



DESARROLLO DE UNA INTERFAZ GRÁFICA PARA LA IMPLEMENTACIÓN DE  
MODELOS DE OPTIMIZACIÓN ROBUSTA DE PORTAFOLIOS

José Nicolás González Guatibonza

Universidad EAFIT  
Escuela de Economía y Finanzas  
Maestría en Administración Financiera  
Bogotá  
2020

DESARROLLO DE UNA INTERFAZ GRÁFICA PARA LA IMPLEMENTACIÓN DE  
MODELOS DE OPTIMIZACIÓN ROBUSTA DE PORTAFOLIOS

José Nicolás González Guatibonza<sup>1</sup>

Trabajo presentado como requisito para optar el título de  
Magíster en Administración Financiera

Asesor  
Henry Laniado, Ph. D.

Universidad EAFIT  
Escuela de Economía y Finanzas  
Maestría en Administración Financiera  
Bogotá  
2020

---

<sup>1</sup> [jngonzaleg@eafit.edu.co](mailto:jngonzaleg@eafit.edu.co)

## Dedicatoria

A mis padres y a todos aquellos con pasión por el conocimiento.

## Agradecimientos

A mis padres, por ser los principales promotores de mis sueños. Gracias por confiar y creer en mí y en mis expectativas cada día, por desear y anhelar siempre lo mejor para mi vida, y por cada consejo y cada palabra, que han sido mi guía.

A mis compañeros, por su apoyo durante el transcurso del programa de la maestría y la realización de este trabajo de grado.

Y a Henry Laniado Rodas, mi director de tesis, por su constante apoyo durante mi formación.

## Contenido

Introducción.....	13
1. Objetivos, alcance y productos .....	15
1.1 Objetivo general .....	15
1.2 Objetivos específicos .....	15
1.3 Alcance y productos finales .....	15
1.3.1 Alcance .....	15
1.3.2. Productos .....	16
2. Marco teórico.....	17
2.1 Fundamentos de la teoría moderna de portafolios. Los modelos de media (M-V) y mínima varianza .....	17
2.1.1 Portafolio equiponderado ( <i>equally weighted portfolio</i> , EWP) .....	20
2.2 La razón de Sharpe .....	21
2.3 Otras medidas de desempeño de portafolios.....	22
2.4 Errores de estimación de los modelos clásicos de media (M-V) y mínima varianza para la optimización de las carteras de activos.....	23
2.5 Uso de estimadores estadísticos robustos y detección de datos atípicos en la optimización de carteras de activos.....	27
2.5.1 Estimación de los parámetros del modelo de optimización de carteras de activos mediante el uso de estimadores estadísticos robustos.....	27
2.6 Detección de valores atípicos en la matriz de covarianza para series de rendimientos de activos involucrados en la optimización de carteras de activos .....	30
2.6.1 Modelo para la optimización de carteras de activos utilizando estimadores estadísticos robustos y la detección de datos atípicos en las series de rendimientos de activos .....	34
3. Definición y especificaciones del trabajo.....	37
3.1 Definición.....	37
3.2 Especificaciones .....	37
4. Metodología del trabajo.....	39
4.1 Plan de trabajo .....	39
4.2 Selección de los datos para ejecutar análisis comparativos de desempeño entre los modelos de optimización .....	40
5. Desarrollo del trabajo .....	42
5.1 Plataforma computacional de desarrollo App Desginer de Matlab.....	42
5.1.1 Especificaciones del hardware y el software involucrados en el desarrollo de la GUI .....	46
5.2 Resultado final. GUI de optimización de carteras.....	47
5.2.1 Pantalla de inicio. Ventana de carga de portafolio y barra de menú.....	47
6. Validación de la investigación.....	57
6.1 Metodologías de prueba.....	57

6.2 Validación de los resultados de la investigación.....	57
6.2.1 Resultados y análisis comparativo de los modelos de optimización del portafolio de diez industrias .....	57
6.2.2 Resultados y análisis comparativo de los modelos de optimización en relación con el estudio de referencia.....	67
7. Conclusiones.....	73
8. Referencias .....	75
9. Anexos.....	78
9.1 Anexo 1. Puesta en marcha de la GUI con el uso de la CVX.....	78
9.2 Anexo 2. Instalación de la GUI como una aplicación <i>stand-alone</i> usando el <i>solver</i> QuadProg nativo de Matlab .....	80
9.3 Anexo 3. Estructura del paquete de entrega del software.....	83

## Índice de figuras

Figura 1. Representación gráfica, en el espacio E-V, del conjunto de posibles combinaciones de retorno y riesgo de una cartera de activos .....	20
Figura 2. Frontera eficiente de un portafolio de activos .....	20
Figura 3. a) Estimación de los pesos del portafolio para una serie de tiempo de 240 rendimientos que siguen la distribución G usando el modelo de M-V; b) Igual estimación con el modelo de mínima varianza.....	26
Figura 4. Plan de trabajo utilizado en el desarrollo de la GUI para la optimización de portafolios.....	39
Figura 5. Componentes gráficos de la Component Library de App Designer .....	43
Figura 6. Espacio de trabajo o WorkSpace de App Designer .....	44
Figura 7. Component Browser y UI Figure Properties del Design View de App Designer	44
Figura 8. Vista general del componente Code View de App Designer .....	46
Figura 9. Pantalla de inicio de la interfaz de usuario de la GUI de optimización de portafolios .....	47
Figura 10. Detalle del cuadro de diálogo abierto por la GUI para seleccionar la ruta de carga del conjunto de datos de trabajo .....	48
Figura 11. Detalle del mensaje exitoso de carga y despliegue del nombre de archivo del conjunto de datos cargado en la GUI.....	49
Figura 12. Detalle del mensaje desplegado por el botón "About" ubicado en la barra de menú principal.....	50
Figura 13. Detalle de la ventana de configuración y selección del modelo de optimización que se va a utilizar en el conjunto de datos cargado.....	51
Figura 14. Detalle de los mensajes informativos de ejecución y finalización de la ejecución de un modelo de optimización en particular. a) Modelo en ejecución; b) Mensaje de confirmación de finalización; c) Mensaje final de creación de los <i>logs</i> en la ruta desde donde se cargó el set de datos .....	51
Figura 15. Ventana de resultados para la ejecución del modelo de mínima varianza .....	52
Figura 16. Detalle de la frontera eficiente para el modelo de mínima varianza, incluyendo el portafolio EWP y los activos que componen la cartera cargada en la GUI .....	53
Figura 17. Pantallas contenidas en el reporte en formato PDF generado por la herramienta. a) Hoja de presentación; b) Tabla de los pesos por activo; c) Resultados del portafolio y diagrama <i>pie chart</i> de los pesos; d) Diagrama de la evolución de los pesos a lo largo de la ventana móvil; e) <i>Box-plots</i> de la variación de los pesos por activo; f) Vista rápida de la frontera eficiente asociada al portafolio.....	54
Figura 18. a) Gráfica de las variaciones de los pesos de los activos a lo largo de la serie de tiempo de evaluación de la ventana móvil. b) <i>Box-plots</i> de los pesos por activo a lo largo de la ventana móvil una vez ejecutado un proceso de normalización .....	55

Figura 19. Pantalla de resultados de la ejecución del modelo EWP del portafolio de diez industrias .....	58
Figura 20. Pantalla de los resultados generales de la ejecución del modelo de M-V del portafolio de diez industrias con un retorno objetivo similar al del modelo EWP.....	59
Figura 21. a) Resultados de la variación de los pesos a lo largo de la serie de tiempo mediante la simulación <i>rolling horizon</i> del modelo de M-V; b) Gráfica <i>box-plot</i> de los pesos normalizados a lo largo de la serie de tiempo por activo de la cartera .....	59
Figura 22. Pantalla de los resultados generales para la ejecución del modelo de M-V con un objetivo de retorno del 1.134 %.....	60
Figura 23. a) Resultados de la variación de los pesos del modelo de M-V a lo largo de la serie de tiempo mediante la simulación <i>rolling horizon</i> , con un retorno objetivo del 1.134 %; b) Gráfica <i>box-plot</i> de los pesos normalizados a lo largo de la serie de tiempo por activo de la cartera.....	61
Figura 24. Pantalla de los resultados generales para la ejecución del modelo de mínima varianza del portafolio de diez industrias.....	61
Figura 25. a) Variación de los pesos para la ejecución del modelo de mínima varianza del portafolio de diez industrias con la simulación <i>rolling horizon</i> ; b) Gráfica <i>box-plot</i> de los pesos normalizados a lo largo de la serie de tiempo por activo de la cartera.....	62
Figura 26. Pantalla de los resultados generales de la ejecución del modelo de mínima varianza del portafolio de diez industrias usando el algoritmo Fast-MCD.....	63
Figura 27. a) Variación de los pesos para la ejecución del modelo de mínima varianza del portafolio de diez industrias usando el algoritmo Fast-MCD y la simulación <i>rolling horizon</i> ; b) Gráfica <i>box-plot</i> de los pesos normalizados a lo largo de la serie de tiempo por activo de la cartera .....	63
Figura 28. Pantalla de los resultados generales para la ejecución del modelo de mínima varianza del portafolio de diez industrias con recorte a la matriz de covarianza muestral..	64
Figura 29. a) Variación de los pesos para la ejecución del modelo de mínima varianza del portafolio de diez industrias con recorte a la matriz de covarianza y la simulación <i>rolling horizon</i> ; b) Gráfica <i>box-plot</i> de los pesos normalizados a lo largo de la serie de tiempo por activo de la cartera .....	65
Figura 30. Pantalla de los resultados generales para la ejecución del modelo de mínima varianza del portafolio de diez industrias con estimadores estadísticos robustos y recorte a la matriz de covarianza muestral .....	66
Figura 31. a) Variación de los pesos para la ejecución del modelo de mínima varianza del portafolio de diez industrias con estimadores estadísticos robustos, recorte a la matriz de covarianza muestral y simulación <i>rolling horizon</i> ; b) Gráfica <i>box-plot</i> de los pesos normalizados a lo largo de la serie de tiempo por activo de la cartera .....	66
Figura 32. Ejemplo de configuración del Work Path de Matlab para la ejecución de la GUI utilizando la <i>library CVX</i> .....	78
Figura 33. a) Comando para lanzar el App Designer desde la ventana de comandos de Matlab. b) Interfaz de la <i>utility</i> App Designer.....	79

Figura 34. a) Cuadro de diálogo para la apertura de los archivos .mlapp de App Designer b) Interfaz de App Designer luego de seleccionar la GUI de optimización de portafolios.....	79
Figura 35. Cuadro de diálogo de bienvenida del programa de instalación de la GUI.....	80
Figura 36. Cuadro de diálogo de selección de la ruta de instalación y generación de acceso directo en el escritorio.....	81
Figura 37. Cuadro de diálogo para selección de la ruta de instalación del compilador de Matlab asociado a la GUI.....	81
Figura 38. Cuadro de diálogo donde se listan los productos que se van a instalar, paso previo a la instalación efectiva de la aplicación.....	81
Figura 39. a) Cuadro de diálogo de instalación informando de la descarga del compilador de Matlab como parte del proceso de instalación. b) Instalación efectiva de la aplicación.....	82
Figura 40. a) Acceso directo en el escritorio y la GUI en operación como una aplicación <i>stand-alone</i> luego de instalada; b) Detalle de la instalación de la aplicación en la máquina. ....	82

## Índice de tablas

Tabla 1. Listado de los portafolios utilizados para la ejecución de las pruebas de la GUI..	40
Tabla 2. Portafolios de referencia para el estudio comparativo .....	68
Tabla 3. Portafolios de comparación desarrollados en la investigación .....	68
Tabla 4. Resultados comparativos de la razón de Sharpe entre el estudio de referencia y la GUI para cuatro tipos de portafolios.....	69
Tabla 5. Resultados comparativos de la varianza entre el estudio de referencia y la GUI para cuatro tipos de portafolios .....	69

## Resumen

El presente trabajo de investigación aborda el problema de la optimización de carteras de activos realizando un acercamiento inicial a los modelos clásicos de optimización derivados de "Portfolio Selection\*" (1952), el trabajo pionero de Henry Markowitz, abarcando los modelos de media y mínima varianza junto con el de la estrategia equiponderada de distribución de los montos de inversión. A partir de la indagación de sus debilidades se procede a realizar un nuevo acercamiento a aquellos que proponen el uso de estimadores estadísticos robustos y la eliminación de valores atípicos en las series de rendimientos involucradas en el proceso de optimización, entre ellos el algoritmo de mínimo determinante de la matriz de covarianza (Fast-MCD) y el de un nuevo estimador estadístico de dicha matriz mediante un recorte a su forma muestral y la aplicación de un modelo que involucra el uso de la co-mediana como un estimador estadísticamente robusto de la matriz, el cual es objeto posterior del modelo de recorte.

Seguidamente se procede a presentar el desarrollo de una interfaz gráfica de usuario en el software de cómputo numérico Matlab, que implementa los modelos estudiados y ofrece un medio interactivo de aprendizaje y análisis de desempeño, dejando así un precedente de desarrollo de software abierto a mejoras futuras y usos investigativos.

Palabras claves: recorte a la matriz de covarianza, Fast-MCD, co-mediana, Matlab App Designer, simulación *rolling horizon*, optimización de portafolios.

## Abstract

This research work addresses the problem of optimization of asset portfolios by making an initial approach to the classic optimization models derived from "Portfolio Selection\*" (1952), the pioneering work of Henry Markowitz, covering the models of mean and minimal variance along with the equally weighted investment distribution model. From the investigation of their weaknesses, a new approach is made to those that propose the use of robust statistical estimators and the elimination of outliers in the time series involved in the optimization process, including the use of the minimum determinant algorithm of the covariance matrix (Fast-MCD) and that of a new statistical estimator of such matrix by means of a shrinkage to its sample form and the application of a model that involves the use of the comedian as a statistically robust estimator of the matrix, which is object of a subsequent shrinkage process.

Next, the development of a graphical user interface on Matlab numerical computing software is presented, which implements the models studied and offers an interactive means of learning and performance analysis, thus leaving a precedent for developing software open to future improvements and investigative uses.

Keywords: Covariance matrix shrinkage, Fast-MCD, comedian, Matlab App Designer, rolling horizon simulation, portfolio optimization.

## Introducción

El problema de la selección adecuada de los montos de inversión de una cartera de activos se ha perfilado como un objeto de investigación de especial interés en el mundo financiero y académico, puesto que mediante la aplicación de múltiples y avanzadas técnicas de optimización se intenta obtener la mejor distribución posible de dichos montos por activo que permita al inversor obtener el máximo retorno posible de su cartera minimizando el riesgo de inversión o limitándolo según su nivel de tolerancia o de alguna meta de retorno fijada.

Esta línea de investigación académica está enmarcada en la teoría moderna de selección de portafolios (*modern portfolio theory*, MPT) introducida por Henry Markowitz en su artículo “Portfolio Selection\*” (1952), que propone obtener carteras de máxima rentabilidad con un mínimo riesgo mediante el uso de un modelo de máxima verosimilitud, asumiendo que el inversor siempre preferirá invertir en carteras de dicha naturaleza. Este modelo, que se conoce como el de “media varianza” (en adelante M-V), permite estimar los rendimientos esperados al igual que el riesgo o la varianza de los activos que componen la cartera en estudio.

A partir del de Markowitz (1952), han sido diversos los trabajos investigativos que proponen nuevos modelos de optimización para la selección de carteras en conformidad con la exploración de las fortalezas y falencias que el M-V supone. Dentro de los clásicos se encuentra el de la derivación del modelo de mínima varianza, que plantea encontrar una combinación de los montos de inversión que minimice al máximo el riesgo del inversionista; y dentro de los vanguardistas existe una controversia alrededor del uso de estimadores estadísticos robustos que disminuyan la inducción de errores de estimación del modelo y garanticen la ausencia de valores extremos dentro de los datos introducidos para evitar dichas distorsiones y obtener una distribución óptima de los montos de inversión.

Así, esta rama de la investigación cuantitativa de las finanzas ha logrado aportar un número significativo de modelos o estrategias que satisfacen el problema inicial de la selección de carteras de inversión. El presente trabajo pretende entonces realizar un acercamiento inicial a las estrategias más significativas de selección de carteras dentro del espectro de la MTP, dando especial atención a aquellas basadas en el uso de estimadores estadísticos robustos, a la vez que presenta el desarrollo de una interfaz de usuario en el software Matlab mediante el uso de la herramienta de desarrollo de entornos gráficos App Designer, que conjugue dichos modelos y se profile como un instrumento interactivo de aprendizaje, investigación y análisis de desempeño comparativo entre los modelos de optimización; asimismo se busca marcar un precedente para que investigaciones futuras utilicen y fortalezcan las características de la herramienta.

Este trabajo presenta inicialmente un acercamiento a los modelos clásicos derivados de Markowitz (1952) para luego estudiar algunos de los más usados en la literatura relacionados con el uso de los estimadores estadísticos; a continuación expone el desarrollo

de la interfaz de usuario, resaltando sus características, capacidades y limitantes de funcionamiento; y finalmente realiza una exposición general de su funcionamiento y la exposición comparativa de los modelos de optimización seleccionados para la implementación de la interfaz, comparándolos con los resultados de desempeño que se encuentran en la literatura.

Así, se pretende no solo entregar un trabajo de investigación que muestre un recorrido de los modelos clásicos y de vanguardia que abordan el problema de la optimización de carteras, sino también brindar una herramienta interactiva de estudio que motive investigaciones futuras y desarrollos de mayor complejidad relacionadas con este asunto.

## 1. Objetivos, alcance y productos

### 1.1 Objetivo general

Construir una aplicación en el software Matlab que le permita al usuario observar y evaluar el desempeño de varios de los tipos de modelos de optimización involucrados en la selección de los activos de los portafolios de inversión.

### 1.2 Objetivos específicos

Explotar el potencial del software App Designer de Matlab para la construcción de aplicaciones de interacción con el usuario final.

Entregar una interfaz gráfica que le permita al usuario probar diferentes modelos de optimización de los portafolios de inversión utilizando el motor de cálculo de Matlab de manera sencilla y versátil, y evidenciar de manera práctica el desempeño y los resultados entre estos.

Establecer un precedente de desarrollo de software *in-house* que permita a futuros investigadores incluir nuevas estrategias de optimización, modificar las presentadas inicialmente o incluir nuevas características de análisis.

Realizar una exploración y un análisis comparativo de los modelos de optimización clásicos de la literatura de finanzas y las nuevas técnicas basadas en la utilización de estimadores estadísticos robustos, y hacer una comparación entre estos últimos.

Comprobar, mediante la aplicación desarrollada, la efectividad de cada una de las estrategias objeto de estudio a la hora de seleccionar un portafolio de inversiones, en conformidad con los rendimientos históricos de los activos que lo conforman.

### 1.3 Alcance y productos finales

#### 1.3.1 Alcance

El presente trabajo entrega una investigación completa de las siguientes estrategias de optimización de portafolios:

- De media varianza (M-V).
- De mínima varianza.

- De estrategia equiponderada (*equally weighted portfolio*, EWP).
- De estrategia basada en el algoritmo Fast-MCD.
- De estrategia basada en el cálculo de un estimador estadístico robusto con recorte a la matriz de covarianza muestral.
- De estrategia basada en el recorte de la matriz de covarianza muestral utilizando la co-mediana como estimador de la matriz de covarianza.

### 1.3.2. Productos

- Aplicación desarrollada en Matlab que implementa cada una de las estrategias listadas.
- Estudio comparativo de los resultados y el desempeño de cada una de las estrategias de optimización seleccionadas mediante el uso de la aplicación.
- Paquete de software con la aplicación y los códigos relacionados con ella para su desarrollo y “versionamiento” futuros.

## 2. Marco teórico

### 2.1 Fundamentos de la teoría moderna de portafolios. Los modelos de media (M-V) y mínima varianza

A partir de la publicación de Markowitz (1952) se fundaron las bases de lo que se conoce actualmente como la teoría moderna de selección de portafolios (*modern portfolio theory*, MPT). En su artículo, el autor justifica la elección de los portafolios o carteras de activos diversificadas por parte de un inversionista motivado por la premisa de maximizar el retorno de su inversión ante la presencia del riesgo o la incertidumbre de los rendimientos futuros de los activos que los componen, y explica cómo la composición de una cartera diversificada reduce la exposición al riesgo de ciertos activos en particular y cómo una selección adecuada de los activos de la cartera garantiza al inversionista un nivel esperado de retorno. Sin embargo, siempre existirá un compromiso entre dicho valor y la exposición al riesgo que se desee asumir. Markowitz propone entonces la existencia de una combinación entre el riesgo o varianza ( $V$ ) y el retorno esperado del portafolio ( $E$ ), tratando este último como una variable aleatoria y el primero como la varianza del retorno esperado.

Ante las posibles combinaciones de  $E$  y  $V$ , Markowitz (1952) propone la existencia de una frontera eficiente de portafolios en la cual se ubican todos aquellos que minimicen  $V$  ante una elección de  $E$  mínima o mayor, así como aquellos que maximicen  $E$  ante un nivel de  $V$  dado o menor a este. Bajo tales premisas, de su trabajo se deriva el modelo de selección de portafolios M-V, que se ilustra a continuación.

Supóngase la existencia de una cartera con  $N$  activos sujetos a riesgo, cuyo retorno es representado por las variables aleatorias  $R_1, \dots, R_N$ .

Sea entonces  $w = (w_1, \dots, w_N)^T$  el vector de los pesos (*investment weights*, en adelante pesos) que representa la cantidad de dinero que se invierte en el activo  $n$ , tal que

$$\sum_{n=1}^N w_n = 1 \quad (1)$$

Se puede escribir la siguiente expresión para representar la tasa de retorno del portafolio:

$$R_p = \sum_{n=1}^N w_n R_n \quad (2)$$

De esta manera se pueden escribir los dos primeros momentos del portafolio así:

$$\mu_p = E[R_p] = \sum_{n=1}^N E[w_n R_n] = \sum_{n=1}^N w_n \mu_n : \mu_n = \bar{R}_n \quad (3)$$

y

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N w_i w_j \text{COV}(R_i, R_j) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N w_i \sigma_{ij} w_j \quad (4)$$

Sea  $\Sigma$  la matriz de covarianza  $\text{COV}(R_i, R_j)$ ; se obtiene entonces

$$\sigma_p^2 = w^T \Sigma w \quad (5)$$

Según los momentos del portafolio, se puede plantear el siguiente problema de optimización donde el inversionista puede fijar un rendimiento del portafolio esperado minimizando el riesgo asociado:

$$\text{Min } w^T \Sigma w - \frac{1}{\delta} \mu_p \quad (6)$$

s. t.

$$\sum_{n=1}^N w_n = 1, \quad \sum_{n=1}^N w_n \mu_n = \mu_p^* \quad (7)$$

donde  $\delta$  corresponde al parámetro de aversión al riesgo del inversionista,  $\mu_p^*$  al retorno esperado del portafolio, y la primera condición garantiza que la suma de los pesos sea 1.

El problema de optimización tiene solución mediante el siguiente lagrangiano:

$$L = \left( w^T \Sigma w - \frac{1}{\delta} \mu_p \right) - \lambda_1 \left( \sum_{n=1}^N w_n - 1 \right) - \lambda_2 \left( \sum_{n=1}^N w_n \mu_n - \mu_p^* \right) \quad (8)$$

que admite la siguiente solución:

$$w^* = \Sigma^{-1} (\lambda_1 \mathbf{1} + \lambda_2 \mu_p) \quad (9)$$

donde  $\mathbf{1}$  representa un vector unitario de la forma  $(1 \cdots 1)^T$  y  $\mu_p$  un vector de la forma  $(R_1 \cdots R_N)^T$ . Se obtiene así el vector solución  $w^*$ , que contiene la distribución adecuada de los pesos que se debe emplear en la cartera para cumplir con el objetivo de rentabilidad fijado por el inversor.

De este planteamiento se deriva el modelo de optimización de mínima varianza, que parte de fijar un parámetro infinito de aversión al riesgo ( $\delta = \infty$ ) de manera que se busque minimizarlo del portafolio.

$$\text{Min } w^T \Sigma w \quad \text{s. t. } \sum_{n=1}^N w_n = 1 \quad (10)$$

Es necesario tener en cuenta las siguientes consideraciones respecto a los modelos de optimización de carteras ilustrados:

- El inversionista ejecuta el total de su capital disponible en la cartera.
- Presumen una distribución normal de los rendimientos esperados, lo que a su vez supone una estimación basada en el uso del modelo de máxima verosimilitud de los momentos del portafolio de activos.
- Utilizan la covarianza como un estimador del riesgo asociado al portafolio entre las variables aleatorias que representan los rendimientos esperados.
- Emplean los rendimientos históricos de los activos que componen la cartera para estimar sus momentos respectivos y dar solución al problema de optimización.

