TRATADO

DE CÁLCULO,

POR

ALEJO POSSE MARTINEZ,

DIRECTOR DEL COLEJIO DE SANTO TOMAS DE AQUINO.

SEGUNDA EDICION
CORREJIDA I AUMENTADA.

BOGOTA.
IMPRENTA A CARGO DE FOCION MANTILLA.
1867.

PATENTE DE PRIVILEJIO.

El Presidente de los Estados Unidos de Colombia,

HACE SABER:

Que el señor Alejo Posse Martínez se ha presentado al Poder Ejecutivo solicitando privilejio esclusivo para publicar i vender una obra de su propiedad, titulada: "Tratado de Cálculo;" i habiendo prestado el juramento requerido, pongo por las presentes al espresado señor Alejo Posse Martinez en posesion del privilejio por el termino de quince años, cuyo derecho le concede la lei 1.ª parte 1.ª tratado 3.º de la Recopilacion Granadina, que asegura por cierto tiempo la propiedad de las producciones literarias i algunas otras.

Dado en Bogotá, a 11 de marzo de 1865.

(L. S.) M. MURILLO.

El Secretario de lo Interior i Relaciones Esteriores, Antonio del Real.

PROLOGO.

Los libros mas interesantes son, sin disputa, los de educacion o enseñanza elemental, porque están destinados a hacer de los niños hombres morales e intelijentes. Por eso Boissonade, Feletz i Dessault en Francia, i Bálmes, principalmente, en España, se han hecho dignos de una gratitud eterna, así como lo fueron de las distinciones que les acordaron los gobiernos de sus naciones. Sí, donde los gobiernos comprenden su mision, no descuidan la enseñanza elemental que es la fuente del bien para los pueblos, pues segun es ella mas o ménos perfecta, mas o ménos moral, los ciudadanos serán mas o ménos útiles, mas o ménos virtuosos; i la sociedad tiene un interes mui grande en que sus miembros sean todos útiles i buenos.

Pero para llenar su objeto, los libros que se ponen en las manos de los niños deben estar bien al alcance de intelijencias no desarrolladas aún, i esta es la gran ventaja del "Tratado de Cálculo" del señor Alejo Posse Martínez. Notase en él, desde luego, una admirable sencillez i claridad, que hace fácil de comprender, aun a los niños ménos intelijentes, el arte de la numeracion, que es una de las mayores dificultades que tiene que vencer el que empieza a aprender la Aritmética.

Los ejercicios en que, segun este tratado, debe hacerse trabajar a los alumnos, son de una utilidad indudable para familiarizarlos con el mecanismo de los números. Un niño práctico en estos ejercicios, halla, por medio de una rápida operacion mental, resultados que por los métodos ordinarios no podria obtener sino despues de operaciones escritas i mas o ménos complicadas.

Despues enseña el señor Posse un método injeniosísimo para abreviar o simplicar las operaciones aritméticas en muchos casos, por medio de procedimientos especiales i mui sencillos, fundados en un estudio analítico i profundo de las propiedades de los números.

Por medio de estas observaciones, el alumno ejecuta muchas veces una operacion doble i aun triple, que lo conduce al resultado con mas facilidad i en ménos tiempo que la operacion directa; i otras veces marcha directamente a este resultado, omitiendo muchas operaciones intermedias, por medio de relaciones inmediatas entre los datos de la cuestion i los resultados.

Aunque el método del señor Posse sea lójicamente deducido, ya de las propiedades de los números, ya de propiedades jenerales de la cantidad que el áljebra descubre i demuestra, tiene la inmensa ventaja de omitir todo lo que no está al alcance de la intelijencia de un niño, haciéndolo no obstante capaz de practicar mecánicamente las operaciones i obtener con rapidez i facilidad resultados matemáticamente exactos.

¿Quién podrá, pues, dudar de lo interesante de esta obra, pequeña por su volúmen, pero grande por sus resultados?

Cuando vi en 1865 una hoja suelta en que se publicaron grandes elojios hechos a esta obra, creí que habria sinceridad en ellos, pero temí que hubiera tambien algo de exajeracion, i como tengo poco afecto a las matemáticas, no me tomé el trabajo de leer con detencion el cuaderno a que esos elojios se referian. Hoi que lo he estudiado, he adquirido la conviccion de que el Gobierno jeneral i los de los Estados, los periódicos todos de la capital i los mas ilustrados profesores que lo recomendaron, no hicieron sino justicia.

Pocos trabajos hai de esta especie, i ninguno tan completo como el de Posse. El artículo que M. Morgan publicó en 1844, lo que escribió M. Perkings en 1857, i lo que el señor Jerman Malo suministró para "El Libro del Estudiante," no hacen aplicables a todas las operaciones el método en cuestion. Posse enseña muchas otras abreviaciones para casos especiales i simplifica de un modo admirable la práctica jeneral de las operaciones. Su "Tratado de Cálculo" abraza toda la Aritmética, estableciendo las simplificaciones a que se prestan, desde la suma de enteros hasta las reglas de aligacion, de interes, de suposicion, &.ª

Al niño a quien se enseña por este método, no se le fuerza a nada que pueda fatigarlo; la facultad mas desarrollada en esa edad es la que se pone en ejercicio, la memoria; i para interesarlo i hacerle agradable el estudio, se pica su curiosidad, i se despoja de lo abstruso que tiene la parte mas interesante de las matemáticas. Con solo lo que se aprende en este "Tratado de Cálculo" puede auxiliarse eficazmente la contabilidad comercial.

El público no ha sido indiferente con un trabajo tan importante, i así es que la primera edicion se espendió íntegra en mui pocos meses, i creo que esta segunda, con las importantes adiciones que el autor le ha hecho, será acojida con el alto aprecio que merece.

Bogotá, abril 15 de 1867.

VENANCIO ORTIZ.

COMO HA SIDO JUZGADA ESTA OBRA.

El público, en jeneral, ha pronunciado ya su fallo, i a la verdad mui favorable, sobre esta obra; así lo demuestra el hecho de haberse agotado en mui corto espació de tiempo toda la primera edicion de ella. Sinembargo, no estará por demas hacer una lijera mencion de lo que, acerca de la utilidad del "Tratado de cálculo," se dijo en 1865, i para esto trascribiremos aquí algo de lo que se publicó en aquella época.

Los documentos de que estractamos las siguientes líneas manifiestan, sin duda, la aprobacion espontánea, jeneral i completa que del público ha merecido.

El Gobierno jeneral, al acusar recibo al autor de los dos ejemplares que, conforme a la lei sobre privilejios, debia enviar a la Secretaría de lo Interior, se espresa así:

Estados Unidos de Colombia.—Poder Ejecutivo nacional.—Secretaría de lo Interior i Relaciones Esteriores.—Departamento de Gobierno.—Seccion 2.ª—Número 128.

Señor Alejo Posse Martinez.

Se han recibido en este despacho los dos ejemplares de la obra elemental que recientemente ha publicado usted, en uso de privilejio, bajo el nombre de "Tratado de Cálculo," primer ensayo en la esposicion de las mas importantes i usuales operaciones de la aritmética, por el método analítico, que por la claridad i precision, no ménos que por la severidad del raciocinio, puede servir útilmente de texto en la enseñanza. El Gobierno estima el presente que usted le ha hecho, i no ha vacilado en recomendar su preciosa obra, de una manera especial, a los Gobiernos de los Estados.

Bogotá, 24 de abril de 1865.

ANTONIO DEL REAL.

La recomendacion a que se refiere esta nota, se halla en la circular siguiente:

Estados Unidos de Colombia—Poder Ejecutivo nacional—Secretaría de lo Interior i Relaciones Esteriores—Departamento de Gobierno—Seccion 2.ª—Circular número 21.

A los señores Secretarios de los Gobiernos de los Estados.

El señor Alejo Posse Martínez ha publicado recientemente, en uso de privilejio, un pequeño cuaderno titulado "Tratado de Cálculo," en que el autor describe, por el método analítico, las operaciones mas importantes i usuales de la aritmética; i como este trabajo puede servir de texto para la enseñanza primaria en los Estados, i es al mismo tiempo una muestra de un trabajo mas completo que medita el autor, convendria que usted examinara aquel tratado, a fin de que se adopte en las escuelas i colejios de ese Estado.

Bogotá, 12 de abril de 1865.

ANTONIO DEL REAL.

El Gobierno del Estado de Cundinamarca hizo la siguiente recomendacion en el número 159 de "El Cundinamarques:"

De órden del ciudadano Presidente se recomienda para la enseñanza en lás escuelas i para el uso público, el "Tratado de Cálculo" del señor Alejo Posse Martínez, ciudadano cundinamarques i profesor en varios establecimientos de educacion en esta ciudad. Contiene reglas sencillas i metódicas para simplificar las principales operaciones aritméticas, de suerte que puede servir de complemento a la enseñanza de los textos comunmente usados. Lo consideramos mui útil, sobre todo, para todas aquellas personas que sin ser profundos matemáticos, tengan que ejercitarse constantemente en operaciones numéricas. En su tratado se prescinde absolutamente de principios i de demostraciones: su objeto se reduce a la práctica de los números para los casos ordinarios de la vida. Bajo este punto de vista puede servir de guia para los repetidos casos que presenta, i puede ser mui buen ausiliar para el comercio.

El Concejo de instruccion pública del Estado de Cundinamarca, al adoptar esta obra para texto de enseñanza en los colejios i en las escuelas del Estado, tuvo en cuenta el siguiente informe de la comision a cuyo exámen se habia sometido, i aprobó las proposiciones con que termina.

Señores miembros del Concejo de instruccion pública.

La comision a cuyo exámen fué sometida la obra publicada recientemente por el señor Alejo Posse Martínez, titulada "Tratado de Cálculo," ha estudiado dicha obra mui detenidamente, i ántes de proponeros la resolucion que deberá recaer a la peticion del autor, la comision cree conveniente manifestaros las razones que han obrado en su ánimo al proponeros aquella.

En primer lugar, no se halla entre nosotros ninguna otra obra que, como la del señor Posse, esplique i analice tan clara, sencilla i brevemente las principales operaciones de la aritmética, i mucho ménos basando aquella esplicacion i aquel análisis en el maravilloso sistema del cálculo de memoria; i aun suponiendo que hubiera alguna estranjera, nosotros debemos preferir siempre la que nos brindan los injenios patrios, i sobre todo, cuando estas tienen todas las cualidades apetecibles para ser puestas en manos de la juventud que se educa en nuestros colejios i escuelas; i de que esas cualidades adornan la obra de que me ocupo, no puede haber la menor duda, puesto que ha sido aprobada por los señores Víctor Touzet, Gregorio S. Fernández, Domingo Martínez, Wenceslao Montenegro, José Caicedo Rójas, Ruperto S. Gómez, Ricardo Carrasquilla i José Manuel Marroquin, quienes están dedicados a la enseñanza en los diversos colejios de esta ciudad, i han hecho altos elojios de este "Tratado de Cálculo," segun consta en una hoja suelta publicada hace poco tiempo. De igual manera se han espresado los diversos periódicos de la capital, distinguiéndose en sus elevados elojios, "El Tiempo," "La Opinion," "El Mosaico," "La Caridad," "El Símbolo" i "El Conservador."

Cuando de una manera tan espléndida se ha manifestado en este negocio el favor de la opinion pública, ya estaria por demas todo lo que yo pudiera decir en abono de la obra del señor Posse. Por otra parte, vosotros no olvidais que el Código de instruccion pública previene la enseñanza del cálculo en los establecimientos de educacion que estén a cargo del Estado, i tendreis presente tambien que el Gobierno del Estado ha recomendado la obra del señor Posse en el número 159 de "El Cundinamarques," lo mismo que el Gobierno jeneral, en su circular número 21, de fecha 12 de abril último, dirijida a los señores Secretarios de los Gobiernos de los Estados.

Por todas estas razones, i teniendo en cuenta las atribuciones conferidas al Concejo de instruccion pública por el Código de la materia, vuestra comision os propone la siguiente resolucion:

"1.° Dénse las gracias al señor Alejo Posse Martínez por el ejemplar de su obra que tuvo la bondad de dedicar al Concejo, manifestándole que esta Corporacion aprecia debidamente el obsequio que le ha hecho, i que lo escita a seguir trabajando en provecho de la juventud cundinamarquesa;

"2.° Adóptase como texto en los establecimientos de educacion, que están a cargo del Estado, para la enseñanza del cálculo, la obra que sobre esta materia ha publicado el señor Alejo Posse Martínez; i

"3.° Escítese al señor Gobernador del Estado para que de los fondos destinados a la instruccion pública, se compren los ejemplares que sean necesarios para repartir el número conveniente a cada uno de los colejios i escuelas del Estado. Para esta escitacion se trascribirá la presente resolucion al mismo señor Gobernador, instándole para que sea publicada en el periódico oficial del Estado; a fin de que tengan conocimiento de ella todos los directores de establecimientos públicos de educacion existentes en el Estado de Cundinamarca."

Señores miembros del Concejo,

Bogotá, 10 de julio de 1865. RAFAEL E. SANTANDER.

