



Vigilada Mineducación

**IMPACTO DE LA INCLUSIÓN DE *COMMODITIES* EN UN  
PORTAFOLIO PARA EL MILA Y BRASIL**

**JOHN JAIME ANDRÉS CLAVIJO MORENO  
EDWIN LIBARDO SÁNCHEZ MORENO**

**Asesor de proyecto  
MSc. Juan Carlos Botero Ramírez**

**UNIVERSIDAD EAFIT  
Escuela de Finanzas, Economía y Gobierno  
Maestría en Administración Financiera (MAF)  
Bogotá, D.C. 2023**

## Contenido

INTRODUCCIÓN .....	7
OBJETIVOS.....	10
General.....	10
Específicos.....	10
MARCO TEÓRICO .....	11
Bolsa de Valores de Colombia (BVC) .....	13
Bolsa de Santiago (Chile).....	14
Bolsa de Valores de Lima (BVL).....	16
Bolsa Mexicana de Valores (BMV) .....	17
El Mercado Integrado Latinoamericano (MILA) .....	18
Bolsa de Valores de Brasil.....	19
Análisis de los Bonos Soberanos.....	20
Activos de renta variable .....	21
Modelo de Optimización de Markowitz.....	26
Ratio de Sharpe.....	30
METODOLOGÍA .....	31
RESULTADOS.....	35
Títulos de renta fija.....	35
Títulos de renta variable .....	38
Conformación del modelo de Markowitz.....	41
<i>Commodities</i> .....	44
Conformación del modelo de Markowitz con la inclusión de los <i>commodities</i> .....	45
CONCLUSIONES .....	50
BIBLIOGRAFÍA.....	52

### Lista de gráficos

Gráfico 1. Comportamiento del bono de México.....	36
Gráfico 2. Comportamiento del bono de Brasil. ....	37
Gráfico 3. Comportamiento del bono de Colombia. ....	37
Gráfico 4. Comportamiento del bono de Perú.....	38
Gráfico 5. Comportamiento del bono de Chile. ....	38
Gráfico 6. Portafolio óptimo bajo el modelo de Markowitz. ....	43
Gráfico 7. Distribución portafolio según el modelo de Markowitz. ....	44
Gráfico 8. Nuevo Portafolio óptimo con la inclusión de <i>commodities</i> bajo el modelo de Markowitz. .....	48
Gráfico 9. Distribución del nuevo portafolio con la inclusión de <i>commodities</i> según el modelo de Markowitz. ....	49

### Listado de tablas

Tabla 1 Evolución de cifras del MILA.....	19
Tabla 2 Acciones del mercado MILA más Brasil.....	22
Tabla 3 Lista de datos atípicos. ....	33
Tabla 4 Resultados Bonos soberanos del MILA más Brasil.....	35
Tabla 5 Resultados de los índices del MILA más Brasil. ....	39
Tabla 6 Resultados acciones en dólares de los países del MILA más Brasil.....	39
Tabla 7 Retornos y desviaciones de activos para el modelo Markowitz. ....	41
Tabla 8 Matriz de correlación para los activos seleccionados. ....	42
Tabla 9 Resultados de los <i>commodities</i> . ....	45

Tabla 10 Retornos y desviaciones de activos con la adición de <i>commodities</i> para el modelo Markowitz. ....	45
Tabla 11 Matriz de correlación para los activos y <i>commodities</i> seleccionados. ....	47

## RESUMEN

El proceso de globalización que se ha presentado durante los últimos 30 años ha ofrecido una variedad de alternativas de inversión para los distintos actores que participan en el mercado financiero. Cada inversionista adapta estas alternativas a su perfil de riesgo, tratando de encontrar el punto que sea más eficiente desde una perspectiva de media-varianza. Tradicionalmente se buscan bonos soberanos, acompañados de inversiones con un mayor componente de riesgo como las acciones.

Los *commodities* se convierten en una alternativa para generar una diversificación de portafolios más amplia a la tradicional. Gao y Nardi (2018) sugieren que estos activos cuentan con “cualidades que permiten lograr un alto retorno, diversificación del riesgo y protección contra la inflación” (pág. 366). Teniendo en cuenta lo anterior, este trabajo tiene como objetivo medir el impacto de la inclusión de *commodities* en un portafolio de índices bursátiles, acciones y de renta fija para los países miembros del Mercado Integrado Latinoamericano – MILA – más Brasil, en un periodo de tiempo que va desde el 1 de enero del 2013 al 31 de diciembre de 2022. El resultado es el diseño de un portafolio con los mejores activos bajo el modelo de optimización de media-varianza desarrollado por Harry Markowitz.

**Palabras clave:** *Commodities*, modelo de Markowitz, Mercado Integrado Latinoamericano – MILA –, índices bursátiles, títulos de renta fija.

## ABSTRACT

The process of globalization that has occurred in the last 30 years has offered a variety of investment alternatives for the various actors participating in the financial market. Each investor adapts these alternatives to their risk profile, trying to find the most efficient point from a mean-variance perspective. Traditionally, sovereign bonds are sought, accompanied by investments with a higher risk component such as stocks.

Commodities become an alternative to generate a wider portfolio diversification than the traditional one. Gao and Nardi (2008) suggest that these assets possess “qualities that allow for high returns, risk diversification, and protection against inflation” (p. 366). Taking the above into consideration, this work aims to measure the impact of the inclusion of commodities in a portfolio of stock market indices, stocks, and fix income for the members countries of the Latin American Integrated Market -MILA- and Brazil, in a period ranging from January 1, 2013, to December 31, 2022. The result is the design of a portfolio with the best assets under the mean-variance optimization model developed by Harry Markowitz.

**Key words:** Commodities, Markowitz model, *Latin American Integrated Market -MILA-*, stock market indices, fix income.

## INTRODUCCIÓN

Los mercados financieros tienen como principal función ser un eje centralizador del ahorro de las familias e inversión de las empresas para que las personas que ahorran tengan una buena remuneración por prestar ese dinero y, al mismo tiempo, las empresas puedan disponer del recurso para realizar inversiones a corto, mediano y largo plazo, con el fin de generar un rendimiento para estas y sus partes interesadas.

Los mercados financieros se mueven por las leyes de oferta y demanda, por lo cual estos se enmarcan en un escenario de volatilidad, tal como se explica suficientemente en el artículo “La volatilidad en mercados financieros y de *commodities*, un repaso de sus causas y la evidencia reciente” (Rossi, 2013) en donde se indica que:

*La volatilidad es un concepto que refiere a la inestabilidad o variabilidad de los precios. No implica necesariamente modificaciones en el nivel promedio, sino una mayor dispersión alrededor de ese promedio. De hecho, es posible que el nivel medio de precios experimente cambios sin que se modifique la volatilidad, como ocurriría toda vez que la oferta y la demanda sufran impulsos positivos o negativos que equilibren el mercado en un nuevo nivel. Contrariamente, podría con el tiempo verificarse una disminución o incremento en la variabilidad de los precios sin que haya cambios en su nivel medio (p. 61).*

En consecuencia, es de vital importancia realizar la selección de un portafolio de inversión que permita mitigar el riesgo, además de conocer condiciones como la participación a invertir y los activos seleccionados, para así lograr obtener un mayor rendimiento y diversificación, que es lo que permitirá tomar mejores decisiones.

Por lo anterior, una de las opciones que podría incluirse en un portafolio de inversiones, específicamente para el Mercado Integrado Latinoamericano, que por sus siglas se conoce como – MILA – más Brasil, serían los *commodities*. Es decir, aquellos activos que corresponden a productos que se negocian en los mercados mundiales, cuya producción está asociada a los países en proceso de desarrollo que poseen ventajas comparativas en este tipo de recursos productivos. Nicko Alberto (2019) indica que los *commodities* son insumos producidos en gran escala y con mínimo valor agregado, que son demandados por países de alta industrialización, los cuales necesitan de tales productos para dar sostenibilidad a sus procesos productivos. Esto en cierta forma genera la volatilidad de sus cotizaciones (p. 56). Igualmente, puede decirse que los *commodities* son materias primas producidas en masa por el hombre, de las cuales existen grandes cantidades disponibles en la naturaleza, por un valor muy bajo y poca especialización. A continuación, se visualizan algunos ejemplos de inclusión de *commodities* en los mercados globales:

*Gorton y Rouwenhorst (2006) construyen un índice de futuros de materias primas de ponderación que genera un alto rendimiento anualizado promedio de 9,98% con reequilibrio mensual durante 1959–2004. También documentan que los rendimientos mensuales, trimestrales y anuales del índice, tienen una correlación insignificante (negativa) con acciones y bonos, pero una correlación positiva con la inflación. En consecuencia, los autores sugieren que los futuros de materias primas podrían ser un diversificador ideal para las carteras de inversión tradicionales en renta variable/renta fija (pp. 47-68).*

Erb y Harvey (2006) “demuestran que la incorporación de futuros de materias primas en un portafolio de acciones/bonos mejora significativamente el perfil de riesgo-rentabilidad, si el exceso de rentabilidad del portafolio de materias primas supera el 3%” (pp. 69-97).

A partir de este trabajo se analizará cuál es el impacto de incluir *commodities* en la diversificación de un portafolio de inversión para el mercado MILA, más Brasil, para dar respuesta a la pregunta que motiva esta investigación. Se seleccionarán los bonos emitidos por los gobiernos de cada país objeto de este estudio (Brasil, Chile, Colombia, Perú y México), los índices bursátiles con mayor representación en los países mencionados y las acciones con mayor capitalización bursátil y/o transacciones diarias, dentro de una serie de diez años. Con el objeto de obtener la información homogénea, es decir, bajo la misma denominación, se buscarán aquellos activos cuya cotización esté dada en dólares americanos (USD). Con los activos seleccionados, se generarán los retornos, desviaciones estándar y el *Ratio de Sharpe*, para posteriormente seleccionar los activos que generen un *Ratio de Sharpe* positivo. Finalmente, se evaluarán las correlaciones entre sí y se generará el portafolio óptimo, bajo el modelo de Markowitz.

En el tercer escalón del estudio, se efectuará la identificación de los *commodities* que se tendrán en cuenta en el análisis, generando los respectivos retornos, desviaciones estándar y *Ratios de Sharpe*. Se tendrán en cuenta aquellos *commodities* que tengan un *Ratio de Sharpe* positivo, y se incluirán igualmente los activos previamente seleccionados correspondientes a bonos, acciones e índices, evaluando las correlaciones entre sí, para posteriormente conformar el portafolio óptimo, de acuerdo con el modelo de Markowitz. Por último, se concluirá con el impacto de los *commodities* en un portafolio de este estilo, incluyendo una revisión de las ventajas específicas que dichos bienes básicos agregan a un portafolio tradicional.

La presente investigación está conformada por los siguientes apartados: Introducción, objetivos, marco teórico, metodología, resultados y conclusiones.

## OBJETIVOS

### General

Medir el impacto de la inclusión de *commodities* en un portafolio de inversión de renta fija y renta variable en el Mercado Integrado Latinoamericano – MILA – más Brasil, utilizando el modelo de optimización de Markowitz (1952).

### Específicos

- Seleccionar un índice bursátil o de activos de renta variable, y un título de renta fija para cada país objeto de estudio y generar los retornos, el riesgo (volatilidad) y el *Ratio* de *Sharpe* asociado a cada activo en una serie de tiempo de diez años.
- Conformar el portafolio bajo el modelo Markowitz con los activos de renta fija e índices bursátiles o activos de renta variable que muestren un *Ratio* de *Sharpe* positivo.
- Seleccionar activos que pertenezcan al grupo de *hard*<sup>1</sup> y *soft*<sup>2</sup>*commodities* y generar los retornos, riesgo (volatilidad) y *Ratio* de *Sharpe* asociado a cada activo en una serie de tiempo de diez años.
- Establecer un nuevo portafolio bajo el modelo de Markowitz, en donde se contemplen los activos de renta fija, índices bursátiles, activos de renta variable y los *commodities* que mostraron un *Ratio* de *Sharpe* positivo.
- Evaluar el impacto de los *commodities* en el nuevo portafolio óptimo para el grupo de activos seleccionados.

