

**ESTIMACIÓN DE LA DEMANDA DE DINERO**

**ANÁLISIS PARA EL CASO COLOMBIANO (1994-2006)**

SANDRA PATRICIA JARAMILLO RONDEROS

CATALINA CARRASCO MONTOYA

ASESOR DE TESIS

CARLOS ANDRÉS CANO GAMBOA

UNIVERSIDAD EAFIT

ESCUELA DE ADMINISTRACIÓN

DEPARTAMENTO DE ECONOMÍA

MEDELLÍN

2008

## CONTENIDO

Resumen	3
1. Introducción	4
2. Marco Teórico	6
3. Evidencia Empírica	18
4. Modelo de Cointegración	23
4.1 Formulación del Modelo	24
4.2 Descripción de los Datos	29
4.3 Fuente de los datos	29
4.4 Variables del Modelo	30
4.5 Hechos Estilizados	31
4.6 Resultados del modelo	37
5. Conclusiones	43
6. Bibliografía	45
8. Anexos	48

## Lista de gráficos

Gráfico 1: Límites para el control de los flujos de efectivo	13
Gráfico 2: Comportamiento de la DTF en el período 1994-2006	32
Gráfico 3: Tasa de crecimiento trimestral anual de M3 en el período 1994-2006	33
Gráfico 4: Comportamiento de M3 en el período 1994-2006	33
Gráfico 5: Tasa de crecimiento trimestral anual de la Inflación en el período 1994-2006	34
Gráfico 6: Dinámica de la DTF con M3 en el periodo 1994-2006	35
Gráfico 7: Dinámica DTF y PIB en el período 1994-2006	36
Gráfico 8: Dinámica PIB y M3 en el período 1994-2006	36
Gráfico 9: Dinámica de la Inflación y DTF en el período 1994-2006	37

## RESUMEN

Este trabajo tiene como objetivo realizar un análisis de la evolución y relevancia académica y empírica de la demanda de dinero y determinar la relación existente entre las variables monetarias en Colombia en el período 1994-2006, a través de un modelo de cointegración estacional el cual explora una forma alternativa de enfrentar la inestabilidad de la demanda de dinero.

La idea principal es que el dinero juega un papel fundamental para lograr una política monetaria exitosa y su estimación es necesaria para lograr identificar los mecanismos mediante los cuales los impactos económicos se producen. El trabajo permite establecer dicha relación económica en primer lugar con fundamentos teóricos, luego con evidencia empírica y por último por medio de instrumentos econométricos.

**Palabras Claves:** Política Monetaria, *Inflation Targeting*, Demanda de Dinero, Modelo de Cointegración Estacional, Test de HEGY.

JEL: E30, E41, E4, E52, E61.

## 1. Introducción

La especificación de la función de demanda de dinero, así como su relación con las distintas variables económicas, tiene importantes implicaciones para el diseño de la política macroeconómica y es clave para lograr una política monetaria exitosa. El dinero juega un papel fundamental en la creación, propagación y contención de los ciclos económicos y por esto es necesario identificar los mecanismos mediante los cuales dichos impactos se producen, además implementar un régimen monetario que logre un control y estabilización de las variables económicas.

En Colombia, en los años de la década de 1990, el Banco de la República seguía como instrumento de política monetaria el control de los agregados. Para tal fin se crearon corredores para la base monetaria y para M3 más bonos<sup>1</sup>, los cuales eran construidos por medio de una demanda de dinero o por medio de la teoría cuantitativa del dinero y se relacionaban entre sí por medio de los requisitos de encaje. Si la base monetaria se desviaba de su línea de referencia, el banco podía realizar intervenciones en la tasa de interés hasta lograr las correcciones, o podía no hacerlo, discrecionalmente<sup>2</sup>. Sin embargo, los cambios en la cantidad de dinero y sus impactos sobre los precios no eran lo suficientemente informativos y por tanto no se podían extraer perspectivas inflacionarias de corto plazo. Intentar que el dinero creciera a una determinada tasa generaba volatilidad indeseada en las tasas de interés, provocando movimientos en los niveles de actividad, haciendo difícil estabilizar la inflación<sup>3</sup>.

---

<sup>1</sup> En algunos años hubo corredores para M1. A comienzos de 1996 la Junta Directiva aprobó corredores para los agregados monetarios de medios de pago (M1) y oferta monetaria ampliada (M3) que implicaba una tasa anual de crecimiento, en su punto medio, de 23% y 31.4%, respectivamente. Estos corredores eran revisados por la Junta, teniendo en cuenta el menor nivel de actividad económica y el nivel de tasas de interés observado.

<sup>2</sup> GÓMEZ J. (2006) “La Política Monetaria en Colombia”. En: Borradores de Economía, Banco de la República, No. 394. La discrecionalidad se define como la política monetaria diseñada por el banco central periodo a periodo según la información que tenga del estado actual de la economía, otorgando flexibilidad a la actuación de los bancos centrales y permitiendo contar con la mayor cantidad posible de elementos de juicio para la toma de sus decisiones. La credibilidad en las políticas en la autoridad monetaria es suficiente para que se pueda mantener algún grado de discrecionalidad.

<sup>3</sup> Este enfoque de buscar las anclas nominales en los agregados monetarios se fue deteriorando por cuenta de las innovaciones financieras y sus respuestas a los marcos regulatorios que carecían de una visión internacional.

El nuevo esquema dio lugar a la necesidad de identificar si puede aplicarse una regla predeterminada que le otorgue credibilidad a la política monetaria. La regla más utilizada por los bancos centrales ha sido la regla de Taylor (1993)<sup>4</sup>, la cual no solo considera el objetivo de inflación, sino también la variación de la brecha del producto a partir de la manipulación de las tasas de interés.

En este contexto, es importante entender los efectos que tiene la demanda de dinero en la economía, ya que la comprensión de dicha variable es esencial para la aplicación de la política monetaria. Bajo el esquema de metas, el dinero juega un papel relevante, ya que el análisis de las proyecciones toma en cuenta todos los antecedentes disponibles que se consideren de utilidad, por lo que las implicaciones del dinero en la política monetaria dependen de su aporte como señal de la inflación futura en el horizonte de política. Así, el dinero se convierte directamente en un indicador de presiones inflacionarias en el corto y el mediano plazo.

Para la ejecución de la política monetaria, sea cual sea el régimen que se escoja, se requiere conocer, en todo momento y con la mayor precisión posible la relación entre la demanda de base monetaria y su oferta. Esta relación es relevante cuando la estrategia de la política monetaria se guía por indicadores cuantitativos y el precio fluctúa, como también cuando la meta intermedia es la tasa de interés y el banco central requiere anticipar los flujos de liquidez de corto plazo.

El período de 1994 a 2006 es importante porque abarca un ciclo económico completo, es decir, cubre un período de crecimiento entre 1994 y 1997, luego se presenta un período de

---

<sup>4</sup> La regla de Taylor se apoya en una tasa de interés nominal que cuando, el PIB real y la tasa de inflación exceden su objetivo, se incrementa para generar un aumento de la tasa de interés real y así reducir la demanda agregada. Al revés, si la inflación y el PIB caen por debajo del objetivo, se recomienda recortar las tasas de interés nominal para aumentar la demanda agregada por la vía de un aumento de la tasa de interés real. Así, la tasa de interés nominal de corto plazo debería ser función creciente de la tasa de inflación y de la producción real para objetivos dados en ambas variables. La forma general de la regla de Taylor puede ser expresada así:

$$i_t = r^* + \pi_t + \Phi_\pi(\pi_t - \pi^*) + \Phi_y(y_t - y^*)$$

Donde  $i$  es la tasa de interés nominal de corto plazo,  $r^*$  es la tasa de interés real de equilibrio de largo plazo,  $y$  es el producto de la economía,  $y^*$  es el producto potencial de la economía y  $\pi^*$  es la meta de inflación fijada por el banco central.

recesión entre 1998 y finales del 1999, y finalmente del año 2000 en adelante se presenta nuevamente una etapa de recuperación (crecimiento). Además, se identificarán los determinantes de la demanda de dinero en Colombia, a partir del mecanismo de inflación objetivo y se analizará el comportamiento de la demanda de dinero en Colombia en el período mencionado, a partir de relaciones de causalidad entre variables monetarias.

## 2. Marco Teórico

La demanda de dinero<sup>5</sup> se refiere fundamentalmente a la demanda de saldos reales. Esto implica que los individuos poseen dinero por su poder adquisitivo y no por las cantidades del mismo. Por tanto, la demanda real de dinero no se altera por variaciones de los precios, dados unos niveles de ingreso y tasa de interés. En la especificación de la demanda de dinero, se encuentran dos variables determinantes: 1) el nivel de ingreso (como variable de escala) y 2) la tasa de interés (como el costo de oportunidad de tener dinero). Sin embargo, estas variables no son las únicas que pueden considerarse en el estudio de la demanda de dinero. Abel y Bernanke (2005) incorporan además, el nivel de precios, como un determinante para la demanda de dinero nominal ya que a mayores precios, mayor será la necesidad de liquidez y por tanto la demanda de dinero será mayor.

La demanda de dinero dependerá también de los retornos esperados por otros activos; la riqueza, al obtener ingresos extras puede causar un incremento moderado en la demanda de dinero; además se debe tener en cuenta el riesgo, ya que cuando se percibe un mayor nivel de incertidumbre en la economía se incrementa la elasticidad por el dinero. La liquidez de otros activos tiene una relación inversa con la demanda de dinero, ya que entre más líquidas sean otras inversiones, menor será la necesidad de mantener dinero<sup>6</sup>.

---

<sup>5</sup> El dinero es definido entonces como aquellos activos que son generalmente usados como medio de pago. En la economía existen una gran variedad de activos financieros, que van desde el efectivo hasta títulos que representan derechos sobre otros activos financieros (Dornbusch, Fischer y Startz, 2005). Según Blanchard y Pérez (2000), un bien para ser considerado dinero debe cumplir con las siguientes características: 1) debe ser fácilmente divisible y aceptado por el público a cambio de otros bienes y servicios, 2) debe conservar valor, 3) debe ser considerado como la unidad de cuenta de una economía.

<sup>6</sup> También son importantes aspectos como la tecnología, pues la introducción de las tarjetas de crédito, cajeros automáticos, redes telefónicas y sistemas computarizados, permiten a las personas realizar transacciones sin dinero o mantenerlos en una cuenta y retirar cada vez que necesite. Abel y Bernanke (2005) incluyen esta

La elasticidad también es una variable importante a la hora de analizar la demanda de dinero, pues no solo es importante estudiar que variables afectan la demanda de dinero, sino también la magnitud en la que la impactan. La elasticidad de ingreso de la demanda de dinero, es el porcentaje en que cambia la demanda de dinero cuando el ingreso aumenta (o disminuye) en 1%. Igualmente, la elasticidad tasa de interés de la demanda de dinero, es el porcentaje en que cambia la demanda de dinero ante un aumento (o disminución) de 1% en la tasa de interés. Respecto a esto, Keynes, al formalizar dentro de la función de demanda de dinero la tasa de interés, analizó que a un nivel dado de tasa de interés, los individuos están dispuestos a mantener cualquier cantidad de dinero que se ofrezca. Por tanto, en este punto, la demanda de dinero será perfectamente elástica con respecto a la tasa de interés (Sriram 1999)<sup>7</sup>.

#### *Demanda de dinero: aspectos teóricos desde distintas escuelas ideológicas*

En la literatura económica sobre el tema de la demanda de dinero existen diferentes desarrollos teóricos. Las escuelas clásicas, austriaca, keynesianas y neokeynesianas han realizado los estudios más significativos y por esto es importante hacer una comparación entre estas teorías.

Los clásicos parten del supuesto de que la economía siempre está en el nivel de pleno empleo y los precios son flexibles, es decir, el ajuste se hace tan rápido, que en el corto plazo las decisiones de política monetaria no tienen efectos sobre las variables reales, y por tanto las variaciones en la oferta nominal de dinero se traducen proporcionalmente en un incremento de los precios, es decir, el dinero es neutral<sup>8</sup> (Abel y Bernank, 2005). En una

---

variable como determinante en la demanda de dinero y también se incluyó esta variable en algunos modelos postkeynesianos.

<sup>7</sup> Esta situación se denomina “Trampa de la liquidez”, pues la elasticidad tasa de interés de la demanda de dinero puede ser infinita en niveles muy bajos de esta. Esto implica que la curva LM es completamente horizontal y que las variaciones de la cantidad de dinero no la afectan, (Dornbusch, Fischer y Startz 2005)

<sup>8</sup> La neutralidad del dinero se refiere a que incrementos en la oferta monetaria nominal, aumenta los saldos reales, disminuyendo la tasa de interés real y aumentando la demanda de bienes. Cuando la demanda supera la oferta, las empresas incrementan sus precios sin alterar la tasa de interés real, la producción y el empleo, debido a la velocidad de ajuste de los precios. Para los clásicos la expansión monetaria se transmite rápidamente a los precios y tiene un efecto más transitorio en las variables reales. Para los keynesianos, el ajuste de los precios es más lento y por tanto creen en la neutralidad del dinero en largo plazo (después del ajuste de los precios) y no en el corto plazo.

economía así, el papel del dinero es simple: servir como numerario para expresar precios y valores, y facilitar el intercambio de bienes (Sriram 1999).

Un concepto relacionado con la demanda de dinero es la velocidad y está definida como una medida de la circulación del dinero en la economía. Este concepto viene de la Teoría Cuantitativa del Dinero, la cual fue desarrollada bajo el marco de equilibrio clásico y surgieron dos expresiones equivalentes. La primera se denominó “Ecuación de cambio” y está asociada a Fisher (1911) de la Universidad de Yale; la segunda se denominó “Aproximación de Cambridge o Balance de Efectivo”, desarrollada por Pigou (1917) en particular y Marshall (1923). Ambas versiones se centran en el dinero como medio de cambio. Sin embargo, estas aproximaciones tomaron enfoques distintos; mientras que la primera versión se basó en los detalles institucionales del mecanismo de pagos, la aproximación de Cambridge se basó en los motivos individuales que llevan a demandar dinero (Sriram 1999)<sup>9</sup>.

Fisher (1911) introduce el concepto de velocidad al desarrollar la siguiente expresión:  $M_s V_t = P_t T$ , donde  $M_s$  es la cantidad de dinero,  $V_t$  es la velocidad de circulación del dinero,  $P_t$  es el nivel de precios y  $T$  es el volumen de transacciones. La cantidad de dinero y la velocidad son variables independientes de las demás. El volumen de transacciones ( $T$ ) está determinado, ya que bajo los supuestos clásicos la economía se encuentra en pleno empleo. Por lo tanto, el nivel de precios es proporcional a la cantidad de dinero. La expresión de cambio de Fisher implica entonces que la tenencia de dinero facilita las transacciones y por tanto no tiene utilidad intrínseca y además, supone que la velocidad es constante y por esto no depende del ingreso ni de la tasa de interés.

