



Vigilada Mineducación

MODELO DE RETORNO DE EQUILIBRIO EN LA DEUDA AMERICANA  
EQUILIBRIUM RETURN MODEL ON AMERICAN DEBT

ISABELLA VELASQUEZ DURAN  
ADRIAN FELIPE MONTAÑEZ DIAZ  
JUAN CARLOS GALLO RESTREPO  
SANTIAGO FELIPE ANGULO FORERO  
MAF CHALLENGE

Asesores  
Walter Díaz  
Maria Patricia Durango

UNIVERSIDAD EAFIT  
ESCUELA DE FINANZAS, ECONOMÍA Y GOBIERNO  
MAESTRÍA EN ADMINISTRACIÓN FINANCIERA - MAF  
MEDELLÍN  
2024

## **Resumen**

En la actualidad, muchos inversores institucionales utilizan modelos clásicos, como el modelo de Nelson-Siegel-Svensson, que, por medio de unos parámetros, permiten estimar la curva de rendimientos y así, tomar decisiones de inversión informadas. A pesar de la aprobación general de estos modelos, las dinámicas económicas son cambiantes, por lo cual, en este trabajo se realizó la modelación de los nodos de la curva de rendimientos de USA por medio de modelos de regresión lineal, machine learning y deep learning, dado un escenario futuro definido. Con el resultado de la proyección, se generó la curva por 4 métodos de los cuales, el spline cúbico dio como resultado el mejor ajuste.

**Palabras clave:** Curva de rendimientos, decisiones de inversión, dinámicas económicas, machine learning, deep learning.

## **Abstract**

Nowadays, many institutional investors use classic models, such as the Nelson-Siegel-Svensson model, which, through certain parameters, allow the estimation of the yield curve to make informed investment decisions. Despite the general approval of these models, the economic dynamics are changing, which is why, in this work, the nodes of the US yield curve were modeled through linear regression models, machine learning and deep learning, given a defined future scenario. With the result of the projection, the curve was generated by 4 methods, of which the cubic spline resulted to be the best fit.

**Key words:** Yield curve, investment decisions, economic dynamics, machine learning, deep learning.

## Tabla de Contenidos

<b>ETAPA 1 – DEFINICIÓN DE FACTORES</b> .....	<b>1</b>
Introducción .....	1
Factores Para Determinar La Curva De Rendimientos .....	2
Actualidad De La Economía Estadounidense .....	8
Factores Que Afectan Los Spreads De Crédito .....	13
Definición De Modelos Para Determinar La Curva De Rendimientos .....	14
<b>ETAPA 2 – ESTIMACIÓN DEL MODELO PARA EL CÁLCULO DE NODOS</b> .....	<b>19</b>
Modelos De Machine Learning .....	19
Modelo De Mínimos Cuadrados Ordinarios (Ols) .....	28
<b>ETAPA 3 - ELABORACIÓN CURVA DE RENDIMIENTOS CON LOS MODELOS PLANTEADOS A PARTIR DE LOS VALORES HALLADOS PARA CADA NODO</b> .....	<b>44</b>
Evaluación De Criterios Para Selección Del Mejor Modelo Que Permita Construir La Curva De Rendimientos .....	45
<b>REFERENCIAS</b> .....	<b>48</b>

## Lista de Tablas

Tabla 1	<i>Comportamiento del modelo para rendimientos a 1 año con transformación logarítmica.....</i>	32
Tabla 2	<i>Evaluación del modelo para rendimientos a 1 año.....</i>	33
Tabla 3	<i>Comportamiento del modelo para rendimientos a 2 años con transformación logarítmica.....</i>	34
Tabla 4	<i>Evaluación del modelo para rendimientos a 2 años.....</i>	35
Tabla 5	<i>Comportamiento del modelo para rendimientos a 5 años con transformación logarítmica.....</i>	36
Tabla 6	<i>Evaluación del modelo para rendimientos a 5 años.....</i>	37
Tabla 7	<i>Comportamiento del modelo para rendimientos a 10 años con transformación logarítmica.....</i>	38
Tabla 8	<i>Evaluación del modelo para rendimientos a 10 años.....</i>	40
Tabla 9	<i>Comportamiento del modelo para rendimientos a 30 años con transformación logarítmica.....</i>	41
Tabla 10	<i>Evaluación del modelo para rendimientos a 30 años.....</i>	42