---

<sup>1</sup> *Hard Commodity*: Materias primas consistentes de recursos naturales, como los metales, petróleo, etcétera.

<sup>2</sup> *Soft Commodity*: Materias primas a través de los procesos de agricultura, como : soja, algodón, arroz, azúcar, café, etcétera.

## MARCO TEÓRICO

Según la RAE, la expresión inglesa *commodities* hace referencia a las materias primas o a los productos básicos con objeto de comercialización (2005). Por lo tanto, en una jerga económica, los *commodities* son bienes básicos que se utilizan como insumos en la producción de otros bienes y que pueden ser usados en el comercio o en el sector financiero, como objetos de adquisición (activos subyacentes) (Universidad de la Sabana, s.f.).

De acuerdo con Geman (2005), los *commodities* se clasifican en (I) **Agrícolas:** provienen de organismos vivos como los animales terrestres o marítimos y plantas y se utilizan como comida humana, alimentación animal o fibra natural (Commodity Futures Trading Commission, 2011) Además, se subdividen en granos y semillas, suaves y son aptos para la ganadería; (II) **Metales:** son todos aquellos que son extraídos de la tierra, que son sólidos a temperatura ambiente, presentan una alta conductividad eléctrica y térmica, tienen un aspecto metálico, con un brillo característico producto de su alta reflectividad, y son maleables, fusibles y dúctiles (Nordberg & Costa, 2015) y (III) **Energéticos:** que incluyen aquellos bienes que tienen la capacidad, de manera directa o tras alguna o varias transformaciones, de generar trabajo, es decir, de producir fuerza sobre distancia (Giancoli, 1997, pp. 14-15).

En los mercados internacionales, los principales vehículos para invertir en *commodities* son (Casado, Márquez, San Martín, & Sarrias, s.f.):

- a. Fondos de Inversión.
- b. Productos Estructurados.
- c. Índices.

- d. ETF's.
- e. Acciones de empresas relacionadas.
- f. Futuros y opciones.

Dunsby & Nelson (2010) clasificaron los índices de *commodities* en tres generaciones. La primera generación, creados en 1991, también conocidos como los índices pasivos, reúne activos que están enfocados en la producción global, liquidez, interés y adaptabilidad como los principales determinantes para el peso individual de cada *commodity* dentro del índice. Allí se encuentran el S&P GSCI (*Goldman Sachs Commodities Index*) y el DJCI (*Dow Jones-AIG UBS Commodity Index*). Como resultado de tales características, estos índices preocupan a los inversionistas, ya que no fueron diseñados para servir como base de inversión lo que hace que no sean tan apetecidos en el mercado. Así mismo, los autores consideran que este tipo de *benchmark* no se encuentra diseñado para que los inversionistas maximicen los retornos.

Como parte de la segunda generación, se encuentran los índices como el *Deutsche Bank Liquid Commodity Index* que, a diferencia de la primera generación, fija un porcentaje para cada *commodity* en el índice, con una fecha de vencimiento dentro de los siguientes trece meses con el mayor “*implied roll yield*”. También configuran esta generación, el *UBS Bloomberg Constant Maturity Commodity Index* y el *JP Morgan Commodity Curve Index (JPM CCI)* que toman tres meses a partir de ahora. Vale la pena resaltar que estos índices fueron creados entre diez y quince años después de que la primera generación salió al mercado, permitiéndose comparar en una serie mayor de tiempo y así mismo tener un *benchmark* comparativo, porque fueron creados sin una serie histórica. En consecuencia, esta segunda generación de índices es considerada como una herramienta útil para los inversionistas.

Por último, se encuentran los índices activos, que son aquellos cuya composición está cambiando constantemente (en su mayoría en un mes), con lo que se generan los mejores rendimientos para los inversionistas con datos de precios históricos. Por ejemplo, *SummerHaven Index Management* creó el *SummerHaven Dynamic Commodity Index (SDCI)*, el cual tomó un universo de 27 *commodities*, para posteriormente hacer un portafolio con catorce de ellos con una ponderación igual. Esto hace que el portafolio de futuros de *commodities* sea más diversificado y mantengan retornos en cada uno de los catorce *commodities* seleccionados cada mes con una ponderación distinta.

Igualmente, se dará una breve mirada a cada una de las bolsas de los países en estudio. Se revisarán la Bolsa de Valores de Colombia (BVC), después la Bolsa de Santiago, para posteriormente hablar sobre la Bolsa de Valores de Lima (BVL), la Bolsa Mexicana de Valores (BMV) y, por último, la Bolsa de Valores de Brasil (BOVESPA). Vale la pena mencionar que desde el 2011, las primeras cuatro entidades integraron un grupo a nivel latinoamericano, conocido como MILA, cuyo principal objetivo es dar acceso a los inversionistas de cada país a los activos de los demás países, lo cual les ha permitido ampliar su portafolio internacional y tener acceso de manera simple y eficiente a sus mercados bursátiles.

### **Bolsa de Valores de Colombia (BVC)**

Esta Bolsa surgió en 2001 como resultado de la integración de las principales bolsas de valores que operaban en el Colombia, como lo eran la de Bogotá, la de Occidente y la de Medellín. La BVC opera bajo la vigilancia y el control de la Superintendencia Financiera de Colombia, organismo adscrito al Ministerio de Hacienda y Crédito Público, antes conocida como la Comisión Nacional del Mercado de Valores (CNMV).

El principal objetivo de la BVC es:

*...dar cumplimiento al propósito organizacional del Grupo BVC, de ser el centro de conexión de las personas y los deseos de crecimiento de las empresas, liderando la transformación del mercado de capitales. De esta forma, se busca contribuir al crecimiento económico, sostenible e inclusivo de Colombia, facilitando la movilización del capital entre los que tienen los recursos para invertir y los que requieren capital para innovar y crecer, a través del buen funcionamiento de los mercados administrados en un ambiente transparente, eficiente, seguro, confiable y regulado (2023).*

Según el sitio web de la BVC, hay 178 empresas que son emisores de valores de distintos sectores: financiero, construcción, *oil & gas*, energía, servicios públicos, entre otros. Allí se encuentran listadas entidades como Ecopetrol, Corficolombiana, Bancolombia, Grupo Aval, Grupo Sura, Grupo Argos, Nutresa, Cementos Argos, ISA, Davivienda y otras. Se mencionan estos títulos porque son las acciones con mayor número de transacciones en un día de operaciones del mercado bursátil colombiano.

Cabe anotar que el índice bursátil mide el crecimiento o decrecimiento del valor de las acciones que lo componen, con el fin de permitirle a los inversionistas una imagen del comportamiento del mercado completo. El MSCI<sup>3</sup> Colombia en dólares es un índice que contiene la canasta de acciones más líquidas ponderadas por capitalización de los participantes del mercado bursátil colombiano.

### **Bolsa de Santiago (Chile)**

Esta Bolsa nació en el año 1893, convirtiéndose en una de las quince primeras entidades de carácter bursátil creadas en el mundo, por lo que han pasado por allí una gran cantidad de activos

---

<sup>33</sup> MSCI: Morgan Stanley Capital International.

financieros. En un principio fue creada bajo la batuta del gobierno, que posteriormente ejecutó la privatización de múltiples empresas, incluyendo esta plaza bursátil.

Desde su creación, la Bolsa de Santiago ha buscado ser líder en la industria bursátil, desarrollando un mercado transparente, responsable y sostenible. Incluso fue una de las primeras Bolsas del mundo en implementar un sistema interconectado con otras 33 entidades similares, con el fin de intercambiar información en tiempo real sobre los títulos allí listados. Como respaldo a esta estrategia, la Bolsa de Santiago ha experimentado un sinnúmero de transformaciones tecnológicas que datan de la década de los 80's. Adicionalmente, la globalización tuvo un impacto considerable en la política económica en el país austral, haciendo que muchas de las empresas chilenas se abrieran a competir en los mercados internacionales, haciéndose necesario contar con fuentes ágiles de capital y encontrando en esta plaza bursátil una alternativa importante.

A raíz de la pandemia del COVID-19, la Bolsa de Santiago ha acentuado sus esfuerzos por convertirse en pionera en la utilización e implementación de nuevas tecnologías para las transacciones en el mercado de valores, por lo que ha invertido en el desarrollo de aplicaciones relacionadas con *blockchain*. Así mismo, ha priorizado la seguridad informática de los actores que operan en su plataforma, como consecuencia del incremento del 30% en ciberdelitos que se presentaron en Chile durante el año 2021 (PDI, 2022).

Al cierre de operaciones del año 2022, en total se tenían 101 emisores de valores, las cuales tuvieron una capitalización de mercado de alrededor de USD 150 mil millones, entre los mercados accionarios, renta fija y monetarios. El MSCI Chile en dólares es un índice que contiene la canasta de acciones más líquidas ponderadas por capitalización de los participantes del mercado bursátil chileno.

## **Bolsa de Valores de Lima (BVL)**

Creada en mitad del siglo XIX y conocida anteriormente como la Bolsa de Comercio de Lima. La BVL tiene como misión “contribuir al desarrollo del Perú, liderando el crecimiento del mercado de capitales, promoviendo e incentivando el financiamiento y la inversión a través de instrumentos del mercado de valores” (Bolsa de Valores de Lima, s.f.). En su larga historia, la BVL ha tenido un notorio crecimiento, consolidándose entre las primeras cinco plazas bursátiles con mayor número de transacciones en Latinoamérica.

En 1971 se dio su gran proceso de transformación y se convirtió en la entidad que se conoce actualmente. La década de los 90's fue precisamente la época de gloria para este operador bursátil, ya que se situó como una de las más rentables del mundo, logrando implementar el sistema de negociación electrónico. No es dato menor que, Perú es uno de los países que más apoya el crecimiento de sus medianas empresas, por lo que lanzó, paralelamente al grueso de su operación bursátil diaria, el Mercado Alternativo de Valores (MAV), cuyo principal objetivo es brindar la oportunidad de financiamiento de este tipo de compañías a través de la emisión de valores. En este sentido, la empresa que desee listarse tiene cumplir con unos requisitos mínimos, tales como tener un total de facturación de hasta 350 millones de soles (aproximadamente USD 93.000.000), pero no tan estrictos como en el mercado regular. Como se verá más adelante, la BVL es miembro pionero del MILA junto con Colombia y Chile en 2011.

De acuerdo con el sitio web de la BVL, hay 262 empresas listadas allí entre emisores de renta variable y de renta fija. El MSCI Perú en dólares es un índice que contiene la canasta de acciones más líquidas ponderadas por capitalización de los participantes del mercado bursátil peruano.

## **Bolsa Mexicana de Valores (BMV)**

La época transcurrida entre 1880 y 1900 fue fundamental para la creación de la Bolsa Mexicana de Valores (BMV), debido a que, durante este tiempo, en pleno centro de la Ciudad de México (CDMX), se reunían empresarios y corredores a ejercer la actividad de compraventa de bienes y valores, actividad que posteriormente se realizó a puerta cerrada. No obstante, no fue hasta octubre de 1895 que se consolidó la Bolsa de México S.A., como consecuencia de su fusión con la Bolsa Nacional, creada un año atrás. Sin embargo, en 1933, bajo la Ley Reglamentaria de Bolsas, se constituyó la Bolsa de Valores de México que un par de décadas después acogió a la Bolsa de Monterrey y de Occidente (Guadalajara) para cambiar su denominación hacia lo que se conoce hoy como la Bolsa Mexicana de Valores (BMV).

Las transformaciones tecnológicas llegaron a la gran mayoría de bolsas del mundo y la BMV no fue la excepción. Así las cosas, en 1988 iniciaron el despliegue electrónico de información del mercado de capitales y mercado de dinero y 10 años más tarde, en 1998, se fundó Bursatec, una subsidiaria de la BMV. Dicha subsidiaria tenía como objetivo proporcionar tecnología de vanguardia para la continuidad operativa del negocio, impulsando así el crecimiento de los mercados financieros en un marco de competitividad internacional.

