



Vigilada Mineducación

APLICACIÓN DE OPCIONES REALES EN DECISIONES DE INVERSIÓN DEL SECTOR
MINERO QUE EMPLEE TÉCNICAS COMO SIMULACIÓN DE MONTECARLO, EL
PROCESO DE ORNSTEIN UHLEBECK Y METODOLOGÍAS DE CÁLCULO DE LA
VOLATILIDAD IMPLÍCITA

Real Options Application in Investment Decisions for the Mining Sector with Techniques
such as Monte Carlo Simulation, Ornstein-Uhlenbeck Process, and Methods for Calculating
Implied Volatility

FREDYS RAFAEL ELJACH ORTEGA

Trabajo de grado presentado como requisito parcial para optar al título de Magister en
Administración Financiera (MAF)

Asesor, docente
Gustavo Alberto Sánchez Ribero

UNIVERSIDAD EAFIT
ESCUELA DE FINANZAS, ECONOMÍA Y GOBIERNO
MAESTRÍA EN ADMINISTRACIÓN FINANCIERA - MAF
BOGOTÁ
2025

Dedicatoria

A mi amada esposa y a mis queridas hijas, quienes han sido la luz y la fuerza que me han sostenido a lo largo de este viaje. A mi esposa, cuyo amor, paciencia y comprensión infinita han sido mi refugio en los momentos de mayor desafío. Su apoyo incondicional y su fe en mí han sido fundamentales para la realización de este trabajo.

A mis hijas, cuya alegría y sonrisas diarias han sido una fuente constante de motivación e inspiración. Su presencia en mi vida me recuerda cada día la importancia de luchar por un futuro mejor y de seguir adelante, sin importar las dificultades.

A mis padres por haber inculcado la importancia del aprendizaje como valor y haberse esforzado para que yo pudiese tener una formación profesional.

Gracias por estar siempre a mi lado y por ser mi mayor fuente de felicidad y orgullo. Este logro es tanto suyo como mío.

Agradecimientos

Quiero expresar mi más sincero agradecimiento a mi familia, cuya paciencia, amor y apoyo incondicional han sido fundamentales durante todo este proceso. A mis padres, por inculcarme desde pequeño el valor del conocimiento y la perseverancia.

Además, quiero agradecer profundamente a mis profesores, especialmente a mi docente asesor, Gustavo Sánchez, por su guía, conocimiento y apoyo constante. Sus enseñanzas y consejos se encuentran inmersas en la realización de este trabajo y han enriquecido mi formación académica y profesional.

Por último, pero no menos importante, quiero extender mi gratitud a todos mis compañeros, compañeros de viaje en esta travesía académica. Durante dos años hemos compartido momentos de alegría, de estrés, de aprendizaje y de crecimiento. Cada uno de esos momentos ha sido fundamentales para mi desarrollo profesional y personal.

Resumen

En este estudio se analizó la aplicabilidad de opciones reales en la industria minera, a través de una evaluación sobre la viabilidad financiera de un proyecto de producción de níquel para baterías en Colombia. Se emplearon metodologías tradicionales como el valor presente neto y la proyección de flujos de caja probabilísticos mediante el proceso de Ornstein-Uhlenbeck para la estimación de los precios del níquel, y se fijaron distribuciones de probabilidad para variables clave en los rendimientos esperados. La metodología de Copeland y Antikarov se utilizó para calcular la volatilidad implícita, así como la resultante del proceso de reversión a la media y volatilidades de mercado de proyectos similares. Las opciones reales complementaron el análisis, determinando el valor adicional del proyecto de crecimiento mediante opciones call valoradas con árboles binomiales y simulando la probabilidad de éxito con Monte Carlo. Finalmente, se evaluó el impacto de las opciones reales en la valoración de proyectos en la industria minera.

Palabras clave: valoración, opciones reales, minería, inversiones, níquel.

Abstract

This study analyzes the applicability of real options in the mining industry, evaluating the financial viability of a nickel production project for batteries in Colombia. Traditional methodologies such as net present value and probabilistic cash flow projection using the Ornstein-Uhlenbeck process for nickel price estimation will be employed, and probability distributions for key variables in the expected returns will be set. The Copeland and Antikarov methodology will be used to calculate the implied volatility, as well as the resulting mean-reversion process and market volatilities of similar projects. Real options will complement the analysis, determining the additional value of the growth project through call options valued with binomial trees and simulating the probability of success with Monte Carlo. Finally, the impact of real options on project valuation in the mining industry will be assessed.

Keywords: valuation, real options, mining, investments, nickel.

Contenido

1. Introducción	1
2. Marco de referencia conceptual	3
2.1 Mercado del níquel, su proceso, aplicaciones y retos	3
2.1.1. Valor Presente Neto (VPN) en proyectos de minería	6
2.2 Análisis probabilístico mediante Montecarlo y el proceso de Ornstein-Uhlebeck.....	7
2.3 Opciones reales en la industria minera	9
2.3.1 Metodología de cálculo propuesta por Black Scholes	9
2.3.2 Árboles binomiales	10
2.3.3 Metodologías de cálculo de la volatilidad implícita	12
3. Desarrollando el modelo de valoración.....	14
4. Construyendo el flujo de caja e indicadores de valor.....	16
5. Aporte de Montecarlo en la estimación y reversión a la media	20
5.1 Precios LME	20
5.2 Recuperación	25
5.3 Costos	26
6. Cálculo de volatilidad implícita	29
6.1 Volatilidad sesgada de los flujos caja probabilísticos	29
6.2 Metodología de volatilidad implícita de Copeland y Anticarov.....	30
6.3 Metodología de volatilidades de mercado de empresas similares	31
7. Propuesta de valoración por opciones reales.....	32
7.1 Metodología de Black Scholes aplicado al proyecto de mata de níquel	32
7.2 Metodología de Black Scholes aplicado al proyecto de mata de níquel probabilístico	34
7.3 Aplicación de árboles binomiales para el cálculo de valor de la opción real implícita.....	34
7.4 Aplicación de árboles binomiales para el cálculo de valor de la opción real implícita probabilística	37
7.5 Análisis de diferir un año para mayor aprendizaje del comportamiento del mercado de mata de níquel mediante Black Scholes.....	37
7.6 Impacto de la volatilidad en la valoración de la opción real utilizando un valor significativamente menor	38
7.7 Análisis de resultados de la valoración por opciones reales.....	39
8. Conclusiones	41
9. Referencias.....	42

Índice de tablas

Tabla 1. Proyección de producción.....	14
Tabla 2. Proyección de porcentaje de pagable del LME	15
Tabla 3. Proyección del flujo de caja determinístico.....	16
Tabla 4. Principales indicadores del resultado determinístico.....	17
Tabla 5. Principales <i>drivers</i> para testear el riesgo de la inversión.....	17
Tabla 6. <i>Drivers</i> de ingreso como porcentaje del LME.....	18
Tabla 7. Resultado de la volatilidad sesgada determinística.....	29
Tabla 8. Volatilidad de empresas similares	31
Tabla 9. Resultados de los diferentes cálculos de las volatilidades.....	31
Tabla 10. Comparativo entre opciones reales y financieras	32
Tabla 11. VPN desagregado	32
Tabla 12. Resultados de parámetros a usar en fórmula de Black Scholes.....	33
Tabla 13. Variables de entrada para el cálculo de valor de la opción usando Black Scholes.....	37
Tabla 14. Parámetros para Black Scholes con volatilidad menor.....	38

Índice de figuras

Figura 1. Tipos de productos de níquel y sus aplicaciones.....	3
Figura 2. Proceso de producción de ferroníquel en Colombia.....	5
Figura 3. Demanda esperada de níquel	6
Figura 4. Ejemplo de árbol binomial	11
Figura 5. Composición de valor.....	16
Figura 6. Gráfica de tornado resultante de sensibilidades determinísticas	18
Figura 7. Foto de pantalla del modelo creado, link con pestaña probabilística	20
Figura 8. Formulación en Excel de metodología de reversión a la media.....	24
Figura 9. Configuración de variable de entrada con distribución de probabilidad normal con media de cero y desviación estándar de uno.....	24
Figura 10. Precio proyectado para el año 2028.....	25
Figura 11. Distribución Beta Pert para el porcentaje de recuperación de mata de níquel	25
Figura 12. Distribución Beta Pert para costos operativos.....	26
Figura 13. Distribución de probabilidad del VPN para el caso de negocio de invertir en una planta de mata de níquel	27
Figura 14. Certeza de que el valor determinístico de USD 28 millones ocurra.....	28
Figura 15. Resultado de simulación de volatilidad estocástica.....	29
Figura 16. Volatilidad de Copeland y Anticarov	30
Figura 17. Distribución de probabilidad de valor presente total calculado bajo la metodología de Black Scholes.....	34
Figura 18. Ejemplo del primer paso en la construcción del árbol binomial	35
Figura 19. Árbol binomial completo para el proyecto	35
Figura 20. Cálculo del valor de la opción en el último periodo.....	36
Figura 21. Árbol binomial completo para el proyecto de mata de níquel.....	36
Figura 22. Resultado probabilístico del cálculo de la opción call con árbol binomial	37
Figura 23. Resultados del VPN en las diferentes metodologías usadas	40

1. Introducción

En la industria minera debe priorizarse y valorarse continuamente opciones de inversión que puedan incrementar el valor del activo. Al depender de un mineral, sus operaciones tienen una volatilidad tal que en ocasiones las empresas deben verse obligadas a retrasar la inversión, diferir o abandonar un proyecto. En la mayoría de los casos, las empresas utilizan metodologías determinísticas como el valor presente neto (VPN) con flujos de caja proyectados que son estáticos. En algunas ocasiones, emplean Montecarlo para entender las variables de incertidumbre, como precios, tasas de cambio, y algunas variables operacionales que puedan afectar el resultado de la inversión. Al usar esta herramienta, se determina un rango de valor y una probabilidad que determina el valor esperado de la decisión. En muy pocas circunstancias se construyen árboles de valor de decisión en donde se combinan probabilidades condicionales con valor para obtener un a valor resultante de las probabilidades por su impacto en valor. Sin embargo, el común denominador es usar valores determinísticos como el VPN, IRR, ROIC, sin tener en cuenta la volatilidad implícita.

Mediante esta investigación se pretende explicar cuáles aportes puede presentar la aplicación de la metodología de valoración por medio de opciones reales a la toma de decisiones. Además, cómo contrastan estas decisiones con lo que resultaría de la aplicación de métodos tradicionales y demostrar en qué medida, tomar una decisión de inversión mejor informada, agrega valor a la organización. En consecuencia, este trabajo se centra en explorar la aplicabilidad y la eficacia de la metodología de opciones reales en el ámbito de la industria minera, específicamente en la toma de decisiones de inversión.

Concretamente, se tratará en un proyecto de producción de mata de níquel, que es un producto usado para la fabricación de baterías de carros eléctricos. En Colombia, actualmente existe una planta de producción de ferroníquel ubicada en el departamento de Córdoba que opera desde el año 1982. Este es comúnmente usado en la fabricación de acero inoxidable, mayormente utilizado en áreas como la construcción. Al agregar una etapa adicional de procesamiento de este producto, se puede transformar en mata de níquel, el cual es un producto usado para el mercado de baterías, con lo cual se obtiene un premio sobre el valor sin la transformación. El premio adicional más el coste incremental de producción debe compensar la inversión de la nueva planta. El principal factor de incertidumbre yace en las fluctuaciones del precio del níquel en el mercado, que puede derivar en que en ocasiones se logre un mayor precio de venta del producto para baterías, pero también existe la posibilidad de que el ferroníquel logre un mayor precio de venta.

Para determinar si el proyecto es viable, se realizó un modelo financiero que utilizó la metodología de proyección de flujos de caja teniendo en cuenta las principales variables de incertidumbre en el mercado del níquel. El modelo debe ser capaz de proyectar los flujos para los casos con y sin proyecto, así como determinar los flujos incrementales. Para efectos de establecer las variables de incertidumbre, se debió analizar su comportamiento estadístico y el nivel de significancia sobre el valor del caso de negocio. Para efectos prácticos, se determinó el VPN como principal indicador resultante de la

valoración. Cabe destacar que no se pretendió profundizar en el detalle de la estructura de costos de las empresas mineras, aunque se utilizaron ejemplos reales, con proyecciones basadas en la experiencia, con el objetivo de ilustrar la aplicación de las diferentes metodologías

A través del enfoque tradicional, se llevó a cabo un análisis de los resultados obtenidos de los flujos de caja utilizando la Tasa Interna de Retorno (TIR) del negocio. Mediante la aplicación de la metodología de Montecarlo, se determinó el rango de valor potencial del negocio, considerando la incertidumbre inherente. Al respecto, se utilizó el *software* Crystal Ball para configurar las variables de entrada que tienen mayor relevancia en la variabilidad de los flujos de caja. A estas variables se les asignó una distribución adecuada y se realizaron las iteraciones necesarias para calcular un valor esperado que reflejara el nivel de riesgo asociado a la inversión.

Dado que la principal variable de incertidumbre en el proyecto en cuestión se trata de los precios del Níquel, se estudió en qué consiste este mercado, para qué se usa, qué productos hay derivados del níquel. Para la proyección de los precios se exploraron las perspectivas a futuro en la implementación de los productos de níquel en el mercado global, así como las participaciones de los mayores países productores. Teniendo en cuenta lo anterior, los precios a usar fueron determinísticos, con base en proyecciones de expertos de mercado, en donde se determinó un precio mínimo, medio y máximo. Por otro lado, se trabajó para tener precios probabilísticos resultantes de un modelo de reversión a la media, el cual fue la salida para las iteraciones que trabajó en el *software* Crystal Ball. La razón de trabajar un modelo de reversión a la media versus establecer una distribución de probabilidad se debió a que los precios están relacionados con el coste de producción y, por tanto, en el largo plazo tenderá a este valor. En ocasiones, por oferta y demanda existe variabilidad, pero en el largo plazo siempre tendrá a la media que es un margen sobre el costo de operar.

Complementariamente, se trabajaron dos aproximaciones para el cálculo de valor del proyecto utilizando opciones reales. La primera consistió en aplicar la metodología de Black Scholes para determinar el valor esperado del proyecto. La volatilidad usada fue la resultante de la variación de los flujos de caja proyectados, usados en la metodología de Montecarlo. También se usó la volatilidad resultante de la aplicación de Copeland y Anticarov y las observadas de empresas similares que cotizan en bolsa. La segunda aproximación se hizo utilizando árboles binomiales para la toma de decisión de inversión del proyecto. Para esto, se determinó el valor del proyecto aplicando los árboles binomiales directamente al precio del níquel y, por otro lado, se obtuvo el valor del proyecto con la variabilidad de los flujos de caja con la misma metodología. La razón para hacer estas dos alternativas responde a identificar si, al realizar el análisis directamente a los flujos de caja, se sobrevalora el proyecto, ya que, al utilizar una opción en los casos que está *out of the money*, el resultado de la valoración será cero en lugar de una pérdida. Se exploraron opciones de inversión de crecimiento y se entendieron las opciones de abandono o retraso del proyecto.

Finalmente, se analizó lo aprendido a lo largo del desarrollo del ejercicio y se respondió a la pregunta sobre la aplicación de las opciones reales para la determinación del valor de proyectos de inversión en la industria minera.