En virtud de este informe i de la resolucion del Concejo, la Presidencia del Estado compró los ejemplares necesarios para los establecimientos de educacion que se hallan a su cargo.

En todos los demas Estados de la República ha sido acojido de idéntica manera el "Tratado de Cálculo," i son sumamente honrosas para el autor las notas oficiales que ha recibido de los diferentes gobiernos de aquellos; así como las muchas cartas i publicaciones de personas hábiles en la materia, ya de la capital como de fuera de ella, en que tributan los mayores elojios a esta obra; entre otras las de los señores José Caicedo Rójas, director de la Academia Mútis, Ricardo Carrasquilla, director del Liceo de la infancia, Domingo Martínez, director del Colejio de san Luis Gonzaga, Roman M. Hóyos, director del Colejio del Estado de Antioquia, A. i M. Sicard, directores del Liceo del Tolima, Ramon Várgas de la Rosa, director del Colejio de Pamplona; i José Manuel Marroquin, Demetrio Viana, Víctor Touzet, Gregorio S. Fernández, Wenceslao Montenegro, Venancio Ortiz, Ruperto S. Gómez i Pedro Martínez, profesores unos en Bogotá, otros en Antioquia i otros en el Tolima.

Todos los periódicos de la capital i varios de los Estados juzgaron de la misma manera esta obra, i si no se hiciera ya este escrito demasiado largo, nos sería grato copiar las palabras de "El Tiempo," "El Símbolo," "La Opinion," "El Conservador," "La Caridad," "El Mosaico," "El Comercio" (de Cúcuta) i otros.

Con tales precedentes damos a luz esta segunda edicion, confiando siempre en que tendrá mejor aceptacion aún que la primera, merced a las importantes correcciones i adiciones introducidas en ella por el autor.

LL. EE.

concurso de instruccion pública por el Código de la materia, vuestra comision os propone la siguiente resolucion:

1.° Dénse las gracias al señor Alejo Rosso Martínez por el ejemplar de [illegible] al Congreso, manifestándole que esta [illegible] la lectura [illegible] que lo [illegible]

[illegible]

2.° [illegible] al Estado [illegible] Alejo Rosso Martínez;

3.° [illegible] del Estado para que [illegible] instruccion pública [illegible] cada uno de [illegible]

[illegible]

[illegible] de instruccion [illegible]

[illegible]

[illegible] Antioquia [illegible] director del Colegio del Estado de Antioquia, Ramon [illegible] director del Liceo del [illegible] director del Colegio [illegible]

[illegible] Victor [illegible] Medellin [illegible]

[illegible]

TRATADO DE CALCULO.

CAPÍTULO 1.°

PRINCIPIOS JENERALES.

Ciencia es el conocimiento exacto de las cosas por medio de principios ciertos i demostrables.

Arte es la coleccion de reglas para hacer una cosa bien.

Aritmética es la ciencia de los números: enseña los procedimientos del cálculo, i ademas la razon, la demostracion de tales procedimientos.

Cálculo es el arte que nos enseña a practicar las operaciones de la aritmética, sin dar la razon ni la demostracion de tales procedimientos.

El *Cálculo* se desarrolla por la composicion i descomposicion de las cantidades, i tambien por medio de su comparacion. Cuando se hace la composicion de los números se ejecuta la operacion que los aritméticos llaman suma o adicion, i cuando se descomponen se ejecuta la resta o sustraccion: de estas operaciones resultan la multiplicacion i la division.

Cantidad se llama todo lo que es capaz de aumentar o disminuir, i puede ser determinada o indeterminada. Se llama determinada la que señala el número de unidades que la componen, como 10 pesos; indeterminada la que no señala tal número, como un poco de trigo o de agua, &.ª

Unidad es la cantidad elejida para comparar con ella todas las demas de la misma especie, como un peso, un niño.

Número es el resultado de la comparacion de la cantidad a su unidad. El número puede dividirse en varias clases, que son: entero, quebrado, mixto, abstracto, concreto, complexo, incomplexo, par, impar, simple i compuesto.

Número entero es la reunion de muchas unidades enteras, como 20, 40, 80.

Número quebrado es el que espresa únicamente partes de una unidad, como la mitad de un peso, la tercera parte de una vara.

Número mixto es el que se compone de un número entero i un número quebrado, como 20 pesos i medio.

Número abstracto es el que no determina la especie a que pertenece la cantidad, como 6, 4, 9.

Número concreto es el que determina la especie a que pertenece la cantidad, como 18 varas.

Número complexo, o denominado, es el que consta de diferentes cantidades que pueden reducirse a un solo jénero, como 2 quintales, 3 arrobas, 6 libras, que pueden reducirse a libras.

Número incomplexo es el que consta de diferentes cantidades, pero que no pueden reducirse a un solo jénero, como 2 pesos, 6 varas.

Número par es el que puede dividirse exactamente por 2 sin que deje resta, como 2, 4, 6, 8, &.ª

Número impar es el que dividido por 2 deja resta, como 1, 3, 5, &.ª

Número simple es el que consta de una sola cifra, como 8, 6, &.ª

Número compuesto es el que consta de dos o mas cifras, como 25, 18, 164, &.ª

CAPÍTULO 2.º

DE LA NUMERACION.

Se entiende por numeracion el arte de formar números, de leerlos i de representarlos con unas pocas figuras o palabras. Las figuras con que se representan los números se llaman cifras, i son:

1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**0**
uno,	dos,	tres,	cuatro,	cinco,	seis,	siete,	ocho,	nueve,	cero.

Para formar los números se junta la unidad a la unidad, i se tiene el número 2; se añade luego la unidad al 2, i se tiene el número 3; i así se continúa añadiendo siempre la unidad al número que se acaba de formar.

Añadiendo una unidad al 9 se forma el 10, o una decena; se juntan las unidades de diez a las unidades de diez, se cuenta por decenas como se contó por unidades; así, una decena o diez, dos decenas o veinte.... nueve decenas o noventa.

Los números comprendidos entre dos decenas consecutivas se nombran añadiendo a la primera de dichas decenas los nombres de los nueve primeros números, con escepcion de los cinco primeros números que siguen a la primera decena, once, doce, trece, catorce, quince, de ahí para adelante diez i seis, diez i siete, veinte i cuatro, treinta i nueve, noventa i ocho, &.ª

Añadiendo una unidad a noventa i nueve se forma una coleccion de diez decenas que se llama 100, centena, i se cuenta por centenas como por decenas i por unidades; diciendo: una centena o ciento; dos centenas o doscientos, &.ª

Para enunciar los números comprendidos entre dos centenas consecutivas, se nombran, despues de la primera, los nombres de los primeros noventa i nueve números; diciendo: ciento uno, ciento dos, &.ª hasta novecientos noventa i nueve: este último número aumentado de una unidad forma diez centenas o mil unidades. Así se continúa hasta llegar a novecientos noventa i nueve mil novecientos noventa i nueve, el cual con una unidad mas forma mil miles, o un millon. Se cuenta por millones como por miles i hai unidades, decenas i centenas de millon.

De toda esta doctrina se sigue que diez unidades de un órden cualquiera forman una unidad de un órden superior. Este sistema de numeracion tiene por base diez, i por eso se llama *décuplo* o *decimal*.

Antes de pasar a escribir cantidades es preciso que el maestro inculque a los niños la idea de que las cifras numéricas no deben considerarse por su figura sino por el conjunto de unidades que representan. Así el 5, por ejemplo, no es 5 porque se haga de este o del otro modo, sino porque es la reunion de 5 unidades, es decir, de cinco cosas, cualesquiera que ellas sean; i así deberá hacer que los alumnos representen por algun tiempo los números en el tablero por medio de puntos o rayas, ántes de hacérselos representar por medio de cifras.

Para escribir los números que comprenden muchos órdenes de unidades, se conviene en que toda cifra colocada a la izquierda de otra, represente unidades diez veces mayores, i en que la primera cifra de la derecha represente unidades sencillas. Segun esto el número 4,865 espresa cuatro unidades de mil, ocho centenas, seis decenas i cinco unidades simples.

Por esto se conoce que cada cifra tiene un valor propio que depende del número de unidades que lo forman, i un valor relativo que depende del lugar que ocupa. Así en 500, el valor propio de la cifra 5 es cinco, i quinientos su valor relativo.

Si el número que va a escribirse no contiene todos los órdenes consecutivos de unidades, contando desde el órden mas alto, se reemplaza el órden que falta por la cifra *cero* que no tiene valor ninguno, pero que sirve para hacer ocupar a las cifras que están a su izquierda el lugar que les pertenece: de manera que cada clase de unidades, millares i millones, &.ª ha de quedar representada siempre por tres cifras, a saber: unidad, decena i centena.

Por eso el número seis millones ochenta i cuatro, que no contiene centenas, decenas ni unidades de mil, ni centenas simples, se escribirá así: 6.000,084; si no se hubieran puesto los cuatro ceros, se tendria 684 (seiscientos ochenta i cuatro); el seis hubiera representado centenas sencillas en lugar de unidades de millon; pero el ochenta i cuatro que se halla a la derecha de los ceros, omitidos estos no habria sufrido cambio alguno.

Para leer un número escrito con cifras, es preciso: 1.º Dividir el guarismo en porciones de a tres cifras, comenzando por la derecha; aunque la última porcion de la izquierda contenga ménos de tres números. La primera porcion a la derecha representa las unidades de primera clase, la siguiente las de la segunda, i así las demas. 2.º Leer, comenzando por la izquierda, cada porcion como si estuviera sola, cuidando de dar a cada porcion que se lee el nombre de la clase a que pertenece. Segun esto, la cantidad 804.930,072 se leerá: ochocientos cuatro millones, novecientos treinta mil, setenta i dos.

Para escribir un número, es preciso representar sucesivamente cada clase, comenzando por las unidades mas altas, por medio de una porcion que debe ser de tres cifras para todas las clases, escepto para la mas elevada que puede no contener sino uno o dos órdenes de unidades.

El maestro puede hacer uso del siguiente cuadro como del mejor ausiliar para enseñar a escribir las cantidades.

100,	200,	300,	400,	500,	600,	700,	800,	900	3.er lugar o centenas.	6.º PERIODO. DE MIL DE BILLON.
10,	20,	30,	40,	50,	60,	70,	80,	90	2.º lugar o decenas.	
1,	2,	3,	4,	5,	6,	7,	8,	9	1.er lugar o unidades.	
100,	200,	300,	400,	500,	600,	700,	800,	900	3.er lugar o centenas.	5.º PERIODO. DE BILLON.
10,	20,	30,	40,	50,	60,	70,	80,	90	2.º lugar o decenas.	
1,	2,	3,	4,	5,	6,	7,	8,	9	1.er lugar o unidades.	
100,	200,	300,	400,	500,	600,	700,	800,	900	3.er lugar o centenas.	4.º PERIODO. DE MIL DE MILLON.
10,	20,	30,	40,	50,	60,	70,	80,	90	2.º lugar o decenas.	
1,	2,	3,	4,	5,	6,	7,	8,	9	1.er lugar o unidades.	
100,	200,	300,	400,	500,	600,	700,	800,	900	3.er lugar o centenas.	3.er PERIODO. DE MILLON.
10,	20,	30,	40,	50,	60,	70,	80,	90	2.º lugar o decenas.	
1,	2,	3,	4,	5,	6,	7,	8,	9	1.er lugar o unidades.	

100, 200, 300, 400, 500, 600, 700, 800, 900	3.er lugar o centenas.	2.° PERIODO. DE MIL.
10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90	2.° lugar o decenas.	
1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9	1.er lugar o unidades.	
100, 200, 300, 400, 500, 600, 700, 800, 900	3.er lugar o centenas.	1.er PERIODO. SIMPLES.
10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90	2.° lugar o decenas.	
1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9	1.er lugar o unidades.	

OBSERVACIONES.

Fácilmente se comprende que irán los números a la primera columna, o lugar de las unidades, cuando se enuncien del mismo modo que están en la columna de las unidades, a saber: uno, dos, tres, &.ª Irán a la segunda columna o lugar de lás decenas, cuando se enuncien de este modo: diez, veinte, treinta, &.ª Igualmente irán a la tercera columna o lugar de las centenas, cuando se enuncien así: ciento, doscientos, trescientos, &.ª Como se ve en el cuadro, en cada período ha de haber tres cifras, por consiguiente debe ponerse cero en aquellos lugares en que no se enuncie nada; i no se pondrá cero ninguno cuando en cada período se den las tres cifras necesarias.

CAPITULO 3.°

EJERCICIOS PREPARATORIOS PARA LA SUMA I LA RESTA.

1.° Hágase componer a cada alumno con el número 1 diciendo con prontitud; 1, 2, 3, 4 &.ª hasta llegar a 100, luego el mismo ejercicio con el 2, diciendo; 2, 4, 6, 8, 10, &.ª despues con el número 3, así: 3, 6, 9, 12, 15, &.ª hasta 102; luego con el 4 i así con cada uno de los números díjitos; pero no basta una vez, ni dos, sino cuanto tiempo sea necesario para que cada alumno componga cualquier número con la misma exactitud, celeridad i soltura que si fuera el uno, teniendo por punto de error cualquiera detencion o vacilacion, i cualquiera repeticion que interrumpa la serie de composicion que se haya emprendido, debiendo, en cualquiera de estos casos, venir inmediatamente la correccion de cualquier otro alumno; pues todos deben tener en la clase la facultad de correjir sin esperar insinuacion alguna; i esto no solo en el presente ejercicio sino en todos los demas; con lo cual se consigue que todos tengan fija la atencion a lo que se diga en la clase, evitando las distracciones tan frecuentes en los niños.