Si bien Markowitz (1952) trata la construcción de un espacio con todas las combinaciones posibles de  $E$  y  $V$  que puede arrojar un portafolio de activos y en el cual se ubican una serie de portafolios eficientes [Figura 1], cabe anotar cómo Merton (1972) brinda una descripción detallada de la definición de lo que se conoce como “frontera eficiente”, donde se ubican los portafolios con un máximo de retorno para un cierto valor de riesgo. Este autor la describe como el conjunto de portafolios que satisfacen la opción de inversión que minimiza el riesgo asociado y dan solución al problema de optimización.

$$\min \frac{\sigma^2}{2} \quad (11)$$

s. a.

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N w_i w_j \sigma_{ij}, \quad E[R_P] = \sum_{n=1}^N w_n \mu_n, \quad \sum_{n=1}^N w_n = 1 \quad (12)$$

Al resolver el problema de optimización, Merton (1972) despliega una expresión para la frontera eficiente como una hipérbola en la que el retorno esperado es una función del riesgo asociado.<sup>2</sup>

$$E = \bar{E} + \frac{1}{C} \sqrt{DC(\sigma - \bar{\sigma}^2)} \quad (13)$$

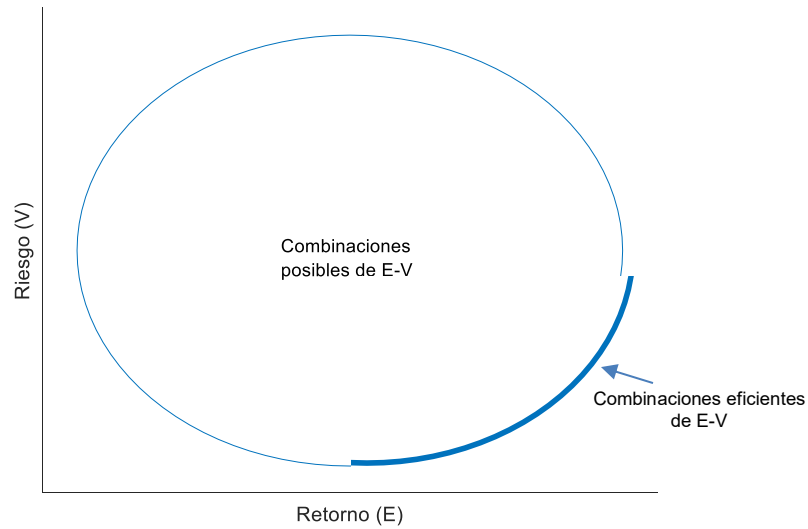
$$C = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N v_{ij}, \quad D = \left( \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N v_{ij} E_i E_j \right) (C) - \left( \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N v_{ij} E_j \right)^2, \quad \bar{E} = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N v_{ij} E_j / C \quad (14)$$

$$\bar{\sigma} = 1/C \quad (15)$$

donde  $v_{ij}$  representa las entradas de la inversa de la matriz de covarianza muestral y la pareja  $(\bar{E}, \bar{\sigma})$  el valor de retorno y de riesgo del portafolio de mínima varianza asociado a la cartera de activos [Figura 2].

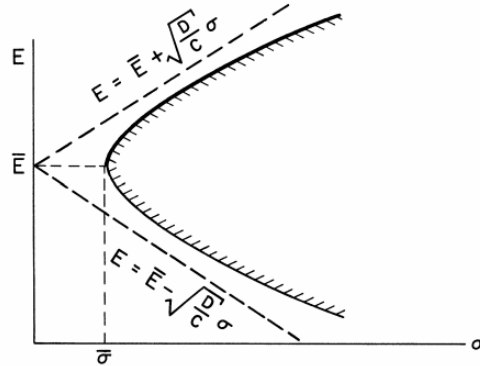
<sup>2</sup> Para conocer el detalle de la derivación de esta expresión, v. R. Merton (1972). An analytic derivation of the efficient portfolio frontier. *The Journal of Financial and Quantitative Analysis*. 7(4), 1851-1872, septiembre. Disponible en <https://www.jstor.org/stable/2329621?origin=JSTOR-pdf&seq=1>

Figura 1. Representación gráfica, en el espacio  $E-V$ , del conjunto de posibles combinaciones de retorno y riesgo de una cartera de activos



Fuente: elaboración del autor a partir de Markowitz (1952).

Figura 2. Frontera eficiente de un portafolio de activos



Fuente: elaboración del autor a partir de Merton (1972).

### 2.1.1 Portafolio equiponderado (*equally weighted portfolio*, EWP)

Si bien hasta ahora se ha propuesto la construcción de un modelo para seleccionar la composición adecuada de los pesos para asignar a una cartera de activos, el enfoque más inmediato a la hora de tratar este problema es remitirse a una asignación equiponderada por activo según el tamaño de la cartera, de la forma  $1/N$ .

$$w_n = 1/N \tag{16}$$

$$\sigma_{\text{EWP}}^2 = \frac{1}{N} \bar{\sigma}_I^2 + \frac{N-1}{N} \text{COV} \tag{17}$$

Este tipo de estrategia corresponde a la construcción de un EWP. Al ser este el enfoque más sencillo, se incluirá en el análisis de esta investigación para determinar cómo una asignación de los pesos de esta naturaleza logra o no arrojar mejores resultados de rendimiento respecto a las estrategias tratadas en anteriormente.

## 2.2 La razón de Sharpe

Adicional a los modelos propuestos para tratar el problema de asignación de los pesos a una cartera de activos, cabe incluir el uso de la razón de Sharpe como una medida del desempeño de un activo en una cartera de inversión. Propuesta y reformulada por William F. Sharpe (1963; 1994), esta medida indica esencialmente el desempeño de un activo cualquiera en comparación con uno libre de riesgo. En su artículo de 1994, el autor define dos tipos de medida:

### *Ex-ante razón de Sharpe*

Se aplica en el análisis de desempeño de un activo cuando los valores futuros se comportarán de manera monotónica respecto a los valores pasados. Así, para un activo  $A$  con retorno  $R_A$  en el siguiente período, y para un activo de referencia o libre de riesgo  $B$  con retorno  $R_B$ , se define el retorno diferencial como

$$\widehat{D} = R_A - R_B \quad (18)$$

Sean  $E[\widehat{D}]$  el valor esperado de  $\widehat{D}$  y  $\sigma_{\widehat{D}}$  su desviación estándar correspondiente; la razón de Sharpe se escribe como

$$S_{\widehat{D}} = \frac{E[R_A - R_B]}{\sqrt{\text{VAR}(R_A - R_B)}} \quad (19)$$

### *Ex-post razón de Sharpe*

Utiliza las mismas consideraciones de la anterior, con la diferencia que trata con valores ya realizados o ejecutados de los activos involucrados en lugar de hacerlo con los valores esperados de estos. Así, se define el retorno diferencial para un período  $t$  como

$$D_t = R_{At} - R_{Bt} \quad (20)$$

donde  $\bar{D}$  representa el retorno diferencial promedio para una ventana de tiempo  $T$  y  $\sigma_D$  la desviación estándar en dicha ventana.

$$\bar{D} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T D_t, \sigma_D = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^T (D_t - \bar{D})^2}{T - 1}} \quad (21)$$

Ahora puede escribirse como

$$S_h = \frac{\bar{D}}{\sigma_D} \quad (22)$$

Esta versión informa del retorno diferencial histórico con respecto a su variabilidad diferencial histórica. La utilidad de la razón de Sharpe reside en señalar cómo un par de

activos se comportan respecto a otro activo libre de riesgo; aquel con una mayor razón tendrá un mayor retorno con un mismo nivel de riesgo. Esta medida será utilizada en las secciones siguientes de la investigación.

### 2.3 Otras medidas de desempeño de portafolios

#### *Alpha de Jensen*

El Alpha de Jensen como medida de desempeño de portafolios es utilizada para determinar el rendimiento del portafolio, en comparación al rendimiento esperado del mercado. A partir del modelo CAPM, se puede derivar la expresión para el Alpha de Jensen como:

$$\alpha_j = R_p - [R_f + \beta_p(R_m - R_f)] \quad (23)$$

Donde  $R_p$  corresponde al rendimiento asociado al portafolio,  $R_m$  al rendimiento esperado del mercado y  $\beta_p$  la beta asociada al portafolio. Cuando esta medida arroja un valor mayor a cero, indica que la estrategia seleccionada para el portafolio permite obtener retornos marginales no explicados a partir del CAPM, caso contrario, indicará que dicha estrategia ha obtenido un rendimiento menor al esperado por parte del mercado y requerirá ajustar la estrategia seleccionada.

#### *Sortino Ratio*

Esta medida se puede considerar como un ajuste sobre el Ratio de Sharpe. Su diferencia radica en considerar únicamente las variaciones negativas de volatilidad del portafolio, las cuales se perfilan como de especial interés para el administrador del portafolio. Bajo las mismas consideraciones de rendimiento diferencial del portafolio frente a un activo libre de riesgo, se puede escribir esta medida como:

$$S_{SR} = \frac{E[R_A - R_B]}{\sigma_{Down}} \quad (24)$$

Donde el termino  $\sigma_{Down}$  corresponde a la desviación estándar de las variaciones negativas nombradas.

#### *Tracking error*

Al comparar el desempeño de retorno del portafolio frente a un activo de referencia libre de riesgo o algún benchmark en específico, podemos definir el Tracking Error como una medida de desempeño del portafolio a lo largo de un periodo  $N$  como:

$$TE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (R_A - R_B)^2}{N - 1}} \quad (25)$$

Con lo cual obtenemos una medida que proporciona la volatilidad entre la diferencia de rendimientos entre el portafolio y dicho activo de referencia.

### *Information ratio*

El Information Ratio (IR) permite medir el desempeño del portafolio a partir de un factor de rendimiento diferencial entre el portafolio con respecto a un activo de referencia libre de riesgo o un benchmark en específico en comparación con un factor de la volatilidad de dicho rendimiento diferencial. Se puede escribir entonces el IR como:

$$IR = \frac{E[R_A - R_B]}{TE} \quad (26)$$

Donde  $TE$  corresponde al tracking error. Un valor mayor de esta razón indicará un mejor desempeño del portafolio con respecto a su benchmark, caso contrario, se deberá buscar una mejor estrategia en el portafolio que permita alcanzar un desempeño superior al del benchmark contra el cual se compara.

### 2.4 Errores de estimación de los modelos clásicos de media (M-V) y mínima varianza para la optimización de las carteras de activos

Si bien los modelos expuestos para dar solución al problema de optimización de carteras se han perfilado como clásicos, sea porque están ligados a un objetivo de rentabilidad o bien porque tienen el propósito de reducir al mínimo la exposición al riesgo del inversionista, la utilización muestral de la matriz de covarianza para estimar el modelo, al igual que el uso del modelo de máxima verosimilitud para tratar las variables aleatorias que representan los retornos de los activos, han permitido detectar las siguientes falencias:

#### *Introducción de errores de estimación en el modelo ligadas al uso del modelo de máxima verosimilitud y la matriz de covarianza muestral*

Lauprete, Samarov y Welsch (2002) demuestran cómo al asumir una distribución gaussiana del conjunto de variables aleatorias  $R_1, \dots, R_N$  se puede incurrir en la introducción de errores de estimación en el vector  $w^*$  que da solución al problema de optimización clásico del M-V.

El M-V puede formularse a partir del cálculo de la matriz de covarianza muestral  $\hat{\Sigma}$  de una serie de rendimientos en el período  $i = 1, 2, \dots, T$ , para  $N$  activos de una cartera, como

$$\text{Min } w^T \hat{\Sigma} w - \frac{1}{\delta} \mu_P \quad (27)$$

s. t.

$$\sum_{i=1}^N w_n = 1, \quad \sum_{i=1}^N w_n \mu_n = \mu_P^* \quad (28)$$

donde la matriz de covarianza muestral corresponde a la expresión

$$\hat{\Sigma} = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^T (R_i - \bar{R})(R_i - \bar{R})^t \quad (29)$$

Ahora puede reescribirse la formulación del problema de optimización como

$$\hat{\sigma}_p^2 = \text{Min} \frac{1}{T} \sum_{i=1}^T (R_i^t w - \bar{R})^2 - \frac{1}{\delta} \mu_p \quad (30)$$

que permite estimar el riesgo  $\hat{\sigma}_p^2$  asociado al portafolio. Puede observarse que cuando el problema se trata como una regresión lineal donde la variable dependiente se comporta idénticamente igual a 0, siempre y cuando el término  $R_i w$  posea colas pesadas introducidas por colas marginales de la misma naturaleza en la distribución de  $R_i$ , así como posibles dependencias de colas pesadas en la distribución multi-variada de dichos rendimientos, la existencia del término cuadrático en la expresión puede introducir errores de estimación en el modelo.

La amplia evidencia empírica ha evidenciado que las distribuciones de los rendimientos de los activos en las series de tiempo no suelen ser totalmente gaussianas; esta circunstancia entra en conflicto con los supuestos de estimación dados por el modelo de máxima verosimilitud, que supone, dentro de su metodología de estimación, la distribución gaussiana de las variables aleatorias ligadas al modelo. Dicho esto, la posible introducción de errores de estimación en las variables estadísticas que pretende resolver el modelo exige el empleo de estimadores estadísticos robustos diferentes a la matriz de covarianza muestral  $\hat{\Sigma}$  que propone el modelo clásico de M-V.

#### *Alta fluctuación en el cálculo del rebalanceo de los pesos del portafolio*

A partir de los trabajos que ilustran la introducción de errores de estimación del modelo clásico de M-V en el segundo momento de un portafolio de activos, DeMiguel y Nogales (2009) llevaron a cabo una demostración detallada de cómo la introducción de dichos errores puede producir una alta fluctuación en el re-cálculo de los pesos del portafolio a lo largo de la serie de tiempo que representa los retornos por activo de la cartera. Específicamente, parten de proponer una distribución de retornos para dos activos riesgosos de la forma

$$G = 99 \% \times N(\mu, \Sigma) + 1 \% \times D \quad (31)$$

donde el 99 % de la distribución tiene un comportamiento gaussiano con media  $\mu$  y matriz de covarianza  $\Sigma$ , correspondiente a  $N(\mu, \Sigma)$ , con una media anual del 12 % y una desviación estándar anual del 16 %. El 1 % restante de  $G$  corresponde a una distribución de la desviación donde ambos activos siguen una distribución normal con la misma matriz de covarianza, en la que la media del segundo activo corresponde a  $-50$  veces la media del primero. DeMiguel y Nogales (2009) asumen un parámetro de  $h = 1$  %.

Así,  $G$  puede escribirse a partir de<sup>3</sup>

$$\mu = \begin{pmatrix} 0.01 \\ 0.01 \end{pmatrix}, \Sigma = \begin{pmatrix} 0.0021 & 0 \\ 0 & 0.0021 \end{pmatrix} \quad (32)$$

y

$$D = N(\mu_d, \Sigma_d), \Sigma_d = \Sigma, \mu_d = \begin{pmatrix} 0.01 \\ -0.50 \end{pmatrix} \quad (33)$$

---

<sup>3</sup> En razón al amplio uso de la notación numérica de los decimales en el sistema norteamericano, se usará el punto para separarlos.

Cabe resaltar que se asume que el inversor es consciente de que la distribución de los activos de la cartera no es completamente normal y de que no conoce la forma paramétrica de la distribución de la desviación. Esta advertencia se hace para evitar el hecho de que él intente ejecutar la estimación de la distribución.

#### *Simulación por la ventana móvil o rolling horizon*

Una vez formulada la distribución de los rendimientos que componen el portafolio de inversión en estudio, DeMiguel y Nogales (2009) proponen ejecutar una simulación de tipo *rolling horizon* a partir de la generación de una serie de retornos ligados a la distribución  $G$ . Esta técnica consiste en generar la estimación de los parámetros de la media y la varianza del portafolio utilizando en primera instancia una ventana correspondiente a la primera mitad de la serie de datos; posterior a ello se realiza una nueva estimación de los parámetros moviendo *–rolling up–* la ventana de datos un período y así de manera sucesiva hasta recorrer los datos restantes de la serie; de este modo se logran estimar en  $N/2$  veces los parámetros del portafolio, siendo  $N$  el total de la serie de datos involucrados en la simulación. Ahora es posible graficar y observar la variación de los pesos que da solución al problema de optimización de carteras de activos riesgosos y, de esta manera, identificar la robustez de una determinada técnica de optimización a la hora de estimar dichos pesos.

#### *Cálculos de media, varianza y razón de Sharpe*

Cabe resaltar cómo varía el cálculo de los valores de la media, la varianza y la razón de Sharpe para esta técnica de simulación. Para un período  $t$  dentro de la ventana de evaluación  $L - T$ , donde  $L$  corresponde al tamaño de la serie de rendimientos y  $T$  a su tamaño, se calculan los pesos para una estrategia  $k$  predefinida de optimización como  $w_t^k$  para la ventana  $t = T, \dots, L - 1$ . Para  $t + 1$ , el retorno en exceso puede escribirse como  $\hat{r}_{t+1}^k = w_t^{kT} r_{t+1}$ , donde  $r_{t+1}$  es el retorno respecto a la tasa libre de riesgo. DeMiguel y Nogales (2009) exponen las expresiones correspondientes en el cálculo de la media, la varianza y la razón de Sharpe, respectivamente, como

$$\hat{\mu}^k = \frac{1}{L - T} \sum_{t=T}^{L-1} w_t^{kT} r_{t+1} \quad (29) \quad (\hat{\sigma}^k)^2 = \frac{1}{L - T - 1} \sum_{t=T}^{L-1} (w_t^{kT} r_{t+1} - \hat{\mu}^k)^2 \quad (34)$$

$$\widehat{SR}^k = \frac{\hat{\mu}^k}{\hat{\sigma}^k} \quad (35)$$

Si no se especifica un retorno para un *benchmark* o una tasa libre de riesgo, se tratarán con el retorno calculado para el período  $t$  durante la ventana de simulación en la que se aplica el corrimiento.

#### *Resultados de la simulación*

DeMiguel y Nogales (2009) construyen una simulación basada en una serie de 240 rendimientos ligados a la distribución  $G$  donde ejecutan una estimación en los modelos de media (M-V) y mínima varianza clásicos. Cabe resaltar que los momentos estimados en cada uno de los corrimientos de la ventana de datos utilizada, para el uso de la técnica *rolling*

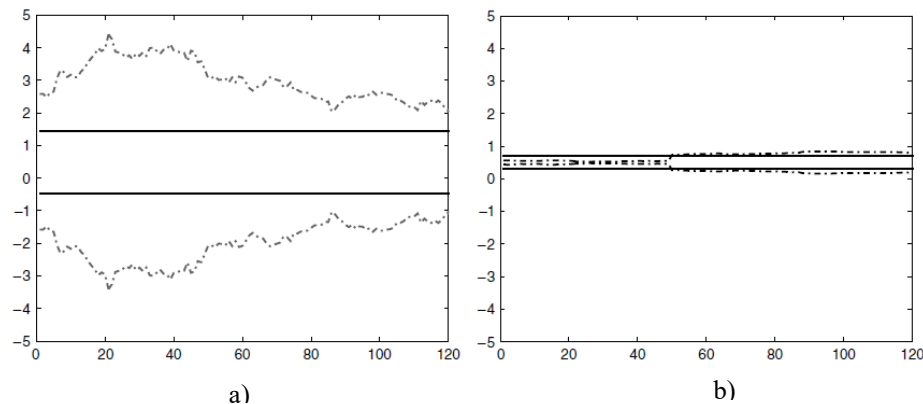
*horizon*, son producto de una combinación de distribuciones normales; así, según la formulación inicial de  $G$ , dichos momentos pueden formularse como

$$\mu_G = E(G) = (1 - h)\mu + h\mu_d \quad (36)$$

$$\sigma_G^2 = (1 - h)(\Sigma + (\mu - \mu_G)(\mu - \mu_G)^T) + h(\Sigma_d + (\mu_d - \mu_G)(\mu_d - \mu_G)^T) \quad (37)$$

Al introducir la formulación en los modelos objeto de la simulación, DeMiguel y Nogales (2009) logran obtener 120 estimaciones de los pesos del portafolio en conformidad con la simulación *rolling horizon* aplicada. La Figura 3 muestra los resultados de la simulación para a) el modelo de M-V; y b) el modelo de mínima varianza.

Figura 3. a) Estimación de los pesos del portafolio para una serie de tiempo de 240 rendimientos que siguen la distribución  $G$  usando el modelo de M-V; b) Igual estimación con el modelo de mínima varianza



Fuente: elaboración del autor a partir de DeMiguel y Nogales (2009).

En ambas gráficas de la Figura 3 se usa una escala de  $\pm 500\%$  para ilustrar la variación de los pesos a lo largo de una serie de tiempo de 120 retornos. En a) se presenta una alta fluctuación para ambos activos, con variaciones para el primero de entre el 200 y el 450%, mientras que para el segundo se evidencian variaciones de entre el  $-100\%$  y el 325%. Entretanto, en b) se observa cómo los activos presentan una evolución de los pesos mucho más estable, sin llegar a presentar valores extremos y manteniéndose dentro del rango de  $\pm 100\%$  en la mayoría de la extensión de la serie de tiempo de rendimientos, según las restricciones impuestas por la formulación del modelo de mínima varianza.

Los resultados obtenidos reflejan cómo la estimación de los parámetros dada por el modelo de M-V se ve seriamente comprometida cuando la distribución de los rendimientos involucrados no sigue una distribución totalmente normal. Específicamente, el modelo induce un mayor error de estimación de la media con respecto al inducido en la estimación de la matriz de covarianza. Si bien se ha demostrado que el error de estimación en dicho parámetro se puede reducir aumentando la frecuencia de muestreo de los datos, el de la media solo se consigue ampliando la duración total de la serie de tiempo, por lo que, para fines prácticos, se hace imposible asegurar una reducción completa del error de estimación, puesto que no se puede generar una serie de tiempo lo suficientemente larga.

Dada esta evidencia, el de mínima varianza resulta ser la opción más adecuada entre los modelos clásicos para estimar la distribución adecuada de los pesos de una cartera de inversión; sin embargo, aunque existe una mayor estabilidad en su re-cálculo, tiende a presentar sensibilidad en ellos, como se observa en la Figura 3b. Si bien durante una parte de la simulación los pesos se mantuvieron en el rango de  $\pm 100\%$ , aquellos asignados a los dos activos lograron superar dicha barrera, lo que refleja la sensibilidad que puede presentar el modelo ante variaciones o desviaciones en la muestra de rendimientos.

Recapitulando, la tasa de crecimiento cuadrática dada en la estimación de la varianza muestral del portafolio puede inducir nuevamente a una sensibilidad indeseada en el modelo de optimización de mínima varianza, lo cual exige buscar estimadores estadísticos más robustos, puesto que, en la práctica y según la evidencia empírica, los rendimientos de los activos involucrados en las carteras de inversión no suelen seguir una distribución normal ideal, y esto, como se ha evidenciado, desemboca en errores de estimación significativos.

## 2.5 Uso de estimadores estadísticos robustos y detección de datos atípicos en la optimización de carteras de activos

Hasta ahora se ha expuesto cómo los modelos clásicos de optimización de carteras incurren en la inducción de errores de estimación en sus momentos y que el modelo de mínima varianza se perfila como el menos sensible al rebalanceo de los pesos a lo largo de la serie de tiempo de rendimientos involucrada en el proceso de optimización. Sin embargo, incluso este modelo no está exento de inducir a errores de estimación cuando la serie de tiempo de los rendimientos no sigue una distribución totalmente normal.

Ante tal situación, la literatura ofrece la formulación métodos de optimización de carteras basados, en parte, en el uso de estimadores estadísticos robustos o en la detección y eliminación de aquellos valores atípicos, dentro de una distribución de probabilidad, que inducen al modelo a incurrir en errores de estimación. Las secciones siguientes se dedican a tratar cada una de las alternativas para establecer un precedente que permita diseñar y ejecutar un análisis comparativo entre estas técnicas de optimización y los modelos clásicos mediante el desarrollo del software objeto de esta investigación.

### 2.5.1 Estimación de los parámetros del modelo de optimización de carteras de activos mediante el uso de estimadores estadísticos robustos

#### *Recorte de la matriz de covarianza mediante estimadores estadísticos robustos*

Para el caso de estudio se puede hablar del uso de estimadores estadísticos robustos cuando un modelo de optimización de carteras emplea técnicas de manipulación estadística que permiten formular los estimadores que dan solución al modelo con robustez ante la presencia de valores atípicos o extremos que pueden inducir a errores.

Este estudio se enfoca en una de las técnicas más utilizadas en la literatura: el recorte o encogimiento de la matriz de covarianza involucrada en el modelo de optimización de carteras. Aunque existen varios precedentes, se toma la propuesta por Ledoit y Wolf (2003), que se sustenta en el hecho que la estimación de la matriz de covarianza puede inducir a errores de estimación cuando el número de carteras es grande, en especial cuando llega a superar el número de observaciones involucradas en las series de rendimientos de los activos. Frente a este problema se plantea un modelo de optimización de mínima varianza en el que la matriz de covarianza muestral se reemplaza por una versión donde todos los coeficientes con altos valores extremos positivos o negativos tienden a ser centralizados para eliminar los errores de estimación asociados.

