



Vigilada Mineducación

RELEVANCIA DE LAS CRIPTOMONEDAS COMO ACTIVOS FINANCIEROS
DENTRO DE UN PORTAFOLIO DIVERSIFICADO CON ACTIVOS FINANCIEROS
TRADICIONALES UTILIZANDO EL MODELO DE MARKOWITZ

Relevance of Cryptocurrencies as Financial Assets within a Diversified Portfolio of
Traditional Financial Assets Using the Markowitz Model

ANDRÉS FELIPE HERRERA CRUZ

Trabajo de Grado como requisito para la obtención del título académico de Magíster en
Administración Financiera

Asesor temático

Juan Felipe Cardona Llano

UNIVERSIDAD EAFIT
ESCUELA DE FINANZAS, ECONOMIA Y GOBIERNO
MAESTRÍA EN ADMINISTRACIÓN FINANCIERA - MAF
MEDELLÍN

2024

CONTENIDO

ÍNDICE DE FIGURAS	4
ÍNDICE DE TABLAS.....	5
RESUMEN	6
ABSTRACT	7
INTRODUCCIÓN.....	8
MARCO TEÓRICO	10
Modelo de Optimización de Portafolios de Markowitz.....	13
Cálculo del rendimiento esperado del portafolio	13
Cálculo del riesgo del portafolio: varianza y covarianza.....	14
Frontera eficiente y portafolios óptimos.....	14
Restricciones del Modelo de Markowitz	15
Ratio de Sharpe: rendimiento ajustado al riesgo	15
METODOLOGÍA.....	17
Elección de activos financieros y recolección de datos históricos	17
Cálculo de la matriz de correlación	20
Cálculo de volatilidad (riesgo) y rendimientos esperados	21
Cálculo de matrices de varianzas y covarianza	22
Aplicación del Modelo de Markowitz: Construcción y optimización de portafolios, evaluación de la frontera eficiente.....	24
Backtesting del portafolio: Evaluación del desempeño anual	25
RESULTADOS	27
Análisis de correlación	27
Volatilidad (riesgo), rendimientos esperados y portafolio óptimo	29
Análisis comparativo	30
Simulación y construcción de la frontera eficiente.....	31
Comparación entre las fronteras eficientes	33
Backtesting del portafolio.....	34
Frontera eficiente portafolios 2018-2024	35
Frontera eficiente portafolios 2018.....	36
Frontera eficiente portafolios 2019.....	37

Frontera eficiente portafolios 2020.....	38
Frontera eficiente portafolios 2021	39
Frontera eficiente portafolios 2022.....	40
Frontera eficiente portafolios 2023.....	41
Frontera eficiente portafolios 2024.....	43
Resultado y análisis del backtesting sin criptomonedas	44
Resultado y análisis del backtesting con Criptomonedas	46
Análisis comparativo del backtesting con y sin Criptomonedas	47
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	51
Conclusiones.....	51
Recomendaciones	52
REFERENCIAS	54

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Matriz de Correlación de Activos	21
Figura 2. Frontera eficiente	25
Figura 3. Frontera eficiente sin criptomonedas	32
Figura 4. Frontera eficiente con criptomonedas	33
Figura 5. Frontera eficiente sin y con criptomonedas: 2018-2024	35
Figura 6. Frontera eficiente sin y con criptomonedas: 2018	36
Figura 7. Frontera eficiente sin y con criptomonedas: 2019	37
Figura 8. Frontera eficiente sin y con criptomonedas: 2020	38
Figura 9. Frontera eficiente sin y con criptomonedas: 2021	39
Figura 10. Frontera eficiente sin y con criptomonedas: 2022	40
Figura 11. Frontera eficiente sin y con Criptomonedas: 2023	41
Figura 12. Frontera eficiente sin y con criptomonedas: 2024	43

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Rendimiento y volatilidad de activos	22
Tabla 2. Matriz de varianzas y covarianzas con criptomonedas	23
Tabla 3. Matriz de varianzas y covarianzas sin criptomonedas	23
Tabla 4. Composición del portafolio sin criptomonedas	29
Tabla 5. Composición del portafolio con criptomonedas	29
Tabla 6. Resultado del <i>backtesting</i> sin criptomonedas	44
Tabla 7. Resultado del <i>backtesting</i> con criptomonedas	46

RESUMEN

Este estudio evalúa la relevancia de incluir criptomonedas en portafolios diversificados de activos financieros tradicionales utilizando el Modelo de Markowitz. La investigación analiza si las criptomonedas mejoran la diversificación y reducen el riesgo del portafolio. Se emplearon datos históricos de precios de criptomonedas y activos tradicionales (2018-2024) aplicando un enfoque cuantitativo basado en simulaciones de frontera eficiente en Excel y Python. Los resultados indican que, aunque las criptomonedas presentan alta volatilidad, su baja correlación con activos tradicionales amplía la frontera eficiente, incrementando el rendimiento esperado sin un aumento significativo en la volatilidad total del portafolio. Se concluye que las criptomonedas son un componente viable para mejorar la diversificación, especialmente en períodos de crecimiento económico, aunque requieren una gestión activa para mitigar su riesgo inherente. Esto ofrece nuevas perspectivas para la teoría moderna de portafolios en mercados dinámicos.

Palabras clave: Criptomonedas, Diversificación de portafolios, Gestión de riesgos, Mercados financieros.

ABSTRACT

This study evaluates the relevance of including cryptocurrencies in diversified portfolios of traditional financial assets using the Markowitz Model. The research investigates whether cryptocurrencies improve portfolio diversification and reduce risk. Historical price data for cryptocurrencies and traditional assets (2018-2024) were analyzed using a quantitative approach, applying efficient frontier simulations in Excel and Python. The results show that while cryptocurrencies exhibit high volatility, their low correlation with traditional assets expands the efficient frontier, increasing expected returns without significantly raising overall portfolio volatility. It concludes that cryptocurrencies are a viable component to enhance diversification, particularly during periods of economic growth, though they require active management to mitigate inherent risks. This provides new insights into modern portfolio theory in dynamic markets.

Key words: Cryptocurrencies, Portfolio diversification, Risk management, Financial markets.

INTRODUCCIÓN

La presencia de las criptomonedas en los mercados financieros ha suscitado un interés creciente debido a sus características únicas y su potencial para diversificar portafolios. Desde su creación en 2009, Bitcoin y otras criptomonedas han evolucionado al pasar de ser activos puramente especulativos a convertirse en una clase de inversión reconocida por su alta volatilidad y baja correlación con activos tradicionales. Esta evolución plantea interrogantes sobre su papel en la gestión de portafolios diversificados, especialmente en un entorno financiero cada vez más dinámico y complejo.

Este estudio se centra en evaluar la relevancia de incluir criptomonedas en portafolios diversificados utilizando el Modelo de Markowitz. Este modelo, pilar de la Teoría Moderna de Portafolios, permite identificar combinaciones óptimas de activos que maximicen el rendimiento esperado para un nivel dado de riesgo. El objetivo general de la investigación es analizar si la inclusión de criptomonedas contribuye a mejorar la diversificación y a reducir el riesgo en portafolios tradicionales. Específicamente, se busca medir su impacto en la frontera eficiente y evaluar su contribución al rendimiento ajustado al riesgo mediante métricas como el Ratio de Sharpe.

Desde un punto de vista teórico, este trabajo aporta a la literatura existente al explorar cómo la integración de criptomonedas, activos emergentes con propiedades singulares, desafía y complementa los principios de la Teoría Moderna de Portafolios. En el ámbito práctico, la investigación es relevante para gestores de portafolios, inversionistas institucionales y minoristas que enfrentan la necesidad de adoptar estrategias de inversión innovadoras para optimizar el rendimiento y mitigar riesgos en mercados volátiles.

El estudio adopta un enfoque cuantitativo, basado en datos históricos de precios de activos financieros y de criptomonedas entre 2018 y 2024. La metodología incluye la aplicación del Modelo de Markowitz mediante herramientas como Microsoft Excel y Python, para realizar simulaciones y construir la frontera eficiente. Este análisis está sujeto a ciertas limitaciones, ya que no aborda en profundidad los aspectos regulatorios ni tecnológicos que podrían influir significativamente en el desempeño futuro de las criptomonedas. Además, los resultados se circunscriben a las condiciones históricas analizadas, lo que implica que sus conclusiones deben interpretarse con cautela frente a escenarios futuros.

El trabajo de grado se organiza en cuatro secciones. En el marco teórico, se presenta un análisis de la Teoría Moderna de Portafolios y la literatura sobre la inclusión de criptomonedas en estrategias de inversión. La sección de metodología describe el proceso de recolección y análisis de datos, así como las herramientas empleadas. Los resultados presentan un análisis detallado de los hallazgos más relevantes, destacando su contribución al objetivo principal. Las conclusiones sintetizan los logros del estudio, destacando sus implicaciones teóricas y prácticas, y sugieren áreas para investigaciones futuras.

En síntesis, este trabajo pretende ofrecer una evaluación integral sobre el impacto de las criptomonedas en la diversificación de portafolios, proporcionando aportes valiosos para la teoría financiera y la práctica de la gestión de inversiones.

MARCO TEÓRICO

Las criptomonedas surgieron como una respuesta a la necesidad de crear un sistema monetario descentralizado, impulsado principalmente por la tecnología *blockchain*. El Bitcoin, la primera criptomoneda lanzada en 2009, representó un hito en la creación de un sistema financiero alternativo basado en la criptografía (Nakamoto, 2008). A medida que las criptomonedas evolucionaron, estas comenzaron a atraer la atención de inversionistas institucionales y de gestores de portafolios debido a su potencial para ofrecer altos rendimientos, aunque con un nivel de riesgo mucho mayor (Baur, Dimpfl, & Kuck, 2018). La baja correlación entre criptomonedas y mercados tradicionales brinda beneficios de diversificación similares a los observados en la integración de mercados como el Mercado Integrado Latinoamericano (MILA), donde se optimiza el rendimiento ajustado al riesgo al incluir activos de diferentes regiones (Meza Suárez, 2017).

La inclusión de criptomonedas en los mercados financieros ha sido objeto de debate, debido a su alta volatilidad y falta de correlación con activos tradicionales, los cuales son instrumentos de inversión que han sido utilizados ampliamente en los mercados financieros a lo largo del tiempo, como bonos, acciones, *commodities* y efectivo. Esto plantea una pregunta fundamental: ¿Pueden las criptomonedas actuar como un mecanismo eficaz de diversificación en un portafolio? Estudios previos sugieren que, si bien la alta volatilidad de las criptomonedas puede aumentar el riesgo, su baja correlación con otros activos tradicionales ofrece oportunidades de diversificación (Dyhrberg, 2016).

El marco teórico principal utilizado en esta investigación es la Teoría Moderna de Portafolios desarrollada por Harry Markowitz en 1952, la cual establece que los inversionistas pueden construir un portafolio óptimo que maximice el rendimiento esperado para un nivel dado de riesgo mediante la diversificación (Markowitz, 1952). El modelo de Markowitz se basa en la idea de que la selección de activos no debe centrarse solo en su rendimiento individual esperado, sino también en cómo interactúan entre sí en términos de correlación. En este sentido, la combinación de activos con baja correlación puede reducir la volatilidad general del portafolio. Las limitaciones de este modelo, especialmente al manejar activos volátiles como las criptomonedas, han dado lugar a propuestas alternativas, como el

modelo media cuadrado varianza, que optimiza la precisión y estabilidad del portafolio (Martínez Nieto, 2022).

Las criptomonedas, al presentar baja o nula correlación con muchos activos financieros tradicionales, tienen el potencial de ser un componente valioso en la diversificación del portafolio (Dyhrberg, 2016). Estudios han mostrado que la inclusión de criptomonedas en portafolios bien diversificados puede alterar la frontera eficiente, permitiendo a los inversionistas obtener un mejor rendimiento ajustado al riesgo (Katsiampa, 2019). Sin embargo, otros trabajos han advertido que la volatilidad de las criptomonedas puede llevar a un aumento significativo del riesgo total del portafolio (Brière, Oosterlinck, & Szafarz, 2015).

En un estudio sobre la inclusión de *commodities* en portafolios del MILA y Brasil, se demostró que activos como el oro, el petróleo y el café ofrecen beneficios significativos para la diversificación, ya que presentan correlaciones débiles o negativas con activos tradicionales (Clavijo Moreno & Sánchez Moreno, 2023). Esto es comparable al caso de las criptomonedas, que también tienen una baja correlación con activos tradicionales, lo que sugiere que su inclusión en un portafolio puede alterar favorablemente la frontera eficiente, permitiendo alcanzar un mejor rendimiento ajustado al riesgo.

Uno de los principales desafíos al incluir criptomonedas en un portafolio es su alta volatilidad. El Bitcoin, por ejemplo, ha experimentado fluctuaciones de precio significativas en cortos periodos de tiempo, lo que ha hecho que muchos inversionistas lo consideren como un activo especulativo (Cheah & Fry, 2015). Sin embargo, estudios más recientes han encontrado que las criptomonedas también pueden ofrecer altos rendimientos, lo que las convierte en una opción atractiva para aquellos dispuestos a asumir mayores riesgos (Baur, Dimpfl, & Kuck, 2018). La integración de técnicas avanzadas de predicción en los portafolios que contienen estos activos ayuda a mitigar los efectos de la volatilidad y mejora la gestión del riesgo (Aristizabal Nieto & Garcia Agudelo, 2024).