2.° Cuando el maestro esté convencido de que ya todos los alumnos componen perfectamente todos los números díjitos, deberá empezar la descomposicion de los mismos números, empleando doble cuidado i doble tiempo, por ser esta operacion mas delicada i sujeta a errores mas frecuentes. Haga, pues, que cada alumno diga, primero despacio, pero con uniformidad de tiempo en la serie, 100, 99, 98, 97, 96, 95, &.ª hasta llegar a 1. Seguirá despues por el número 2, diciendo: 100, 98, 96, 94, 92, 90, &.ª hasta 2. Luego con el 3: 100, 97, 94, 91, &.ª hasta 1. I así sucesivamente se hará la descomposicion de todos los números díjitos, comenzando siempre a rebajar desde 100.

3.º Hágase ahora la composicion de dos números simples pero desiguales, i fijándose solamente en las unidades de la suma, de este modo:

El maestro pregunta:	Cada niño responde:
8 i 4?............................	2
6 i 7?............................	3
1 i 6?............................	7
8 i 9?............................	7

debiendo correjir inmediatamente uno de los alumnos de mas bajo puesto en la clase, cuando el preguntado vacile o se equivoque.

4.º Esto mismo se hace en la descomposicion, para hallar las unidades de la diferencia, considerando la primera cifra como las unidades de un minuendo cualquiera, i la segunda como las del sustraendo; teniendo cuidado de agregar diez a la primera, cuando sea mayor que la segunda. Ejemplos:

8 ménos 6?.................. 2
7 —— 3?.................. 4
5 —— 8?.................. 7
3 —— 4?.................. 9

Estos dos ejercicios pueden hacerse con números compuestos, pues el objeto de ellos es solamente el de fijarse en las unidades de la suma, o de la diferencia. Ejemplos:

38 mas 24?.................. 2
136 mas 485?.................. 1
247 mas 343?.................. 0

o restando:

78 ménos 15?.................. 3
49 ménos 17?.................. 2
781 ménos 436?.................. 5

5.º Dicte el maestro una cantidad de dos, tres o mas cifras sucesivamente para que cada niño dé la suma entera de las cifras que la componen; v. g:

48?.................. 12
86?.................. 14
135?.................. 9
876?.................. 21
6.491,724?.................. 33

6.° Pónganse dos o mas niños con la espalda vuelta hácia el tablero, i coloque el maestro en éste, i desordenadamente, varios números simples: a la voz del maestro vuelven la cara i empiezan la suma, sintiéndose cada uno con el deseo de sobrepujar a los otros en celeridad i exactitud. Cuando los niños ya estén diestros en hallar la suma con números díjitos, debe hacerse este ejercicio con números compuestos.

7.° Hágase el mismo ejercicio anterior, pero restando, para lo cual se colocan solamente dos números; primero el uno debajo del otro, i luego desordenadamente.

CAPÍTULO 4.°

CONTINÚAN LOS MISMOS EJERCICIOS.

8.° Hágase en una sola serie de números el ejercicio de composicion i descomposicion, primero colocándolos en el tablero con los signos respectivos, i luego de memoria; haciendo notar ántes a los niños que los resultados son positivos, cuando es mayor el valor de los números a los cuales precede el signo + (mas), i negativos cuando es mayor el valor de los números precedidos por el signo — (ménos), que por lo mismo deben juntar primero todos los que tengan un signo, i luego los que tengan otro, i la diferencia entre los dos es el resultado, que será positivo o negativo, segun el caso. Ejemplo:

$$6+8-5+4-7+6+3-9=6$$
$$-5+7+8-4+1-6+3-8=-4$$
$$6+5-3-8-6+4+2=0$$

9.° Ejercítese a los niños en hallar rápidamente el duplo de cualquiera cantidad, primero de números simples i despues de números compuestos empezando por la izquierda, para lo cual déseles la siguiente regla: se duplica cada cifra, pero ántes de decir o de escribir el resultado se ve si la cifra que le sigue a la derecha pasa de 4, en cuyo caso hai que agregar una unidad al duplo de la que se está duplicando. Ejemplo:

2.465,179
El duplo es 4.930,358

Para hallarlo dijimos: el duplo de 2 es 4 que lo escribo porque la cifra siguiente no pasa de 4; el de 4 es 8, pero como la cifra siguiente pasa de 4, pongo 9; el duplo de 6 remata en 2, pero como la cifra siguiente es 5, pongo 3; el de 5 acaba en 0, que lo pongo por ser 1 la cifra siguiente; el de 1 es 2, pero como la cifra siguiente es 7, pongo 3; el de 7 acaba en 4, pero como la cifra siguiente es 9, pongo 5; i finalmente el de 9 acaba en 8, que lo escribo.

Continúese con empeño este ejercicio por medio de progresiones duplas, comenzando desde cualquier número; i subiendo al primer puesto el alumno que diga de memoria mayor número de duplos. Ejemplos:

1–2–4–8–16–32–64–128–256–512–1,024–2,048 &.ª
7–14–28–56–112–224–448–896–1,792–3,584 &.ª

10.° Dada una cantidad se puede hallar cualquier duplo pedido, con solo multiplicarla por el último duplo que resulte de una serie igual de duplos comenzando desde 1. Ejemplo: Se desea hallar el 4.° duplo del número 1248. Multiplico este número por 8, que es el 4.° duplo, comenzando desde 1.

	Comprobacion.
$1248 \times 8 = 9,984$	1,248
	2,496
	4,992
	9,984

11.° Se llama complemento aritmético de una cantidad lo que le falta para completar una unidad de especie superior; de modo que si el número es simple su complemento es lo que le falta para llegar a 10, si tiene decenas lo que le falta para llegar a 100, si tiene centenas lo que le falta para llegar a 1,000, i así sucesivamente. Se halla por escrito, o de memoria, el complemento de una cantidad, comenzando a completar por la izquierda, cada cifra hasta 9 i la última significativa hasta 10. Ejemplo:

630,480

Su complemento 369,520, que es precisamente lo que le falta para completar una unidad de especie superior, es decir, un millon.

Adiéstrese con particular esmero a los alumnos en este ejercicio, hasta lograr, si es posible, que en cada cantidad vean imajinativamente dos, la que está escrita i el complemento; pues en este conocimiento estriban muchas de las abreviaciones que daremos mas adelante. Para esto díctensele al alumno muchas cantidades, pero ordénesele que no escriba las cantidades que se le dictan, sino los complementos de ellas.

CAPÍTULO 5.°

SUMA I RESTA DE NÚMEROS ENTEROS.

Los ejercicios anteriores hechos con la suficiente detencion, ponen a los alumnos en estado de emprender con provecho las principales operaciones de la aritmética, que son: sumar, restar, multiplicar i partir.

Por medio de la composicion de las cantidades se reune en una sola el valor de muchas, i esto es lo que se llama suma o adicion.

Para hacer la suma de los números enteros se colocan unos debajo de otros, de manera que las unidades de cada clase se correspondan: despues, empezando por la derecha, se suma la primera columna, si esta suma no contiene decenas, se coloca íntegramente debajo de la primera columna, pero si contiene, se ponen únicamente las unidades i se llevan la decena o decenas para juntarlas con la columna siguiente, en la cual i en las restantes se hace lo mismo que en la primera. Los números que se suman se llaman sumandos o partidas, i lo que resulta total. Ejemplo:

$$
\begin{array}{r}
8,439 \\
2,605 \\
3,418 \\
2,523 \\
\hline
16,985
\end{array}
$$

Es preciso acostumbrarse a no mentar los números que se van juntando; así en este ejemplo se dirá, en la primera columna: 14, 22, 25; en cuya suma hai dos decenas i cinco unidades: estas se colocan debajo i aquellas se llevan a la segunda columna, en la cual se dice: 5, 6, 8; en cuya suma, como se ve, no hai sino decenas, las cuales se colocan debajo, sin que haya qué llevar a la siguiente: tercera columna, 10, 14, 19; en cuya suma hai una unidad de mil i nueve centenas simples, coloco estas i llevo aquella, i digo en la cuarta columna: 9, 11, 14, 16, suma que coloco íntegra por no haber mas columnas.

Para cerciorarse de la exactitud con que está hecha una suma, basta volver a hacerla juntando las cifras de cada columna en el órden inverso, es decir, de abajo para arriba; si salen los mismos resultados la operacion está bien hecha.

Por medio de la descomposicion de los números se halla la diferencia que hai entre dos cantidades, i esto es lo que se llama resta o sustraccion.

Para restar los números enteros se escribe la cantidad mayor, que se llama minuendo, i debajo la menor, sustraendo; i se empieza a restar por la izquierda, cada cifra del sustraendo de la que le corresponde en el minuendo, cuidando de rebajar una unidad a una diferencia parcial cuando la cifra inmediata de la derecha en el minuendo sea menor que la del sustraendo, aunque hai veces que debe llevarse la vista a un lugar mas retirado cuando las cifras inmediatas del minuendo i sustraendo son iguales. Lo que resulta de la resta se llama diferencia o resíduo. Ejemplos:

1.° 8,436 minuendo.	2.° 58,004 minuendo.
2,358 sustraendo.	29,006 sustraendo.
6,078 diferencia.	28,998 diferencia.

En el ejemplo 1.° digo: 8—2=6; 4—3=1, pero como la cifra siguiente 3 es menor que la que le corresponde, pongo 0; 3—5=8, pero como la cifra siguiente del minuendo es menor que la del sustraendo, pongo 7; i últimamente 6—8=8 que pongo en su lugar.

En el ejemplo 2.° digo: 5—2=3, pero como la cifra siguiente es menor en el minuendo que en el sustraendo, pongo 2; 8—9=9, pero observo que las dos cifras siguientes son iguales en el minuendo i sustraendo, i la que sigue despues de ellas menor la de arriba que la de abajo, luego en vez de 9 debo poner 8; haciendo igual reflexion en las dos siguientes, conozco que debo poner en ámbas 9; i finalmente 4—6=8 que lo escribo.

Despues de hacer algunos ejemplos escribiendo los resultados, podrán los alumnos dar estos sin necesidad de escribirlos.

Una resta está bien hecha si sumando la diferencia con el sustraendo, resulta el minuendo, cuya suma se hace de abajo para arriba, i deben encontrarse los totales parciales en cada cifra del minuendo.

CAPÍTULO 6.°

EJERCICIOS SOBRE LA SUMA I LA RESTA.

1.° Cuando haya que sumar una serie de duplos basta, para hallar el total, duplicar la última cantidad, i de este duplo quitar la primera. Ejemplo:

24
48
96
192
384

768—24=744

Digo: el duplo de 384 es 768—24 (primera cantidad) 744 que es la suma.

2.° Recuérdese que una cantidad cualquiera con su complemento hace una unidad de especie superior, de manera que en una serie de cantidades, cada una con su respectivo complemento, habrá tantas unidades superiores como pares de cantidades haya; i que, por lo mismo, la suma será el número de pares de cantidades con tantos ceros a la derecha, como cifras tengan las mismas cantidades. Ejemplo:

6,438
3,562
7,421
2,579
5,431
4,569
———
30,000

Se ve que la 2.ª cantidad es complemento de la 1,ª la 4.ª de lo 3,ª la 6.ª de la 5.ª; hai, pues, tres pares de cantidades, i cada uno de ellos hace diez mil, luego la suma es 30,000.

3.° Cuando alguna de las cantidades no tenga su complemento i las otras sí, el número de pares de cantidades que haya con complemento se le antepone a la que no tiene, i esa es la suma. Ejemplo:

72,874
54,136
92,408
27,126
45,864
———
292,408

En este ejemplo veo que la 4.ª es complemento de la 1,ª la 5.ª de la 2.ª i que la de enmedio no tiene complemento; hai, pues, dos pares de cantidades con complemento; este número 2 se lo antepongo a la que no tiene, i digo que la suma es 292,408.

4.° Dada una cantidad, que hagan dos alumnos distintas sumas, i que la suma de las dos sea igual a la cantidad primitiva. Ejemplo:

Cantidad pedida

4,862

Primer alumno		Segundo alumno
431		431
674		326
845		155
789		211
564		436
3,303	+	1,559=4,862 cantidad pedida.

Para hacer esta operacion atiéndase a las siguientes reglas: 1.ª Cada alumno debe poner tantas cantidades como unidades tenga la cifra superior de la cantidad pedida i una mas; 2.ª Las cantidades que pongan los alumnos deben tener una cifra ménos de las que tenga toda la cantidad pedida; 3.ª Divídase esta cantidad, con escepcion de la primera cifra, en dos partes, i cada alumno ponga en su lugar una de estas partes; 4.ª Escriba el primer alumno debajo de la cantidad que ya tiene, el número de cantidades que le falte, segun la 1.ª regla; miéntras tanto el segundo alumno irá poniendo debajo de la cantidad que ya tiene, el complemento de las cantidades que vaya poniendo su compañero; 5.ª Sume cada cual su columna, junten esas dos sumas, i tendrán la cantidad que se desea. Analícese el ejemplo que queda hecho arriba, i se verán observadas en él todas estas reglas.