2. Marco de referencia conceptual

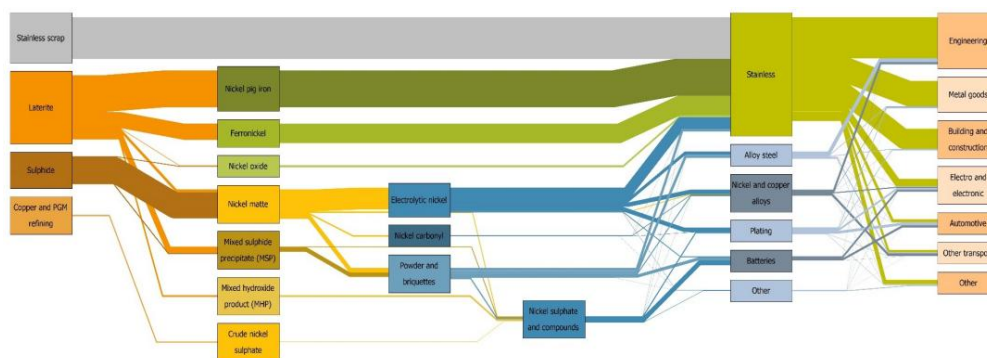
2.1 Mercado del níquel, su proceso, aplicaciones y retos

El mineral de níquel que se produce en el mercado internacional se diferencia de acuerdo con sus propiedades. Si es laterítico, se utiliza para producir níquel *pig iron* o ferroníquel, los cuales son productos que se usan en el mercado de acero inoxidable destinado principalmente a construcción, ingeniería, fabricación de repuestos, entre otros usos. De otro lado, están los sulfatos que generalmente se usan para producir mata de níquel, MHP, MSP, entre otros, generalmente empleados en el mercado de las baterías, para hacer aleaciones de cobre, y en aplicaciones en la industria automotriz, transporte y componentes electrónicos.

La mata de níquel es un producto que puede resultar de un mineral de sulfuro o también de laterítico. Para el caso de la empresa en cuestión, que tiene reservas de mineral laterítico para producir ferroníquel, con el fin de transformar el producto a mata, se requiere incluir un paso adicional que consiste en una planta que transforma el ferroníquel en mata de níquel.

La gráfica a continuación presenta la posible destinación de los productos de níquel.

Figura 1. Tipos de productos de níquel y sus aplicaciones



Fuente: Roskill (2020).

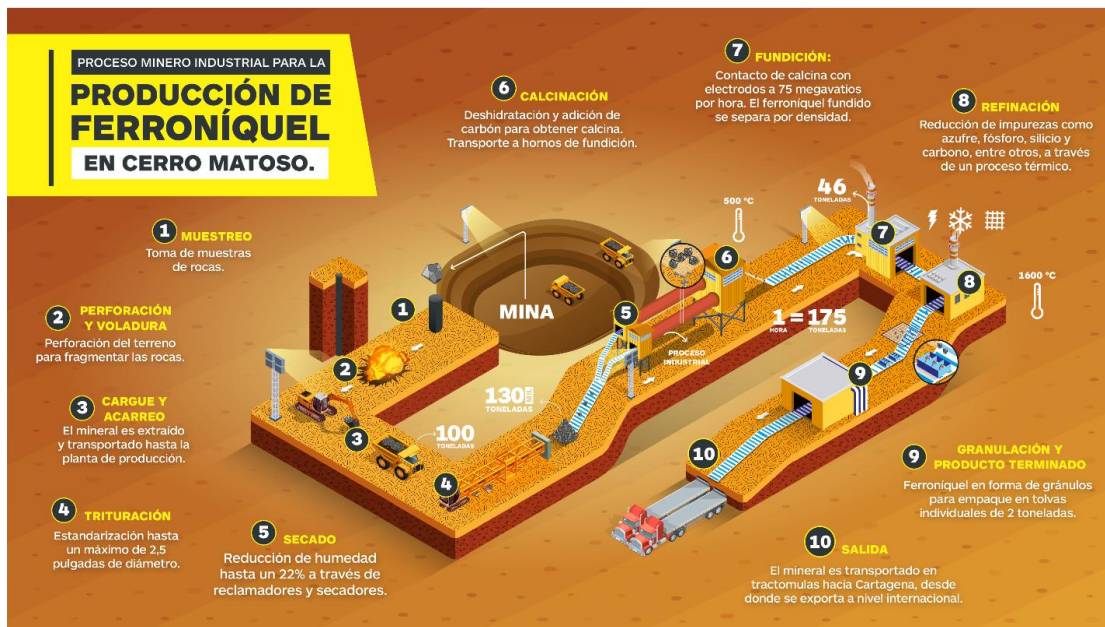
El proceso de producción de ferroníquel comienza con la minería, que involucra la extracción y el procesamiento inicial del mineral. Este proceso incluye actividades esenciales como el muestreo de rocas para determinar su viabilidad, seguido de la perforación y voladura para fragmentar las rocas y facilitar su recolección. Posteriormente, el mineral extraído se transporta a través de operaciones de carga y acarreo hacia el área de procesamiento industrial. Una vez en la planta de procesamiento, el mineral se somete a una trituración y secado riguroso, lo cual prepara adecuadamente el material para su entrada en los calcinadores. En esta fase, se produce la deshidratación del mineral mediante la aplicación de carbón, resultando en la producción de calcina, un material intermedio clave.

El proceso continúa con la fundición y refinación del material calcina, donde se funde y se eliminan impurezas a través de un tratamiento térmico especializado. Este asegura la obtención de un producto de alta pureza y calidad. Posteriormente, el producto resultante se granula, facilitando su manipulación y transporte hacia las etapas finales del proceso productivo. En algunos casos, se realiza una transformación adicional del ferroníquel en mata de níquel, utilizando una planta química que agrega componentes como sulfuro, limonita y sílice. Este proceso químico incrementa el valor del producto final, ya que la mata de níquel tiene un precio LME (London Metal Exchange) con un descuento menor comparado con el ferroníquel, resultando en una utilidad adicional.

Dicha utilidad adicional es crucial para determinar la viabilidad económica del proyecto, ya que debe ser suficiente para cubrir tanto la inversión inicial como los costos operativos asociados. Además, la logística juega un papel fundamental en la eficiencia del proceso, asegurando que el transporte y manejo del ferroníquel y la mata de níquel se realicen de manera efectiva y económica. Es igualmente importante considerar el impacto ambiental de las operaciones de minería y procesamiento, adoptando prácticas sostenibles y cumpliendo con las regulaciones ambientales para minimizar el impacto ecológico.

En resumen, el proceso de producción de ferroníquel es complejo y multifásico, abarcando desde la extracción del mineral hasta su transformación en productos de mayor valor. La eficiencia en la gestión de cada etapa del proceso, así como la atención constante a la calidad, costos y sostenibilidad, son esenciales para asegurar el éxito del proyecto. La siguiente gráfica muestra la composición actual del proceso de ferroníquel en Colombia, en el departamento de Córdoba, específicamente en la empresa Cerromatoso.

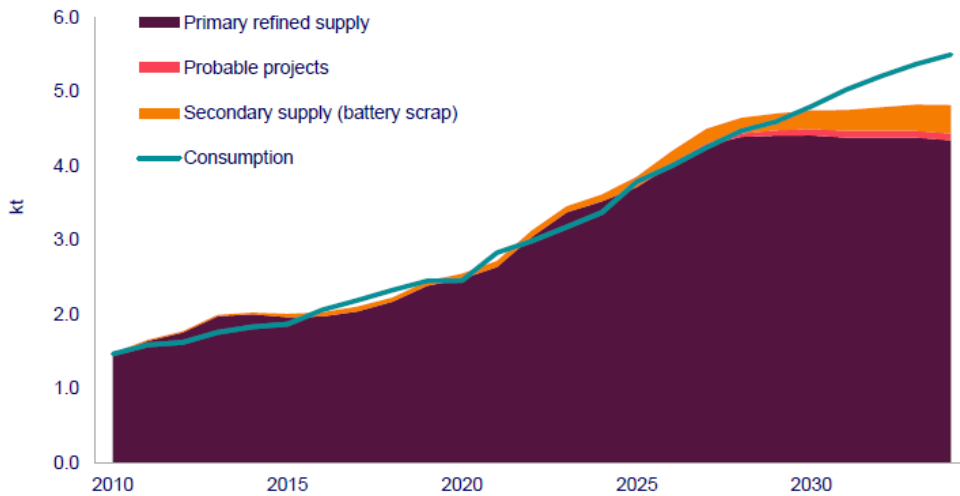
Figura 2. Proceso de producción de ferroníquel en Colombia



Fuente: Cerromatoso S. A. (s.f.).

El 2024 fue un año retador para este mercado, debido al alto nivel de oferta principalmente de Indonesia, que es el país dominante en la producción de productos de níquel. Por ende, los precios han mantenido una tendencia a la baja y ha provocado el cierre de varias empresas productoras como Nickel West y Sandouville. De ese modo, mientras que productores de Occidente batallan contra utilidades marginales o pérdidas, China e Indonesia mantienen un alto nivel de producción. No obstante, conviene anotar que, para principios del 2025, Indonesia anunció recorte de 40% en su producción para dar giro a los bajos precios y lograr controlar las emisiones el país, pero, aun así, se espera una sobreoferta de productos níquel, como se evidencia a continuación.

Figura 3. Demanda esperada de níquel



Fuente: Wood Mackenzie (2024).

China e Indonesia han liderado la conversión a productos destinados para el mercado de vehículos eléctricos y su rápida implementación ha derivado en que la oferta supera la demanda y los precios son bajos. En el corto plazo existen oportunidades como la reducción de las tasas de interés a nivel mundial, lo cual puede jalonar mayor consumo de bienes y servicios que finalmente podrá incrementar la demanda de níquel en el futuro.

2.1.1. Valor Presente Neto (VPN) en proyectos de minería

Este constituye una técnica de valoración tradicional que descuenta los flujos de caja futuros de un proyecto al costo de capital del proyecto para determinar su valor actual. Aunque es comúnmente utilizada, no tiene en cuenta la flexibilidad y las decisiones futuras, lo cual puede resultar en una valoración subóptima. Con ella se compara el valor de una inversión con el valor presente de sus flujos futuros. Si los flujos futuros descontados son superiores a la inversión, se determina que el proyecto agrega valor. Este puede combinarse con otros conceptos como la TIR y el tiempo en que se paga la inversión. Si el valor presente resulta cero es porque la TIR es igual al WACC o coste de oportunidad utilizado para traer los flujos a valor presente. La fórmula que rige los flujos de caja descontados se determina por lo siguiente:

$$DCF = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{FC_t}{(1+r)^n}$$

El éxito del uso de esta metodología depende mayormente en las variables de entrada que sean estimadas con la mejor estimación posible. Para el caso de los proyectos de minería se acostumbra en

la industria a trabajar con proyecciones en términos reales. Esto quiere decir que no se indexan los datos proyectados con la variable inflación.

Los ingresos son definidos principalmente por el precio del *commodity* y el volumen de ventas estimado para el periodo analizado. Los precios únicamente deben reflejar variaciones de mercado sin ningún tipo de ajuste por inflación. El volumen va a depender directamente de las reservas disponibles. Los costos se estiman con base en las variables más influyentes relacionadas con la producción del mineral, y dentro de estas se tienen cuenta los costos de minería que incluyen los procesos de perforación y voladura, cargue y acarreo, y preparación del mineral.

El VPN se determina restando de los flujos de caja futuros la inversión inicial:

$$VPN = DCF(\text{Flujos futuros}) - \text{Inversión inicial}$$

En opciones reales, el componente adicional que agrega la variabilidad de los flujos se reconoce como el valor de la opción real implícita (ORI), por tanto, el VPN total se calcula de la siguiente manera:

$$VPN \text{ total} = VPN + ORI$$

2.2 Análisis probabilístico mediante Montecarlo y el proceso de Ornstein-Uhlebeck

Montecarlo es una técnica que utiliza la simulación para modelar la incertidumbre en los flujos de caja futuros de un proyecto. Aunque puede capturar la incertidumbre, no modela explícitamente la flexibilidad y las decisiones futuras. Con esta metodología, primeramente se define las principales variables de entrada de acuerdo con su comportamiento estadístico definido por una distribución de probabilidad. El paso inicial consiste en definir aquellas variables que puedan tener un mayor impacto en el flujo de caja como, por ejemplo, precios de mercado, tasas de cambio o cambios en producción.

El segundo paso es definir la salida que se desea monitorear. Generalmente, se selecciona el valor de la empresa como resultado del VPN, y el resultado tendrá una distribución que reflejará la variabilidad resultante de las entradas seleccionadas. Adicionalmente, este resultado entregará un rango de posibilidades en donde se puede mover el valor de la empresa, así como el valor en riesgo que será determinando de la probabilidad que la empresa resulte en un VPN negativo. Por último, se podrá determinar el nivel de confianza de lograr un valor determinado dentro de la distribución de probabilidad.

Una de las variables más influyentes en la decisión de proyectos mineros es el precio de venta y, por ende, la definición de la distribución de probabilidad definida como entrada es sumamente importante. Al hablar de *commodities*, a pesar de que se rigen por medio de la ley de oferta y demanda, también es importante que principalmente se definan por los costos de operación que tenga el producto más un margen. Es importante notar que, más allá de la fluctuación de los precios, en el largo plazo siempre

tenderán al precio medio que refleja el costo de producción más un margen. Debido a lo anterior, se propone usar como medida de determinación del precio proyectado el proceso Ornstein-Uhlebeck de reversión a la media.

La siguiente ecuación representa un movimiento browniano por medio de una ecuación diferencia estocástica con reversión a la media:

$$dx_t = k \cdot (\theta - x_t)dt + \sigma dB_t$$

k es el coeficiente de reversión a la media, $(\theta - x_t)$ es la diferencia entre el Spot y la media. La simulación probabilística se aplica a la variable x_t , la cual se define como $x_t = \ln \left[\frac{P(t)}{Mid_t} \right]$, x_t se haya desde el logaritmo natural de la relación entre el spot Price y el mid estimado por expertos en *marketing*, y para efectos de este análisis se tomarán las proyecciones de expertos y sus perspectivas del níquel. x_t puede entenderse como la diferencia porcentual continuamente compuesta entre el precio simulado y el precio medio estimado por expertos. Por tanto, si $x_t > 0$, entonces $P_t > Mid$ y si es menor que cero, $P_t < Mid$.

x_t es modelado usando la proyección de precios con reversión a la media estándar, el cual asume que los precios de los *commodities* se mueven aleatoriamente en el tiempo, pero siempre tenderán a retornar a su media en el largo plazo. Como se ha explicado, la tendencia a la media se explica en que en el largo plazo siempre se tenderá al valor del coste promedio de producción más un margen. La simulación es diseñada de tal forma que x_t tiene una distribución normal con media $x_t=0$ ($P_t=Mid$). Esto resulta en que el logaritmo de los precios también tendrá una distribución normal y los precios estarán distribuidos log normalmente. La ecuación para modelar P_t se muestra a continuación:

$$P_t = \exp \left[\overbrace{\ln(Mid_t)}^{\text{Término 1}} + \overbrace{x_{t-1}}^{\text{Término 2}} + \overbrace{x_{t-1}(e^{-k(\Delta t)} - 1)}^{\text{Término 3}} + \overbrace{\sigma \sqrt{1 - e^{-2k(\Delta t)}} N(0,1)}^{\text{Término 4}} - \overbrace{\frac{1}{2} (1 - e^{-2kt}) \frac{\sigma^2}{2k}}^{\text{Término 5}} \right]$$

Término 1: Es el logaritmo natural del precio medio estimado por expertos $Mid(t)$ para un periodo en el tiempo. Este término lleva el valor esperado para P_t . El exponencial de los cuatro términos siguientes cuando tiene un valor de uno el valor esperado $E(P_t)=Mid(t)$.