La relación entre riesgo y rendimiento es central en la Teoría Moderna de Portafolios, donde los inversionistas buscan maximizar el retorno ajustado al riesgo. En ese sentido, el Ratio de Sharpe, que mide la rentabilidad ajustada al riesgo, es una métrica clave en la evaluación de criptomonedas como parte de un portafolio diversificado (Sharpe, 1966). Aunque el Ratio de Sharpe de las criptomonedas tiende a ser inferior al de activos

tradicionales debido a su volatilidad, su baja correlación con estos activos puede mejorar el rendimiento global del portafolio (López-Serrano & Román-Cervantes, 2020).

Al aplicar el modelo de Markowitz a portafolios que incluyen criptomonedas y activos tradicionales, es posible identificar combinaciones de activos que maximicen la diversificación y optimicen el rendimiento ajustado al riesgo. Estudios han demostrado que, en algunos casos, la inclusión de criptomonedas en portafolios tradicionales puede desplazar la frontera eficiente, permitiendo a los inversionistas alcanzar rendimientos superiores para niveles similares de riesgo (Jorion, 2007). Sin embargo, este enfoque requiere un análisis cuidadoso, ya que la alta volatilidad de las criptomonedas puede, en ciertos casos, superar los beneficios de diversificación.

El desafío radica en encontrar el equilibrio óptimo entre riesgo y rendimiento al incluir criptomonedas. Las criptomonedas pueden aportar ventajas a la diversificación siempre que se mantengan como una pequeña parte del portafolio, ya que su comportamiento es más impredecible que el de los activos tradicionales (Brière, Oosterlinck, & Szafarz, 2015). La optimización de portafolios basados en criptomonedas, combinada con activos tradicionales, seguirá una estructura similar a la usada en estudios previos sobre mercados tradicionales como el MILA, donde la diversificación es clave para optimizar el rendimiento ajustado por riesgo (Escobar Jiménez & León Montoya, 2022).

Estudios empíricos han evaluado el rendimiento de las criptomonedas dentro de portafolios diversificados en diferentes contextos. En economías emergentes, como las de América Latina, se ha observado un aumento en la adopción de criptomonedas como refugio ante la inestabilidad financiera y la inflación (Hileman & Rauchs, Global Cryptocurrency Benchmarking Study, 2017). Esto puede ser relevante al considerar cómo las criptomonedas afectan la diversificación en estos mercados.

El modelo de Markowitz ha sido ampliamente utilizado para la optimización de portafolios en mercados financieros tradicionales, como lo demuestra el análisis del MILA, donde se estructura un portafolio eficiente basado en la rentabilidad y el riesgo de activos como acciones y bonos (Escobar & León, 2022). En este estudio, se propone adaptar dicho modelo para evaluar el impacto de la inclusión de criptomonedas en portafolios diversificados.

No obstante, es importante señalar que el análisis de este estudio se basará en datos históricos, lo que limita la capacidad de prever con precisión el comportamiento futuro de las criptomonedas. Además, no se abordarán en profundidad los aspectos regulatorios, que podrían influir de manera significativa en la adopción y en el desempeño de las criptomonedas en los portafolios (Yermack, 2015).

Modelo de Optimización de Portafolios de Markowitz

El modelo de optimización de portafolios propuesto por Harry Markowitz en 1952 revolucionó la gestión de inversiones al introducir la diversificación como estrategia para maximizar el rendimiento esperado minimizando el riesgo asumido (Markowitz, 1952). Este modelo establece que un portafolio eficiente no solo depende del rendimiento individual de cada activo, sino de la manera en que interactúan entre sí a través de sus correlaciones.

La diversificación es el concepto central del modelo de Markowitz, ya que busca reducir el riesgo no sistemático de cada activo. Este puede mitigarse mediante la selección de activos con baja correlación, lo que permite que las fluctuaciones negativas de unos activos sean compensadas por las fluctuaciones positivas de otros. Sin embargo, el riesgo sistemático o de mercado, que afecta a todos los activos simultáneamente (como una recesión económica global), no puede eliminarse mediante la diversificación (Jorion, 2007).

El modelo de Markowitz cuantifica el riesgo a través de la varianza o la desviación estándar del portafolio. Esta métrica refleja la volatilidad del rendimiento del portafolio y permite medir el riesgo global que se asume al invertir en un conjunto de activos (Markowitz, 1952).

Cálculo del rendimiento esperado del portafolio

El rendimiento esperado del portafolio es una media ponderada de los rendimientos esperados de los activos que lo componen. La fórmula general es:

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^n w_i \cdot E(R_i)$$

Donde:

$E(R_p)$: Rendimiento esperado del portafolio.

w_i : Peso del activo i dentro del portafolio.

$E(R_i)$: Rendimiento esperado del activo i .

Esta fórmula toma en cuenta tanto los rendimientos individuales de los activos como la proporción que cada uno tiene en el portafolio.

Cálculo del riesgo del portafolio: varianza y covarianza

La varianza del portafolio mide su volatilidad total, considerando no solo las varianzas individuales de los activos, sino también las covarianzas entre ellos:

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i \cdot w_j \cdot Cov(R_i, R_j)$$

Donde:

σ_p^2 : Varianza del portafolio.

w_i, w_j : Peso de los activos i y j .

$Cov(R_i, R_j)$: Covarianza entre los activos i y j .

La covarianza refleja cómo los activos varían conjuntamente. Si dos activos tienen una covarianza positiva, sus precios tienden a moverse en la misma dirección; si es negativa, se mueven en direcciones opuestas (Markowitz, 1952). La inclusión de activos con baja o negativa covarianza mejora la diversificación del portafolio, reduciendo su volatilidad total.

Frontera eficiente y portafolios óptimos

La frontera eficiente es un concepto clave en la teoría de Markowitz. Es el conjunto de portafolios que ofrece el mayor rendimiento posible para cada nivel dado de riesgo. Los portafolios ubicados sobre esta frontera se consideran óptimos, ya que no es posible obtener

mayor rendimiento sin asumir más riesgo. Los portafolios por debajo de la frontera son ineficientes, pues ofrecen menor rendimiento para el mismo nivel de riesgo (Jorion, 2007).

Restricciones del Modelo de Markowitz

El modelo impone dos restricciones fundamentales para garantizar la coherencia del portafolio:

Suma de pesos igual a 1:

$$\sum_{i=1}^n w_i = 1$$

Pesos no negativos:

$$w_i \geq 0, \text{ para todo } i$$

Estas restricciones aseguran que todo el capital esté invertido y que no se utilicen posiciones apalancadas.

Ratio de Sharpe: rendimiento ajustado al riesgo

El Ratio de Sharpe (1966) es una métrica utilizada para evaluar el rendimiento ajustado al riesgo:

$$\text{Sharpe Ratio} = \frac{E(R_p) - R_f}{\sigma_p}$$

Donde:

$E(R_p)$: Rendimiento esperado del portafolio.

R_f : Tasa libre de Riesgo.

σ_p : Desviación estandar del portafolio.

Un mayor Ratio de Sharpe indica una mejor compensación entre riesgo y rendimiento.

El modelo de optimización de portafolios de Markowitz sigue siendo una herramienta fundamental en la gestión de inversiones. La incorporación de activos como criptomonedas plantea nuevos retos, pero también ofrece oportunidades para mejorar la diversificación. La gestión adecuada del riesgo mediante la frontera eficiente y el uso de métricas como el Ratio de Sharpe permite optimizar el rendimiento ajustado al riesgo. Este enfoque sigue siendo relevante en un entorno de mercados cada vez más complejos y dinámicos.

METODOLOGÍA

El enfoque metodológico de esta investigación es de carácter correlacional y explicativo, ya que busca analizar la relación entre la inclusión de criptomonedas en portafolios diversificados y su impacto sobre el rendimiento y el riesgo, utilizando el modelo de Markowitz. Además, el estudio tiene un componente evaluativo, ya que se revisa la relevancia de las criptomonedas como activos financieros en comparación con los activos tradicionales. El trabajo también adopta un enfoque cuantitativo, apoyado en datos históricos y en técnicas estadísticas y econométricas.

Elección de activos financieros y recolección de datos históricos

La elección de activos financieros es un paso fundamental en el proceso de construcción de un portafolio eficiente. Esta etapa implica identificar y seleccionar una combinación adecuada de activos que maximicen los retornos esperados para un nivel determinado de riesgo, siguiendo los principios de la Teoría Moderna de Portafolios. La diversificación estratégica entre diferentes tipos de activos, industrias y mercados es clave para reducir la volatilidad del portafolio.

Los activos seleccionados son los siguientes:

1. Apple (AAPL) – Tecnología

Apple es una de las compañías tecnológicas más grandes y valiosas del mundo, con un historial de crecimiento sostenido e impulsado por la innovación constante en productos como iPhone, iPads y servicios digitales.

2. Caterpillar (CAT) – Maquinaria e industrial

Caterpillar es líder global en maquinaria pesada y equipamiento para construcción e infraestructura, lo que le permite beneficiarse de la expansión económica global y de los ciclos de crecimiento industrial.

3. JPMorgan Chase (JPM) – Sector financiero

JPMorgan es uno de los bancos más grandes y sólidos del mundo, con ingresos diversificados y la capacidad de generar beneficios en entornos de tasas de interés elevadas.

4. NextEra Energy (NEE) – Energía renovable

Energy se ha posicionado como un líder en energías renovables (solar y eólica), alineándose con la transición energética hacia fuentes más limpias. Esto lo convierte en una opción atractiva a largo plazo.

5. Procter & Gamble (PG) – Consumo masivo

P&G es una empresa defensiva que produce bienes esenciales como productos de higiene y limpieza, lo que asegura una demanda constante, incluso en tiempos de recesión.

6. Pfizer (PFE) – Farmacéutico y salud

Pfizer es una de las farmacéuticas más grandes del mundo, conocida por innovaciones en tratamientos médicos y vacunas, como su éxito con la vacuna contra el COVID-19.

7. Realty Income Corporation (O) – Bienes raíces

Esta compañía de inversión en bienes raíces (REIT) se destaca por pagar dividendos mensuales, proporcionando ingresos estables. Sus propiedades están diversificadas en sectores como *retail* y oficinas.

8. SPDR Gold Trust (GLD) – ETF en oro

El oro es un activo refugio que mantiene su valor en tiempos de crisis económica o incertidumbre inflacionaria. GLD permite invertir en oro sin la necesidad de comprar el metal físico.

9. Bitcoin (BTC) – Criptomoneda

Bitcoin es considerado una reserva de valor digital con potencial de apreciación significativa, pero con alta volatilidad. Es un activo no correlacionado con los mercados tradicionales, lo que añade diversificación.

10. Binance Coin (BNB) – Criptomoneda

Binance Coin es la criptomoneda nativa de Binance, una de las plataformas de intercambio más grandes del mundo. BNB tiene usos prácticos dentro del ecosistema Binance, como descuentos en transacciones y servicios.

La combinación elegida incluye activos tradicionales de distintos sectores, como tecnología, consumo masivo, bienes raíces, energía y finanzas, junto con criptomonedas de alta volatilidad, como Bitcoin y Binance Coin. Cada grupo de activos cumple un rol específico en la estructura del portafolio, aportando estabilidad y oportunidades de alto crecimiento.

Los activos tradicionales seleccionados, como Apple, Procter & Gamble y SPDR Gold Trust, proporcionan una base de estabilidad. Estos activos tienen un historial sólido en términos de rentabilidad y volatilidad moderada, lo que permite reducir el riesgo global del portafolio. De igual forma, sectores de crecimiento estructural como la tecnología y la energía renovable, representados por Apple y NextEra Energy, garantizan una exposición a áreas con perspectivas de crecimiento a largo plazo, aprovechando tendencias como la digitalización y la transición hacia energías limpias.

La inclusión de criptomonedas, específicamente Bitcoin y Binance Coin, responde al objetivo de aumentar el potencial de crecimiento del portafolio. Estas criptomonedas, aunque de alta volatilidad, han demostrado rendimientos superiores en comparación con los activos tradicionales y presentan baja correlación con ellos. Este aspecto es crucial, ya que permite mejorar la diversificación del portafolio al incorporar activos que no siguen los patrones de comportamiento de los mercados tradicionales.