5.° Hacer dos alumnos cada uno una suma, i dar cada cual el resultado de su contrario.

Para esto es preciso que el segundo alumno escriba los complementos de las cantidades que escriba el primero; que cada uno haga su suma, i esta suma la reste del total que obtendria al sumar sus cantidades con los complementos de ellas. Ejemplo:

Primer alumno.		Segundo alumno.	
	6,854		3,416
	7,398		2,602
	1,431		8,519
	15,463		14,537
	30,000		30,000
Suma del segundo....	14,537	Suma del primero....	15,463

Se ve en este ejemplo que el primer alumno escribió los complementos de las cantidades que puso el primero, que hechas las dos sumas cada cual restó la suya de 30,000, que es el total que obtendria sumando sus tres cantidades con sus tres complementos.

6.° La resta puede hacerse sumando siempre que se tenga cuidado de poner debajo del minuendo no el sustraendo, sino el complemento de éste; i luego sumar i suprimir la unidad superior. Ejemplo:

Restando.		*Sumando.*	
84,125	minuendo.	84,125	minuendo.
32,864	sustraendo.	67,136	complemento del sustraendo.
51,261	diferencia. =	51,261	suma del minuendo i sustraendo, quitada la unidad superior.

7.° Cuando el sustraendo sea complemento del minuendo, basta duplicar éste i rebajar la unidad superior. Ejemplo:

6,184	minuendo.	6,184	
3,816	sustraendo.	2,368	duplo del minuendo quitada la unidad superior.
2,368	diferencia.		

Otro ejemplo:

$$8{,}907-1{,}093=7{,}814$$ duplo del minuendo quitada la unidad superior.

8.° Cuando haya que quitar de un número otro formado de nueves, basta rebajar una unidad a la cifra del minuendo que esté ántes del primer nueve de la izquierda del sustraendo, i agregársela a las unidades del mismo minuendo. Ejemplos:

1.°		2.°	
	6,784		72,600
	999		999
	5,785		71,601

En el primer ejemplo le rebajo una unidad al 6 i se la agrego al 4 (unidad); en el segundo le hago la misma rebaja al 2 i el mismo aumento al 0 (unidad).

CAPÍTULO 7.°

MULTIPLICACION.

La multiplicacion es una operacion por la cual se toma un número las veces que indique otro; es decir, que viene a ser otro método de composicion, pues si compongo el 6, por ejemplo, 3 veces, tendré $6+6+6=18$; i si digo 6 multiplicado por 3, será tambien 18 ($6\times 3=18$).

(No siendo nuestro objeto escribir un tratado de Aritmética, nos limitamos a las reglas i ejercicios que puedan servir para abreviar la práctica de las operaciones).

Lo primero que deben aprender bien los alumnos es la siguiente tabla:

1	× 1	= 1	4	× 1	= 4	7	× 1	= 7	10	× 1	= 10
1	2	2	4	2	8	7	2	14	10	2	20
1	3	3	4	3	12	7	3	21	10	3	30
1	4	4	4	4	16	7	4	28	10	4	40
1	5	5	4	5	20	7	5	35	10	5	50
1	6	6	4	6	24	7	6	42	10	6	60
1	7	7	4	7	28	7	7	49	10	7	70
1	8	8	4	8	32	7	8	56	10	8	80
1	9	9	4	9	36	7	9	63	10	9	90
1	10	10	4	10	40	7	10	70	10	10	100
2	× 1	= 2	5	× 1	= 5	8	× 1	= 8	11	× 1	= 11
2	2	4	5	2	10	8	2	16	11	2	22
2	3	6	5	3	15	8	3	24	11	3	33
2	4	8	5	4	20	8	4	32	11	4	44
2	5	10	5	5	25	8	5	40	11	5	55
2	6	12	5	6	30	8	6	48	11	6	66
2	7	14	5	7	35	8	7	56	11	7	77
2	8	16	5	8	40	8	8	64	11	8	88
2	9	18	5	9	45	8	9	72	11	9	99
2	10	20	5	10	50	8	10	80	11	10	110
3	× 1	= 3	6	× 1	= 6	9	× 1	= 9	12	× 1	= 12
3	2	6	6	2	12	9	2	18	12	2	24
3	3	9	6	3	18	9	3	27	12	3	36
3	4	12	6	4	24	9	4	36	12	4	48
3	5	15	6	5	30	9	5	45	12	5	60
3	6	18	6	6	36	9	6	54	12	6	72
3	7	21	6	7	42	9	7	63	12	7	84
3	8	24	6	8	48	9	8	72	12	8	96
3	9	27	6	9	54	9	9	81	12	9	108
3	10	30	6	10	60	9	10	90	12	10	120

Debe el maestro adestrar a los niños no solo en que den con exactitud i rapidez los productos de dos números, sino tambien en que den los factores, dado un total. Ejemplos:

48?........	6 i 8
72?........	8 i 9
56?........	7 i 8
29?........	7 i 4+1
31?........	10 i 3+1

Luego que sepan bien la tabla los niños, ejercíteseles en las siguientes abreviaciones, primero por escrito, i luego de memoria.

1.ª Para multiplicar por 5 se agrega un cero i se toma la mitad. Ejemplo:

$$64 \times 5 = (640 : 2) = 320.$$

2.ª Por 15, se agrega un cero al multiplicando, se toma la mitad, i se suman estas dos cantidades. Ejemplo:

$$48 \times 15 = (480 + 240) = 720.$$

3.ª Por 225, se multiplica dos veces por 15. Ejemplo:

$$36 \times 225 = (360 + 180) = (540 \times 15) = 5{,}400 + 2{,}700 = 8{,}100.$$

4.ª Por 75, se agregan dos ceros al multiplicando, se toma su mitad i la mitad de ésta, i se suman éstas dos cantidades. Ejemplo:

$$32 \times 75 = 16 + 8 = 24, \text{ con dos ceros} = 2{,}400.$$

O bien, se divide por 4, se multiplica por 3 i se agregan dos ceros. Ejemplo:

$$32 \times 75 = (32 : 4) = 8 \times 3 = 24 \text{ con dos ceros} = 2{,}400.$$

5.ª Por 175, se agregan dos ceros al multiplicando, se toma su mitad i la mitad de ésta, i se suman todas tres cantidades. Ejemplo:

$$842 \times 175 = 147{,}350.$$

$$\begin{array}{r} 84{,}200 \\ 42{,}100 \\ 21{,}050 \\ \hline 147{,}350 \end{array}$$

6.ª Por 105, se agrega un cero i se toma la mitad empezando por la izquierda, esa mitad se coloca avanzando un lugar hácia la derecha i se suma. Ejemplo:

$$486 \times 105 \qquad \begin{array}{r} 486 \\ 243 \\ \hline 51{,}030 \end{array}$$

Digo: la mitad de 4, 2, debajo del 8; de 8, 4, debajo del 6; de 6, 3, afuera, sumo i agrego un cero.

7.ª Por 101 un número de dos cifras, se pone dos veces el multiplicando. Ejemplo:

$$34 \times 101 = 3{,}434$$

8.ª Si el número que se ha de multiplicar por 101 tuviere mas de dos cifras, se hace lo siguiente: colóquense las dos primeras cifras de la derecha debajo de sí mismas, súmese luego la primera con la tercera, la segunda con la cuarta, la tercera con la quinta &,ª hasta colocar sola la primera de la izquierda. Ejemplo:

$$687{,}426 \times 101$$
$$69.430{,}026$$

En este ejemplo procederé así: 6 debajo del 6, 2 debajo del 2, $6+4=10$, pongo el 0 i llevo 1; $1+2+7=10$, pongo el 0 i llevo 1; $1+4+8=13$, pongo el 3 i llevo 1; $1+7+6=14$, pongo el 4 i llevo 1; $1+8=9$, que pongo, i finalmente el 6.

9.ª Por 1,001 un número de tres cifras, se pone dos veces el mismo número. Ejemplo:

$$368 \times 1{,}001 = 368{,}368$$

10.ª Si el número que se ha de multiplicar por 1,001 tuviere mas de tres cifras, se pondrán las tres primeras cifras de la derecha debajo de sí mismas, i luego se suma la primera con la cuarta, la segunda con la quinta, la tercera con la sesta, &.ª Ejemplo:

$$978{,}654 \times 1{,}001 = 979.632{,}654$$

Digo 4, 5 i 6 debajo de sí mismos; $4+8=12$, pongo el 2 i llevo 1; $1+5+7=13$, pongo 3 i llevo 1; $1+6+9=16$, pongo 6 i llevo 1; $1+8=9$, que pongo, luego el 7, i finalmente el 9.

11.ª Por 11, si es un número de dos cifras, se suman éstas i la suma se coloca en la mitad; si la suma de las dos cifras pasa de diez, se pone enmedio la unidad, i la decena se junta con las decenas del multiplicando. Ejemplos:

1.º $45 \times 11 = 495$ 2.º $86 \times 11 = 946$

En el primer ejemplo digo: $4+5=9$, que pongo enmedio.

En el segundo ejemplo digo: $8+6=14$, pongo enmedio el 4 i el 1 lo junto con el 8.

12.ª Si el número que se ha de multiplicar por 11 tiene mas de dos cifras, se coloca la primera cifra de la derecha debajo de sí misma, despues se suma la misma primera cifra con la segunda, luego la segunda con la tercera, &,ª cuidando de juntar con la cifra siguiente la decena, si ha resultado alguna, de la suma anterior. Ejemplo:

$$2{,}489 \times 11 = 27{,}379$$

$$27{,}379$$

Diré: 9 debajo del 9; $9+8=17$, pongo el 7 i llevo 1; $1+8+4=13$, pongo el 3 i llevo 1; $1+4+2=7$, que lo pongo, i finalmente el 2.

13.ª Por 111, 1,111, 11,111 &.ª se pone sola la primera cifra de la derecha, despues la suma de ésta con la segunda, luego estas dos con la tercera, hasta tomar tantas cifras en cada suma como *unos* tenga el multiplicador: en llegando a la última cifra de la izquierda se va rebajando en cada suma una cifra, hasta que quede la última de la izquierda que se coloca sola, o con las decenas que vengan de la suma anterior. Ejemplo:

$$48{,}679 \times 1{,}111 = 54.082{,}369$$

$$54.082{,}369$$

Digo así: 9 que coloco debajo del 9; $9+7=16$, pongo el 6 i llevo 1; $1+9+7+6=23$, pongo el 3 i llevo 2; $2+9+7+6+8=32$, pongo 2 i llevo 3; $3+7+6+8+4=28$, pongo 8 i llevo 2; $2+6+8+4=20$, pongo 0 i llevo 2; $2+8+4=14$, pongo 4 i llevo 1, i últimamente $1+4=5$.

14.ª Por 22, 222, 2,222, 33, 333, 3,333, 44, 444, 4,444; i en jeneral por cualquier número compuesto de cifras iguales, se multiplica primero por un número formado de tantos *unos* como cifras iguales tiene el multiplicador, i ese producto se multiplica por 2, 3, 4, &.ª Ejemplo:

$$568 \times 44 = 568 \times 11 \times 4 = 24{,}992$$

Conforme a la regla multiplico 568 por 11, sale 6,248, i esto lo multiplico por 4.

15.ª Cuando el número esté formado por nueves, ademas de esta regla pueden aplicarse las siguientes, que son mas sencillas:

Primera: si hai igual número de cifras en el multiplicando i multiplicador, se rebaja a aquel una unidad i se le pone a la derecha el complemento de la cantidad primitiva. Ejemplo:

$$845 \times 999 = 844{,}155$$

Es decir, le rebajo al multiplicando una unidad, i pongo 844, i le agrego a la derecha 155, que es el complemento de 845.

Segunda: si hai mas nueves en el multiplicador que cifras en el multiplicando se hace lo mismo, pero teniendo cuidado de poner entre el multiplicando i su complemento los nueves que haya de mas. Ejemplo:

$$683 \times 99{,}999 = 68.299{,}317$$

Pase, pues, el multiplicando rebajado de una unidad, despues dos nueves, por tener cinco el multiplicador i solo tres cifras el multiplicando, i, por último, el complemento del mismo multiplicando.

Tercera: si hai ménos nueves en el multiplicador que cifras en el multiplicando, se agregan a éste tantos ceros como nueves tenga el multiplicador, i de esto se quita el multiplicando primitivo. Ejemplo:

$$864 \times 99 = 86{,}400 - 864 = 85{,}536$$

CAPÍTULO 8.º

CONTINUACION DEL ANTERIOR.