Término 2: Este término refleja la desviación del precio actual con respecto al precio medio estimado por los expertos de *marketing*. Indica cuánto se ha desviado el precio del periodo anterior del precio medio esperado.

Término 3: La reversión a la media en el periodo actual, la desviación con el periodo anterior multiplicado por la fuerza de la revisión a la media. Es negativo cuando $X_{t-1} > 0$ (los precios bajan) y positivo cuando $X_{t-1} < 0$ (precios suben).

Término 4: Este término representa el movimiento aleatorio del proceso de reversión a la media. Se crea desde un valor aleatorio que sigue una distribución normal de media cero y desviación estándar de 1, multiplicado por la desviación estándar.

Término 5: Este término asegura que la media de P_t en la simulación se alinee con el precio medio dado por los expertos, corrigiendo el efecto del exponencial en una distribución normal, que añade mitad de la varianza a la media lognormal.

En resumen, esta fórmula combina la estimación del precio medio proporcionada por expertos, la desviación del precio anterior, el proceso de reversión a la media, el componente aleatorio y una corrección de varianza. Juntos, estos elementos permiten obtener una estimación realista y ajustada del precio en el tiempo P_t .

2.3 Opciones reales en la industria minera

Las opciones reales son una metodología de valoración financiera que considera la flexibilidad y las decisiones futuras en proyectos de inversión. Se basa en la teoría de opciones financieras, pero se aplica a decisiones de inversión en activos reales, no financieros. Existen dos metodologías comúnmente usadas para calcular el valor de las opciones.

2.3.1 Metodología de cálculo propuesta por Black Scholes

Es un modelo matemático utilizado para valorar opciones financieras. Aunque fue desarrollado originalmente para opciones financieras, se ha adaptado para su uso en opciones reales. En este se asume que los precios de las acciones al proyectarse tienen un comportamiento lognormal dado que solo puede tomar valores positivos y además su logaritmo natural está distribuido normalmente. Adicionalmente, no se considera el pago de dividendos durante la vida de la opción, no hay oportunidades de arbitraje y el tipo de interés libre de riesgo y la volatilidad son constantes en el tiempo. Por otro lado, asume que las negociaciones de las opciones ocurren de forma continua y que las opciones se del tipo europeo que solo puede ejercerse al vencimiento.

La siguiente fórmula muestra la fórmula usada para realizar los cálculos del valor de opción propuesto por Black Scholes, así como las explicaciones de las variables que se involucran en el cálculo:

$$C = S_0N(d_1) - xe^{-rt}N(d_2)$$
$$p = xe^{-rt}N(-d_2) - s_0N(-d_1)$$

Donde,

C: Valor de la opción tipo call.

P: Valor de la opción tipo put.

S0= Spot, o el valor actual del activo subyacente.

N(d1) = Representa la probabilidad ajustada al riesgo de que se ejerza una opción. Es una medida que toma en cuenta el precio esperado de las acciones si se ejerce la opción.

N(d2) = Es la probabilidad de que la opción sea ejercida sin riesgo, y en donde $X \cdot N(d2)$ es el precio del strike multiplicado por la probabilidad de que este sea pagado.

X= Strike, o el precio al que se pacta el activo subyacente.

r = La tasa libre de riesgo.

t = El horizonte de tiempo evaluado.

Los valores d1 y d2 son el valor z estandarizado que se reemplazaría en una distribución normal estándar de media 0 y desviación estándar 1:

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S_0}{x}\right) + (r + \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$d_2 = \frac{\ln\left(\frac{S_0}{x}\right) + (r - \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

Teniendo en cuenta que la aplicación de este estudio se basará en opciones reales, cabe hacer las siguientes aclaraciones con respecto a las equivalencias entre opciones reales y opciones financieras: el valor de la call cuando se habla de opciones reales es el equivalente al valor del VPN total explicado anteriormente, si se tiene en cuenta que el Strike en caso de valoración de proyectos de inversión vendría siendo el valor de la inversión, mientras que el Spot es el valor presente de los flujos futuros proyectados. Así mismo, la tasa libre de riesgo en este caso se sustituiría por el WACC o el costo ponderado del capital invertido por la empresa. La volatilidad será la resultante del riesgo inherente en los flujos de caja descontados y sobre esta se detallará más adelante.

2.3.2 Árboles binomiales

Son una herramienta que se utiliza en la valoración de opciones reales para modelar las diferentes trayectorias que puede tomar el precio de un activo. Permiten modelar la flexibilidad y las decisiones futuras de manera explícita. A diferencia de la metodología de Black Scholes, con los árboles binomiales es posible modelar otros tipos de opciones diferentes a las europeas; también podría, por ejemplo, ver el valor de una opción americana que puede vender el activo subyacente en cualquier momento. En cuanto a las similitudes, esta metodología se basa en el comportamiento aleatorio de los precios y su distribución lognormal.

El primer paso para aplicar esta herramienta es determinar los pasos up y down que se determinan mediante la siguiente fórmula:

$$u = e^{\sigma\sqrt{\Delta t}}$$

$$d = 1/u$$

Sea $u = up$, $d = down$, $\sigma = volatibilidad$, $\Delta t = un\ paso\ en\ el\ tiempo$

Segundo, se calcula la probabilidad que el precio suba de la siguiente fórmula:

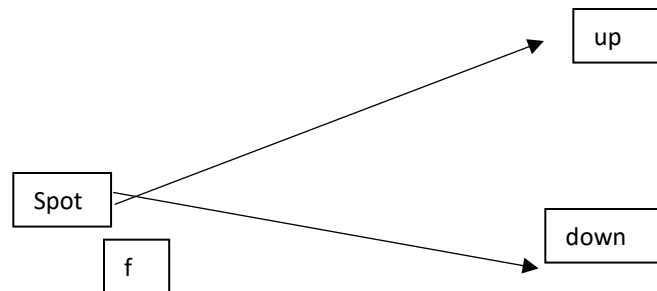
$$p = \frac{e^{rT} - d}{u - d}$$

Sea $p = probabilidad\ de\ up$ y probabilidad de down = $(1-p)$, entonces con la siguiente fórmula puede hallarse el valor de la opción:

$$f = [pf_u + (1 - p)f_d]e^{-rT}$$

La siguiente figura representa un árbol binomial de un solo paso, y durante el desarrollo de este estudio se presenta la forma de modelar en Excel el cálculo del árbol binomial de n pasos.

Figura 4. Ejemplo de árbol binomial



Fuente: elaboración propia.

En la última rama del árbol binomial se hace el cálculo del valor de la opción, dependiendo de si es una tipo call o tipo put, pero adicionalmente esta metodología permite evaluar las siguientes opciones:

- Opción de abandono: Representa la oportunidad que tiene el inversor de abandonar un proyecto si las condiciones se vuelven desfavorables, limitando las pérdidas potenciales. Esta opción es valiosa en entornos inciertos, ya que proporciona flexibilidad para adaptarse a cambios en el mercado. La fórmula para calcular el valor de la opción de abandono puede ser:

$$abandonar = \max(0, S - K)$$

Donde,

S = valor actual del proyecto y K es el costo de continuar con el proyecto.

- Opción de crecimiento: Refleja la decisión que pueda tener un accionista para expandir un proyecto o inversión en el futuro si las condiciones son favorables. Esta opción es importante para las empresas que buscan aprovechar oportunidades de crecimiento sin comprometerse a inversiones significativas de inmediato. El valor de la opción de crecimiento se puede calcular utilizando la fórmula:

$$\text{crecimiento} = \max(0, S_{\text{futuro}} - K)$$

Donde,

S_{futuro} es el valor esperado del proyecto en el futuro y K es la inversión inicial necesaria para la expansión.

- Opción de aplazamiento: Permite a los inversores retrasar la toma de decisiones sobre un proyecto hasta que se disponga de más información. Esta opción es útil en situaciones de alta incertidumbre, ya que permite a las empresas evaluar mejor el entorno antes de comprometer recursos. La fórmula para calcular el valor de la opción de aplazamiento puede ser la siguiente:

$$\text{aplazamiento} = \max(0, S - K)$$

Donde,

S es el valor del proyecto en el momento de la decisión y K es el costo de iniciar el proyecto.

2.3.3 Metodologías de cálculo de la volatilidad implícita

En finanzas, la volatilidad es una medida de la variación en el precio de un activo financiero. En el contexto de opciones reales, la volatilidad del precio del activo subyacente es un factor clave en la valoración, ya que de esta va a depender la magnitud del valor del proyecto, como se evidencia más adelante. La volatilidad puede ser histórica, que es la fluctuación del precio del activo en un pasado; o implícita, que se deriva del precio de las opciones y refleja las expectativas del mercado sobre la volatilidad futura. En la valoración de opciones reales se suele utilizar la volatilidad implícita porque es más relevante para las decisiones futuras. El cálculo de la volatilidad se puede hacer de varias formas, pero una de las más comunes es a través del uso de la desviación estándar de los rendimientos logarítmicos del precio del activo, y para el caso de esta investigación se usará la variación logarítmica de los flujos de caja proyectados. Adicionalmente, se trabajará con la volatilidad resultante de la distribución de probabilidad del VPN probabilístico, y también se aplicará la metodología de Copeland y Anticarov. Por último, se tendrá de referencia la volatilidad de proyecto similares que coticen en bolsa. Una vez calculada la volatilidad, se puede incorporar en el modelo de opciones reales para valorar la opción. Es importante recordar que una mayor volatilidad implica un mayor riesgo, pero

también una mayor oportunidad de ganancias, lo cual se refleja en un mayor valor de la opción. Además de la volatilidad, otros factores influyen en el valor de una opción real, como el tiempo hasta la expiración de la opción, el valor presente de los flujos de caja esperados del proyecto, el costo de inversión y la tasa libre de riesgo. A continuación, se explican las fórmulas a usar por cada una de las aproximaciones de cálculo de volatilidad en caso de que aplique.

Copeland y Anticarov proponen realizar el cálculo con base en la variación logarítmica entre el valor presente en el tiempo cero (constante) y el valor presente en un tiempo uno resultado probabilístico que va a resultar de las distribuciones de probabilidad de las variables de entrada. Es importante mencionar que se trata aplicar la fórmula sobre el valor presente y no el VPN. Una vez se tengan estos dos valores, se halla el valor:

$$z = \ln \left(\frac{VP1 + FCL1}{VP0} \right)$$

z tiene un comportamiento probabilístico y, por tanto, una desviación estándar que será el input usado como dato de volatilidad implícita de los flujos.

Por otro lado, se destaca el método sesgado que utiliza las variaciones de los flujos de caja de la forma $\ln(FCLt/FCLt-1)$. Se tendrá un valor por año y después se calculará la desviación estándar de estas variaciones dando como resultado la volatilidad. Dado que la proyección define precios estimados de expertos para el caso de negocio específico tratado en este estudio, se determinará el valor de la desviación estándar probabilístico resultado de las diferentes entradas del modelo de valoración. En este caso, el resultado no será la desviación estándar de la distribución, sino la media de todas las desviaciones estándar calculadas.

3. Desarrollando el modelo de valoración

El entendimiento del caso de negocio es la primera parte para armar el modelo de valoración. Actualmente, se tiene una planta en donde se produce ferroníquel. Las principales variables que impactan este negocio son el precio de venta, la tasa de cambio, el precio de la energía, el gas y la mano de obra. Sin embargo, el caso de estudio se trata de incluir un proceso adicional a la actual planta para transformar el ferroníquel en mata de níquel. Si se evalúa desde el punto de vista del valor incremental en el caso de considerar una opción sin planta y otra con planta, el valor resultante estará determinado por el premio adicional que pueda ofrecer el nuevo producto; adicionalmente, al sumar esta etapa se puede producir cobalto en pocas cantidades, pero suficientes para agregar valor en su comercialización. Otro supuesto de suma importancia es el porcentaje de recuperación del producto final. Todo mineral al someterse a un proceso químico sufre unas pérdidas que se representa un porcentaje del producto inicial, y a esto se le llama el porcentaje de recuperación. Por otro lado, hay que considerar los costos de procesamiento, los cuales tienen un porcentaje resultante de los agentes que se agregan durante el proceso y la mano de obra. Este estudio toma valores reales estimados por expertos en cuenta a porcentaje de recuperación, costos de operación y estimación de capacidad de producción de mata de níquel y cobalto, como datos de entrada para el modelo de valoración. En cuanto al precio de venta, este se tomará de estimaciones de expertos en mercadeo de este producto para el modelo determinístico. Para efectos de dicha estimación se ha desarrollado un modelo apropiado que tiene en cuenta todos los elementos descritos, así como los de resultados de pago de impuestos y regalías posterior al proceso de transformación. Los flujos de caja proyectados deben ser lo suficientemente robustos para pagar la inversión de la planta estimada en unos USD 100 millones, los cuales serán amortizados en la vida

Previo a ver los resultados del modelo de valoración determinístico, se estudiará el paso a paso el comportamiento de cada una de las variables más importantes con o sin proyecto. Empezando por el perfil de producción de ferroníquel y teniendo en cuenta la recuperación, se explica en el siguiente cuadro.

Tabla 1. Proyección de producción

Producción																				
	Units	2025	2026	2027	2028	2029	2030	2031	2032	2033	2034	2035	2036	2037	2038	2039	2040	2041	2042	2043
Sin Proyecto																				
Producción Ferroníquel	Tni	35,905	30,762	36,405	34,450	34,744	34,536	35,941	33,815	33,174	32,719	31,671	32,116	30,926	30,321	30,039	31,406	28,475	29,015	29,782
Feni Grade	%	29%	27%	25%	23%	24%	25%	25%	24%	22%	23%	23%	24%	24%	23%	16%	24%	24%	24%	24%
Con Proyecto																				
Entrada Planta de Matte	Tni				20,000	20,000	20,000	20,000	20,000	20,000	20,000	20,000	20,000	20,000	20,000	20,000	20,000	20,000	20,000	20,000
Recuperación	%				0.974	0.974	0.974	0.974	0.974	0.974	0.974	0.974	0.974	0.974	0.974	0.974	0.974	0.974	0.974	0.974
Salida de Planta de Matte	Tni				19,480	19,480	19,480	19,480	19,480	19,480	19,480	19,480	19,480	19,480	19,480	19,480	19,480	19,480	19,480	19,480
Producción de Ferroníquel	Tni	35,905	30,762	36,405	14,450	14,744	14,536	15,941	13,815	13,174	12,719	11,671	12,116	10,926	10,321	10,039	11,406	8,475	9,015	9,782
Total producción con proyecto	Tni	35,905	30,762	36,405	33,930	34,224	34,016	35,421	33,295	32,654	32,199	31,151	31,596	30,406	29,801	29,519	30,886	27,955	28,495	29,262
Variación Ni Con vs Sin proyecto	Tni	-	-	-	(520)	(520)	(520)	(520)	(520)	(520)	(520)	(520)	(520)	(520)	(520)	(520)	(520)	(520)	(520)	(520)
Otros productos																				
Feni Grade	%	29%	27%	25%	23%	24%	25%	25%	24%	22%	23%	23%	24%	24%	23%	16%	24%	24%	24%	24%
Recuperación Cobalto * Grado	%			0.25%	0.25%	0.25%	0.25%	0.25%	0.25%	0.25%	0.25%	0.25%	0.25%	0.25%	0.25%	0.25%	0.25%	0.25%	0.25%	0.25%
Toneladas de Feni	fFeni			-	85,470	82,354	81,304	81,080	84,136	92,755	86,983	85,541	84,520	82,491	85,245	121,251	84,782	84,994	84,065	83,881
Cobalto	Tco	-	-	-	216.75	208.85	206.19	205.62	213.37	235.23	220.59	216.93	214.34	209.20	216.18	307.49	215.01	215.55	213.19	212.72

Fuente: elaboración propia.