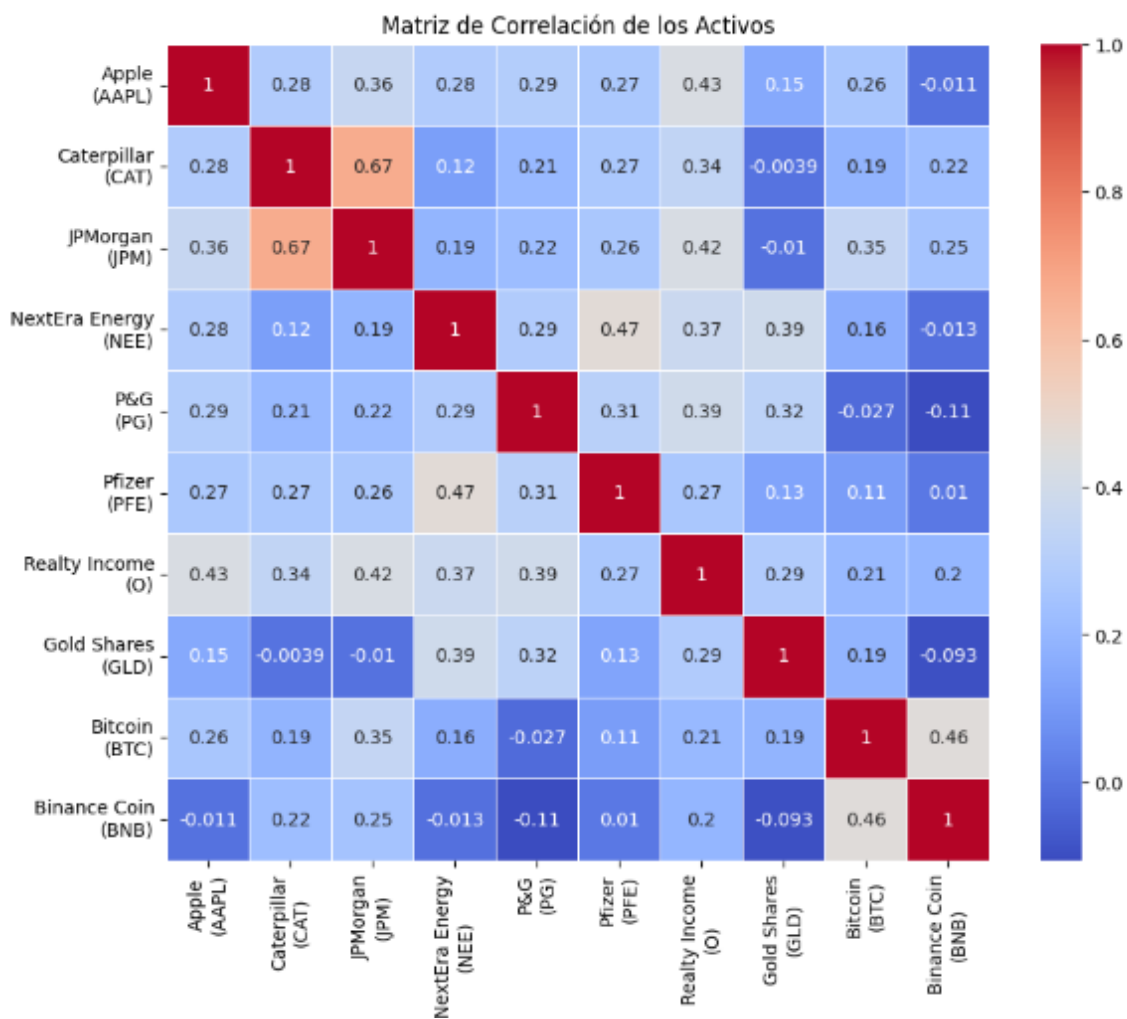
Una vez seleccionados los activos, se procede a recolectar los datos históricos de cada uno de los activos. Para consultar los datos se utiliza la página de INVESTING; <https://es.investing.com/>

El periodo de evaluación va desde el 01-01-2018 hasta el 30-06-2024, lo que indica que los datos se recolectan para estos mismos periodos. Además, se consultan los precios mensuales, y con estos datos se calculan las variaciones o rendimientos en cada uno de los meses.

Cálculo de la matriz de correlación

La matriz de correlación de los activos se elabora para medir la relación entre los rendimientos de los diferentes activos seleccionados en el portafolio. Esta matriz es una herramienta esencial en el proceso de optimización, ya que permite identificar cómo se mueven los activos en conjunto: si sus rendimientos tienden a aumentar o disminuir al mismo tiempo, es correlación positiva; o si, por el contrario, se comportan de manera opuesta, es correlación negativa.

Figura 1. Matriz de Correlación de Activos



Fuente: Elaboración propia en Python, 2024.

En el gráfico de tipo mapa de color se puede evidenciar que visual y numéricamente que los activos financieros seleccionados tienen una baja correlación, lo que indica que se tiene un conjunto de activos diversificados.

Cálculo de volatilidad (riesgo) y rendimientos esperados

Para construir un portafolio eficiente, es necesario calcular dos métricas fundamentales para cada activo: el rendimiento esperado y la volatilidad (riesgo). Estas métricas son esenciales en el proceso de optimización, ya que permiten evaluar el comportamiento futuro del portafolio con base en datos históricos.

Estos cálculos se realizan utilizando Microsoft Excel. Para el cálculo del rendimiento esperado se utiliza el promedio de los datos de cada activo y para calcular la volatilidad se utiliza la desviación estándar.

Tabla 1. Rendimiento y volatilidad de activos

ACTIVO	Apple (AAPL)	Caterpillar (CAT)	JPMorgan (JPM)	NextEra Energy (NEE)	P&G (PG)	Pfizer (PFE)	Realty Income (O)	Gold Shares (GLD)	Bitcoin (BTC)	Binance Coin (BNB)
Rendimiento	2,54%	1,38%	1,06%	1,08%	0,92%	0,08%	0,38%	0,81%	4,42%	10,85%
Volatilidad Riesgo	8,76%	9,19%	7,51%	6,84%	4,94%	7,37%	6,66%	3,95%	20,81%	49,16%

Fuente: Elaboración propia en Excel, 2024.

Estos cálculos sirven como base para la aplicación del Modelo de Markowitz, donde se busca construir un portafolio que maximice el rendimiento esperado para un nivel determinado de riesgo o que minimice el riesgo para un rendimiento esperado.

Cálculo de matrices de varianzas y covarianza

El cálculo de las matrices de varianza y covarianza es fundamental en la construcción de un portafolio eficiente, ya que permite medir no solo el riesgo individual de cada activo, sino también cómo los activos interactúan entre sí. La matriz de covarianza es una extensión de las correlaciones entre activos, proporcionando información más detallada sobre el riesgo conjunto (Markowitz, 1952). La matriz de varianzas y covarianzas se construye utilizando las herramientas de Microsoft Excel.

A continuación, se muestran las matrices. Primero está la matriz completa con todos los activos, y luego se tiene la matriz sin incluir las criptomonedas.

Tabla 2. Matriz de varianzas y covarianzas con criptomonedas

Matriz de Varianzas y Covarianzas										
	Apple (AAPL)	Caterpillar (CAT)	JPMorgan (JPM)	NextEra Energy (NEE)	P&G (PG)	Pfizer (PFE)	Realty Income (O)	Gold Shares (GLD)	Bitcoin (BTC)	Binance Coin (BNB)
Apple (AAPL)	0,007571964	0,002259677	0,00233125	0,00168369	0,00125707	0,00171622	0,00246553	0,00051573	0,00468665	-0,000454
Caterpillar (CAT)	0,002259677	0,008342263	0,00455336	0,00072526	0,00092069	0,00178814	0,00206485	-1,41E-05	0,00354809	0,00996157
JPMorgan (JPM)	0,002331253	0,004553361	0,00556618	0,0009737	0,00080077	0,00142793	0,00209278	-2,926E-05	0,00538127	0,00900544
NextEra Energy (NEE)	0,001683691	0,000725255	0,0009737	0,00461731	0,00095845	0,00232059	0,00167571	0,00103706	0,00229953	-0,0004433
P&G (PG)	0,001257072	0,000920694	0,00080077	0,00095845	0,00241202	0,00112077	0,00127052	0,00062488	-0,0002753	-0,0025365
Pfizer (PFE)	0,001716225	0,001788136	0,00142793	0,00232059	0,00112077	0,00535896	0,00128335	0,00038662	0,00167111	0,00036533
Realty Income (O)	0,002465526	0,002064846	0,00209278	0,00167571	0,00127052	0,00128335	0,00437395	0,00074266	0,00283776	0,00631326
Gold Shares (GLD)	0,000515734	-1,41007E-05	-2,926E-05	0,00103706	0,00062488	0,00038662	0,00074266	0,00154309	0,00152509	-0,0017819
Bitcoin (BTC)	0,004686647	0,003548088	0,00538127	0,00229953	-0,0002753	0,00167111	0,00283776	0,00152509	0,04276946	0,04614921
Binance Coin (BNB)	-0,000454019	0,009961573	0,00900544	-0,0004433	-0,0025365	0,00036533	0,00631326	-0,0017819	0,04614921	0,23852376

Fuente: Elaboración propia en Excel, 2024.

Tabla 3. Matriz de varianzas y covarianzas sin criptomonedas

Matriz de Varianzas y Covarianzas								
	Apple (AAPL)	Caterpillar (CAT)	JPMorgan (JPM)	NextEra Energy (NEE)	P&G (PG)	Pfizer (PFE)	Realty Income (O)	Gold Shares (GLD)
Apple (AAPL)	0,007571964	0,002259677	0,00233125	0,00168369	0,00125707	0,00171622	0,00246553	0,00051573
Caterpillar (CAT)	0,002259677	0,008342263	0,00455336	0,00072526	0,00092069	0,00178814	0,00206485	-1,41E-05
JPMorgan (JPM)	0,002331253	0,004553361	0,00556618	0,0009737	0,00080077	0,00142793	0,00209278	-2,926E-05
NextEra Energy (NEE)	0,001683691	0,000725255	0,0009737	0,00461731	0,00095845	0,00232059	0,00167571	0,00103706
P&G (PG)	0,001257072	0,000920694	0,00080077	0,00095845	0,00241202	0,00112077	0,00127052	0,00062488
Pfizer (PFE)	0,001716225	0,001788136	0,00142793	0,00232059	0,00112077	0,00535896	0,00128335	0,00038662
Realty Income (O)	0,002465526	0,002064846	0,00209278	0,00167571	0,00127052	0,00128335	0,00437395	0,00074266
Gold Shares (GLD)	0,000515734	-1,41007E-05	-2,926E-05	0,00103706	0,00062488	0,00038662	0,00074266	0,00154309

Fuente: Elaboración propia en Excel, 2024.

La diagonal contiene las varianzas de cada activo, mientras que los elementos que están por fuera de la diagonal representan las covarianzas entre pares de activos. Esta matriz permite capturar cómo la combinación de activos influye en el riesgo total del portafolio (Markowitz, 1952).

Aplicación del Modelo de Markowitz: Construcción y optimización de portafolios, evaluación de la frontera eficiente

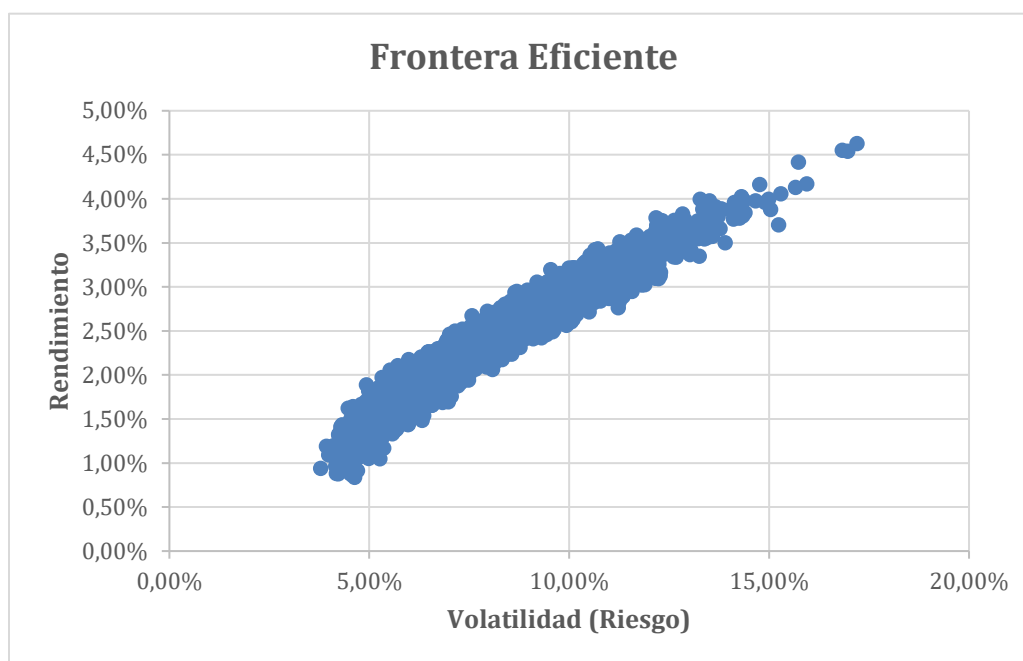
El Modelo de Markowitz es una herramienta que permite construir un portafolio diversificado maximizando el retorno esperado para un nivel específico de riesgo. En esta sección se detalla cómo se lleva a cabo la construcción, optimización del portafolio, y cómo se utiliza la frontera eficiente para identificar las combinaciones óptimas de activos.

Se utilizan las herramientas de Microsoft Excel para aplicar el modelo de Markowitz y construir la frontera eficiente utilizando la formulación que se tiene previamente en el marco teórico.

La frontera eficiente es el conjunto de portafolios que maximizan el rendimiento esperado para cada nivel de riesgo posible. Los portafolios sobre esta curva son considerados óptimos porque ofrecen el mejor equilibrio entre riesgo y retorno.

Cada punto en la frontera eficiente representa un portafolio con diferentes combinaciones de activos, desde los más conservadores hasta los más agresivos.

Figura 2. Frontera eficiente



Fuente: Elaboración propia en Excel, 2024.

Hasta este punto se ha realizado toda la simulación con el conjunto de activos completos, incluyendo las criptomonedas. Ahora se procede a realizar la simulación nuevamente, pero usando esta vez los datos sin incluir las criptomonedas. Con los resultados que arroje la nueva simulación se procede a realizar las comparaciones y los análisis respectivos.