Agregaremos todavía algunas abreviaciones, muchas de las cuales pueden servir de base aun a los mismos discípulos para descubrir otras nuevas, pues muchas de ellas se fundan en el principio de que *lo mismo es multiplicar una cantidad por un número, que sucesivamente por los factores que lo forman.*

16.ª Para multiplicar por 8, 98, 998, &.ª se agregan al multiplicando tantos ceros como cifras haya en el multiplicador, i se rebaja el duplo del multiplicando. Ejemplo:

$$\begin{array}{r} 6784 \times 9998 = 67.840{,}000 \\ 13{,}568 \\ \hline 67.826{,}432 \end{array}$$

17.ª Por 375, se multiplica por 75 (regla 4.ª) i por 5 (regla 1.ª) Ejemplo:

$$632 \times 375 = (632 \times 75) = 47{,}400 \times 5 = 237{,}000$$

18.ª Por 875 se multiplica por 175 (regla 5.ª) i por 5 (regla 1.ª) Ejemplo:

$$326 \times 875 = (326 \times 175) = 57{,}050 \times 5 = 285{,}250$$

19.ª Por $17\frac{1}{2}$ se agrega un cero, se toma la mitad, i la mitad de ésta i se suman todas tres cantidades. Ejemplo:

$$84 \times 17\tfrac{1}{2} = 84 + 42 + 21 = 147,\ \text{i con un cero} = 1{,}470$$

20.ª Por $277\frac{1}{2}$ se multiplica por 555 (regla 14) i se toma la mitad. Ejemplo:

$$864 \times 277\tfrac{1}{2} = (864 \times 555) = 479{,}520 : 2 = 239{,}760$$

21.ª Por 121 se multiplica dos veces por 11 (reglas 11.ª i 12.ª) Ejemplo:

$$24 \times 121 = (24 \times 11) = 264 \times 11 = 2{,}904$$

22.ª Por 1,025 se agregan dos ceros al multiplicando, se toma la 4.ª parte, que se coloca avanzando un lugar hácia la derecha, i se suma. Ejemplo:

$$326 \times 1025 = 334{,}150$$

$$\begin{array}{r} 32600 \\ 8150 \\ \hline 334{,}150 \end{array}$$

Despues de agregar los dos ceros al multiplicando, digo: la 4.ª parte de 32 es 8, que coloco debajo del 6; de 6 es 1, debajo del cero; de 20 es 5, debajo del otro cero, i por último el cero, i sumo.

23.ª Por 899 se agregan tres ceros al multiplicando i se rebaja el producto del mismo multiplicando por 101 (reglas 7.ª i 8.ª) Ejemplo:

$$26 \times 899 = 26{,}000 - 2{,}626 \text{ (producto de 26 por 101)} = 23{,}374$$

24.ª Por 165 se multiplica por 15 (regla 2.ª) i por 11 (reglas 11.ª i 12.ª) Ejemplo:

$$134 \times 165 = (134 \times 15) = 2{,}010 \times 11 = 22{,}110$$

25.ª Por 825 se multiplica por 75 (regla 4.ª) i por 11 (reglas 11.ª 12.ª) Ejemplo:

$$76 \times 825 = (76 \times 75) = 5{,}700 \times 11 = 62{,}700$$

26.ª Para multiplicar dos números que tengan iguales decenas, o iguales unidades, se hará lo siguiente: 1.° Se multiplican las unidades; 2.° se suman los números desiguales, i esta suma se multiplica por uno de los dos números iguales; i 3.° se multiplican las decenas, teniendo cuidado de agregar en cada producto las decenas que hayan resultado del anterior. Ejemplos:

1.° $24 \times 28 = 672$
2.° $34 \times 54 = 1{,}836$

En el primer ejemplo digo: $4 \times 8 = 32$, pongo el 2 i llevo 3; $4 + 8 = 12 \times 2 = 24 + 3 = 27$, pongo 7 i llevo 2; $2 \times 2 = 4 + 2 = 6$.

En el segundo ejemplo: $4 \times 4 = 16$, pongo 6 i llevo 1; $5 + 3 = 8 \times 4 = 32 + 1 = 33$, pongo 3 i llevo 3; $3 \times 5 = 15 + 3 = 18$.

27.ª Para multiplicar dos cantidades que tengan igual número de cifras en el multiplicando i en el multiplicador, obsérvese la siguiente regla: súmense las dos cantidades, rebájese de esa suma la unidad superior, i a la derecha de lo que queda póngase el producto de los dos complementos; es decir del multiplicando i multiplicador. Ejemplo:

$$76 \times 92 = 6{,}992$$

Sumados 76 i 92 dan 168, al cual le quito el 1: luego multiplico 24, complemento del multiplicando, por 8, complemento del multiplicador, i sale 192; pero como el producto no puede tener mas de cuatro cifras, por tener dos el multiplicando i dos el multiplicador, tengo que juntar el 1 de este último producto con el 8 del producto anterior. Otro ejemplo:

789 × 994	Complemento del multiplicando	211
994	Id. del multiplicador	6
783		
1,266		1,266
784,266		

28.ª Podemos servirnos de la multiplicacion para hallar la suma de una serie de duplos sin necesidad de sacar estos, para lo cual se multiplica la cantidad dada por la suma de una serie igual de duplos comenzando por 1. Así, si queremos averiguar cuánto sumará el número 146 con tres duplos, es decir, cuatro cantidades, diremos: $1+2+4+8=15$; i multiplicando a 146 por 15, tendremos la suma pedida.

146 × 15	1,460	Comprobacion:	146
	730		292
	2,190		584
			1,168
		Duplo de la última......	2,336
		1.ª cantidad.............	146
			2,190

CAPÍTULO 9.º

DIVISION.

Sirve la division para averiguar cuántas veces un número contiene a otro.

(Nos limitamos, por la razon espuesta al tratar de la multiplicacion, a dar algunas reglas para abreviar esta operacion).

Ejercítese a los niños en sacar la mitad, tercera, cuarta, quinta,

&.ª partes de un número, por supuesto sin escribir el divisor i haciendo mentalmente las multiplicaciones i restas. Puede el maestro dictar una cantidad para dividirla sucesivamente por cada uno de los números díjitos. Ejemplo:

		4.354,560
Division	por 2	2.177,280
,,	por 3	725,760
,,	por 4	181,440
,,	por 5	36,288
,,	por 6	6,048
,,	por 7	864
,,	por 8	108
,,	por 9	12

Téngase presente que:

Una cantidad es divisible por 2, cuando termina en número par, v. g. 28.

Una cantidad es divisible exactamente por 3, cuando sumados todos los guarismos que la componen, como unidades simples, dan 3 o un múltiplo de 3, como 846, porque $8+4+6=18$ producto de 6×3.

Es por 4, cuando decenas i unidades forman un múltiplo de 4, como 7,528: se ve que 28 es el producto de 7×4.

Es por 5, cuando termina por 5, como 645.

Es por 6, cuando es al mismo tiempo por 2 i por 3, como 468, que es por 2 porque acaba en par, i por 3 porque la suma de sus cifras es 18.

Es por 8: 1.° cuando siendo las centenas pares, las unidades i las decenas son un múltiplo de 8, como 264; i 2.° cuando siendo las centenas impares, decenas i unidades divididas por 8, dejan un resíduo de 4, como 128.

Es por 9, cuando sumadas las cifras que la componen, dan 9 o múltiplo de 9, como 8,973.

Es por 10, cuando termina en 0, como 240.

Es por 11, cuando la suma de los guarismos que están en los lugares impares, empezando por la derecha, es decir, el primero, el tercero, el quinto, &,ª es igual a la de los que están en los lugares pares, que son el segundo, el cuarto, el sesto, &,ª como 2,871. $2+7=9$, $8+1=9$.

Es por 12, cuando es al mismo tiempo por 3 i por 4, como 864.

Es por 15, cuando es al mismo tiempo por 3 i por 5, como 645.

Es por 18, cuando sea al mismo tiempo por 2 i por 9, como 6,714.

Es por 20, cuando acaba en 0, i la última cifra significativa sea par, como 520.

Para dividir abreviadamente por 5, se duplica i se separa una cifra a la derecha, como decimal: ejemplo:

$$\begin{array}{r} 248 \\ \text{Cuociente } 49{,}6 \end{array}$$

Por 15 se separa una cifra como decimal, i a lo que resulta se le quita la tercera parte: ejemplo:

$$\begin{array}{r} 576 : 15 = 57{,}6 \\ 19{,}2 \\ \hline \text{Cuociente } 38{,}4 \end{array}$$

O bien: se duplica el dividendo, se toma la tercera parte, i se separa una cifra como decimal. En el ejemplo anterior tendriamos: el duplo de 576 es 1,152, la tercera parte de esta cantidad es 384, separando una cifra queda 38,4 igual al resultado hallado por el método anterior.

Por 11 se empieza por la izquierda colocando la primera cifra debajo de la segunda; la diferencia de estas dos debajo de la tercera; la diferencia de estas últimas debajo de la cuarta, i así sucesivamente hasta llegar a la última de la derecha, cuya diferencia con la que se ha puesto debajo es el numerador del quebrado residuo, el cual lleva por denominador el divisor 11; pero téngase presente que esta regla no es aplicable en jeneral, sino cuando las cifras del dividendo van siendo mayores de izquierda a derecha; pues si no, hai casos en que es preciso considerar alguna o algunas cifras con diez unidades mas, i a otra u otras con una unidad ménos. Ejemplos:

1.° 3,589 : 11 Cuociente $326+\frac{3}{11}$

2.° 2,863 : 11 Cuociente $260+\frac{3}{11}$

3.° 4,584 : 11 Cuociente $416+\frac{8}{11}$

CAPÍTULO 10.

ALGO MAS SOBRE LA MULTIPLICACION I DIVISION.

Cuestiones.

Mui sabido es que para multiplicar por 10, por 100, por 1,000, &,ª basta agregar uno, dos, tres &.ª ceros. De esta regla se deduce la siguiente:

Para multiplicar por los submultíplices o partes alícuotas de 10, 100, 1,000, &,ª basta agregar tantos ceros como hai despues de la unidad, i tomar la parte que indica el submultíplice.

Los submultíplices de algunos de aquellos números son los siguientes:

$10 : 2 = 5$	$100 : 2 = 50$	$1,000 : 2 = 500$
$10 : 3 = 3\frac{1}{3}$	$100 : 3 = 33\frac{1}{3}$	$1,000 : 3 = 333\frac{1}{3}$
$10 : 4 = 2\frac{1}{2}$	$100 : 4 = 25$	$1,000 : 4 = 250$
$10 : 5 = 2$	$100 : 5 = 20$	$1,000 : 5 = 200$
$10 : 6 = 1\frac{2}{3}$	$100 : 6 = 16\frac{2}{3}$	$1,000 : 6 = 166\frac{2}{3}$
$10 : 7 = 1\frac{3}{7}$	$100 : 7 = 14\frac{2}{7}$	$1,000 : 7 = 142\frac{6}{7}$
$10 : 8 = 1\frac{1}{4}$	$100 : 8 = 12\frac{1}{2}$	$1,000 : 8 = 125$
$10 : 9 = 1\frac{1}{9}$	$100 : 9 = 11\frac{1}{9}$	$1,000 : 9 = 111\frac{1}{9}$

$10,000 : 2 = 5,000$	$100,000 : 2 = 50,000$	$1.000,000 : 2 = 500,000$
$10,000 : 3 = 3,333\frac{1}{3}$	$100,000 : 3 = 33,333\frac{1}{3}$	$1.000,000 : 3 = 333,333\frac{1}{3}$
$10,000 : 4 = 2,500$	$100,000 : 4 = 25,000$	$1.000,000 : 4 = 250,000$
$10,000 : 5 = 2,000$	$100,000 : 5 = 20,000$	$1.000,000 : 5 = 200,000$
$10,000 : 6 = 1,666\frac{2}{3}$	$100,000 : 6 = 16,666\frac{2}{3}$	$1.000,000 : 6 = 166,666\frac{2}{3}$
$10,000 : 7 = 1,428\frac{4}{7}$	$100,000 : 7 = 14,285\frac{5}{7}$	$1.000,000 : 7 = 142,857\frac{1}{7}$
$10,000 : 8 = 1,250$	$100,000 : 8 = 12,500$	$1.000,000 : 8 = 125,000$
$10,000 : 9 = 1,111\frac{1}{9}$	$100,000 : 9 = 11,111\frac{1}{9}$	$1.000,000 : 9 = 111,111\frac{1}{9}$

Así, pues, si quiero saber cuánto importan 48 varas de jénero a \$ $2\frac{1}{2}$, le agrego a 48 un 0 i divido por 4, que son las veces que $2\frac{1}{2}$ está contenido en 10, i saldrán 120 pesos.

De la misma manera, si quiero comprar 64 quintales de pólvora a \$ $12\frac{1}{2}$, le agrego a 64 dos ceros, divido por 8, que son las veces que $12\frac{1}{2}$ está contenido en 100, i tendré \$ 800.

Igualmente, si cada uno de 36 individuos contribuye con \$ 500 para una empresa, le agrego a 36 tres ceros, tomo la mitad, i sabré que entre todos dan \$ 18,000.