Así, se puede partir de la formulación del modelo de mínima varianza como

$$\text{Min } w^T \hat{\Sigma} w - \frac{1}{\delta} \mu_P \quad (38)$$

s. t.

$$\sum_{i=1}^N w_n = 1, \quad \sum_{i=1}^N w_n \mu_n = \mu_P^* \quad (39)$$

donde  $\hat{\Sigma}$  es la matriz de covarianza muestral. Sea  $F$  un estimador de alta estructura; puede escribirse la siguiente combinación lineal, donde  $\delta$  representa un número entre 0 y 1.

$$\hat{\Sigma}_{\text{Shrink}} = \delta F + (1 - \delta) \hat{\Sigma} \quad (40)$$

siendo  $\hat{\Sigma}_{\text{Shrink}}$  la nueva matriz de covarianza que se va a utilizar en el modelo, la cual es producto del “recorte” de la matriz de covarianza muestral  $\hat{\Sigma}$  alrededor del estimador  $F$ , y donde  $\delta$  actúa como una constante de intensidad de recorte entre 0 y 1. El principio de esta técnica se basa en obtener un nuevo estimador que se desempeñe de una mejor manera en el modelo, al ser producto del “compromiso” entre dos estimadores con características atípicas o extremas.

#### *Construcción del estimador de alta estructura $F$ o estimador de recorte objetivo*

El estimador de alta estructura  $F$  se define a partir de los elementos que componen la matriz de correlación  $\hat{\Sigma}$ .

En una distribución de  $N$  retornos para  $1 \leq i \leq N$  dentro de la serie de tiempo  $T$ , tal que  $1 \leq t \leq T$ , donde  $t$  corresponde a un período específico en  $T$  y se define la matriz de covarianza muestral  $\hat{\Sigma}$ , se puede escribir la siguiente correlación muestral para los retornos  $i, j$  a partir de los elementos  $\hat{\Sigma}_{ij}$ :

$$r_{ij} = \frac{\hat{\Sigma}_{ij}}{\sqrt{\hat{\Sigma}_{ii} \hat{\Sigma}_{jj}}} \quad (41)$$

La correlación promedio estará dada por

$$\bar{r} = \frac{2}{N(N-1)} \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N r_{ij} \quad (42)$$

De tal manera se puede definir la matriz de correlación muestral  $F$  a partir de

$$f_{ii} = \widehat{\Sigma}_{ii} \quad (43)$$

$$f_{ij} = \bar{r} \sqrt{\widehat{\Sigma}_{ii} \widehat{\Sigma}_{jj}} \quad (44)$$

*Definición de la constante de intensidad de recorte  $\delta$*

Como fue expuesto,  $\delta$  corresponde a una constante entre 0 y 1 que permite fijar el compromiso entre  $\widehat{\Sigma}$  y el estimador de alta estructura  $F$ . Puesto que existe una infinidad de posibilidades para seleccionar el valor de dicha constante, Ledoit y Wolf (2003) proponen la elección de una constante de intensidad de recorte óptima  $\delta^*$  que minimice la distancia esperada entre la matriz de covarianza real de la distribución de rendimientos y el estimador de recorte que involucra la matriz  $F$ . La derivación de esta constante parte de un escenario donde  $N \geq T$ , para el cual se formula una función de pérdida que no dependa de la inversa de la matriz de covarianza, puesto que esta no es posible de obtener (Ledoit y Wolf, 2004). La función trata entonces de obtener una medición cuadrática entre el estimador de alta estructura y la matriz de covarianza real asociada a partir de la norma de Frobenius.

Considerando esta última como la diferencia entre el estimador de recorte y la matriz de covarianza real  $\Sigma$ , se tiene

$$L(\delta) = \left\| \delta F + (1 - \delta) \widehat{\Sigma} - \Sigma \right\|^2 \quad (45)$$

Se busca entonces obtener un valor de  $\delta$  que minimice el valor esperado de la expresión anterior. Para ello, Ledoit y Wolf (2004) asumen que para un valor de  $T$  que tiende al infinito, teniendo un valor fijo en  $N$ , el valor óptimo de la constante de intensidad de recorte  $\delta^*$  se comporta asintóticamente como una constante sobre  $T$  de la forma

$$\kappa = \frac{\pi - \rho}{\gamma} \quad (46)$$

Puesto que  $\kappa$  no es conocido, debe estimarse a partir de los estimadores correspondientes para  $\pi$ ,  $\rho$  y  $\gamma$ .

En relación con el parámetro  $\pi$ , este corresponde a la suma de las varianzas asintóticas de la matriz muestral de covarianza multiplicada por  $\sqrt{T}$ . Sea  $y_{it}$  el retorno del activo  $i$  en el período  $t$ ; este parámetro puede estimarse como

$$\widehat{\pi} = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \widehat{\pi}_{ij} \quad (47a) \quad \widehat{\pi}_{ij} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \left\{ (y_{it} - \bar{y}_i) (y_{jt} - \bar{y}_j) - \widehat{\Sigma}_{ij} \right\}^2 \quad (47b)$$

El parámetro  $\rho$  se refiere a la suma de las covarianzas asintóticas del estimador de alta estructura  $F$  con la matriz de covarianza muestral  $\widehat{\Sigma}$  por el mismo factor  $\sqrt{T}$ . El estimador para este parámetro está dado por

$$\widehat{\rho} = \sum_{i=1}^N \widehat{\pi}_{ii} + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1, j \neq i}^N \frac{\bar{r}}{2} \left( \sqrt{\frac{s_{jj}}{s_{ii}}} \widehat{\theta}_{ii,ij} + \sqrt{\frac{s_{jj}}{s_{ii}}} \widehat{\theta}_{jj,ij} \right) \quad (48)$$

donde

$$\hat{\vartheta}_{ii,ij} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \{(y_{it} - \bar{y}_i)^2 - \hat{\Sigma}_{ii}\} \{(y_{it} - \bar{y}_i) (y_{jt} - \bar{y}_j) - \hat{\Sigma}_{ij}\} \quad (49)$$

$$\hat{\vartheta}_{jj,ij} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \{(y_{jt} - \bar{y}_j)^2 - \hat{\Sigma}_{jj}\} \{(y_{it} - \bar{y}_i) (y_{jt} - \bar{y}_j) - \hat{\Sigma}_{ij}\} \quad (50)$$

El parámetro  $\gamma$  mide la especificación incorrecta entre la varianza poblacional con respecto a la varianza ligada al estimador de alta estructura  $F$ . Su estimador puede escribirse como

$$\hat{\gamma} = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N (f_{ij} - \hat{\Sigma}_{ij})^2 \quad (51)$$

Por último se formula la constante de intensidad de recorte a partir de

$$\delta^* = \max \left\{ 0, \min \left\{ \frac{\hat{\kappa}}{T}, 1 \right\} \right\} \quad (52)$$

donde  $\hat{\kappa}$  se construye a partir de los estimadores listados. La forma de selección para  $\delta^*$  expuesta pretende acotar el valor de la constante de los valores entre 0 y 1 en caso de que, para muestras finitas, se puedan obtener casos en los que  $\hat{\kappa}/T > 1$  o  $\hat{\kappa}/T < 0$ .

Como último paso se formula el estimador estadístico robusto de recorte en la matriz de covarianza muestral.

$$\hat{\Sigma}_{\text{Shrink}} = \delta^* F + (1 - \delta^*) \hat{\Sigma} \quad (53)$$

que se puede adaptar en la formulación del modelo de optimización de carteras de mínima varianza como

$$\text{Min } w^T \hat{\Sigma}_{\text{Shrink}} w - \frac{1}{\delta} \mu_P \quad (54)$$

s. t.

$$\sum_{i=1}^N w_n = 1, \quad \sum_{i=1}^N w_n \mu_n = \mu_P^* \quad (55)$$

Se cuenta así con una reformulación del modelo de optimización de carteras de mínima varianza con el uso de un estimador estadístico robusto que reemplaza la matriz de covarianza.

## 2.6 Detección de valores atípicos en la matriz de covarianza para series de rendimientos de activos involucrados en la optimización de carteras de activos

### *Determinante mínimo de la matriz de covarianza (MCD) y uso del algoritmo Fast-MCD*

El determinante mínimo de la matriz de covarianza (*minimum covariance determinant*, MCD) fue introducido por Rousseeuw (1984) como un estimador altamente robusto destinado a identificar datos atípicos y de dispersión en conjuntos de datos multi-variantes.

Para el caso de estudio, supóngase la existencia de una cartera de  $n$  activos ligados a una serie de retornos para un período de tiempo  $T$ . De esta manera, el conjunto de datos se puede definir como una matriz de  $n \times T$  de la forma

$$X = (x_1 \dots x_n)^t \quad (56)$$

donde  $x_i = (x_{i1} \dots x_{iT})^t$ . Cada vector de la forma  $x_i$  representa el número de observaciones o retornos por activo en la serie de tiempo de tamaño  $T$ . Para este conjunto de datos se puede definir la distancia de Mahalanobis (Mahalanobis *distance*, MD) como

$$MD(x) = \sqrt{(x - \bar{x})^t \hat{\Sigma}^{-1} (x - \bar{x})} \quad (57)$$

donde  $\hat{\Sigma}$  corresponde a la matriz de covarianza muestral asociada al conjunto de datos y  $\bar{x}$  a su media muestral. La MD informa la distancia a la cual cada elemento  $x_i$  está con respecto al centro del conjunto de datos. Al involucrar en su cálculo la matriz de covarianza muestral, la MD informará cómo un dato en particular se comporta con respecto a todo el conjunto de la información. Así puede tenerse una colección de MDs que permita descartar o no aquellos datos que tomen mayores valores de la distancia, al reflejar la existencia de una menor correlación con respecto al conjunto evaluado.

Con el uso de esta medición se pretende obtener el subconjunto de datos con la menor dispersión, involucrando el cálculo del determinante de la matriz de covarianza muestral. Aquel subconjunto que arroje el determinante mínimo, o menor, para un cierto número de subconjuntos permitirá ejecutar la estimación de los parámetros para un modelo en particular, con el grupo de observaciones más homogéneo o concentrado posible.

De manera generalizada puede construirse el algoritmo que permita obtener el estimador de la MCD a partir del conjunto de datos  $X$  definido inicialmente. Sobre este es necesario construir un subconjunto  $H$  aleatorio de inicialización de tamaño  $h$ , acotado de la forma  $[(n + T + 1)/2] \leq h \leq n$ . Según Hubert, Debruyne y Rousseeuw (2017), el estimador será más robusto cuando  $h = [(n + T + 1)/2]$ . Cabe anotar que este puede ser calculado cuando  $h > T$ ; en caso contrario, cualquier matriz de covarianza calculada sobre  $h$  será singular. Esta condición se satisface cuando  $n \geq 2T$ .

El algoritmo para obtener el estimador de la MCD está dado por los siguientes pasos:

- 1) Del subconjunto  $H$ : determinar la media asociada  $\bar{x}_h$  y la matriz de covarianza asociada como  $\hat{\Sigma}_h = (X_h^t X_h) * (h - 1)^{-1}$ , donde  $X_h$  está centrado alrededor de la media asociada.
- 2) Calcular el determinante de  $\hat{\Sigma}_h$ .
- 3) Si  $\det(\hat{\Sigma}_h) \neq 0$ , calcular las MD para cada observación de  $X$  utilizando los parámetros obtenidos sobre  $X_h$  como

$$m_i = \sqrt{(x_i - \bar{x}_h)^t \hat{\Sigma}_h^{-1} (x_i - \bar{x}_h)} \quad \text{para } i = 1 \dots n \quad (58)$$

- 4) Ordenar las distancias obtenidas de menor a mayor; esto generará una permutación de la forma

$$m_h(x_h(1)) \leq m_h(x_h(2)) \leq \dots \leq m_h(x_h(n)) \quad (59)$$

- 5) Construir un nuevo subconjunto  $H_2 = \{x_h(1), x_h(2), \dots, x_h(h)\}$ .
- 6) Recalcular los valores para  $\det(\hat{\Sigma}_{h2})$ .

- 7) Evaluar la condición  $\det(\widehat{\Sigma}_{h2}) \leq \det(\widehat{\Sigma}_h)$ . En caso de que sea cumplida o que se dé  $\det(\widehat{\Sigma}_{h2}) = 0$ , se puede finalizar el algoritmo; de no ocurrir, se vuelve a ejecutar toda la secuencia de los pasos 1 a 6 hasta encontrar un subconjunto que cumpla la condición.

Así, debe mantenerse como solución al subconjunto  $H$  que posea el menor determinante, puesto que reflejará la porción de datos más concentrada y robusta para usar en un modelo de estimación. Sin embargo, la aplicación del algoritmo en subconjuntos  $H$  aleatorios puede conducir a redundancias o a cálculos computacionales extensos, puesto que varios de estos subconjuntos pueden llevar a la misma solución, sin contar además con los tiempos computacionales adicionales cuando se trabaja con conjuntos considerables de información.

Ante los posibles costos de cálculo y tiempo computacional de esta operación, Rousseeuw y Van Driessen (1999) introdujeron un algoritmo basado en una nueva definición de los subconjuntos  $H$  y una nueva propuesta de iteración selectiva para optimizar su desempeño computacional. Este algoritmo, denominado “Fast-MCD”, está dado por los siguientes pasos:

- 1) Puesto que el valor de ruptura o compromiso para la ejecución del algoritmo está dado por  $(n - h + 1)/n$ , se puede seleccionar un valor de  $h = [0.75n]$  si existe la seguridad de la existencia de un 25 % o menos de contaminación de los datos.
- 2) Si se selecciona  $h = n$ , la media  $\bar{x}_h$  corresponderá a la misma de la muestra, por lo que la matriz de covarianza muestral cumplirá  $\widehat{\Sigma}_h = \widehat{\Sigma}$  y no será necesaria la ejecución de más iteraciones.
- 3) Para el caso en que  $h < n$  y la muestra esté por debajo de  $n \leq 600$ , ejecutar lo siguiente:
  - i. Iterar alrededor de 500 veces.
  - ii. Construir un subconjunto  $h = [(n + T + 1)/2]$ .
  - iii. Ejecutar dos iteraciones del algoritmo MCD original.
- 4) Para los diez resultados con el menor determinante para  $\widehat{\Sigma}_{h3}$  (resultante de la segunda iteración):
  - i. Ejecutar iteraciones del algoritmo MCD original hasta satisfacer las condiciones de parada del algoritmo.
  - ii. Seleccionar, como solución, el subconjunto de datos con el menor determinante.
- 5) Para los casos en los que  $n > 600$ , proceder de la siguiente manera:
  - i. Dividir la muestra de datos en cinco subconjuntos aleatorios de tamaño similar.
  - ii. Para cada subconjunto, ejecutar 100 iteraciones en las que  $h$  se calcule a partir de  $n_{sub}$ , correspondiente a la subdivisión ejecutada en el paso anterior. Una vez calculado el valor de  $h_{sub}$ , hacer dos iteraciones del algoritmo MCD original y mantener los mejores diez resultados.
  - iii. Una vez obtenidos los resultados por subconjunto, construir un solo *pool* de datos con dichas soluciones.

- iv. En cada solución del *pool*, ejecutar dos iteraciones del algoritmo MCD original con una nueva selección de  $h$  como  $h_{pool}$ . Mantener las diez mejores soluciones.
- v. Ejecutar múltiples iteraciones en el conjunto total de datos seleccionando  $h$  según su tamaño. La elección del número de iteraciones dependerá de la capacidad computacional y del tamaño del conjunto de datos.
- vi. Mantener la mejor solución obtenida en v y seleccionar el conjunto de datos más conveniente en comparación con los diez resultados obtenidos en ii y iii.

Con las especificaciones dadas, se cuenta así con un algoritmo capaz de detectar conjuntos de datos robustos, y computacionalmente optimizado para trabajar en el caso de estudio de optimización de carteras de activos.

*Definición de la desviación mediana absoluta (MAD) y la co-mediana (COM) como medidas robustas para la detección de datos atípicos*

En estadística se define la *mediana* (*med*) como el valor central dentro de un conjunto de datos ordenados. En comparación con la media muestral, la mediana no actúa de manera sesgada respecto a valores extremos, sino que representa un valor típico de la muestra. Así, este valor exhibe robustez estadística en el sentido que no representará valores arbitrarios a menos que más del 50 % de los datos esté contaminado.

Aprovechando la robustez ofrecida por el cálculo de la mediana, Falk (1997) plantea el uso de la desviación de la media absoluta (*mean absolute deviation*, MAD) como una medida alternativa de medición de la dispersión de un conjunto de datos respecto a la desviación estándar. Sea  $X$  una variable aleatoria; se define la MAD en  $X$  como

$$MAD(X) = \text{med}(|X - \text{med}(X)|) \quad (60)$$

Esta posee las mismas cualidades de robustez estadística para una variable aleatoria que la mediana. De manera particular, para una variable estándar  $X$  con distribución normal de media  $\mu$  y desviación estándar  $\sigma$ , la MAD puede escribirse como

$$MAD(X) = \sigma \text{med}(|(X - \mu)/\sigma|) = \sigma \varphi^{-1}(3/4) \quad (61)$$

donde  $\varphi$  representa la distribución normal estándar. Si bien esta medida actúa con la misma robustez estadística de la mediana y se perfila como una alternativa robusta de medida de dispersión, su cálculo se limita a una variable aleatoria. Frente a ello, Falk (1997) propone una medida de dependencia entre las variables aleatorias aprovechando la robustez ofrecida por el cálculo de la MAD con base en la mediana. Así, para dos variables aleatorias  $X$  y  $Y$  se puede definir la co-mediana (COM) como

$$COM(X, Y) = \text{med} \left( (X - \text{med}(X))(Y - \text{med}(Y)) \right) \quad (62)$$

Esta medida actúa como una generalización de la MAD, puesto que  $COM(X, Y) = MAD^2$  para el caso en el que  $X = Y$ . Puesto que la MAD actúa como una medida alternativa a la desviación estándar, y teniendo en cuenta que  $\sigma^2 = COV(X, Y)$ , la COM actúa como una medida de

covarianza entre las variables aleatorias conservando en su cálculo la robustez ligada al uso de la mediana.

Cabe destacar cómo, a diferencia de la covarianza, la COM es una medida que no requiere de los dos primeros momentos de  $X$  y  $Y$  para ser calculada. En el caso de que dichas variables aleatorias sean independientes,  $COV(X, Y)$  no existirá, pero su COM será igual a 0. Adicionalmente, teniendo en cuenta las propiedades de la MAD y la COM, se puede escribir la siguiente alternativa al coeficiente de correlación entre  $X$  y  $Y$ :

$$\delta(X, Y) = \frac{COM(X, Y)}{MAD(X) MAD(Y)} \quad (63)$$

Falk (1997) la denomina “mediana de correlación”. Así, es posible contar con una medida estadísticamente robusta de correlación entre las variables aleatorias como alternativa a la covarianza. Para el caso de estudio se puede involucrar esta nueva medición a fin de ejecutar un modelo de optimización de carteras utilizando un estimador estadístico robusto en contraparte de la matriz de covarianza muestral  $\hat{\Sigma}$ ; igualmente se puede utilizar para ejecutar un cálculo más robusto de la MD para análisis futuros de la existencia de datos extremos dentro de las series de rendimientos por activo de la cartera.

### 2.6.1 Modelo para la optimización de carteras de activos utilizando estimadores estadísticos robustos y la detección de datos atípicos en las series de rendimientos de activos

Hasta el momento se han presentado dos enfoques para manejar la eliminación de errores de estimación en el modelo de optimización de carteras de mínima varianza. El primero utiliza la construcción de un estimador estadísticamente robusto de la matriz de covarianza muestral, con una técnica de recorte o acortamiento de esta; y el segundo identifica valores atípicos en las series de rendimientos por activo para generar estimadores o mediciones que permitan obtener un conjunto de datos más centralizado para introducir en el modelo –el caso del MCD– o aprovechar la robustez de las mediciones estadísticas –el caso de la COM –, para obtener medidas alternativas a la covarianza.

Cabana, Laniado y Lillo (2019) proponen la unión de ambos enfoques a través de un modelo de optimización de mínima varianza, con la construcción de una versión más robusta de la MD mediante la introducción de un estimador de esta misma naturaleza para el cálculo de la matriz de covarianza muestral. Para ello parten de la formulación de una matriz  $x = \{x_1, \dots, x_p\}$  de  $n \times p$ , donde  $n$  representa el tamaño del conjunto de datos y  $p$  el número de variables, y sobre ella formulan el cálculo de la matriz co-mediana como

$$COM(x) = \left( COM(x_i, x_j) \right)_{i, j = 1, \dots, p} \quad (64)$$

Dicha matriz opera como una alternativa robusta respecto a la matriz de covarianza muestral; sin embargo, es general, no positiva y semi-definida. Para solucionar esta situación, Cabana, Laniado y Lillo (2019) recurren a la definición previamente dada de la MAD; a partir de (61) puede escribirse

$$\sigma_x^2 = 2.198 MAD^2(x) \quad (65)$$

Usando el valor de 2.198 como factor de escala sobre la matriz  $\text{COM}(x)$ , se puede proporcionar un estimado adecuado de la matriz de covarianza muestral. Ahora, recurriendo a (40), puede formularse un nuevo estimador estadístico de recorte usando dicha matriz.

$$\begin{aligned}\widehat{\Sigma}_{\text{Shrink}} &= \delta^* F + (1 - \delta^*) \widehat{E} & (66) \\ \widehat{E} &= \widehat{\Sigma}_{\text{CCM}} = 2.198 \text{COM}(x) & (67)\end{aligned}$$

donde  $\widehat{\Sigma}_{\text{CCM}}$  corresponde a la estimación de la matriz de covarianza mediante el uso de la matriz co-mediana. En referencia al estimador de alta estructura  $F$ , se propone el uso de una combinación convexa de la matriz de covarianza muestral y un parámetro de recorte a escala que está definido por la matriz de identidad  $I$  de manera que  $F = \vartheta_{\Sigma} I$ . La estimación de  $\vartheta_{\Sigma}$  está dada por

$$\vartheta_{\Sigma} = \text{trace}(\widehat{\Sigma}_{\text{CCM}})/p \quad (68)$$

Esta expresión parte de la formulación de un problema de optimización en el que se busca minimizar la tendencia de desviación entre el estimador estadístico de recorte y la matriz de covarianza real.

$$\min_{\vartheta_{\Sigma}, \delta^*} E \left[ \|\widehat{\Sigma}_{\text{Shrink}} - \Sigma\|^2 \right] \quad (69)$$

s. a.

$$\widehat{\Sigma}_{\text{Shrink}} = \delta^* \vartheta_{\Sigma} I + (1 - \delta^*) \widehat{E} \quad (70)$$

Desarrollando el binomio cuadrado del problema, se tiene

$$\begin{aligned}E \left[ \|\widehat{\Sigma}_{\text{Shrink}} - \Sigma\|^2 \right] &= (1 - \delta^*)^2 E \left[ \|\widehat{E} - \Sigma\|^2 \right] + 2E \left[ \langle (1 - \delta^*)(\widehat{E} - \Sigma), \delta^*(\vartheta_{\Sigma} I - \Sigma) \rangle \right] \\ &\quad + \delta^{*2} \|\vartheta_{\Sigma} I - \Sigma\|^2 \quad (71)\end{aligned}$$

Dada la definición  $\langle A_1, A_2 \rangle = \text{trace}(A_1 A_2^t)/p$ , el segundo término de la expresión será igual a 0, puesto que  $E[\widehat{E}] = E[\widehat{\Sigma}_{\text{CCM}}] = \Sigma$ . Así, en miras a obtener una definición de  $\vartheta_{\Sigma}$ , puede reescribirse la expresión anterior como

$$\delta^{*2} \|\vartheta_{\Sigma} I - \Sigma\|^2 = 0 \quad (72)$$

$$\vartheta_{\Sigma}^2 \|I\|^2 - 2\vartheta_{\Sigma} \langle I, \Sigma \rangle + \|\Sigma\|^2 = 0 \quad (73)$$

Aplicando la condición de “optimalidad” de primer orden respecto a  $\vartheta_{\Sigma}$ , se obtiene

$$2\vartheta_{\Sigma} - 2\langle I, \Sigma \rangle = 0 \quad (74)$$

$$\vartheta_{\Sigma} = \langle I, \Sigma \rangle = \text{trace}(\Sigma I^t)/p = \text{trace}(\Sigma)/p \quad (75)$$

Finalmente, puesto que  $\widehat{E}$  es un estimador de  $\Sigma$ , se llega a la expresión final para a  $\vartheta_{\Sigma}$  inicialmente dada en (68). En referencia a la constante de intensidad de recorte  $\delta^*$ , al aplicar nuevamente la condición de “optimalidad” de primer orden respecto a este parámetro puede escribirse

$$\delta^* = \frac{E \left[ \|\widehat{\Sigma}_{\text{CCM}} - \Sigma\|^2 \right]}{E \left[ \|\widehat{\Sigma}_{\text{CCM}} - \vartheta_{\Sigma} I\|^2 \right]} \quad (76)$$

donde las expresiones para el numerador y el denominador pueden obtenerse siguiendo a Ledoit y Wolf (2003).