Como se observa, la planta de producción de mata de níquel tendría una capacidad de procesamiento de 20.000 toneladas de níquel, con una recuperación del 97,4%, lo cual da como resultado 19.480 toneladas de mata de níquel disponible para venta, lo cual representa una pérdida de 520 toneladas versus la producción original del caso sin proyecto. Por otro lado, de la producción de mata de níquel sale un producto adicional que es el cobalto, el cual se calcula con base en un porcentaje de recuperación por el grado de concentración del cobalto y este se aplica a las toneladas de ferroníquel. El margen obtenido de las ventas de la combinación de productos debe ser tal que pague los costos de producción y la inversión de capital de la fase adicional.

La proyección de precios es el *driver* más determinante de los ingresos incrementales recibidos por el proyecto. El premio de mata de níquel sobre el ferroníquel debe ser suficiente para pagar por el Capex las pérdidas de producción de ferroníquel, y los costos operativos incrementales.

Tabla 2. Proyección de porcentaje de pagable del LME

Concepto	Unidad	2025	2026	2027	2028	2029	2030	2031	2032-43
Pagable ferroníquel del LME	%	83%	83%	83%	82%	81%	80%	80%	79%
Pagable mata de níquel del LME	%	86%	87%	87%	87%	88%	88%	88%	88%
Diferencia	%	3%	4%	5%	6%	7%	7%	8%	9%

Fuente: elaboración propia.

De la tabla anterior, el porcentaje de pagable termina en una diferencia de 9% versus el pagable del ferroníquel, lo cual representa el premio adicional por la transformación. Este sería el valor de mayor significancia, el porcentaje de pagable del LME finalmente va a tener un valor diferente a medida que el LME incremente o disminuya y, mientras sea menor el valor del negocio, va a verse mayormente retado.

Otros puntos a tener en cuenta en la valoración es la inversión y costos operativos de trabajar con una etapa de transformación del producto de ferroníquel a mata de níquel. Para los costos operativos se toma un reciente estudio de parte de un consultor especializado en el tema, donde se especifica que todos los costos, incluido mano de obra y suministros, están estimados en USD 628/tonelada de níquel (sean estas las que ingresan a la planta para su transformación). Por último, la inversión de capital está estimada en USD 102 millones. Se asume que este proyecto tendría una duración de 2 años en su construcción y puesta en marcha, por lo cual se esperan para el año 2028 los primeros flujos estimados con beneficios. Para lograr maximizar los beneficios del proyecto, adicionalmente se considera que los beneficios de la planta de mata de níquel lo recibirán una nueva compañía que operará en zona franca, con lo cual el impuesto de renta es del 20%, en lugar del 35%.

4. Construyendo el flujo de caja e indicadores de valor

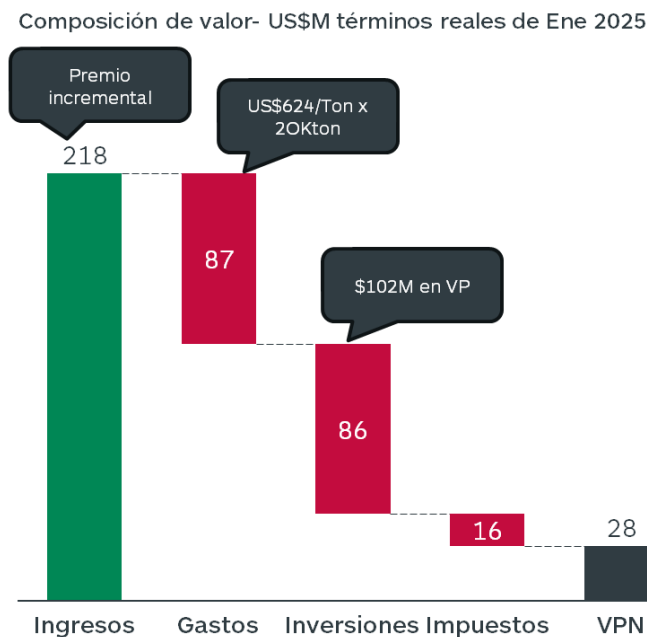
A partir del entendimiento de todas las variables, es posible resumir el flujo de caja en las principales entradas o ingresos, así como las salidas respectivas, el pago de impuestos y finalizar con el valor neto resultante del flujo de caja proyectado.

Tabla 3. Proyección del flujo de caja determinístico

Flujo de Caja	Units	2025	2026	2027	2028	2029	2030	2031	2032	2033	2034	2035	2036	2037	2038	2039	2040	2041	2042	2043
Ingresos	US\$M	-	-	-	19.85	24.09	27.85	31.69	34.15	35.07	34.55	34.39	34.29	34.08	34.35	37.82	34.46	34.33	34.24	34.22
Costos operativos	US\$M	-	-	-	(11.53)	(12.53)	(12.53)	(12.53)	(12.54)	(12.53)	(12.53)	(12.53)	(12.54)	(12.53)	(12.53)	(12.53)	(12.54)	(12.53)	(12.53)	(12.53)
Inversión	US\$M	-	-	(102.40)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Impuestos	US\$M	-	-	(0.17)	0.35	(0.40)	(1.19)	(2.00)	(2.52)	(2.73)	(2.65)	(2.66)	(2.67)	(2.66)	(4.40)	(5.12)	(4.39)	(4.40)	(4.38)	(4.38)
Flujo de Caja	US\$M	-	-	(102.57)	8.68	11.16	14.12	17.15	19.10	19.81	19.37	19.20	19.09	18.89	17.41	20.17	17.53	17.40	17.33	17.31
Valor Presente	US\$M	28																		

Fuente: elaboración propia.

Figura 5. Composición de valor



Fuente: elaboración propia.

La gráfica anterior muestra la composición de valor del VPN calculado resultante de los flujos de caja incrementales del proyecto. Como se observa, los ingresos esperados son apenas suficientes para pagar el Opex y el Capex. Lo anterior es debido a que la inversión inicial es muy alta para los flujos de caja incrementales esperados. Esto es posible determinarlo al evaluar el *payback*, que determina cuántos años se requiere para que se pague la inversión inicial. De la tabla número tres se puede determinar el *payback* como 8,3 años, que es el tiempo en el cual se pagan los USD 102 millones de inversión inicial. Por otro lado, la tasa a la que rinden los flujos, a la que se descuentan los flujos proyectados, hace el VPN cero del 14%. Otro indicador que puede ayudar a dar un sentido del valor que agrega al negocio

esta inversión es determinar cuál porcentaje es el valor presente de la inversión inicial, lo cual da un índice de que porcentaje retorna el capital invertido. Para este caso, sería dividir USD 28 millones entre USD 102 millones, lo que resulta en 0,27. El siguiente cuadro presenta el resumen de los principales indicadores de este proyecto.

Tabla 4. Principales indicadores del resultado determinístico

Indicador	Unidad	Valor
VPN	USD millones	28
<i>Payback</i>	Años	8.3
IRR	%	15.7
Relación VPFCL/Capex	Ratio	1.02
Tiempo de inversión	Años	16
Capex	USD millones	102

Fuente: elaboración propia.

De los resultados de estos indicadores financieros, el proyecto no resulta muy atractivo: es una inversión muy alta (USD 102 millones) para un retorno o NPV de USD 28 millones, y para el nivel de inversión se esperaría un IRR > 20%. Por otro lado, el tiempo de pago de la inversión inicial también es muy alto, lo cual hace que el proyecto esté expuesto a otro tipo de riesgos mientras se logra el valor de punto de equilibrio. Para esto, la información del cuadro de resultados puede ser insuficiente y se hace necesario realizar sensibilidades a las variables de mayor impacto en los flujos de caja. Esta es una metodología que permite ver el impacto de las principales variables de forma determinística y se representan en una gráfica de tornado.

Para empezar, es necesario determinar los rangos de las variables a realizar para prueba de valor, y sobre estas se define un valor mínimo máximo y el valor medio es el usado para el valor determinístico. La siguiente tabla muestra las principales variables y sus rangos determinados por expertos en el proyecto.

Tabla 5. Principales *drivers* para testear el riesgo de la inversión

Driver	Unidad	Mínim o	Medi o	Máxim o
Precio LME	USD/Tonela da de níquel	15,096	19,25 2	23,838
Descuento ferroníquel	USD/Tonela da de níquel	-1,537	- 3,843	-535
Descuento de mata de níquel	USD/Tonela da de níquel	-2,356	- 2,356	-2,356
Recuperación níquel	%	95	97	99
Costo de operación	USD/Tonela da de níquel	500	624	950

Capex	USD millones	75	102	125
Atrasar/Adelantar un año	Año	2028	2028	2029

Fuente: elaboración propia.

Adicionalmente, se incluye dentro del análisis de sensibilidad determinístico la variación porcentual de los descuentos mostrados sobre el LME, ya que esta es la forma como normalmente opera el mercado y el protocolo de precios muestra un escenario que no es explicado por el comportamiento histórico. La siguiente tabla muestra los supuestos manteniendo el precio del LME variable con un descuento fijo:

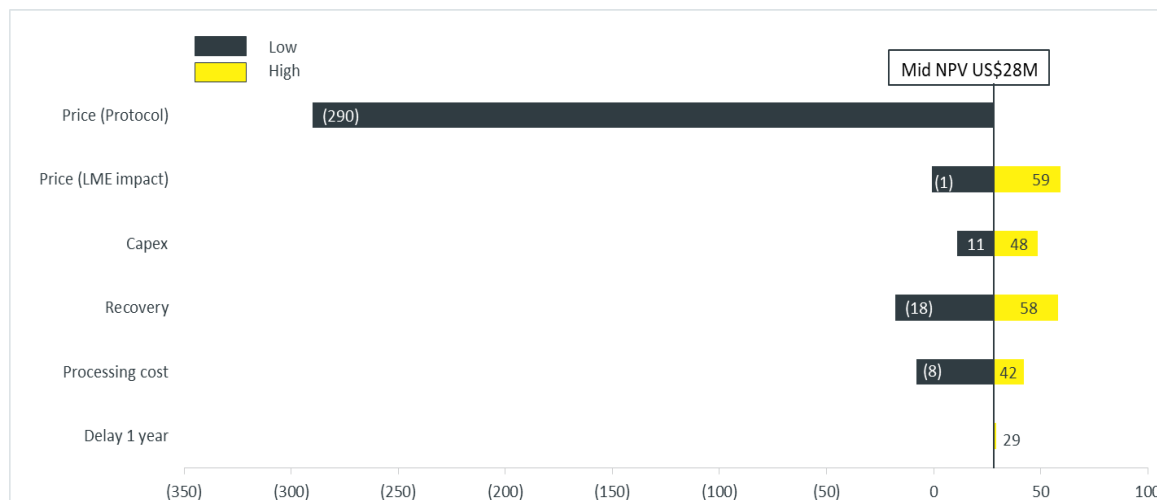
Tabla 6. Drivers de ingreso como porcentaje del LME

Driver	Unidad	Mínimo	Medio	Máximo
Precio LME	USD/Tonelada de níquel	15,096	19,252	23,838
Descuento ferroníquel	US\$/Tonelada de níquel	-1,537	-3,843	-535
Descuento de mata de níquel	US\$/Tonelada de níquel	-2,356	-2,356	-2,356

Fuente: elaboración propia.

En la gráfica a continuación se puede observar el resultado de las sensibilidades corridas:

Figura 6. Gráfica de tornado resultante de sensibilidades determinísticas



Fuente: elaboración propia.

No es sorpresa que la variable de mayor influencia sea el precio, ya que sobre este se ha basado el caso de negocio, el es conseguir un premio sobre los valores actuales del ferroníquel. Sin embargo, al observar las variables testeadas, se prevé que, tanto en el caso mínimo como en el máximo el descuento de la mata de níquel sea mayor que el del ferroníquel, y únicamente en el caso medio sea mayor el de mate. Esto supone un riesgo importante porque, si este fuese el caso, el precio no podría fluctuar porque el negocio se iría a pérdida y esto es lo que resulta de la gráfica. La razón por la que se supone un menor precio para la mate de níquel es la evolución de los proyectos de esta tecnología, donde China e Indonesia se han movido rápidamente cubriendo y, en algunos casos, superando la demanda proyectada, lo cual puede abaratar su valor y hacer que las ventas para acero inoxidable superen el precio que se destina para el mercado de baterías. Lo anterior es lo que consideran los expertos de mercadeo como una estimación pesimista: procesar mata de níquel supone un costo adicional de producción y en el largo plazo los precios tienden a la media, que es el costo de producción más un margen. Los siguientes ítems que representan un riesgo para el proyecto son los costos de operación y el porcentaje de recuperación.

El rango de valor del proyecto oscila entre (USD 290 millones) y USD 59 millones. Al analizar el conjunto de resultados determinísticos, es posible concluir que el VPN de USD 28 millones y la TIR de 15,7% no son suficiente para asumir el riesgo de la inversión, teniendo en cuenta un *payback* de 8 años y una inversión de USD 102 millones. Adicionalmente, si se considera el escenario de control del mercado por parte de Indonesia y China, podría acarrear una alta pérdida de hasta USD 290 millones.

5. Aporte de Montecarlo en la estimación y reversión a la media

Lo anteriormente expuesto fue corrido con cálculos determinísticos y luego se sensibilizaron las variables determinadas con funciones de probabilidad acorde, utilizando Montecarlo y reversión a la media. A continuación, se brinda una explicación paso a paso sobre cómo hacer la configuración del modelo para poder obtener un resultado probabilístico. Al final, se complementa la conclusión del capítulo anterior y se obtiene respuesta sobre los aportes de incluir el análisis probabilístico.

El primer paso consistió en hacer la configuración de las variables de entrada como se muestra a continuación:

5.1 Precios LME

Se proyectan aplicando reversión a la media, la cual es incluida en forma de cálculo dentro del modelo de valoración. Es común que dentro de la configuración se tenga una pestaña de macroeconómicos y otra probabilística, como se observa del modelo construido:

Figura 7. Foto de pantalla del modelo creado, link con pestaña probabilística

Section	Variable	Currency	Real/Real	Date	Value
1.4 Nickel Price	1.4.1 Nickel (LME)				
	Min	US\$	real	1-ene-25	13,444
	Low	US\$	real	1-ene-25	16,210
	Mid	US\$	real	1-ene-25	17,375
	High	US\$	real	1-ene-25	19,950
	Max	US\$	real	1-ene-25	21,806
	Probabilistic	US\$	real	1-jul-24	16,323
		US\$	real	1-ene-24	
		US\$	real	1-ene-25	
		US\$	real	1-ene-25	
1.4.2 FerroNickel (discount)	1.4.2 FerroNickel (discount)				
	Min	US\$	real	1-ene-25	(16.8%)
	Low	US\$	real	1-ene-25	(16.8%)
	Mid	US\$	real	1-ene-25	(16.8%)
	High	US\$	real	1-ene-25	(16.8%)
	Max	US\$	real	1-ene-25	(16.8%)
	Probabilistic	US\$	real	1-ene-25	(16.8%)
		US\$	real	1-ene-24	
		US\$	real	1-ene-25	
		US\$	real	1-ene-25	
Rebase Factor					1.000

Fuente: elaboración propia.