Schumpeter (1945) refiriéndose a la expresión de Fisher, señaló que en la ecuación de cambio,  $M_s$  es la variable activa más importante y  $PT$  es la variable pasiva. La variable de velocidad incorpora elementos tecnológicos y arreglos institucionales del sistema

---

<sup>9</sup> La Escuela de Cambridge realiza una aproximación mucho más explícita que la de Fisher, al incluir la riqueza y la tasa de interés en la determinación de la demanda de dinero (Sriram 1999). Esto se denominó la “aproximación de Cambridge” o el balance de efectivo, asociado especialmente a Pigou (1917) y Marshall (1923).

monetario y asume que esta variable tiende a ser estable en el corto plazo. Además, bajo los supuestos clásicos, la cantidad de dinero está determinado y es independiente de otras variables, por lo tanto, asumiendo  $M_s$  exógeno y  $VT$  y  $T$  constantes, el nivel de precios de equilibrio es proporcional a la cantidad de dinero, y el dinero es neutral.

En esta formulación alternativa a la teoría cuantitativa se relaciona la cantidad de dinero con el nivel de renta y hace énfasis en la importancia de la demanda de dinero en la determinación del nivel de precios. El dinero es concebido además como medio de cambio, depósito de valor que provee satisfacción a los tenedores al brindarles seguridad. Se asume que para un nivel individual de riqueza, el volumen de transacciones y el nivel de ingresos en periodos de tiempo corto, se mueven proporcionalmente uno con el otro de manera estable.

Así, con todo lo demás constante, la demanda de dinero nominal ( $Md$ ) es proporcional al nivel nominal de ingreso ( $Py$ ), para cada individuo y para el agregado, se tendría que  $Md = kPy$  donde  $k$  depende de otras variables como la tasa de interés y la riqueza, pero principalmente del nivel de transacciones. Incorporando la condición de equilibrio  $M_s = Md = M$ , la expresión equivalente será entonces  $Mv = Py$  donde  $V$  es ahora la velocidad de circulación del ingreso determinado por factores tecnológicos e institucionales que se asumen estables. Dado que  $y$  es el ingreso real y  $V$  es fija, el dinero es “neutral”, lo cual también se concluye en la teoría cuantitativa del dinero.

Entre estas dos aproximaciones anteriormente descritas, existen algunas diferencias a señalar: 1) Los economistas de Cambridge se preguntaron que factores determinan la demanda de dinero para un individuo particular mientras que Fisher se centró en la cantidad de dinero en la economía (como un agregado) necesaria para realizar el volumen de transacciones; 2) el dinero no es solamente un medio de cambio como en el caso de Fisher, sino también es un depósito de valor que provee satisfacción a los tenedores al brindarles seguridad; y, 3) el concepto de demanda de dinero es mucho más explícito en la expresión de Cambridge, ya que incluyen factores como la riqueza y la tasa de interés.

Friedman (1956), por su lado, planteó la teoría cuantitativa moderna considerando la demanda de dinero como la de un bien durable que se ve afectada por: 1) restricción de la demanda, pues dentro del concepto de riqueza se incluye también la riqueza humana. Se resalta que cuanto mayor capacitación tenga un individuo, mayor será el valor de los ingresos futuros; 2) el rendimiento del dinero los cuales deben ser ajustados por las pérdidas de ganancia o pérdidas de capital, y el costo de oportunidad; y, 3) los gustos y las preferencias, pues se debe incluir factores que tienen efectos sobre la utilidad que se asigna a los servicios proporcionados por el dinero, como el grado de estabilidad económica, la movilidad del capital y el volumen de las operaciones que implican transferencias de riqueza con respecto al ingreso, entre otros (Blanchard y Pérez 2000).

Para los austriacos, dos son los elementos principales de la macroeconomía: el tiempo y el dinero (Garrison 2001). El dinero es el medio de cambio, pues todo intercambio de bienes se realiza a través del intercambio de dinero, y el tiempo, es el medio de acción, pues toda acción se realiza en el tiempo. El dinero, al ser un medio de cambio generalmente aceptado, se caracteriza por no poseer un mercado propio y porque se intercambia en todos los mercados de bienes. Así, cambios en la oferta y demanda de dinero afectarán a todos los mercados y en particular, afectarán el proceso de formación de precios que se produce en estos mercados.

Del análisis del tiempo, surge la concepción de la tasa de interés, la cual es vista como el “precio del tiempo” y deriva su existencia a las preferencias intertemporales de los individuos. Cuando la tasa de interés deja de ser un indicador confiable de las preferencias temporales de la gente, como sucede ante una expansión de la oferta monetaria, el resultado será una descoordinación que afectará a todas las actividades productivas (Wachnitz 2002).

Por tanto, el dinero es visto como un medio de pago y un regulador de todos los mercados donde se transan bienes. La determinación del precio de los bienes se debe a factores subjetivos, es decir, las utilidades marginales de cada una de las partes que intercambia, y las fluctuaciones de estos reflejan cambios en las preferencias de los individuos. La

distorsión de los precios transmite información imprecisa y se produce una mala asignación de los recursos.

La causa de esta distorsión radica en la política monetaria. La cantidad óptima de dinero se establece en el mercado igual que la cantidad de cualquier mercancía: por oferta y demanda. Los cambios en la demanda hacen variar el poder adquisitivo del dinero, y por lo tanto su producción aumentará o disminuirá. Cuando el gobierno fija coercitivamente una cantidad de dinero superior a la que el mercado libre hubiese determinado está distorsionando los precios relativos, generando inflación (Cachanosky 2000).

Esta escuela se diferencia de la teoría de Cambridge en cuanto a que esta última parte de un análisis del mercado en situación de equilibrio, mientras que los austriacos parten de una alteración de los mercados. Respecto a la teoría de Friedman (1956) también difieren, pues Friedman compara el crecimiento de la cantidad de dinero con el aumento de la producción y no con la cantidad de dinero que se fijaría en un mercado libre de interferencia estatal.

Los aportes de los economistas neoclásicos también son importantes. Estos consideraron que el papel principal del dinero es servir como medio de cambio; enfatizaron en el papel de depósito de valor, pero no hicieron explícito el rol de la tasa de interés en la determinación de la demanda de dinero. Fueron los desarrollos keynesianos los que dieron una explicación formal de la importancia de la tasa de interés como variable que afecta la demanda de dinero.

Siguiendo el modelo keynesiano, existen tres motivos fundamentales por los cuales se demanda dinero: transacción, precaución y especulación. El *motivo transacción* supone que se demanda dinero para la adquisición de bienes y servicios como una función creciente de la renta, es decir, se mira el dinero como medio de cambio, lo cual es similar a lo expresado en la teoría cuantitativa del dinero. El *motivo precaución* se refiere a que se demanda dinero para prevenir situaciones y para dar seguridad ante eventualidades.

Este aspecto también depende positivamente de la renta. El *motivo de especulación*, es el elemento diferenciador entre la teoría keynesiana y la clásica. Este factor es lo que Keynes denomina “preferencia por liquidez”, que se refiere a que los individuos deseen incrementar su dinero, y por tanto es importante para ellos la futura tasa de interés. La incertidumbre ya había sido considerada anteriormente por Marshall y Pigou como un posible factor para demandar dinero en el futuro. De esta forma, la tasa de interés fue formalmente introducida en la función de demanda de dinero, la cual puede ser representada así:

$$Md = L(Y, i)$$

Donde la demanda de dinero real  $Md$  es función del ingreso real  $Y$  y la tasa de interés  $i$ . Por tanto, la teoría keynesiana de demanda de dinero, se basa en principios reales y no existe la neutralidad del dinero en el corto plazo (Abel y Bernanke 2005).

Los desarrollos poskeynesianos sobre la demanda de dinero son teorías enfocadas al motivo transacción, precaución y depósito de valor. Baumol (1952) y Tobin (1956) desarrollaron un modelo en el cual el individuo debe escoger entre mantener dinero en efectivo o tener dinero en forma de activos (Driscoll, 2001). Los activos pagan una rentabilidad, el efectivo no; pero para realizar transacciones es necesario mantener dinero<sup>10</sup>. Por lo tanto, los individuos minimizan los costos de transacción (asociados al desplazamiento al banco) y los intereses pedidos por mantener dinero. La expresión para la demanda de dinero será:

$$M = P\sqrt{(YF / 2i)}$$

Donde  $M$  es la demanda de dinero nominal,  $Y$  es el ingreso,  $F$  es el costo de las transacciones e  $i$  es la tasa de interés. Finalmente, los agentes de la economía se enfrentan a una situación donde deben elegir como distribuir sus ahorros, cuanto en activos y cuanto en dinero, y dado que el riesgo reduce la utilidad de los agentes, si se destina una mayor parte de los ahorros a los activos, es porque el mayor riesgo asumido lo compensará la mayor riqueza esperada.

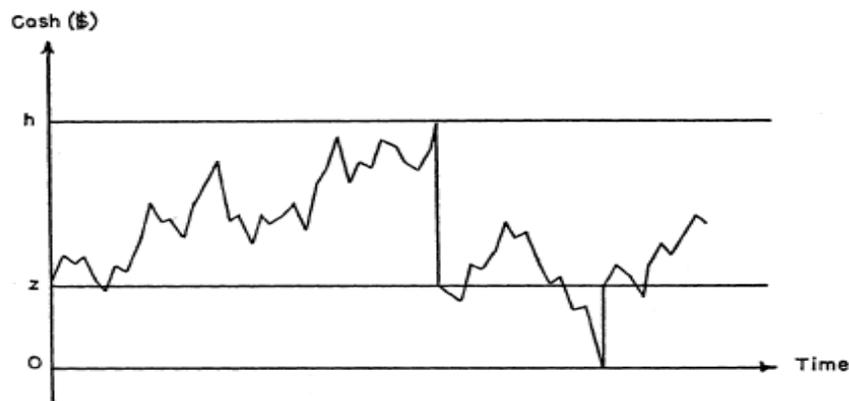
---

<sup>10</sup> Se supone que todos los pagos se realizan con dinero.

El modelo de inventarios de Miller (1966) y Orr (1968), el cual fue desarrollado originalmente para la demanda de dinero de las firmas, plantea la determinación del punto óptimo de retorno, es decir, demuestra como las entidades pueden gestionar sus saldos de efectivos y minimizar sus costos al no poder predecir las entradas y salidas del mismo; El saldo de tesorería es establecido impredeciblemente hasta que llega a un límite superior, en ese momento la empresa compra títulos necesarios para hacer volver el saldo de efectivo a un nivel más normal. Nuevamente establece el saldo hasta que llegue a un límite inferior, cuando lo hace la empresa vende los títulos necesarios para devolver el saldo a un nivel deseable. El establecimiento de estos límites dependen de tres factores: Si la variabilidad diaria de los flujos de caja es grande o si el costo de comprar y vender títulos es alto entonces la empresa deberá establecer límites de control muy separado, por el contrario si el tipo de interés es alto los límites deberán establecerse más próximos. El nivel deseable de efectivo dependerá de los costos de transacción de la compra o la venta de valores negociables y el costo de oportunidad de la tenencia de efectivo.

Las firmas desean minimizar el comportamiento promedio de los flujos de efectivo mediante una “política simple” la cual les ayude a mantener el control de los dos parámetros ( $h$ ) y ( $z$ ), límites superior e inferior respectivamente, los cuales se muestran en el gráfico 1.

**Gráfico 1: Límites para el control de los flujos de efectivo**



Fuente: Miller-Orr (1966).

Por lo tanto, esta política implica que cuando el flujo de efectivo alcance el límite superior, se convertirá el dinero en otros activos del portafolio en una cantidad  $(h-z)$  unidades; por otro lado cuando el límite inferior sea alcanzado se convertirán los activos del portafolio en  $(z)$  unidades de efectivo (Miller y Orr 1966). Dada esta estructura de política  $(h, z)$ , el costo diario esperado de manejar el flujo de efectivo de las firmas para un horizonte finito de  $T$  días, se expresa formalmente así:

$$\varepsilon(c) = \gamma \frac{\varepsilon(N)}{T} + v\varepsilon(M)$$

Donde  $\varepsilon(N)$  es el número esperado de transferencias del portafolio (en cualquier dirección) durante el horizonte de tiempo;  $\gamma$  es el costo por cada transferencia;  $\varepsilon(M)$  es el promedio diario del flujo de efectivo;  $v$  es la tasa de interés diaria ganada en el portafolio. De la anterior expresión se desprende la función de demanda de dinero planteada por Miller y Orr (1966):

$$\overline{M}^* = \frac{4}{3} \left( \frac{3\gamma m^2 t}{4v} \right)^{\frac{1}{3}} = \frac{4}{3} \left( \frac{3\gamma}{4v} \sigma^2 \right)^{\frac{1}{3}}$$

Como en el modelo de Baumol (1952), la demanda de dinero es función creciente de los costos de convertir dinero a otros activos y otros activos a dinero, y función decreciente de la tasa de interés o del costo de oportunidad de mantener dinero en efectivo. El aspecto novedoso de esta función de demanda es la presencia de  $\sigma^2$ , el cual es un término que representa la variabilidad de los flujos de efectivo o la “carencia de sincronización” entre los ingresos de efectivo y los pagos (Miller y Orr 1966).

El Modelo de equilibrio de cartera de Tobin (1958), supone que los individuos no forman sus expectativas con certeza, sino que mantienen cierto grado de incertidumbre en sus previsiones. El individuo en lugar de considerar dada una determinada ganancia de capital, se enfrenta con un conjunto de ganancias esperadas, cada una de ellas asociadas a una probabilidad de ocurrencia. La función de probabilidad se supone se distribuye normalmente con una desviación estándar,  $\sigma$ , la cual es la desviación estándar del rendimiento de un bono, y si todos los bonos son iguales, la desviación estándar de una cartera de bonos de  $B$  será:

$$\sigma_t = B \times \sigma_g$$

Donde  $g$  es la ganancia de capital, el rendimiento esperado de un bono de valor unitario es  $(r + g^E)$  y el rendimiento esperado del total de la cartera de bonos:

$$R_B = B \times (r + g^E)$$

O bien:

$$R_B = \frac{\sigma}{\sigma_g \times (r + g^E)}$$

El aumento en los rendimientos de la cartera de bonos que se consigue aumentando el riesgo en una unidad es:

$$\frac{dR_B}{d\sigma_t} = \frac{r + g^E}{\sigma_g}$$

Los individuos se enfrentan a esta relación de intercambio entre rentabilidad y riesgo, y escogen su composición de cartera en función de su propia actitud frente al riesgo, permitiendo obtener como resultado una cartera diversificada, a la vez que una relación inversa entre la demanda de dinero y el tipo de interés (Bajo y Monés 2000).