Por último se formula la construcción de los siguientes estimadores estadísticos robustos que incluyen el uso de mediciones robustas no sesgadas por valores extremos y el de estimadores con recorte a la matriz de covarianza:

- Vector de medias robustas basadas en la mediana.

$$\hat{\mu}_R = \left( \text{med}(x_1), \dots, \text{med}(x_p) \right) \quad (77)$$

- Estimador estadístico robusto de recorte de la matriz de covarianza.

$$\hat{\Sigma}_{\text{Shrink}} = \delta^* \vartheta_{\Sigma} I + (1 - \delta^*) \hat{E} \quad (78)$$

- Estimador estadístico robusto de la matriz de covarianza muestral basado en la co-mediana.

$$\hat{E} = \hat{\Sigma}_{\text{CCM}} = 2.198 \text{COM}(x) = 2.198 \left( \text{med} \left( (x_i - (\hat{\mu}_R)_i) (x_j - (\hat{\mu}_R)_j) \right) \right) \quad (79)$$

con lo que puede escribirse la definición de una distancia robusta de Mahalanobis.

$$\text{RMD}_i = \left( (x_i - \hat{\mu}_R) \hat{\Sigma}_{\text{Shrink}}^{-1} (x_i - \hat{\mu}_R)^t \right)^{1/2} \quad (80)$$

Se cuenta así con una propuesta metodológica que aprovecha las virtudes ofrecidas por el modelo de mínima varianza junto con las del uso de estimadores estadísticos robustos y el de medidas de la misma naturaleza. Con las diferentes metodologías y consideraciones expuestas se puede realizar un análisis comparativo para observar las cualidades y la robustez de cálculo de cada una.

### 3. Definición y especificaciones del trabajo

#### 3.1 Definición

Establecidas las bases teóricas de la optimización de carteras de activos y partiendo de los modelos clásicos hacia otros con mayor robustez estadística, esta investigación pretende aprovechar las funcionalidades del motor de cálculo y el diseño de interfaces gráficas de usuario (*graphical user interface*, en adelante GUI) del software Matlab (MathWorks, s. f.), con el propósito de construir una GUI que le permita al usuario cargar las series de rendimientos de los activos de un portafolio en particular y someterlo a los diferentes modelos expuestos. Con esta herramienta estará en capacidad de generar diferentes análisis comparativos entre los modelos de optimización y seleccionar el que le proporcione un punto de partida adecuado para su estrategia de inversión o examinar las cualidades y capacidades potenciales de su portafolio, añadiendo o eliminando activos para alcanzar una meta prefijada de retorno o invertir con un bajo nivel de riesgo en conformidad con los reportes, gráficas y cálculos de las capacidades que puede ofrecer el portafolio evaluado.

Se busca así brindarle al usuario un entorno gráfico de análisis completo de la cartera y la capacidad de almacenar los resultados de la ejecución de un modelo, o series de modelos, con el propósito de tener una trazabilidad completa de los movimientos de la cartera y del retorno y el riesgo asociados para una configuración de activos específica.

#### 3.2 Especificaciones

- La GUI se construirá con el programa de aplicación general (en adelante *utility*) App Designer de Matlab, versión R2018B.
- El usuario deberá construir y cargar adecuadamente en la GUI las series de rendimientos de los activos de la cartera analizada. La interfaz proporcionará un panel de carga y de visualización de la información que se va a procesar.
- El usuario tendrá a su disposición la implementación de los siguientes modelos de optimización:
  - De estrategia equiponderada (*equal-weighted strategy*, EWP).
  - Modelo de M-V con selección del retorno objetivo.
  - Modelo de mínima varianza.
  - Algoritmo Fast-MCD para operar el modelo de mínima varianza con un estimado estadísticamente robusto de la matriz de covarianza muestral, aplicando la metodología *rolling horizon*.
  - Modelo de construcción de un estimador estadístico robusto con recorte a la matriz de covarianza para operar el modelo de mínima varianza, aplicando la metodología *rolling horizon*.

- Modelo de construcción de un estimador estadístico robusto con recorte a la matriz de covarianza basado en el uso de la co-mediana como estimador de la matriz de covarianza muestral para operar el modelo de mínima varianza, aplicando la metodología *rolling horizon*.
- La ejecución del análisis comparativo entre los modelos de optimización expuestos se realizará con la *library CVX: Matlab Software for Disciplined Convex Programming* (CVX, 2020), desarrollada por Michael C. Grant y Stephen P. Boyd como una herramienta de software de optimización convexa en Matlab.

Sin embargo, puesto que dicho paquete de software no soporta la compilación en App Designer de Matlab, se entregará un paquete de software, instalable por el usuario, utilizando el solucionador (en adelante *solver*) QuadProg, nativo de Matlab, junto con un paquete adicional que contiene el código de ejecución de la herramienta, empleando el *solver* CVX, pero que no podrá ser instalado sino ejecutado directamente en Matlab. El usuario tendrá a su disposición los reportes de ejecución del *solver* CVX cuando elija la segunda opción para operar sus carteras de activos.

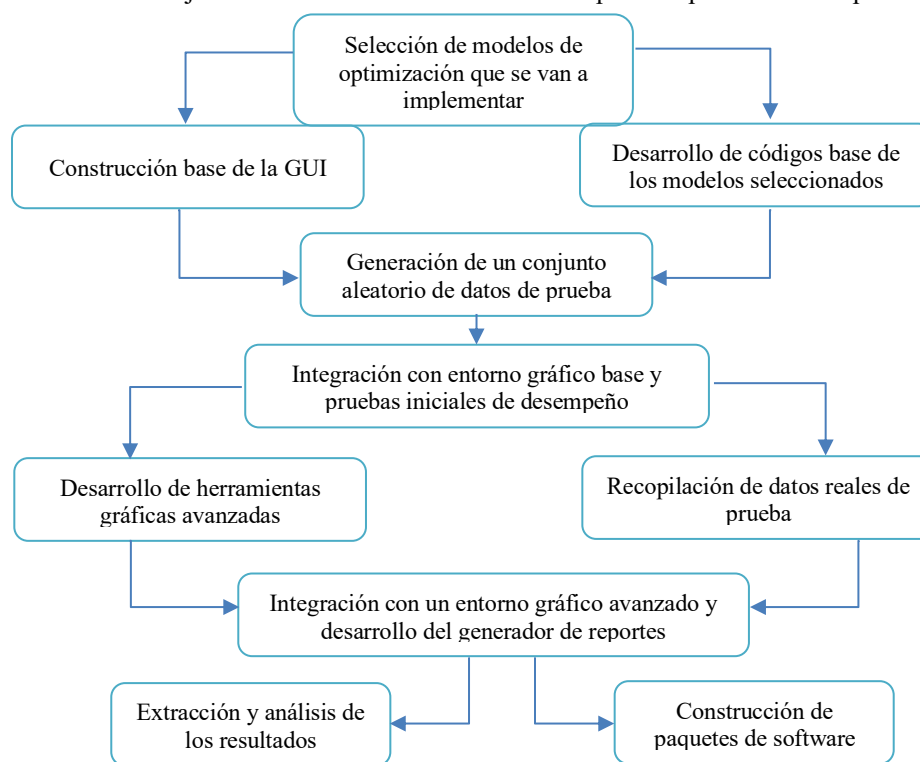
- Para el análisis de los resultados, el usuario contará con las siguientes herramientas:
  - Gráfico 3D *pie chart* del resultado de la distribución de los pesos en los activos de la cartera.
  - Gráfico en miniatura detallado de la frontera eficiente asociada al portafolio.
  - Cálculo del retorno esperado y del riesgo y la razón de Sharpe asociados.
  - Reporte de desempeño del *solver* CVX.
  - Gráfico de línea de la evolución de los pesos por activo del portafolio a lo largo de la ventana móvil.
  - Gráfico *box-plot* de la evolución de los pesos por activo del portafolio a lo largo de la ventana móvil.
  - Botón para generar un reporte recopilatorio en PDF de toda la información listada por el modelo de optimización ejecutado.
- Con el propósito de dejar un precedente y permitir mejoras futuras en la interfaz o los códigos que implementan los modelos de optimización escogidos, se entregará todo el código ligado a ellos en extensión \*.m junto con los archivos de extensión \*.mlapp, que implementan la interfaz con el uso de *solver* CVX y el instalador, como una aplicación *stand-alone* que usa el *solver* Quadprog. En el Capítulo 9 de esta investigación, Anexos, se muestra el detalle de la puesta en marcha de la interfaz para ambos enfoques, que ofrecen las mismas funcionalidades al usuario.

## 4. Metodología del trabajo

### 4.1 Plan de trabajo

La Figura 4 muestra el plan de trabajo que se siguió en el desarrollo de esta investigación.

Figura 4. Plan de trabajo utilizado en el desarrollo de la GUI para la optimización de portafolios



Fuente: elaboración del autor.

Como se observa en la Figura 4, el trabajo se basó en una metodología de desarrollo de software *bottom-up* en la que se construyeron módulos básicos por funcionalidad de la GUI en conformidad con los parámetros dados por los modelos de optimización seleccionados. Posterior al *testing* de cada uno, se llevó a cabo una integración completa de ellos y se construyó la GUI final para proceder a su uso y a la extracción de datos para ejecutar análisis comparativos entre los modelos de optimización.

El detalle del funcionamiento de la GUI se presenta en el Capítulo 6, Validación del trabajo; en el Capítulo 7, Conclusiones, se muestran la descripción y el análisis de los resultados de desempeño y el modelo de datos usado para probar el funcionamiento del producto; y en el Capítulo 9, Anexos, se le brinda al usuario el detalle de la instalación de la herramienta con sus dos posibles versiones de implementación.

## 4.2 Selección de los datos para ejecutar análisis comparativos de desempeño entre los modelos de optimización

Si bien en las etapas tempranas de desarrollo de la interfaz se utilizó un conjunto de datos generados aleatoriamente –específicamente de precios– con el cual se construyó un portafolio de seis activos para un período de 24 meses, a fin de ejecutar las pruebas de desempeño iniciales de los modelos implementados e implementar el proceso de carga y de cálculo de los rendimientos de la interfaz se siguieron los lineamientos de DeMiguel, Garlappi, Nogales y Uppal (2009), que generan una exposición completa a los diferentes enfoques y aproximaciones para la optimización de portafolios. Estos autores utilizan un conjunto de datos de prueba disponibles en el sitio web del profesor French (2020), que recopila una extensa base de datos de rentabilidad de *stocks* e industrias estadounidenses y globales disponibles para diferentes bases de tiempo de análisis, y se construyen con la información disponible de la NYSE y de los indicadores bursátiles AMEX y NASDAQ [Tabla 1].

Tabla 1. Listado de los portafolios utilizados para la ejecución de las pruebas de la GUI

Portafolio	Nomenclatura	<i>N</i>	Período de análisis seleccionado
Six Fama and French portfolios	6 FF	6	07/1963 – 12/2004
Ten industry portfolios	10 IND	10	07/1963 – 12/2004
Twenty-five Fama and French portfolios	25 FF	25	07/1963 – 12/2004
Forty-eight industry portfolios	48 IND	48	07/1963 – 12/2004

Fuente: elaboración del autor a partir de French (2020); DeMiguel, Garlappi, Nogales y Uppal (2007).

Esta selección de datos de prueba se realiza con el propósito de generar análisis comparativos futuros con los resultados obtenidos por DeMiguel, Garlappi, Nogales y Uppal (2007), y de contar con una fuente certificada y previamente probada en la literatura. A continuación se presenta una descripción de cada uno de los portafolios seleccionados.

- *Six Fama and French portfolios*. Abarca una agrupación por tamaño (*market equity*, ME) y por razón BE (*book equity*)/ME; así, se perfila como la intersección entre dos portafolios de grandes y pequeños *stocks* con respecto a su ME y tres portafolios con niveles altos, medios y bajos de BM (*book to market*).
- *Ten industry portfolios*. Agrupa la serie de rendimientos para diez sectores industriales estadounidenses: productos durables y no durables, manufactura, energía, tecnología, telecomunicaciones, *retail*, salud y servicios públicos, entre otros.
- *Twenty-five Fama and French portfolios*. Con la misma dinámica de “Six Fama and French portfolios”, agrupa cinco *stocks* por clasificación de tamaño de mercado en intersección con cinco portafolios clasificados por su BM.

- *Forty-eight industry portfolios*. Al igual que “Ten industry portfolios”, proporciona una agrupación de retornos al detalle de 48 sectores industriales.

Todas las series de rendimientos para los cuatro portafolios se toman de forma mensual para un período de 498 meses.

## 5. Desarrollo del trabajo

### 5.1 Plataforma computacional de desarrollo App Designer de Matlab

Para el desarrollo de la GUI se seleccionó el software de computación numérica Matlab, que ofrece la *utility* App Designer, diseñada especialmente para su construcción y personalización. Este software provee un lenguaje de programación nativo denominado “M”, orientado al procesamiento de matrices numéricas y al cálculo matemático de funciones, y está dotado de una serie de *libraries* nativas de gran utilidad para los propósitos del proyecto. Adicionalmente cuenta con una comunidad de soporte y desarrollo libre que brinda múltiples alternativas y *utilities* orientadas a la implementación de modelos de optimización y de cálculo numérico.

Si bien Matlab ofrece alternativas para la creación de interfaces de usuario como Guide<sup>4</sup> o la integración con Java<sup>5</sup> —que cuenta con un paquete nativo de desarrollo de entornos gráficos—, se seleccionó App Designer en razón a que de manera práctica y versátil ofrece una amplia gama de elementos gráficos orientada al desarrollo de interfaces de usuario para la implementación de modelos matemáticos y de análisis —el caso de esta investigación—, la integración con otras interfaces de cálculo y procesamiento como SimuLink<sup>6</sup> o herramientas de co-simulación como LabView.<sup>7</sup>

Una vez desarrollada la GUI definitiva, App Designer permite su compilación como una aplicación de escritorio (*web app*), cuyo motor de procesamiento es el mismo del compilador nativo de Matlab; esto permite el intercambio de software, su integración y mejora continua, y la creación y el control de versiones entre los usuarios según los desarrollos y mejoras que puedan ofrecer actualizaciones futuras.

A continuación se presenta la dinámica de funcionamiento y las características de la herramienta App Designer empleada en la investigación.

#### *Design View*

App Designer se divide esencialmente en dos ambientes de trabajo: el primero es la vista de diseño o Design View, que faculta al usuario a arrastrar diferentes componentes gráficos y dar forma visual a la aplicación que pretende desarrollar. A continuación se enumeran sus componentes.

---

<sup>4</sup> [https://la.mathworks.com/help/matlab/creating\\_guis/about-the-simple-guide-gui-example.html](https://la.mathworks.com/help/matlab/creating_guis/about-the-simple-guide-gui-example.html)

<sup>5</sup> [https://www.java.com/es/about/whatis\\_java.jsp?bucket\\_value=desktop-chrome81-windows7-64bit&in\\_query=no](https://www.java.com/es/about/whatis_java.jsp?bucket_value=desktop-chrome81-windows7-64bit&in_query=no)

<sup>6</sup> <https://la.mathworks.com/products/simulink.html>

<sup>7</sup> <https://www.ni.com/es-co/shop/labview.html>

### a) Component Library

*Library* de componentes gráficos que faculta al usuario a dar forma a la interfaz y que cuenta con cuatro subdivisiones.

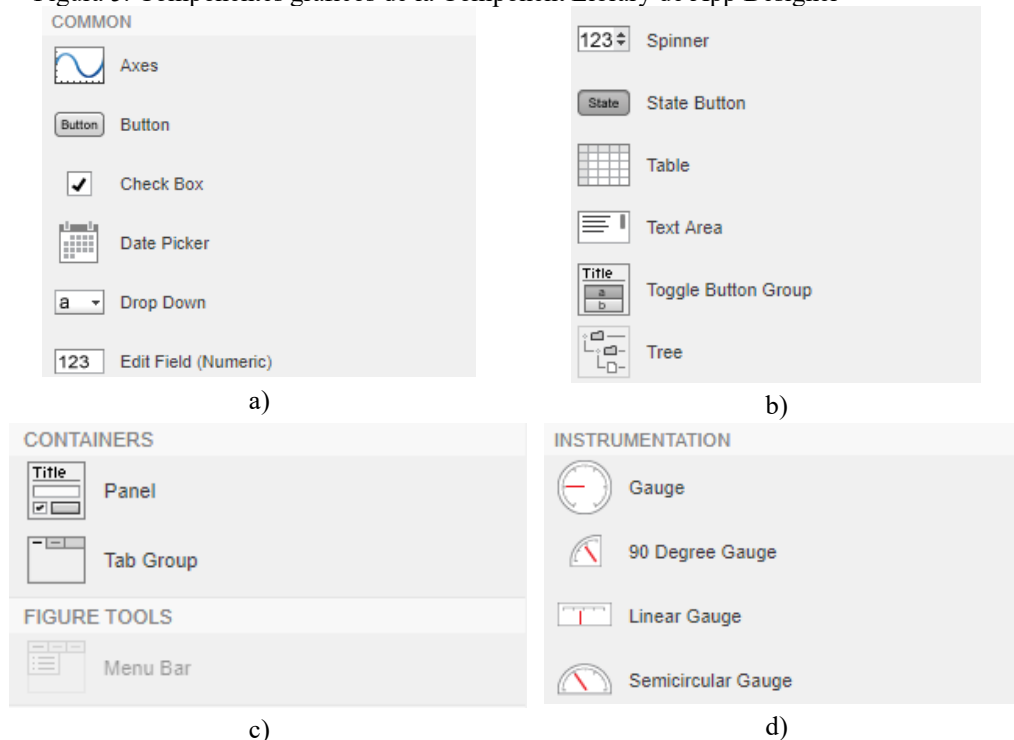
- Common

Contiene componentes gráficos comunes en los que se pueden encontrar botones de diferente tipo para ejecutar cambios de estado o ejecutar funciones, etiquetas de texto, listas desplegables, contenedores para gráficas de funciones, tablas, áreas de texto y numéricas editables, *sliders* con escala numérica, cajas de contenido para listas, *check boxes* y vistas de árbol (*tree views*) [Figuras 5a y 5b].

- Containers y Figure Tools

Ofrecen el uso de paneles y grupos de pestañas que pueden contener todos los elementos gráficos destinados por el usuario para el funcionamiento de su aplicación, al igual que las barras de menú habituales en cualquier interfaz gráfica. Desde Common se podrán agregar los botones y submenús de vistas de árbol habituales para este tipo de componentes gráficos [Figura 5c].

Figura 5. Componentes gráficos de la Component Library de App Designer



Fuente: MathWorks (s. f.).

- Instrumentation

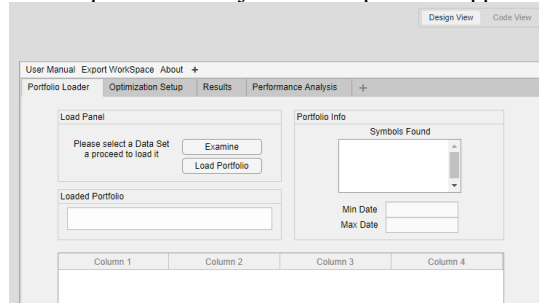
Ofrece medidores e interruptores destinados a ejecutar o activar eventos dentro de la interfaz gráfica [Figura 5d]. Puesto que su uso está más orientado al control de máquinas y

simulaciones potenciales de dispositivos, estos componentes no fueron utilizados en el desarrollo de la GUI.

#### b) Export WorkSpace

La Figura 6 muestra una vista general del espacio efectivo de diseño de la interfaz gráfica de usuario. En él, el usuario podrá arrastrar de manera interactiva los elementos disponibles en la Component Library para ejecutar la distribución espacial más ajustada a sus propósitos. Esta figura incluye una barra de Menú, un contenedor de pestañas, una tabla, una lista desplegable, botones de interacción del usuario, paneles, campos de texto y números informativos.

Figura 6. Espacio de trabajo o WorkSpace de App Designer



Fuente: MathWorks (s. f.).

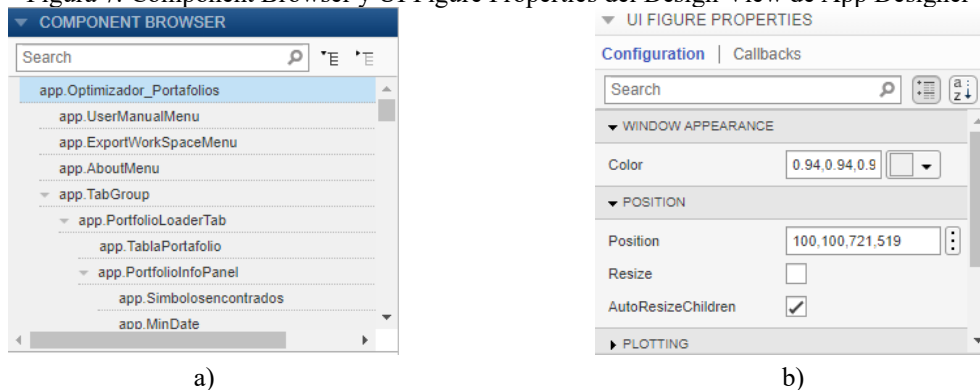
#### c) Component Browser

Permite obtener una vista en árbol de todos los componentes de la interfaz del usuario organizados por jerarquía [Figura 7a].

#### d) UI Figure Properties

Ofrece un menú completo para personalizar y estilizar los componentes gráficos de la GUI y permite ejecutar una distribución espacial a demanda del usuario y obtener cuáles son las funciones asociadas al elemento en el submenú Callbacks de la Figura 7b.

Figura 7. Component Browser y UI Figure Properties del Design View de App Designer



Fuente: MathWorks (s. f.).

### Code View

App Designer provee un entorno de manipulación y personalización gráfica a demanda del usuario. A medida que este va incluyendo los componentes, la herramienta construye el código asociado a la aplicación de manera automática y permite su visualización y manipulación. Asimismo, la herramienta se encarga de declarar cada uno de los objetos que componen la GUI de manera que se pueda garantizar su funcionamiento e interacción para una compilación futura como aplicación de escritorio (*web app*). Adicionalmente, para asegurar la exposición adecuada de la arquitectura a nivel gráfico y darle un sentido útil a la GUI, permite la declaración de las siguientes entidades de código:

#### 1) Callbacks

Corresponden a las piezas de código asociadas a la interacción con los elementos gráficos que componen la herramienta. Un *callback* puede contener la ejecución completa de una función, un modelo o cálculo matemático particular o la creación de variaciones globales que serán usadas posteriormente por funciones privadas de la aplicación y las funciones propias de Matlab o directamente por otros elementos gráficos de la aplicación según el diseño asignado por el usuario. Los *callbacks* pueden llamar funciones o *scripts* externos de Matlab, pero estarán dentro de la arquitectura final de la GUI.

Una vez un *callback* ha sido creado, puede ser asociado a un elemento gráfico desde el Design View mediante la *utility* UI Figure Propiedades en el submenú Callbacks. De esta manera existe una sincronización directa y continua entre ambos ambientes de desarrollo.

#### 2) Funciones

Corresponden a las piezas de código reutilizables por los *callbacks* que contienen *utilities* de uso común o funcionalidades específicas utilizadas más de una vez dentro de la aplicación. Estas funciones son de uso exclusivo de la GUI y no podrán ser llamadas desde la consola de Matlab ni extraídas desde la arquitectura de la aplicación compilada.

#### 3) Propiedades privadas de la aplicación

Se refieren a variables globales de uso exclusivo de la aplicación que pueden servir como variables de entrada para un *callback* o una función específica o para generar una exportación de información del Workspace interno de la aplicación –el caso de estudio.

La Figura 8 muestra una pantalla global del componente Code View. El elemento 1 es un navegador de código que facilita el desplazamiento entre los *callbacks*, las funciones y las propiedades privadas declaradas por el usuario. El elemento 2 muestra el App Layout, que es una mini vista gráfica de la aplicación; dependiendo del *callbacks*, esta *utility* se desplazará a la pantalla que contenga el elemento gráfico asociado en caso de que aplique una vista por ventanas. El elemento 3 muestra el espacio del editor de código donde el usuario puede crear y manipular los componentes ya estudiados.