Para lograr un mejor análisis, se procede con la simulación de todo el modelo de Markowitz, pero esta vez utilizando el lenguaje de programación de Python por medio de la plataforma Google Colaboratory <https://colab.research.google.com/>

Se procede a comparar los datos obtenidos en Python y se comparan con los obtenidos en la simulación de Microsoft Excel, y se evidencia que son similares.

***Backtesting* del portafolio: Evaluación del desempeño anual**

El *backtesting* es una técnica esencial en la gestión de inversiones que permite validar la eficacia de una estrategia financiera utilizando datos históricos. Su propósito es evaluar cómo habría funcionado un portafolio en diferentes condiciones pasadas de mercado, con el

objetivo de identificar su rendimiento, el riesgo y las posibles desviaciones respecto a un índice de referencia o *benchmark*. Para este caso se utiliza el índice Standard & Poor's 500 (S&P 500).

Para realizar el *backtesting*, se utiliza la modelación en Python y se toman los periodos anuales: 2018, 2019, 2020, 2021, 2022, 2023 y medio año del 2024.

El *backtesting* tiene varios objetivos clave, los cuales se describen a continuación:

- Verificar si el portafolio logró los rendimientos esperados en comparación con el índice de referencia (S&P 500).
- Examinar la volatilidad del portafolio en cada periodo y observar cómo fluctúan los niveles de riesgo en comparación con el mercado. Esta evaluación permite entender la estabilidad del portafolio en condiciones adversas.
- Calcular el *tracking* error del portafolio para medir la desviación estándar de la diferencia entre el rendimiento del portafolio y el del índice de referencia.
- Medir el rendimiento ajustado al riesgo mediante el Ratio de Sharpe. Un Ratio de Sharpe alto indica un buen equilibrio entre riesgo y rendimiento (Sharpe, 1966).

Para el cálculo de Ratio de Sharpe se utiliza una tasa libre de riesgo del 5.0%, la cual es la recomendada por Kroll (Kroll, 2024).

RESULTADOS

En este capítulo se presentan los resultados obtenidos a partir de los análisis realizados sobre el portafolio diversificado que incluye solo activos tradicionales y otro portafolio que incluye criptomonedas y activos tradicionales. Los resultados se organizan en varias secciones, cada una de las cuales aborda un aspecto clave del estudio, desde la correlación entre activos hasta la comparación de la frontera eficiente y el *backtesting* anual. Este análisis tiene como objetivo determinar la relevancia de las criptomonedas como activos de diversificación en un portafolio basado en el modelo de Markowitz, evaluando tanto el rendimiento como el riesgo asociado.

Análisis de correlación

La matriz de correlación indica cómo se mueven los activos en conjunto, con valores de correlación que oscilan entre -1 y 1. Un valor cercano a 1 implica una alta correlación positiva, es decir, los activos tienden a moverse en la misma dirección. Un valor cercano a -1 indica una alta correlación negativa, donde los activos se mueven en direcciones opuestas. Un valor cercano a 0 indica que no existe una correlación significativa entre los activos.

Para entender la interacción entre criptomonedas y activos tradicionales, se construyó una matriz de correlación que mide cómo varían conjuntamente los rendimientos de cada activo.

Figura 1. Matriz de Correlación de Activos

Fuente: Elaboración propia en Python, 2024.

En la matriz de correlación, los activos tradicionales muestran correlaciones positivas moderadas entre sí, reflejando su comportamiento típico dentro de los mercados financieros tradicionales, donde los factores macroeconómicos tienden a afectar de manera similar a las empresas. Por otro lado, las criptomonedas (Bitcoin y Binance Coin) presentan correlaciones bajas o cercanas a cero con la mayoría de los activos tradicionales, indicando que sus movimientos no están directamente influenciados por el comportamiento de estos mercados.

La baja correlación de las criptomonedas con activos tradicionales es especialmente relevante desde la perspectiva de diversificación. Según estudios previos, esta característica permite que las criptomonedas absorban choques de mercado de forma diferente, ya que no están tan expuestas a los ciclos económicos y a la política monetaria como otros activos (Dyhrberg A. H., 2016). Esta baja correlación sugiere que las criptomonedas podrían actuar como elementos de diversificación, ya que sus fluctuaciones no dependen directamente de las tendencias del mercado tradicional.

Es importante considerar que, si bien la baja correlación reduce el riesgo específico, el alto riesgo intrínseco de las criptomonedas podría contrarrestar parte de los beneficios de la diversificación. Esto significa que, aunque la baja correlación aporta ventajas al portafolio, la proporción de criptomonedas debe ajustarse cuidadosamente para no incrementar excesivamente la volatilidad global del portafolio.

Volatilidad (riesgo), rendimientos esperados y portafolio óptimo

Al aplicar el Modelo de Markowitz utilizando los datos históricos y con el modelo programado en Python por medio de la plataforma Google Colaboratory (<https://colab.research.google.com/>), se obtienen el portafolio óptimo, la respectiva volatilidad (riesgo) y el rendimiento esperado de este portafolio.

A continuación, se muestran la composición del portafolio óptimo sin incluir las criptomonedas:

Tabla 4. Composición del portafolio sin criptomonedas

	Activo	Peso óptimo
0	Apple (AAPL)	0.55%
1	Caterpillar (CAT)	1.73%
2	JPMorgan (JPM)	12.95%
3	NextEra Energy (NEE)	0.00%
4	P&G (PG)	19.92%
5	Pfizer (PFE)	6.95%
6	Realty Income (O)	0.00%
7	Gold Shares (GLD)	57.91%

Fuente: Elaboración propia en Python, 2024.

Igualmente se tiene el rendimiento esperado y la volatilidad (riesgo):

Rendimiento esperado (mensual): 0,84 %

Volatilidad (riesgo): 3,25 %

Estos valores son obtenidos de la simulación del modelo de Markowitz en Python.

Ahora, se aplica el Modelo de Markowitz, esta vez incluyendo las criptomonedas y se obtienen el siguiente portafolio óptimo:

Tabla 5. Composición del portafolio con criptomonedas

	Activo	Peso óptimo
0	Apple (AAPL)	0.91%
1	Caterpillar (CAT)	1.18%
2	JPMorgan (JPM)	12.00%
3	NextEra Energy (NEE)	0.00%
4	P&G (PG)	20.72%
5	Pfizer (PFE)	7.07%
6	Realty Income (O)	0.00%
7	Gold Shares (GLD)	57.56%
8	Bitcoin (BTC)	0.00%
9	Binance Coin (BNB)	0.56%

Fuente: Elaboración propia en Python, 2024.

Se tiene el rendimiento esperado y la volatilidad (riesgo):

Rendimiento esperado (mensual): 0,89 %

Volatilidad (Riesgo): 3,24 %

Estos valores son obtenidos de la simulación del modelo de Markowitz en Python.

Análisis comparativo

- **Rendimiento y riesgo:** la inclusión de criptomonedas aumenta ligeramente el rendimiento esperado mensual (de 0,84 % a 0,89 %), mientras que la volatilidad permanece prácticamente igual (3,25 % a 3,24 %). Esto sugiere que, aunque las criptomonedas no aportan significativamente a la reducción del riesgo, sí ofrecen una mejora marginal en el rendimiento esperado.
- **Composición del portafolio:** la estructura del portafolio cambia ligeramente al incluir criptomonedas, pero los activos como Gold Shares (GLD) y Procter &

Gamble (PG) continúan ocupando un peso elevado. Esto indica que el modelo sigue priorizando la estabilidad y la diversificación con activos de menor riesgo, incluso con la adición de criptomonedas.

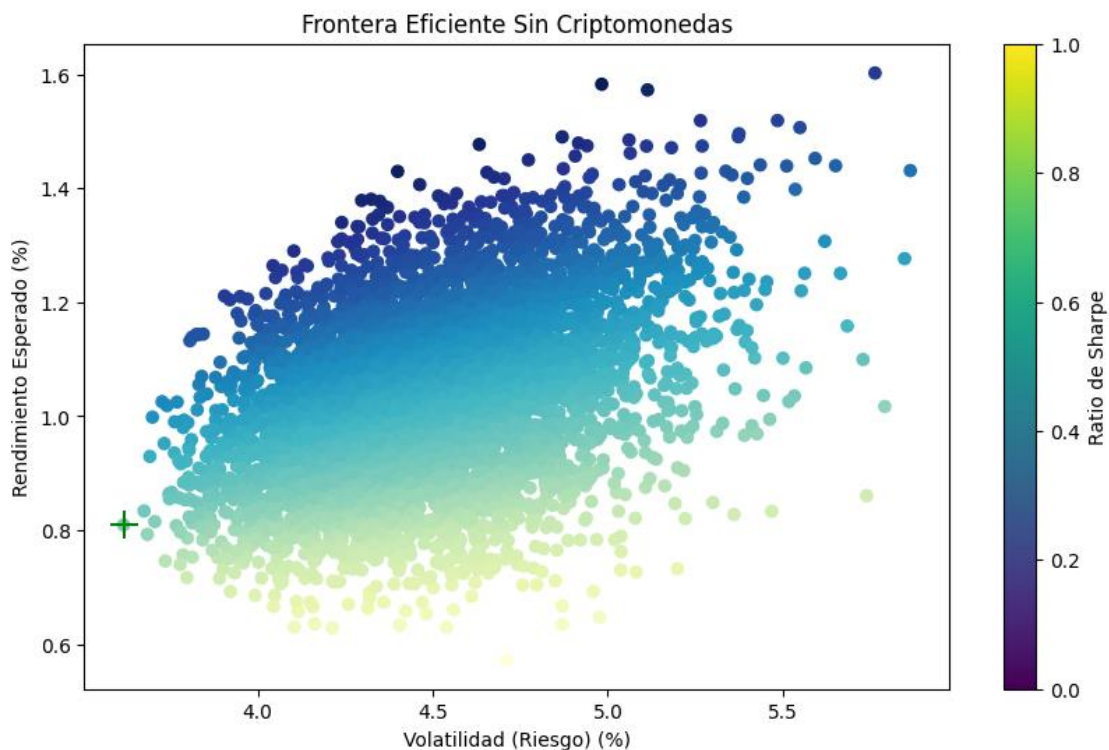
- **Peso de las criptomonedas:** el peso asignado a las criptomonedas es bajo, lo que indica que, dentro del modelo de optimización de Markowitz, su alta volatilidad limita su inclusión en grandes proporciones.

La inclusión de criptomonedas en el portafolio optimizado aporta un pequeño incremento en el rendimiento esperado sin afectar de manera significativa la volatilidad total. Sin embargo, el modelo asigna un peso bajo a las criptomonedas, lo que refleja una estrategia de diversificación prudente, aprovechando la baja correlación de las criptomonedas con activos tradicionales, pero manteniendo su exposición limitada debido a su alto riesgo inherente.

Simulación y construcción de la frontera eficiente

Aplicando el Modelo de Markowitz el Python, se construyó la frontera eficiente para el portafolio con criptomonedas y sin la inclusión de estas. La simulación se realizó con 5.000 opciones de portafolio para la construcción de la frontera eficiente. La frontera eficiente representa el conjunto de combinaciones de activos que maximiza el rendimiento esperado para cada nivel de riesgo. A continuación, se presenta la frontera eficiente sin incluir las criptomonedas. Los valores de rendimiento esperado y volatilidad (riesgo) están expresados mensualmente:

Figura 3. Frontera eficiente sin criptomonedas



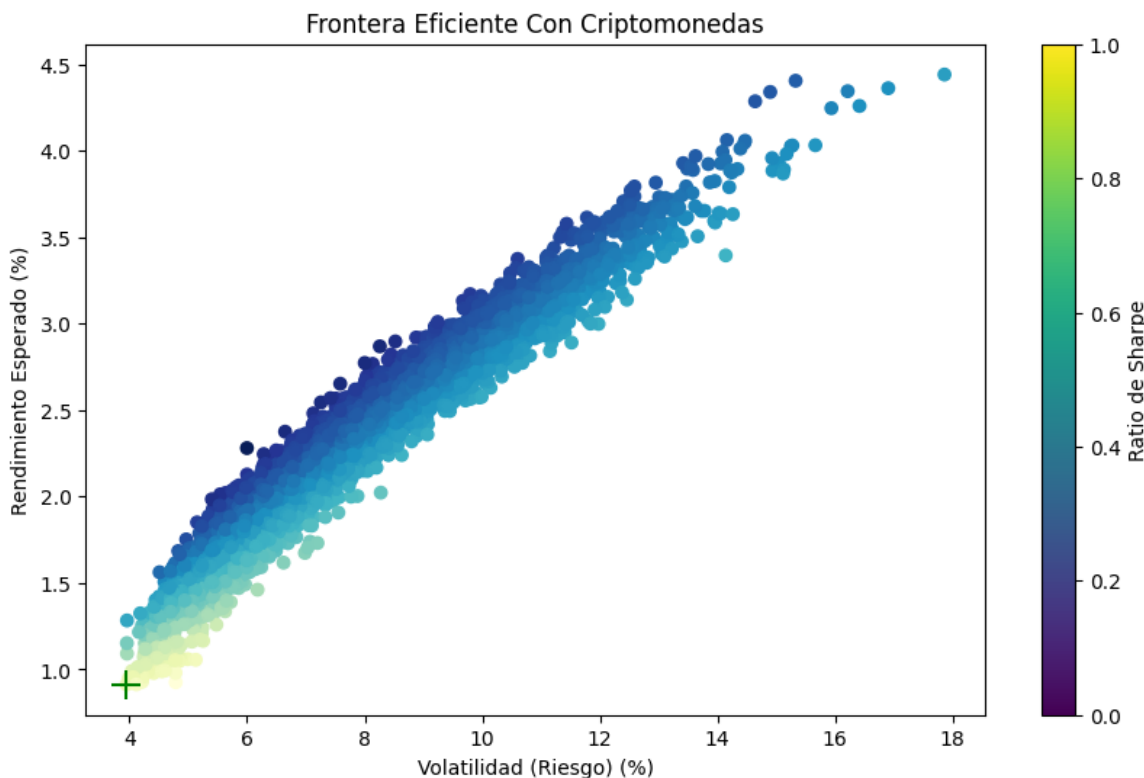
Fuente: Elaboración propia en Python, 2024.