El Modelo de Generaciones Traslapadas utiliza el dinero como medio de traspaso de recursos de una generación a otra. Samuelson (1958), utiliza este modelo para armonizarlo con los modelos de equilibrio general. Plantea una economía compuesta por  $N$  individuos que viven dos períodos. En el primer período se los llama jóvenes y en el segundo, viejos. Se supone que la economía comienza en el período 1 y que en cada período ( $t \geq 1$ ) nacen  $N_t$  individuos. Los que nacen en los períodos 1, 2,... son las generaciones futuras y los que nacen en el primero son los miembros  $N_0$ , inicialmente viejos. Las preferencias de los individuos se pueden representar por una función que depende del nivel de consumo en los dos períodos de vida (1, 2):

$$U(C_{1,t}^i, C_{2,t}^i)$$

$C_{r,s}^i$  es el consumo del individuo  $i$  de la generación  $s$  en el período  $r$  cuya función de preferencias tiene las propiedades estándar. El objetivo es maximizar la función

intertemporal de preferencias. Además del bien de consumo existe otro bien, el dinero ( $M$ ), cuya producción no tiene costos y sólo lo puede producir el gobierno. El dinero se acepta como pago por el bien de consumo ( $y$ ). A cada joven se le dan  $y$  unidades del bien de consumo. A los viejos (la generación cero) se les da  $M$  unidades de dinero. En el período  $t$  los jóvenes pueden intercambiar el bien  $y$  por dinero y distribuir su consumo a través del tiempo de vida. Los viejos deben intercambiar dinero por el bien de consumo para subsistir. Así, la restricción en el período 1 sería:

$$C_{1,t}^i + V_t \times M_t \leq y$$

Donde  $V_t$  es el poder adquisitivo del dinero. Esta restricción implica que los individuos de la generación 1 pueden consumir todos sus recursos o intercambiarlos por dinero para asegurar su consumo cuando viejos, ya que en el segundo período de vida no reciben recursos. Esta transacción permite que los miembros de la generación cero tengan algún nivel de consumo. La restricción en el período 2, para miembros de la generación 1, es:

$$C_{2,t}^i + 1 \leq V_{t+1} M_t$$

El nivel de consumo en el segundo período de vida corresponde a la demanda de dinero. Esta se define como la cantidad del bien de consumo que cada individuo intercambia por dinero, o como la parte de su dotación que no consume cuando joven, ( $y - C_{1t}^i$ ). Así, la demanda total de dinero será  $N_t * (y - C_{1t}^i)$ . Además, si la oferta de dinero es  $M_t$ , en términos de bienes se puede expresar como  $V_t * M_t$ ; por tanto, en equilibrio:

$$P_t = \frac{M_t}{\{N_t (y - C_{1t}^i)\}}$$

Lo que implica que el nivel de precios es proporcional a la acumulación de dinero, o teoría cuantitativa del dinero.

En las últimas décadas se han venido desarrollando modelos de equilibrio general, tanto como para justificar la existencia del dinero, como para describir las condiciones en que este es demandado en equilibrio<sup>11</sup>. El dinero en la función de utilidad, fue otro desarrollo

---

<sup>11</sup> MIES M. Verónica y Soto M. Raimundo (2000) “Demanda por Dinero: Teoría, Evidencia, Resultados”. En: Revistas de Economía del Banco Central de Chile, No.3.

moderno de la demanda por dinero realizado por Sidrauski (1967) en el cual estudia la relación entre inflación y acumulación de capital en el contexto de un modelo dinámico, donde los consumidores derivan utilidad tanto del consumo de bienes como de la mantención de saldos monetarios. Al incorporar directamente el dinero en la función de utilidad se asegura que en equilibrio exista una demanda positiva por saldos monetarios. El modelo supone la existencia de un agente representativo que maximiza intertemporalmente su función de utilidad total, sujeto a la siguiente restricción presupuestaria.

$$\max W_{c_t, m_t} = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_t, m_t)$$

Sujeto a:

$$f(k_{t-1}) + \tau_t + \frac{1-\delta}{1+\xi} k_{t-1} + \frac{m_{t-1}}{(1-\pi_t)(1+\xi)} - c_t + k_t + m_t$$

Donde  $0 < \beta < 1$ , es el factor subjetivo de descuento,  $c_t$  es el consumo per cápita en el período  $t$  y  $m_t$  corresponde a las tenencias per cápita de saldos reales. El primer término de la restricción presupuestaria es el producto per cápita derivado de una función de producción estándar neoclásica ( $f(k_t - 1)$ ), donde  $k_t - 1$  corresponde al capital físico per cápita disponible a principio de período,  $\tau_t$  son las transferencias per cápita del gobierno,  $\delta$  es la tasa de depreciación del capital físico,  $\xi$  es la tasa de crecimiento de la población, y  $\pi_t$  es la tasa de inflación. El problema del individuo consiste en determinar la senda óptima de  $c_t$ ,  $k_t$  y  $m_t$ . Sin pérdida de generalidad se puede suponer que no hay crecimiento de población ( $\xi = 0$ ). La demanda de dinero se obtiene de las condiciones de primer orden de la maximización:

$$\frac{u_m(c_t, m_t)}{u_c(c_t, m_t)} = \frac{i_t}{1 + i_t}$$

Donde  $u_c$  es la utilidad marginal del consumo y  $u_m$  la del dinero. Esta condición indica que, en el óptimo, la razón de utilidades marginales debe ser igual al precio relativo o costo de

oportunidad del dinero en términos de bienes de consumo. Además, se observa también que la función de demanda por dinero depende de la tasa de interés nominal y del consumo. La forma específica de la función de demanda de dinero es:

### **3. Evidencia Empírica**

A partir del trabajo “Especificación y estabilidad de la demanda por dinero en Colombia”, Misas, Oliveros y Uribe (1994) reexaminan varios aspectos de la especificación de la demanda por dinero en Colombia usando series de tiempo trimestrales para el período 1961-1993, mediante la estimación por cointegración. En particular, evalúan el uso del consumo como variable de escala alternativa al PIB, emplean como medida del costo de oportunidad del dinero el diferencial entre la tasa de interés de los CDT a 90 días y la tasa de interés ponderada de una definición amplia del agregado monetario, y se usan dos modelos econométricos que garantizan la consistencia de los parámetros de corto y largo plazo de la función de demanda por dinero. Los resultados encontrados sugieren que aunque los modelos estimados indican una fuerte relación entre la demanda por dinero, las variables de escala y las tasas de interés, las pruebas de estabilidad de los parámetros de corto y largo plazo y la evaluación de la capacidad predictiva de los modelos en el corto plazo, sugieren que la función es inestable en sus parámetros y plantean interrogantes sobre el uso de M1 o MA (M2 + Depósitos Fiduciarios) como meta intermedia de la política monetaria.

Misas y Oliveros (1997) introducen e integran los conceptos de cointegración, exogeneidad, causalidad y crítica de Lucas<sup>12</sup>, referidos a un sistema de ecuaciones. La idea central del documento es que la existencia de relaciones entre variables no necesariamente se presenta en un sentido específico, es decir, que puede existir entre ellas un esquema de retroalimentación o un complejo mecanismo de transmisión de efectos. Estos hechos

---

<sup>12</sup> La crítica de Lucas desafió rigurosamente el modo en que el modelado econométrico se utilizaba tradicionalmente como instrumento para la evaluación de políticas económicas y la forma en que se consideraba la política económica. La crítica apunta al corazón mismo de la teoría econométrica al negar la estabilidad de las ecuaciones estructurales en el caso de medidas de política económica.

conducen al planteamiento de un sistema de ecuaciones, el cual se caracteriza mediante un conjunto de parámetros  $\theta$  y sus relaciones. Dado que la teoría económica frecuentemente no especifica sobre el sistema ni su forma funcional ni su estructura dinámica, se ha convertido en una práctica conveniente la utilización del esquema de vectores autorregresivos VAR, en el cual todas las variables se consideran endógenas, como una primera aproximación a dicho sistema y a sus interrelaciones.

En la modelización de dinero M1, índice de precios al consumidor IPC, ingreso PIBK como proxy de ingreso, y la tasa de interés a 90 días TCDT para el período comprendido entre el primer trimestre de 1981 y el cuarto trimestre de 1995, se encontró la existencia de un vector de cointegración o relación de equilibrio de largo plazo y comportamiento endógeno en M1 y exógeno débil en las variables de precios, ingreso y tasa de interés. Este resultado permite la contracción de un sistema parcial, en este caso uniecuacional que puede ser interpretado como una función tradicional de la demanda de dinero. Los resultados de esta aproximación posibilitan la evaluación del modelo en el contexto de la crítica de Lucas.

Es importante también examinar la relación que existe entre la tasa de interés, la inflación y los instrumentos de política monetaria, así como también con otras variables económicas. Posada y Escobar (2004), a partir de un esquema de oferta y demanda de dinero, reprodujeron los rasgos básicos de la inflación desde el primer trimestre de 1984 hasta el último trimestre de 2003. Estimaron un modelo de relaciones de corto y largo plazo entre cinco variables: base monetaria, dinero (M1), tasa de interés nominal de los depósitos fijos a 90 días, producto y el nivel de precios al consumidor utilizando la metodología de tendencias estocásticas comunes para realizar un análisis de impulso-respuesta y un ejercicio de pronóstico con las posibles variables débilmente exógenas.

Los resultados econométricos constituyen evidencia empírica favorable a las restricciones del modelo teórico. El resultado de las tres versiones del modelo teórico realizadas (con tasa de interés débilmente exógena, con la base monetaria débilmente exógena y con la incorporación de reservas requeridas en la ecuación de oferta monetaria como variable débilmente exógena) da una confiabilidad para horizontes largos (8 trimestres).

Algunos autores han estudiado la importancia de tener en cuenta la innovación financiera en la demanda por dinero, Gómez (1998) introduce una variable de tendencia temporal para capturar estos efectos y muestra que si no se incluye se presentaría un error de especificación en el modelo. Al estimar la velocidad de circulación del dinero M1 como función de la tasa de interés y la innovación financiera, muestra un buen comportamiento al encontrar un vector de cointegración con signos acordes a los implicados por la teoría económica.

Tomando una muestra comprendida para el período 1981:1 y 1997:4, datos trimestrales de M1 base monetaria ajustada, dinero ampliado M3B, tasa de interés promedio de los certificados de depósitos a término a tres meses, índice de precios al consumidor y el producto interno bruto real. Con cuatro rezagos la muestra efectiva comprende los datos entre 1982:1 y 1997:4. Mediante la estimación por cointegración, se encuentra que la demanda de dinero es homogénea y por lo tanto puede interpretarse en una variedad de formas, una de ellas, como la teoría cuantitativa del dinero. Las pruebas de endogeneidad débil indican que la variable endógena es el dinero, por lo tanto en Colombia la ecuación cuantitativa puede interpretarse en el sentido de Friedman, es decir, como una teoría de la demanda de dinero.

González (1999) presenta los resultados de la estimación de la demanda por base monetaria –dinero de alto poder expansivo– en Colombia, introduciendo la relación entre depósitos sujetos a encaje y efectivo como proxy de la variable cambio tecnológico en el sistema financiero. El autor muestra que hay tres vectores de cointegración, uno de los cuales puede interpretarse como la demanda por base monetaria, y que al comprobarse que esta es homogénea de grado uno en precios e ingreso, la función de demanda por base monetaria puede ser interpretado en el sentido de la teoría cuantitativa del dinero. En el trabajo se resalta la importancia de la inclusión de la variable de innovación financiera, ya que bajo pruebas de exclusión se comprueba error de especificación porque el signo del coeficiente correspondiente a la tasa de interés resulta contraintuitivo<sup>13</sup>.

---

<sup>13</sup> Cuando se incluye la variable de innovación, la función de velocidad de la base monetaria está bien comportada, dado que los signos de los coeficientes resultantes son los esperados.

Arias (2004), planteó como objetivo principal, modelar el comportamiento de la demanda de dos agregados monetarios, efectivo y M1, incluyendo el efecto del Gravamen a los Movimientos Financieros –GMF–. Las técnicas utilizadas para dicho análisis son la de cointegración y la del mecanismo de corrección del error. Las variables utilizadas para el ejercicio empírico son M1, como variable endógena que depende del nivel de riqueza y adicionalmente se incluyen dos variables *dummy* que reflejan el efecto transitorio y permanente de la aplicación del GMF.

Así, mediante el método de cointegración se confirma que existe una relación de equilibrio de largo plazo entre la variable endógena y las explicativas y mediante el modelo de corrección del error se comprueba que existe un ajuste al equilibrio muy rápido en el caso del efectivo, indicando que las desviaciones entre oferta y demanda de este se corrigen en el período siguiente. Para el M1 el ajuste es más lento. Para el modelo de efectivo, como impacto a la imposición del GMF, se incrementó notoriamente la demanda de dinero. Sin embargo, para el modelo de medios de pago la variable *dummy* no resultó ser significativa. Finalmente también se concluye que en los países con inflaciones bajas, como Colombia, la correlación entre M1 y la inflación es casi nula.

Velásquez y Zuluaga (2005) plantean como idea principal la posible presencia de economías de escala en la demanda de dinero para las firmas colombianas, utilizando diferentes especificaciones de modelos (dinámicos y estáticos) de datos de panel, dado que el costo de manejar efectivo difiere a través de los agentes de acuerdo a su sofisticación financiera, al costo de oportunidad de no tener liquidez y a la dificultad para acceder al mercado de capitales. Las variables utilizadas en el modelo fueron, como dependiente el dinero, construida con la suma de bancos, remesas en tránsito, cuentas de ahorro y fondos. Para la producción se utilizó como Proxy los ingresos operacionales.

Trabajos similares se han encontrado para países latinoamericanos. Perazzi y Orlandoni (2000) explican el comportamiento de la demanda de dinero en Venezuela, en función del ingreso como variable de escala, tipo de cambio y tasas de interés. Haciendo uso de los enfoques de cointegración, concluyen que la demanda real por dinero se comporta como un

bien de lujo con una alta elasticidad de ingreso, y se contrae ante atractivas tasas de interés y de tipo de cambio.

Soto y Tapia (2000) realizaron una estimación de la demanda de dinero para Chile utilizando el promedio trimestral de los saldos de M1 deflactados por el IPC, el PIB real como la variable que representa el volumen de transacciones de la economía. El costo alternativo doméstico del dinero es representado por la tasa de captación nominal a 90 días, en tanto que su contrapartida externa corresponde a la tasa LIBOR más la devaluación nominal trimestral efectiva del peso chileno, para el período 1977:1-1999:2.