### 5.1.1 Especificaciones del hardware y el software involucrados en el desarrollo de la GUI

#### Software

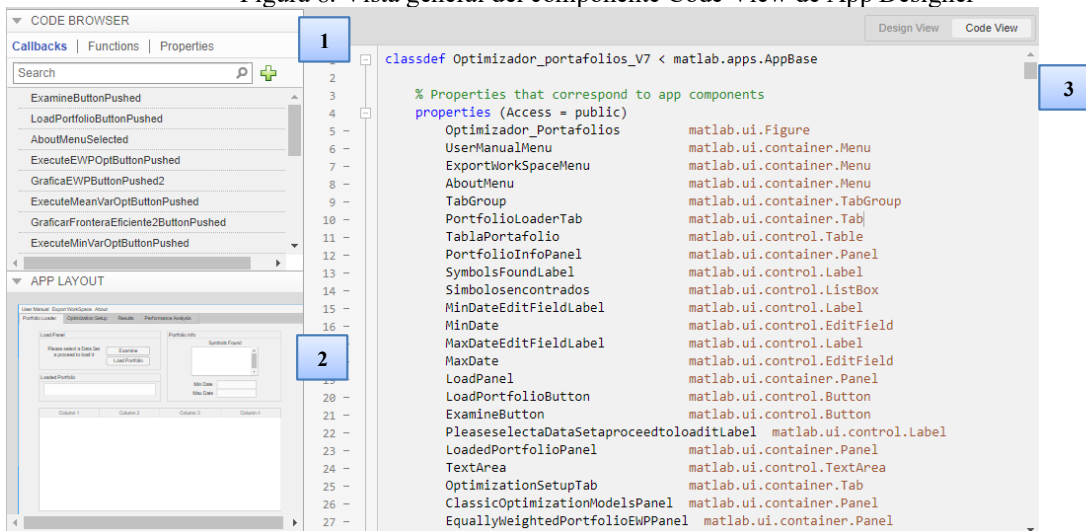
- Matlab R2018b, 64 bits, student license.
- CVX, versión 2.2, build 1148, academic free license.
- Sistema operativo: Windows 10, 64 bits.
- Plataformas compatibles: compilador de Matlab 20108b o superior, 64 bits, Windows 10 o superior.

#### Hardware

- Procesador de desarrollo: Intel Core i7, de 2.5 GHz.
- Memoria RAM: 12 GB.
- Espacio en disco: 1 TB.
- Recomendaciones de hardware para el usuario final
  - Procesador Intel Core i5 o superior. También es compatible con procesadores AMD de capacidad de procesamiento similar o superior.
  - Memoria RAM: 8 GB o superior.
  - Espacio en disco: 50 GB o superior, para garantizar la estabilidad del sistema en operación estándar del equipo de cómputo.

El software que se entrega se declara para la licencia GNU GPL de software libre y uso público, con el propósito de fomentar la expansión del conocimiento y su uso como herramienta didáctica de aprendizaje y mejora continua futura.

Figura 8. Vista general del componente Code View de App Designer



Fuente: MathWorks (s. f.).

## 5.2 Resultado final. GUI de optimización de carteras

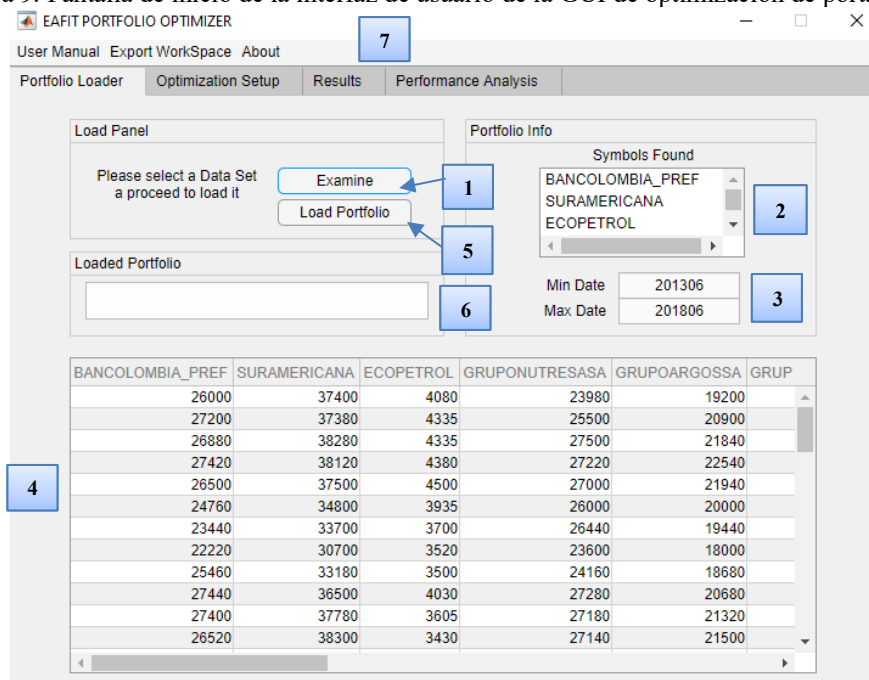
Se presenta a continuación el detalle del funcionamiento y las capacidades de la GUI que se entrega como producto final de la investigación.

### 5.2.1 Pantalla de inicio. Ventana de carga de portafolio y barra de menú

#### *Ventana de carga de portafolio y visualización del conjunto de datos*

La Figura 9 muestra la pantalla de inicio que encontrará el usuario una vez lance el ejecutable de la GUI. La interfaz se compone de una serie de pestañas que tienen una función específica para la ejecución del análisis y la extracción de los resultados de los modelos de optimización ejecutados. Cabe aclarar que esta sección se dedica a Portfolio Loader, la pestaña de bienvenida.

Figura 9. Pantalla de inicio de la interfaz de usuario de la GUI de optimización de portafolios



Fuente: MathWorks (s. f.).

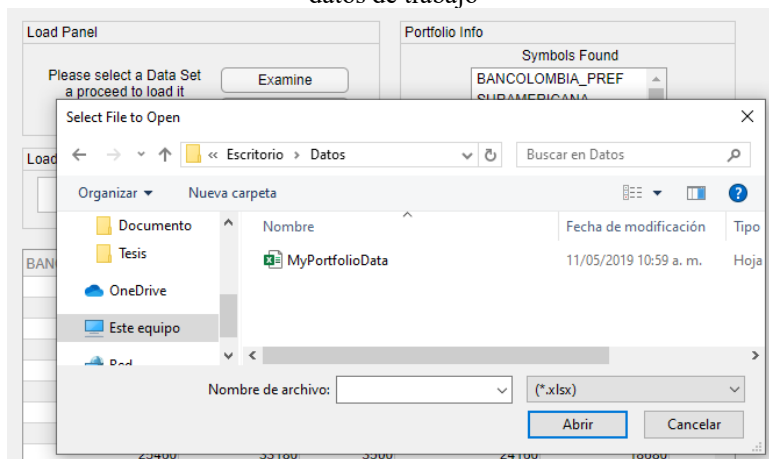
Esta ventana, que habilita al usuario a cargar su base de rendimientos de los activos de la cartera que va a analizar, se compone de los siguientes elementos gráficos:

#### *Botón Examine (1)*

Permite la pre-carga del fichero .xlsx con el conjunto de datos que componen la cartera que se va a evaluar. El botón despliega un cuadro de diálogo de exploración de los archivos que facilita la navegación hasta la ruta seleccionada por el usuario para ejecutar su carga [Figura 10]. Este fichero no debe tener espacios en blanco, y en caso de no poseer la

información completa para una serie de rendimientos deberá completarse con un valor de referencia que no distorsione los modelos que se ejecutarán con dicha información; igualmente deberá incluir en la primera fila del archivo los nombres o símbolos con los que se identificarán los activos, y en la primera columna la serie de tiempo que deberá respetar el formato de fecha (mm/dd/yyyy) según la escala de tiempo que se seleccione para el análisis (diaria, mensual o anual).

Figura 10. Detalle del cuadro de diálogo abierto por la GUI para seleccionar la ruta de carga del conjunto de datos de trabajo



Fuente: MathWorks (s. f.).

El usuario puede elegir cargar la información en forma de los rendimientos o por la variación de precios, y el motor de cálculo se encarga de identificar cuándo se ha cargado la información de este modo para proceder a generar el cálculo de los rendimientos. Asimismo, la ruta a partir del momento en que el usuario carga el conjunto de datos de trabajo será utilizada por la herramienta para generar todos los archivos externos generados a medida que se ejecuten los modelos de optimización embebidos.

### *Caja de símbolos de la cartera (2)*

Una vez el usuario selecciona el conjunto de datos, en este cuadro se despliega el listado de símbolos o nombres de los activos encontrados; así podrá verificar si los activos se han pre-cargado o no de manera satisfactoria.

### *Cuadro informativo de tamaño de la serie de tiempo (3)*

Informa al usuario de las fechas inicial y final de la serie de tiempo encontrada en el archivo pre-cargado en la interfaz; de este modo puede tener el control y el registro del conjunto de datos.

#### *Matriz informativa del conjunto de datos de trabajo (4)*

Faculta al usuario a observar al detalle la totalidad del conjunto de datos pre-cargados para que pueda verificar todas sus revisiones y dimensiones. La matriz no admite la modificación del conjunto de datos y su propósito es puramente informativo.

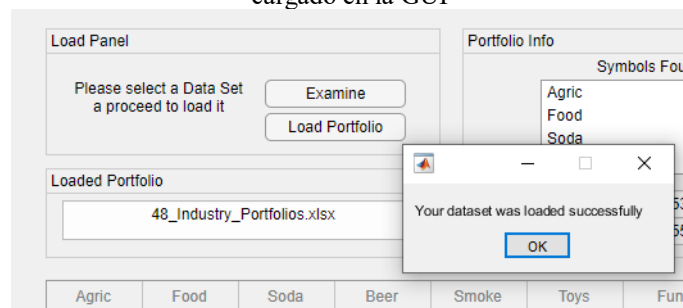
#### *Botón de carga de portafolio Load Portfolio (5)*

Ejecuta la carga efectiva del conjunto de datos en la herramienta. Una vez finalizada se despliega un mensaje de confirmación exitoso [Figura 10].

#### *Caja informativa de portafolio cargado en la herramienta (6)*

Informa al usuario el nombre del portafolio que la herramienta estará usando [Figura 11].

Figura 11. Detalle del mensaje exitoso de carga y despliegue del nombre de archivo del conjunto de datos cargado en la GUI



Fuente: MathWorks (s. f.).

#### *Barra de menú principal (7)*

- Botón User Manual (manual del usuario)

Direcciona al usuario a un video tutorial relacionado con el funcionamiento de la herramienta.<sup>8</sup> En él podrá visualizar el comportamiento y la generación de los resultados para un portafolio de prueba en los seis modelos que componen la herramienta.

- Botón Export Workspace

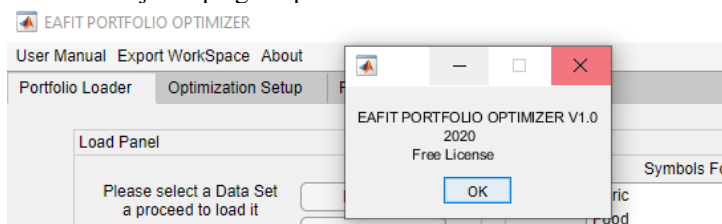
Exporta el Workspace según a las indicaciones dadas en la Sección 4.2, Selección de los datos para ejecutar análisis comparativos de desempeño entre los modelos de optimización, a la ruta desde donde se cargó el set de datos para ejecutar los modelos embebidos en la herramienta. Esta *utility* faculta al usuario a ejecutar análisis posteriores detallados utilizando Matlab. El archivo exportado tiene la extensión .mat e incluye todas las variables generadas por cada uno de los modelos que hayan sido ejecutados.

<sup>8</sup> J. N. González Guatibonza (2020). *Video tutorial app de optimización de portafolios EAFIT*. Disponible en <https://youtu.be/uVoozcZS63U>

- Botón About

Despliega un pequeño cuadro de diálogo que indica la versión de desarrollo de la herramienta, el año y la indicación de que es un software de licencia libre [Figura 12].

Figura 12. Detalle del mensaje desplegado por el botón About ubicado en la barra de menú principal



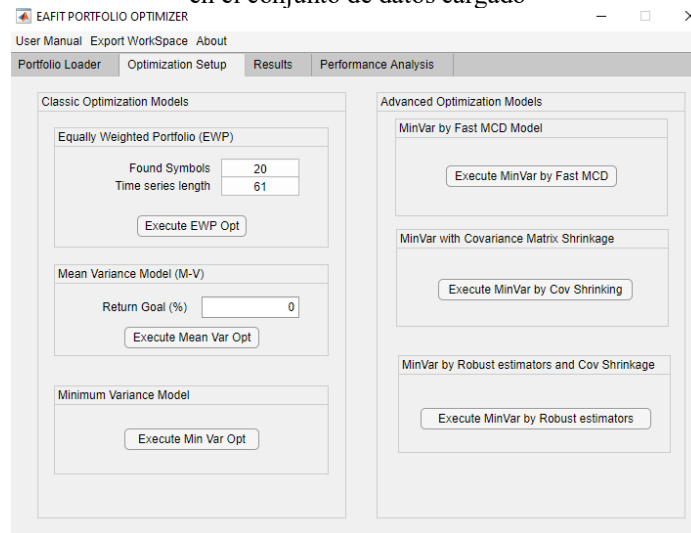
Fuente: MathWorks (s. f.).

### *Ventana de configuración del motor de optimización de la herramienta*

La Figura 13 muestra el contenido de la segunda ventana de la herramienta, que faculta al usuario a seleccionar y ejecutar el modelo de optimización que desea aplicar en el conjunto de datos previamente cargado. Como se indicó en la Sección 4.2, Selección de los datos para ejecutar análisis comparativos de desempeño entre los modelos de optimización, tendrá a su disposición hasta seis modelos diferentes de optimización para aplicar en el conjunto de datos de trabajo. Se decidió dividir estos en dos grupos: “Classic Optimization Models”, que abarca los modelos considerados como “clásicos”, derivados del trabajo de Markowitz (1952) –modelos de media y de mínima varianza– y del acercamiento intuitivo al problema de optimización de carteras –modelo EWP–, y “Advanced Optimization Models”, en el que se agruparon los métodos de optimización con el uso de estimadores estadísticos robustos correspondientes al uso del algoritmo Fast-MCD, el modelo de estimador estadístico robusto con recorte de la matriz de covarianza, el de estimación de la matriz de covarianza muestral mediante el uso de la co-mediana y el de estimador estadístico robusto con recorte a la matriz de covarianza muestral.

Cabe anotar que para el panel relacionado con el método EWP se despliega un pequeño cuadro informativo con el número de activos que la herramienta encontró para el conjunto de datos cargado; es el caso de la Figura 13 para 48 activos y el tamaño de la serie de tiempo asociada. Respecto al panel del modelo de optimización del M-V, se ofrece un cuadro de diálogo en el que el usuario ingresa un valor en porcentaje correspondiente al valor del retorno objetivo que pretende obtener con la ejecución.

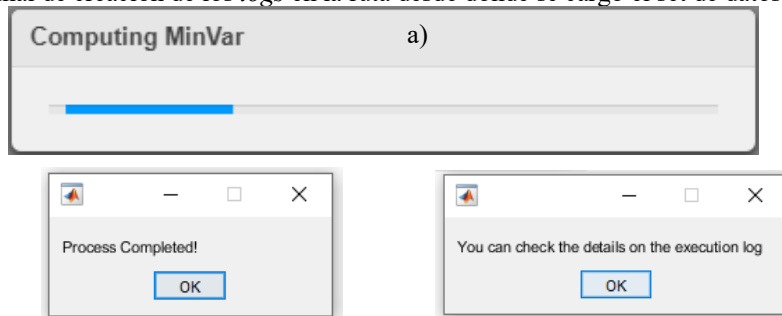
Figura 13. Detalle de la ventana de configuración y selección del modelo de optimización que se va a utilizar en el conjunto de datos cargado



Fuente: MathWorks (s. f.).

Cuando el usuario selecciona el modelo que va a ejecutar y lo activa, aparecerá una ventana que indica que el motor de cálculo está ejecutando las acciones correspondientes [Figura 14a]. Una vez finalizado, se desplegarán las pantallas informativas de las Figuras 14b y 14c de manera consecutiva.

Figura 14. Detalle de los mensajes informativos de ejecución y finalización de la ejecución de un modelo de optimización en particular. a) Modelo en ejecución; b) Mensaje de confirmación de finalización; c) Mensaje final de creación de los logs en la ruta desde donde se cargó el set de datos

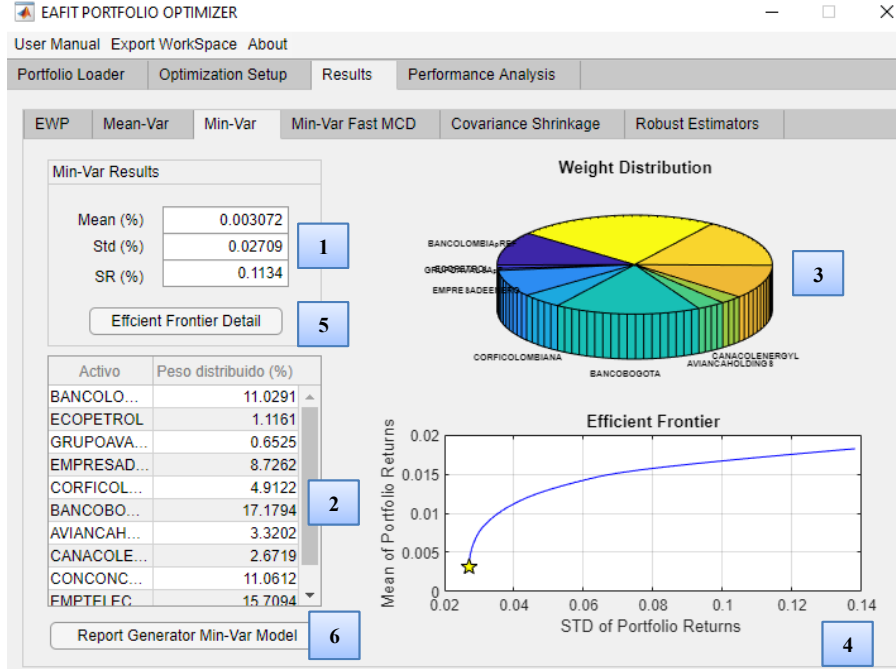


Fuente: MathWorks (s. f.).

### *Ventana de los resultados del proceso de optimización*

La Figura 15 muestra el detalle de la ventana de los resultados para la ejecución del modelo de mínima varianza para un portafolio de prueba generado de manera aleatoria para 20 activos pertenecientes a la Bolsa de Valores de Colombia, con los valores de la media o el retorno esperado, el riesgo o la desviación estándar, la razón de Sharpe y la distribución de los pesos como resultado del proceso de optimización.

Figura 15. Ventana de resultados para la ejecución del modelo de mínima varianza



Fuente: MathWorks (s. f.).

A continuación se describe el detalle de cada uno de los componentes de esta ventana. Cabe aclarar que las ventanas correspondientes a los modelos de optimización disponibles restantes contienen exactamente la misma configuración gráfica y la información disponible una vez hayan sido ejecutados.

#### *Panel de resultados (1)*

Contiene la información de la media o el retorno esperado, el riesgo o la desviación estándar y el cálculo de la razón de Sharpe resultado del proceso de optimización. La información es dada en porcentaje y ninguno de los campos listados es editable.

#### *Tabla de los pesos por activo del portafolio (2)*

Esta tabla, que informa al usuario de la distribución de los pesos por activo de la cartera como resultado del proceso de optimización, posee barras deslizables que ofrecen la posibilidad de observar todo el detalle por activo en caso de que se esté trabajando con carteras de considerable extensión. La información de los pesos viene dada en forma de porcentaje y solo se listan aquellos activos que hayan arrojado un valor de peso mayor a 0.

#### *Pie chart de la distribución de los pesos (3)*

La herramienta brinda un *pie chart* en 3D de los pesos obtenido por el modelo. La perspectiva del gráfico se puede manipular directamente en la interfaz con ayuda del *mouse*.

#### Gráfico de la frontera eficiente (4)

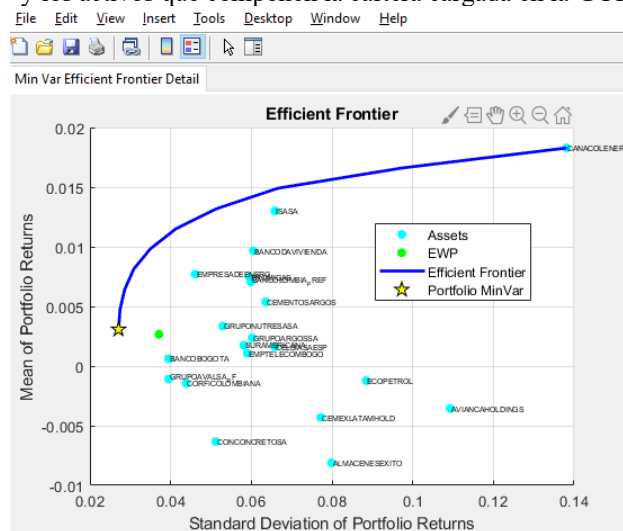
El usuario encuentra allí un pequeño gráfico de la frontera eficiente ligada al portafolio o al conjunto de datos en estudio y la ubicación del portafolio calculado por el modelo de optimización seleccionado. En este caso, puesto que se seleccionó el modelo de mínima varianza, el portafolio obtenido tendrá la ubicación ilustrada en la figura, y al igual que en el anterior, este elemento gráfico es interactivo y el usuario puede desplazarse o hacer acercamientos o alejamientos a lo largo de los ejes sin restricción alguna.

Cabe aclarar que si bien un conjunto de datos tiene la misma frontera eficiente, se incluye su generación y uso en todas las ventanas por modelo, en caso de que el usuario solo desee concentrarse en la ejecución de uno solo de los modelos disponibles.

#### Botón de detalle de la frontera eficiente (5)

Faculta al usuario a obtener un gráfico detallado de la frontera eficiente con todas las funcionalidades de exportación, edición y manipulación gráfica dada por Matlab, junto con el detalle de los activos involucrados en la cartera de activos y el portafolio EWP. Esta *utility* se creó para brindarle un control completo de la frontera eficiente ligada a su conjunto de datos. La Figura 16 muestra el resultado obtenido; nótese cómo se despliega un contenedor gráfico externo a la GUI que ofrece múltiples opciones de interacción que no están disponibles en los contenedores embebidos en los contenedores de la aplicación por limitaciones propias de la herramienta. Acá es posible generar una exportación a varios formatos y tener un cuadro de leyendas o convenciones dinámico.

Figura 16. Detalle de la frontera eficiente para el modelo de mínima varianza, incluyendo el portafolio EWP y los activos que componen la cartera cargada en la GUI



Fuente: MathWorks (s. f.).

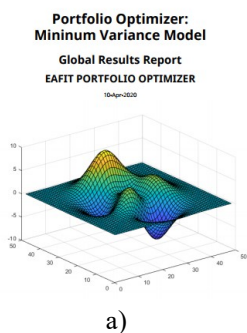
*Botón para la generación de reportes del modelo de optimización (6)*

Genera un reporte completo con todos los datos relacionados con la ejecución del modelo de optimización seleccionado por el usuario e incluye las gráficas de desempeño generadas por el modelo.

La Figura 17 muestra un resumen de las características del reporte que se genera al ejecutar el botón.

- Figura 17a: modelo ejecutado y la fecha en la que se creó el informe.
- Figura 17b: tabla con el resultado de los pesos para los activos del portafolio.
- Figura 17c: resultados obtenidos para la media, la varianza y la razón de Sharpe junto con el *pie chart* 3D de distribución de los pesos.
- Figura 17d: vista rápida de la variación de los pesos a lo largo de la ventana de tiempo móvil.
- Figura 17e: *box-plot* para los pesos normalizados por activo.
- Figura 17f: visión rápida de la frontera eficiente asociada a la cartera con el portafolio calculado por el modelo seleccionado.