Si quiero saber cuánto valen 1,428 piezas i $\frac{4}{7}$ de pieza de jénero, a 84 pesos la pieza, agrego cuatro ceros a 84 i divido el producto por 7 que son las veces que 1,428 i $\frac{4}{7}$ está contenido en 10,000, i saldrán 120,000 pesos.

96 hectaras de tierra cuánto valen, a razon de 33,333 $\frac{1}{3}$ reales cada una? Resolucion: agrego a 96 cinco ceros, i el producto lo divido por 3, i saldrán 3.200,000 reales.

24 quintales de platina a $166,666\frac{2}{3}$ pesos cada uno, cuánto valen? Resolucion: agrego a 24 seis ceros i el producto lo divido por 6, i saldrán 4.000,000.

Al contrario, para dividir por los citados submultíplices se multiplica por el número que indica el submultíplice, i se separan una, dos, tres o mas cifras, segun el caso. Ejemplos:

Habiendo dado 28 pesos por 3 varas i $\frac{1}{3}$ de vara i deseando saber a cómo sale cada vara, multiplico 28 por 3, que son las veces que 3 i $\frac{1}{3}$ está contenido en 10, i separando luego una cifra a la derecha tendré: \$ 8, 4 valor de cada vara.

Si quiero repartir 432 pesos entre 25 individuos, multiplico 432 por 4, i separando dos cifras de la derecha tendré 17,28, que será lo que le toca a cada uno.

Si habiendo dado por 142 $\frac{6}{7}$ varas, 325 pesos, deseo saber a cómo sale la vara, multiplicaré 325 por 7, i separando luego tres cifras veré que me cuesta cada vara $ 2,275.

Di 48 pesos por 2,500 varas de cinta, a cómo me cuesta una? Resolucion: multiplico 48 por 4 que son las veces que 2.500 está contenido en 10,000, i del producto separo cuatro cifras, i resulta 0,0192 de peso.

Di 64 pesos por 20,000 tabacos a cómo cuesta cada uno? Resolucion: multiplico 64 por cinco que son las veces que 20,000 está contenido en 100,000, i separo del producto cinco cifras, así $64\times5=320$, separando cinco cifras queda 0,00320 de peso.

Di 96 pesos por 125,000 corchos, a cómo me cuesta cada uno? Resolucion: multiplico 96 por 8, i del producto separo seis cifras i me da 0, 000768 de peso.

Con el conocimiento de las abreviaciones por los submultíplices que acabamos de esplicar, pueden los niños hallar otras muchas, ya por los duplos, triplos &c. de dichos submultíplices, ya por números relacionados con ellos, así:

Para multiplicar por 498 multiplicará primero por 500, i del producto quitará el duplo del multiplicando.

Por 501, multiplicará por 500, i agregará el multiplicando.

Por 502, por 500 i agregará el duplo del multiplicando.

Por $222\frac{2}{9}$, por $111\frac{1}{9}$, i el producto se duplica.

Por 275, multiplicará por 25 i por 11, &c. &c.

Cuando una cantidad deba ser multiplicada por un número i dividida por otro, i que estos dos números guarden entre sí una razon multíplice o submultíplice, se abrevia la operacion multiplicando solamente la cantidad por las veces que el mayor de dichos números contenga al menor, si el mayor es el multiplicador, i dividiéndolo si el mayor es el divisor. Ejemplos:

$$1.^{\circ}\ 48\times24 : 6=48\times4=192$$
$$2.^{\circ}\ 36\times\ 8 : 24=36 : 3=\ 12$$

CAPÍTULO 11.

FRACCIONES DECIMALES.

Cuestiones.

Todas las abreviaciones esplicadas hasta aquí tienen la misma aplicacion en las fracciones decimales, debiendo advertir que donde quiera que hemos mandado agregar uno, dos o tres ceros, en las decimales basta correr la coma uno, dos o tres lugares hácia la derecha respectivamente. Con esta indicacion entrarémos en la resolucion de algunas cuestiones.

1.ª Se quiere multiplicar el número 72,24 por 25. Corro la coma dos lugares a la derecha, i quedará 7224, que lo divido por 4 i saldrá 1.806, que es el producto.

2.ª Quiero multiplicar 64,86 por 15. Corro la coma un lugar a la derecha, i tengo 648,6 que sumado con su mitad, da 972,9.

3.ª Deseo dividir 128,48 por 12,5. Multiplico 128,48 por 8 i separo cuatro cifras, es decir, dos decimales que tiene el dividendo, i dos por ser el divisor submultíplice de 100, i tendré 10,2784.

4.ª Para dividir 32,8 por 125, multiplico 32,8 por 8, que son las veces que 125 está contenido en 1,000, i separo cuatro cifras, es decir, una decimal que hai en el dividendo i tres por ser el divisor submultíplice de 1.000, i sale 0,2624.

CAPÍTULO 12.

QUEBRADOS COMUNES.

Para sumar dos quebrados que tengan un mismo numerador i diferentes denominadores, se suman los denominadores, esta suma se multiplica por el numerador comun, i a este resultado se le pone por denominador el producto de los denominadores. Ejemplo:

$$\frac{3}{5}+\frac{3}{8}=\frac{5+8\times 3}{5\times 8}=\frac{39}{40}$$

Para obtener la diferencia de dos quebrados en el mismo caso, se restan los denominadores, i en lo demas se procede como para la suma. Ejemplo:

$$\frac{3}{4}-\frac{3}{6}=\frac{6-4\times 3}{4\times 6}=\frac{6}{24}=\frac{1}{4}$$

Para multiplicar dos fracciones en que haya un término comun, pero encontrado, es decir, en la una por numerador i en la otra por denominador, se obtiene el producto formando una nueva fraccion con los dos términos desiguales. Ejemplos:

1.° $\frac{4}{8}\times\frac{8}{9}=\frac{4}{9}$ 2.° $\frac{5}{6}\times\frac{2}{5}=\frac{2}{6}$

Para multiplicar un número entero por un quebrado que tenga 5 por numerador, se le agrega un cero i se divide por el duplo del denominador. Ejemplo:

$$48\times\frac{5}{6}=480 : 12=40$$

Pero si es 5 el denominador se multiplica por el duplo del numerador, i se separa una cifra de la derecha. Ejemplo:

$$56\times\frac{2}{5}=56\times 4 : 10=22,4$$

Para dividir una fraccion por otra teniendo ámbas iguales numeradores, se divide el segundo denominador por el primero. Ejemplo:

$$\frac{6}{8} : \frac{6}{4} = \frac{4}{8}$$

Si son iguales los denominadores, se divide el primer numerador por el segundo. Ejemplo:

$$\frac{5}{8} : \frac{3}{8} = \frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}$$

Para dividir por un quebrado que tenga 5 por numerador se multiplica por el duplo del denominador, i se separa una cifra a la derecha. Ejemplo:

$$28 : \frac{5}{8} = 28 \times 16 : 10 = 44{,}8$$

I si es 5 el denominador se agrega un cero, i se divide por el duplo del numerador. Ejemplo:

$$84 : \frac{2}{5} = 840 : 4 = 210$$

CAPÍTULO 13.

CUADRADOS — RAIZ CÚBICA.

Se llama cuadrado de un número el producto que resulta de multiplicarlo por sí mismo una vez: cubo, el producto del cuadrado por la raiz. Por lo mismo los cuadrados i cubos de los números díjitos son los siguientes:

raices 1—2—3—4—5—6—7—8—9
cuadrados 1—4—9—16—25—36—49—64—81
cubos 1—8—27—64—125—216—343—512—729

Vamos ahora a dar algunas reglas para formar los cuadrados hasta 100, con las cuales puedan los niños dar de memoria el cuadrado de cualquier número que contenga decenas i unidades:

1.ª Si el número acaba en 0, se cuadran las decenas i se agregan dos ceros. Ejemplo: el cuadrado de 40 será: $4 \times 4 = 16$, con dos ceros, 1,600.

2.ª Si el número acaba en 5, se multiplican las decenas por un número una vez mayor, i a la derecha se agrega 25. Ejemplo: en 65 multiplico las decenas 6 por 7, son 42, i le pongo a la derecha 25, i da 4,225.

3.ª El cuadrado de los números comprendidos entre 10 i 20 se halla sumando el mismo número con sus unidades, i poniendo a la derecha el cuadrado de las mismas unidades. Ejemplo:

El cuadrado de 13 será: $13 + 3 = 16$, i 9, cuadrado de 3, a la derecha, es decir, 169.

Pero si el cuadrado de las unidades tiene dos cifras, debe cuidarse de juntar las decenas de este cuadrado con la última cifra que se tenga en la suma que se haya hecho primero. Ejemplo:

$$\begin{array}{cccc} 18 & 18+8=26 & & 8\times 8=64 \\ & 64 & & \\ \hline & 324 & & \end{array}$$

4.ª El de los números comprendidos entre 20 i 30 se forma poniendo 4 por centenas, por decenas el producto del mismo 4 por las unidades, i por unidades el cuadrado de las unidades: así en 28 pondremos:

por centenas.....................	4..
por decenas el producto del mismo 4 por las unidades 8.................	32.
i por unidades el cuadrado de éstas..	64
	784

5.ª El de los números comprendidos entre 30 i 75 se halla así: se le quitan 3 a las decenas, se le agregan 5 a las unidades, i a la derecha se agrega el cuadrado del complemento hasta 50. Ejemplo:

Para hallar el cuadrado de 42 le quito 3 al 4, queda 1; le agrego 5 al 2, son 7, i a la derecha agrego el cuadrado de 8, que es el complemento hasta 50, i saldrá, pues, 1,764.

Con 64: le quito 3 al 6, quedan 3; le agrego 5 al 4 i son 9; 39, pues, para centenas; i para decenas i unidades el cuadrado de 14, que es 196; agregando, por supuesto, la centena de este número al 39 que teníamos ántes, i así resultará 4,096.

6.ª Desde 75 hasta 100 se forma duplicando el número, quitando de este duplo la unidad superior, i agregando a la derecha el cuadrado del complemento hasta 100.

El de 96 lo formaremos así:

Duplo de 96, quitada la unidad superior............	92
Cuadrado del complemento de 96..................	16
	9,216

El de 87 así:

Duplo de 87, quitada la unidad superior............	74
Cuadrado del complemento de 87..................	169
	7,569

Esta regla puede aplicarse a los números de mas de dos cifras; así para cuadrar, por ejemplo, el número 975, diremos:

Duplo de 975, quitando la unidad superior........	950...
Cuadrado de su complemento 25..................	625
	950,625

Agregaremos tambien las siguientes, que son bien importantes:

7.ª Para hallar el cuadrado de cualquier número de dos cifras, se escribe el cuadrado de las decenas, a su derecha el de las unidades, debajo, como decenas, el producto del duplo de las decenas por las unidades. Así, pues, para hallar el cuadrado de 68, diremos: el cuadrado de 6 es 36, el de 8 es 64, que pongo a la derecha; el duplo de 6 es 12 que multiplicado por 8 da 96, que escribo debajo, poniendo el 6 debajo de las decenas. Vease aquí:

3664	Comprobacion:
96	$68 \times 68 = 4{,}624$
4,624	

8.ª Para hallar, hasta de memoria, el cuadrado de un número de tres cifras, que acabe en 25, se procede así: se cuadran las decenas, a este cuadrado se le agrega la mitad, en número entero, de las mismas decenas; si éstas son pares se agrega a la derecha un cero; si son impares, un 5, i siempre por último, 625. Ejemplos:

1.° con 825	2.° con 725
680,625	525,625

En el primer ejemplo digo: el cuadrado de 8 es 64, mas 4 (mitad de 8), 68, le agrego un cero (por ser las centenas pares) i por último 625.

En el segundo ejemplo: el cuadrado de 7 es 49, mas 3 (mitad de las centenas en número entero), 52, le pongo despues un 5 (por ser impares las centenas) i por último 625.

9.ª Cuando se conoce el cuadrado de un número, se hallará el del número inmediato superior añadiendo al cuadrado del primero el duplo de su raiz mas la unidad. Ejemplo:

El cuadrado de 48 es 2,304, luego el de 49 será: $2{,}304 + (48 \times 2 + 1) = 2{,}401$.

10.ª Si el cuadrado conocido es el del mayor, se hallará el del menor quitando al primero el duplo de su raiz ménos 1, o el duplo de la raiz del menor mas 1. Ejemplo:

El cuadrado de 20 es 400, luego el de 19 será: $400 - (20 \times 2 - 1) = 361$.

11.ª El producto de dos números equidistantes de otro se halla cuadrando el término medio, i deduciendo el cuadrado de la diferencia entre este término i un estremo. Así:

$$20 \times 28 = 24 \times 24 - 16 = 560$$

Para estraer una raiz cúbica exacta i de dos cifras se divide el cubo en porciones de a tres cifras, empezando por la derecha; se estrae luego la raiz de la primera porcion de la izquierda i ésta constituye las decenas de la raiz, i por unidades se le pone el mismo número de las unidades del cubo, si éstas son uno de los números 1, 4, 5, 6, 9; pero si es otro número se pone por unidades el complemento de las unidades del cubo. Así, si me dan el cubo 262,144 lo dividiré en dos porciones; veo que la raiz cúbica de la última porcion de la izquierda es 6, que lo pongo por decenas de la raiz, i por unidades las mismas del cubo dado, i resultará 64.