La metodología de estimación fue cointegración estacional, método que trabaja con información contenida en los componentes estacionales de los determinantes de la demanda de dinero. Si los componentes estacionales de una variable son estocásticos, es posible que ella tenga una raíz unitaria no sólo en su comportamiento de largo plazo, sino también en los efectos estacionales. Para testear la existencia de raíces unitarias estacionales, se utilizó el método HEGY. Se encontraron que existen vectores de cointegración en todas las frecuencias y cuando estos vectores estacionales se utilizan para estimar la demanda de dinero, la existencia de procesos estacionales comunes actúa como una restricción adicional que modela de mejor forma el comportamiento de los saldos monetarios en el largo plazo.

Páez y Wenninger (2006) estiman la demanda de saldos reales para Paraguay, utilizando el enfoque de vector de corrección de errores. Los resultados indican una elasticidad unitaria con respecto al producto, una elasticidad negativa para la tasa de interés y un coeficiente negativo para el factor tecnológico. Garda, Lancilotta y Mantero (2006) estudian la relación entre el M1 y la inflación, es decir, entre esa herramienta y el objetivo final de la política monetaria en Uruguay. La metodología utilizada recurre al esquema de cointegración y a las técnicas de análisis de cointegración con ajuste no lineal. El período de análisis comprende desde enero de 1994 hasta abril de 2006, y las variables utilizadas fueron M1, la cual representa la cantidad de dinero circulante que disponen los agentes en la economía, una tasa de interés que representa el costo de oportunidad del dinero y el nivel de actividad económica. El análisis efectuado permite concluir que la relación entre agregados e

inflación es asimétrica, no lineal, y particularmente sensible al aspecto inflacionario. Esto último permite discutir la idoneidad del agregado monetarios M1 como instrumento para conducir la política monetaria.

#### 4. Modelo de Cointegración

La existencia de una función de demanda por dinero estable es importante no solo para el desarrollo de la teoría económica, sino también para el manejo adecuado de la política monetaria. Por resultados de parámetros estimados inestables, muchos bancos centrales han preferido el uso de tasa de interés como instrumento de la política monetaria. En esta línea, el Banco de la República optó por el mecanismo de inflación objetivo, el cual se basa en el establecimiento de metas intertemporales de inflación (*inflation targeting*) y el manejo flexible de los instrumentos monetarios con el propósito de asegurar el cumplimiento de la tendencia deseada de disminuir la inflación.

Con este esquema, el mecanismo de operación de la política monetaria dejó de concentrarse en fijar la trayectoria de los agregados monetarios en unos corredores, para orientarse hacia la fijación de las tasas de interés de referencia, las cuales son el nuevo instrumento primario de la política económica. Este cambio implica una relativa estabilidad de la tasa de interés frente a la variación de los agregados monetarios. Este aspecto se ha convertido en una guía para evaluar la implementación de la política monetaria<sup>14</sup>. Para el buen funcionamiento del esquema de inflación objetivo, la variable seleccionada como meta intermedia debe cumplir con dos características: 1) que su relación con la inflación sea estable y predecible, y, 2) que la autoridad monetaria sea capaz de controlar su evolución. Por esto, se concluyó que la base monetaria y el agregado M3 mas bonos desempeñen ese papel de meta intermedia para lograr el control de la inflación<sup>15</sup>.

---

<sup>14</sup> Zuluaga, Blanca (2004) “La política monetaria: teoría y caso colombiano”. En: Apuntes de Economía, Universidad ICESI. No. 1.

<sup>15</sup> Hernández y Tolosa (2001) “La Política Monetaria en Colombia en la segunda mitad de los años noventa”. En: Borradores de Economía, Banco de la República No: 172.

Con un esquema de inflación objetivo, el dinero tenderá a aumentar en un período largo de tiempo a una tasa similar a la suma de la inflación y el crecimiento del producto, y se presentará un cambio en la causalidad que existe entre dinero e inflación. Ambas variables estarán relacionadas en el largo plazo pero el dinero será una variable *endógena* y es la inflación la variable que maneja el crecimiento del dinero. Para que esto ocurra, sin embargo, más allá de la estabilidad de la demanda por dinero, es crucial lo que suceda con la formación de expectativas por parte del público, en particular con su convicción de que el Banco Central modificará la orientación de la política monetaria si percibe que hay riesgos de que la inflación se desvíe de manera persistente de la meta. Así, aunque el dinero ya no sea un objetivo operativo de la política monetaria y por tanto los agregados monetarios no tengan un papel fundamental en la política, éste tiene importantes implicaciones, ya que las variables nominales de la economía mantienen una relación positiva en el largo plazo<sup>16</sup>.

#### **4.1. Formulación del Modelo**

La metodología de cointegración permite hacer un análisis adecuado para el tipo de datos que se observan y tiene como propósito determinar si una regresión de variables en niveles, que no son estacionarias, genera un error que se comporta de manera estacionaria. Esto se debe a que la evolución temporal de las variables es, en gran medida común, o que las tendencias de las variables se compensan exactamente para dar una combinación lineal estacionaria. Por esto se dice, que al tratar series cointegradas, se está refiriendo a una relación que tiene un comportamiento estable en el largo plazo.

Sin embargo, dada la presencia de estacionalidad en la de la demanda de dinero y de las series macroeconómicas utilizadas, es insuficiente utilizar métodos como el uso de variables *dummies*, ya que su principal limitación es que supone la estacionalidad como fenómeno determinístico o el método ARIMA X-11, que aunque bien asumen que la estacionalidad es estocástica en su intento por removerla usualmente adultera la estructura

---

<sup>16</sup> Debido a esta relación positiva entre la inflación y una variable nominal en particular, Friedman hizo famosa su frase “la inflación es siempre y en todo lugar un fenómeno monetario” refiriéndose a que aumentos en la cantidad de dinero ocasionan incrementos en el nivel de precios.

estocástica de las series. Cuando las series macroeconómicas son estacionalmente integradas, desestacionalizarlas con dichos métodos puede resultar inadecuado<sup>17</sup>.

Si los componentes estacionales de una variable son estocásticos es posible que ella tenga una raíz unitaria no sólo en su comportamiento de largo plazo, sino también en los efectos estacionales. Una alternativa para determinar el tipo de estacionalidad es aplicar el test de HEGY, desarrollado por Hyllerberg, Engle, Granger y Yoo (1990). Este test detecta raíces unitarias estacionales o no estacionales en series de tiempo con frecuencia trimestral<sup>18</sup>. Este test se prefiere porque procede de lo general a lo específico. El test verifica como hipótesis nula la existencia de una raíz unitaria, tiende a ser más robusto en presencia de raíces unitarias no estacionales en las variables, y tiene mayor poder que especificaciones alternativas. El test de HEGY parte de la base que el crecimiento anual de cualquier serie de tiempo con frecuencia trimestral se puede descomponer de la siguiente forma:

$$(1 - L^4) = (1 - L)(1 + L)(1 - iL)(1 + iL)$$

Donde  $L$  es un operador lineal de rezagos e  $i = \sqrt{-1}$ . El término del lado izquierdo es la tasa de crecimiento anual o diferencia en logaritmos en cuatro períodos. Los términos del lado derecho corresponden respectivamente a la diferencia anual, la diferencia semestral y, los últimos dos términos, el componente trimestral de la serie. Esta especificación del test de HEGY es muy útil, ya que permite obtener un test de forma general, capaz de evaluar en forma simultánea diversas hipótesis sobre el proceso de comportamiento de la serie<sup>19</sup>.

La forma final del test se expresa de la siguiente forma:

$$(1 - L^4)x = \pi_1 x_{1t-1} - \pi_2 x_{2t-1} + \pi_3 x_{3t-1} - \pi_4 x_{3t-2} + \epsilon$$

---

<sup>17</sup> Soto y Tapia (2000) "Cointegración Estacional en la Demanda de Dinero". En: Notas de Investigación Vol. 3, No. 3.

<sup>18</sup> G.S Maddala, In Moo Kim (1998) "Unit Roots, Cointegration and Structural change".

<sup>19</sup> Soto y Tapia (2000) "Cointegración Estacional en la Demanda de Dinero". En: Notas de Investigación. Vol. 3, No. 3.

Al igual que en el test de Dickey-Fuller (1981), la hipótesis nula del test es que existen raíces unitarias en los componentes anuales, semestrales y trimestrales. La hipótesis alternativa es que las variables son estacionarias. Opcionalmente, se puede incorporar una tendencia, la constante y *dummies* estacionales. Estas últimas capturan la presencia de estacionalidad no estocástica. La interpretación de los resultados es la siguiente:

- (a) Si no se puede rechazar la hipótesis nula que  $\pi_1 = 0$ , existe una raíz unitaria no estacional en  $x_t$ .
- (b) Si no se puede rechazar la hipótesis nula que  $\pi_2 = 0$ , existe una raíz unitaria semestral (bianual) en  $x_t$ .
- (c) Si no se puede rechazar la hipótesis nula conjunta que  $\pi_3 = \pi_4 = 0$ , existe una raíz unitaria estacional anual en  $x_t$ .

La presencia de raíces unitarias estacionales sugiere de modo natural evaluar la presencia de cointegración estacional, es decir, tendencias estocásticas comunes de largo plazo entre los componentes estacionales de distintas variables. La cointegración estacional puede verse del mismo modo que la cointegración de largo plazo, es decir, como un desplazamiento paralelo entre las variables como resultado de las tendencias estocásticas comunes. Con el fin de probar la existencia de cointegración estacional multivariante Lee (1992) extiende el enfoque de máxima verosimilitud propuesto en años anteriores, en donde no se requiere conocimiento sobre la existencia de alguna raíz unitaria estacional o en la frecuencia cero de la serie. Asumiendo que el vector de variables  $Y_t$  de dimensión  $n \times 1$ , está estacionalmente integrado, se corre el siguiente modelo VAR de orden  $p$  para datos trimestrales:

$$Y_t = \Phi_1 Y_{t-1} + \Phi_2 Y_{t-2} + \dots + \Phi_p Y_{t-p} + \varepsilon_t \quad (1)$$

Donde el determinante del polinomio  $\Phi(z) = I - \Phi_1 z - \Phi_2 z^2 + \dots - \Phi_p z^p$  permite establecer si existen raíces fuera del círculo unitario. Para verificar las hipótesis de cointegración

estacional es necesario reescribir el VAR, teniendo en cuenta que los datos son trimestrales, el resultado es el siguiente:

$$\Delta_4 Y_t = (1-L^4)Y_t = \Pi_1 Y_{1,t-1} + \Pi_2 Y_{2,t-1} + \Pi_3 Y_{3,t-1} + \Pi_4 Y_{4,t-1} + A_1 \Delta_4 Y_{t-1} + \dots + A_{p-4} \Delta_4 Y_{t-p} + \varepsilon_t^{20} \quad (2)$$

Donde  $\Pi_1, \Pi_2, \Pi_3$  y  $\Pi_4$  se definen de la siguiente forma:

$$\Pi_1 = -\Phi(1)/4 = (I - \Phi_1 - \Phi_2 - \Phi_3 - \Phi_4 - \Phi_5)/4$$

$$\Pi_2 = \Phi(-1)/4 = (I + \Phi_1 - \Phi_2 + \Phi_3 - \Phi_4 + \Phi_5)/4$$

$$\Pi_3 = \text{Real}[\Phi(i)]/2 = (I + \Phi_2 - \Phi_4 + \Phi_6)/2$$

$$\Pi_4 = -\text{Im}[\Phi(i)]/2 = -(-\Phi_1 + \Phi_3 - \Phi_5)/2$$

$$A_i = - \sum_{j=1}^{[(p-i)/4]} \Phi_{i+4j} \quad \text{para } i=1,2,\dots,p-4$$

Como las matrices  $\Pi_1, \Pi_2, \Pi_3$  y  $\Pi_4$  contienen información acerca del comportamiento en el largo plazo de las series, se necesita investigar las propiedades de estas matrices con el fin de determinar si los componentes de  $Y_t$  están cointegrados estacionalmente. Si la matriz  $\Pi_k$  tiene rango completo, las series no contienen raíz unitaria en la frecuencia correspondiente. Si el rango de  $\Pi_k$  es cero, no existen relaciones de cointegración en dicha frecuencia. En el caso intermedio donde  $0 < \text{rango}(\Pi_k) < n$ , se puede demostrar que  $\Pi_k = \gamma_k \alpha_k'$ , donde las matrices de dimensión  $n \times r$  deben ser tales que  $\alpha_k' y_{k,t-1}$  es estacionaria aunque  $y_{k,t-1}$  no lo sea (Lee 1992). Se realiza el test de razón de verosimilitud para cada frecuencia, teniendo en cuenta que  $R_0$  es la matriz de residuos obtenidos al hacer la regresión de  $\Delta_4 Y_t$  y sus diferencias ( $\Delta_4 Y_{t-i}$  con  $i=1, \dots, p-4$ ) y los residuales  $R_k$  se obtiene de regresar  $y_{k,t-1}$  sobre las diferencias con  $k=1,2,3,4$ . A continuación se especifica el test para cada una de las frecuencias:

---

<sup>20</sup> Se obtiene a través de una aproximación de Taylor.

### **Test de máxima verosimilitud para la frecuencia cero**

La hipótesis nula a probar es:

$$H_o = rango(\Pi_1) \leq r \leq n$$

Es decir, existen matrices  $\gamma_1 \alpha_1$  de rango  $r$ , tal que:  $\Pi_1 = \gamma_1 \alpha_1'$ . Esto significa que existen como máximo  $r$  vectores de cointegración en la frecuencia cero. El estadístico es:

$$-2Ln(Q) = -T \sum_{i=r+1}^n Ln(1 - \hat{\lambda}_{1,i})$$

Donde  $\lambda_{1,i}$  con  $i=r+1, \dots, n$  son las  $(n-r)$  menores correlaciones canónicas parciales al cuadrado (valores propios) de  $\mathbf{R}_1$ , respecto a  $\mathbf{R}_0$ , dados  $\mathbf{R}_2$ ,  $\mathbf{R}_3$  y  $\mathbf{R}_4$ <sup>21</sup>.

### **Test de máxima verosimilitud para la frecuencia bianual**

La hipótesis nula a probar es:

$$H_o = rango(\Pi_2) \leq r \leq n$$

Es decir, existen matrices  $\gamma_2 \alpha_2$  de rango  $r$ , tal que  $\Pi_2 = \gamma_2 \alpha_2'$ . El estadístico es:

$$-2Ln(Q) = -T \sum_{i=r+1}^n Ln(1 - \hat{\lambda}_{2,i})$$

Donde  $\lambda_{2,i}$  con  $i=r+1, \dots, n$  son las  $(n-r)$  menores correlaciones canónicas parciales al cuadrado (valores propios) de  $\mathbf{R}_2$ , respecto a  $\mathbf{R}_0$ , dados  $\mathbf{R}_1$ ,  $\mathbf{R}_3$  y  $\mathbf{R}_4$ .