Figura 17. Pantallas contenidas en el reporte en formato PDF generado por la GUI. a) Hoja de presentación; b) Tabla de los pesos por activo; c) Resultados del portafolio y diagrama *pie chart* de los pesos; d) Diagrama de la evolución de los pesos a lo largo de la ventana móvil; e) *Box-plots* de la variación de los pesos por activo; f) Vista rápida de la frontera eficiente asociada al portafolio



a)

Table 0.1. Weight Distribution MinVar

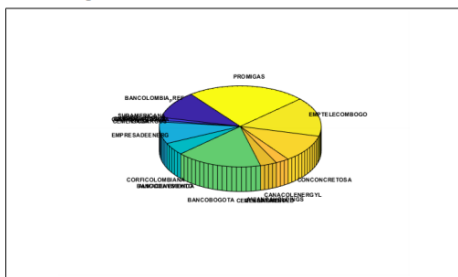
Asset	Weight Distribution
BANCOLO MBIA_PREF	11.03
SURAMERICANA	0.00
ECOPETROL	1.12
GRUPON UTRESASA	0.00
GRUPOARGOSSA	0.00
GRUPOA VALSA_PF	0.65
CEMENT OSARGOS	0.00
ISASA	0.00

b)

Table 0.2. Rendimiento y Riesgo

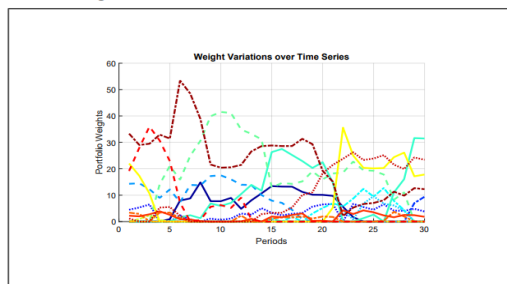
Mean	0.00
STD	0.03
SR	0.11

Table 0.3. Weight Distribution PieChart



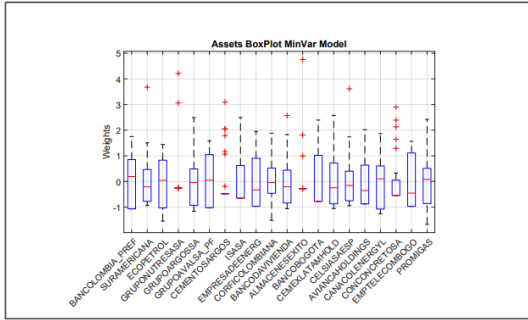
c)

Table 0.4. Weight distribution variation over Time



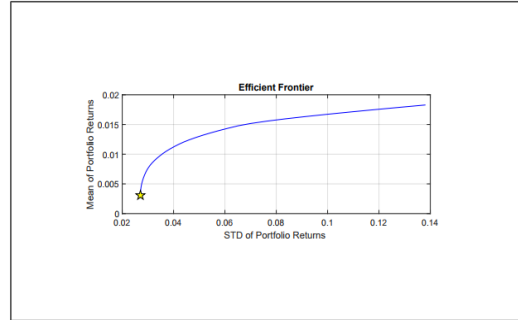
d)

Table 0.5. Assets Boxplot Graph



e)

Table 0.6. Efficient Frontier

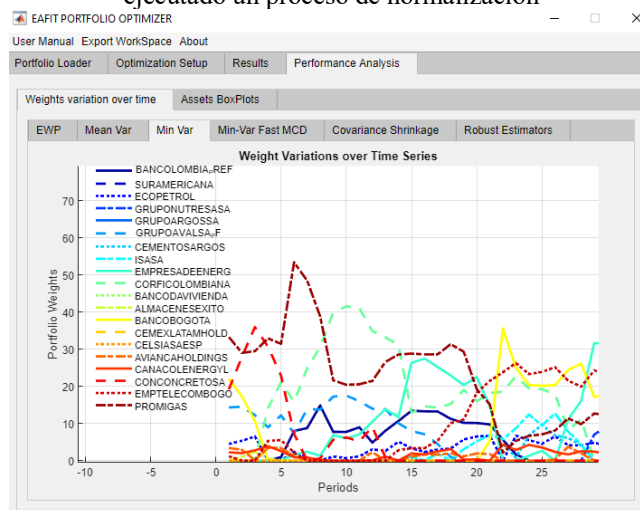


f)

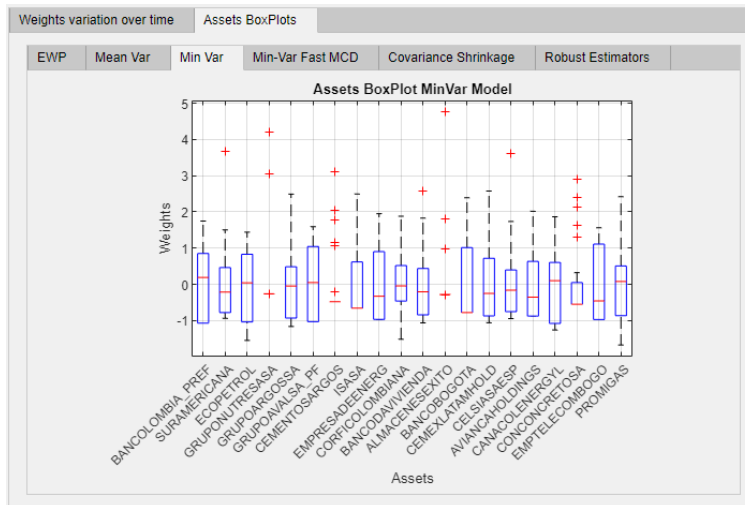
### Ventana de gráficas de desempeño de los modelos de optimización

Las Figuras 18a y 18b muestran el detalle de las dos gráficas que ofrece la ventana de análisis del performance de los modelos de optimización configurados en la herramienta. En la primera se aprecia la evolución de la variación de los pesos por activo a lo largo del período abarcado por la ventana móvil en la que se aplicó la técnica de simulación *rolling horizon*; el usuario puede desplazarse a demanda a lo largo de la gráfica y acercarla o alejarla para obtener el nivel detalle correspondiente de la distribución de los pesos en un momento particular de la serie de tiempo. La segunda muestra el *box-plot* para los pesos de los activos del portafolio; para cada activo se aplica una normalización y se usa el *box-plot* como una herramienta para obtener una visión general acerca de cómo variaron los pesos por activo a lo largo de la ventana móvil.

Figura 18. a) Gráfica de las variaciones de los pesos de los activos a lo largo de la serie de tiempo de evaluación de la ventana móvil. b) Box-plots de los pesos por activo a lo largo de la ventana móvil una vez ejecutado un proceso de normalización



a)



b)

Fuente: MathWorks (s. f.).

## 6. Validación de la investigación

### 6.1 Metodologías de prueba

Para la validación del trabajo se procedió a hacer la presentación de los resultados y el análisis correspondiente de la siguiente manera:

1) Presentación y análisis de desempeño de los modelos implementados en la GUI en el portafolio de diez industrias

Presentación detallada del desempeño de la GUI y de los modelos de optimización implementados para uno solo de los portafolios de prueba especificados en la Sección 5.2, Resultado final. GUI de optimización de carteras, con el fin de mostrar un panorama general de su uso para un portafolio en particular y mostrar los resultados por modelo de optimización.

La elección del portafolio de diez industrias se hizo teniendo en cuenta su cantidad de activos, que permite un análisis gráfico de los resultados más sencillo y preciso.

2) Presentación y análisis de los resultados de los cuatro portafolios de prueba en comparación con los resultados de la varianza y la razón de Sharpe obtenidos por DeMiguel, Garlappi, Nogales y Uppal (2007).

3) Presentación comparativa de los resultados de los cuatro portafolios de prueba expuestos en la Sección 5.2, Resultado final. GUI de optimización de carteras, utilizando como referencia los obtenidos por DeMiguel *et al.* (2007), Su propósito es el de explorar la capacidad de cálculo de la GUI desarrollada y su efectividad en los modelos que implementa, en comparación con un estudio de referencia de reputación y legitimidad comprobadas.

4) Presentación en la sección 9, Anexos, de los resultados gráficos ligados a la ejecución de cada modelo de optimización por portafolio de prueba, para proveer las pruebas y los cálculos que verifican y comprueban la efectividad y capacidad de la herramienta. Los gráficos son tomados de las pantallas de la herramienta,

### 6.2 Validación de los resultados de la investigación

#### 6.2.1 Resultados y análisis comparativo de los modelos de optimización del portafolio de diez industrias

Este portafolio está compuesto por los rendimientos de diez sectores industriales estadounidenses para una serie de tiempo de 498 meses comprendidos entre julio de 1967 y diciembre de 2004.

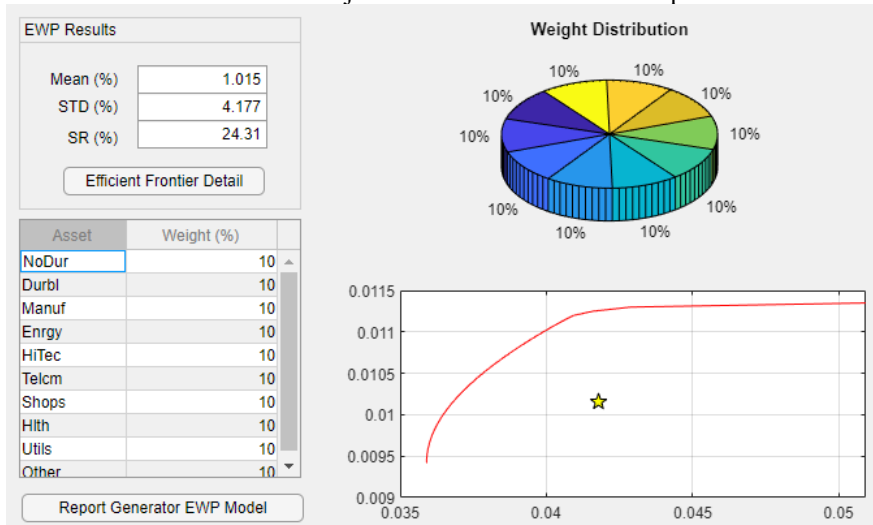
A continuación se muestran los resultados de desempeño por algoritmo de optimización del portafolio seleccionado.

### *Equally weighted portfolio (EWP)*

La Figura 19 muestra la pantalla de resultados de la ejecución del modelo EWP del portafolio de diez industrias. Como se puede observar, se obtiene el resultado esperado de la distribución equitativa entre los activos que componen el portafolio.

La media del 1.015 % de retorno y el riesgo del 4.17 % son consecuentes con la gráfica de la frontera eficiente. Ante la ausencia de un activo libre de riesgo, se obtuvo una razón de Sharpe del 24.31 %. Cabe anotar que la naturaleza del modelo no permite realizar un análisis más extenso, puesto que la misma distribución de los pesos se mantendrá a lo largo de la serie de tiempo analizada y en consecuencia no será necesario el análisis de su variación; sin embargo, los resultados obtenidos servirán como precedente comparativo entre las diferentes técnicas de optimización subsiguientes.

Figura 19. Pantalla de resultados de la ejecución del modelo EWP del portafolio de diez industrias



Fuente: MathWorks (s. f.).

### *Modelo de media-varianza (M-V)*

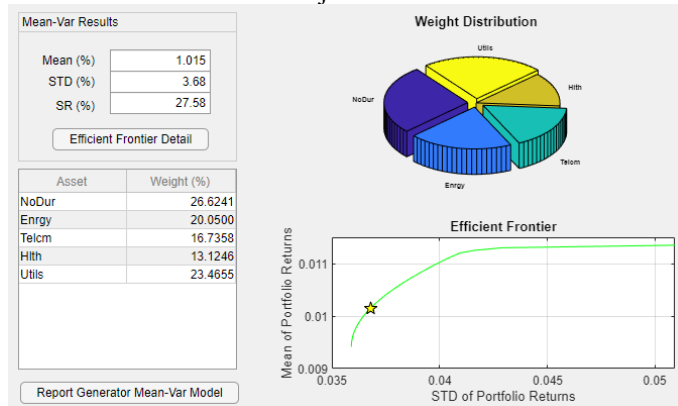
Para su ejecución se fija inicialmente como retorno objetivo el obtenido en el modelo EWP, y posteriormente se presentan los resultados para el caso de retorno máximo antes de que el modelo no sea capaz de converger.

#### a) Retorno objetivo de 1.015 %

La Figura 20 muestra los resultados de la ejecución del modelo de M-V para el retorno objetivo del 1.015 % obtenido de la ejecución del EWP. El modelo convergió alrededor de este con un menor valor de riesgo (3.68 %), lo que mejoró la razón de Sharpe anterior (24.31 frente a 27.58 %), hecho que refleja una menor volatilidad para esta composición de los

pesos. Adicionalmente, arroja una inversión para solo cinco activos de la cartera y el portafolio obtenido se ubica de manera esperada en la frontera eficiente asociada.

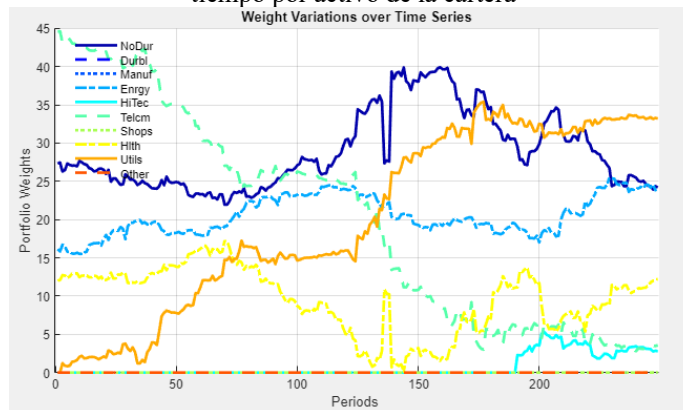
Figura 20. Pantalla de los resultados generales de la ejecución del modelo de M-V del portafolio de diez industrias con un retorno objetivo similar al del modelo EWP



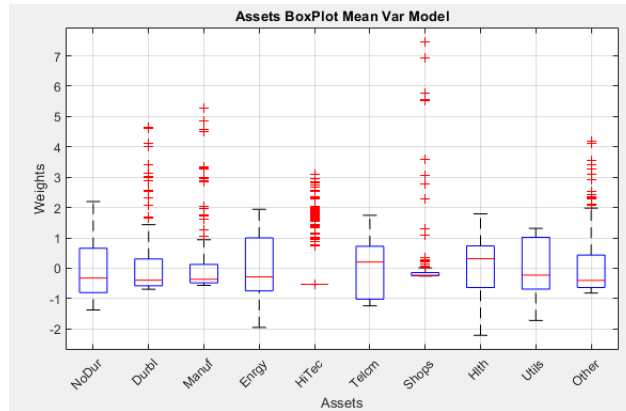
Fuente: MathWorks (s. f.).

La Figura 21 muestra los resultados de desempeño de la variación de los pesos a lo largo de la serie de rendimientos para la simulación *rolling horizon* empleada en el cálculo de los valores obtenidos. En la Figura 21a se observa una variación constante en el rebalanceo de los pesos del portafolio a lo largo de la ventana móvil; nótese cómo las líneas con las variaciones significativas corresponden de manera efectiva a los activos a los cuales el modelo asignó los pesos como resultado final del proceso de optimización; entretanto, los demás activos mantienen su variación en valores cercanos a 0. En la Figura 21b se observa cómo las gráficas *box-plot* no muestran los valores extremos para los activos a los cuales el modelo asignó los pesos; sin embargo, sí muestran valores extremos significativos alrededor de su media normalizada para las industrias de productos no durables, energía y salud.

Figura 21. a) Resultados de la variación de los pesos a lo largo de la serie de tiempo mediante la simulación rolling horizon del modelo de M-V; b) Gráfica *box-plot* de los pesos normalizados a lo largo de la serie de tiempo por activo de la cartera



a)



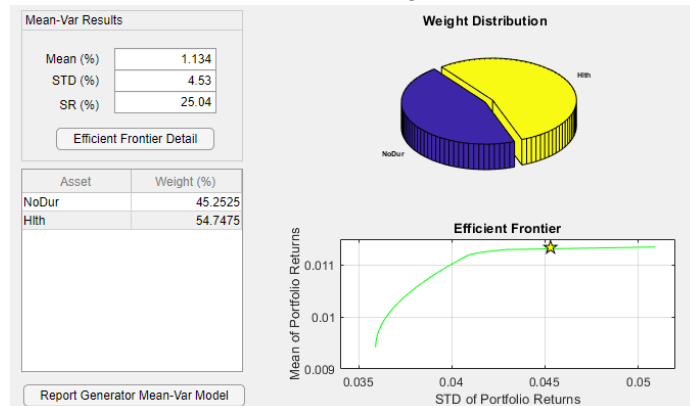
b)

Fuente: MathWorks (s. f.).

b) Retorno objetivo del 1.134 %

Luego de ejecutar múltiples ejecuciones se obtuvo un retorno máximo del 1.134 % para un nivel de riesgo del 4.53 %, comparado con el 3.68 % del modelo EWP; sin embargo, su razón de Sharpe resultó de menor valor, debido al nivel asociado al retorno alcanzado, a pesar del mayor nivel de riesgo. En esta ocasión, el modelo asignó los pesos para solo dos de los diez activos que componen la cartera [Figura 22]. Al ubicarse la solución obtenida en el rango máximo de retorno que ofrece la cartera a un nivel de riesgo similar, los resultados obtenidos están en concordancia con su frontera eficiente.

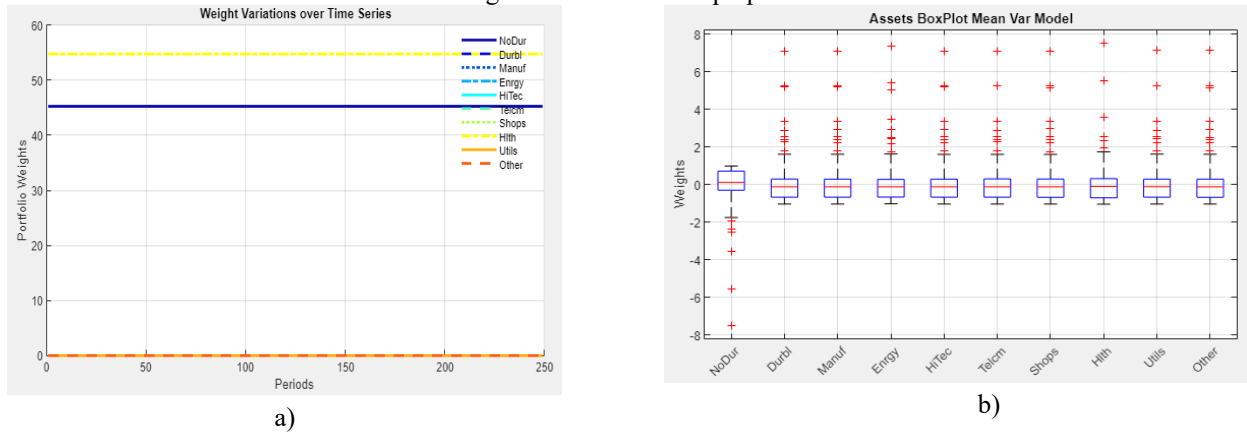
Figura 22. Pantalla de los resultados generales para la ejecución del modelo de M-V con un objetivo de retorno del 1.134 %



Fuente: MathWorks (s. f.).

La Figura 23a muestra los resultados para la variación de los pesos de la cartera con la simulación *rolling horizon*; se observa la ausencia de variaciones debido a que el modelo converge rápidamente al retorno objetivo y no ejecuta variaciones posteriores en la composición de los pesos. La Figura 23b muestra los resultados de las gráficas *box-plot* por activo; por las razones anteriores, todas las *boxes* presentan un valor similar, ya que los pesos asignados por el modelo se mantuvieron estables.

Figura 23. a) Resultados de la variación de los pesos del modelo de M-V a lo largo de la serie de tiempo mediante la simulación *rolling horizon*, con un retorno objetivo del 1.134 %; b) Gráfica *box-plot* de los pesos normalizados a lo largo de la serie de tiempo por activo de la cartera

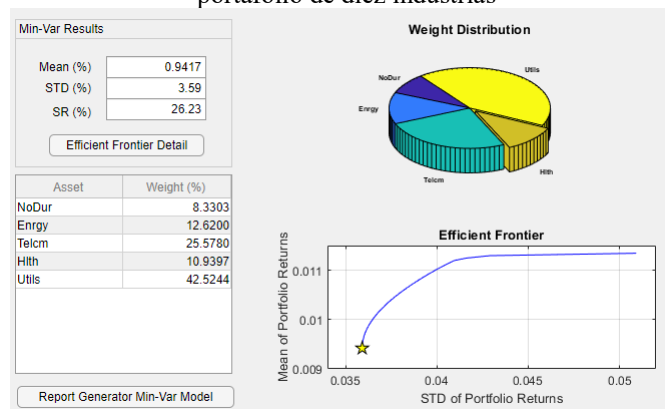


Fuente: MathWorks (s. f.).

### Modelo de mínima varianza

La Figura 24 muestra cómo el nivel de riesgo se reduce de manera considerable con respecto a las tres ejecuciones anteriores; sin embargo, el nivel de retorno resulta menor. El compromiso que supone el modelo entre riesgo y retorno arroja una razón de Sharpe de mayor valor por efectos de la reducción de volatilidad en la cartera. De manera similar al modelo de M-V, se asignaron pesos a solo cinco de los diez activos de la cartera, dándole mayor peso al sector de los servicios públicos y reduciendo considerablemente el peso asignado al sector de los productos no durables. En relación con la frontera eficiente, se observa cómo la ubicación del portafolio se da sobre la posición esperada de mínimo riesgo.

Figura 24. Pantalla de los resultados generales para la ejecución del modelo de mínima varianza del portafolio de diez industrias

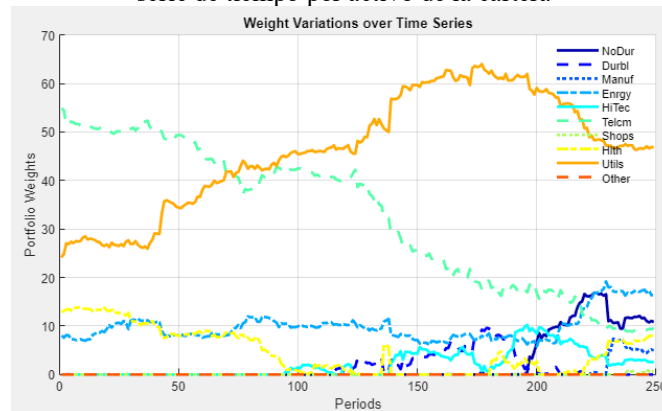


Fuente: MathWorks (s. f.).

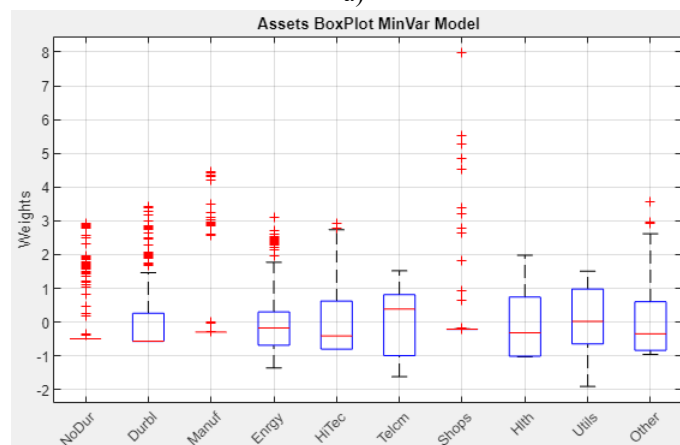
La Figura 25a muestra una menor variabilidad en el rebalanceo de los pesos del portafolio en comparación con la primera ejecución del modelo de M-V; en esta ocasión se observa cómo el rebalanceo sigue una variación más suave y estable a lo largo de la ventana de

simulación. La Figura 25b confirma el comportamiento anterior, puesto que los valores extremos observados en la Figura 21b son de menor cuantía, excepto en el sector de *retail*, que presentó un comportamiento similar. La asignación de los pesos muestra coherencia con las gráficas *box-plot* obtenidas, donde el sector de los servicios públicos es el que exhibe un comportamiento más normalizado sin valores atípicos, caso similar al de los sectores de la salud y las telecomunicaciones.

Figura 25. a) Variación de los pesos para la ejecución del modelo de mínima varianza del portafolio de diez industrias con la simulación *rolling horizon*; b) Gráfica *box-plot* de los pesos normalizados a lo largo de la serie de tiempo por activo de la cartera



a)



b)

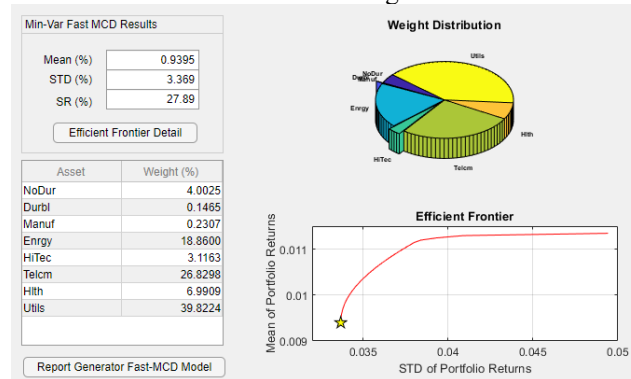
Fuente: MathWorks (s. f.).

### *Modelo de mínima varianza empleado el uso del algoritmo Fast-MCD*

La Figura 26 muestra los resultados ligados a la ejecución del modelo de mínima varianza con el uso del algoritmo Fast-MCD sobre la matriz de covarianza muestral. En esta ocasión se obtiene un menor retorno (0.93 %) para un nivel de riesgo aún más bajo (3.36 %), en comparación con el modelo de mínima varianza “estándar”; esto conduce a obtener un mejor valor de la razón de Sharpe por el nuevo compromiso entre el retorno y el riesgo. En esta ocasión, el modelo asignó los pesos a ocho de los activos del portafolio y, una vez más, el

gráfico de la frontera eficiente certifica la ejecución de la modelo ligada a la minimización del riesgo.