Con este marco de acción a comienzos de los años 2000, la BMV firmó dos grandes alianzas con otras bolsas a nivel global. Una de ellas con la Chicago Mercantile Exchange (CME), con el fin de llevar los futuros de *commodities* mexicanos a los grandes inversionistas internacionales.

Al cierre de 2021 se registraron 139 empresas emisoras listadas en la BMV, con un *market cap* total de USD 335.391 millones. El MSCI México en dólares, es un índice que contiene la canasta de

acciones más líquidas ponderadas por capitalización de los participantes del mercado bursátil de este país.

### **El Mercado Integrado Latinoamericano (MILA)**

Como resultado de la globalización, se ha promovido la integración de los mercados financieros en cualquier parte del mundo. Un claro ejemplo de esta combinación se encuentra en el Mercado Integrado de Latinoamérica (MILA), el cual se constituyó el 30 de mayo del 2011 bajo el marco de la II Cumbre de la Alianza del Pacífico celebrada en la Ciudad de Mérida, Estado de Yucatán en México. Se trató de un acuerdo de integración, sin fusión, entre las bolsas y los depositarios de Colombia, Chile y Perú, con la posterior incorporación de los participantes del mercado mexicano a mediados de 2014. Hoy en día, el MILA es considerado como la segunda plaza bursátil más importante de Latinoamérica (Cardona-Montoya, 2021, pág. 3). El objetivo de este mercado es brindar acceso simple y eficiente a los cuatro mercados, dando la posibilidad a los participantes de ampliar el portafolio de productos y contar con un servicio al alcance de un inversor.

*Con esta integración se fomenta una mejor administración del riesgo, genera oportunidades de inversión en renta variables a más de 700 compañías listadas, se fortalece la interconexión entre más de 60 intermediarios que negocian bajo normas homologadas, hacen que la compensación y liquidación de operaciones sea fácil, segura, costo-eficiente y sin duplicidad de procesos; y permite que la custodia de valores se mantenga en los mercados de origen, con completa interconexión entre depósitos (Bolsa de Valores de Colombia, 2023).*

En la tabla 1 se presentan las principales cifras del MILA para el periodo comprendido desde 2015 hasta el 2020.

Tabla 1. Evolución de cifras del MILA.

		2015	2016	2017	2018	2019	2020
Chile	Volumen*	1.28	2.38	4.16	6.73	5.1	2.12
	Capitalización*	401	210	296	250	206	153
	Emisores	224	217	212	205	203	198
Colombia	Volumen*	1.81	1.27	1.18	0.72	0.86	0.68
	Capitalización*	88	104	122	105	133	81
	Emisores	73	71	69	68	68	67
México	Volumen*	10.9	9.71	8.97	7.17	6.94	7.5
	Capitalización*	91	352	416	385	415	311
	Emisores	276	137	141	140	139	140
Perú	Volumen*	0.09	0.19	0.35	0.32	0.2	0.18
	Capitalización*	191	124	99	93	104	88
	Emisores	173	280	134	225	214	214

\* Cifras en miles de millones de dólares al mes de diciembre, excepto en 2020, año en que el último reporte en la página de MILA es de septiembre.

Fuente: Gurrola-Ríos, Rodríguez-Benavides y López-Herrera (2021).

## Bolsa de Valores de Brasil

Por último, se describirá la Bolsa de Valores de Brasil, mejor conocida como La Bolsa de BOVESPA, fundada en 1808 y se encuentra ubicada en la ciudad de Sao Paulo, el mayor centro financiero del país, considerada como una de las más importantes a nivel mundial y la primera en América Latina.

Según un artículo publicado en el sitio web de bolsa24.net (2022), en Brasil hay diferentes índices en el mercado de valores, siendo los más conocidos: (I) **BOVESPA**: es el índice más representativo del mercado, tanto por capitalización de mercado como por volumen de negociación. Es el índice líder de la Bolsa de Valores de São Paulo. (II) **IBRX 50**: también llamado 50 Brasil, comprende las 50 acciones más negociadas en BOVESPA. (III) **IBRX**: tiene el mismo propósito de IBRX 50, pero incluye las 100 acciones más negociadas. (IV) **IBRA**: Índice de base amplia de Brasil, abarca una gama más amplia de empresas, con el objetivo de incluir el 99% de todas las empresas que ya han sido seleccionadas para otros índices de intercambio. Su objetivo principal es representar a las

empresas más importantes en la bolsa de valores. (V) **MLCX**: El índice Midlarge Cap muestra el desarrollo de las empresas más importantes en la bolsa de valores, representando al menos el 85% de su valor total de mercado. El MSCI Brasil en dólares es un índice que contiene la canasta de acciones más líquidas ponderadas por capitalización de los participantes del mercado bursátil brasileño.

De acuerdo con Cortés y Hernández (2016), la Bolsa de Valores de Brasil cuenta...

*“...con más de 350 empresas inscritas, de las cuales 340 son brasileñas y 10 extranjeras que tienen sus acciones en esta gran plaza bursátil. Así mismo, se puede detallar el volumen de capital que mueve este mercado mensualmente, el cual supera los USD 43 mil millones -USD - compitiendo al lado de las más grandes bolsas de valores del mundo como la de la Unión Europea con USD 743 mil millones, India con USD 79 mil millones y Sudáfrica con USD 41 mil millones; y sobre Latinoamérica, puede decirse que la de Brasil es la primera bolsa en movimientos de capital con un valor de USD 759 mil millones, seguida de la de México con USD 380 mil millones, Chile con USD 216 mil millones, Colombia con \$103 mil millones de dólares, Perú con USD 78 mil millones y Argentina con USD 67 mil millones.” (pág. 14).*

### **Análisis de los Bonos Soberanos**

Una vez analizadas las diferentes plazas bursátiles que son objeto de esta investigación, y los diferentes índices bursátiles que las componen, es importante definir los bonos soberanos emitidos por los países. Estos activos son títulos de orden crediticio, los cuales son emitidos por los gobiernos

con el fin de obtener recursos para atender diversos proyectos de inversión, ejecución de iniciativas sociales u obligaciones que surjan en el desarrollo económico de cada país.

Estos títulos presentan una rentabilidad para el inversionista, que es conocida desde la emisión del título, siempre y cuando el inversionista decida mantener esta inversión hasta el vencimiento. De ahí es de donde estos instrumentos derivan su nombre de renta fija (retorno de su inversión, más los intereses acordados por realizar dicha inversión en el tiempo acordado). Sin embargo, muchos inversionistas requieren liquidez de forma inmediata, por lo que los tenedores de dichos títulos valores se ven, en algunas ocasiones, obligados a comercializarlos en el mercado de valores, lo que generará una volatilidad en los precios del activo, producto de la oferta y demanda que presente el título al momento de la comercialización. A lo anterior, habría que adicionarle el riesgo que se asume al momento de realizar este tipo de inversiones, como es la posibilidad de que se declare el *default*<sup>4</sup> financiero.

### **Activos de renta variable**

Para otorgar un mayor nivel de diversificación a la presente investigación, se decidió agregar acciones enlistadas en las bolsas de los países miembros del MILA y de Brasil. Este factor, hace que el análisis e interpretación de la información recolectada sea más robusto. En la tabla 2, se enumeran los activos que se consideran en el modelo, acompañados por una breve descripción.

---

<sup>4</sup> Momento en el cual el emisor de un bono bien sea soberano o corporativo, se declare en la imposibilidad de pagar los intereses o del principal de una deuda cuando llega el vencimiento.

Tabla 2. Acciones del mercado MILA más Brasil.

ACTIVO	DESCRIPCIÓN
CEMEX-MÉXICO	Es una empresa operadora que se dedica principalmente, de manera directa o indirecta, a través de subsidiarias, a la producción, distribución, comercialización y venta de cemento, concreto premezclado, agregados, Clinker y otros materiales de construcción suministrados a nivel mundial.
CONTROLADORA-MÉXICO	Es una compañía dedicada al transporte de pasajeros. Sus actividades se dividen en dos regiones geográficas: México (operaciones nacionales), así como Estados Unidos de América y Centroamérica (operaciones internacionales).
TELEVISA-MÉXICO	Es una empresa de medios de comunicación, operadora de cable en México y operadora de un sistema de televisión paga vía satélite directo al hogar (DTH).
AMÉRICA MÓVIL-MÉXICO	La Compañía ofrece servicios de telecomunicaciones. Incluye servicios de voz fijos y móviles, acceso a Internet y televisión de pago, venta de equipos, accesorios y computadoras, así como otras actividades relacionadas.
COCA COLA-MÉXICO	Es una empresa embotelladora, franquicia de las bebidas Coca-Cola, registradas en todo el mundo. La empresa y sus subsidiarias se dedican a la producción, distribución y comercialización de algunas bebidas de esta marca.
WALMART-MÉXICO	Se dedica a la operación de tiendas de autoservicio. Los segmentos de la empresa son México y América Central. En México, la empresa opera a través del autoservicio, lo que incluye la operación de tiendas de descuento, hipermercados, tiendas y supermercados de membresía de precios al por mayor y otros, entre los que se incluyen almacenes y operaciones inmobiliarias con terceros.
PETROBRAS-BRASIL	Se especializa en la industria de petróleo, gas natural y energía. La Empresa se dedica a la prospección, perforación, refinación, procesamiento, comercialización y transporte de petróleo crudo desde los yacimientos de producción de petróleo <i>onshore</i> y <i>offshore</i> y de roca de esquisto u otras rocas.
ITAU-BRASIL	La compañía proporciona una gama de productos y servicios financieros a clientes individuales y corporativos en Brasil y en el extranjero. Participa en actividades bancarias,

ACTIVO	DESCRIPCIÓN
	a través de su cartera comercial, de inversión, préstamos para bienes raíces, finanzas y crédito para inversiones, carteras de arrendamiento, que incluyen operaciones en divisas y otras actividades complementarias.
BANCO BRADESCO- BRASIL	Es un banco comercial de Brasil que ofrece una gama de productos y servicios financieros y de banca al interior y en el exterior para particulares, grandes, medianas y pequeñas empresas y corporaciones e instituciones locales e internacionales. El Banco opera y administra sus negocios a través de dos segmentos: el segmento de banca y el segmento de seguros, planes de pensión y bonos de capitalización.
VALE-BRASIL	Es una productora mundial de mineral de hierro y pellets de mineral de hierro, materias primas principales para la fabricación de acero y una productora de níquel. grupo de platino, oro, plata y cobalto.
AMBEV-BRASIL	Es una Compañía brasileña dedicada al sector de elaboración de la cerveza. La Compañía produce y vende cerveza, refrescos carbonatados (CSD) y otras bebidas no alcohólicas y no carbonatadas (NANC) a lo largo de las Américas.
GERDAU-BRASIL	Es un fabricante de acero largo en Norteamérica y Sudamérica. La compañía se dedica a la producción y comercialización de productos de acero en general, a través de sus plantas ubicadas en Argentina, Brasil, Canadá, Chile, Colombia, España, Estados Unidos, Guatemala, India, México, Perú, República Dominicana, Uruguay y Venezuela.
COMPAÑIA PARANAHENSE- BRASIL	Es una compañía que se dedica a la generación, transmisión, distribución y venta de energía eléctrica en el Estado brasileño de Paraná, que también ofrece servicios de telecomunicaciones y otros.
SOQUIMIC-CHILE	Es un productor de nitrato de potasio y yodo, así como nutrientes vegetales de especialidad, derivados de yodo, litio, y sus derivados, cloruro de potasio, sulfato de potasio y ciertos productos químicos industriales.
SANTANDER- CHILE	Es un banco chileno. Los segmentos incluyen banca minorista, mercado medio, banca corporativa global y actividades empresariales (otros).