## Lista de Gráficos

Gráfico 1	<i>CDS 10 años (USA, Reino Unido y Corea del Sur).....</i>	6
Gráfico 2	<i>Real Gross Domestic Product, Real Potential Gross Domestic Product, and Federal Funds Effective Rate in the United States.....</i>	9
Gráfico 3	<i>Diferencia entre el rendimiento de los bonos del Tesoro a 10 años y los bonos del Tesoro a 3 meses vs. Cambio en el Producto Interno Bruto Real.....</i>	10
Gráfico 4	<i>Curva de Rendimientos del Tesoro de Estados Unidos al 23 de mayo de 2024.....</i>	11
Gráfico 5	<i>Rentabilidad histórica 1 año con Modelo de Regresión LightGBM.....</i>	20
Gráfico 6	<i>Rentabilidad histórica 2 años con Modelo de Regresión de Ángulo Mínimo con Validación Cruzada (LARS).....</i>	22
Gráfico 7	<i>Rentabilidad histórica 5 años con Modelo Lasso de Variable Cruzada.....</i>	24
Gráfico 8	<i>Rentabilidad histórica 10 años con Modelos de Redes Neuronales Recurrentes GRU y LSTM.....</i>	26
Gráfico 9	<i>Rentabilidad histórica 30 años con Modelos de Redes Neuronales Recurrentes GRU y LSTM.....</i>	27
Gráfico 10	<i>Gráfico del comportamiento del modelo para rendimientos a 1 año.....</i>	33
Gráfico 11	<i>Gráfico del comportamiento del modelo para rendimientos a 2 años.....</i>	35
Gráfico 12	<i>Gráfico del comportamiento del modelo para rendimientos a 5 años.....</i>	37
Gráfico 13	<i>Gráfico del comportamiento del modelo para rendimientos a 10 años.....</i>	39
Gráfico 14	<i>Gráfico del comportamiento del modelo para rendimientos a 30 años.....</i>	42
Gráfico 15	<i>Curva de rendimientos con los modelos planteados a partir de los valores hallados para cada nodo.....</i>	44

## **MODELO DE RETORNO DE EQUILIBRIO EN LA DEUDA AMERICANA**

### **ETAPA 1 – DEFINICIÓN DE FACTORES**

#### **Introducción**

En el ámbito financiero, la estimación de los retornos de equilibrio de la deuda es un aspecto que cobra gran importancia para comprender y predecir el comportamiento de los mercados financieros, en particular, el mercado de deuda pública. Así pues, usar modelos teóricos y prácticos que permitan definir los retornos de equilibrio de la deuda americana se convierte en una herramienta importante para todos los actores del mercado.

En este trabajo, se propone explorar un modelo basado en una descomposición por factores bajo las condiciones económicas esperadas, con el fin de identificar las variables clave que influyen en los retornos de la deuda americana, combinando elementos teóricos y prácticos para pronosticar y analizar los rendimientos de la deuda pública en un entorno de equilibrio. Se espera ofrecer una herramienta analítica relevante para estimar estos retornos bajo las condiciones económicas esperadas.

Con base en lo anterior, al descomponer los factores que impactan significativamente los retornos de la deuda americana bajo este tipo de condiciones económicas, se busca dar una visión integral y fundamentada de los factores que influyen en la estructura de los rendimientos de la deuda, entendiendo así las dinámicas del mercado y facilitando la toma de decisiones de inversión. (Tobias, Rohit, & Natalucci, 2019).

Bajo esta premisa, se dará un contexto de las condiciones económicas actuales de Estados Unidos y cómo estas pueden afectar los diferentes tramos de las curvas de rendimientos.

Por otro lado, los modelos econométricos usados para el cálculo de la curva de rendimientos son herramientas que permiten entender y predecir los diferentes rendimientos de bonos para un periodo de tiempo determinado. Estos modelos se basan en datos históricos y a través de técnicas estadísticas se busca la relación que estos puedan llegar a tener con variables económicas como la tasa de interés de la política monetaria, la inflación y las percepciones de riesgo para así determinar la forma y dinámica de la curva de rendimientos. (Santana, 2008).