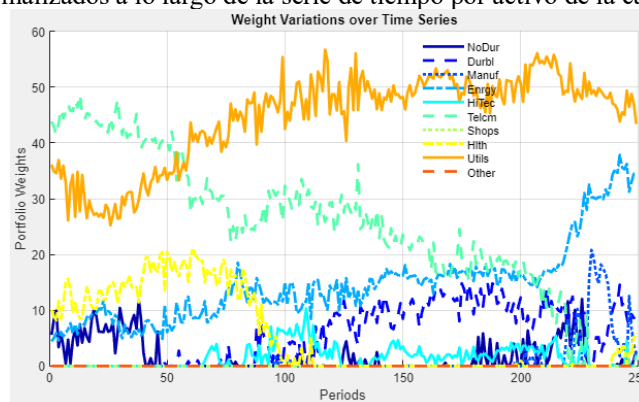
Figura 26. Pantalla de los resultados generales de la ejecución del modelo de mínima varianza del portafolio de diez industrias usando el algoritmo Fast-MCD



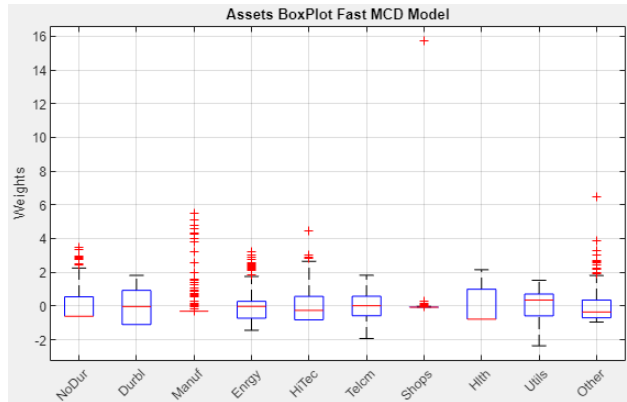
Fuente: MathWorks (s. f.).

Respecto a los resultados de desempeño de la variación de los pesos para este modelo, la Figura 27a muestra un rebalanceo de los pesos mucho menos suavizado que los observados hasta ahora; sin embargo, la Figura 27b señala una reducción ante la presencia de valores atípicos en los pesos del portafolio. Esto es concordante con la asignación nula de los pesos al sector de *retail* y de otros que presentan el mayor nivel de valores atípicos. En relación con el sector de las manufacturas, se observa cómo su asignación de los pesos fue mínima en comparación con los demás activos de la cartera; en esta ocasión, el sector de las telecomunicaciones fue el que mayor asignación de los pesos recibió y el que efectivamente presenta valores extremos de menor valor sin la presencia de valores atípicos. Lo anterior confirma cómo el algoritmo Fast-MCD está efectivamente destinado a generar una estimación del modelo con la reducción de valores atípicos y se desliga de los resultados de los modelos clásicos al presentar una nueva asignación de los pesos entre los activos.

Figura 27. a) Variación de los pesos para la ejecución del modelo de mínima varianza del portafolio de diez industrias usando el algoritmo Fast-MCD y la simulación *rolling horizon*; b) Gráfica *box-plot* de los pesos normalizados a lo largo de la serie de tiempo por activo de la cartera



a)



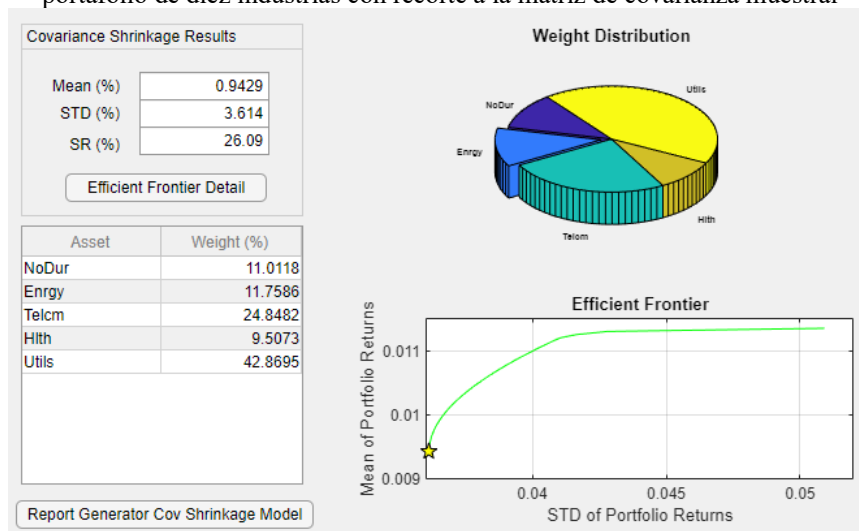
b)

Fuente: MathWorks (s. f.).

*Modelo de mínima varianza con recorte a la matriz de covarianza*

La Figura 28 muestra un comportamiento similar a los resultados obtenidos en el modelo clásico de mínima varianza. Se observa una composición de los pesos similar en los mismos activos con pequeñas variaciones en el riesgo y el retorno que reflejan una ligera menor razón de Sharpe, y la frontera eficiente refleja el comportamiento esperado del modelo.

Figura 28. Pantalla de los resultados generales para la ejecución del modelo de mínima varianza del portafolio de diez industrias con recorte a la matriz de covarianza muestral

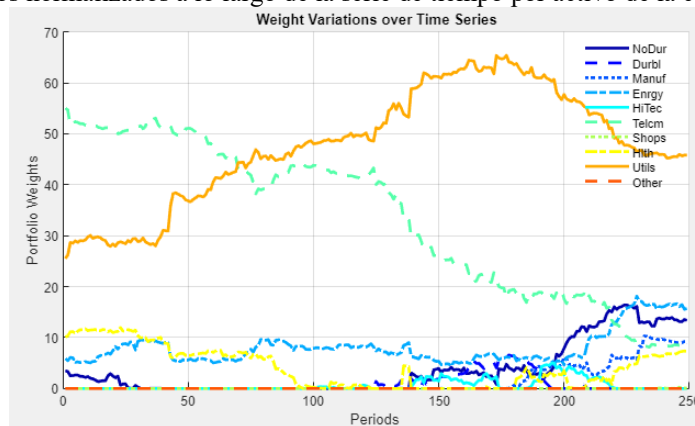


Fuente: MathWorks (s. f.).

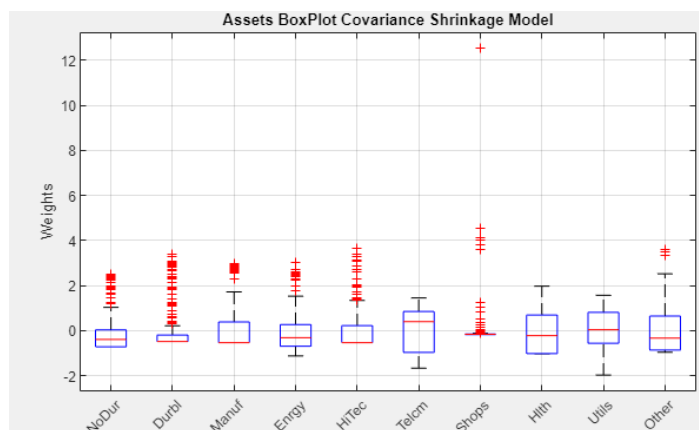
La Figura 29a muestra una variación de los pesos bastante similar a la obtenida en la ejecución del modelo de mínima varianza, con curvas considerablemente más suavizadas que las observadas en el modelo que emplea el algoritmo Fast-MCD; sin embargo, si se examina con detenimiento, se puede apreciar el verdadero efecto que tiene el recorte a la matriz de covarianza en el modelo. La Figura 29b muestra una ausencia considerable de valores atípicos con respecto a los obtenidos en la Figura 25b, en especial en los sectores de los productos no durables y las manufacturas; sin embargo, los valores atípicos se mantienen

en el sector de *retail*, lo que indica una presencia inherente de volatilidad en la serie de rendimientos para este activo. Se confirma así que la inclusión de un estimador estadístico robusto en la estimación de los parámetros del modelo tiene una influencia significativa en la estimación de error del modelo, en comparación con el modelo clásico.

Figura 29. a) Variación de los pesos para la ejecución del modelo de mínima varianza del portafolio de diez industrias con recorte a la matriz de covarianza y la simulación *rolling horizon*; b) Gráfica *box-plot* de los pesos normalizados a lo largo de la serie de tiempo por activo de la cartera



a)



b)

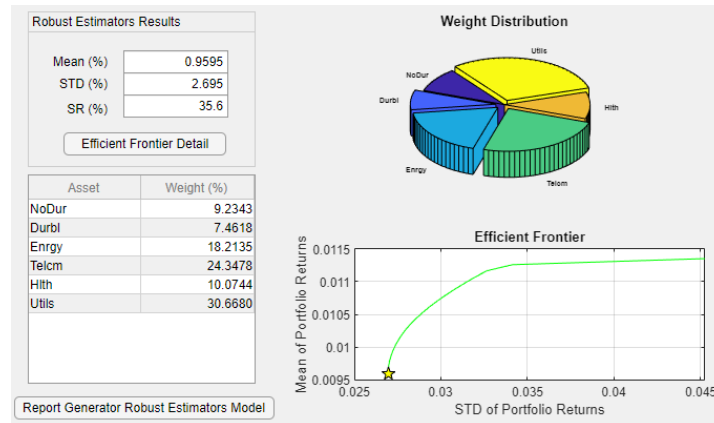
Fuente: MathWorks (s. f.).

### *Modelo de mínima varianza mediante el empleo de estimadores estadísticos robustos*

La Figura 30 muestra el resultado de la ejecución del modelo de mínima varianza con la inclusión de estimadores estadísticos robustos en la matriz de covarianza muestral y el recorte al estimador que deriva de ella. Aquí se obtiene un nivel de rendimiento similar pero superior con respecto a los modelos de mínima varianza presentados. Cabe anotar cómo el uso de este modelo permite obtener el valor de riesgo más bajo entre los seis presentados, lo que deriva en la mayor razón de Sharpe calculada. El modelo asignó los pesos a seis de los activos del portafolio, una combinación no encontrada hasta ahora, aunque asignando, de manera similar, el mayor de ellos al de la industria de los servicios públicos. La ubicación

de la solución arrojada en la frontera eficiente refleja su efectividad para encontrar el portafolio de mínimo riesgo según las restricciones ligadas al proceso de optimización.

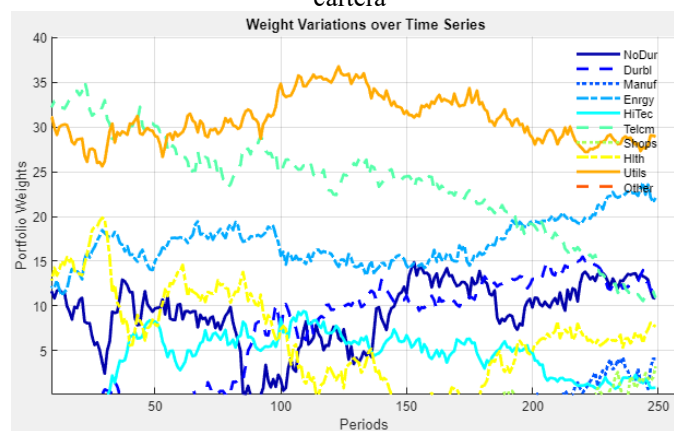
Figura 30. Pantalla de los resultados generales para la ejecución del modelo de mínima varianza del portafolio de diez industrias con estimadores estadísticos robustos y recorte a la matriz de covarianza muestral



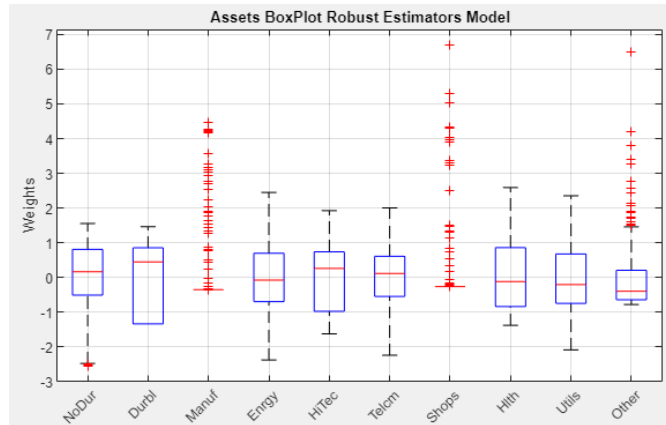
Fuente: MathWorks (s. f.).

La Figura 31a muestra una variación sin precedentes en la asignación de los pesos por activo, con curvas más suavizadas en comparación a las del modelo Fast-MCD, aunque de comportamiento parecido respecto al modelo clásico de mínima varianza y al de recorte a la matriz de covarianza. La Figura 31b muestra cómo el modelo es capaz de eliminar más datos atípicos por activo respecto a la variación de sus pesos en comparación con los modelos anteriores, donde, al menos para cinco de los diez activos, se observaba la presencia de datos atípicos; en este caso ocurre solo en cuatro.

Figura 31. a) Variación de los pesos para la ejecución del modelo de mínima varianza del portafolio de diez industrias con estimadores estadísticos robustos, recorte a la matriz de covarianza muestral y simulación *rolling horizon*; b) Gráfica *box-plot* de los pesos normalizados a lo largo de la serie de tiempo por activo de la cartera



a)



b)

Fuente: MathWorks (s. f.).

De la exposición presentada para los seis modelos implementados por la GUI se aprecian sus similitudes y las cualidades particulares de la formulación de cada uno. Aquellos que incluyen cálculos avanzados o formulaciones distintas del estimador de la matriz de covarianza logran eliminar la presencia de datos atípicos en cada rebalanceo de los pesos por período de análisis y presentan una solución con errores de estimación de menor cuantía. El último modelo en especial, basado en el uso de un estimador de la matriz de covarianza a partir del uso de la co-mediana como medida estadística robusta, que usa posteriormente un recorte sobre este nuevo estimador, de manera similar al modelo anterior, arroja una solución que refleja el efecto combinado de ambas técnicas dentro del proceso de optimización.

### 6.2.2 Resultados y análisis comparativo de los modelos de optimización en relación con el estudio de referencia

A continuación se procede a realizar un estudio comparativo entre los resultados obtenidos en el estudio de referencia (DeMiguel, Garlappi, Nogales y Uppal, 2007), en el que se aplican una serie de modelos de optimización a los cuatro portafolios expuestos en la Sección 5.2, Resultado final. GUI de optimización de carteras, para las mismas series de tiempo. Se aplican modelos básicos tomados de la literatura y otra serie de modelos de autoría propia para generar un panorama comparativo del desempeño entre ellos.

En el panel A de la Tabla 2 se presentan los modelos de DeMiguel *et al.* (2007) con su notación y descripción, y en el panel B los modelos básicos de la literatura. Solo se tendrán en consideración aquellos que involucran los tratados en esta investigación.

Tabla 2. Portafolios de referencia para el estudio comparativo

#	Modelo	Abreviación
Panel A. Modelos de optimización de los portafolios desarrollados en el estudio de referencia		
1	Portafolio de mínima varianza con restricción de norma única. Con parámetro $\delta$ calibrado usando validación cruzada en la varianza del portafolio.	NC1V
	Con parámetro $\delta$ calibrado usando la maximización del retorno del portafolio en el período previo.	NC1R
2	Portafolio de mínima varianza con restricción de norma doble. Con parámetro $\delta$ calibrado usando validación cruzada en la varianza del portafolio.	NC2V
	Con parámetro $\delta$ calibrado usando la maximización del retorno del portafolio en el período previo.	NC2R
3	Portafolios de mínima varianza parcial. Con parámetro $k$ calibrado usando validación cruzada en la varianza del portafolio.	PARV
	Con parámetro $k$ calibrado usando la maximización del retorno del portafolio en el período previo.	PARR
Panel B. Modelos de optimización de la literatura existente		
Referencias simples		
1	Portafolio equiponderado (1/N). Portafolios que utilizan rendimientos medios.	1/N
2	Portafolio M-V con ventas en cortos sin restricciones. Portafolios de mínima varianza que no tienen en cuenta los rendimientos medios.	MEAN
3	Portafolio de mínima varianza con ventas en corto sin restricciones.	MINU
4	Portafolio de mínima varianza con ventas en corto con restricciones.	MINC
5	Portafolio de mínima varianza con recorte a la matriz de covarianza.	MINL

Fuente: elaboración del autor a partir de DeMiguel, Garlappi, Nogales y Uppal (2007).

Para los portafolios de esta investigación se usará la notación que se muestra en la Tabla 3.

Tabla 3. Portafolios de comparación desarrollados en la investigación

#	Modelo	Abreviación
Panel A. Modelos de optimización de portafolios desarrollados en esta investigación		
1	Portafolio de mínima varianza con el uso del algoritmo FAST-MCD. Portafolio de mínima varianza con restricciones de ventas en corto.	FASTMCD
2	Portafolios de mínima varianza que no tienen en cuenta los rendimientos medios. Portafolio de mínima varianza con recorte a la matriz de covarianza y restricción de ventas en corto.	COVSHRI NK
3	Portafolios de mínima varianza con estimadores estadísticos robustos. Portafolio de mínima varianza con estimación robusta de la matriz de covarianza y restricción de ventas en corto.	ROBSTPO RT
Panel B. Modelos de optimización de la literatura existente		
Referencias simples		
1	Portafolio Equiponderado (1/N).	EWP
2	Portafolios que utilizan rendimientos medios.	
3	Portafolio M-V con ventas en cortos con restricciones para retorno EWP.  Portafolios de mínima varianza que no tienen en cuenta los rendimientos medios	MEAN- VAR
4	Portafolio de mínima varianza con ventas en corto con restricciones	MIN-VAR

Fuente: elaboración del autor a partir de DeMiguel, Garlappi, Nogales y Uppal, R. (2007).

La Tabla 4 muestra los resultados comparativos de la razón de Sharpe entre el estudio de referencia y la GUI para cuatro tipos de portafolios.

Tabla 4. Resultados comparativos de la razón de Sharpe entre el estudio de referencia y la GUI para cuatro tipos de portafolios

Modelo	10 IND	48 IND	6 FF	25 FF
Panel A. Modelos de optimización trabajados en el presente trabajo de investigación				
FASTMCD	0.2789	0.3116	0.2582	0.2837
COVSHRINK	0.2609	0.2666	0.2419	0.2498
ROBSTPORT	0.3560	0.3834	0.3309	0.3535
EWP	0.2431	0.1578	0.2414	0.2398
MEAN-VAR	0.2758	0.2143	0.2699	0.2862
MIN-VAR	0.2623	0.2671	0.2395	0.2544
Panel B. Modelos de optimización trabajados en el estudio de referencia				
NC1V	0.2854	0.2886	0.3385	0.3649
NC1R	0.2890	0.2831	0.3374	0.3553
NC2V	0.2919	0.2855	0.3527	0.4089
NC2R	0.3193	0.2891	0.3922	0.4278
PARV	0.2841	0.2823	0.3478	0.4077
PARR	0.3293	0.3166	0.3912	0.4403
1/N	0.2541	0.2508	0.2563	0.2565
MEAN	0.0499	- 0.0334	0.3214	0.2253
MINU	0.2865	0.2222	0.3640	0.4199
MINC	0.2852	0.2914	0.2629	0.2720
MINL	0.2865	0.2224	0.3640	0.4200

Fuente: elaboración del autor a partir de DeMiguel, Garlappi, Nogales y Uppal, R. (2007).

La Tabla 5 muestra los resultados comparativos de la varianza entre el estudio de referencia y la GUI para cuatro tipos de portafolios.

Tabla 5. Resultados comparativos de la varianza entre el estudio de referencia y la GUI para cuatro tipos de portafolios

Modelo	10 IND	48 IND	6 FF	25 FF
Panel A. Modelos de optimización de la investigación				
FASTMCD	0.00113	0.00094	0.00148	0.00135
COVSHRINK	0.00130	0.00123	0.00176	0.00169
ROBSTPORT	0.00072	0.00066	0.00114	0.00104
EWP	0.00174	0.00233	0.00183	0.00255
MEAN-VAR	0.00135	0.00126	0.00185	0.00179
MIN-VAR	0.00128	0.00123	0.00177	0.00168
Panel B. Modelos de optimización del estudio de referencia				
NC1V	0.00134	0.00126	0.00156	0.00135
NC1R	0.00138	0.00135	0.00159	0.00143
NC2V	0.00134	0.00137	0.00156	0.00130
NC2R	0.00149	0.00176	0.00163	0.00152
PARV	0.00138	0.00141	0.00159	0.00133
PARR	0.00153	0.00163	0.00161	0.00146
1/N	0.00179	0.00221	0.00230	0.00249

MEAN	0.01090	0.38107	0.00353	0.00942
MINU	0.00138	0.00186	0.00156	0.00143
MINC	0.00134	0.00133	0.00186	0.00176
MINL	0.00138	0.00185	0.00156	0.00143

Fuente: elaboración del autor a partir de DeMiguel, Garlappi, Nogales y Uppal, R. (2007).

En la realización del análisis comparativo se toman tanto modelos de formulación similar como los portafolios de tipo EWP de mínima varianza, con recorte a la matriz de covarianza, y de mínima varianza, con restricciones de ventas en corto, como aquellos de la media y la mínima varianza sin restricciones de ventas en corto (MEAN y MINU, respectivamente).

Finalmente se realiza una comparación entre los modelos de Min Fast-MCD y el de mínima varianza con los modelos propuestos en el estudio de referencia, cuya característica principal de formulación radica en establecer restricciones en la composición de los pesos del portafolio que da solución a la minimización del riesgo, para establecer cómo el uso de estimadores estadísticos robustos logra tener una incidencia significativa en el proceso de optimización sin agregar o modificar las restricciones de la formulación básica del modelo de mínima varianza.

#### *Modelos clásicos en la literatura*

##### a) Modelo de EWP

Excepto en el portafolio 48 IND, las razones de Sharpe de los trabajos investigativos presentan valores similares; sin embargo, en los resultados obtenidos por DeMiguel, Garlappi, Nogales y Uppal, R. (2007) se mejoran los obtenidos en la GUI. Aun así, al observar las varianzas obtenidas se observa cómo los portafolios 10 IND y 6 FF mejoran al estudio de referencia, lo que indica que el compilador involucrado en el cálculo sacrifica el valor de retorno para obtener una reducción en riesgo en la diversificación equiponderada en la cartera.

##### b) Modelo clásico de mínima varianza

Este estudio mejora el indicador de la varianza del estudio en referencia en relación con el modelo de mínima varianza con restricciones de ventas en corto. Al igual que en el caso anterior, en el estudio de referencia existe una mejora en la razón de Sharpe por un sacrificio en el riesgo por rendimiento; en el caso de este trabajo, este sacrificio funciona de manera inversa para reducir la volatilidad del portafolio.

Respecto al portafolio de mínima varianza sin restricciones de ventas en corto, se observa cómo en este trabajo se presenta una mejora en términos de la varianza para los portafolios de sectores industriales, bajo el compromiso entre retorno y riesgo, con respecto a las varianzas del estudio de referencia; sin embargo, para los portafolios 6 FF y 25 FF se nota una mejora en la razón de Sharpe y la varianza. Lo anterior indica que la formulación de un modelo de mínima varianza con modificaciones sobre dicha restricción en el problema de optimización puede arrojar resultados que mejoran a la formulación del modelo clásico.

### c) Modelo de media varianza (M-V)

Según el estudio de referencia, el modelo de M-V se ejecutó sin restricciones de venta en corto, por lo que los resultados obtenidos en este trabajo mejoran los obtenidos, señal clara del comportamiento esperado. Esto refleja la ventaja que presenta la formulación del modelo con esta restricción, ya que, al ser formulado para evitar dichas ventas en corto, permite obtener portafolios que ofrecen al inversionista una mejor razón de Sharpe y una menor volatilidad.

En términos generales, al comparar los resultados de este modelo con los demás para ambos estudios, se observa la ventaja que representa la formulación del modelo de mínima varianza con respecto al de M-V. La formulación para ejecutar una minimización de riesgos ofrece mejores resultados en la razón de Sharpe y la varianza; incluso, para la estrategia MINU de minimización de varianza sin restricciones de venta, permite obtener resultados que mejoran a este modelo.

### *Algoritmos propuestos en ambos trabajos de investigación*

#### a) Modelo de recorte a la matriz de covarianza

Al comparar los resultados entre este modelo y la estrategia MIN-VAR, se observa un comportamiento similar entre modelos, como lo es el caso de los resultados del estudio de referencia entre las estrategias MINL y MINU, sin embargo, de acuerdo a los resultados observados en la Sección 6.2.1, Resultados y análisis comparativo de los modelos de optimización del portafolio de diez industrias, el valor de la ejecución de este modelo radica en la reducción en la estimación de errores del modelo.

Respecto al comportamiento de este modelo respecto al de mínima varianza Fast-MCD y de estimación robusta, se nota un comportamiento inferior en los valores de la razón de Sharpe y la varianza. En relación con el comportamiento de los resultados entre los diferentes trabajos, se observa el mismo comportamiento de mejora en términos de la varianza para los portafolios 10 IND y 48 IND, en razón al compromiso dado por la razón de Sharpe entre retorno y riesgo.