ACTIVO	DESCRIPCIÓN
ENEL-CHILE	Es una empresa de servicio eléctrico localizada en Chile. La empresa a través de sus entidades y filiales combinadas se dedica a la generación, transmisión y distribución de negocios eléctricos. Los segmentos de la empresa incluyen generación, distribución y otros ajustes de negocios y de transacción interna.
CERVECERÍA-CHILE	Es una empresa diversificada de bebidas que opera principalmente en Chile, Argentina, Bolivia, Colombia, Paraguay y Uruguay. Es una cervecera, productora de refrescos, agua y néctar, vinos y distribuidora de pisco.
LATAM-CHILE	Es una empresa que se dedica al transporte aéreo de pasajeros y carga, tanto en los mercados nacionales de Chile, Perú, Argentina, Colombia, Ecuador y Brasil, así como en una serie desarrollada de rutas regionales e internacionales en América, Europa y Oceanía.
ECOPETROL-COLOMBIA	Es una compañía petrolera que opera en Colombia, Perú, Brasil y la Costa del Golfo de los Estados Unidos. Los segmentos de la compañía incluyen Exploración y Producción, Transporte y Logística, y Refinería, Petroquímica y Biocombustibles.
BANCOLOMBIA-COLOMBIA	Es una institución financiera dedicada a ofrecer una gama de productos y servicios financieros a una base diversificada de clientes individuales, corporativos y gubernamentales en Colombia, América Latina y el Caribe.
TECNOGLASS-COLOMBIA	Es una compañía líder en la fabricación de vidrio arquitectónico y productos de aluminio para la industria mundial de la construcción, tanto comercial como residencial. Desde 1984 ha mejorado la calidad de su vidrio y ventanas, fuerza y durabilidad.
GRUPO AVAL-COLOMBIA	Es una sociedad de cartera con sede en Colombia dedicada principalmente, a través de sus filiales, a la adquisición, compra y venta de acciones, bonos y otros valores de compañías activas en el sector financiero. La entidad ofrece una variedad de productos y servicios financieros en el mercado colombiano, que van desde la banca tradicional, tales como préstamos y depósitos para pensiones y gestión de fondos de cesantía, así como la prestación de servicios de representación legal.
GEOPARK-COLOMBIA	Es una compañía de exploración y producción de petróleo y gas natural (E&P) que opera en América Latina, específicamente en Colombia, Chile, Brasil, Perú y Argentina.

ACTIVO	DESCRIPCIÓN
BUENAVENTURA- PERÚ	Es una compañía dedicada a los metales preciosos, particularmente, a la exploración, minería y procesamiento de oro, plata y otros metales en Perú. Los segmentos de la compañía incluyen la Producción y Venta de Minerales; actividades de Exploración y Desarrollo; servicios de Construcción e Ingeniería; servicios de Generación y Transmisión de Energía; Correduría de Seguros; Alquiler de Concesiones Mineras.
CREDICORP-PERÚ	Es una empresa tenedora de servicios financieros en el Perú. Cuenta con cuatro segmentos operativos basados en sus productos y servicios, los cuales incluyen banca, seguros, fondos de pensiones y banca de inversión.
INTERCORP FINANCIAL-PERÚ	Es un holding de servicios financieros peruano que comparte el accionariado de Interbank (Banco Internacional del Perú) e Interseguro. Fue creado en 2006 cuando Intercorp decidió unir el patrimonio del banco con la aseguradora.
CEMENTOS PASCAMAYO- PERÚ	Es una compañía dedicada principalmente a la producción, distribución y venta de materiales de construcción. La compañía se dedica al desarrollo de cemento tradicional y mezclado, hormigón premezclado, morteros, cal viva, bloques de hormigón, ladrillos de diatomita y áridos, entre otros.
AENZA-PERÚ	Es una empresa dedicada principalmente a las cuatro áreas de negocio: Industria de la Ingeniería y la Construcción, Bienes Raíces, Servicios Petroleros y Operación de Concesiones Públicas y Servicios de Apoyo Empresarial.

*Fuente: Elaboración propia con información obtenida de Investing.com*

De acuerdo con lo anterior, para la selección de activos de renta variable se tuvo como criterio el tamaño de cada plaza bursátil y el volumen transaccional de cada uno a fin de analizar activos que generen una liquidez a corto plazo, así como también la diversidad de sectores económicos en la selección efectuada.

## **Modelo de Optimización de Markowitz**

Dando paso al modelo de optimización a emplear durante la investigación, se abordará la teoría de estructuración de portafolios bajo el modelo propuesto por Markowitz (1952), el cual fue desarrollado por Harry Markowitz en el año 1952 y se encuentra enmarcado bajo la teoría moderna de portafolios. Su fundamento se basa en lograr un equilibrio entre la relación de rendimiento y riesgo que se asume al momento de realizar una inversión, entendiendo este riesgo como la volatilidad que presenta cada activo en el mercado. La metodología propuesta por Markowitz es uno de los pilares fundamentales en el desarrollo de las finanzas modernas, la cual permite a los agentes de mercado determinar de manera eficiente portafolios de inversión a los cuales destinar sus excedentes de liquidez, con el fin de generar rendimientos acordes a su tolerancia al riesgo (Giraldo et al.,2015, p. 113).

El modelo de Markowitz (1952) se enmarca en los llamados de equilibrio general, es decir, parte del supuesto de que todos los mercados están en equilibrio. Es por esta razón que, en el modelo de Markowitz, el mejor estimador de los rendimientos futuros de un activo financiero es el promedio histórico. En otras palabras, es ese promedio histórico el nivel de equilibrio de largo plazo al que debe llegar cualquier activo financiero. Como logra apreciarse, el modelo de Markowitz no tiene en cuenta las expectativas que el analista pueda tener sobre un determinado activo.

Para Markowitz (1952), “el inversor debe o debería maximizar el valor de los retornos futuros que entregue el activo: como el futuro no se conoce con certeza, deben descontarse los rendimientos esperados o anticipados” (pág. 77).

De acuerdo con Escobar y León (2022) Markowitz también:

*“... postuló el principio de diversificación, donde existe un portafolio diversificado que es preferible a aquellos no diversificados. Y enfatizó en que lo adecuado de la diversificación es que no deba ser vista como dependiente del número de activos en el portafolio, pues si este corresponde a empresas de la misma industria, el portafolio no obtendrá los beneficios: “en ningún caso la varianza se incrementará. En el único caso en el cual la varianza no se disminuye es cuando los dos activos están perfectamente correlacionados” (pág. 11).*

Para (Franco et al.,2011), el modelo de Markowitz parte de las siguientes hipótesis:

- a) El rendimiento de cualquier portafolio es considerado una variable aleatoria, para la cual el inversionista estima una distribución de probabilidad para el periodo de estudio. El valor esperado de la variable aleatoria es utilizado para cuantificar la rentabilidad de la inversión;
- b) la varianza o la desviación estándar son utilizadas para medir la dispersión, como medida del riesgo de la variable aleatoria rentabilidad; esta medición debe realizarse en forma individual, a cada activo y a todo el portafolio; y c) la conducta racional del inversionista lo lleva a preferir la composición de un portafolio que le represente la mayor rentabilidad, para determinado nivel de riesgo.

La formulación matemática primal del modelo de Markowitz, que se presenta en (1), consiste en determinar las ponderaciones  $w_i$  que maximizan el rendimiento esperado del portafolio, sujeto a un riesgo máximo admitido. Es decir:

(1)

$$Max E (R_p) = \sum_{i=1}^n W_i * E (R_i)$$

Sujeto a (2)

$$\sigma^2 (Rp) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n W_i * W_j * \sigma_{ij} \leq \sigma^2 0$$

$$\sum_{i=1}^n W_i = 1 ; W_i \geq 0 (i = 1, \dots, n)$$

Donde:

**n**: número de activos en el portafolio

**R<sub>i</sub>**: variable aleatoria rendimiento del activo **i**

**E(R<sub>i</sub>)**: rendimiento esperado del activo **i**

**R<sub>p</sub>**: variable aleatoria rendimiento del portafolio

**E (R<sub>p</sub>)**: rendimiento esperado del portafolio

**W<sub>i</sub>**: proporción del presupuesto del inversionista destinado al activo **i**

**σ<sup>2</sup> (Rp)**: varianza del rendimiento del portafolio

**σ<sub>ij</sub>** : covarianza entre los rendimiento de los activos

**σ<sup>2</sup> 0**: varianza maxima admitida

La formulación dual alternativa consiste en determinar las ponderaciones que minimizan la varianza del portafolio, sujeto a un rendimiento mínimo requerido para el portafolio. En forma matemática (3):

(3)

$$\text{Min } \sigma^2 (R_p) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n W_i * W_j * \sigma_{ij}$$

Sujeto a (4)

$$E (R_p) = \sum_{i=1}^n W_i * E (R_i) \geq \mu_0$$

$$\sum_{i=1}^n W_i = 1 ; W_i \geq 0 (i = 1, \dots, n)$$

Donde:

$\mu_0$ : Es el rendimiento minimo requerido

Con cualquiera de las dos alternativas, optimizando la varianza o el valor esperado, se encuentran las ponderaciones de los activos, que optimizan el objetivo con las restricciones dadas, y se puede determinar un conjunto de portafolios eficientes, que proporcionen el máximo rendimiento para cada nivel de riesgo.

El principal aporte del modelo de Markowitz para la selección de un portafolio óptimo se encuentra en su utilidad para recoger los aspectos fundamentales que deben guiar a un inversionista racional en la elección de la composición de su portafolio, de tal forma que le produzca la máxima rentabilidad, al controlar el riesgo. O en forma alternativa, minimizar el riesgo, controlando el rendimiento.

El modelo Markowitz, por el cual su autor se hizo merecedor del premio Nobel de Economía en 1990, ha sido el punto de partida para que muchos investigadores hagan aportes adicionales, con el objetivo de lograr un modelo más consistente y eficaz. Sobre este modelo, académicamente sólido, se han basado gran parte de las metodologías posteriores para la selección y optimización de portafolios.

### ***Ratio de Sharpe***

Esta medida de desempeño de portafolios, desarrollada por William Sharpe, quien también fue merecedor del Premio Nobel de Economía en 1990, identifica lo atractivo que puede llegar a ser un portafolio para un inversionista al indicar el exceso de retorno que se obtiene por cada unidad de riesgo asumido, considerando datos como la media y la varianza de los retornos, a la vez que también introduce un parámetro muy relevante, como la tasa libre de riesgo. Aquí su fórmula:

$$SR = \frac{R_p - r_f}{\sigma_{(R_p - r_f)}}$$

Donde,

SR se refiere al *Ratio de Sharpe*.

$R_p$  equivale a la rentabilidad del portafolio conformado por activos de riesgo.

$r_f$  indica la rentabilidad del activo libre de riesgo.

$\sigma_{(R_p - r_f)}$  es igual a la desviación estándar de la rentabilidad en exceso del portafolio (Arrieta Bula & Casas Bello, 2022, p. 16).

## METODOLOGÍA

Esta investigación tendrá un enfoque netamente cuantitativo debido a que se recolectarán y analizarán los precios finales de los activos seleccionados para la construcción del portafolio y así mismo, darle repuesta a la pregunta de investigación. Para el presente trabajo se tendrán en cuenta los datos históricos de los bonos soberanos, los índices de cada país, acciones más representativas en dólares americanos (USD) de los países del MILA y Brasil, más los datos históricos de cuatro *commodities*, tanto *hard* como *soft* y un índice, en una serie de tiempo del 1 de enero de 2013 hasta 31 de diciembre de 2022 obtenida de *Bloomberg* e *investing.com*.

Cabe resaltar que, en algunos de los datos mencionados, no se encontró la información para todo este periodo de tiempo, debido a que los activos fueron listados con posterioridad. Por último, con la información recolectada se construirá un portafolio mediante el modelo de Markowitz, analizando el *Ratio* de *Sharpe* y maximizándolo para obtener un portafolio óptimo. Igualmente, es importante resaltar que la presente investigación tuvo en cuenta el periodo de la pandemia del coronavirus COVID-19, en el cual el mercado de capitales mostró caídas vertiginosas.