La raiz de esta cantidad 79,507 será:

Para decenas la raiz de la primera porcion..............	4
Para unidades el complemento de las del cubo.........	3
	43

CAPÍTULO 14.

PROPORCIONES.

Abreviaciones.

1.ª Para hallar un término que falte en una proporcion aritmética de mayor desigualdad, se restan los dos primeros i la diferencia se quita del tercero. Ejemplo:

$$12 \,.\, 9 : 14 \,.\, X$$
$$12-9=3 \qquad 14-3=11 \text{ cuarto término.}$$

2.ª Si es de menor desigualdad la diferencia entre los dos primeros términos, se suma con el tercero. Ejemplo:

$$4 \,.\, 9 : 12 \,.\, X$$
$$9-4=5 \qquad 5+12=17 \text{ cuarto término.}$$

3.ª Para hallar el cuarto término de una proporcion jeométrica de mayor desigualdad, se divide el primer término por el segundo, i por este cuociente se divide el tercero. Ejemplo:

$$24 : 6 :: 32 : X$$
$$24 : 6=4 \qquad 32 : 4=8 \text{ cuarto término.}$$

4.ª Si la proporcion jeométrica es de menor desigualdad, se divide el segundo término por el primero, i este cuociente se multiplica por el tercero. Ejemplo:

$$8 : 48 :: 16 : X$$
$$48 : 8=6 \qquad 6\times 16=96 \text{ cuarto término.}$$

CAPÍTULO 15.

REGLA DE TRES.

La regla de tres simple no es mas que una proporcion jeométrica en que falta un término; por consiguiente su resolucion se reduce a una de las dos reglas esplicadas ya. Pero ántes de pasar a resolver ejemplos debemos advertir que la regla de tres tanto simple como compuesta puede ser directa o inversa. En las cuestiones ordinarias i comunes de esta regla va a buscarse regularmente una de estas especies: varas de trabajo, pesos de ganancia, hombres o tiempo que se necesiten para hacer una obra. Cuando va a buscarse varas o pesos, la regla es directa, sea simple o compuesta. Si va a buscarse hombres o tiempo, i los otros dos términos homólogos espresan hombres o tiempo, la règla es inversa, i entónces en la simple se pone el primer término en lugar del tercero, i éste en lugar de aquel; i en la compuesta los números que representen en la primera parte hombres o tiempo deben cambiarse por los mismos de la segunda parte, esceptuando la incógnita i su homólogo.

Despues de los cambios dichos, si la regla de tres es simple, se resuelve, como ya dijimos, lo mismo que una proporcion jeométrica; pero si es compuesta, la incógnita será igual a su homólogo, multiplicado por todos los términos de la segunda parte, i esto dividido por el producto de todos los de la primera parte, ménos el homólogo con la incógnita. Claro es que estas multiplicaciones i divisiones se formularán primero con sus respectivos signos para poder así simplificar por medio de divisiones los términos comunes que se encuentren.

Cuestiones.

1.ª Si 96 hombres han ganado 16 pesos, se pregunta, 36 hombres cuánto ganarán?

Como se ve, esta cuestion es simple i directa, i se resuelve como proporcion jeométrica de mayor desigualdad, así:

$$96 : 16 :: 36 : X$$
$$96 : 16 = 6 \qquad 36 : 6 = 6 \text{ pesos.}$$

2.ª Si 72 hombres han hecho una obra en 8 dias, se pregunta, 48 hombres en cuántos dias la harán?

Esta cuestion es simple tambien; pero inversa, porque se va a buscar tiempo, i los otros términos espresan hombres, por lo cual se plantea así:

$$48 : 8 :: 72 : X$$
$$48 : 8 = 6 \qquad 72 : 6 = 12 \text{ dias.}$$

3.ª Si 12 hombres, en 8 dias, trabajando 6 horas al dia, han hecho 240 varas de obra, se pregunta, cuántas varas harán 36 hombres, en 12 dias, trabajando 3 horas cada dia?

Esta cuestion es compuesta, i directa porque va a buscarse varas: la fórmula, conforme a la regla establecida, será:

$$X = \frac{240 \times 36 \times 12 \times 3}{12 \times 8 \times 6}$$

Hechas las simplificaciones, borrando los números iguales que hai encima i debajo de la raya, i dividiendo uno de encima i otro de debajo por un mismo número, viene a quedar la fórmula reducida a:

$$30 \times 6 \times 3 = 540 \text{ varas.}$$

4.ª Si 18 hombres han ganado 72 pesos, en 12 dias, trabajando 8 horas cada dia, se pregunta, cuántas horas deben trabajar cada dia 24 hombres, para que en 20 dias ganen 96 pesos?

Como esta cuestion es inversa porque se va a buscar tiempo, i entran hombres en otros términos, debo cambiar los hombres i los dias de la primera parte por los hombres i los dias de la segunda; i hechos estos cambios, la formulo así:

$$X = \frac{8 \times 18 \times 12 \times 96}{24 \times 72 \times 20}$$

Hechas las simplificaciones queda así:

$$\frac{24}{5} = 4 + \tfrac{4}{5} \text{ horas de trabajo.}$$

Cuando los términos de la segunda parte de una regla de tres compuesta sean multíplices de los de la primera, puede resolverse multiplicando el término del supuesto homólogo a la incógnita, por el producto de los números que representan las partes multíplices; pero si los términos de la segunda parte son submultíplices de los de la primera, el término homólogo a la incógnita se divide por el producto de los números que representan las partes submultíplices; i, finalmente, si entre los términos de la segunda parte hai unos que sean multíplices i otros submultíplices de los de la primera, el término homólogo a la incógnita se multiplica por el producto de los números correspondientes a las partes multíplices, i el producto se dividirá por el de los números correspondientes a las partes submultíplices.

Un ejemplo de este último caso basta para comprender el procedimiento que debe emplearse en todos tres; sea el siguiente:

Si 24 hombres, en 4 dias, trabajando 6 horas diarias, han ganado 80 pesos, se pregunta, 8 hombres, en 12 dias, trabajando 3 horas por dia, cuánto ganarán?

$$\begin{matrix} h. & d. & hor. & p. & & h. & d. & hor. & p. \\ 24 : & 4 : & 6 : & 80 & = & 8 : & 12 : & 3 : & x \end{matrix}$$

Veo en este ejemplo que el 12 de la segunda parte es el triplo del 4 de la primera, luego debo multiplicar el 80 por 3; i como 8 de la segunda parte, es tercera parte del 24 de la primera, i el 3 de la segunda parte es la mitad del 6 de la primera, debo dividir el producto de 80×3, por 6 que es el producto de 3×2. La resolucion se reduce, pues, a:

$\frac{80 \times 3}{3 \times 2}$ i borrando el 3 que multiplica i el 3 que divide, queda:

$$\frac{80}{2} = 40 \text{ pesos.}$$

CAPÍTULO 16.

REGLA DE INTERES.

Esta regla determina el modo de hallar las ganancias que produce un capital en cierto tiempo, o el capital que ha producido tal ganancia, o el tanto por ciento a que estaba impuesto el capital que produjo cierta ganancia.

En el primer caso se multiplica el capital por el tanto por ciento i se separan dos cifras; pero si el producto acaba en ceros, en lugar de separarlos se borran. Ejemplo:

Queriendo averiguar qué ganancia produzca el capital 2,400 pesos en un año, al 5 % anual, le borro al capital los dos ceros en que termina, i lo que queda lo multiplico por 5:

$$24 \times 5 = 120, \text{ ganancia.}$$

Si la ganancia que se quiere averiguar no es de un año sino de varios, se multiplica el número de años por el tanto por ciento, i por este producto se multiplica el capital, i se separan dos cifras, o se borran dos ceros si los tiene. Ejemplo:

En 4 años, al 5 %, qué ganancia habrá producido el capital 2,500?

Resolucion: $4 \times 5 \times 25 = 500$, ganancia.

Si la ganancia que se quiere hallar es la de cierto número de meses, se multiplica el capital por el número de meses, por el tanto por ciento, se borran dos ceros i se divide por 12. Ejemplo:

3,200 al 5 % anual, cuánto producirán en 7 meses?

$$\text{Resolucion: } \frac{32 \times 7 \times 5}{12} = 93\tfrac{1}{3}, \text{ ganancia.}$$

Para averiguar la ganancia en un número de dias, se multiplica el capital por los dias, por el tanto por ciento, se borran dos ceros i se divide por 360. Cuánto producirán, por ejemplo, 1,200 pesos en 240 dias al 5 % anual?

$$\text{Resolucion: } \frac{12 \times 240 \times 5}{360} = 40, \text{ ganancia.}$$

Para hallar el capital que ha producido cierto interes, se agregan dos ceros al interes dado, i se divide por el tanto por ciento. Ejemplo:

Qué capital habrá producido la ganancia 240 pesos al 8 % anual, en un año?

$$\text{Resolucion: } \frac{24,000}{8} = 3,000, \text{ capital.}$$

Para hallar el tanto por ciento, conocido el capital i el interes que ha producido en un año, se agregan dos ceros a la ganancia, i esto se divide por el capital. Ejemplo:

¿A cómo estaria impuesto el capital de 3,000 pesos que ha producido 240 de ganancia en un año?

$$\text{Resolucion: } \frac{24,000}{3,000} = 8\ \%$$

En el interes compuesto o doble, conocido el interes del primer año, éste se suma con el capital, i esa suma es un nuevo capital con el cual se hace lo mismo que con el primero, i así se continúa segun el número de años cuya ganancia se quiere averiguar. Ejemplo:

2,000 pesos al 5 % anual en dos años, al interes doble, cuánto producirán?

Resolucion: 2,000 en el primer año da 100, que sumo con el capital, i 2,100 en otro año da 105, que sumado con 2,100 da 2,205.

Tambien puede resolverse el interes compuesto así: se divide el tanto por ciento, por 100, eso se suma con 1, la suma se eleva a la potencia respectiva, segun el número de años, i esto se multiplica por el capital. En el ejemplo anterior tendriamos:

$\frac{5}{100} = 0,05$ que sumado con 1 da 1,05, esto se eleva al cuadrado (o segunda potencia) por ser 2 los años; i ese cuadrado que es

1,1025 lo multiplico por el capital 2,000, i sale, como por el anterior procedimiento, 2,205 pesos, capital e intereses en dos años, al interes doble.

CAPÍTULO 17.

PREMIOS I DESCUENTOS.

Se llama premio en el comercio el que se concede sobre cierta clase de monedas, letras de cambio o pagarés no cumplidos.

El premio de moneda se concede sobre cada cien unidades de la clase de moneda que lo obtiene; i se resuelve multiplicando el tanto por ciento por el capital, separando dos cifras, o bien borrando dos ceros, si los hai, i sumando esto con el capital primitivo.

En el descuento, se procede de la misma manera; pero en lugar de sumar, se resta. Ejemplo:

Si queremos cambiar 3,000 pesos que tengamos en fuertes, por reales, abonándonos el 3 p%, resolveremos esta cuestion así:

$30 \times 3 = 90 + 3{,}000 = 3{,}090$ pesos que será lo que nos dan en reales por los 3,000 en fuertes.

Pero si queremos cambiar los 3,000 pesos en reales por fuertes, el 90 lo restaremos de 3,000 i quedarán 2,910 pesos que será lo que recibimos.

Si debiéndonos pagar 2,400 pesos en cierta fecha, nos los ofrecen tres meses ántes del plazo con tal de que abonemos un 6% anual por el adelanto, estableceremos la siguiente fórmula:

$$\frac{24 \times 3 \times 6}{12}$$

lo cual simplificado queda así: $2 \times 3 \times 6 = 36$ que, restado de 2,400 deja 2,364. Es decir que le borramos al capital dos ceros, i multiplicamos por el tanto por ciento, i por el número de meses, dividimos por 12, i restamos del capital.

Si en lugar de pagarnos tres meses ántes nos pagaran tres meses despues, i exijiéramos el 6% anual, sumariamos los 36 con 2,400 i el total seria lo que nos habian de pagar, es decir, 2,436 pesos.

CAPÍTULO 18.

REGLA DE COMPAÑÍA.

Se suman los capitales, esta suma se pone por denominador de la ganancia o pérdida, se simplifica este quebrado i se multiplica cada puesta por el numerador, i este producto se divide por el denominador. Si la regla es compuesta, despues de multiplicar cada capital por el tiempo que ha estado en el fondo, se hace lo mismo que en la simple, considerando, se entiende, los productos como puestas. Ejemplos :

1.° Tres individuos se reunieron en compañía i habiendo puesto el primero 360 pesos; el segundo 520 i el tercero 840, i habiendo ganado 6,880 pesos, cuánto le toca a cada uno?

Resolucion : sumadas las puestas pongo la suma 1,720 por denominador de la ganancia ; simplificado el quebrado queda reducido a $\frac{4}{1}$, i la operacion a multiplicar cada puesta por 4, de donde resulta que al primero le tocarán de ganancia 1,440, al segundo 2,080 i al tercero, 3,360, cuyas ganancias sumadas hacen la ganancia jeneral. Si no hemos dividido por el denominador depende de que éste es 1, i la unidad no multiplica ni divide.