### **Test de máxima verosimilitud para la frecuencia anual**

Para probar la hipótesis de cointegración estacional en la frecuencia anual es necesario considerar simultáneamente las matrices  $\Pi_3$  y  $\Pi_4$ . Basado en la estructura del mecanismo de corrección del error para un proceso con raíces unitarias en la frecuencia cero y frecuencias estacionales dada por (2), se puede asumir que  $P_4=0$  con un pequeño efecto sobre el test de cointegración estacional en la frecuencia anual cuando la cointegración es contemporánea (Lee 1992).

---

<sup>21</sup> El estadístico tabulado se encuentra en Lee-Siklos (1995).

La hipótesis nula a probar se reduce entonces a:

$$H_o = rango(\Pi_3) \leq r \leq n$$

Es decir, existen matrices  $\gamma_3, \alpha_3$  de rango  $r$ , tal que  $\Pi_3 = \gamma_3 \alpha_3'$ . El estadístico es:

$$-2Ln(Q) = -T \sum_{i=r+1}^n Ln(1 - \hat{\lambda}_{3,i})$$

Donde  $\lambda_{3,i}$  con  $i=r+1, \dots, n$  son las  $(n-r)$  menores correlaciones canónicas parciales al cuadrado (valores propios) de  $\mathbf{R}_3$ , respecto a  $\mathbf{R}_0$ , dados  $\mathbf{R}_1$  y  $\mathbf{R}_2$ .

#### 4.2. Descripción de los datos

Para el tratamiento que se le dará a los datos de las variables: tasa de captación DTF, Producto Interno Bruto –PIB–, el agregado monetario M3, y la Inflación, para ser analizadas en el modelo de cointegración, se adelantan los siguientes pasos:

- En primer lugar se realiza un análisis de orden de integración de las variables, para frecuencia trimestral de acuerdo con el test de HEGY.
- Luego, se estima el modelo de cointegración estacional y su estructura de corrección de errores utilizando un modelo no lineal.
- Posteriormente se analizan los resultados con el fin de comprobar que si existe cointegración estacional entre las variables.

#### 4.3. Fuente de los Datos

La DTF es el promedio ponderado de las tasas de interés efectivas de captación a 90 días (la tasa de los certificados de depósito a término –CDT– a 90 días) de los establecimientos bancarios, corporaciones financieras, compañías de financiamiento comercial y corporaciones de ahorro y vivienda. La variable DTF es construida por el Banco de la República en conjunto con la Superintendencia Financiera de Colombia. La DTF es publicada mensualmente. Como variable de escala se tomará el Producto Interno Bruto –PIB–, extraído de las cuentas nacionales obtenidas por el Departamento Administrativo

Nacional de Estadística –DANE–, la cual es sin desestacionalizar<sup>22</sup> y a precios constantes 1994, con frecuencia trimestral. Del Banco de la República se tomará el agregado monetario M3 como referentes de los saldos monetarios, con frecuencia semanal<sup>23</sup>. Se introduce, además la variable Inflación medida como la variación del Índice de Precios al Consumidor –IPC–.

#### 4.4. Variables del Modelo

Con base en la discusión teórica planteada anteriormente, se procede a presentar el comportamiento de las variables tomadas para el análisis de la demanda de dinero en el período de 1994 a 2006. El comportamiento de la DTF tiene una relación directa con las demás tasas de la economía como la tasa de interés interbancaria –TIB–. Sin embargo, por la lógica de los mecanismos de transmisión de la política monetaria, la DTF se ve afectada por el comportamiento de la TIB en un plazo mayor al que se afecta está por los efectos de la política monetaria. Para períodos posteriores a 1999, por efectos de la crisis, tanto en política monetaria como en las variables agregadas, se espera que la DTF se encuentre en niveles inferiores a los que se pueden presentar en los períodos iniciales de análisis. Una tendencia a la baja, excepto para el período que comprende inicios de 1997 y finales de 1998, es lo que se espera respecto a las tasas de interés. Esto por el cambio de metodologías en la política monetaria, donde antes de 1999 se hacía vía agregados monetarios, y actualmente es vía tasas de interés.

Tras la adopción de manera formal en 1999 del régimen de política monetaria *inflation targeting*, se han registrado caídas importantes y continuas de las tasas de interés nominales y aumentos significativos de la cantidad de dinero, medida por cualquiera de las medidas usuales como M1 o M3. Este comportamiento corrobora lo dicho por la teoría económica

---

<sup>22</sup> Se toma la serie sin desestacionalizar ya que al remover la estacionalidad se incurre en el riesgo de eliminar información que podría resultar útil en la estimación de los parámetros del modelo. Además, para la metodología de cointegración estacional a utilizar y la inclusión del test de HEGY se requieren series sin desestacionalizar.

<sup>23</sup> Para la construcción de la serie se tomo el promedio trimestral ya que este es un buen indicativo de lo que ocurrió todo el trimestre

que la demanda de saldos reales responde de forma inversa al tipo de interés aumentado la demanda de dinero.

Para la variable de escala (PIB) el comportamiento, por el contrario es de relación inversa respecto de las tasas de interés y una relación directa con los agregados monetarios, lo que implica que a mayor nivel del producto o de ingresos en la economía, mayor será la demanda de dinero. En cuanto a la tasa de crecimiento de la inflación medida como la variación porcentual del IPC, se espera un paulatino descenso, es decir, variaciones más pequeñas que implican un cierre de la brecha con respecto a la meta de inflación de largo plazo (3%), desde el inicio del período de análisis hasta los últimos años, gracias a las políticas del Banco de la República de fijación de metas que implica la nueva metodología de *inflation targeting*.

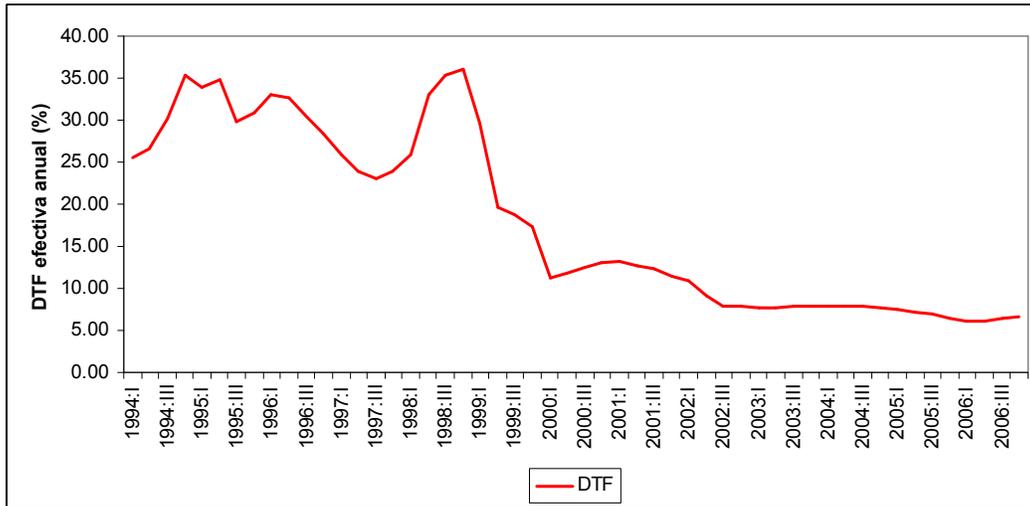
#### **4.5. Hechos Estilizados**

Desde mediados de 1994, la política monetaria fue muy restrictiva y esto se reflejó en el nivel en el que finalizó la DTF ese año, alcanzando un 35.7%<sup>24</sup>. A partir de este período y hasta el año 1996, la tasa continuó con una tendencia alcista. Entre el año 1996 y 1999, debido a presiones de demanda y a los constantes cambios de la banda cambiaria por la volatilidad de los mercados internacionales de capital, la DTF tuvo un comportamiento bastante volátil que se evidencia en el gráfico 2. En el cuarto trimestre de 1998 la DTF alcanzó su nivel más alto dentro del período de estudio, llegando a niveles de 36.08%. Ya para el primer trimestre del año 2000, la DTF se ubicó en 11,23%, el valor más bajo alcanzado en el período 1994-2000. Desde el año 2000 hasta el año 2004 dicha tasa no tuvo comportamientos radicales; se mantuvo en el rango de 11.23% y 7.7%. Desde el tercer trimestre de 2002 la variable ha oscilado entre 7.96% y 7.7%, lo que implica estabilidad de la variable.

---

<sup>24</sup> Información tomada a partir de la base de datos del trabajo suministrada por el Banco de la Republica.

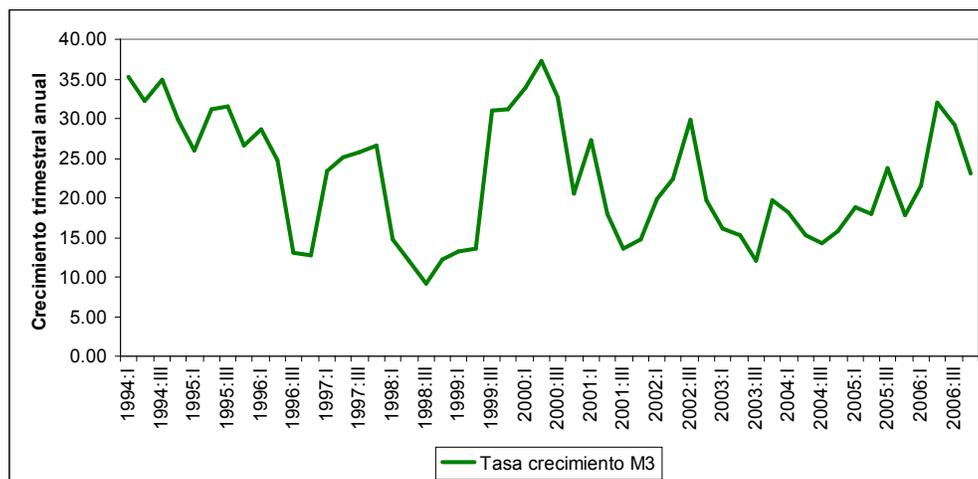
**Gráfico 2: Comportamiento de la DTF en el período 1994-2006**



Fuente: Banco de la República.

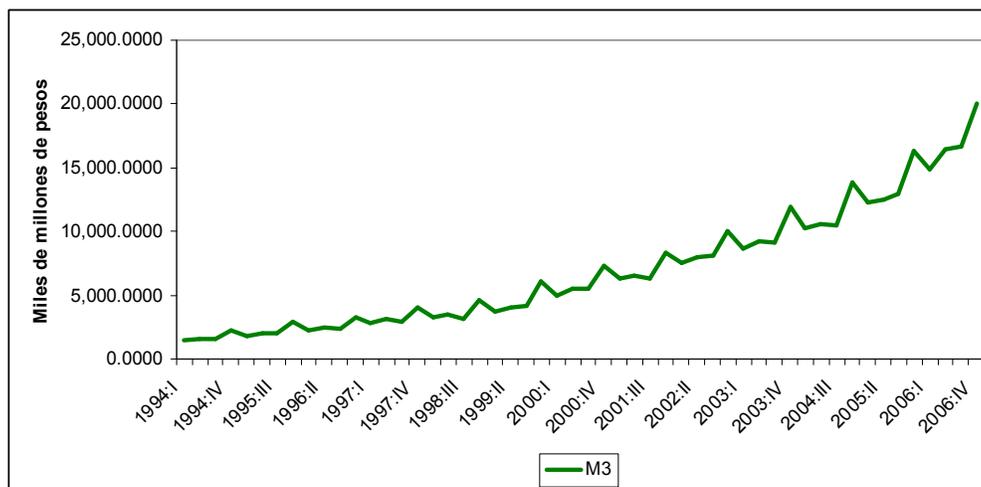
La política monetaria entre 1990 y 1998 tenía a los agregados monetarios como variables operativas y objetivos intermedios. Sin embargo, a partir de 1996 estos se tornaron inestables y empezaron a perder importancia como metas intermedias. La base monetaria hasta finales de los años noventa fue la variable operativa más importante y esta fue contraccionista entre finales de 1995 y principios de 2000, para compensar la tendencia decreciente que tuvieron los encajes y como respaldo a la banda cambiaria. A mediados del año 2000 se vuelve otra vez expansiva, por la acumulación de reservas internacionales antes las masivas entradas de capital, por la mayor demanda de dinero debido a la recuperación económica y por el impuesto a las transacciones financieras que aumentó la preferencia por el efectivo. Este comportamiento se evidencia en la evolución que ha tenido M3 en los gráficos 3 y 4.

**Gráfico 3: Tasa de crecimiento trimestral anual de M3 en el período de 1994-2006**



Fuente: Banco de la República.

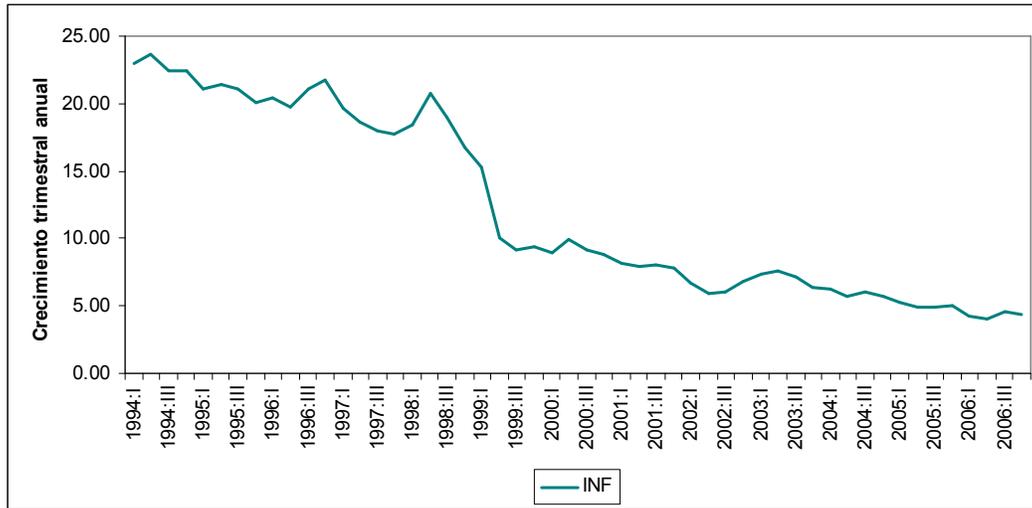
**Gráfico 4: Comportamiento de M3 en el período 1994-2006**



Fuente: Banco de la República.

En cuanto al comportamiento de la inflación (Gráfico 5), medida como la variación porcentual del IPC, ha caído continuamente desde el inicio del período de análisis. La variable pasó de una variación de 22,37% a finales de 1994, el nivel más alto en todo el período de análisis, a presentar variaciones de un dígito en los últimos años, la cual ha oscilado en un rango de 5,5% y 4%.