En primera instancia, la serie histórica de los precios en USD fue recolectada de la página de *investing.com* y de la terminal de Bloomberg. Con esta información, se crea una plantilla de trabajo en la cual se enlistan todos los activos (Bonos soberanos, índices MSCI, acciones, *soft* y *hard commodities* e índice de *commodities*) desde 1 de enero de 2013 hasta el 31 de diciembre de 2022. Aquí es importante mencionar que cada país cuenta con un número de días feriados distintos, por lo que la cantidad de información recogida puede ser mayor o menor dependiendo de la locación

de la bolsa de valores. También, algunos activos tienen menos datos debido a que la fecha en que se enlistó en la bolsa es posterior a la inicial del periodo en estudio.

En cuanto a la selección de activos de renta variable, el mercado de Brasil cuenta con representación a través de siete acciones, mientras que el de México con seis acciones y para los mercados de Chile, Colombia y Perú, se cuenta con cinco representantes en cada uno.

En cuanto a la elección de *commodities*, para el grupo de los *hard commodities* se seleccionaron oro, petróleo, cobre y carbón, mientras que en el grupo de los *soft commodities* se cuenta con la presencia de soja, algodón, café y azúcar. Finalmente, el índice de *commodities* seleccionado es el Dow Jones Commodity Index – DJCI –, el cual cuenta dentro de su canasta con activos como lo son: petróleo, gas natural, trigo, maíz, café, azúcar, algodón, soja, cacao, ganado, cerdos magros, cobre, níquel, oro, platino y zinc. Con este índice se cuenta con una exposición a todos los *commodities* del mercado, tanto *hard* como *soft*.

Para esta investigación, la medición de los retornos diarios de los activos fue calculada mediante el método discreto, es decir, el retorno (R) en el momento (t) es igual al precio del activo financiero (P) en el momento (t) dividido por el precio del activo financiero (P) en el momento (t-1) y a toda esta expresión se resta uno.

$$R_t = \left( \frac{p_t}{p_{(t-1)}} \right) - 1$$

Después se calcula la desviación estándar en función de una muestra de la variación diaria del precio de los activos y se calcula la *Ratio de Sharpe* teniendo como base la tasa libre de riesgo promedio anualizada desde el 1 de enero de 2013 hasta el 31 de diciembre de 2022. Esta tasa fue tomada con la información generada en la plataforma *investing.com*, correspondiente a los bonos

del tesoro americano a diez años, obteniendo una tasa libre de riesgo del 0,0085% de forma diaria y del 2,15% anual.

Teniendo en consideración que se van a obtener datos atípicos, se establecieron límites inferiores y superiores mediante el método de la media +/- 3 desviaciones estándar, asumiendo que los retornos siguen una distribución normal, con la siguiente fórmula:

$$(\min, \max) = (\mu_x - 3. \sigma, \mu_x + 3. \sigma)$$

De este modo, se identificaron datos atípicos o *outliers* para cada uno de los activos que superan estos límites y se tomó la decisión de truncarlos, es decir, retirarlos de la base de datos. Una vez calculados, se obtuvieron 1.468 datos que superan dichos límites de un total de 113.938, lo que supone el 1,29% del total de la muestra. En la tabla 3, se listan los activos junto con la cantidad de datos atípicos hallados y límites establecidos.

Tabla 3. Lista de datos atípicos.

ACTIVO	CANTIDAD DE DATOS ATÍPICOS	LIM INF.	LIM SUP.
MSCI MÉXICO	29	-4,29%	4,29%
MSCI BRASIL	29	-6,28%	6,28%
MSCI COLOMBIA	37	-5,42%	5,36%
MSCI PERÚ	32	-5,01%	5,02%
MSCI CHILE	30	-4,73%	4,70%
CEMEX	36	-8,24%	8,26%
CONTROLADORA	34	-9,28%	9,33%
TELEVISA	37	-7,25%	7,17%
AMÉRICA MÓVIL	31	-5,67%	5,69%
COCA COLA	25	-4,96%	4,92%
WALMART	22	-5,63%	5,68%
PETROBRAS	36	-10,55%	10,63%
ITAU	29	-7,91%	7,94%
BANCO BRADESCO	28	-8,45%	8,47%
VALE	36	-9,17%	9,24%
AMBEV	15	-8,19%	8,09%
GERDAU	24	-9,81%	9,88%

ACTIVO	CANTIDAD DE DATOS ATÍPICOS	LIM INF.	LIM SUP.
COMPAÑÍA PARANAHENSE	38	-8,63%	8,70%
SOQUIMIC	33	-8,01%	8,11%
SANTANDER	26	-5,74%	5,73%
ENEL	20	-7,02%	7,20%
CERVECERÍA	32	-4,99%	4,95%
LATAM	36	-14,93%	14,86%
ECOPETROL	34	-8,09%	8,03%
BANCOLOMBIA	28	-6,60%	6,58%
TECNOGLASS	42	-9,93%	10,14%
GRUPO AVAL	20	-6,36%	6,25%
GEOPARK	37	-10,37%	10,53%
BUENAVENTURA	33	-9,54%	9,51%
CREDICORP-PE	37	-5,73%	5,79%
INTERCORP FINANCIAL	18	-8,52%	8,45%
CEMENTOS PASCAMAYO	35	-7,21%	7,16%
AENZA	42	-11,05%	10,94%
BONOS MÉXICO	32	-2,71%	2,69%
BONOS BRASIL	37	-2,39%	2,37%
BONOS COLOMBIA	34	-2,29%	2,25%
BONOS PERÚ	39	-0,97%	0,95%
BONOS CHILE	24	-0,93%	0,93%
ORO	33	-2,92%	2,94%
PETRÓLEO	30	-8,37%	8,49%
COBRE	30	-3,94%	3,96%
CARBÓN	53	-8,07%	8,20%
SOJA	32	-3,94%	3,97%
ALGODÓN	28	-3,85%	3,91%
CAFÉ	25	-6,15%	6,20%
AZÚCAR	24	-5,24%	5,28%
DJCI	26	-2,98%	3,03%
TOTAL	1.468		

*Fuente: Elaboración propia con información obtenida de Bloomberg e Investing.com.*

Una vez depurada la base de datos, se seleccionan los activos cuyos retornos y *Ratio de Sharpe* sean positivos. Con el fin de validar las correlaciones entre los activos seleccionados, se crea la matriz de correlaciones, la cual sirve como insumo para constatar la diversificación del portafolio.

En el momento en que existan correlaciones significativamente altas, se retirará el activo de la clasificación, para generar una mayor diversificación al portafolio.

Con los activos definitivos se procede a crear el modelo de Markowitz, trabajando de forma anualizada los datos relacionados con retornos, desviación estándar (volatilidad) y *Ratio de Sharpe*, para posteriormente crear la matriz de varianza-covarianza de forma anualizada también. Con los datos mencionados se crea la frontera eficiente del modelo, basada en la minimización de la varianza dado un nivel determinado de retorno esperado del portafolio, para posteriormente maximizar el *Ratio de Sharpe*, con el fin de crear el portafolio óptimo y la correspondiente participación de cada uno de los activos. En este paso se hallarán los activos que harán parte de la inversión y se conocerán los activos que no serán tenidos en cuenta en la misma. Posterior a ello se obtendrá la CAL (Línea de Asignación de Capital, por sus siglas en ingles), para finalmente encontrar el portafolio óptimo, en donde se cuenta con el retorno esperado, la desviación estándar (volatilidad) y el *Ratio de Sharpe* maximizado para el portafolio.

## RESULTADOS

### Títulos de renta fija

Para los títulos de renta fija seleccionados conforme a la metodología explicada se obtuvieron los siguientes resultados:

Tabla 4. Resultados Bonos soberanos del MILA más Brasil.

Activo	DATOS DIARIOS			DATOS ANUALES		
	Retorno	Desviación	Ratio Sharpe	Retorno	Desviación	Ratio Sharpe
MÉXICO	0,00%	0,69%	-0,01	0,05%	11,03%	-0,19
BRASIL	0,00%	0,65%	-0,02	-0,54%	10,39%	-0,26
COLOMBIA	-0,01%	0,58%	-0,03	-2,97%	9,28%	-0,55
PERÚ	-0,01%	0,24%	-0,07	-2,11%	3,74%	-1,14
CHILE	0,00%	0,21%	-0,03	0,45%	3,38%	-0,50

Fuente: Elaboración propia con información obtenida de Bloomberg e Investing.com.

En la tabla 4 se presentan los resultados de bonos soberanos emitidos en dólares por México, Brasil, Colombia, Perú y Chile. Allí se observan los retornos, desviaciones estándar y *Ratio de Sharpe*, tanto de forma diaria como anual. En este caso, ninguno de los activos mencionados muestra un *Ratio de Sharpe* positivo, por lo que no harán parte de la selección final para conformar el portafolio óptimo de Markowitz.

Estos resultados obedecen en gran medida a los desempeños de los activos en la serie de tiempo analizada, en donde se observa que, desde el inicio de la medición hasta el final de la misma, los bonos no han logrado recuperar su precio limpio y, por el contrario, han generado amplias caídas en su cotización, tal como se puede observar en los gráficos 1- 2 - 3 - 4 y 5.

*Gráfico 1. Comportamiento del bono de México.*



*Fuente: Bloomberg 2023.*

Gráfico 2. Comportamiento del bono de Brasil.



Fuente: Bloomberg 2023.

Gráfico 3. Comportamiento del bono de Colombia.



Fuente: Bloomberg 2023.

Gráfico 4. Comportamiento del bono de Perú.



Fuente: Bloomberg 2023.

Gráfico 5. Comportamiento del bono de Chile.



Fuente: Bloomberg 2023.

### Títulos de renta variable

Para los títulos de renta variable, representados en los índices MSCI de cada país objeto de estudio, se obtuvieron los siguientes resultados:

Tabla 5. Resultados de los índices del MILA más Brasil.

Activo	DATOS DIARIOS			DATOS ANUALES		
	Retorno	Desviación	Ratio de Sharpe	Retorno	Desviación	Ratio de Sharpe
MSCI MEXICO	0,02%	1,27%	0,01	4,58%	20,19%	0,12
MSCI BRAZIL	0,00%	1,82%	0,00	0,80%	28,93%	-0,05
MSCI COLOMBIA	-0,01%	1,45%	-0,01	-1,61%	22,96%	-0,16
MSCI PERU	0,00%	1,45%	-0,01	0,32%	23,06%	-0,08
MSCI CHILE	-0,02%	1,34%	-0,02	-4,86%	21,22%	-0,33

Fuente: Elaboración propia con información obtenida de Bloomberg e Investing.com.

En la tabla 5, se presentan los resultados diarios y anualizados en función del retorno, desviación y *Ratio de Sharpe*, para los índices pertenecientes a cada uno de los países objeto de estudio en la serie de tiempo analizada. El MSCI MÉXICO con un *Ratio de Sharpe* de 0,12 anual, es el único índice que logra obtener un resultado positivo. En consecuencia, este será el único activo que estará incluido en la construcción del modelo de Markowitz.

Por otro lado, las acciones tuvieron los resultados mostrados en la tabla 6, de acuerdo con la metodología explicada de manera diaria y anualizada.

Tabla 6. Resultados acciones en dólares de los países del MILA más Brasil.