La pendiente de la frontera es suave, lo que indica que los activos tradicionales incluidos en este portafolio permiten alcanzar buenos niveles de diversificación y rendimiento sin un incremento considerable en el riesgo. Esta frontera eficiente es relativamente compacta, lo que sugiere una estrategia de inversión menos volátil y más estable.

La frontera eficiente en este caso es un ejemplo de la aplicación clásica de la Teoría Moderna de Portafolios, donde los inversionistas pueden seleccionar un punto en la frontera según su aversión al riesgo, eligiendo desde configuraciones conservadoras con baja volatilidad hasta configuraciones de mayor rendimiento para quienes aceptan un mayor riesgo.

Igualmente, se presenta la frontera eficiente incluyendo criptomonedas. Los valores de rendimiento esperado y volatilidad (riesgo) están expresados mensualmente:

Figura 4. Frontera eficiente con criptomonedas



Fuente: Elaboración propia en Python, 2024.

La frontera eficiente se extiende más hacia la derecha en términos de volatilidad, reflejando la inclusión de las criptomonedas que son activos con alta volatilidad. Esto indica que el portafolio tiene un rango más amplio de combinaciones, desde opciones de bajo riesgo hasta composiciones de mayor riesgo y rendimiento.

El rendimiento esperado en este caso es mayor para los portafolios que tienen una volatilidad más alta. Este efecto se debe a la naturaleza especulativa y al potencial de alto rendimiento de las criptomonedas, aunque el incremento en la volatilidad también representa un riesgo significativo.

Comparación entre las fronteras eficientes

La inclusión de criptomonedas amplía la frontera eficiente, ofreciendo la posibilidad de obtener mayores rendimientos, a costa de un incremento notable en el riesgo. Este resultado

muestra cómo las criptomonedas aportan opciones de inversión que pueden ser beneficiosas para inversionistas con tolerancia más alta al riesgo.

En la frontera eficiente sin criptomonedas, la curva es más contenida y moderada, lo que ofrece una estructura de portafolio más estable y menos volátil. Para inversionistas conservadores, esta opción puede ser preferible, ya que se mantiene un control estricto sobre la volatilidad sin sacrificar demasiado el rendimiento. En cambio, el portafolio con criptomonedas es más adecuado para perfiles de inversionistas que buscan mayores retornos y están dispuestos a aceptar un nivel más alto de volatilidad.

La inclusión de criptomonedas en el portafolio proporciona un mayor abanico de posibilidades de rendimiento, extendiendo la frontera eficiente y permitiendo alcanzar configuraciones de portafolio con rendimientos superiores. No obstante, este incremento de rendimiento viene acompañado de una volatilidad considerablemente más alta.

Backtesting del portafolio

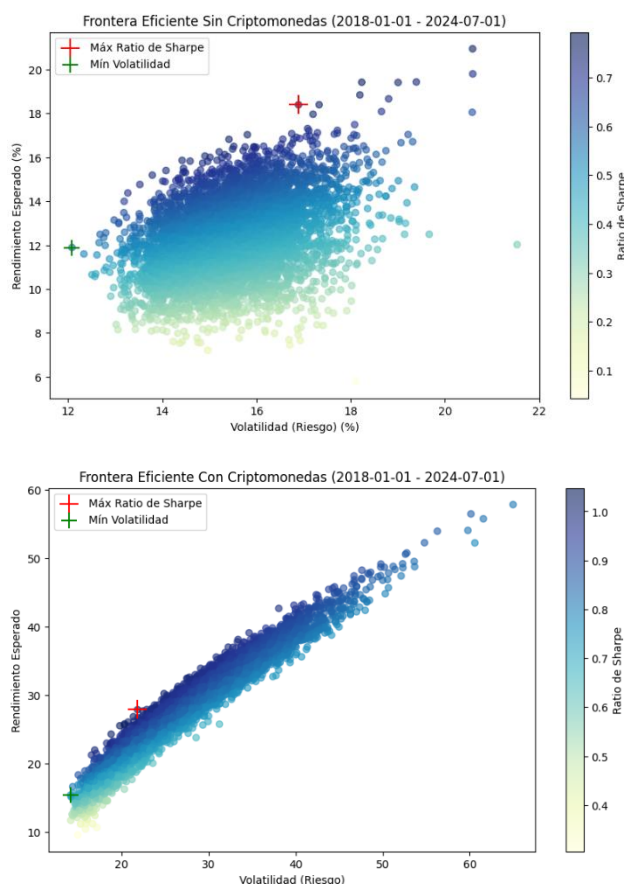
El objetivo de este *backtesting* es comparar el desempeño del portafolio con criptomonedas frente a uno sin ellas en periodos específicos, utilizando el índice S&P 500 como *benchmark*. De esta manera, se busca analizar el rendimiento, la volatilidad y el ajuste al riesgo de ambos portafolios.

Para realizar el *backtesting*, se utilizaron datos históricos mensuales de cada activo en el portafolio desde el 1 de enero de 2018 hasta el 30 de junio de 2024, obtenidos de la plataforma Investing. A partir de estos datos, se calcularon los rendimientos mensuales de cada activo, lo cual permite medir la volatilidad y el desempeño anual de ambos portafolios.

Se utiliza el S&P 500 como *benchmark* por ser uno de los índices más representativos del mercado estadounidense, reflejando el comportamiento de los activos tradicionales sin incluir criptomonedas.

A continuación, se realiza una comparativa entre las fronteras eficientes de los portafolios sin criptomonedas y el que las incluye. Inicialmente, se realiza el análisis para la totalidad del periodo evaluado 2018 a 2024, y posteriormente se realiza el *backtesting* para cada año, 2018, 2019, 2020, 2021, 2022, 2023 y el primer semestre de 2024. Los resultados se presentan de forma anual.

Figura 5. Frontera eficiente sin y con criptomonedas: 2018-2024



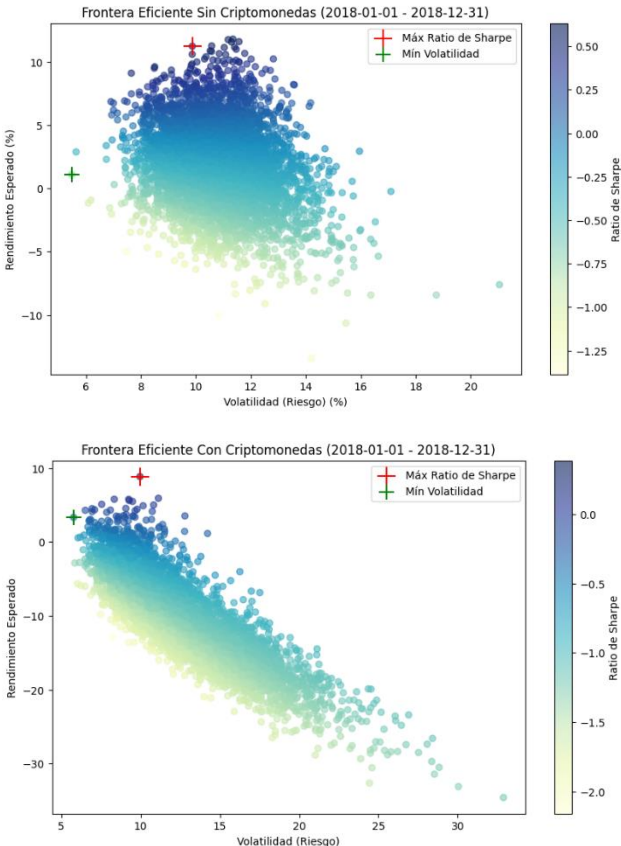
Fuente: Elaboración propia en Python, 2024.

Las gráficas muestran que la frontera eficiente sin criptomonedas tiene una forma compacta y una pendiente suave, con volatilidades (riesgo) entre 12 % y 20 % aproximadamente y rendimientos esperados limitados a un máximo de 20 %, lo que indica un portafolio más conservador y estable. En cambio, la frontera eficiente con criptomonedas se extiende significativamente hacia la derecha, con volatilidades que alcanzan un poco más del 60 % y rendimientos esperados que llegan hasta 60 %, presentando una pendiente más pronunciada. Esto significa que la inclusión de criptomonedas, debido a su alta volatilidad y baja correlación con activos tradicionales, amplía las oportunidades de diversificación y

aumenta el potencial de retorno. Sin embargo, este mayor rendimiento viene acompañado de un riesgo considerablemente más alto.

Frontera eficiente portafolios 2018

Figura 6. Frontera eficiente sin y con criptomonedas: 2018



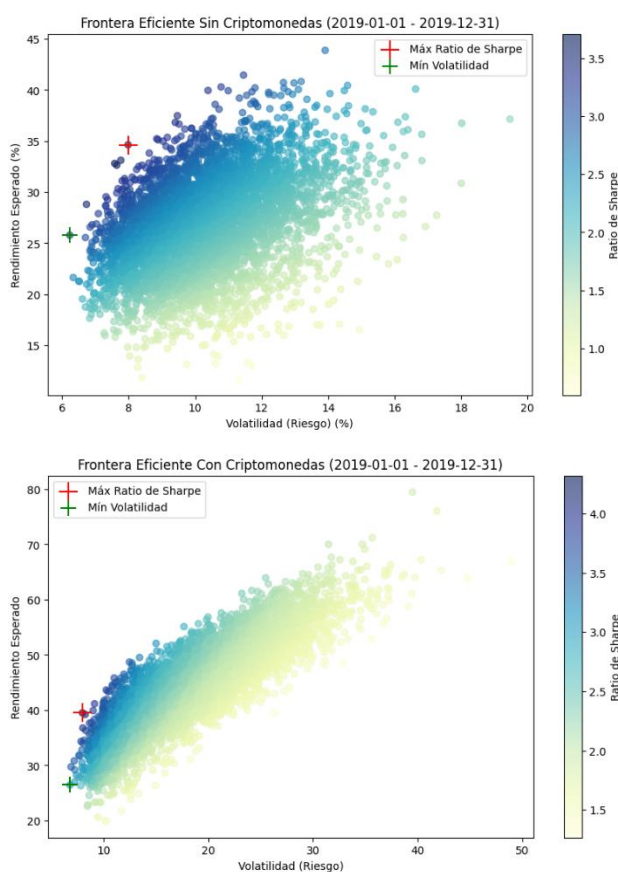
Fuente: Elaboración propia en Python, 2024.

Las fronteras eficientes correspondientes al año 2018 presentan diferencias significativas en su forma y distribución. Tanto los portafolios con y sin criptomonedas presentaron rendimientos esperados negativos en varias áreas de sus respectivas fronteras eficientes, reflejando las condiciones adversas del mercado durante ese periodo. La frontera sin criptomonedas es compacta, con volatilidades entre 5 % y 16 % aproximadamente, y un rendimiento máximo cercano a 12 %. Esto indica un portafolio más estable, pero aún afectado por la caída generalizada en los mercados tradicionales debido a tensiones comerciales globales, la incertidumbre política y el aumento de tasas de interés por parte de la Reserva

Federal, que redujeron la rentabilidad de activos como acciones y bonos (Banco de la República de Colombia, 2018; Banco de Pagos Internacionales, 2018; Fondo Monetario Internacional, 2018). Por otro lado, la frontera eficiente con criptomonedas es más dispersa, extendiéndose hasta una volatilidad de 30 %, con rendimientos esperados aún más bajos, llegando incluso a valores negativos. Esto se debe a la fuerte corrección del mercado de criptomonedas tras el auge de 2017, con Bitcoin perdiendo más del 70 % de su valor, lo que evidencia su alta volatilidad y baja eficiencia en términos de retorno ajustado al riesgo en este contexto (Infobae, 2018).

Frontera eficiente portafolios 2019

Figura 7. Frontera eficiente sin y con criptomonedas: 2019



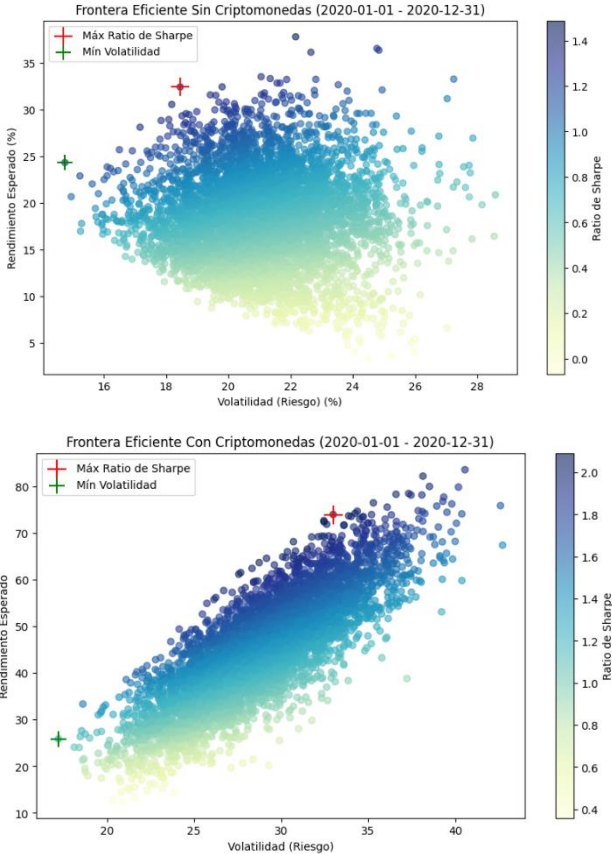
Fuente: Elaboración propia en Python, 2024.