Como se observa en la figura anterior, el primer paso fue vincular la celda del *output* probabilístico a la pestaña de macroeconómicos. Ahora, se explica la aplicación del proceso de reversión a la media. Para aplicar la fórmula, en principio se deben determinar las variables volatilidad histórica, factor de reversión, y se usará el precio medio que se empleó en la evaluación determinística. Es importante aclarar que los precios históricos nominales deben llevarse a términos reales de la fecha de valoración, que para esta ocasión es enero del 2025. La volatilidad se toma de la variación del histórico de los

precios de 20 años, se puede testear el exponente de *hurst* y el coeficiente de reversión a la media con el siguiente código en Python:

Código Python:

```
import pandas as pd
import numpy as np
import statsmodels.api as sm

# Cargar datos desde el archivo de Excel
file_path = r'C:\Users\fredd\OneDrive\Trabajo de grado EAFIT\CMO-Historical-Data-Monthly.xlsx' # Reemplaza con la ruta de tu archivo
sheet_name = 'Sheet1' # Reemplaza con el nombre de tu hoja
column_name = 'Price' # Reemplaza con el nombre de la columna que contiene tus datos

# Leer los datos
data = pd.read_excel(file_path, sheet_name=sheet_name)

# Asegurar que los datos estén ordenados por tiempo (si es aplicable)
data = data.sort_values(by='Date') # Reemplaza 'Date' con tu columna de tiempo si es necesario

# Extraer la serie de tiempo
time_series = data[column_name]

# Calcular las diferencias y los valores rezagados
delta_y = time_series.diff().dropna()
y_lag = time_series.shift(1).dropna()

# Añadir una constante a los valores rezagados para la regresión
y_lag = sm.add_constant(y_lag)

# Ajustar el modelo de regresión lineal
model = sm.OLS(delta_y, y_lag)
results = model.fit()

# Extraer el coeficiente de reversión a la media (theta) mensual
mean_reversion_coefficient_monthly = -results.params[1] # Negativo del coeficiente de y_lag

# Calcular el coeficiente de reversión a la media (theta) anualizado
mean_reversion_coefficient_annual = 1 - (1 - mean_reversion_coefficient_monthly) ** 12

# Calcular la desviación estándar de la serie de tiempo
#std_dev_monthly = np.std(time_series)

# Calcular la desviación estándar anualizada
#std_dev_annual = std_dev_monthly * np.sqrt(12)
```

```

# Imprimir los resultados
print("Coeficiente de Reversión a la Media (theta) Mensual:",
mean_reversion_coefficient_monthly)
print("Coeficiente de Reversión a la Media (theta) Anual:", mean_reversion_coefficient_annual)
print("Desviación Estándar Mensual de la Serie de Tiempo:", std_dev_monthly)
print("Desviación Estándar Anualizada de la Serie de Tiempo:", std_dev_annual)
print(results.summary())

# Función para calcular el exponente de Hurst
def calculate_hurst_exponent(time_series, max_lag=50):
    """
    Calcular el exponente de Hurst usando el método de rango rescalado (R/S).
    :param time_series: Los datos de la serie de tiempo (pandas Series o numpy array).
    :param max_lag: El lag máximo a usar para el cálculo.
    :return: Exponente de Hurst.
    """
    lags = range(2, max_lag)
    tau = [np.std(np.subtract(time_series[lag:], time_series[:-lag])) for lag in lags]

    # Filtrar tau y lags para asegurarse de que todos los valores de tau sean mayores que cero
    valid_indices = [i for i, t in enumerate(tau) if t > 0]
    valid_lags = np.array([lags[i] for i in valid_indices])
    valid_tau = np.array([tau[i] for i in valid_indices])

    if len(valid_lags) == 0 or len(valid_tau) == 0:
        raise ValueError("No hay valores válidos para calcular el exponente de Hurst. Revisa los
datos de la serie de tiempo.")

    # Ajuste de línea polinómica a los valores válidos
    poly = np.polyfit(np.log(valid_lags), np.log(valid_tau), 1)
    return poly[0]

# Calcular el exponente de Hurst
try:
    hurst_exponent = calculate_hurst_exponent(time_series)
    print("\nExponente de Hurst:", hurst_exponent)

    # Interpretar el exponente de Hurst
    if hurst_exponent > 0.5:
        print("La serie de tiempo está en tendencia (correlación positiva a largo plazo).")
    elif hurst_exponent < 0.5:
        print("La serie de tiempo revierte a la media (correlación negativa a largo plazo).")
    else:
        print("La serie de tiempo es aleatoria (sin correlación).")
except ValueError as e:
    print(e)

```

Finalización de código

De lo anterior se obtiene una desviación estándar de 28,7% discreta y un factor de reversión de

“Coeficiente de Reversión a la Media (theta) Anual: 0.2526730650397978”

El código anterior aplica una regresión a los datos históricos de precio, lo cual se puede lograr bajo los siguientes pasos:

- Calcular la diferencia absoluta entre los precios reales históricos en una columna.
- En una segunda columna se incluye el precio del periodo anterior.
- La columna 1 es las y la columna 2 serían las x, para usar las fórmulas de Excel SLOPE = - Factor de reversión a la media.
- Dado que el histórico de precios es mensual, el valor calculado de factor debe multiplicarse por los doce meses del año.

Seguidamente, se realiza la formulación para el cálculo del precio usando reversión a la media con la siguiente fórmula:

$$P_t = \exp \left[\begin{array}{c} \text{Término 1} \\ \text{Término 2} \\ \text{Término 3} \\ \text{Término 4} \\ \text{Término 5} \end{array} \right] \ln(Mid_t) + x_{t-1} + x_{t-1}(e^{-k(\Delta t)} - 1) + \sigma \sqrt{1 - e^{-2k(\Delta t)}} N(0,1) - \frac{1}{2} (1 - e^{-2kt}) \frac{e^2}{2k}$$

Esto en Excel se observa de la siguiente forma:

Figura 8. Formulación en Excel de metodología de reversión a la media

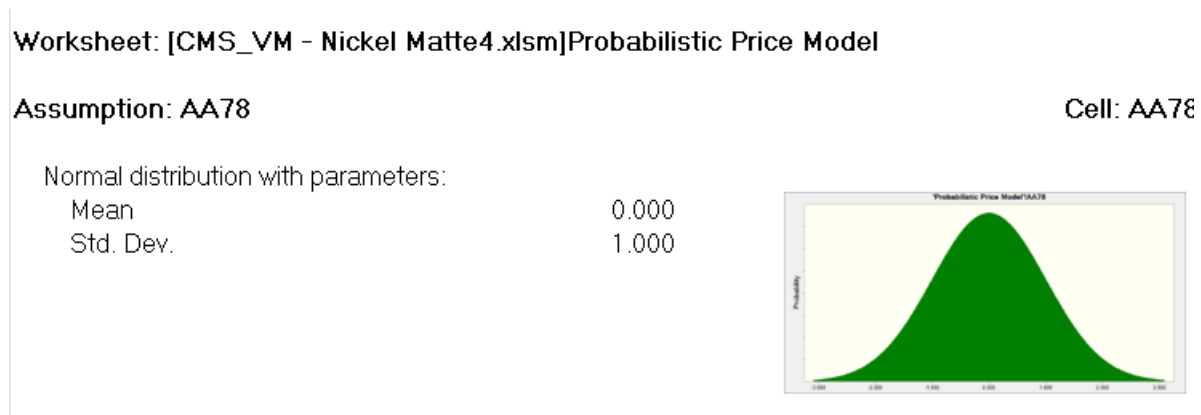
Section 4: Protocol Forecast and Historical Data				
Protocol Forecast:				
Financial Year Ending June ==>			2019	2020
Nickel (LME Grade A Cash) - Mid	US\$/Lb real	45658	7.71446260754356	7.71446260754356
Historical Data:				
Financial Year Ending June ==>				2005
Nickel (LME Grade A Cash)	US\$/Lb real	45658		8.19526636471095

Section 5: Probabilistic Model				
=A563				
Time Period	years		2019	2020
Time Step	years		0	=F74-SE574
Sample from standard normal distribution				0
Standard deviation in χ_t - per period				=SQRT((1-EXP(-2*SC556*F576)))*C
In(Mid _t)				=LN(F64)
χ_t - Start of period		Termino 1		=E85
χ_t - Mean Reversion during period		Termino 2		=F582*(EXP(-1*SC556*F576)-1)
χ_t - Random component during period		Termino 3		=F79*F78
χ_t - End of period		Termino 4		=F82+F83+F84
In(S _t) - End of period		1+2+3+4		=LN(E564)+E85
Variance in χ_t at t = T				=(1-EXP(-2*SC556*E575))*(SC555
0.5 x Variance in χ_t at t = T		Termino 5		=0.5*E89

Fuente: elaboración propia.

El color resaltado en verde define el componente aleatorio de la fórmula seteado en el *software* Crystall Ball, que simula una variable aleatoria con distribución de probabilidad normal con media cero y desviación estándar uno. En ocasiones, algunos analistas seleccionan solo el primer año con distribución y los demás se relacionan con este primer año. La práctica que refleja de mejor manera la aleatoriedad consiste en realizar este proceso por cada uno de los años para tener un mejor resultado del impacto de la variación del precio en la simulación. La siguiente figura muestra la configuración de la variable aleatoria por cada uno de los años.

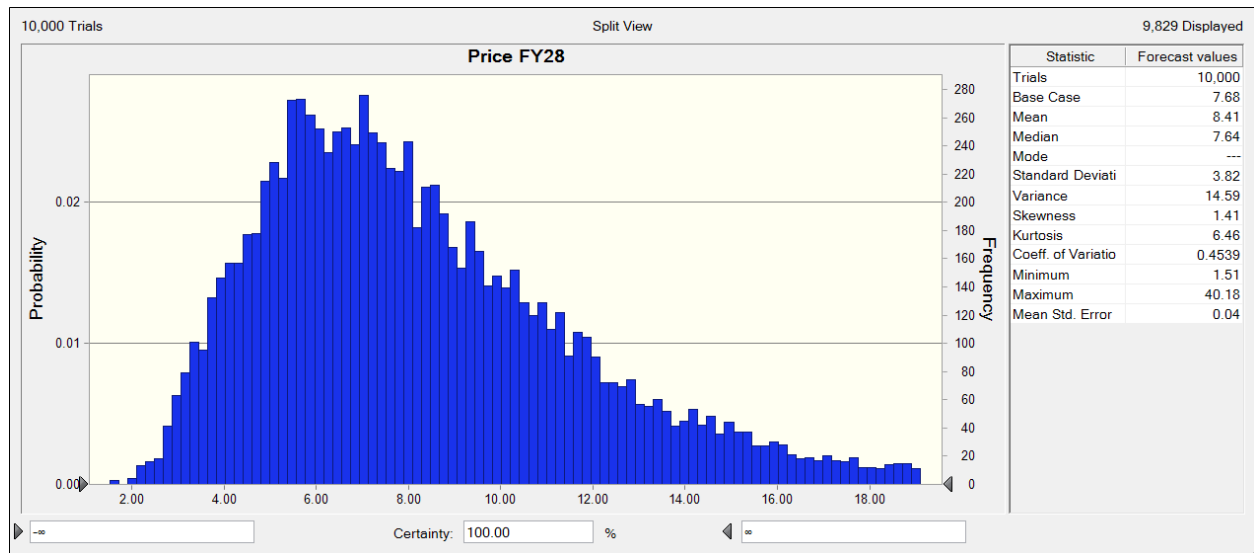
Figura 9. Configuración de variable de entrada con distribución de probabilidad normal con media de cero y desviación estándar de uno



Fuente: elaboración propia.

La anterior configuración da un resultado de precio con una distribución diferente para cada año. Como ejemplo, para el año 2028 el resultado de la simulación entrega lo siguiente:

Figura 10. Precio proyectado para el año 2028



Fuente: elaboración propia.

5.2 Recuperación

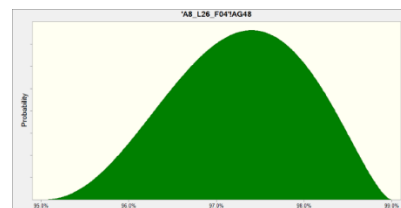
Para la recuperación, dado que es un juicio de expertos, producto de un análisis de factibilidad del proyecto, es posible usar una distribución Beta Pert, la cual da mayor probabilidad de ocurrencia a la media. Cuando se tiene criterio de expertos, pero se quiere sesgar el resultado a la media, la distribución Beta Pert es la distribución para usar. La siguiente figura muestra la configuración de esta entrada para el modelo probabilístico.

Figura 11. Distribución Beta Pert para el porcentaje de recuperación de mata de níquel

Recuperación

BetaPERT distribution with parameters:

Minimum	95.0%
Likeliest	97.4%
Maximu	
m	99.0%



Cell:
AG4
8

Fuente: elaboración propia.

5.3 Costos

Estos representan otra fuente de incertidumbre. El contratista experto entregó un rango de costos en donde se puede mover el proyecto y adicionalmente es conocido que el ferróníquel no requerirá la adición de ciertos consumibles en el proceso de refinación. La variación de costos, al ser un estimado de expertos, incluye una distribución Beta Pert, como se observa en la siguiente figura.

Figura 12. Distribución Beta Pert para costos operativos

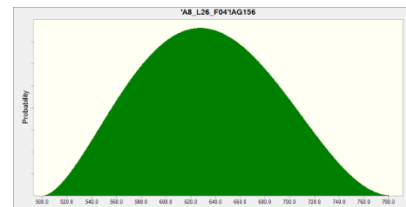
Worksheet: [CMS_VM - Nickel Matte4.xlsm]A8_L26_F04

Costos operativos:

Cell: AG156

BetaPERT distribution with parameters:

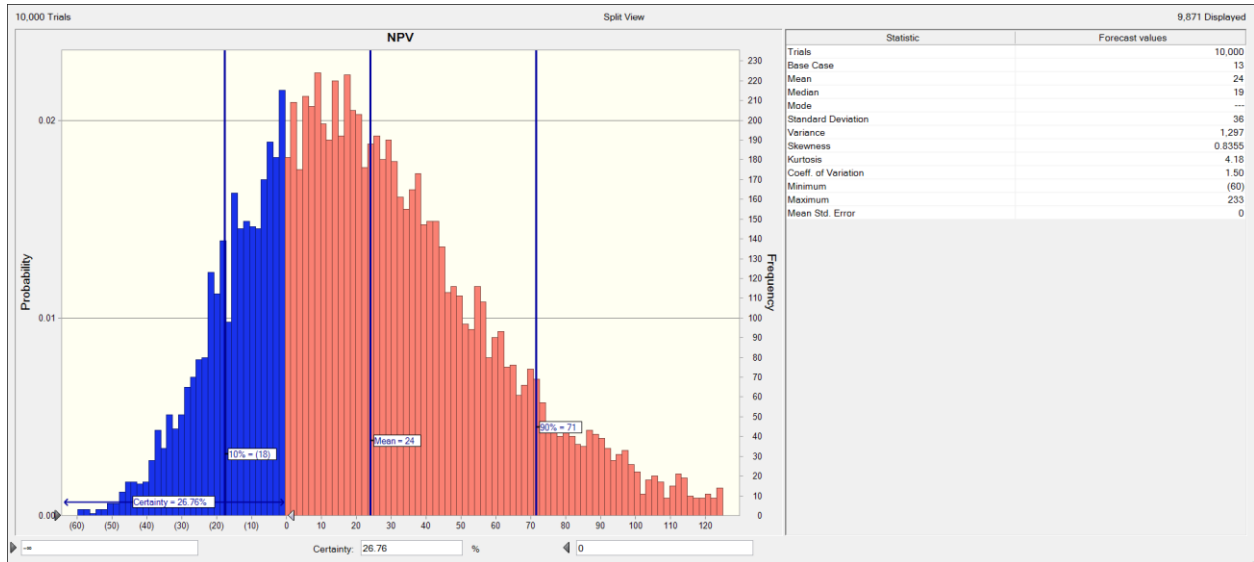
Minimum	500.0
Likeliest	627.7
Maximum	784.0



Fuente: elaboración propia.