PAÍS	ACTIVO	DATOS DIARIOS			DATOS ANUALES		
		Retorno	Desviación Estándar	Ratio Sharpe	Retorno	Desviación Estándar	Ratio Sharpe
MÉXICO	CEMEX	-0,03%	2,44%	-0,02	-8,39%	38,74%	-0,27
	CONTROLADORA	0,07%	2,54%	0,03	18,82%	40,26%	0,41
	TELEVISA	-0,07%	2,03%	-0,04	-17,81%	32,19%	-0,62
	AMÉRICA MÓVIL	0,02%	1,67%	0,01	5,60%	26,53%	0,13
	COCA COLA	0,01%	1,52%	0,00	2,09%	24,18%	0,00
	WALMART	0,02%	1,75%	0,01	5,73%	27,85%	0,13
BRASIL	PETROBRAS	0,05%	3,04%	0,01	12,83%	48,20%	0,22
	ITAÚ	0,02%	2,36%	0	4,36%	37,52%	0,06
	BANCO BRADESCO	0,00%	2,51%	0	1,12%	39,79%	-0,03
	VALE	-0,01%	2,72%	-0,01	-3,26%	43,11%	-0,13
	AMBEV	-0,03%	2,03%	-0,02	-8,36%	32,27%	-0,33
	GERDAU	0,03%	3,00%	0,01	8,59%	47,68%	0,14

PAÍS	ACTIVO	DATOS DIARIOS			DATOS ANUALES		
		Retorno	Desviación Estándar	Ratio Sharpe	Retorno	Desviación Estándar	Ratio Sharpe
	COMPAÑIA PARANAENSE	0,05%	2,49%	0,01	11,42%	39,59%	0,23
CHILE	SOQUIMIC	0,09%	2,37%	0,03	21,67%	37,60%	0,52
	SANTANDER	-0,01%	1,63%	-0,01	-3,64%	25,94%	-0,22
	ENEL	0,09%	2,04%	0,04	22,26%	32,44%	0,62
	CERVECERIA	-0,02%	1,48%	-0,02	-6,27%	23,52%	-0,36
	LATAM	-0,07%	3,09%	-0,03	-18,33%	49,11%	-0,42
COLOMBIA	ECOPETROL	-0,02%	2,27%	-0,01	-4,99%	36,10%	-0,2
	BANCOLOMBIA	0,00%	1,82%	0	0,49%	28,97%	-0,06
	TECNOGLASS	0,09%	2,56%	0,03	22,11%	40,62%	0,49
	GRUPO AVAL	-0,03%	1,71%	-0,02	-8,19%	27,19%	-0,38
	GEOPARK	0,07%	2,95%	0,02	18,70%	46,77%	0,35
PERÚ	BUENAVENTURA	-0,04%	2,81%	-0,02	-9,44%	44,65%	-0,26
	CREDICORP	0,02%	1,60%	0,01	6,11%	25,45%	0,16
	INTERCORP FINANCIAL	-0,05%	2,38%	-0,03	-12,90%	37,79%	-0,4
	CEMENTOS PASCAMAYO	-0,03%	2,09%	-0,02	-7,14%	33,14%	-0,28
	AENZA	-0,07%	2,95%	-0,03	-18,22%	46,88%	-0,43

*Fuente: Elaboración propia con información obtenida de Bloomberg e Investing.com.*

Las acciones que destacan con un *Ratio de Sharpe* positivo son: Controladora de México, América Móvil y Walmart, todas pertenecientes al mercado mexicano. Por Brasil se encuentran, PETROBRAS, ITAÚ, GERDAU y Compañía Paranaense. Por el lado de Chile clasificaron, SOQUIMIC y ENEL. Por Colombia están el Grupo Tecnoglass y Geopark. Y por último, Credicorp, en representación del mercado peruano.

Con estos resultados, se obtiene por lo menos una representación de un activo de renta variable para cada país objeto de estudio, para un total de doce acciones que se tendrán en consideración en el modelo de Markowitz.

## Conformación del modelo de Markowitz

Para efectuar el modelo de Markowitz, se tuvieron en cuenta los activos que obtuvieron un radio de Sharpe positivo: MSCI México, Controladora, América Móvil, Walmart, Petrobras, Itaú, Gerda, Compañía Paranaense, Soquimic, Enel, Tecnoglass, Geopark y Credicorp.

En la tabla 7, se puede observar un resumen con los activos seleccionados para ejecutar el modelo de Markowitz. Aquí se contemplan los retornos y su respectiva desviación de forma anual.

*Tabla 7. Retornos y desviaciones de activos para el modelo Markowitz.*

ABREVIATURA ASIGNADA	ACTIVO	RETORNO ANUAL	DESVIACIÓN ANUAL
MSCIM	MSCI MÉXICO	4,58%	20,19%
CONT	CONTROLADORA	18,82%	40,26%
AMER	AMÉRICA MÓVIL	5,60%	26,53%
WALT	WALMART	5,73%	27,85%
PETRO	PETROBRAS	12,83%	48,20%
ITAU	ITAÚ	4,36%	37,52%
GERDA	GERDAU	8,59%	47,68%
PARAN	COMPAÑIA PARANAENSE	11,42%	39,59%
SOQUI	SOQUIMIC	21,67%	37,60%
ENEL	ENEL	22,26%	32,44%
TECN	TECNOGLASS	22,11%	40,62%
GEO	GEOPARK	18,70%	46,77%
CREDI	CREDICORP	6,11%	25,45%

*Fuente: Elaboración propia basada en los resultados obtenidos en Investing.com y Bloomberg 2023.*

En la Tabla 8 se revisa la correlación entre cada par de activos y no se evidencian correlaciones perfectamente positivas (0,9 a 0,99), ni correlaciones perfectamente negativas (-0,9 a -0,99). Tampoco se evidencian correlaciones positivamente altas (0,7 a 0,89), ni correlación negativamente altas (-0,7 a -0,89), así como tampoco correlación negativamente moderada (-0,4 a -0,69). Las únicas correlaciones positivas moderadas (0,4 a 0,69), son las resaltadas en la tabla 6. Sin

embargo, estos activos no se retiran para la ejecución del modelo de Markowitz, dado que son correlaciones moderadas.

Tabla 8. Matriz de correlación para los activos seleccionados.

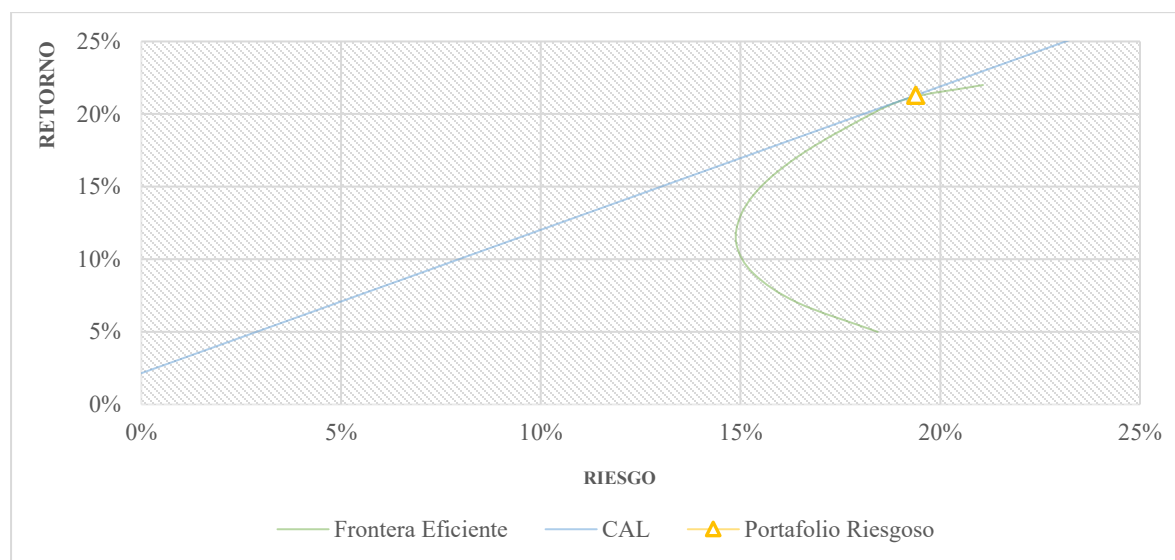
	MSCIM	CONT	AMER	WALT	PETRO	ITAU	GERDA	PARAN	SOQUI	ENEL	TECN	GEO	CREDI
MSCIM	1.00												
CONT	0.37	1.00											
AMER	0.67	0.29	1.00										
WALT	0.54	0.25	0.42	1.00									
PETRO	0.40	0.22	0.38	0.28	1.00								
ITAU	0.42	0.26	0.42	0.34	0.68	1.00							
GERDA	0.40	0.24	0.38	0.25	0.58	0.55	1.00						
PARAN	0.37	0.22	0.37	0.27	0.56	0.62	0.49	1.00					
SOQUI	0.36	0.24	0.31	0.23	0.35	0.33	0.38	0.27	1.00				
ENEL	(0.07)	(0.03)	(0.01)	(0.03)	0.02	(0.01)	0.01	0.00	(0.02)	1.00			
TECN	0.17	0.15	0.11	0.09	0.13	0.14	0.13	0.10	0.15	(0.06)	1.00		
GEO	0.24	0.17	0.18	0.12	0.26	0.17	0.22	0.12	0.22	(0.02)	0.12	1.00	
CREDI	0.41	0.28	0.34	0.26	0.38	0.40	0.33	0.30	0.34	(0.03)	0.14	0.18	1.00

Fuente: Elaboración propia basada en la información obtenida en Investing.com y Bloomberg 2023.

Una vez generado el modelo de Markowitz, en el gráfico 6 se pueden observar los resultados, en donde se destaca la frontera eficiente encontrada. La CAL que parte de activo libre de riesgo (2,15%) y la ubicación del portafolio de riesgo con su respectivo retorno, desviación estándar y *Ratio de Sharpe*, logrando la maximización de este último, para que el portafolio eficiente se ubique tanto en la frontera eficiente como en la CAL, tal como se plasma a continuación:

$$E[r_p] = 21,29\% \quad \sigma_p = 19,4\% \quad \text{Radio Sharpe} = 0,988$$

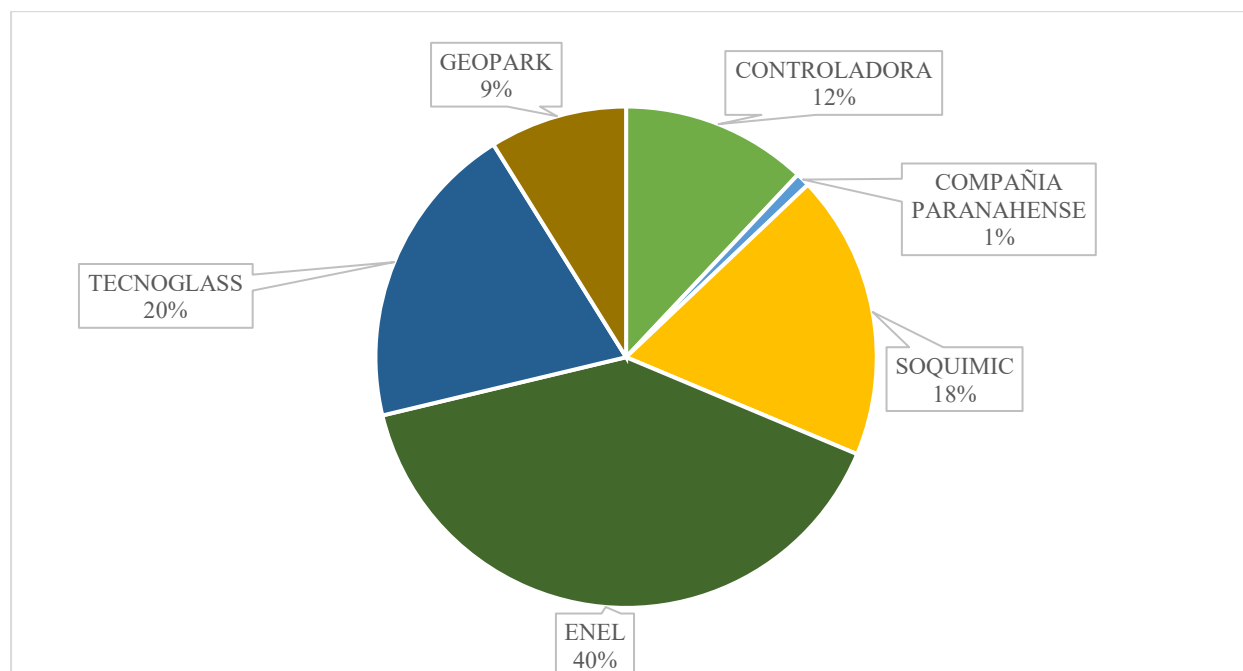
Gráfico 6. Portafolio óptimo bajo el modelo de Markowitz.