En el año 2019, las fronteras eficientes con y sin criptomonedas muestran diferencias en su forma y comportamiento. La frontera sin criptomonedas es más compacta, con

volatilidades que oscilan entre 6 % y 18 %, y rendimientos esperados que llegan a un máximo de 45 %. Esto indica un portafolio relativamente estable. Por otro lado, la frontera con criptomonedas se extiende significativamente hacia mayores niveles de volatilidad (riesgo), alcanzando un máximo de 40 %, mientras que los rendimientos esperados suben hasta el 70 % aproximadamente. Este comportamiento refleja el impacto positivo de las criptomonedas en el rendimiento del portafolio, aunque a costa de un riesgo considerablemente mayor.

Frontera eficiente portafolios 2020

Figura 8. Frontera eficiente sin y con criptomonedas: 2020



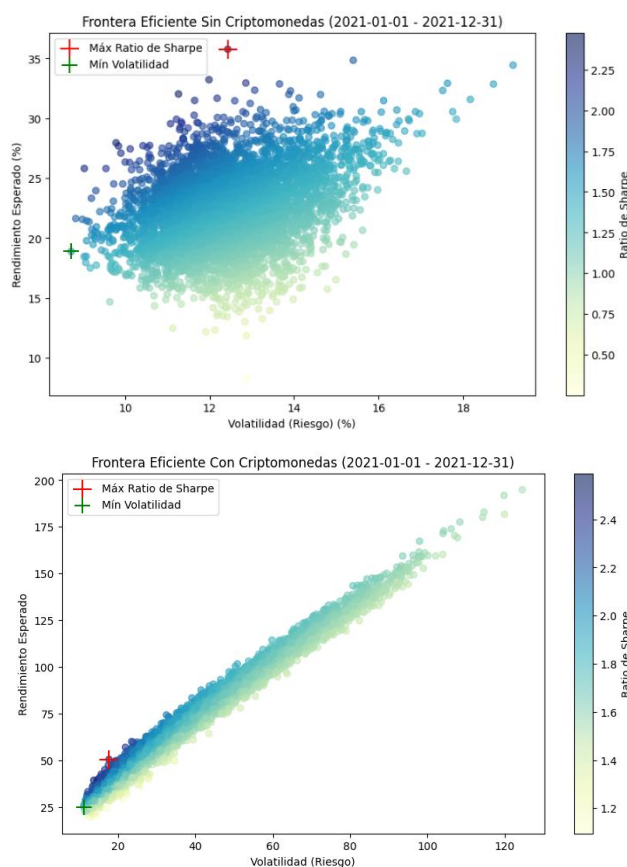
Fuente: Elaboración propia en Python, 2024.

Para el año 2020, las fronteras eficientes con y sin criptomonedas reflejan la marcada volatilidad de los mercados durante un año de crisis global debido a la pandemia del COVID-19. La frontera sin criptomonedas se concentra en un rango de volatilidad de 15 % a 28 %,

con rendimientos esperados que alcanzan un máximo de 35 %. Esta distribución indica que los portafolios tradicionales ofrecieron opciones relativamente seguras, aunque limitadas, en cuanto al rendimiento durante un año de alta incertidumbre. Por otro lado, la frontera con criptomonedas se extiende hacia mayores niveles de riesgo y rendimientos, con volatilidades que oscilan entre el 15 % y el 45 % y rendimientos esperados que alcanzan hasta el 80 %. Esto evidencia que la inclusión de criptomonedas permitió a los inversionistas acceder a rendimientos significativamente más altos, aunque a costa de un incremento sustancial en la volatilidad.

Frontera eficiente portafolios 2021

Figura 9. Frontera eficiente sin y con criptomonedas: 2021



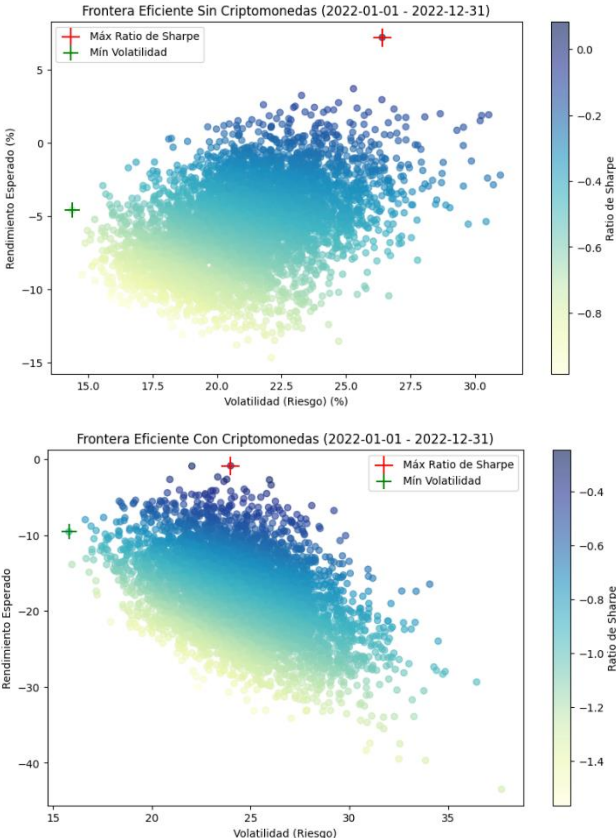
Fuente: Elaboración propia en Python, 2024.

En 2021, las fronteras eficientes con y sin criptomonedas presentan diferencias significativas en términos de forma y comportamiento. La frontera sin criptomonedas es

compacta, con volatilidades que oscilan entre 8 % y 18 %, y rendimientos esperados que alcanzan un máximo de 35 %. Esto indica un portafolio más conservador. La baja dispersión de la frontera indica una menor capacidad de diversificación en comparación con portafolios que incluyen activos más volátiles. En contraste, la frontera con criptomonedas es mucho más amplia, extendiéndose hacia niveles de volatilidad considerablemente más altos, entre 15 % y 140 % aproximadamente, con rendimientos esperados que llegan hasta 180 %.

Frontera eficiente portafolios 2022

Figura 10. Frontera eficiente sin y con criptomonedas: 2022



Fuente: Elaboración propia en Python, 2024.

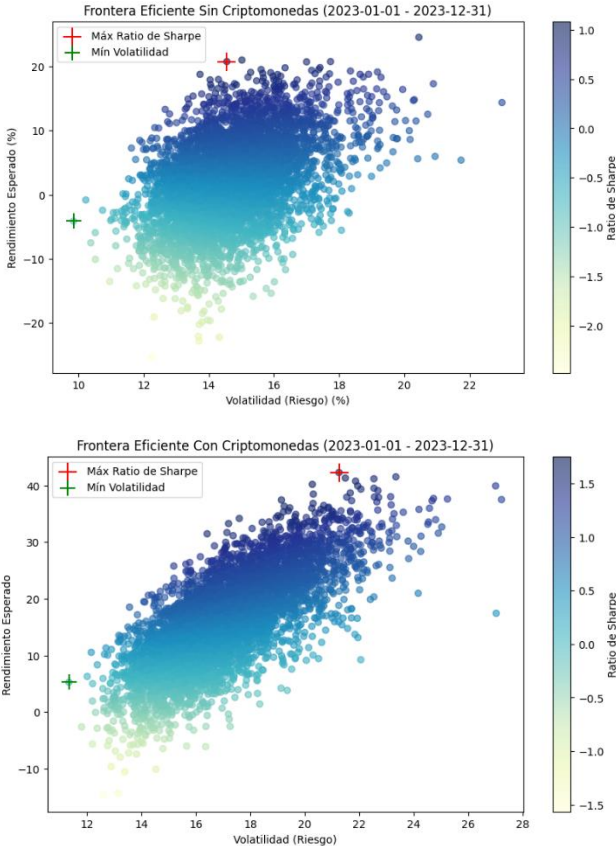
Ahora, para el 2022, las fronteras eficientes con y sin criptomonedas muestran una clara disminución en los rendimientos esperados, con varios puntos en ambas gráficas y alcanzando valores negativos. La frontera sin criptomonedas tiene una forma compacta, con volatilidades que oscilan entre 15 % y 30 % aproximadamente, y rendimientos esperados que

apenas superan el 5 %. Esto refleja un año complicado para los mercados tradicionales, marcado por tensiones geopolíticas, alta inflación y políticas monetarias restrictivas que impactaron negativamente en los activos convencionales (Fondo Monetario Internacional., 2022).

Por otro lado, la frontera con criptomonedas se extiende hacia mayores niveles de volatilidad, entre 15 % y 35 %, con rendimientos esperados aún más bajos, llegando a valores negativos que van desde 0 % hasta -40 % aproximadamente. Este comportamiento refleja la alta volatilidad del mercado de criptomonedas durante el 2022, un año que estuvo marcado por caídas significativas en los precios de activos digitales debido a factores como la incertidumbre regulatoria y el colapso de importantes plataformas del ecosistema cripto (El Economista, 2022).

Frontera eficiente portafolios 2023

Figura 11. Frontera eficiente sin y con Criptomonedas: 2023

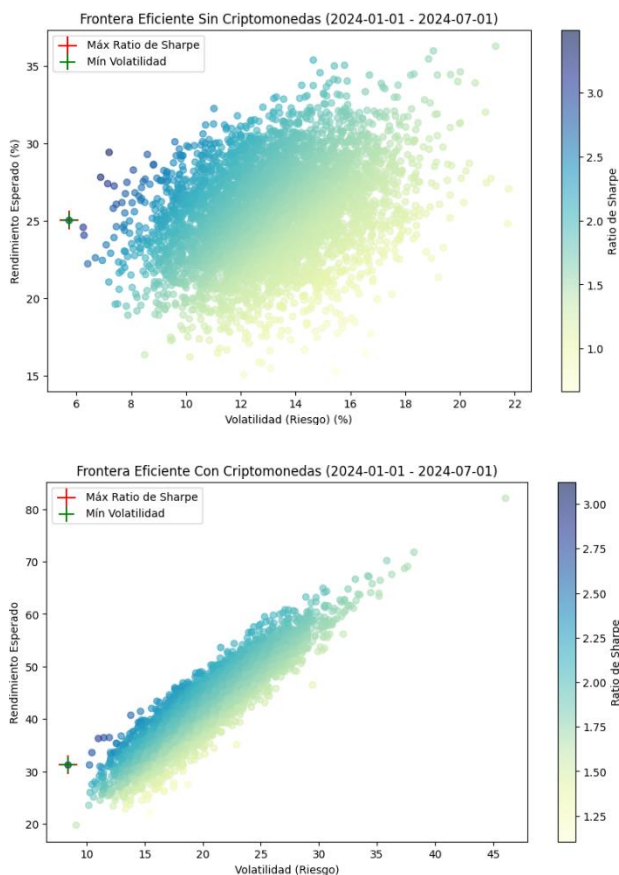


Fuente: Elaboración propia en Python, 2024.

Las fronteras eficientes con y sin criptomonedas para el año 2023 muestran un panorama de recuperación parcial, aunque con rendimientos esperados aún limitados. La frontera sin criptomonedas es compacta, con volatilidades que varían entre 10 % y 22 %, y rendimientos esperados que alcanzan un máximo de 20 % aproximadamente. Esto indica una ligera mejora en comparación con el 2022, aunque los portafolios tradicionales todavía operan en un entorno de bajo rendimiento debido a la persistencia de condiciones económicas desafiantes, como el ajuste monetario y la incertidumbre geopolítica (Fondo Monetario Internacional, 2023).

Por otro lado, la frontera con criptomonedas muestra una mayor dispersión, con volatilidades entre 12 % y 27 %, y rendimientos esperados que llegan hasta 40 %. Este rango más amplio sugiere que, si bien las criptomonedas ofrecieron un mejor rendimiento en comparación con 2022, aún presentan altos niveles de volatilidad. Durante 2023, el mercado de criptomonedas experimentó una recuperación significativa tras las correcciones de años anteriores, impulsada por un renovado interés institucional y cierta estabilización en la percepción del riesgo regulatorio (El Periódico de España, 2024).

Figura 12. Frontera eficiente sin y con criptomonedas: 2024



Fuente: Elaboración propia en Python, 2024.

En el primer semestre de 2024, las fronteras eficientes con y sin criptomonedas muestran un panorama optimista con rendimientos esperados significativamente más altos que en años anteriores. La frontera sin criptomonedas mantiene una forma compacta, con volatilidades que oscilan entre 6 % y 22 % y rendimientos esperados que alcanzan un máximo de 35 %. Esto indica una mejoría notable en el desempeño de los activos tradicionales, probablemente impulsada por un entorno macroeconómico más favorable, como la estabilización de las tasas de interés, y una menor incertidumbre en los mercados globales. Según el Fondo Monetario Internacional (FMI), durante este período se observó una recuperación en los mercados financieros internacionales, impulsada por políticas monetarias

más estables y una mayor confianza de los inversionistas (Fondo Monetario Internacional, 2024).