2.° En una compañía en que un individuo habia puesto 120 pesos por 4 meses; otro 350 por 5 meses, i otro 740 por 6 meses, se perdieron 2,668 : cuánto pierde cada uno?

Resolucion : Despues de multiplicar cada capital por el tiempo, pongo la suma de los productos 6,670, por denominador de la pérdida jeneral : simplificando este quebrado viene a quedar reducido a $\frac{2}{5}$ i entónces multiplico cada producto por 2 i lo divido por 5, i da los siguientes resultados :

$$
\begin{aligned}
120 \times 4 &= 480 \times 2 : 5 = 192 \\
350 \times 5 &= 1,750 \times 2 : 5 = 700 \\
740 \times 6 &= 4,440 \times 2 : 5 = 1,776
\end{aligned}
$$

2,668 pérdida total.

CAPÍTULO 19.

REGLA CONJUNTA.

Esta regla se simplifica muchísimo cuando despues de haber puesto los antecedentes en una columna, los consecuentes en otra, i el término conocido de la pregunta debajo de los consecuentes, se va dividiendo un término de la una columna por uno de la otra, i finalmente se divide el producto de los términos que hayan quedado en la segunda columna por el producto de los que hayan quedando en la primera. Ejemplo :

Si por 24 varas de jénero me dan 8 libras de azúcar, por 16 libras de azúcar 12 pesos i por 60 pesos 480 reales, se pregunta : por 56 varas de jénero, cuántos reales me darán?

Escribo los términos en este órden :

	v.^{s}	lib.^{s}	
	24 :	8	
lib.^{s}	16 :	12	p.^{s}
p.^{s}	60 :	480 r.^{s}	
		56 v.^{s} : x r.^{s}	

Para simplificar hago uso del siguiente procedimiento: en primer lugar borro el 0 del 60 de la primera columna, i el 0 del 480 de la segunda, divido luego a 6 i a 48 por 6 i queda en la primera columna 1 en lugar del 6 i en la segunda 8 en lugar del 48; divido igualmente el 24 de la primera columna i el 12 de la segunda por 12, i queda en la primera 2 i en la segunda 1; divido este 2 de la primera columna i el 8 de la segunda por 2, i queda en la primera 1, i en la segunda 4; divido el 16 de la primera columna i el 8 de la segunda por 8, i queda en la primera 2 i en la segunda 1; divido finalmente el 2 de la primera columna i el 4 de la segunda por 2, i queda 1 en la primera i 2 en la segunda; con esta serie de simplificaciones la cuestion ha quedado así:

1 : 2
1 : 1
1 : 1
56 : x

Multiplico ahora los términos 2 i 56 de la segunda columna (porque 1 no multiplica ni divide) i tendré 112 reales, que es el resultado, pues no quedó en la primera columna por qué dividir.

Otro ejemplo: si con 12 pesos puedo comprar 60 varas, si cambio 50 varas por 20 arrobas, si por 80 arrobas me dan 32 libros, se pregunta: por 100 pesos, cuántos libros me darán?

12 : 60
50 : 20
80 : 32
100 : x

Hechas las simplificaciones por el mismo método queda reducida a:

1 : 1
1 : 1
1 : 8
10 : x

Resuelta: $x = 8 \times 10 = 80$ libros.

CAPÍTULO 20.

REGLA DE TESTAMENTO.

En esta regla se reducen los quebrados si los hai a un comun denominador, i sin hacer caso de éste se hace todo lo demas como en la regla de compañía; considerando los numeradores como las puestas de los socios, i el capital que se reparte como la ganancia comun.

Deseando repartir 194 pesos en partes proporcionales a los quebrados $\frac{1}{5}$, $\frac{2}{3}$ i $\frac{3}{4}$ usaremos el siguiente procedimiento: reducidos los quebrados a un comun denominador i sumados los numeradores 12, 40 i 45 hallo la suma 97, que la pongo por denominador de 194; simplificado este quebrado queda reducido a $\frac{2}{1}$ i entónces no hai mas que hacer que multiplicar estos mismos numeradores por el numerador 2 i salen los productos 24, 80 i 90 que sumados hacen 194 pesos que íbamos a distribuir.

Si el capital se va a distribuir en partes proporcionales a números enteros, estos mismos números se consideran como las puestas de los socios, i en lo demas se procede como en el ejemplo anterior.

CAPÍTULO 21.

REGLA DE ALIGACION.

Para resolver esta regla cuando es simple se coloca la especie mayor arriba, la menor debajo i la média entre las dos; despues se resta la especie menor de la média, i su diferencia se pone al lado derecho de la mayor, se resta luego la média de la mayor i la diferencia se pone al lado derecho de la menor; i en lo demas se procede como en la de compañía considerando las diferencias como el capital de cada socio, i la cantidad del mixto como la ganancia comun. Ejemplo:

Tiene un artillero pólvora que arroja la bala a la distancia de 80 varas, i pólvora que la arroja a la de 20 varas, i se le piden 40 arrobas de pólvora que arroje la bala a distancia de 40 varas.

$$\begin{array}{lll} & 80-20-13\frac{1}{3} & \\ \frac{40}{60}=\frac{2}{3}-\!-40 & & \\ & 20-40-26\frac{2}{3} & \\ & \overline{60}\quad\overline{40} & \end{array}$$

$$20\times 2 : 3 = 13\tfrac{1}{3}$$
$$40\times 2 : 3 = 26\tfrac{2}{3}$$

Colocadas las especies como se ha enseñado i como se ve en le ejemplo, resto la especie menor de la média i su diferencia 20 la coloco al lado derecho de la mayor, resto igualmente la especie média de la mayor, i su diferencia 40 la coloco al lado derecho de la menor: sumo estas diferencias, i la suma 60 la pongo debajo de la cantidad del mixto 40, simplificado el quebrado $\frac{40}{60}$ queda reducido a $\frac{2}{3}$; ahora multiplico cada diferencia por 2 i la divido por 3, i de ahí vienen los resultados $13\frac{1}{3}$ i $26\frac{2}{3}$ que, sumados, dan 40, cantidad pedida.

Cuando la regla es compuesta, es decir, que se junten mas de dos especies, se colocan éstas en una columna de mayor a menor, poniendo en medio la especie média; teniendo cuidado de repetir alguna especie que falte: hecho esto se restan todas las especies de la média, i las diferencias se ponen cambiadas, de manera que la diferencia entre la mayor de todas i la média quede al lado derecho de la menor de todas i vice–versa, i despues se procede como en el ejemplo anterior.

Hai aguardiente de 36, de 30, de 22 i de 20 grados, i se piden 18 botellas de 24 grados.

$$
\begin{array}{rrl}
 & 36 - & 4 = 3 \\
 & 30 - & 2 = 1\tfrac{1}{2} \\
\frac{18}{24} = \frac{3}{4} \text{———} & 24 & \\
 & 22 - & 6 - 4\tfrac{1}{2} \\
 & 20 & 12 = 9 \\
\hline
 & & 24 \quad 18 \quad \text{botellas.}
\end{array}
$$

CAPÍTULO 22

REGLA DE SUPOSICION.

Como son de tan diferente naturaleza las cuestiones de esta regla, nos limitamos a presentar algunos ejemplos, dando en su resolucion las reglas para abreviarla.

(No debe olvidar el profesor que lea este capítulo, que por el método ordinario la resolucion de las cuestiones de esta regla es sumamente larga).

Ejemplo 1.°

Si añado a la de un padre
La edad del hijo,
Me da por resultado
Setenta i cinco;
Pero restando
Hallo por diferencia
Cuarenta i cuatro.

Resolucion: Cuestiones como ésta se resuelven sumando los dos números dados, i la mitad de esta suma es el número mayor. Así en el ejemplo citado, diremos;

$$75 + 44 = 119$$

Mitad de la suma: $59\frac{1}{2}$ número mayor, luego el menor será:

$$75 - 59\tfrac{1}{2} = 15\tfrac{1}{2}$$

O bien restando el uno del otro, i la mitad de esa resta es el número menor: resolviéndolo así, diriamos:

$$75 - 44 = 31$$

Mitad de la diferencia: $15\frac{1}{2}$ número menor, luego el mayor será:

$$75 - 15\tfrac{1}{2} = 59\tfrac{1}{2}$$

Ejemplo 2.°

En casa tengo una alberca
I entra el agua por dos caños,
La llena el uno en dos horas,
I el otro la llena en cuatro;
¿En cuántas la llenarán
Estando ámbos destapados?

Cuestiones como ésta se resuelven dividiendo el producto de los dos números por la suma de ámbos; así en este ejemplo tendremos:

$$\frac{2\times4}{2+4}=\frac{8}{6}=1\tfrac{2}{6} \text{ horas.}$$

Ejemplo 3.°—A un individuo le preguntaron cuánto valia su caballo i dijo: si el valor de mi caballo se multiplica por 6, si a este producto se le quitan 20, si la diferencia se suma con 48, i esta suma se parte por 4, el cuociente será igual a 187.

Resolucion:—Estableceré la siguiente fórmula:

$$X\times6-20+48\ :\ 4=187$$

Comenzando por la derecha, haré con 187 lo contrario de lo que los signos indican, i entónces la fórmula anterior se cambia en esta:

$$187\times4-48+20\ :\ 6=X=120$$

Efectuadas las operaciones resulta 120 pesos valor del caballo.

Ejemplo 4.°—Se pide un número que, sumado con sus $\frac{2}{5}$, dé una suma igual al mismo número mas 20, es decir:

$$X+\tfrac{2}{5}=X+20$$

Para saber cuál sea el número pedido, multiplico el 20 por el denominador i divido por el numerador. Así:

$$20\times5\ :\ 2=50$$

Los $\frac{2}{5}$ de 50 son 20 que sumado con 50 da 70 que es el mismo $50+20$.

CAPÍTULO 23.

CONCLUSION.

Pondremos fin a este tratado haciendo algunas advertencias necesarias para poner en práctica con provecho los ejercicios de que nos hemos ocupado.

1.ª Supongamos que comienza un profesor una clase de Cálculo con veinte alumnos: a pocas lecciones no mas habrá comprendido cuáles tienen aficion a este estudio, i dedíquese esclusivamente a éstos, porque si en todas las ciencias i artes se necesita una voluntad decidida para poder adelantar, en ésta, sobre todo, es una condicion indispensable. Aquellos niños que no se interesan por nada, que lo miran todo con indiferencia, que aborrecen el estudio a la primera dificultad que se les presenta; aquellos niños, en fin, a quienes se les llama metafóricamente *petacas*, no pueden adelantar nada en una clase de Cálculo.

2.ª No se canse el maestro, por nada, en repetir diez, doce o veinte, o mas veces un mismo ejercicio con cada alumno: el maestro que no tenga la suficiente paciencia para sufrir esta monotonía no puede enseñar Cálculo.

3.ª Cuídese escrupulosamente de arrancar de los niños aquellos malos hábitos contraidos en otras clases, tales como el de contar en los dedos, repetir la pregunta que se les acaba de hacer, cambiar los factores en las multiplicaciones que hagan de memoria, apuntar las unidades de especie superior que tienen que llevar en cada suma o producto parcial, escribir el multiplicador o el divisor cuando consten solo de una cifra, señalar con el lápiz o con el dedo cada cifra que van sumando, restando o multiplicando, porque entónces el pensamiento queda sujeto al movimiento de la mano, que es ménos rápido.

4.ª Evítese que el niño nombre cada cifra que va sumando, restando o multiplicando, i en jeneral toda palabra inútil; i téngase en cuenta que solamente son útiles aquellas que espresan un resultado final. En la suma de esta columna, por ejemplo, deberá proceder así el alumno:

8
6—catorce
9—veinte i tres
7—treinta
5—treinta i cinco
——
35

Pero únicamente nombrará el alumno el último resultado.

5.ª La mejor recomendacion de este sistema es la que nos ha proporcionado la práctica de largos años de constante trabajo, i consiste en poder asegurar que los estudiantes mas aprovechados en todas las clases son aquellos que concurren a las de Cálculo, lo cual quiere decir que su influencia provechosa se estiende no solo a las ciencias numéricas, sino tambien a todos los demas ramos del saber humano.

6.ª Ojalá llegue el dia en que todos los profesores i padres de familia se convenzan de que el Cálculo es ARTE i que debe enseñarse como tal, suprimiendo definiciones i demostraciones que a nada conducen en la práctica; sepa un niño hacer sus operaciones con velocidad i exactitud, aplicando a cada caso la regla correspondiente, para lo cual basta la reflexion, i déjese de teorías que le llenarán la cabeza sin mas fruto que su propia confusion.

Enséñese, pues, el Cálculo lo mismo que se enseña la jimnástica, por ejemplo: mándesele al niño que marche, que corra, que salte, que luche, i déjesele que defina o analice luego que pueda lo que son la marcha, la carrera, el salto o la lucha.

FIN.

INDICE.

UNIVERSIDAD EAFIT®
Abierta al mundo
Biblioteca Sala Patrimonial