Fuente: Elaboración propia basada en la información obtenida en Investing.com y Bloomberg 2023.

Para lograr el retorno y la desviación estándar del portafolio eficiente asociado a la maximización de *Ratio de Sharpe*, fue necesario realizar una distribución de inversiones en activos, conforme se detalla en el gráfico 7. Es decir, 40% en la empresa chilena Enel, 20% en la empresa colombiana Technologlass, 18% en la empresa chilena Soquimic, 12% en la empresa mexicana Controladora de México, 9% en la empresa colombiana Geopark y un 1% en la empresa brasileña Companhia Paranaense.

Gráfico 7. Distribución portafolio según el modelo de Markowitz.



Fuente: Elaboración propia basada en la información obtenida en Investing.com y Bloomberg 2023.

### **Commodities**

Para los *commodities* seleccionados se obtuvieron los resultados mostrados en la Tabla 9, en donde se destacan el retorno, la desviación estándar y el *Ratio* de *Sharpe*, de los ocho *commodities* considerados entre *hard* y *soft* más el índice. No se contó con la presencia del café y el azúcar para el nuevo modelo de Markowitz, dado que sus *Ratios* de *Sharpe* son negativos. Los restantes activos obtuvieron un *Ratio* de *Sharpe* positivo, y, por lo tanto, estos se incluirán en la generación del modelo de Markowitz, con títulos de renta fija y renta variable.

Tabla 9. Resultados de los commodities.

Activo	DATOS DIARIOS			DATOS ANUALES		
	Retorno	Desviación	Radio Sharpe	Retorno	Desviación	Radio Sharpe
ORO	0,01%	0,85%	0,00	3,09%	13,53%	0,07
PETRÓLEO	0,02%	2,17%	0,00	4,21%	34,41%	0,06
COBRE	0,01%	1,22%	0,00	2,25%	19,34%	0,01
CARBÓN	0,03%	1,88%	0,01	6,31%	29,77%	0,14
SOJA	0,04%	1,16%	0,03	11,29%	18,48%	0,49
ALGODÓN	0,06%	1,02%	0,05	13,98%	16,17%	0,73
CAFÉ	-0,02%	1,91%	-0,02	-6,18%	30,34%	-0,27
AZUCAR	-0,02%	1,63%	-0,02	-6,14%	25,84%	-0,32
DJCI	0,03%	0,89%	0,03	8,35%	14,17%	0,44

Fuente: Elaboración propia basada en la información obtenida en Investing.com y Bloomberg 2023.

### Conformación del modelo de Markowitz con la inclusión de los *commodities*

En la tabla 10 se puede observar un resumen con los activos de renta fija, renta variable y los *commodities* seleccionados bajo la metodología establecida anteriormente. Para ejecutar el modelo de Markowitz, se contemplan los retornos y su respectiva desviación estándar de forma anual.

Tabla 10. Retornos y desviaciones de activos con la adición de *commodities* para el modelo Markowitz.

ABREVIATURA ASIGNADA	ACTIVO	RETORNO ANUAL	DESVIACIÓN ANUAL
MSCIM	MSCI MEXICO	20,19%	4,58%
CONT	CONTROLADORA	40,26%	18,82%
AMER	AMÉRICA MÓVIL	26,53%	5,60%
WALT	WALMART	27,85%	5,73%
PETRO	PETROBRAS	48,20%	12,83%
ITAU	ITAU	37,52%	4,36%
GERDA	GERDAU	47,68%	8,59%
PARAN	COMPAÑIA PARANAHENSE	39,59%	11,42%
SOQUI	SOQUIMIC	37,60%	21,67%
ENEL	ENEL	32,44%	22,26%
TECN	TECNOGLASS	40,62%	22,11%



ABREVIATURA ASIGNADA	ACTIVO	RETORNO ANUAL	DESVIACIÓN ANUAL
GEO	GEOPARK	46,77%	18,70%
CREDI	CREDICORP	25,45%	6,11%
ORO	ORO	13,53%	3,09%
PETRO	PETRÓLEO	34,41%	4,21%
COB	COBRE	19,34%	2,25%
CARB	CARBÓN	29,77%	6,31%
SOJA	SOJA	18,48%	11,29%
ALG	ALGODÓN	16,17%	13,98%
DJCI	DJCI	14,17%	8,35%

*Fuente: Elaboración propia basada en la información obtenida en Investing.com y Bloomberg 2023.*

En la tabla 11 se revisó la correlación entre cada par de activos y no se evidencian correlaciones perfectamente positivas (0,9 a 0,99), ni correlaciones perfectamente negativas (-0,9 a -0,99). Se evidencia una correlación positivamente alta (0,7 a 0,89) entre el índice de *commodity* del DJCI y el Petróleo. No obstante, al ser un activo que se encuentra incluido en la canasta del índice del *commodity*, es previsible esta correlación. Por lo anterior no se retira ni el *commodity* ni el índice. No se observan correlaciones negativamente altas (-0,7 a -0,89), así como tampoco correlaciones negativamente moderadas (-0,4 a -0,69), siendo las únicas correlaciones positivas moderadas (0,4 a 0,69), las resaltadas en la tabla 11, situación que ya se había observado previamente en la tabla 6, con la adición de la correlación del DJCI con Petrobras, el cobre y el algodón. Sin embargo, estos activos no se retiran para la ejecución del modelo de Markowitz, dado que son correlaciones moderadas.

Tabla 11. Matriz de correlación para los activos y commodities seleccionados.

	MSCIM	CONT	AMER	WALT	PETRO	ITAU	GERDA	PARAN	SOQUI	ENEL	TECN	GEO	CREDI	ORO	PETRO	COB	CARB	SOJA	ALG	DJCI
MSCIM	1.00																			
CONT	0.37	1.00																		
AMER	0.67	0.29	1.00																	
WALT	0.54	0.25	0.42	1.00																
PETRO	0.40	0.22	0.38	0.28	1.00															
ITAU	0.42	0.26	0.42	0.34	0.68	1.00														
GERDA	0.40	0.24	0.38	0.25	0.58	0.55	1.00													
PARAN	0.37	0.22	0.37	0.27	0.56	0.62	0.49	1.00												
SOQUI	0.36	0.24	0.31	0.23	0.35	0.33	0.38	0.27	1.00											
ENEL	-0.07	-0.03	-0.01	-0.03	0.02	-0.01	0.01	0.00	-0.02	1.00										
TECN	0.17	0.15	0.11	0.09	0.13	0.14	0.13	0.10	0.15	-0.06	1.00									
GEO	0.24	0.17	0.18	0.12	0.26	0.17	0.22	0.12	0.22	-0.02	0.12	1.00								
CREDI	0.41	0.28	0.34	0.26	0.38	0.40	0.33	0.30	0.34	-0.03	0.14	0.18	1.00							
ORO	0.09	0.03	0.07	0.03	0.06	0.04	0.09	0.06	0.08	-0.02	-0.01	0.03	0.05	1.00						
PETRO	0.24	0.08	0.19	0.12	0.40	0.21	0.26	0.19	0.25	0.03	0.11	0.31	0.19	0.08	1.00					
COB	0.29	0.14	0.19	0.15	0.25	0.19	0.31	0.16	0.27	-0.04	0.11	0.15	0.24	0.20	0.30	1.00				
CARB	0.02	-0.03	0.02	0.00	0.01	-0.02	-0.01	0.00	0.02	0.02	0.03	0.01	0.02	0.01	-0.03	0.04	1.00			
SOJA	0.15	0.08	0.11	0.10	0.16	0.15	0.19	0.14	0.13	-0.05	0.04	0.07	0.13	0.09	0.19	0.24	0.02	1.00		
ALG	0.07	0.03	0.04	0.05	0.06	0.04	0.09	0.04	0.06	0.01	0.03	0.07	0.07	0.04	0.13	0.11	0.00	0.13	1.00	
DJCI	0.34	0.15	0.26	0.18	0.43	0.26	0.36	0.23	0.32	-0.01	0.11	0.31	0.26	0.26	0.77	0.51	0.02	0.48	0.18	1.00

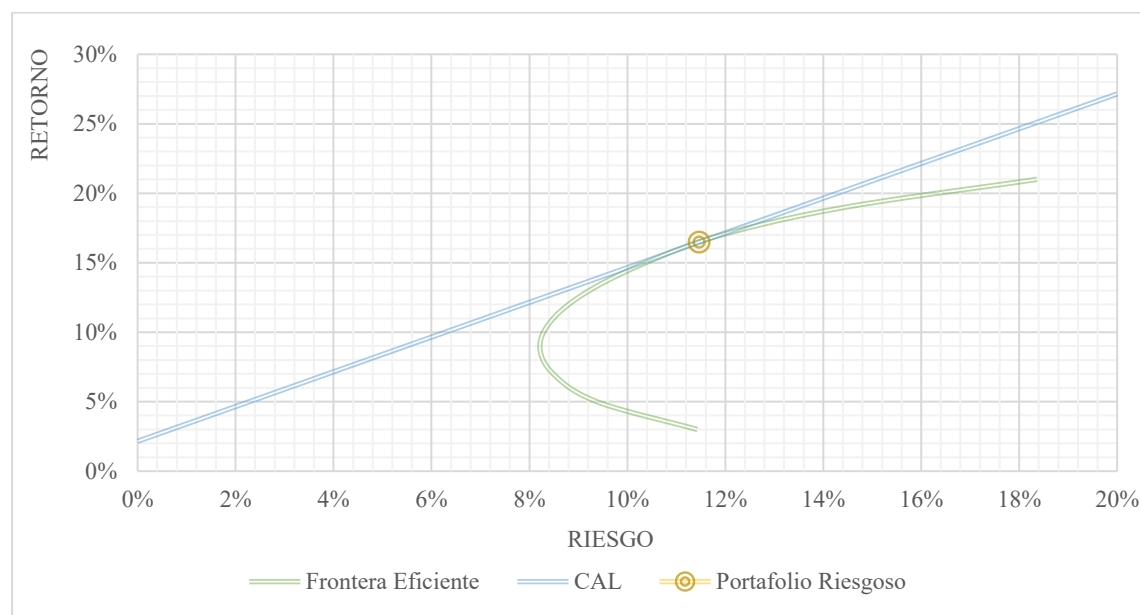
 Correlación positiva o negativa alta  
 Correlación positiva o negativa moderada

Fuente: Elaboración propia con información obtenida en Investing.com y Bloomberg 2023.

Una vez generado el modelo de Markowitz, en el gráfico 8 se pueden observar los resultados, en donde se destaca la frontera eficiente encontrada, la CAL que parte de activo libre de riesgo (2,15%) y la ubicación del portafolio de riesgo con su respectivo retorno, desviación y *Ratio* de *Sharpe*, logrando la maximización del último, para que el portafolio eficiente se ubique tanto en la frontera eficiente, como en la CAL, tal como se plasma continuación:

$E[r_p] = 16,49\%$	$\sigma_p = 11,5\%$	$Radio\ Sharpe = 1,250$
--------------------	---------------------	-------------------------

Gráfico 8. Nuevo Portafolio óptimo con la inclusión de commodities bajo el modelo de Markowitz.