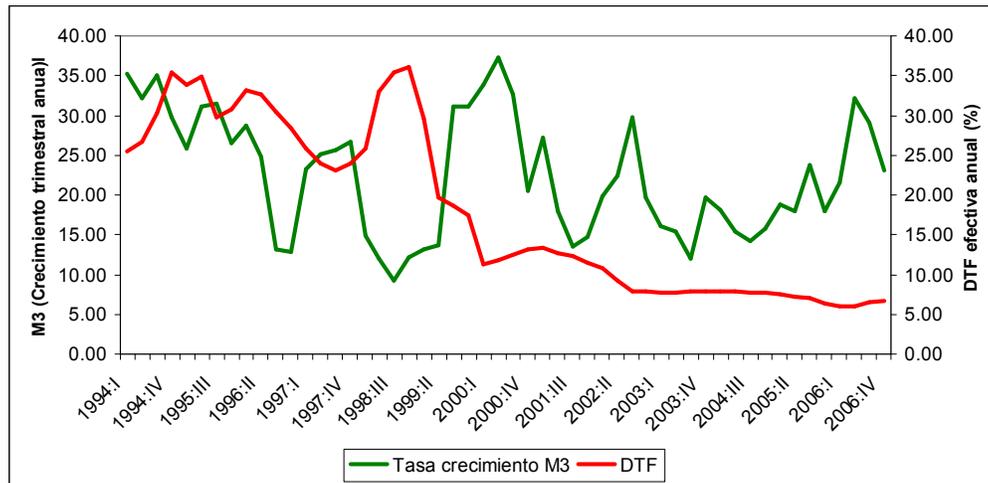
**Gráfico 5: Tasa de crecimiento trimestral anual de la Inflación en el período 1994-2006**



Fuente: Banco de la República.

La dinámica entre la tasa de crecimiento trimestral anual de M3 y la DTF (ver Gráfico 6) evidencia que para los primeros períodos de análisis, con las altas tasas de interés que oscilaban en rangos entre 25% y 30%, el M3 presentaban variaciones menores de un trimestre a otro, lo que estaría evidenciado una relación inversa entre ambas variables. El punto más alto de la DTF efectiva anual se alcanzó en el cuarto trimestre de 1998 (36,08%) y M3 tuvo una variación de trimestral anual de 9,2%. A partir del año 2001, una vez superada la crisis económica, la política monetaria tiene un perfil expansivo, donde la tasa de interés empieza a descender y alcanza niveles de 11% asociada con los niveles de liquidez observados en el mercado monetario, donde el M3 empieza a repuntar con tasas de crecimiento mas altas. Esta tendencia se ha mantenido hasta el final del período de análisis, lo que implica que las preferencias por liquidez, dados los actuales niveles de interés, han aumentado.

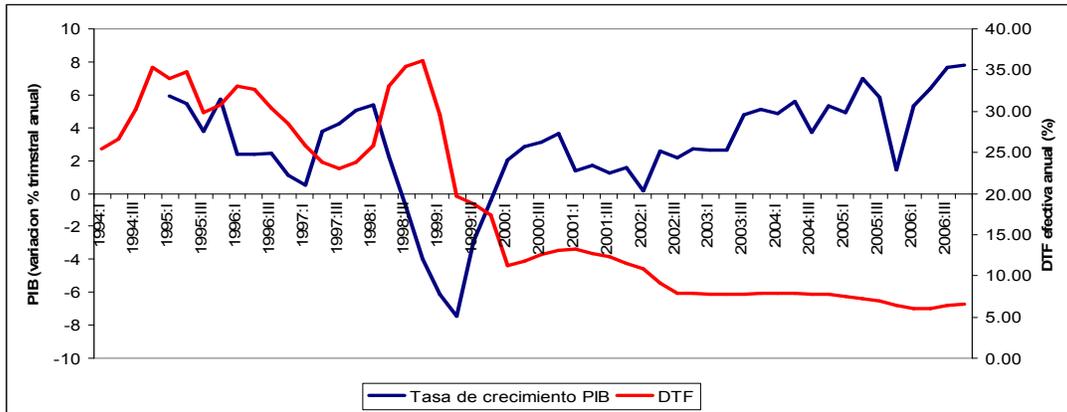
**Gráfico 6: Dinámica de la DTF con el M3 en el período de 1994-2006**



Fuente: Banco de la República.

Al observar la DTF y la tasa de crecimiento trimestral anual del PIB, se evidencia un quiebre estructural entre ambas variables a partir del año 1999, donde la variación del PIB alcanza su nivel más bajo (-7,04%) y la DTF se encuentra en niveles altos de dos dígitos, aproximadamente un 20%, como consecuencia de la crisis económica que atravesaba el país. A partir del 2000 con el nuevo mecanismo del banco de establecer metas de inflación, se crea un ambiente propicio para la recuperación del producto en los años siguientes, alcanzando tasas de crecimiento entre 3% y 4,5%, mientras que la tasa de interés se mantiene en niveles bajos y estables entre 8% y 7% al final del periodo de análisis (Ver Gráfico 7). Luego se evidencia una relación inversa entre ambas variables, donde bajos niveles de interés, permiten un crecimiento del producto mayor.

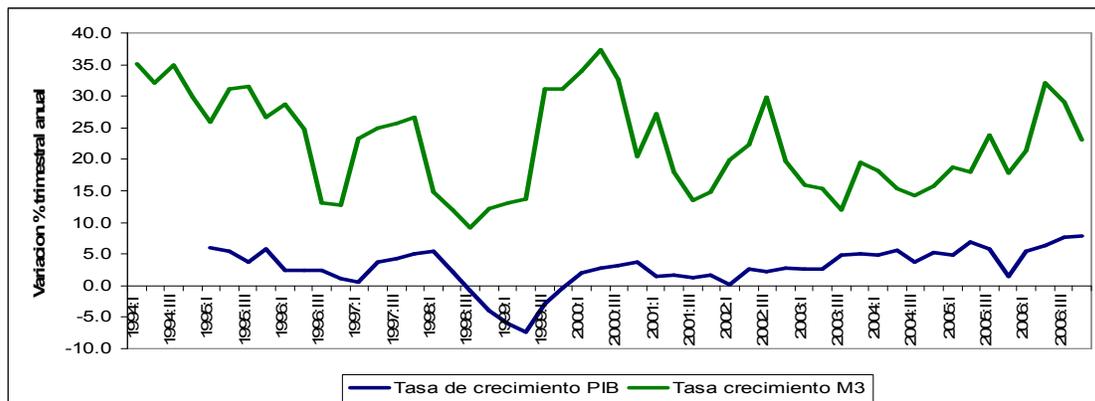
**Grafico 7: Dinámica de la DTF y del PIB en el período 1994 -2006**



Fuente: Banco de la República y Dane.

Al observar la dinámica del PIB a precios corrientes y M3 nominal para el periodo de 1995-2006<sup>25</sup>, se evidencia una relación positiva entre ambas variables. Una vez adoptado el esquema de inflación objetivo por parte del banco central se registraron aumentos significativos de la cantidad de dinero, medido por M3. A partir del año 2002, el ritmo de aumento de M3 ha superado el correspondiente crecimiento del PIB nominal, por lo que se plantea inquietudes en cuanto a la posibilidad de que la evolución de los agregados pueda observarse indefinidamente impidiendo que la inflación alcance en el futuro tasas cercanas al 3% anuales y mantenerse estables. En el Gráfico 8 se muestran estas relaciones.

**Gráfico 8: Dinámica del PIB y M3 en el período 1994-2006**

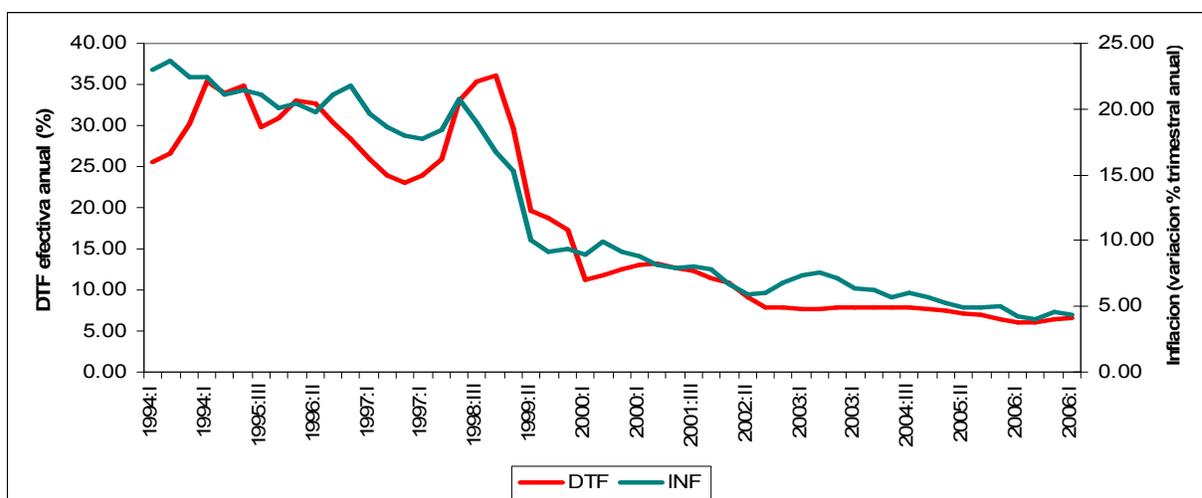


Fuente: Banco de la República y Dane.

<sup>25</sup> Se toma desde el primer trimestre del 1995 ya que en el Dane solo muestra resultados de las tasas de crecimiento trimestrales anualizadas de PIB a partir de este año.

La DTF y la inflación tienen un comportamiento muy similar en el período de análisis. Se evidencia que ante presiones inflacionarias, el instrumento de política del Banco de la República es aumentar sus tasas de referencia y este aumento se transmite a todas las tasa de interés de la economía. A niveles altos de inflación, como en los primeros años de análisis, en la cual la inflación oscilaba entre 19% y 22%, la DTF también se mantenía alta. Con la crisis económica de 1999, vino una fuerte caída en la economía y esto se evidencia en los niveles de la DTF, donde la política monetaria se volvió más expansiva para proveer liquidez a la economía. El control y manejo de la inflación vino con la metodología *inflation targeting*, que le dio más control al Banco de la República para disminuir la inflación y establecerla en rangos entre el 5% y 4% (ver Gráfico 9).

**Gráfico 9: Dinámica de la Inflación y DTF en el período 1994-2006**



Fuente: Banco de la República.

#### 4.6. Resultados del Modelo

Realizando un estudio enfocado en los objetivos se podrá llegar a conclusiones que permitan entender de mejor manera cómo ha sido el comportamiento de la demanda de dinero en Colombia en el período 1994-2006. De esta forma se pretende inferir elementos intrínsecos en estas variables que permitan comprender cómo las condiciones de la economía colombiana afectan la demanda de dinero y, así, poder generar metas u objetivos en el futuro más ligados a la verdadera capacidad de nuestras políticas monetarias. La idea

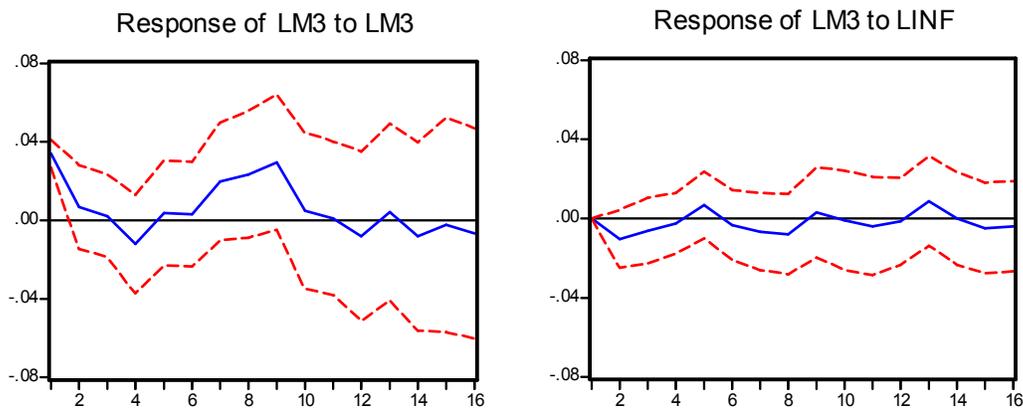
central es evidenciar la estabilidad de la demanda por dinero y evaluar la existencia de vectores de cointegración, a partir de la metodología de la cointegración, con el fin de establecer la causalidad entre las variables de análisis.

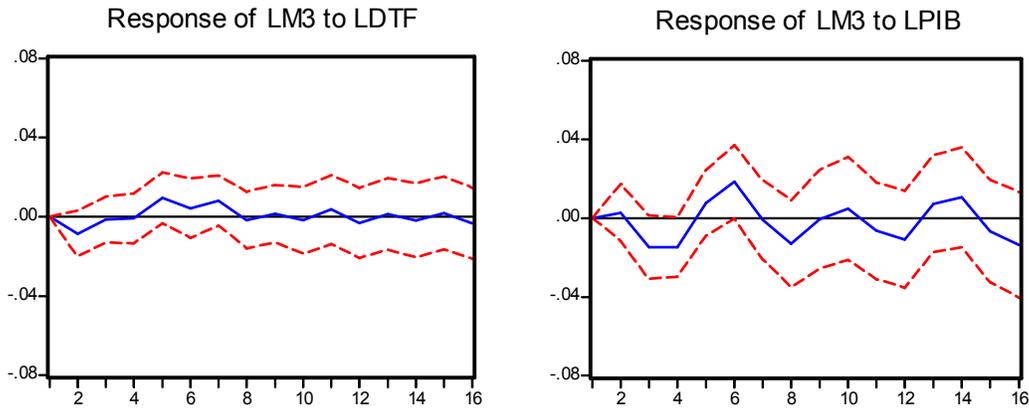
La ecuación a estimar es:

$$LM3_t = \alpha_0 + \beta_1 LINF + \beta_2 LDTF + \beta_3 LPIB + \xi_t \quad (3)$$

De esta forma, se espera que los signos de los coeficientes que resulten de estimar la ecuación (3) sea: negativa para  $\beta_1$  y  $\beta_2$ , y positivo para  $\beta_3$ . A continuación se muestran las Funciones Impulso-Respuesta de las variables Inflación, DTF y PIB en M3 para 16 trimestres, las cuales indican como reacciona M3 ante un choque en las variables mencionadas anteriormente. Estas funciones, nos dan luces de como debería ser la relación de las variables tomadas en cuenta en el modelo para el resultado final.

Response to Cholesky One S.D. Innovations  $\pm 2$  S.E.