## Factores Para Determinar La Curva De Rendimientos

Ahora bien, una vez establecidos los criterios que permitirán dar cuenta de cuál modelo es el que mejor se adapta al comportamiento real, es igualmente importante establecer los factores más importantes para analizar al momento de estimar la curva de rendimiento. Pues es con estos últimos que se probarán dichos modelos para estimar las curvas de rendimientos y posteriormente se evaluarán con los criterios aquí mencionados. Algunos de estos factores son:

- **Tasas de Interés a corto plazo:** Las tasas de interés a corto plazo son los intereses aplicados o recibidos por préstamos o inversiones que generalmente tienen un vencimiento de un año o menos. En los Estados Unidos, la tasa de fondos federales (Federal Funds Rate), que es la tasa a la que los bancos se prestan dinero entre sí de un día para otro, es un ejemplo clave de una tasa de interés a corto plazo. El impacto que esta tiene en la deuda de los tesoros americanos y la deuda por calificación de riesgo es:
  - **Influencia en el costo de la deuda:** Cuando las tasas de interés a corto plazo suben, el costo de financiarse también aumenta. Esto puede reducir la demanda por bonos del tesoro a corto plazo, ya que los inversores buscarán mejores rendimientos en alternativas más rentables.
  - **Volatilidad en los precios de los bonos:** Una subida en las tasas de interés puede llevar a una disminución en los precios de los bonos existentes, afectando negativamente a los tenedores de bonos.
- **Inflación:** La inflación representa la tasa a la que el nivel general de precios de bienes y servicios está subiendo, erosionando así el poder adquisitivo del dinero. El impacto que esta tiene en la deuda de los tesoros americanos y la deuda por calificación de riesgo es:
  - **Erosión del valor real:** La inflación puede erosionar el valor real de los retornos futuros de los bonos. Los inversores exigirán tasas de interés más altas

para compensar el aumento de la inflación, lo que podría aumentar los costos de endeudamiento para el gobierno.

- **Desincentivo para Invertir en bonos de baja rentabilidad:** Durante períodos de alta inflación, los bonos con tasas de interés fijas (como los Tesoros) se vuelven menos atractivos en comparación con otras inversiones que pueden ofrecer protección contra la inflación, como los bienes raíces o las acciones.

Además, la inflación también tiene efecto en la curva soberana así:

En la parte corta, la inflación puede llevar a un aumento en las tasas de interés a corto plazo, ya que los bancos centrales suelen subir las tasas de referencia para controlar la inflación alta, reduciendo así la demanda de dinero y controlando el nivel de precios. En la parte media, afecta las expectativas de inflación futura. Si los inversores anticipan que la inflación será alta, exigirán mayores rendimientos por mantener bonos a mediano plazo para compensar la pérdida de poder adquisitivo. Y en la parte larga, la inflación tiene un impacto directo en los rendimientos a largo plazo, ya que altera las expectativas sobre el futuro económico y la estabilidad financiera. Una inflación persistente puede llevar a una curva de rendimientos más empinada, indicando una prima de riesgo más alta para compensar la incertidumbre a largo plazo.

- **Déficit/GDP:** El déficit en relación con el PIB (Producto Interno Bruto) mide la brecha entre los ingresos que el gobierno recibe y lo que gasta en un año fiscal, relativa al tamaño de la economía. El impacto que esta tiene en la deuda de los tesoros americanos y la deuda por calificación de riesgo es:
  - **Confianza del inversor:** Un déficit creciente puede llevar a los inversores a cuestionar la sostenibilidad fiscal de un país, posiblemente llevando a mayores rendimientos exigidos en los bonos y una disminución en sus precios.
  - **Presión para financiar el déficit:** Aumentos en el déficit generalmente requieren que el gobierno emita más deuda, lo que puede saturar el mercado y elevar las tasas de interés.

- **Deuda/GDP:** La ratio deuda/PIB compara la deuda pública total de un país con su producción económica anual. Es un indicador de la capacidad de un país para pagar sus deudas. A medida que suben las tasas de interés por la compra de bonos, a un país le resulta más caro refinanciar su deuda existente; con el tiempo, los ingresos deben destinarse al pago de la deuda y menos a los servicios gubernamentales, un escenario como este podría conducir a una crisis de deuda. El impacto que esta tiene en la deuda de los tesoros americanos y la deuda por calificación de riesgo es:
  - **Capacidad de pago:** Una alta relación deuda/PIB puede indicar que un país enfrenta desafíos significativos en la gestión de su deuda, lo que puede llevar a una rebaja en la calificación crediticia.
  - **Sostenibilidad de la deuda:** Niveles altos de deuda respecto al PIB pueden preocupar a los inversores sobre la sostenibilidad fiscal a largo plazo, afectando negativamente la demanda y los precios de los bonos del tesoro.