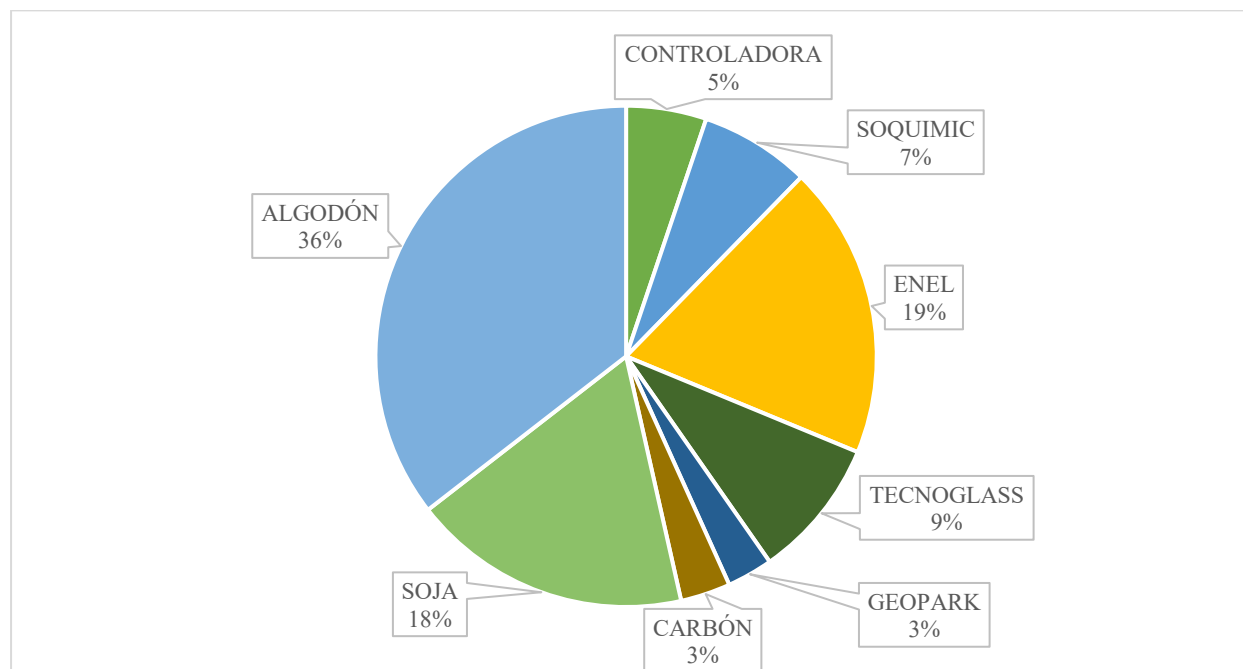


Fuente: Elaboración propia basada en la información obtenida en Investing.com y Bloomberg 2023.

Para lograr el retorno y la desviación estándar del portafolio eficiente asociado a la maximización del *Ratio* de *Sharpe*, es necesario realizar una distribución de inversiones en activos, conforme se detalla en el gráfico 6. Es decir, 36% en el algodón, 18% en la soja, 3% en el carbón, llegando así los *commodities* a representar el 57% del portafolio óptimo. Por su parte, las acciones representan el 43% de la inversión, distribuidas así: 19% en la empresa Enel de Chile, 9% en la empresa

Tecnoglass de Colombia, 7% en la empresa Soquimic de Chile, 5% Controladora de México y se finaliza con una inversión del 3% de la empresa Geopark de Colombia.

Gráfico 9. Distribución del nuevo portafolio con la inclusión de commodities según el modelo de Markowitz.



Fuente: Elaboración propia basada en la información obtenida en Investing.com y Bloomberg 2023.

### Impacto de la inclusión de *commodities*

Como se evidencia en esta investigación, el primer gran impacto de incluir *commodities* en la conformación de un portafolio tradicional de renta fija y renta variable para el mercado MILA más Brasil, es la diversificación que ofrece. Lo anterior dado que conforme a los resultados, en el primer portafolio se logró la participación de seis activos conformados en su totalidad por acciones, mientras que en el portafolio con la inclusión de *commodities* se logró la participación de cinco acciones y de tres *commodities* como los son el carbón, la soja y el algodón. Los *commodities* ocupan una gran porción del portafolio llegando a obtener el 57% del portafolio total, tal como ya se mencionó anteriormente.

Por otra parte, el *Ratio de Sharpe* mejora significativamente, pasando de 0,98 en un portafolio sin *commodities* a 1,25 en un portafolio conformado por estos. La desviación estándar del portafolio disminuye, pasando del 19,4% en el primer portafolio a un 11,5% con *commodities*. En conclusión, los *commodities* seleccionados no tienen una alta correlación con los sectores a los cuales pertenecen las acciones evaluadas y esto garantiza un portafolio con una buena diversificación.

## CONCLUSIONES

En la conformación del portafolio para el mercado MILA más Brasil, no se logró obtener participación de los títulos de renta fija de los países objeto de estudio, situación que se da por los resultados que han tenido dichos títulos en la serie de tiempo determinada. Como se observa, éstos presentan grandes caídas en sus precios limpios, sin una recuperación evidente. Se espera que, para futuras investigaciones, esta situación se pueda revertir, de tal manera que tales títulos hagan parte de la conformación del portafolio, dado que el mercado de renta fija maneja un alto volumen y puede representar grandes oportunidades para el inversionista.

El análisis efectuado, tanto al mercado de renta fija como al de renta variable y al de *commodities* para el mercado MILA más Brasil, permitió obtener activos que se encuentran emitidos en dólares, facilitando la conformación de los portafolios, y así evitar variaciones en las divisas de los países en cuestión.

El análisis de los índices de MSCI de los países del mercado MILA más Brasil, solo arrojó un activo para conformar el portafolio de Markowitz. Debido a esta situación, se amplió el espectro de la investigación para contar con activos que tuvieran una rentabilidad superior a la tasa libre de riesgo. Ello permitió establecer que muchas de las acciones de los países analizados lograron obtener mejores rendimientos que sus índices de representación.

Al incluir los *commodities* en una propuesta de diversificación se obtienen interesantes resultados, tal como se demostró en el desarrollo de la investigación, logrando la maximización del *Ratio* de *Sharpe* y la reducción en la volatilidad para el inversionista, con una propuesta que genera una diversificación del mercado. Esto representa una buena opción para aquel inversionista que busca rentabilidad en mercados emergentes. Es importante destacar que esta investigación no tuvo en cuenta los costos transaccionales que se puedan presentar en el proceso.

Se puede concluir que existe una correlación entre los cinco mercados analizados. En el caso de los bonos soberanos e índices, sus representantes no lograron obtener retornos superiores a la tasa libre de riesgo, salvo en el caso del MSCI de México con un margen mínimo. Es característico que estos mercados puedan reaccionar de forma similar ante factores externos (ciclos económicos, crisis y demás), adicional a la evaluación de políticas internas asociadas a temas económicos, sociales y demográficos.

Aunque el modelo de Markowitz permite crear combinaciones de mínima volatilidad o máximo rendimiento, no es capaz de determinar la incidencia directa de posibles afectaciones del mercado, tanto internas como externas. Por lo tanto, en su estructura no contiene variables específicas que permitan evaluar el entorno económico ante fenómenos que pueden incidir en el retorno y la volatilidad de los activos, salvo lo que el factor mercado pueda capturar.

## BIBLIOGRAFÍA

- Arrieta Bula, E. L., & Casas Bello, E. R. (2022). Selección de un portafolio y asignación óptima de capital para fondos de inversión colectiva en Colombia por perfil de riesgo de inversionista. Medellín.
- Banco Santander. (Junio de 2021). *¿Qué son los índices bursátiles y para qué sirven?* Obtenido de <https://www.santander.com/es/stories/que-son-los-indices-bursatiles-y-para-que-sirven>
- Bolsa de Santiago. (2021). *Historia: Bolsa de Santiago*. Obtenido de [https://www.bolsadesantiago.com/historia\\_la\\_bolsa](https://www.bolsadesantiago.com/historia_la_bolsa)
- Bolsa de Valores de Colombia. (1 de 2 de 2023). *BVC*. Obtenido de <https://www.bvc.com.co/mercado-integrado-latinoamericano>
- Bolsa de Valores de Lima. (s.f.). *Sobre BVL*. Obtenido de <https://www.bvl.com.pe/quienes-somos/quienes-somos-bvl>
- Cardona-Montoya. (2021). Mercado integrado Latinoamericano: diez años después de su creación. Un análisis bibliométrico para el periodo 2008-2021. *CEA*, 3.
- Casado, F., Márquez, L., San Martín, B., & Sarrias, R. (s.f.). Las commodities como instrumento de inversión.
- Commodity Futures Trading Commission. (2011). *Agricultural Commodity Definition Proposed Rulemaking Q y A*. Washington, DC.
- Cortés Restrepo, L. J. (2016). *Inversión estratégica en el mercado bursátil Bovespa-Brasil*. Medellín.
- Daskalaki, C. a. (2011). Should Investors Include Commodities in Their Portfolios After all? New evidence. *Journal of Banking & Finance*, 2606-2626.
- Dunsby, A., & Nelson, K. (2010). A brief history of commodities indexes: An evolution from passive to active indexes. *Journal of Indexes*, 30-39.

- Erb, C. a. (2006). The Strategic and Tactical Value of Commodity Futures. *Financial Analysts Journal*, 69-97.
- Escobar Jiménez, C., & León Montoya, J. (2022). Estructuración de portafolios mediante el modelo de Markowitz: análisis comparativo del Mercado Integrado Latinoamericano, MILA. *Universidad EAFIT*.
- Franco Arbeláez, L., Avendaño Rúa, C., & Barbutín Díaz, H. (2011). Modelo de Markowitz y Modelo de Black-Litterman en la optimización de portafolios de inversión. *TecnoLógicas*.
- Gao, X., & Nardari, F. (2018). Do commodities add economic value in asset allocation? New evidence from time-varying moments. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 365-393.
- Gemán, H. (2005). *Commodities and commodity derivatives : Modelling and pricing for agriculturals, metals, and energy*. Chichester: John Wiley & Sons, INC.
- Giancoli, D. (1997). *Física*. Naucalpan de Juárez: Prentice-Hall.
- Giraldo Cárdenas, L., Díaz Zapata, J., Arboleda Ríos, S., Galarcio Padilla, C. L., Lotero Botero, J. E., & Cuervo Isaza, F. (2015). Modelo de selección de portafolio óptimo de acciones mediante el análisis de BlackLitterman. *Revista Ingenierías Universidad de Medellín*.
- González, N. A. (2019). Portafolio de Commodities mineros y su incidencia. *QUIPUKAMAYOC*, 56.
- Gorton, G., Hayashi, F., & Rouwenhorst, a. K. (2006). Facts and Fantasies about Commodity Futures. *Financial Analysts Journal*, 47-68.
- Gurrola-Ríos, C., Rodríguez-Benavides, D., & López-Herrera. (2021).
- Jacks, D. S., O'Rourke, K. H., & Williamson, J. G. (2009). Commodity price volatility and world market integration. *National Bureau of Economic Research*, 5.
- Markowitz, H. (1952). Portfolio Selection. *The Journal of finance*.

Mejía, C. (Diciembre de 2015). Una introducción general a los mercados de commodities a nivel internacional.

Nordberg, G., & Costa, M. (2015). *Handbook on the Toxicology of Metals: Volume I: General Considerations* (Vol. I). Londres: Academic Press.

PDI. (2022). *Ciberdelitos continuaron al alza en 2021*. Santiago de Chile. Obtenido de <https://www.pdichile.cl/centro-de-prensa/detalle-prensa/2022/01/04/ciberdelitos-continuaron-al-alza-en-2021>

Real Academia Española RAE. (2005). *Diccionario Panhispánico de Dudas*. Obtenido de <https://www.rae.es/dpd/commodity>

Rossi, G. (2013). La volatilidad en mercados financieros y de commodities. . *Red de revistas científicas de Acceso Abierto diamante infraestructura global no comercial propiedad de la academia*, 61.

Universidad de la Sabana. (s.f.). Todo lo que debe saber sobre commodities. Obtenido de <https://www.unisabana.edu.co/portaldenoticias/al-dia/lo-que-debe-saber-de-los-commidities/>

Veronica. (20 de 9 de 2022). *Bolsa 24*. Obtenido de <https://www.bolsa24.net/bolsa-de-brasil-bovespa/>