Luego de haber seteado todas las variables de entrada, se definen las salidas a monitorear. Para este caso, se define el VPN en el tiempo cero, el VPN en el tiempo uno y, por último, se configura como salida la volatilidad estimada según la ecuación de Copeland y Anticarov. La cantidad de iteraciones tiene una forma de determinación matemática, sin embargo, en la práctica se observa el nivel de iteraciones al cual el promedio y desviación estándar no cambian durante la simulación. Para empezar, se analizan los resultados de la variable de mayor importancia resultante de las iteraciones que es el VPN.

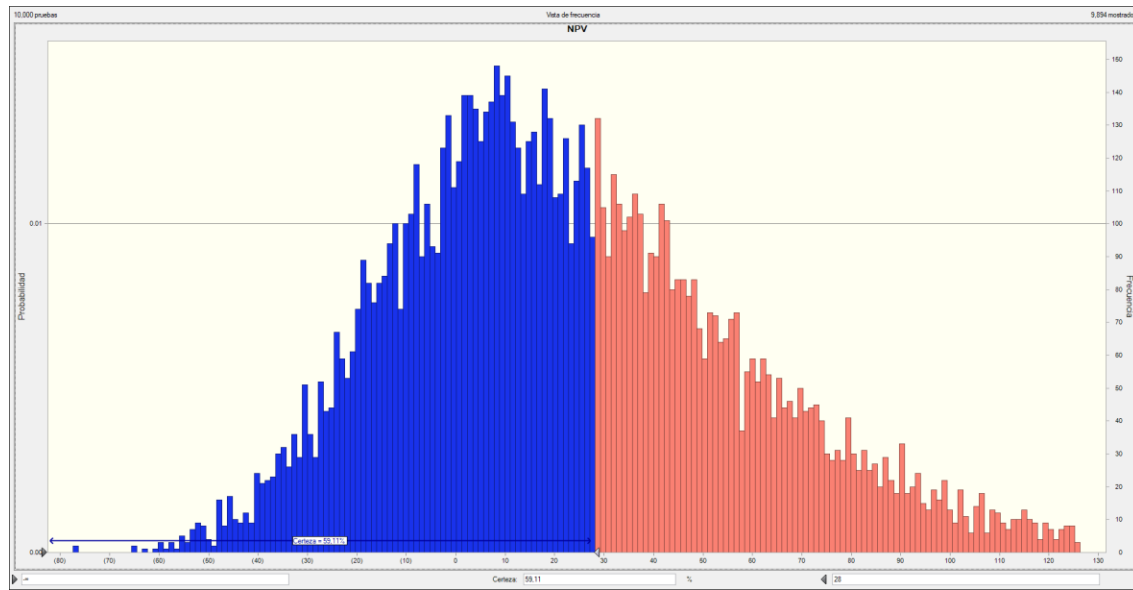
Figura 13. Distribución de probabilidad del VPN para el caso de negocio de invertir en una planta de mata de níquel



Fuente: elaboración propia.

Usando las entradas probabilísticas, se obtiene un rango mayor de valor que con el análisis de sensibilidades determinístico (-USD 60 millones a USD 233 millones). La razón de esto es que, dentro de las iteraciones, ocurren coincidencias en donde pueden ocurrir varios escenarios adversos a la par, por ejemplo, precios bajos con baja recuperación y altos costos operativos. Del análisis probabilístico se obtiene un valor esperado de USD 24 millones con una desviación estándar de USD 36 millones, lo cual representa un alto riesgo. El valor en riesgo o probabilidad de que el VPN sea menor que cero en donde se tendría una pérdida es de 26,76%. Este nivel de riesgo puede ser un valor muy alto para una inversión de USD 102 millones y va a depender del apetito de riesgo del inversionista. Complementando esto con el análisis determinístico y las sensibilidades corridas, donde se observa que en el caso que se materialice la sobredemanda de productos de baterías por parte de China e Indonesia la probabilidad de pérdida es muy alta. El valor medio encontrado en el proceso determinístico tiene una probabilidad de ocurrencia de 59,11% como se muestra en el siguiente gráfico:

Figura 14. Certeza de que el valor determinístico de USD 28 millones ocurra



Fuente: elaboración propia.

6. Cálculo de volatilidad implícita

6.1 Volatilidad sesgada de los flujos caja probabilísticos

La primera estimación se basa en la volatilidad sesgada, resultado de los flujos de caja determinísticos proyectados en su etapa de madurez. Luego de determinar los mismos, se halla la variación logarítmica entre el flujo de caja en tiempo t y en un periodo anterior y, por último, se calcula la desviación estándar. En el siguiente cuadro se muestra el resultado de este cálculo.

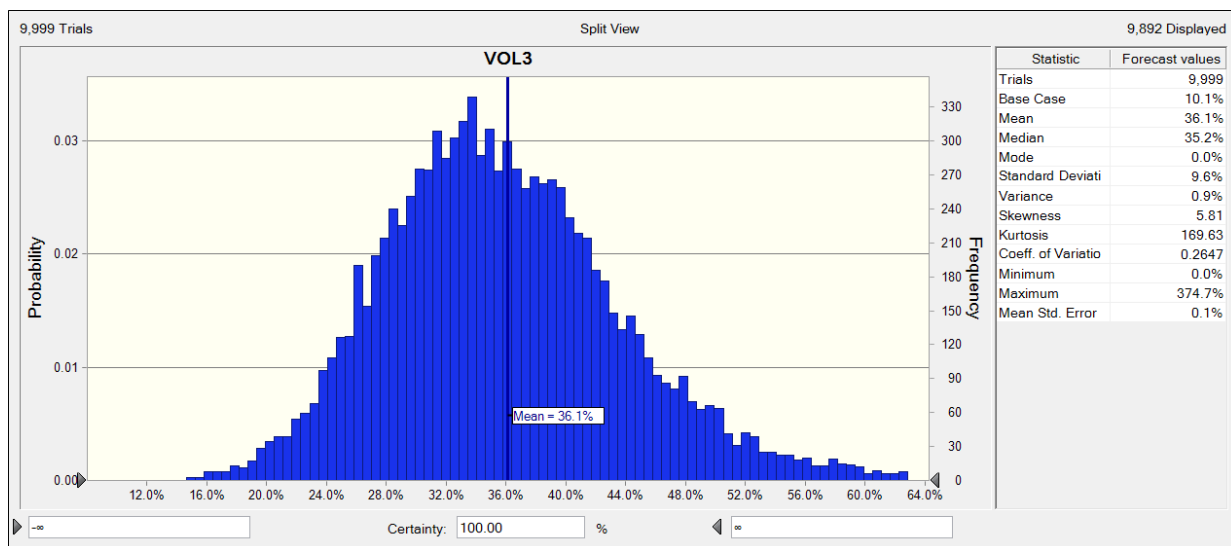
Tabla 7. Resultado de la volatilidad sesgada determinística

Flujo de Caja	Units	2025	2026	2027	2028	2029	2030	2031	2032	2033	2034	2035	2036	2037	2038	2039	2040	2041	2042	2043
Ingresos	US\$M	-	-	-	19.85	24.09	27.85	31.69	34.15	35.07	34.55	34.39	34.29	34.08	34.35	37.82	34.46	34.35	34.24	34.22
Costos operativos	US\$M	-	-	-	(11.53)	(12.53)	(12.53)	(12.53)	(12.54)	(12.53)	(12.53)	(12.53)	(12.54)	(12.53)	(12.53)	(12.53)	(12.54)	(12.53)	(12.53)	(12.53)
Inversión	US\$M	-	-	(102.40)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Impuestos	US\$M	-	-	(0.17)	0.35	(0.40)	(1.19)	(2.00)	(2.52)	(2.73)	(2.65)	(2.66)	(2.67)	(2.66)	(4.40)	(5.12)	(4.39)	(4.40)	(4.38)	(4.38)
Flujo de Caja	US\$M	-	-	(102.57)	8.68	11.16	14.12	17.15	19.10	19.81	19.37	19.20	19.09	18.89	17.41	20.17	17.53	17.40	17.33	17.31
Variación logarítmica FCL	%					25%	24%	19%	11%	4%	-2%	-1%	-1%	-1%	-8%	15%	-14%	-1%	0%	0%
Desviación	%		12.3%																	

Fuente: elaboración propia.

También es posible tomar el valor calculado de desviación estándar de la variación logarítmica relativa como resultado de las iteraciones de Montecarlo. Esto da una mejor explicación del comportamiento de la volatilidad asociada a las variables de entrada. En la siguiente figura se muestra el resultado de esta simulación en donde el valor determinístico de 12,3% se convierte en una volatilidad probabilística estimada en un valor esperado de 36,1%.

Figura 15. Resultado de simulación de volatilidad estocástica



Fuente: elaboración propia.

Con las dos estimaciones hasta ahora determinadas se puede inferir la complejidad que respecta esta estimación y que, como se observará, la volatilidad tiene una influencia importante en el valor de la opción real.

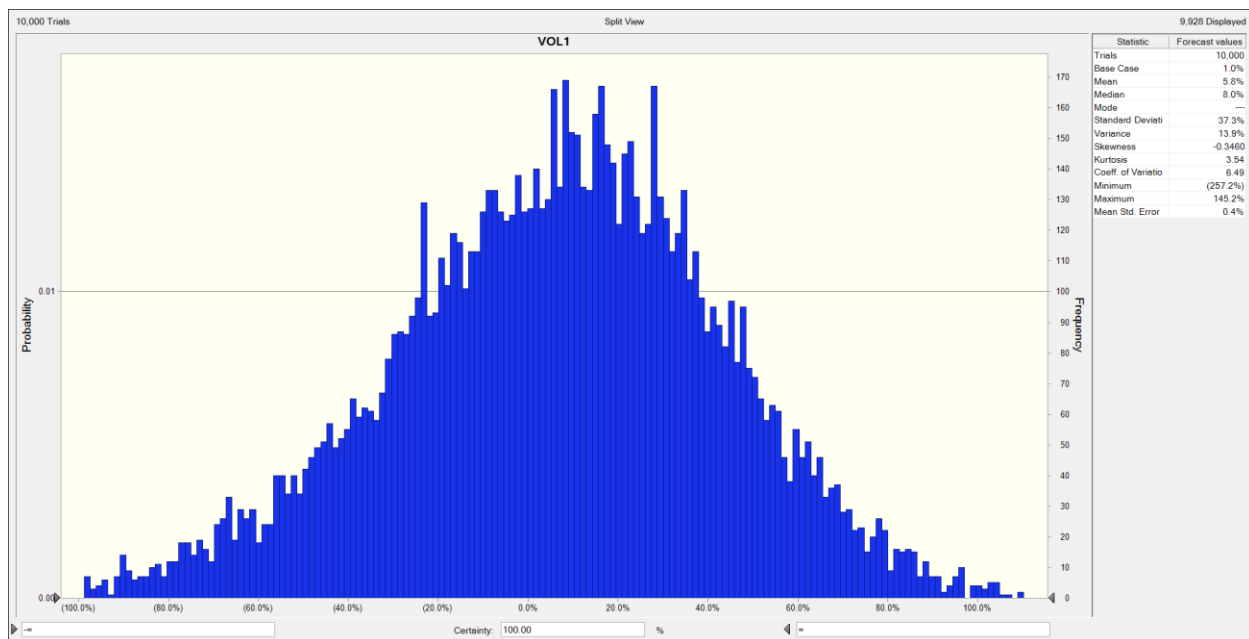
6.2 Metodología de volatilidad implícita de Copeland y Anticarov

Una tercera aproximación trata la aplicación de la metodología de Copeland y Anticarov, que consiste en determinar las variables de entrada y sus respectivas distribuciones para hallar un valor probabilístico. Lo anterior se ha realizado y mostrado en los análisis anteriores, sin embargo, para este análisis se añadirán dos variables adicionales. Se definirá la salida o previsión para el valor presente en el año uno. El valor presente en el año uno se computa moviendo el factor de descuento un año adelante. Dado que la inversión ocurre en el año 2027, pero se está calculando el valor al primero de enero del 2025, no es necesario llevar la inversión un año hacia adelante, simplemente se calcula el valor presente neto para el año 2026. Luego de tener estos valores, se calcula la volatilidad de Copeland mediante la siguiente fórmula:

$$z = \ln \left(\frac{VP1 + FCL1}{VP0} \right)$$

Este valor z tiene una distribución de probabilidad y una desviación estándar que vendrá siendo la probabilidad propuesta. En la siguiente figura se muestra el resultado de la simulación y el valor de desviación estándar según esta metodología es 37,3%:

Figura 16. Volatilidad de Copeland y Anticarov



Fuente: elaboración propia.

6.3 Metodología de volatilidades de mercado de empresas similares

El resultado de las metodologías aquí estimadas se resume en el siguiente cuadro:

Tabla 8. Volatilidad de empresas similares

Aperam SA	APAM NA	32.63%
NV Bekaert SA	BEKB BB Equity	25.08%
BORYSZEW SA	BRS PW Equity	20.73%
CAMPINE NV	CAMB BB Equity	35.76%
BOLIDEN AB	BOL SS Equity	33.86%
HARUM ENERGY	HRUM IJ Equity	33.80%
Promedio		30.3%
Mediana		33.2%

Fuente: elaboración propia.

Dada la dispersión de los datos se toma como valor estimado la mediana, que representa en mayor medida la estimación de la volatilidad de mercado. Esta estimación está en línea con las halladas de las metodologías anteriores, como se muestra en la siguiente tabla:

Tabla 9. Resultados de los diferentes cálculos de las volatilidades

Metodología	Resultado
Copeland Anticarov	37.3%
Flujos de caja probabilísticos	36.1%
Empresas similares	33.2%

Fuente: elaboración propia.

Para efectos del análisis a continuación se usó la volatilidad resultante de Copeland y Anticarov valorada en 37,3% de aquí en adelante para el cálculo del valor por opciones reales.

7. Propuesta de valoración por opciones reales

7.1 Metodología de Black Scholes aplicado al proyecto de mata de níquel

Antes de resolver si usar la metodología de opciones reales es definir si efectivamente existe una opción real implícita, conviene acotar que, en muchas ocasiones, no existe la posibilidad de tomar opciones por lo cual no habría sentido de usar la metodología. Para este caso en particular, actualmente se opera una planta de ferroníquel y se tiene la opción de crecimiento de invertir en transformar el producto para el mercado de baterías. También se tiene la opción de ejecutar el proyecto en el 2028 o 2029. Inicialmente, se trabajará la opción de crecimiento para lo cual se deben definir los parámetros como se evidenció en los capítulos anteriores. Ahora bien, se hace analogía entre las opciones financieras y las opciones reales.