Un aumento en la relación deuda/PIB puede conducir a mayores costos de endeudamiento para el gobierno, ya que los inversionistas pueden percibir un mayor riesgo de incumplimiento. Esto podría resultar en una demanda de una prima de riesgo más alta en los bonos del Tesoro de los Estados Unidos. (Smith, 2020).

La confianza de los inversores en los bonos del Tesoro de los Estados Unidos puede verse afectada por la relación deuda/PIB. Un aumento en esta relación puede socavar la confianza del mercado, lo que podría resultar en una mayor volatilidad en los precios de los bonos y una disminución en la demanda de bonos del Tesoro. (Johnson et al., 2021)

- **Tasa neutral:** La tasa de interés neutral es la tasa teórica que ni fomenta ni frena el crecimiento económico en un contexto de pleno empleo y estabilidad de precios. Es un concepto clave en la política monetaria utilizado para guiar las decisiones sobre tasas de interés. La tasa neutral de interés, referida indistintamente como tasa natural de interés, tasa neutral, puede definirse como el nivel de la tasa de interés real de corto plazo que es consistente con el producto cerca de su potencial y con la inflación estable cerca de su objetivo. Su efecto en la curva soberana es:

En la parte corta, afecta las decisiones de política monetaria del banco central. Si las tasas reales son menores que la tasa neutral, puede significar una política expansiva, reduciendo las tasas de interés a corto plazo. En la parte media, las expectativas sobre la convergencia futura hacia la tasa neutral pueden suavizar la curva de rendimientos, ya que los inversores ajustan sus expectativas de movimientos futuros de tasas basándose en la eficacia de la política monetaria. Y en la parte larga, la percepción de la tasa neutral influye en las estimaciones de largo plazo del crecimiento económico y la inflación, afectando así los rendimientos de los bonos a largo plazo y la forma general de la curva de rendimientos.

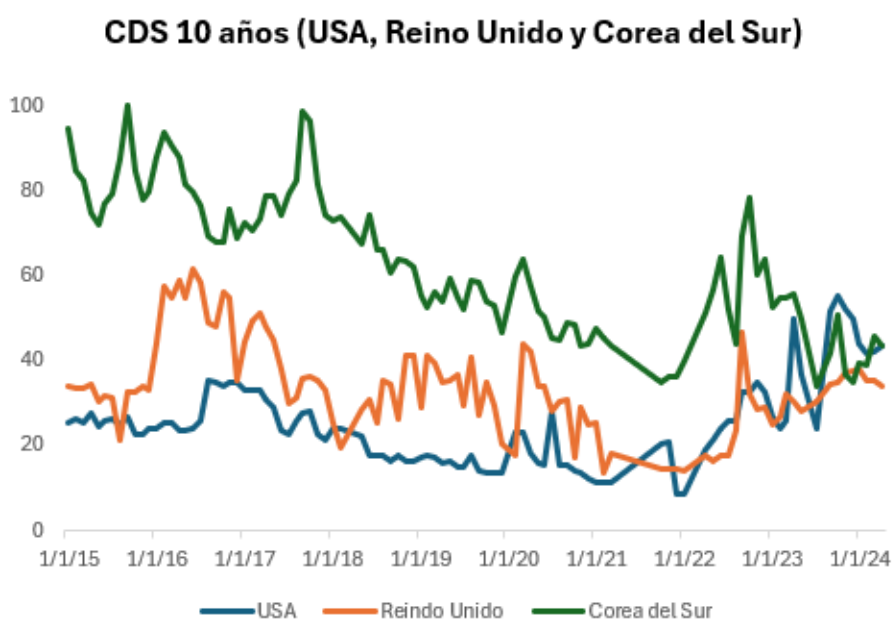
- **Riesgo de crédito:** El riesgo de crédito es el riesgo de pérdida que surge del incumplimiento de un prestatario en cumplir con sus obligaciones financieras según los términos acordados del contrato de deuda, por ejemplo, no realizar un pago programado. El riesgo de crédito es la posibilidad de que un prestatario falle en el cumplimiento de las condiciones acordadas de un préstamo o línea de crédito, lo que resulta en pérdidas para el prestamista (Chorafas, 2007). Su efecto en la curva soberana es:

En la parte corta, general, el riesgo de crédito tiene un impacto menor en la parte corta de la curva de rendimientos soberana, dado que la percepción de riesgo en el corto plazo suele ser baja para los gobiernos. En la parte media, si aumenta la percepción del riesgo de crédito, puede haber un ensanchamiento de los spreads de crédito, elevando los rendimientos a mediano plazo en comparación con los bonos sin riesgo. Y en la parte larga, el riesgo de crédito afecta significativamente los rendimientos a largo plazo, especialmente en países con problemas fiscales o políticos. Los inversores demandarán una prima de riesgo más alta para compensar el riesgo aumentado de incumplimiento en el futuro.

- **Declaraciones de la reserva federal:** De acuerdo con los objetivos de política monetaria, los inversionistas toman una postura para anticiparse ante un aumento o disminución de las tasas de intervención y por ende ajustar sus expectativas, las cuales son señaladas a través de los FOMC, reportadas por la FED. Esto se puede corroborar en algunos trabajos investigativos, como el realizado por Lucca & Trebbi (2009), donde se concluye que los tesoros de corto plazo reaccionan a las decisiones

inmediatas de política monetaria, mientras que los de largo plazo, reaccionan a cambios en el contenido de estas comunicaciones, medidas por puntuaciones semánticas.

Las posturas de los inversionistas y su percepción se pueden evidenciar, por ejemplo, por medio del CDS de 10 años. Cuando la FED subió tasas a finales del 2023, el CDS de 10 años aumentó, y mientras las expectativas de bajadas en la tasa permanecían, los CDS disminuyeron su precio. Ahora bien, cuando se compara este con los precios de los CDS de 10 años en Reino Unido (AA S&P) y Corea del Sur (AA S&P), se puede notar que se en la actualidad se genera una prima más alta en el CDS de Estados Unidos, lo cual hace pensar que, aunque este país tenga una calificación crediticia más alta (AA+ S&P), la percepción de los inversionistas es otra.



*Gráfico 1. Elaboración propia con datos tomados de investing.com*

- **Tasa de desempleo:** los cambios en la tasa de desempleo generan alertas respecto al comportamiento de la economía, pues un movimiento de esta implica que la economía del país se acelera o desacelera. Con base en esto, se tiene una idea de lo que será el crecimiento de dicha economía, pues un aumento en la tasa de desempleo alerta respecto a una disminución en la fuerza productiva de una economía y con ello su potencial crecimiento.

Al ser un indicador de la aceleración o desaceleración de la economía, la tasa de desempleo genera expectativas respecto a la política monetaria, dando indicios de si esta se moverá de manera expansiva o contractiva y con ello el comportamiento de las tasas tanto en el corto como en el largo plazo, gracias a los ciclos económicos. (Mishkin, 2008).

Para este momento, mayo de 2024, la tasa de desempleo en Estados Unidos se sitúa en 3.9%. Este valor ha mostrado una ligera variación desde principios de año, oscilando entre 3.7% y 3.9% desde agosto de 2023. En otras palabras, la tasa de desempleo ha experimentado ligeras fluctuaciones, sin embargo, el mercado laboral en Estados Unidos sigue mostrando signos de estabilidad con crecimiento en sectores clave como salud y transporte. (Bureau of Labor Statistics, 2024).

- **Tasa de crecimiento del PIB:** al igual que la tasa de desempleo, la tasa de crecimiento de la economía es un factor fundamental para los inversionistas, pues permite hacerse una idea de lo que serán las decisiones políticas tomadas por el país, dentro de las cuales se encuentran decisiones de política monetaria, política fiscal y planificación económica. Este factor es visto por los inversionistas como un reflejo de la posición del país en cuestión de ciclos económicos, permitiéndoles anticipar los comportamientos de las tasas de interés en los diferentes plazos (corto, mediano y largo).

En el corto plazo, cuando el PIB crece sólidamente, aumenta la demanda de bienes y servicios, generando presiones inflacionarias. Los bancos centrales, como la FED, responden elevando las tasas de interés a corto plazo para controlar la inflación. Esto puede hacer que la curva de rendimiento se incline, con tasas a corto plazo subiendo más rápido que las de largo plazo debido a las expectativas de mayores rendimientos inmediatos.