En un principio se estimó un VAR con series de tiempo I(1) (Tabla A.1). Para las variables DTF e Inflación se aplicó un test de raíces unitarias con cambio estructural<sup>26</sup> debido a que presentan un quiebre en los años de la crisis. Además, las series son estacionales con raíces unitarias en diferentes frecuencias (Tabla A.2), la ecuación se presenta a continuación:

$$\begin{bmatrix} m3_t \\ inf_t \\ dtf_t \\ pib_t \end{bmatrix} = \Phi_1 \begin{bmatrix} m3_{t-1} \\ inf_{t-1} \\ dtf_{t-1} \\ pib_{t-1} \end{bmatrix} + \Phi_2 \begin{bmatrix} m3_{t-2} \\ inf_{t-2} \\ dtf_{t-2} \\ pib_{t-2} \end{bmatrix} + \Phi_3 \begin{bmatrix} m3_{t-3} \\ inf_{t-3} \\ dtf_{t-3} \\ pib_{t-3} \end{bmatrix} + \Phi_4 \begin{bmatrix} m3_{t-4} \\ inf_{t-4} \\ dtf_{t-4} \\ pib_{t-4} \end{bmatrix} + \Phi_5 \begin{bmatrix} m3_{t-5} \\ inf_{t-5} \\ dtf_{t-5} \\ pib_{t-5} \end{bmatrix} + \Phi_6 \begin{bmatrix} m3_{t-6} \\ inf_{t-6} \\ dtf_{t-6} \\ pib_{t-6} \end{bmatrix}$$

Donde los coeficientes  $\Phi$  son matrices de orden 4x4. Adicionalmente se agregaron *dummies* para el período de la crisis de los años 90's (1998-1999). Para establecer el número de rezagos se utilizó la prueba de Longitud de Rezago, según los criterios de Akaike, Schwarz y Hannah-Quinn (Tabla A.3.). Se verificó a través del test de autocorrelación LM (Tabla A.4.) que los residuales no presentaran correlación serial de orden p, adicionalmente con la prueba de exclusión de rezago, se comprobó que todos los rezagos tienen algún efecto significativo sobre la estimación del VAR (Tabla A.5). Para determinar si la variable endógena (M3) puede ser tratada como exógena, se realizó la prueba de causalidad de Granger (Tabla A.6), concluyendo que todas las variables en conjunto son significativas para explicar a M3. El número de rezagos elegido fue seis. Los resultados se presentan a continuación:

<sup>26</sup> LUTKEPHOL H, Kratzig M (2004). "Applied Time Series Econometrics".

$$\begin{bmatrix} m3_t \\ inf_t \\ dtf_t \\ pib_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.084154 & -0.253223 & -0.240675 & 0.255050 \\ 0.219655 & 0.871480 & 0.054044 & 2.224781 \\ 1.098892 & -0.043455 & 0.541210 & 2.209495 \\ 0.106962 & 0.061812 & -0.019280 & 0.067840 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m3_{t-1} \\ inf_{t-1} \\ dtf_{t-1} \\ pib_{t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.218561 & 0.038475 & 0.114278 & -0.250055 \\ -1.204702 & -0.483258 & -0.375088 & -0.703833 \\ 1.460644 & 0.577734 & 0.317163 & 1.261751 \\ 0.065234 & -0.049624 & -0.020659 & -0.586354 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m3_{t-2} \\ inf_{t-2} \\ dtf_{t-2} \\ pib_{t-2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -0.156775 & 0.170626 & -0.024758 & -0.649145 \\ -0.040683 & -0.233081 & -0.250191 & 1.912331 \\ 0.478731 & 0.182753 & 0.029173 & -0.097900 \\ -0.084738 & 0.103491 & -0.014661 & 0.156966 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m3_{t-3} \\ inf_{t-3} \\ dtf_{t-3} \\ pib_{t-3} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.476139 & 0.032302 & 0.009412 & 0.473877 \\ 0.423957 & -0.232834 & -0.038725 & 0.472090 \\ 0.539644 & -0.466509 & 0.009687 & 0.584491 \\ -0.023286 & 0.026732 & -0.065194 & 0.833746 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m3_{t-4} \\ inf_{t-4} \\ dtf_{t-4} \\ pib_{t-4} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -0.107257 & -0.324878 & -0.022217 & 0.245533 \\ -0.032695 & 0.909969 & -0.025565 & -1.700447 \\ -0.127488 & 0.000025 & -0.154528 & -1.705042 \\ -0.240598 & -0.081208 & 0.039814 & 0.138441 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m3_{t-5} \\ inf_{t-5} \\ dtf_{t-5} \\ pib_{t-5} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -0.202027 & 0.194451 & -0.009706 & 0.543304 \\ 1.210016 & -0.387023 & 0.210512 & 0.424643 \\ -0.511065 & 0.532996 & -0.071472 & -1.819217 \\ -0.089056 & 0.080787 & -0.071466 & 0.544171 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m3_{t-6} \\ inf_{t-6} \\ dtf_{t-6} \\ pib_{t-6} \end{bmatrix}$$

Después de reescribir el VAR, los coeficientes  $\Pi_1$ ,  $\Pi_2$ ,  $\Pi_3$  y  $\Pi_4$  fueron estimados obteniendo los siguientes resultados:

$$\begin{aligned}
\Pi_1 &= \begin{bmatrix} -0.213878 & -0.035562 & -0.043417 & 0.154641 \\ 0.143887 & -0.138687 & -0.106253 & 0.657391 \\ 0.734840 & 0.195886 & -0.082192 & 0.108395 \\ -0.066371 & 0.035498 & -0.037862 & 0.038702 \end{bmatrix} & \Pi_2 &= \begin{bmatrix} 0.039785 & -0.168176 & -0.100409 & -0.228922 \\ -0.070749 & 0.912871 & -0.004603 & 0.560941 \\ -0.009772 & -0.126225 & 0.290119 & 0.094882 \\ -0.042817 & 0.006550 & 0.040798 & 0.142921 \end{bmatrix} \\
\Pi_3 &= \begin{bmatrix} 0.270198 & 0.100312 & 0.047580 & -0.090314 \\ -0.209322 & 0.181277 & -0.062926 & -0.375640 \\ 0.204968 & 0.788620 & 0.618002 & -0.570979 \\ -0.000268 & 0.002216 & -0.013466 & 0.062036 \end{bmatrix} & \Pi_4 &= \begin{bmatrix} -0.017318 & -0.374364 & -0.119067 & 0.574864 \\ 0.113822 & 1.007265 & 0.139335 & -0.693999 \\ 0.246337 & -0.113092 & 0.178755 & 0.301177 \\ -0.024449 & -0.061444 & 0.017598 & 0.024658 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

Para determinar el rango de cada matriz se realizaron los test de máxima verosimilitud para cada una de las frecuencias, los resultados se exponen en la siguiente Tabla 1.

**Tabla 1. Test de Máxima Verosimilitud para distintas frecuencias**

Frecuencia	Rango ( $\Pi_k$ )=0	Rango ( $\Pi_k$ )≤1	Rango ( $\Pi_k$ )≤2	Rango ( $\Pi_k$ )≤3
Cero	30.0340215*	12.179537	0.3780959	0.04225749
Bianual	9.84324215	3.02615734	0.52560781	0.00545529
Anual	32.7205771*	16.1689385*	6.26830099	0.06373436

\* Significativo a un nivel del 5%.

Con los resultados anteriores se puede inferir que existe cointegración estacional entre las variables en la frecuencia cero, es decir, la cointegración se produce sólo en los

componentes de largo plazo, por lo tanto se tiene un modelo de corrección de errores clásico, como el planteado por Engle-Granger (1987):

$$\Delta y_t = \alpha \beta y_{t-1} + \varepsilon_t$$

donde  $\beta$  es el vector de cointegración y  $\alpha$  es el vector de velocidades de ajuste. Este último señala el factor de ajuste entre las variables en el largo plazo. El siguiente paso fue estimar la matriz de cointegración y el VEC. Para calcular la prueba de cointegración de Johansen se debe tener en cuenta las especificaciones del vector de cointegración (Tabla A.7). Dado que hay dos ecuaciones de cointegración según las especificaciones dadas por Akaike, se escoge la especificación que corresponde a la del menor Schwarz. A continuación se presenta la prueba de cointegración de Johansen, con las especificaciones encontradas:

**Cuadro 1. Resultados de las pruebas de cointegración de Johansen**

Unrestricted Cointegration Rank Test (Trace)				
Hypothesized No. of CE(s)	Eigenvalue	Trace Statistic	0.05 Critical Value	Prob.**
None *	0.781201	97.46331	47.85613	0.0000
At most 1	0.412651	27.56153	29.79707	0.0886
At most 2	0.056604	3.083275	15.49471	0.9630
At most 3	0.008721	0.402914	3.841466	0.5256

Trace test indicates 1 cointegrating eqn(s) at the 0.05 level  
 \* denotes rejection of the hypothesis at the 0.05 level  
 \*\*MacKinnon-Haug-Michelis (1999) p-values

Unrestricted Cointegration Rank Test (Maximum Eigenvalue)				
Hypothesized No. of CE(s)	Eigenvalue	Max-Eigen Statistic	0.05 Critical Value	Prob.**
None *	0.781201	69.90178	27.58434	0.0000
At most 1 *	0.412651	24.47825	21.13162	0.0163
At most 2	0.056604	2.680362	14.26460	0.9657
At most 3	0.008721	0.402914	3.841466	0.5256

Max-eigenvalue test indicates 2 cointegrating eqn(s) at the 0.05 level  
 \* denotes rejection of the hypothesis at the 0.05 level

Los resultados del Cuadro 1 indican que existe al menos una relación de cointegración entre las variables, a un nivel de significancia del 5%. Posteriormente se corrió el VEC teniendo en cuenta las especificaciones encontradas (Cuadro 2).

**Cuadro 2. Resultados del vector de cointegración**

Cointegrating Eq:	CointEq1			
LM3(-1)	1.000000			
LINF(-1)	0.652183 (0.09862) [ 6.61335]			
LDTF(-1)	0.255655 (0.09100) [ 2.80950]			
LPIB(-1)	-1.777663 (0.13254) [-13.4121]			
C	18.97366			
Error Correction:	D(LM3)	D(LINF)	D(LDTF)	D(LPIB)
CointEq1	-0.354606 (0.14968) [-2.36906]	-0.972088 (0.27982) [-3.47400]	0.247177 (0.34291) [ 0.72082]	0.009664 (0.08853) [ 0.10917]

Los coeficientes son significativos en la relación de cointegración, al igual que la velocidad de ajuste. El signo de cada una de las variables es el esperado, según el resultado obtenido, un aumento del 1% en la inflación generaría una disminución del 0,65% en M3, un aumento del 1% en la DTF generaría una disminución del 0,25% en M3 y finalmente, un incremento del 1% en el PIB generaría un aumento del 1,77% en M3 en el largo plazo. La velocidad de ajuste indica que la brecha entre las variables se va cerrando al 35,46%, por su signo negativo, lo que refuerza la hipótesis de la existencia de una relación de largo plazo entre las variables. Así, el 50% de un choque sobre las variables (inflación, DTF y PIB) es absorbido por M3 en 1.6 trimestres, es decir, 5 meses aproximadamente<sup>27</sup>.

El trabajo realizado fue bastante riguroso siguiendo el documento de referencia de Lee (1992) que sugiere la cointegración estacional como forma de estimar variables que presentan un componente estacional. La metodología tradicional que ajustaba las series con CENSUS X-11, aunque asumen que la estacionalidad es estocástica en su intento por removerla usualmente adultera la estructura estocástica de las series. La aplicación del test de HEGY a las variables estudiadas comprueba la presencia de estacionalidad en la frecuencia cero o frecuencias estacionales, siendo necesario la cointegración estacional para

<sup>27</sup> La ecuación para el cálculo del tiempo es  $t^* = \ln(1-x)/\ln(1-\delta)$ , donde  $x=0,5$  y  $\delta$ =velocidad de ajuste. Con t medido en trimestres.

estimar relaciones de largo plazo. A partir de los resultados del modelo, se encuentra que existe una relación de cointegración estacional entre las variables M3, PIB, DTF e INFLACIÓN, tal como lo justifica la teoría económica, y se confirma la presencia de vectores de cointegración en la frecuencia cero.

## 5. Conclusiones

Este trabajo buscó establecer cuál es la relación existente entre las variables monetarias y una relación de demanda de dinero para Colombia. El interés por el estudio se originó del hecho de encontrar una especificación empírica estable sobre la demanda de dinero, ya que su especificación tiene importantes implicaciones para el diseño de la política macroeconómica y es la clave para lograr una política monetaria exitosa. Además, dado el modelo de política que sigue el Banco de la República, *inflation targeting*, el cual se basa en el establecimiento de metas intertemporales de inflación y el manejo flexible de los instrumentos monetarios, la especificación de demanda de dinero se convierte en la variable seleccionada como meta intermedia, capaz de dictar presiones inflacionarias y comportamientos de largo plazo.

En este trabajo se aplicó un modelo econométrico, que al arrojar como resultado un solo vector de cointegración, establecería una relación de largo plazo entre las variables monetarias y reales tomadas en cuenta el modelo. Los signos de los coeficientes que corresponde al vector de cointegración de largo plazo indicarían la existencia de una relación de largo plazo y lo esperado bajo la teoría económica. La tasa de interés DTF tendría una relación inversa (-0,255%) con la demanda de dinero, medida por M3. Así mismo, la Inflación tendría una relación inversa (- 0,652%), con la demanda de dinero en el largo plazo, aunque consideramos que esta relación podría ser positiva en el corto plazo, pues al aumentar la inflación aumentaría la demanda de saldos reales debido a una pérdida en el poder adquisitivo. En cuanto al Producto Interno Bruto (1,777%) el signo esta indicando una relación positiva con la demanda de dinero, lo cual es intuitivo con la teoría económica pues mayores tasas de crecimiento del producto van relacionados con una

política monetaria de tipo expansivo que suministra mayor liquidez a la economía, aumentando así la disponibilidad de efectivo y aumentando la demanda de dinero.

Dentro de los resultados, a partir de la metodología de estimación, se verificaría para el caso colombiano la existencia de una relación de largo plazo entre las variables monetarias y las variables reales. En concreto, para responder las preguntas establecidas al inicio de este trabajo se presentan las siguientes conclusiones. Efectivamente existe una relación entre las variables, donde la DTF, el PIB y el IPC tienen un efecto a largo plazo en la demanda de dinero.

Por último, el interés de este trabajo parte del hecho de que es de suma importancia para el diseño de la política monetaria encontrar una especificación de la demanda de dinero estable predictiva de presiones inflacionarias y cambios en el comportamiento de la economía, dado el nuevo instrumento del Banco Central y analizarlo bajo un período de cambio estructural de la economía colombiana, como fue la crisis de finales de los 90's y el cambio de política del Banco de la República.