Tabla 10. Comparativo entre opciones reales y financieras

Variable	Opción financiera	Opción real
Strike	Es el precio al cual se pacta comprar el activo subyacente (en caso de opción de compra)	Es el valor presente de la inversión, que para el caso de este proyecto es la inversión en la planta de mata de níquel
Spot	Es el precio actual para comprar o vender el activo subyacente	Es el valor presente de los flujos de caja de los beneficios del proyecto.
r	La tasa libre de riesgo	El WACC
σ	Volatilidad del activo subyacente	Volatilidad implícita en los flujos de caja
t	El tiempo de vencimiento de la opción	El tiempo en que se generan los beneficios de la inversión

Fuente: elaboración propia.

En capítulos anteriores se determinó el VPN de los flujos. Para la aplicación de esta metodología se debe segregar entre el valor presente de los egresos y el valor presente de los ingresos, de la siguiente forma:

Tabla 11. VPN desagregado

Valor presente ingresos	USD millones	104,121
- Valor presente de egresos	USD millones	(76)
VPN	USD millones	28

Fuente: elaboración propia.

La razón de desagregar el valor presente de egresos e ingresos radica en poder aplicar las fórmulas de Black Scholes y los árboles binomiales. Con esto es posible determinar las variables necesarias para hallar el valor de la opción call, y los datos serían los siguientes:

Tabla 12. Resultados de parámetros a usar en fórmula de Black Scholes

Parámetro Black Scholes	Unidad	Valor
Strike	USD millones	76
Spot	USD millones	104
Volatilidad	%	37,3
Tasa	%	10
t	%	16

Fuente: elaboración propia.

Como se observa, los parámetros han sido determinados y ahora pueden incluirse en la fórmula para calcular el valor de una opción tipo call:

$$C = S_0 N(d_1) - x e^{-rt} N(d_2)$$

Aún falta por definir los valores de $N(d_1)$ y $N(d_2)$. Así:

$$d_1 = \frac{\ln(\text{Spot}/\text{Strike}) + (r + \text{vol}^2/2) \cdot t}{\text{vol} \cdot \text{SQRT}(t)} = \frac{\ln(104/76) + (10\% + 37.3\%^2/2) \cdot 16}{37.3\% \cdot \text{SQRT}(16)} = 2.02$$

$$d_2 = 2.02 - 37.3\% \cdot \text{SQRT}(16) = 0.53$$

$$N(d_1) = \text{NORMSDIST}(d_1) = 98\%$$

$$N(d_2) = \text{NORMSDIST}(d_2) = 70\%$$

$$C = 104 \times 98\% - 76 \times e^{-10\% \cdot 16} \times 70\% = \text{US\$}89.7\text{M}$$

$$VPN \text{ total} = VPN + ORI$$

$$\text{US\$}89.7 = \text{US\$}28\text{M} + ORI$$

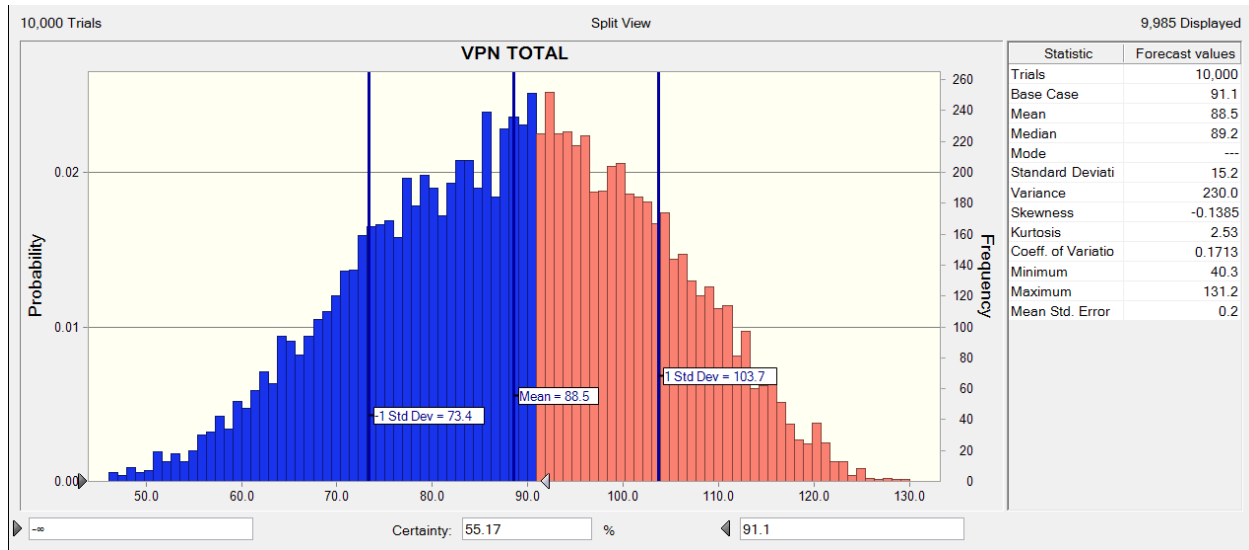
$$ORI = \text{US\$}91.1\text{M} - \text{US\$}28\text{M} = \text{US\$}63.2\text{M}$$

El valor añadido por la opción real implícita es USD 63,2 millones, lo cual resulta interesante para el proyecto. Esto se debe a que el valor presente estratégico resulta atractivo, ya que este tiene en cuenta la volatilidad implícita de la inversión. Al igual que el activo financiero, es importante saber cuándo entrar en la opción. Si bien hay una volatilidad implícita, si se entra cuando los flujos de caja están en un pico o nivel alto, la probabilidad de pérdida es muy alta. Para esto se recomienda entender los flujos de caja históricos que, en este caso, puede hacerse comparando los precios históricos, ya que en el transcurso de la valoración fue demostrado que son altamente determinantes en la variación de los flujos de caja.

7.2 Metodología de Black Scholes aplicado al proyecto de mata de níquel probabilístico

Una forma de hacer pruebas para determinar el valor de la opción entrando a diferentes niveles de precios o flujos de caja radica en correr el valor de la opción con el valor presente de los beneficios de forma probabilística, y así se determina una distribución de probabilidad para el valor presente total. El resultado de este análisis puede verse en la siguiente gráfica:

Figura 17. Distribución de probabilidad de valor presente total calculado bajo la metodología de Black Scholes



Fuente: elaboración propia.

El resultado de las iteraciones muestra que el valor presente total determinístico resultante de la valoración por opciones tiene una probabilidad de ocurrencia de 55,17%. Así mismo, el valor del VPN total oscila entre USD 40 millones y USD 131 millones con diferentes precios de entrada, recuperaciones y costos de operación. Esto significa que el valor de la opción real implícita oscila entre USD 12 millones y USD 103 millones, lo cual implica que, en cualquier caso, en donde se encuentre los niveles de precio (variable determinante del caso de negocio), el valor presente total siempre será positivo y el proyecto agregará valor. Aunque USD 12 millones aún no es atractivo para una inversión de USD 102 millones, se tiene la posibilidad de ganar USD 103 millones.

Antes de completar el análisis con los resultados determinísticos y probabilísticos se revisó la implementación de opciones reales utilizando árboles binomiales.

7.3 Aplicación de árboles binomiales para el cálculo de valor de la opción real implícita.

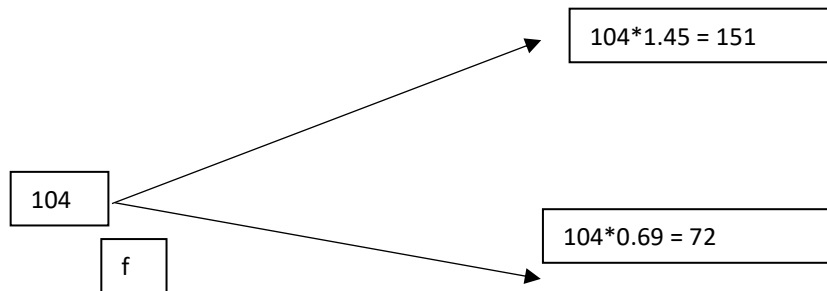
Nuevamente, el primer paso para proyectar el valor con árboles binomiales empieza por hallar los parámetros requeridos.

Así, se empieza por el valor de subida y de bajada que se calculan de la siguiente manera:

$$u = e^{\sigma\sqrt{\Delta t}} = \exp(37.3\%*\text{sqrt}(1))=1.45$$

$$d = \frac{1}{u} = \frac{1}{1.45} = 0.69$$

Figura 18. Ejemplo del primer paso en la construcción del árbol binomial



Fuente: elaboración propia.

El segundo paso consiste en proyectar el movimiento de subida y bajada del VPN para los 16 años de vida del proyecto. Se empieza desde el valor presente de los flujos de caja que dan el beneficio del proyecto y se calcula los valores hacia arriba y hacia abajo con base en las variables previamente determinadas. Este proceso se repite hasta el periodo 16.

Esto se realiza en Excel para facilitar la proyección. En el paso 16 se muestra la fórmula usada en la siguiente figura:

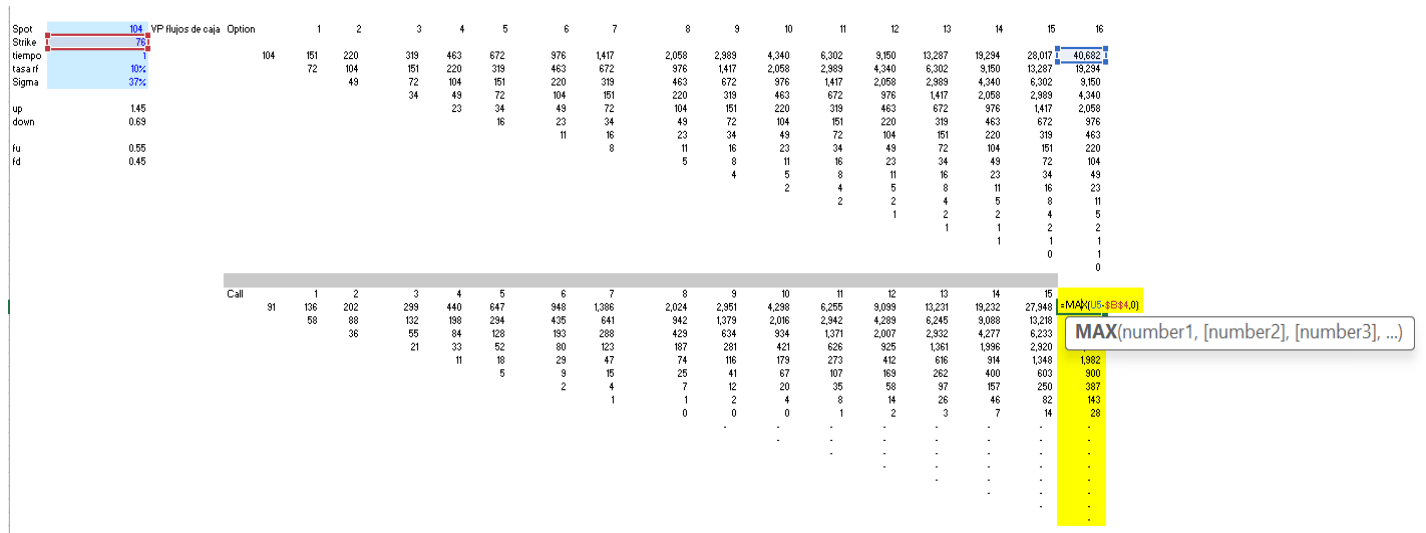
Figura 19. Árbol binomial completo para el proyecto

Spot	104	VP flujos de caja	Option	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Strike	76																		
tiempo	1			104															
tasa if	10%																		
Sigma	37%																		
up	1.45																		
down	0.69																		
fu	0.55																		
fd	0.45																		

Fuente: elaboración propia.

El último paso es valorar la opción real tipo call, dado que se tienen los flujos de caja incrementales, y puede emplearse la fórmula $\max\{\text{Spot}-\text{Strike},0\}$, como se observa en la siguiente figura:

Figura 20. Cálculo del valor de la opción en el último periodo

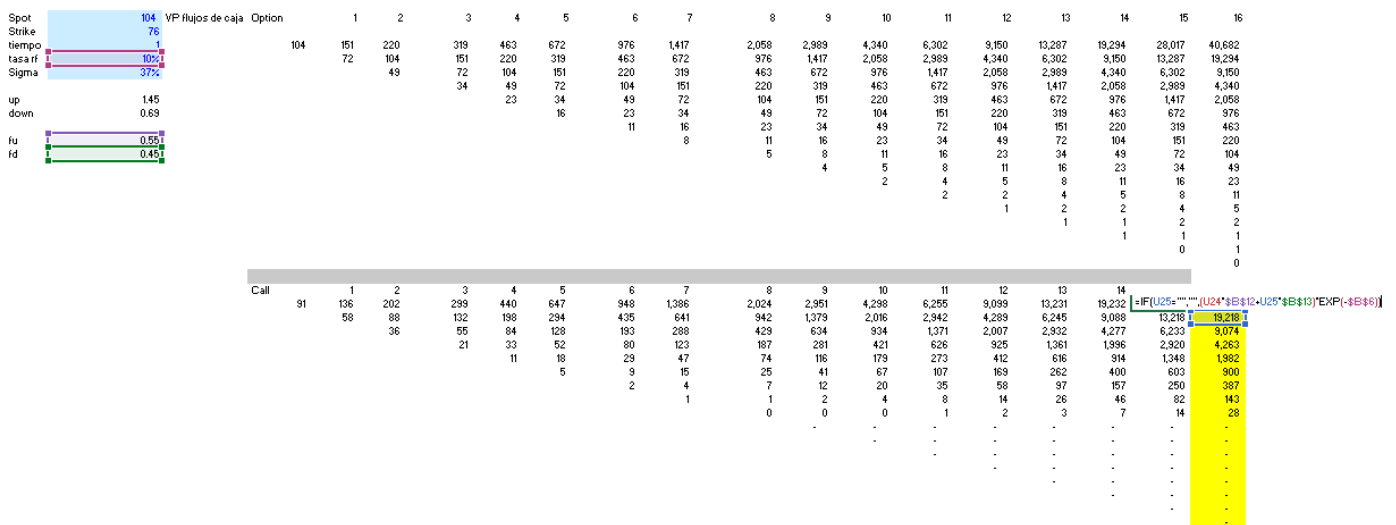


Fuente: elaboración propia.

