernan Ortiz	<b>ESCALA:</b>	INDICADAS
<b>REVISADO:</b>		<b>REVISION:</b>	00
<b>PLANO Nº:</b>	<b>2044DF006</b>		