#### b) Modelo de mínima varianza con el uso del algoritmo Fast-MCD

Se observa una mejora significativa en relación a la varianza con respecto a los modelos clásicos y a los propuestos en el estudio de referencia, con excepción del portafolio 25 FF; esto refleja la incidencia del algoritmo Fast-MCD en el cálculo de la matriz de covarianza, que mejora los resultados arrojados por el modelo.

Así se confirma el compromiso que ejecuta la CVX entre riesgo y rendimiento para obtener una varianza mínima, lo cual incide directamente en la razón de Sharpe. Se observa entonces cómo este modelo mejora la volatilidad final sin necesidad de aplicar las restricciones en la composición de los pesos del portafolio propuestas por el estudio de referencia. Se presenta así la efectividad de este modelo a la hora de estimar la cartera de activos que minimiza el riesgo asociado, y se abre la posibilidad de aplicar un recorte

alrededor de la matriz de covarianza que arroja el algoritmo y analizar su efectividad nuevamente.

c) Modelo de mínima varianza con estimadores robustos

Finalmente, en el último modelo en estudio se observa cómo el uso del estimador de la matriz de covarianza basado en el uso de la co-mediana junto el recorte de la matriz de covarianza mejoran de manera notoria tanto la varianza como la razón de Sharpe con respecto a los modelos clásicos, el modelo de recorte y el modelo de mínima varianza mediante el algoritmo Fast-MCD. En referencia a las estrategias del estudio de referencia se nota una mejora para ambas mediciones con excepción de la razón de Sharpe del portafolio 25 FF; sin embargo, en relación con la varianza se logra nuevamente mejorar los valores de todos los modelos o estrategias nativas del modelo de referencia.

El comportamiento anterior está en concordancia con los resultados expuestos en detalle del portafolio de diez industrias de la Sección 6.2.1, Resultados y análisis comparativo de los modelos de optimización del portafolio de diez industrias, donde se observaron variaciones sin precedentes de los pesos del portafolio mediante la simulación *rolling horizon* y correspondiente reducción significativa de los valores atípicos sobre ellos.

## 7. Conclusiones

Se desarrolló un producto de software interactivo que faculta al usuario a hacer un acercamiento a la teoría moderna de portafolios, desde la formulación de los modelos clásicos, explorando en detalle el trabajo pionero de Markowitz (1952), hasta los modelos más complejos basados en el uso de estimadores estadísticos robustos del modelo de mínima varianza, que logran exponer los alcances y la incidencia del uso de estos estadísticos para abordar este problema de las finanzas cuantitativas.

El uso de la herramienta App Designer de Matlab se perfila como un medio de utilidad sin precedentes para aprovechar el potencial de cálculo que este software computacional ofrece de manera nativa y crear aplicaciones de gran utilidad para la visualización e interacción con modelos y algoritmos de optimización como es el caso de estudio de esta investigación. De esta manera se puede obtener una visión completa de los diferentes acercamientos que pueden existir para tratar un mismo problema y generar una perspectiva completa.

Se evidenció cómo el uso de estimadores estadísticos robustos mejora significativamente la formulación clásica del modelo de mínima varianza para estimar los pesos de una cartera de activos. Si bien el uso de la técnica de recorte de la matriz de covarianza no ofrece mejoras importantes en el cálculo de los parámetros de riesgo y rendimiento con respecto al modelo clásico cuando se incluye en su uso la matriz de covarianza muestral, sí se puede ver el progreso cuando la simulación *rolling horizon* revela la reducción de errores de estimación y de variaciones en el rebalanceo de los pesos del portafolio. Asimismo, el uso de esta simulación permite entrever las cualidades de un modelo en particular y ejecutar una valoración más rigurosa de ellas.

El uso de la mediana como medida de distancia estadísticamente robusta y su empleo en la formulación de la co-mediana tiene un efecto manifiesto en el desempeño del modelo de mínima varianza para la optimización de carteras. Su uso dentro la formulación del recorte o encogimiento de este estimador permite alcanzar una mejora significativa en los parámetros de rendimiento, riesgo, razón de Sharpe, estabilidad de rebalanceo de los pesos y eliminación de sus valores atípicos en el proceso de optimización, en comparación con los modelos del estudio de referencia, que incluyen nuevas restricciones de la composición de los pesos de la cartera. Lo anterior perfila a la co-mediana como una excelente herramienta para el análisis y el cálculo estadístico.

Si bien la interfaz desarrollada implementa hasta seis diferentes modelos de optimización de carteras, varios estudios de referencia proponen modelos con diferentes parámetros de ajuste y restricciones nuevas de la formulación del problema de optimización; sin embargo, la interfaz deja la posibilidad abierta para una inclusión futura de estos modelos, lo que la

perfila como una herramienta de aprendizaje interactivo con un rango significativo de mejora y evolución.

## 8. Referencias

- Cabana, E., Laniado, H. y Lillo, R. E. (2019). Multivariate outlier detection based on a robust Mahalanobis distance with shrinkage estimators. *Statistical Papers*, <https://link.springer.com/article/10.1007/s00362-019-01148-1>
- Christopherson, J., Cariño, D. y Ferson, W. (2009). *Portfolio Performance Measurement and Benchmarking*. McGraw-Hill.
- CVX Research (2020). *CVX: Matlab Software for Disciplined Convex Programming* (versión 2.2, enero 2020, build 1148) [software computacional]. Sitio web <http://cvxr.com/cvx/>
- DeMiguel, V., Garlappi, L., Nogales, F. J. y Uppal, R. (2007). A generalized approach to portfolio optimization: Improving performance by constraining portfolio norms. *Management Science*, 55(5), 798-812, mayo.
- DeMiguel, V. y Nogales, F. J. (2009). Portfolio selection with robust estimation. *Operations Research*, 57(3), 560-577, mayo-junio.
- DeMiguel, V., Utrera, M. y Nogales, F. (2011a). Calibration of shrinkage estimators for portfolio optimization. *UC3M, Working Paper 11-15 (10), Statistics and Econometrics Series*. Disponible en <https://pdfs.semanticscholar.org/f768/fac97907ec02ade591af841f9f71a530c957.pdf>
- DeMiguel, V., Utrera, M. y Nogales, F. (2011b). Size matters: Optimal calibration of shrinkage estimators for portfolio selection. *Journal of Banking & Finance*. 37(8), 3018-3034, agosto, <https://doi.org/10.1016/j.jbankfin.2013.04.033>
- Elton, E., Gruber, M., Brown, S. y Goetzman, W. (2014). *Modern Portfolio Theory and Investment Analysis* (9ed). Wiley.
- Falk, M. (1997). On MAD and comedians. *Annals of the Institute of Statistical Mathematics*, 49, 615-644, diciembre, <https://doi.org/10.1023/A:1003258024248>
- French, K. (2020). *Current research returns* [archivo de datos]. Disponible en [http://mba.tuck.dartmouth.edu/pages/faculty/ken.french/data\\_library.html](http://mba.tuck.dartmouth.edu/pages/faculty/ken.french/data_library.html)
- Gutiérrez, D., Laniado, H. y Medina, S. (2018). Robust Estimation of the Covariance Matrix for the Optimal Selection of Investment Portfolios. *DYNA*. 85(207), 328-336, octubre-diciembre, <https://doi.org/10.15446/dyna.v85n207.74883>
- Hubert, M., Debruyne, M. y Rousseeuw, P. (2018). Minimum covariance determinant and extensions. *Wiley Interdisciplinary Reviews: Computational Statistics*. 10. Disponible en <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1002/wics.1421>
- Jensen, M. (1968). The Performance of Mutual Funds in the Period 1945-1964. *The Journal of Finance*, 23(2), 389-416. Disponible en <https://www.jstor.org/stable/2325404>
- Lauprete, G. J., Samarov, A. M. y Welsch, R. E. (2002). Robust portfolio optimization. *Metrika: International Journal for Theoretical and Applied Statistics*, 55(1-2), 139-149, abril, <https://doi.org/10.1007/s001840200193>

- Ledoit, O. y Wolf, M. (2003). Honey, I shrunk the sample covariance matrix. *The Journal of Portfolio Management*, 30(4), 110-119, <https://doi.org/10.3905/jpm.2004.110>. Disponible en <http://www.ledoit.net/honey.pdf>
- Ledoit, O. y Wolf, M. (2004). A well-conditioned estimator for large-dimensional covariance matrices. *Journal of Multivariate Analysis*, 88(2), 365-411, febrero, [https://doi.org/10.1016/S0047-259X\(03\)00096-4](https://doi.org/10.1016/S0047-259X(03)00096-4). Disponible en [http://perso.ens-lyon.fr/patrick.flandrin/LedoitWolf\\_JMA2004.pdf](http://perso.ens-lyon.fr/patrick.flandrin/LedoitWolf_JMA2004.pdf)
- Markowitz, H. (1952). Portfolio Selection\*. *The Journal of Finance*, 7(1), 77-91, <https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.1952.tb01525.x>. Disponible en [https://www.math.ust.hk/~maykwok/courses/ma362/07F/markowitz\\_JF.pdf](https://www.math.ust.hk/~maykwok/courses/ma362/07F/markowitz_JF.pdf)
- MathWorks (s. f.). *Matlab App Designer*. Sitio web <https://la.mathworks.com/products/matlab/app-designer.html>
- Mora Valencia, A. (2010). Estimadores del índice de cola y el valor en riesgo. *Cuadernos de Administración (Universidad del Valle)*, 44, 71-88, julio-diciembre. Disponible en [http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S0120-46452010000200005&lng=en&tlng=es](http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0120-46452010000200005&lng=en&tlng=es)
- Merton, R. (1972). An analytic derivation of the efficient portfolio frontier. *The Journal of Financial and Quantitative Analysis*. 7(4), 1851-1872, septiembre. Disponible en <https://www.jstor.org/stable/2329621?origin=JSTOR-pdf&seq=1>
- D'Errico, J. (2020). *nearestSDP* (versión 1.1.0.0, julio) [software computacional]. MatLab Central File Exchange. Disponible en <https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/42885-nearestspd>
- Puerta, A. y Laniado, H. (2010). Diseño de estrategias óptimas para la selección de portafolios, un análisis de la ponderación inversa al riesgo (PIR). *Lecturas de Economía*. 73, 243-273, julio-diciembre. Disponible en <http://www.scielo.org.co/pdf/le/n73/n73a10.pdf>
- Rousseeuw, P. J. (1984). Least median of squares regression. *Journal of the American Statistical Association*, 79(388), 871-880. Disponible en [http://web.ipac.caltech.edu/staff/fmasci/home/astro\\_refs/LeastMedianOfSquares.pdf](http://web.ipac.caltech.edu/staff/fmasci/home/astro_refs/LeastMedianOfSquares.pdf)
- Rousseeuw, P. J. y Van Driessen, K. (1999). A fast algorithm for the minimum covariance determinant estimator. *Technometrics*. 41(3), 212-223.
- Sajesh, T. A. y Srinivasan, M. (2012). Outlier detection for high dimensional data using the comedian approach. *Journal of Statistical Computation and Simulation*, 82(5), 745-757, <https://doi.org/10.1080/00949655.2011.552504>
- Sharpe, W. F. (1963). A simplified model for portfolio analysis. *Management Science*, 9(2), 277-293. Disponible en [https://www.utc.wa.gov/\\_layouts/15/CasesPublicWebsite/GetDocument.ashx?docID=1029&year=2017&docketNumber=170485](https://www.utc.wa.gov/_layouts/15/CasesPublicWebsite/GetDocument.ashx?docID=1029&year=2017&docketNumber=170485)
- Sharpe, W. F. (1965). Mutual fund performance. *The Journal of Business*. 39, 119-138. Disponible en

[http://www.stat.ucla.edu/~nchristo/statistics\\_c183\\_c283/sharpe\\_\\_mutual\\_fund\\_performance.pdf](http://www.stat.ucla.edu/~nchristo/statistics_c183_c283/sharpe__mutual_fund_performance.pdf)

Sharpe, W. F. (1994). The Sharpe Ratio. *The Journal of Portfolio Management*. 21(1), 49-58, <https://doi.org/10.3905/jpm.1994.409501>

Sortino, F. y Price, L. (1994). Performance measurement in a downside framework. *Journal of Investing*. 3(3), 59-64, <https://doi.org/10.3905/joi.3.3.59>

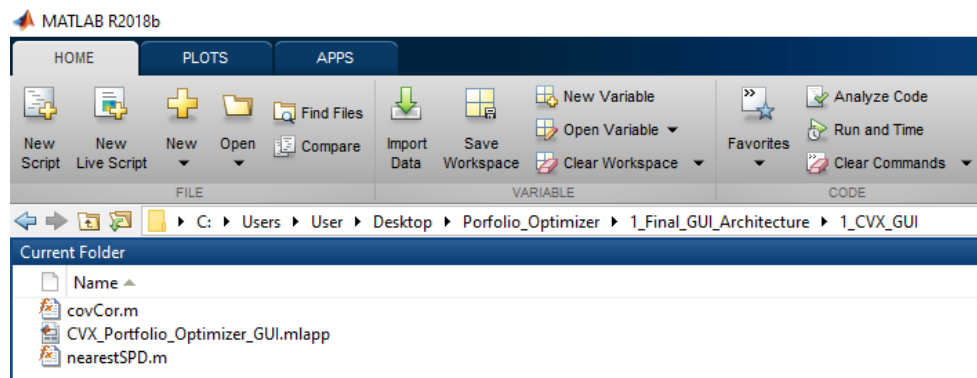
## 9. Anexos

### 9.1 Anexo 1. Puesta en marcha de la GUI con el uso de la CVX

El uso de la *library* de CVX (2020) no permite la compilación de la GUI como una aplicación de escritorio *stand-alone*. Según DeMiguel, Garlappi, Nogales y Uppal (2007), no está diseñada para tal propósito; por esta razón se presentan a continuación los pasos para poder ejecutar la GUI con el uso de la CVX.

- 1) Abrir la aplicación Matlab en cualquiera de las versiones aptas para correr la aplicación.
- 2) Añadir al *path* de trabajo de Matlab la ruta donde se encuentra el archivo *.mlapp* ligado a la GUI, como se muestra en la Figura 32.

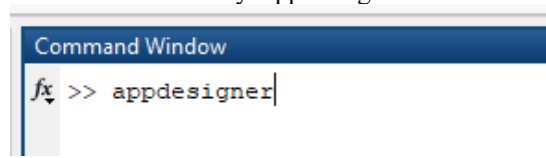
Figura 32. Ejemplo de configuración del Work Path de Matlab para la ejecución de la GUI utilizando la *library* CVX



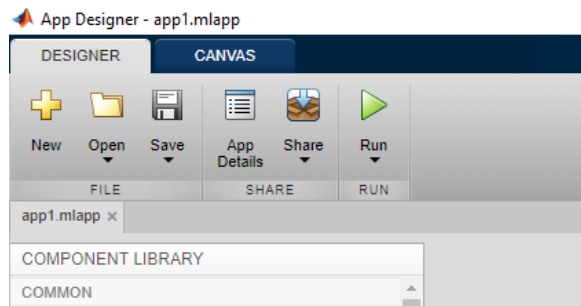
Fuente: MathWorks (s. f.).

- 3) Luego de fijar el Work Path, ejecutar en la consola de comandos de Matlab el comando `app designer`. Esto lanzará la interfaz de trabajo de App Designer, como se muestra en la Figura 33b.

Figura 33. a) Comando para lanzar el App Designer desde la ventana de comandos de Matlab. b) Interfaz de la utility App Designer



a)

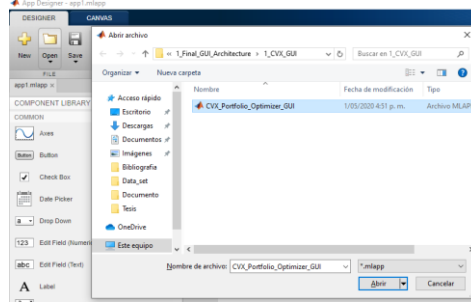


b)

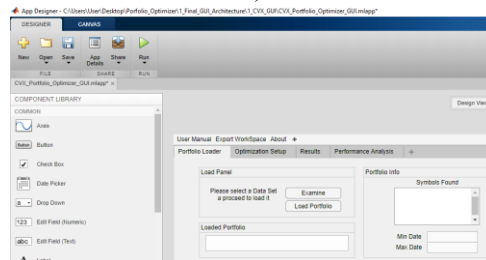
Fuente: MathWorks (s. f.).

4) Navegar hasta la ruta donde se encuentra el archivo CVX\_Portfolio\_Optimizer\_GUI.mlapp y abrirlo usando el botón “Open”, que se muestra en la Figura 34<sup>a</sup>; esto abrirá la GUI, como se muestra en la Figura 34b. Paso seguido, lanzar su ejecución con el botón “Run”, que abrirá la GUI para iniciar su operación habitual.

Figura 34. a) Cuadro de diálogo para la apertura de los archivos .mlapp de App Designer b) Interfaz de App Designer luego de seleccionar la GUI de optimización de portafolios



a)



b)

Fuente: MathWorks (s. f.).

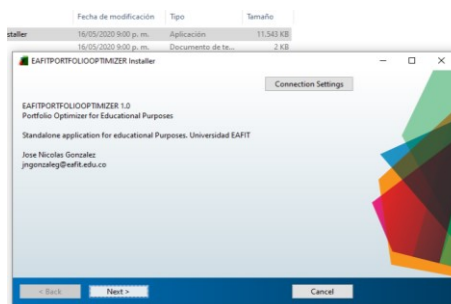
## 9.2 Anexo 2. Instalación de la GUI como una aplicación *stand-alone* usando el *solver* QuadProg nativo de Matlab

Mediante el uso del *solver* Quadprog, nativo de Matlab es posible compilar la GUI como una aplicación de escritorio *stand-alone* que faculta al usuario a operarla sin el software de Matlab en su estación de cómputo y sin perder ninguna de sus funcionalidades.

Con el propósito de facilitar la difusión de la GUI y perfilarla como un medio interactivo de enseñanza de la MPT, se generó una versión en la que se cambia el uso de la *library* CVX por el *solver* Quadprog para generar un archivo de instalación distribuible entre varios usuarios. Para ello deben seguirse los siguientes pasos:

- 1) Navegar hasta la ruta en donde se encuentra el instalador de la aplicación. El archivo .txt “readme” proporciona al usuario información del compilador de Matlab que debe tener instalado en su máquina; en caso de que no lo tenga, el instalador se encarga de descargarlo de la red y posteriormente procede a instalar la aplicación. La GUI utiliza el compilador 9.5 de Matlab.
- 2) Ejecutar el instalador como administrador. Se desplegará el cuadro de diálogo que se muestra en la Figura 35, con la información relacionada con la aplicación. Dar clic en “Next”.

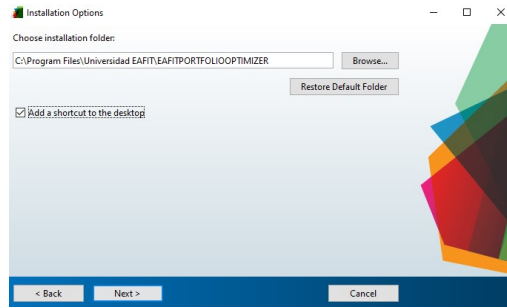
Figura 35. Cuadro de diálogo de bienvenida del programa de instalación de la GUI



Fuente: MathWorks (s. f.).

- 3) Seleccionar la ruta en la que se desea instalar la aplicación y la opción de generar un acceso directo de ella el escritorio –si es requerido–, como se muestra en la Figura 36. Al finalizar dar clic en “Next”.

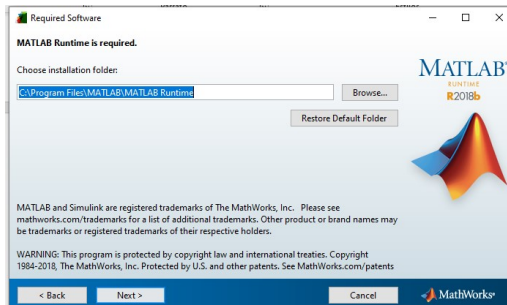
Figura 36. Cuadro de diálogo de selección de ruta de instalación y generación de acceso directo en el escritorio



Fuente: MathWorks (s. f.).

- 4) Seleccionar la ruta de instalación del compilador de Matlab; en caso de que el usuario ya cuente con él no será necesaria su instalación y el programa de instalación lo omitirá.

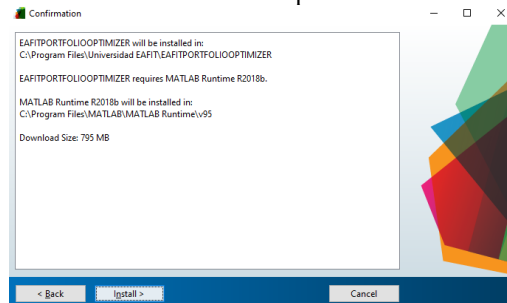
Figura 37. Cuadro de diálogo para la selección de la ruta de instalación del compilador de Matlab asociado a la GUI



Fuente: MathWorks (s. f.).

- 5) Aceptar la licencia de uso y dar clic al botón “Next”. Se desplegará un cuadro informativo listando los productos que se van a instalar. Dar clic en “Install”.

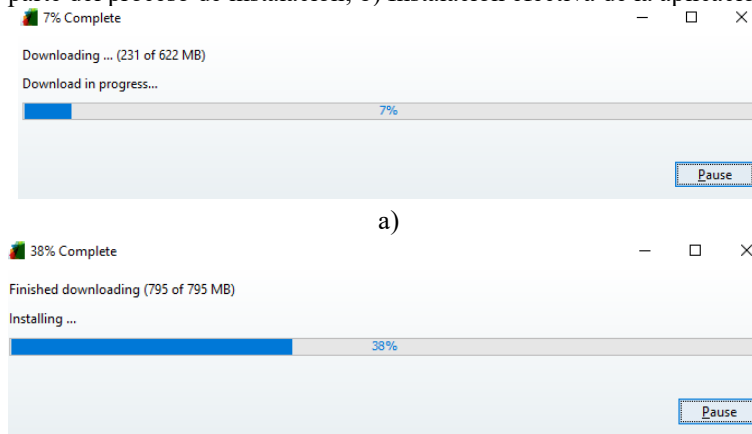
Figura 38. Cuadro de diálogo donde se listan los productos que se van a instalar, paso previo a la instalación efectiva de la aplicación



Fuente: MathWorks (s. f.).

- 6) Esperar a la finalización del proceso de instalación, que tomará algunos minutos dependiendo de la velocidad de la conexión de internet, en caso de que la instalación incluya el compilador de Matlab.

Figura 39. a) Cuadro de diálogo de instalación informando de la descarga del compilador de Matlab como parte del proceso de instalación; b) Instalación efectiva de la aplicación



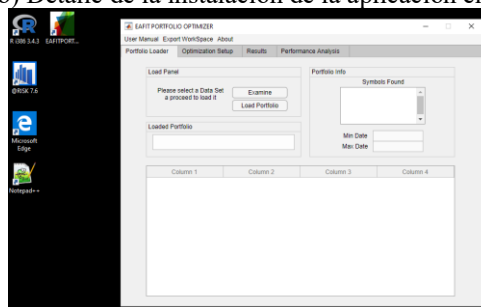
a)

b)

Fuente: MathWorks (s. f.).




7) Una vez finalizada la instalación, dar clic al botón “Finish”. En el escritorio del equipo deberá observarse el acceso directo a la aplicación. En el panel de control, la aplicación aparecerá como uno de los programas instalado en la máquina.

Figura 40. a) Acceso directo en el escritorio y la GUI en operación como una aplicación *stand-alone* luego de instalada; b) Detalle de la instalación de la aplicación en la máquina



a)

### Aplicaciones y características

	EAFITPORTFOLIOOPTIMIZER	20/05/2020
	El tiempo Microsoft Corporation	Cargando... 29/03/2020
	Energy Star	6,65 MB 31/03/2017

b)

Fuente: MathWorks (s. f.).

Se proporciona un video tutorial donde se ilustran los pasos de instalación.<sup>9</sup>

<sup>9</sup> J. N. González Guatibonza (2020). *Video tutorial app de optimización de portafolios EAFIT*. Disponible en <https://youtu.be/uVoozcZS63U>

### 9.3 Anexo 3. Estructura del paquete de entrega del software

Como parte de la entrega del software asociado a la investigación, se entrega un fichero de nombre 1\_PortOpt\_GUI\_Architecture con el siguiente contenido:

- 1) 1\_CVX\_GUI. Contiene los ficheros .m y .mlapp para la ejecución de la aplicación mediante el uso de la *library* CVX.
- 2) 2\_QuadProg\_GUI. Contiene el archivo de instalación de la aplicación como *stand-alone application* mediante el uso del *solver* QuadProg y un archivo “readme” relacionado con el “versionamiento” del compilador de Matlab con el que opera la aplicación.
- 3) 3\_Matlab\_Codes. Contiene los códigos .m por modelo de optimización implementado junto con los archivos .mlapp relacionados con el uso del *solver* QuadProg.
- 4) Archivo “readme”. Contiene una descripción del contenido de la carpeta junto con el proceso de instalación de la aplicación.