El cuarto paso es aplicar la fórmula para devolverse en el tiempo valorando la opción haciendo el cálculo por cada año, como se muestra en la siguiente figura:

Fórmula usada $f = [pf_u + (1 - p)f_d]e^{-rT}$

Figura 21. Árbol binomial completo para el proyecto de mata de níquel



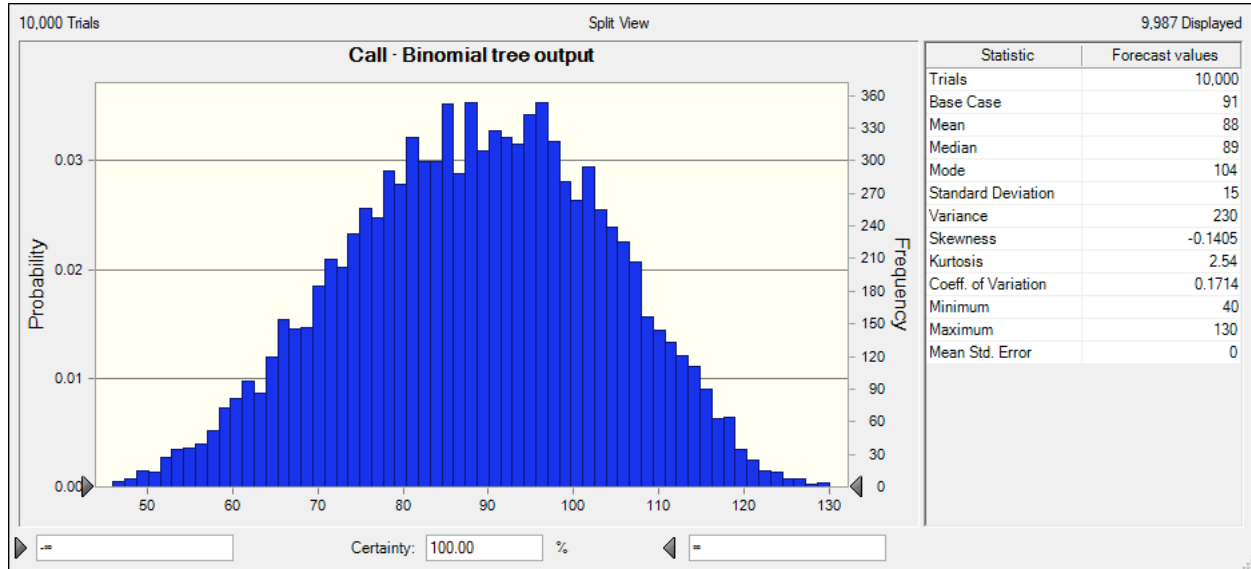
Fuente: elaboración propia.

Como se observa en la figura 21, finalmente el precio del valor de la call viene siendo el del nodo en tiempo cero, que da un valor de USD 91,1 millones, igual al resultado obtenido por Black Scholes, dado que se está tomando el valor al vencimiento y se está valorando una opción call.

7.4 Aplicación de árboles binomiales para el cálculo de valor de la opción real implícita probabilística

Al igual que se hizo con Black Scholes, se determinó el valor probabilístico de la opción para identificar si se logra un resultado similar a la distribución obtenida.

Figura 22. Resultado probabilístico del cálculo de la opción call con árbol binomial



Fuente: elaboración propia.

Se observa un resultado similar al obtenido por Black Scholes, de lo cual es posible concluir que, mientras la opción se ejerza en el vencimiento para una opción tipo call, se puede simplificar el cálculo usando simplemente la fórmula de Black Scholes sin necesidad de construir el árbol binomial.

7.5 Análisis de diferir un año para mayor aprendizaje del comportamiento del mercado de mata de níquel mediante Black Scholes

Tabla 13. Variables de entrada para el cálculo de valor de la opción usando Black Scholes

Parámetro Black Scholes	Unidad	Valor
Strike	USD millones	84
Spot	USD millones	113
Volatilidad	%	37,3
Tasa	%	10
t	%	15

Fuente: elaboración propia.

$$C = S_0N(d_1) - xe^{-rt}N(d_2)$$

Sin embargo, falta definir los valores de $N(d_1)$ y $N(d_2)$:

$$d_1 = (\ln(\text{Spot}/\text{Strike}) + (r_f + \text{vol}^2/2) * t) / (\text{vol} * \text{SQRT}(t)) = (\ln(113/84) + (10\% + 37.3\%^2/2) * 15) / (37.3\% * \text{SQRT}(15)) = 1.97$$

$$d_2 = 2.02 - 37.3\% * \text{SQRT}(15) = 0.52$$

$$N(d_1) = \text{NORMSDIST}(d_1) = 98\%$$

$$N(d_2) = \text{NORMSDIST}(d_2) = 70\%$$

$$C = 113 * 98\% - 84 * e^{-10\% * 15} * 70\% = \text{US\$}97.6\text{M}$$

$$VPN_{total} = VPN + ORI$$

$$\text{US\$}97.6 = \text{US\$}28\text{M} + ORI$$

$$ORI = \text{US\$}97.6\text{M} - \text{US\$}28\text{M} = \text{US\$}69.7\text{M}$$

Este resultado es un poco superior a la opción de hacer la inversión en el año 2028, lo cual representa una oportunidad de aprendizaje para entender un poco más del mercado del níquel para baterías.

7.6 Impacto de la volatilidad en la valoración de la opción real utilizando un valor significativamente menor

Tabla 14. Parámetros para Black Scholes con volatilidad menor

Parámetro Black Scholes	Unidad	Valor
Strike	USD millones	76
Spot	USD millones	104
Volatilidad	%	15
Tasa	%	10
t	%	16

Fuente: elaboración propia.

Como se observa, los parámetros han sido determinados y ahora pueden incluirse en la fórmula para calcular el valor de una opción tipo call:

$$C = S_0 N(d_1) - x e^{-rt} N(d_2)$$

Aún falta por definir los valores de $N(d_1)$ y $N(d_2)$:

$$d_1 = (\ln(\text{Spot}/\text{Strike}) + (r_f + \text{vol}^2/2) * t) / (\text{vol} * \text{SQRT}(t)) = (\ln(104/76) + (10\% + 15\%^2/2) * 16) / (15\% * \text{SQRT}(16)) = 3.49$$

$$d2 = 2.02 - 15\% * \text{SQRT}(16) = 2.88$$

$$N(d1) = \text{NORMSDIST}(d1) = 100\%$$

$$N(d2) = \text{NORMSDIST}(d2) = 100\%$$

$$C = 104 \times 100\% - 76 * e^{-10\% * 16} \times 100\% = \text{US\$}88.7\text{M}$$

$$\text{VPN total} = \text{VPN} + \text{ORI}$$

$$\text{US\$}88.7 = \text{US\$}28\text{M} + \text{ORI}$$

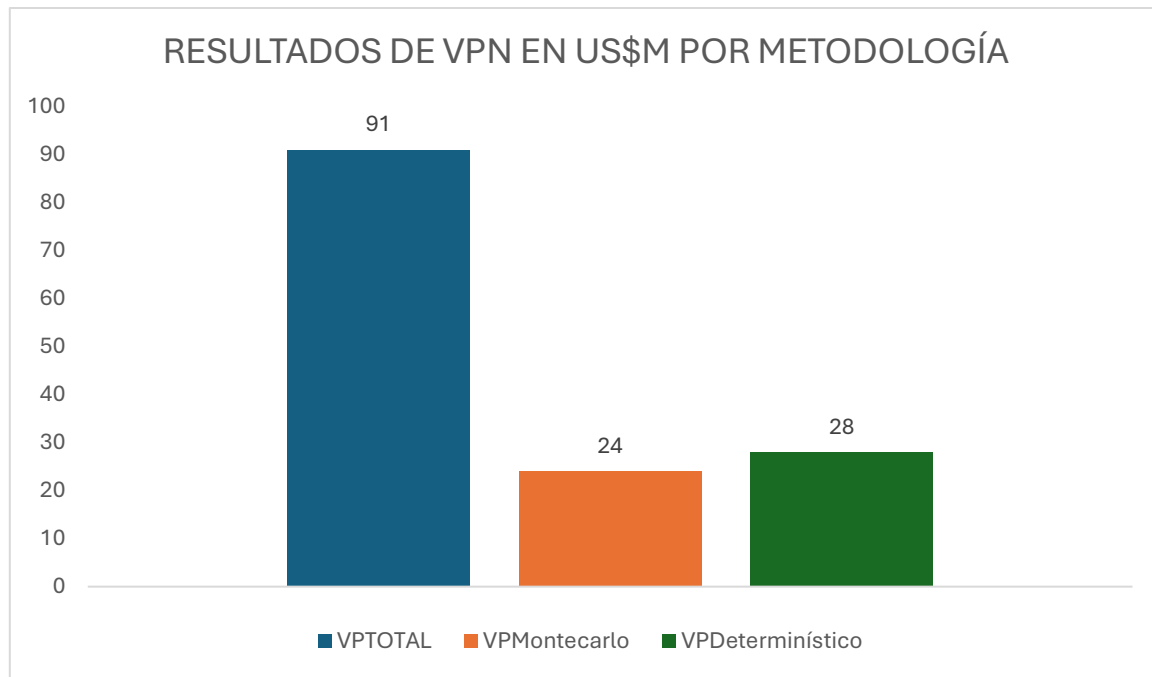
$$\text{ORI} = \text{US\$}88.7\text{M} - \text{US\$}28\text{M} = \text{US\$}60.9\text{M}$$

Se hace la sensibilidad con una volatilidad menor para entender el efecto del cálculo de la volatilidad a la decisión de inversión, dado que un menor valor de volatilidad impactaría el valor presente total hacia abajo. Sin embargo, se ve que con una volatilidad significativamente menor pasando de 37,3% al 15%, la diferencia de valor fue de tan solo USD 1 millón o un cambio del 1%.

7.7 Análisis de resultados de la valoración por opciones reales

Realizando la valoración por opciones reales, se logra entender la oportunidad de invertir en el proyecto, el cual logra un valor adicional por encima de USD 60 millones sobre el VPN tradicional. El impacto en la volatilidad finalmente no es significativo en este caso y la decisión de inversión va a depender del apetito de riesgo del inversionista, ya que las perspectivas del precio del níquel para baterías están sujetas a de las decisiones de los mayores productores de este metal: China e Indonesia. En el futuro, estos países tendrán más del 70% del mercado y serán dominantes en estrategias para controlar los precios. Algo similar a lo que sucede hoy en día con el precio del petróleo. Sin embargo, invertir en el proyecto es una oportunidad de ganar hasta USD 103 millones (valor máximo de la opción) y, en el caso de diferir la inversión, este valor incrementa aún más. Teniendo en cuenta los resultados determinísticos, probabilísticos y de opciones reales, se determina que el proyecto agrega valor para la organización, pero es mejor dejar un año más de espera para la inversión, con el fin de entender cómo evoluciona el mercado para las baterías y el comportamiento de los precios para la mata de níquel. Con esta decisión, no se pierde valor y se puede cerrar la brecha de las incertidumbres inherentes al activo adyacente. Otra variable para incluir en un año cuando se tome la decisión es tener claro en cuál parte de la curva de probabilidad se encuentren los flujos de caja a la hora de invertir, ya que, si se hace en un momento de valores pico, la incertidumbre o volatilidad pueden jugar en contra y poner en riesgo el capital del inversionista. Finalmente, como se observa en la siguiente gráfica, el valor de la opción supera tanto el valor presente determinístico y el valor esperado resultante de la simulación de Montecarlo.

Figura 23. Resultados del VPN en las diferentes metodologías usadas



Fuente: elaboración propia.

8. Conclusiones

La aplicación de opciones reales ha demostrado ser una herramienta valiosa para evaluar la viabilidad financiera de proyectos mineros bajo condiciones de incertidumbre. Las metodologías utilizadas, como el modelo de Black-Scholes y los árboles binomiales, brindaron una mejor comprensión del valor añadido que las opciones de crecimiento y flexibilidad pueden aportar al proyecto. Esto es particularmente importante en la industria minera, donde la volatilidad del mercado y los cambios en la demanda pueden impactar significativamente el valor del proyecto.

La estimación de la volatilidad implícita, tanto mediante la metodología de Copeland y Antikarov como a través de análisis probabilísticos, fue crucial para determinar el valor de las opciones reales. Los resultados muestran que una correcta estimación de la volatilidad puede impactar significativamente la valoración del proyecto, aportando una capa adicional de precisión y realismo. En este contexto, la volatilidad refleja la incertidumbre del mercado y ayuda a los gestores a tomar decisiones más informadas.

La simulación de Montecarlo permitió capturar la variabilidad y el riesgo inherentes en los flujos de caja proyectados, proporcionando un rango de valores esperados y una comprensión más profunda del impacto de la incertidumbre en la valoración del proyecto. Esto ha resaltado la necesidad de considerar escenarios probabilísticos, en lugar de depender únicamente de estimaciones determinísticas. La capacidad de modelar diferentes situaciones ayuda a identificar potenciales riesgos y oportunidades que podrían no ser evidentes en un análisis tradicional.

La implementación del proceso de Ornstein-Uhlenbeck para la estimación de precios de níquel proporcionó una perspectiva más realista sobre la tendencia de precios a largo plazo, teniendo en cuenta la tendencia de reversión a la media observada históricamente. Este enfoque ha subrayado la importancia de utilizar modelos estocásticos para la proyección de precios en mercados volátiles. La reversión a la media permite una mejor predicción de los precios futuros, considerando tanto las fluctuaciones actuales como las tendencias a largo plazo.

La combinación de metodologías tradicionales y avanzadas para la valoración de proyectos demostró que una toma de decisiones bien informada puede agregar valor significativo a la organización. El análisis comparativo entre el VPN y las opciones reales evidenció que considerar la flexibilidad y las opciones de crecimiento puede llevar a decisiones de inversión más acertadas y rentables.

9. Referencias

Roskill, Fraser, Jake., Anderson, Jack., Lazuen, Jose., Lü, Ying., Heathman, Oliver., Brewster, Neal., Bedder, Jack., & Masson, Oliver. (2021). *Study on future demand and supply security of nickel for electric vehicle batteries*. Publications Office of the European Union.

Wood Mackenzie. September (2024). *Global nickel investment horizon outlook Q3 2024*.

Čulík, M. (2016). Real options valuation with changing volatility. *Perspectives in Science*, 7, 10–18. <https://doi.org/10.1016/j.pisc.2015.11.004>

van Putten, A. B., & Macmillan, I. C. (2014). *Making Real Options Really Work*. Harvard Business Review. <https://www.researchgate.net/publication/8123624>

Vasseur, J. P., Prada Sanchez, N. M., & Moreno Escobar, M. E. (2019). Volatilidad en opciones reales: Revisión literaria y un caso de aplicación en el sector petrolero colombiano. *Revista de Métodos Cuantitativos para la Economía y la Empresa*, 27, 136-155. <https://doi.org/10.46661/revmetodoscuanteconempresa.2820>

Amram, M., & Kulatilaka, N. (1999). *Real options: A practitioner's guide*. Texere.

Copeland, T. E., & Antikarov, V. (2001). *Real options: A strategic guide to choosing your path to success*. Perseus Publishing.

Dixit, A. K., & Pindyck, R. S. (1994). *Investment under uncertainty*. Princeton University Press.

Trigeorgis, L. (1996). *Real options: Managerial flexibility and strategy in resource allocation*. MIT Press.

Schwartz, E. S., & Trigeorgis, L. (2001). *Real options and investment under uncertainty: Classical readings and recent contributions*. MIT Press.

Brennan, M. J., & Schwartz, E. S. (1985). Evaluating natural resource investments. *The Journal of Business*, 58(2), 135-157. <https://doi.org/10.1086/296307>

Kogut, B., & Kulatilaka, N. (2001). Capabilities as real options. *Organization Science*, 12(6), 744-758. <https://doi.org/10.1287/orsc.12.6.744.10092>

Manco López, O. (2023). *Opciones reales: Un enfoque teórico práctico para las finanzas contemporáneas*. Ediciones de la U.