En contraste, la frontera con criptomonedas se extiende hacia mayores niveles de volatilidad, entre 10 % y 40 %, con rendimientos esperados que llegan hasta el 70 %. Este rango más amplio refleja el impacto positivo de las criptomonedas en los portafolios diversificados, ya que durante este período el mercado de las criptomonedas parece haberse beneficiado de una renovada confianza y un repunte en la adopción institucional (Bolsamanía, 2024). A pesar de su alta volatilidad, las criptomonedas han ofrecido rendimientos atractivos que superan ampliamente a los de los activos tradicionales.

A continuación, se presenta el resultado del *backtesting* aplicando el modelo de Markowitz en Python. Los resultados están expresados anualmente.

Resultado y análisis del backtesting sin criptomonedas

Tabla 6. Resultado del *backtesting* sin criptomonedas

Periodo	Rendimiento Esperado (%)	Rendimiento Benchmark (%)	Riesgo Portafolio (%)	Riesgo Benchmark (%)	Tracking Error (%)	Ratio de Sharpe
2018-01-01 - 2024-07-01	18.39	11.89	16.89	17.55	11.85	0.7929
2018-01-01 - 2018-12-31	11.24	-11.93	9.87	14.47	10.19	0.6325
2019-01-01 - 2019-12-31	34.63	26.41	7.98	12.96	9.39	3.7119
2020-01-01 - 2020-12-31	32.44	18.26	18.45	25.93	13.41	1.487
2021-01-01 - 2021-12-31	35.77	24.61	12.43	11.06	11.56	2.4757
2022-01-01 - 2022-12-31	7.22	-19.01	26.4	22.97	10.23	0.084
2023-01-01 - 2023-12-31	20.78	22.87	14.56	14.71	3.5	1.0837
2024-01-01 - 2024-07-01	25.02	25.89	5.74	10.95	9.36	3.4897

Fuente: Elaboración propia en Python, 2024.

El rendimiento esperado del portafolio sin criptomonedas muestra un comportamiento variable a lo largo del período, reflejando las condiciones económicas globales cambiantes. En 2018, el rendimiento fue de 11,24 %, un valor moderado que indica cierta estabilidad a pesar de las tensiones comerciales y ajustes monetarios globales. En 2019, el rendimiento mejora significativamente a 34,63 %, reflejando un entorno de recuperación económica favorable. Durante 2020, en plena pandemia del COVID-19, el rendimiento se mantiene elevado en 32,44 %, evidenciando la capacidad del portafolio para adaptarse en un contexto de alta volatilidad.

En 2021, el rendimiento esperado alcanza 35,77 %, el más alto del período, consolidando la recuperación pospandemia. Sin embargo, en 2022, el rendimiento cae drásticamente a 7,22 %, reflejando las dificultades económicas globales como la alta inflación y las tensiones geopolíticas. En 2023, el rendimiento mejora a 20,78 %, indicando una estabilización parcial. Finalmente, el primer semestre de 2024 muestra un sólido rendimiento de 25,02 %, destacando un entorno económico favorable.

El riesgo del portafolio también presenta variaciones significativas. En 2018, se registra un riesgo de 9,87 %, lo que evidencia un comportamiento relativamente estable durante ese año. En 2019, el riesgo baja aún más a 7,98 %, reflejando un entorno económico estable. Sin embargo, durante el 2020, el riesgo se incrementa considerablemente a 18,45 %, el segundo valor más alto del período, en línea con la incertidumbre derivada de la pandemia. En 2021, el riesgo disminuye a 12,43 %, indicando una estabilización posterior a la pandemia. En 2022, el riesgo alcanza el nivel más alto del período con 26,4 %, reflejando un entorno económico desfavorable. En 2023, el riesgo disminuye nuevamente a 14,56 %, mostrando una mejora en la estabilidad del portafolio. Para el primer semestre de 2024, el riesgo se reduce a 5,74 %, el valor más bajo del período, evidenciando una notable estabilidad.

El Tracking Error, que mide la desviación del portafolio respecto al *benchmark*, muestra variaciones importantes a lo largo del período. En 2023, se registra el valor más bajo con 3,5 %, indicando que el portafolio tuvo un desempeño muy cercano al *benchmark*, lo que refleja una estrategia más pasiva. Por el contrario, en 2020, durante la pandemia del COVID-19, el Tracking Error se llega a 13,41 %, reflejando una mayor desviación respecto al *benchmark*. En el primer semestre de 2024, el Tracking Error es de 9,36 %, señalando un mayor nivel de independencia respecto al *benchmark*, impulsado por un entorno económico favorable y un enfoque más activo para capitalizar oportunidades de mercado.

El Ratio de Sharpe, que evalúa el rendimiento ajustado al riesgo, varía significativamente entre los años. En 2019, alcanza un valor excepcionalmente alto de 3.7119, reflejando un excelente equilibrio entre riesgo y retorno en un entorno económico favorable. Durante 2020, el Ratio de Sharpe se sitúa en 1.487, aún destacable dado el contexto de alta volatilidad. En 2021, el Ratio de Sharpe mejora a 2.4757, indicando una excelente relación riesgo-retorno. Sin embargo, en 2022, el Ratio de Sharpe cae a 0.084, evidenciando

las limitaciones del portafolio en un entorno adverso. En 2023, el Ratio de Sharpe mejora a 1.0837, lo que refleja una recuperación moderada en términos de retorno ajustado al riesgo. Finalmente, en el primer semestre de 2024, el Ratio de Sharpe alcanza 3.4897, consolidando un desempeño sobresaliente en un entorno económico favorable.

Resultado y análisis del backtesting con Criptomonedas

Tabla 7. Resultado del backtesting con criptomonedas

Periodo	Rendimiento Esperado (%)	Rendimiento Benchmark (%)	Riesgo Portafolio (%)	Riesgo Benchmark (%)	Tracking Error (%)	Ratio de Sharpe
2018-01-01 - 2024-07-01	27.89	11.89	21.85	17.55	17.45	1.0478
2018-01-01 - 2018-12-31	8.86	-11.93	9.96	14.47	7.8	0.387
2019-01-01 - 2019-12-31	39.51	26.41	7.99	12.96	9.24	4.3184
2020-01-01 - 2020-12-31	74	18.26	32.99	25.93	16.64	2.0913
2021-01-01 - 2021-12-31	50.62	24.61	17.61	11.06	13.13	2.5907
2022-01-01 - 2022-12-31	-0.88	-19.01	23.99	22.97	8.13	-0.2452
2023-01-01 - 2023-12-31	42.28	22.87	21.25	14.71	11.92	1.7543
2024-01-01 - 2024-07-01	31.25	25.89	8.4	10.95	7.83	3.124

Fuente: Elaboración propia en Python, 2024.

El rendimiento esperado del portafolio sin criptomonedas muestra una gran variabilidad a lo largo del período analizado. En 2018, el rendimiento fue positivo con 8,86 %, superando al *benchmark*, que registró un rendimiento negativo de -11,93 %, lo que refleja un entorno adverso para los mercados en general. En 2019, el rendimiento mejora drásticamente a 39,51 %, impulsado por la recuperación económica global. En 2020, el rendimiento alcanza un impresionante 74 %, destacando la capacidad del portafolio para adaptarse al auge del mercado de criptomonedas durante la pandemia. En 2021, se registra un rendimiento sobresaliente de 50,62 %, impulsado por la consolidación de la recuperación pospandemia. Por el contrario, en 2022, el rendimiento cae a -0,88 %, evidenciando un entorno económico complicado a causa de alta inflación y tensiones geopolíticas. En 2023, el rendimiento esperado se recupera con 42,28 %, destacando una estabilización y crecimiento en los mercados. Finalmente, en el primer semestre de 2024, el rendimiento esperado es de 31,25 %, mostrando un entorno de recuperación sostenida.

El riesgo del portafolio, medido por la volatilidad, también presenta variaciones significativas. En 2018, el riesgo es relativamente bajo con 9,96 %, pero disminuye aún más

en 2019 a 7,99 %, el nivel más bajo del período, reflejando una estabilidad notable. En 2020, durante la pandemia, el riesgo aumenta drásticamente a 32,99 %, el valor más alto del período, en línea con la volatilidad general del mercado. En 2021, el riesgo se reduce a 17,61 %, indicando una estabilización en los mercados. En 2022, el riesgo vuelve a elevarse a 23,99 %, reflejando la incertidumbre global. En 2023, el riesgo desciende ligeramente a 21,25 %, y finalmente, en el primer semestre de 2024, el riesgo disminuye notablemente a 8,4 %, coincidiendo con un período de mayor estabilidad económica.

El Tracking Error, que mide la desviación del portafolio respecto al *benchmark*, también muestra variaciones considerables. En 2018, se registra un Tracking Error moderado de 7,8 %, reflejando diferencias leves en la estrategia respecto al *benchmark*. En 2020, el Tracking Error aumenta significativamente a 16,64 %, evidenciando decisiones activas durante la pandemia. En 2021, el Tracking Error permanece alto con 13,13 %, mostrando una cierta independencia del *benchmark*. En 2022, se reduce a 8,13 %, mientras que, en 2023, aumenta nuevamente a 11,92 %, destacando una mayor divergencia. En el primer semestre de 2024, el Tracking Error se mantiene bajo con 7,83 %, reflejando una mayor alineación con el *benchmark* en un contexto de estabilidad.

El Ratio de Sharpe muestra un desempeño variable a lo largo de los años. En 2019, alcanza un valor sobresaliente de 4.3184, reflejando un excelente rendimiento ajustado al riesgo en un entorno de recuperación. En 2020 y 2021, los valores son igualmente altos, con 2.8913 y 2.5907, respectivamente, gracias al fuerte rendimiento del portafolio durante la pandemia y la posterior recuperación. Sin embargo, en 2022, el Ratio de Sharpe cae a -0.2452, evidenciando un rendimiento negativo ajustado al riesgo en un entorno difícil. En 2023, mejora significativamente a 1.7543, destacando una recuperación moderada, y en el primer semestre de 2024, el Ratio de Sharpe alcanza 3.1244, reflejando un excelente equilibrio entre riesgo y retorno en un entorno favorable.

Análisis comparativo del backtesting con y sin Criptomonedas

El portafolio con criptomonedas muestra un rendimiento esperado significativamente superior en la mayoría de los años, evidenciando el potencial de las criptomonedas para mejorar los rendimientos esperados. En el período total (2018-2024), el rendimiento esperado

acumulado del portafolio con criptomonedas es de 27,89 %, notablemente superior al 18,39 % del portafolio sin criptomonedas. Esto demuestra que las criptomonedas pueden aportar rendimientos significativos en el largo plazo. En 2019, un año de recuperación económica, el portafolio con criptomonedas alcanza un rendimiento sobresaliente de 39,51 %, superando al 34,63 % del portafolio sin criptomonedas. Asimismo, en 2020 el portafolio con criptomonedas muestra un rendimiento excepcional de 74 %, superando con creces el 32,44 % del portafolio sin criptomonedas, reflejando el impacto positivo del auge del mercado durante la pandemia. Sin embargo, en 2022 ambos portafolios enfrentan desafíos, el portafolio con criptomonedas experimenta un rendimiento negativo de -0,88 %, mientras que el portafolio sin criptomonedas logra mantenerse positivo con 7,22 %, mostrando una mayor estabilidad en un entorno desfavorable.

En 2024, ambos portafolios muestran un sólido desempeño, pero nuevamente el portafolio con criptomonedas supera al portafolio sin criptomonedas con un rendimiento esperado de 31,25 % frente a 25,02 %, destacando el papel de las criptomonedas como generadoras de mejores rendimientos en un entorno de recuperación.

El análisis del riesgo muestra que el portafolio con criptomonedas presenta una volatilidad consistentemente superior al del portafolio sin criptomonedas en la mayoría de los años, lo que refleja la naturaleza más incierta y volátil de los activos digitales. En 2019 y 2024, años de mayor estabilidad, el riesgo de ambos portafolios es relativamente bajo, aunque el portafolio con criptomonedas sigue siendo ligeramente más volátil, con 7,99 % y 8,4 % respectivamente, frente a 7,98 % y 5,74 % sin criptomonedas. Sin embargo, en períodos de alta incertidumbre, como 2020, el riesgo del portafolio con criptomonedas alcanza un máximo de 32,99 %, casi el doble del 18,45 % del portafolio sin criptomonedas, evidenciando la sensibilidad de las criptomonedas a eventos de mercado extremos. En 2022, aunque ambos portafolios enfrentan un entorno económico difícil, el portafolio con criptomonedas sorprendentemente muestra un riesgo menor 23,99 % que el portafolio sin criptomonedas 26,4 %, probablemente debido a la diversificación que aportan los activos digitales. Esto demuestra que, si bien las criptomonedas pueden aumentar el riesgo en condiciones normales, en ciertos escenarios de mercado pueden ofrecer un beneficio de diversificación.