## 6. Referencias Bibliográficas

1. ABEL, A.B, y Bernanke, B.S. (2005) “Macroeconomics”. Ed. Prentice Hall.
2. ÁRIAS, Helmut (2004) “Un ejercicio teórico y empírico acerca de la demanda de dinero”. En: Revista Apuntes del Cenes, No 24. Escuela de Economía Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia.
3. BAJO y Mones (2000) “Curso de Macroeconomía” Segunda Edición.
4. BAUMOL, William (1952) “The Transactions demand for cash: an inventory-theoretic approach”. *Quarterly Journal of Economics* 66.
5. BLANCHARD Oliver y Pérez Daniel (2000) “Macroeconomía: Teoría y Política Económica con Aplicaciones a América Latina”. Ed. Prentice Hall.
6. CACHANOSKY, Juan Carlos (2000) “La escuela Austriaca de economía”.
7. DICKEY, D y W. Fuller (1981) “Likelihood Ratio Statistics for Autoregressive Time Series with a Unit Root.” *Econometrica*, Vol 49. No 4 1057-1072.
8. DORNBUSCH, Fischer, Startz (2005) “Macroeconomics”. Ed. Mc Graw Hill.
9. DRISCOLL, J (2001) “Lectures Notes in Macroeconomics”. En: <http://www.johncdriscoll.net/>, Publications and Working Papers.
10. FISHER, Irving (1911) “The Purchasing Power of Money”. Nueva York, McMillan.
11. FRIEDMAN, Milton (1956) “The quantity theory of money: a restatement.” En Milton Friedman Ed. *Studies in the Quantity Theory of Money*. Chicago University Press.
12. G.S MADDALA, IN MOO, Kim (1998) “Unit Roots, Cointegration and Structural change”.
13. GARDA P., Lanzilotta B., Mantero R. (2006) “Agregados Monetarios e Inflación en Uruguay: ¿una relación no lineal?”. En: Trabajos Presentados en las XXI Jornadas Anuales de Economía, Banco Central de Uruguay.
14. GARRISON, Roger M. (2001) “Time and Money: The Macroeconomics of Capital Structure”.
15. GÓMEZ J. (1998) “La Demanda de Dinero en Colombia”. En: Borradores de Economía del Banco de la República No.101.

16. GÓMEZ J. (2006) “La Política Monetaria en Colombia”. En: Borradores de Economía, Banco de la República, No. 394.
17. GONZÁLEZ, José Eduardo (1999) “Especificación de la Demanda de Dinero con Innovación Financiera”. En: Borradores de Economía del Banco de la República No. 128.
18. HERNÁNDEZ y Tolosa (2001) “La política Monetaria en Colombia en la segunda mitad de los años noventa”. En: Borradores de Economía, Banco de la República No: 172.
19. HYLLEBERG, S., Engle, R.F., Granger, C.W.J., Yoo, B.S. (1990) “Seasonal integration and cointegration”. *Journal of Econometrics* No. 44, págs. 215-238.
20. LEE H.S. (1992). “Maximum likelihood inference on cointegration and seasonal cointegration”. *Journal of Econometrics*, Vol. 54, págs. 1-47.
21. LEE, H. & Siklos, P. (1995) “A note on the critical values for the maximum likelihood (seasonal) cointegration tests”. *Econometric Letter* 49, 137–145.
22. LUTKEPOHL H., Kratzing M. (2004). “Applied Time Series Econometrics”.
23. MARSHALL, Alfred (1923) “Money, Credit and Commerce”. London: McMillan.
24. MIES M. Verónica y Soto M. Raimundo (2000) “Demanda por Dinero: Teoría, Evidencia, Resultados”. En: *Revistas de Economía del Banco Central de Chile*, No.3.
25. MILLER Merton H. Miller; Orr Daniel (1966) “A Model of the Demand for Money by Firms”. *The Quarterly Journal of Economics*, Vol. 80, No. 3.
26. MISAS, Martha, Oliveros Hugo y Uribe, José Darío (1994) “Especificación y estabilidad de la demanda de dinero en Colombia”. En: Borradores del Banco de la República, No 11.
27. MISAS, Martha y Oliveros Hugo (1997) “Cointegración, exogeneidad y crítica de Lucas: funciones de demanda de dinero en Colombia: un ejercicio mas”. En: Borradores de Economía del Banco de la República, No75.
28. PÁEZ, Bernardo y Winninger García Héctor (2006) “Estimación de la Demanda de Dinero en Paraguay”. En: Gerencia de Estudios Económicos del Banco Central de Paraguay.
29. PERAZZI, Ramoni y Orlandoni Giampaolo (2000) “La Demanda de Dinero en Venezuela: un análisis de cointegración (1968-1996). En: *Revista Economía* No.16.

30. PIGOU, A. C. (1917) "The Value of Money". *Quarterly Journal of Economics*, Vol. 37: 38-65.
31. POSADA, Carlos Esteban y Escobar José Fernando (2004) "Dinero, precios, tasa de interés y actividad económica: un modelo del caso colombiano (1984: I – 2003: IV). En: Borradores del Banco de la República, No 303.
32. SAMUELSON, P. A (1958) "An Exact Consumption-Loan Model of Interest With or Without the Social Contrivance of Money". *Journal of Political Economy*, Vol.66: 467-82.
33. SCHUMPETER, J. A. (1954) "History of Economic Analysis". Nueva York, EE.UU. Oxford University Press.
34. SIDRAUSKI, M (1967) "Rational Choice and Patterns of Growth in a Monetary Economy." *American Economic Association Papers and Proceedings*, 57: 534-44.
35. SOTO R. y Tapia, M. (2000) "Cointegración Estacional en la demanda de dinero". En: Notas de Investigación, Vol. 3, No. 3.
36. SRIRAM, S. (1999) "Survey of Literature on Demand for Money: Theoretical and Empirical Work with Special Reference to Error-Correction Model." IMF Working Paper 64, mayo".
37. TAYLOR, J. B. (1993) "Discretion versus Policy Rules in Practice". Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy No 39.
38. TOBIN, J. (1956) "The Interest-Elasticity of Transactions Demand for Cash". *Review of Economics and Statistics*. Vol. 38, pp 241-247.
39. TOBIN, J. (1958) "Liquidity Preference as Behaviour towards Risk". *Review of Economic Studies*. Vol. 25: 65-86.
40. VELÁSQUEZ, Hermilson y Zuluaga, Francisco (2005) "Demanda de Dinero al nivel de la firma: el caso colombiano". En: Revista ECOS de Economía No.21, Universidad EAFIT.
41. WACHNITZ, V. (2002) "El resurgimiento de la Escuela Austriaca de Economía". Fundación Atlas.
42. ZULUAGA, Blanca (2004) "La política monetaria: teoría y caso colombiano". En: Apuntes de Economía. Universidad ICESI, No 1.

## 7. Anexos

**Tabla A.1. Test de raíces unitarias.**

Serie	Tipo de Test	Hipótesis Nula	Estadístico	Valor crítico 1/
LPIB	KPSS con tendencia e intercepto	Estacionariedad	0.208438	0.146000
LPIB	Dickey-Fuller aumentado sin tendencia ni intercepto	No Estacionariedad	1.299826	1.947975
LM3	KPSS con tendencia e intercepto	Estacionariedad	0.427799	0.146000
LM3	Dickey-Fuller aumentado con tendencia e intercepto	No estacionariedad	3.487120	3.508508

### *Test de raíces unitarias con cambio estructural*

LINF

Función del cambio estructural	Test estadístico	Valores Críticos		Hipótesis nula
		10%	5%	
Shift Dummy	0.6542*	-2.58	-2.88	H <sub>0</sub> = Presencia de raíz unitaria (no estacionariedad)
Exponential shift	0.9538*			
Rational shift	1.1370*			

\* No se rechaza la hipótesis nula al nivel del 5%.

LDTF

Función del cambio estructural	Test estadístico	Valores Críticos		Hipótesis nula
		10%	5%	
Shift Dummy	0.1176*	-2.58	-2.88	H <sub>0</sub> = Presencia de raíz unitaria (no estacionariedad)
Exponential shift	-3.2775			
Rational shift	-0.8371*			

\* No se rechaza la hipótesis nula al nivel del 5%.

**Tabla A.2. Pruebas de raíces unitarias tipo HEGY**

Variable	Regresión auxiliar	$\pi_1=0$		$\pi_2=0$		$\pi_3= \pi_4=0$	
LINF	Intercepto, dummies estacionales, no tendencia	-0.8356**	-2.84	-1.4700**	-2.83	2.4757**	6.57
LPIB	Intercepto, dummies estacionales y no tendencia	0.9272**	-2.84	-3.4279	-2.83	13.4524	6.57
LM3	Intercepto, tendencia y dummies estacionales	-2.1344**	-3.39	-1.6579**	-2.82	18.2345	6.55
LDTF	Intercepto, tendencia y dummies estacionales	-2.9034**	-3.39	-4.8576	-2.82	16.2942	6.55

\*\* No se rechaza la hipótesis nula al 5%.

**Tabla A.3. Criterio de Longitud del Rezago**

Lag	LogL	LR	FPE	AIC	SC	HQ
0	216.9638	NA	5.51e-09	-7.694077	-6.103954	-7.098407
1	306.6754	124.8161	2.35e-10	-10.89893	-8.672757	-10.06499
2	328.3739	26.41559	2.02e-10	-11.14669	-8.284469	-10.07449
3	377.7378	51.51016	5.58e-11	-12.59729	-9.099024	-11.28682
4	445.8449	59.22355	7.53e-12	-14.86282	-10.72850	-13.31408
5	472.7695	18.73020	7.08e-12	-15.33781	-10.56744	-13.55080
6	525.1736	27.34128*	2.81e-12*	-16.92059*	-11.51417*	-14.89532*

\* indicates lag order selected by the criterion  
 LR: sequential modified LR test statistic (each test at 5% level)  
 FPE: Final prediction error  
 AIC: Akaike information criterion  
 SC: Schwarz information criterion  
 HQ: Hannan-Quinn information criterion

**Tabla A.4. Autocorrelación LM Test**

Lags	LM-Stat	Prob
1	18.58611	0.2907
2	20.40599	0.2025
3	14.09439	0.5917
4	25.06971	0.0686
5	13.33755	0.6479
6	8.531006	0.9315
7	19.35759	0.2506
8	14.08058	0.5927
9	20.36033	0.2044
10	13.61632	0.6273
11	12.90849	0.6794
12	21.13198	0.1735
13	15.13708	0.5146
14	18.74943	0.2819
15	16.70214	0.4051

Probs from chi-square with 16 df.

**Tabla A.5. Test de Exclusión de Rezagos**

Chi-squared test statistics for lag exclusion: Numbers in [ ] are p-values					
	LM3	LINF	LDTF	LPIB	Joint
Lag 1	5.041835 [ 0.283032]	14.80629 [ 0.005120]	32.28168 [ 1.68e-06]	1.858194 [ 0.761820]	59.83098 [ 5.59e-07]
Lag 2	0.835157 [ 0.933674]	4.912480 [ 0.296396]	15.83488 [ 0.003249]	6.207781 [ 0.184159]	29.03794 [ 0.023682]
Lag 3	7.396191 [ 0.116375]	12.14164 [ 0.016328]	9.683502 [ 0.046110]	5.575969 [ 0.233132]	30.35141 [ 0.016263]
Lag 4	10.62822 [ 0.031076]	3.965971 [ 0.410631]	17.87892 [ 0.001303]	39.90552 [ 4.53e-08]	92.20126 [ 9.82e-13]
Lag 5	4.738173 [ 0.315232]	12.39884 [ 0.014619]	5.790443 [ 0.215354]	13.00717 [ 0.011241]	32.55604 [ 0.008458]
Lag 6	2.767655 [ 0.597429]	9.887796 [ 0.042361]	15.53530 [ 0.003711]	12.25970 [ 0.015521]	43.52273 [ 0.000233]
df	4	4	4	4	16

**Tabla A.6. Test de Causalidad de Granger**

Dependent variable: LM3			
Excluded	Chi-sq	df	Prob.
LINF	7.535462	6	0.2741
LDTF	3.263634	6	0.7751
LPIB	6.097788	6	0.4123
All	21.46163	18	0.2568

Dependent variable: LINF			
Excluded	Chi-sq	df	Prob.
LM3	10.45373	6	0.1068
LDTF	7.321693	6	0.2921
LPIB	17.49664	6	0.0076
All	35.03403	18	0.0094

Dependent variable: LDTF			
Excluded	Chi-sq	df	Prob.
LM3	52.27059	6	0.0000
LINF	33.11216	6	0.0000
LPIB	30.61872	6	0.0000
All	152.3416	18	0.0000

Dependent variable: LPIB			
Excluded	Chi-sq	df	Prob.
LM3	16.72172	6	0.0104
LINF	11.58287	6	0.0719
LDTF	11.96602	6	0.0627
All	39.33904	18	0.0026

**Tabla A.7. Especificaciones del Test de Cointegración de Johansen**

Data Trend:	None	None	Linear	Linear	Quadratic
Test Type	No Intercept No Trend	Intercept No Trend	Intercept No Trend	Intercept Trend	Intercept Trend
Trace	2	3	1	2	2
Max-Eig	2	3	2	2	2

\*Critical values based on MacKinnon-Haug-Michelis (1999)

Information Criteria by Rank and Model

Data Trend:	None	None	Linear	Linear	Quadratic
Rank or No. of CEs	No Intercept No Trend	Intercept No Trend	Intercept No Trend	Intercept Trend	Intercept Trend
Log Likelihood by Rank (rows) and Model (columns)					
0	395.8133	395.8133	404.8305	404.8305	413.8919
1	422.3247	430.8060	439.7813	440.9848	442.8172
2	432.0249	443.2968	452.0205	457.2270	457.6464
3	434.1132	452.8164	453.3607	464.8908	465.3036
4	434.8499	453.5621	453.5621	465.3613	465.3613
Akaike Information Criteria by Rank (rows) and Model (columns)					
0	-13.73101	-13.73101	-13.94915	-13.94915	-14.16921
1	-14.53586	-14.86113	-15.12093	-15.12977	-15.07901
2	-14.60978	-15.01291	-15.30524	-15.44465*	-15.37593
3	-14.35275	-15.03550	-15.01568	-15.38656	-15.36103
4	-14.03695	-14.67661	-14.67661	-15.01571	-15.01571
Schwarz Criteria by Rank (rows) and Model (columns)					
0	-10.55077	-10.55077	-10.60989	-10.60989	-10.67094
1	-11.03759	-11.32311	-11.46365*	-11.43274	-11.26271
2	-10.79348	-11.11710	-11.32993	-11.38984	-11.24161
3	-10.21843	-10.78192	-10.72235	-10.97396	-10.90868
4	-9.584609	-10.06526	-10.06526	-10.24534	-10.24534