El tracking error, que mide la desviación del portafolio respecto al *benchmark*, es mayor en el portafolio con criptomonedas. Durante el período total (2018-2024), el tracking

error del portafolio con criptomonedas es de 17,45 %, mayor que el 11,85 % del portafolio sin criptomonedas. Esto refleja que la inclusión de criptomonedas introduce una mayor separación respecto al *benchmark* debido a su comportamiento altamente volátil y la baja correlación con los mercados tradicionales. En 2020, año de alta incertidumbre debido a la pandemia, el Tracking Error del portafolio con criptomonedas alcanza 16,64 %, frente al 13,41 % del portafolio sin criptomonedas, lo que indica que ambos portafolios se desviaron significativamente del *benchmark*, aunque el impacto fue más marcado en el portafolio con criptomonedas. En 2021, un año de recuperación económica, la diferencia es aún más pronunciada, con un Tracking Error de 13,13 % en el portafolio con criptomonedas, comparado con 11,56 % sin criptomonedas, reflejando la volatilidad sostenida de los activos digitales incluso en contextos más favorables.

El Ratio de Sharpe, indicador clave de rendimiento ajustado al riesgo muestra un mejor desempeño del portafolio con criptomonedas en períodos de crecimiento, como 2019 con un Ratio de Sharpe de 4.3184 y 2021 con un Ratio de Sharpe de 2.5907, en comparación con 3.7119 y 2.4757 del portafolio sin criptomonedas en esos mismos años. Sin embargo, en 2022, el portafolio con criptomonedas registra un Ratio de Sharpe negativo de -0.2452, evidenciando un rendimiento ajustado al riesgo muy bajo, mientras que el portafolio sin criptomonedas logra mantenerse en terreno positivo con 0.084.

En 2024, ambos portafolios muestran un excelente equilibrio, con Ratios de Sharpe de 3.124 con criptomonedas y 3.4897 sin criptomonedas, lo que refleja un rendimiento sólido en un contexto de recuperación.

El portafolio con criptomonedas permite una mayor diversificación, aprovechando la baja correlación de las criptomonedas con los activos tradicionales. Esto amplía la frontera eficiente, proporcionando opciones de mayores rendimientos, aunque a costa de un incremento considerable en la volatilidad (riesgo). Por otro lado, el portafolio sin criptomonedas mantiene una relación más estable con el *benchmark*, siendo más predecible y eficiente en términos de seguimiento al mercado.

En períodos de crisis, como 2018 y 2022, el portafolio sin criptomonedas se desempeña mejor, con menores pérdidas y ratios de Sharpe positivos o cercanos a cero, mientras que el portafolio con criptomonedas sufre caídas más pronunciadas y ratios de

Sharpe negativos. Esto evidencia que la inclusión de criptomonedas puede aumentar la vulnerabilidad del portafolio en mercados adversos.

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Conclusiones

El estudio confirma la relevancia de las criptomonedas como activos financieros dentro de un portafolio diversificado. Al aplicar el Modelo de Markowitz, se evidencia que estos activos, debido a su baja correlación con activos financieros tradicionales, contribuyen a ampliar la frontera eficiente, permitiendo a los inversionistas alcanzar un mejor equilibrio entre riesgo y rendimiento. Aunque su alta volatilidad representa un desafío, la inclusión controlada de criptomonedas mejora el rendimiento esperado del portafolio sin incrementar significativamente el riesgo total. Esto resalta su potencial como herramienta de diversificación en estrategias de inversión modernas, siempre y cuando se gestionen adecuadamente.

Los datos revelan que los portafolios que incluyen criptomonedas obtienen mejores rendimientos en períodos de expansión económica. Un claro ejemplo de esto se observa en 2021 y 2024, años marcados por la recuperación global tras la pandemia y la estabilización de los mercados. Durante estos períodos, los portafolios con criptomonedas superaron significativamente en rendimiento a los portafolios tradicionales. Esto se debe al carácter especulativo y al alto potencial de retorno de las criptomonedas en contextos de crecimiento. No obstante, es fundamental tener en cuenta que estos altos rendimientos vienen acompañados de un mayor riesgo en tiempos de crisis.

Este estudio valida la aplicabilidad del Modelo de Markowitz en la gestión de portafolios que incluyen criptomonedas, destacando su flexibilidad y utilidad. Al incluir activos altamente volátiles y de baja correlación, el modelo permite identificar combinaciones óptimas de activos, maximizando el rendimiento esperado para niveles específicos de riesgo. Lo que reafirma la relevancia del modelo incluso en un entorno financiero moderno que incluye nuevos tipos de activos.

La inclusión de criptomonedas expande la frontera eficiente, proporcionando una gama más amplia de combinaciones de rendimiento y riesgo. Los portafolios sin criptomonedas son más compactos y consistentes, adecuados para perfiles conservadores que priorizan la estabilidad. En cambio, los portafolios que incluyen criptomonedas ofrecen

rendimientos esperados más altos, pero con una mayor exposición a la volatilidad, atrayendo a inversionistas con mayor tolerancia al riesgo.

El análisis de *backtesting* respalda las conclusiones teóricas, mostrando que los portafolios con criptomonedas superaron a los tradicionales en la mayoría de los años analizados. En particular, durante los períodos de crecimiento económico, los rendimientos superaron notablemente al *benchmark*, reflejando el potencial de las criptomonedas para incrementar el rendimiento general del portafolio. Sin embargo, el Tracking Error más elevado de estos portafolios evidencia que, si bien aportan rendimientos adicionales, también presentan un comportamiento menos predecible en comparación con los activos tradicionales.

Dado el comportamiento altamente volátil y especulativo de las criptomonedas, se destaca la importancia de un enfoque de gestión activa. Los inversionistas deben monitorear constantemente las condiciones del mercado y ajustar la composición de sus portafolios para mitigar riesgos y capitalizar oportunidades. Esta gestión activa es especialmente crucial en entornos de alta volatilidad, donde las criptomonedas pueden experimentar fluctuaciones significativas.

El estudio se basa en datos históricos, lo que implica que los resultados reflejan tendencias pasadas y podrían no ser indicativos de comportamientos futuros. Además, factores como la regulación gubernamental y los desarrollos tecnológicos, que no se consideraron en profundidad, podrían alterar significativamente el rendimiento y la volatilidad de las criptomonedas. Futuras investigaciones podrían explorar estos aspectos para proporcionar un análisis más completo.

Recomendaciones

Se recomienda incluir criptomonedas en proporciones limitadas dentro del portafolio, maximizando sus beneficios de diversificación sin comprometer la estabilidad general. Este enfoque equilibra el potencial de altos rendimientos con la gestión del riesgo inherente.

Dado el comportamiento dinámico de las criptomonedas, es crucial un monitoreo continuo. Ajustes periódicos permiten optimizar la relación riesgo-rendimiento y reaccionar ante fluctuaciones significativas del mercado.

Los cambios en la regulación pueden tener un impacto directo en la volatilidad y el valor de las criptomonedas. Es fundamental mantenerse informado sobre las normativas vigentes y su evolución en mercados clave.

El uso de herramientas tecnológicas como Python resulta clave para la gestión eficiente de portafolios, especialmente cuando se incluyen activos volátiles como las criptomonedas. Python, al ser un lenguaje de programación versátil y de código abierto, ofrece una amplia variedad de librerías especializadas que facilitan la simulación de portafolios y la realización de análisis avanzados.

REFERENCIAS

- Aristizabal Nieto, E. J., & Garcia Agudelo, E. (2024). *Evaluación del efecto de incluir la predicción de rendimientos mediante la técnica de Support Vector Machines en la eficiencia del modelo de media-varianza de Markowitz* [Trabajo de grado de maestría. Universidad EAFIT, Medellín].
- Banco de la República de Colombia. (2018). Obtenido de Banco de la República de Colombia: <https://www.banrep.gov.co/es/publicaciones-investigaciones/reporte-mercados-financieros/tercer-trimestre-2018>
- Banco de Pagos Internacionales. (2018). Obtenido de Banco de Pagos Internacionales: https://www.bis.org/publ/qtrpdf/r_qt1809a_es.htm
- Baur, D., Dimpfl, T., & Kuck, K. (2018). Bitcoin, gold and the US dollar – A replication and extension. *Finance Research Letters*, 25, 103-110.
- Bolsamanía. (2024). *Bitcoin en ascenso en 2024: la adopción en los sectores clave*. Recuperado el 01 de 11 de 2024, de Bolsamanía: <https://www.bolsamania.com/capitalbolsa/noticias/criptodivisas/bitcoin-en-ascenso-en-2024-la-adopcion-en-los-sectores-clave--17616378.html>
- Brière, M., Oosterlinck, K., & Szafarz, A. (2015). Virtual currency, tangible return: Portfolio diversification with bitcoin. *Journal of Asset Management*, 16(6), 365-373.
- Cheah, E.-T., & Fry, J. (2015). Speculative bubbles in Bitcoin markets? An empirical investigation into the fundamental value of Bitcoin. *Economics Letters*, 130, 32-36.
- Clavijo Moreno, J., & Sánchez Moreno, E. (2023). *Impacto de la inclusión de commodities en un portafolio para el mila y brasil* [Trabajo de grado de maestría. Universidad EAFIT, Bogotá].
- Dyhrberg, A. H. (2016). Hedging capabilities of bitcoin. Is it the virtual gold? *Finance Research Letters*, 16, 139–144.
- Dyhrberg, A. H. (2016). Hedging capabilities of bitcoin: Is it the virtual gold? *Finance Research Letters*, 16, 139-144.
- El Economista. (2022). *Caída de gigantes agudizó turbulento año del mercado de las criptomonedas*. Recuperado el 01 de 11 de 2024, de El Economista: <https://www.economista.net/cripto/Caida-de-gigantes-agudizo-turbulento-ano-del-mercado-de-las-criptomonedas-20221229-0011.html>

- El Periódico de España (2024). *Las criptomonedas maduran por el interés institucional y la llegada de la regulación*. El Periódico de España: <https://www.epe.es/es/activos/20240913/criptomonedas-maduran-interes-institucional-llegada-regulacion-108061756>
- Escobar Jiménez, C., & León Montoya, J. (2022). *Estructuración de portafolios mediante el modelo de Markowitz: análisis comparativo del Mercado Integrado Latinoamericano, MILA*. [Trabajo de grado de maestría. Universidad EAFIT, Medellín].
- Fondo Monetario Internacional. (2018). Recuperado el 01 de 11 de 2024, de Fondo Monetario Internacional: <https://www.imf.org/-/media/Files/Publications/WEO/2018/Update/July/Spanish/weojuly2018-spa.ashx>
- Fondo Monetario Internacional. (2023). *Perspectivas Económicas Mundiales, abril de 2023: Recuperación moderada en un contexto de incertidumbre*. Fondo Monetario Internacional. Recuperado el 01 de 11 de 2024, de <https://www.imf.org/-/media/Files/Publications/WEO/2023/April/Spanish/texts.ashx>
- Fondo Monetario Internacional. (2024). *Perspectivas de la economía mundial, octubre de 2024*. Recuperado el 01 de 11 de 2024, de Fondo Monetario Internacional: <https://www.imf.org/es/Publications/WEO/Issues/2024/10/22/world-economic-outlook-october-2024>
- Fondo Monetario Internacional. (2022). *Perspectivas Económicas Mundiales, octubre de 2022: Navegando condiciones financieras globales más restrictivas*. Fondo Monetario Internacional. Recuperado el 01 de 11 de 2024, de <https://www.imf.org/es/News/Articles/2022/11/01/pr22364-whd-reo-navigating-tighter-global-financial-conditions>
- Hileman, G., & Rauchs, M. (2017). *Global Cryptocurrency Benchmarking Study*. Cambridge Centre for Alternative Finance.
- Infobae. (2018). Recuperado el 01 de 11 de 2024, de Infobae: <https://www.infobae.com/economia/finanzas-y-negocios/2018/12/31/la-burbuja-financiera-que-estallo-en-2018-el-bitcoin-cayo-mas-de-70/>
- Jorion, P. (2007). *Value at Risk: The New Benchmark for Managing Financial Risk* (3ra ed.). McGraw-Hill.

- Katsiampa, P. (2019). Volatility estimation for Bitcoin: A comparison of GARCH models. *Economics Letters*, 158, 3-6.
- Kroll. (2024). *Kroll Lowers its Recommended U.S. Equity Risk Premium to 5.0 %*, Effective June 5, 2024. Obtenido de <https://www.kroll.com/en/insights/publications/cost-of-capital/recommended-us-equity-risk-premium-and-corresponding-risk-free-rates>
- López-Serrano, J., & Román-Cervantes, J. (2020). Análisis del riesgo y rentabilidad de las criptomonedas en portafolios diversificados. *Revista de Finanzas*, 12(2), 45-63.
- Markowitz, H. (1952). Portfolio Selection. *The Journal of Finance*, 7(1), 77-91.
- Martínez Nieto, M. L. (2022). *Revisitando el modelo de Markowitz: modelos de optimización y aplicaciones*. [Tesis Doctoral. Universidad Loyola Andalucía, Sevilla].
- Meza Suárez, J. P. (2017). *Aplicación de modelo de optimización de portafolios financieros en el Mercado Integrado Latinoamericano (MILA)*. [Proyecto de grado. Universidad de La Sabana, Chía].
- Nakamoto, S. (2008). *Bitcoin: A Peer-to-Peer Electronic Cash System*. Obtenido de <https://bitcoin.org/bitcoin.pdf>.
- Sharpe, W. F. (1966). Mutual Fund Performance. *The Journal of Business*, 39(1), 119-138.
- Yermack, D. (2015). Is Bitcoin a real currency? An economic appraisal. En *Handbook of Digital Currency* (Vol. 31, págs. 31-43).