En el largo plazo, las tasas de interés son más influenciadas por las expectativas del mercado sobre el futuro económico. Si el crecimiento del PIB es robusto y se espera que continúe, las tasas a largo plazo pueden aumentar, pero menos que las tasas a corto plazo, resultando en una curva de rendimiento más plana. Esto ocurre porque los

inversores buscan seguridad en inversiones a largo plazo en tiempos de incertidumbre económica. (Chávarri & Neciosup, 2022)

Adicionalmente, el crecimiento del PIB influye en el optimismo y el apetito de riesgo de los inversores. Durante la expansión económica, los inversores son más optimistas y asumen más riesgos, lo que puede llevar a una curva de rendimiento más pronunciada. En períodos de crecimiento lento o recesión, los inversores prefieren la seguridad, aumentando la demanda de bonos a largo plazo y aplanando la curva de rendimiento.

### **Actualidad De La Economía Estadounidense**

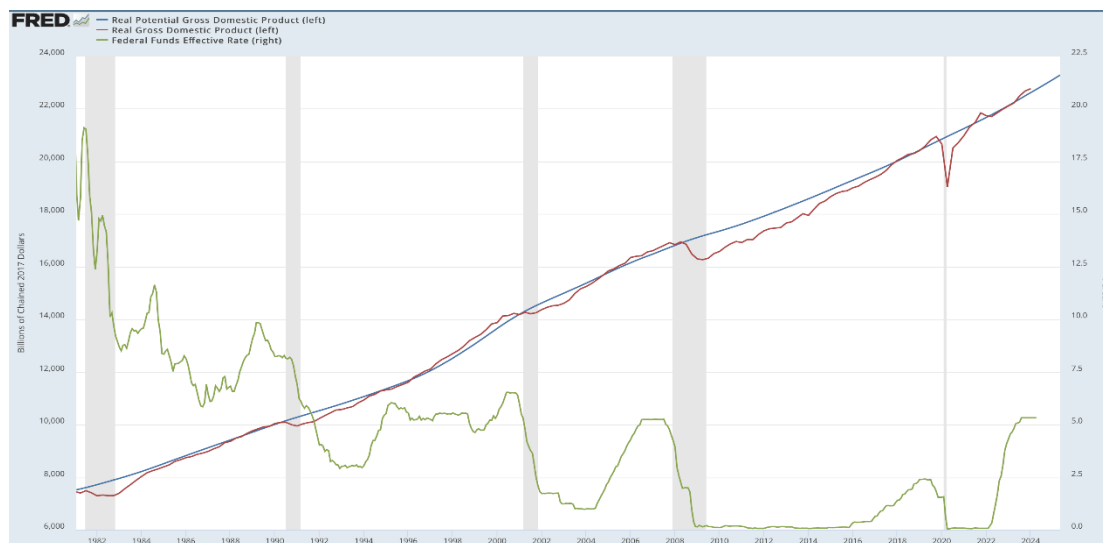
Como se observa en la Gráfico 2., el Producto Interno Bruto Real (GDP) de los Estados Unidos ha mostrado un crecimiento sostenido con algunas caídas durante los períodos de recesión y cómo la política monetaria ha sido utilizada como herramienta para influir en la economía. Los periodos de recesión muestran la respuesta de la Reserva Federal a través de ajustes en la Tasa de los Fondos Federales, con el objetivo de estabilizar y estimular el crecimiento económico

La Gráfico 2. muestra tres series de datos relacionadas con la economía de los Estados Unidos:

- Producto Interno Bruto Real (Real Gross Domestic Product, GDP)
- Producto Interno Bruto Potencial Real (Real Potential Gross Domestic Product, Potential GDP)
- Tasa de los Fondos Federales (Federal Funds Rate)

La tasa de los Fondos Federales (línea verde) muestra las variaciones en la política monetaria. Se pueden observar picos y caídas significativas, que corresponden a los esfuerzos de la Reserva Federal para controlar la inflación, estimular el crecimiento económico, o responder a crisis económicas. Por ejemplo, las caídas abruptas en la tasa de los fondos federales durante

las recesiones tienen el objetivo de estimular la economía reduciendo el costo de los préstamos.



*Gráfico 2. Real Gross Domestic Product, Real Potential Gross Domestic Product, and Federal Funds Effective Rate in the United States.*

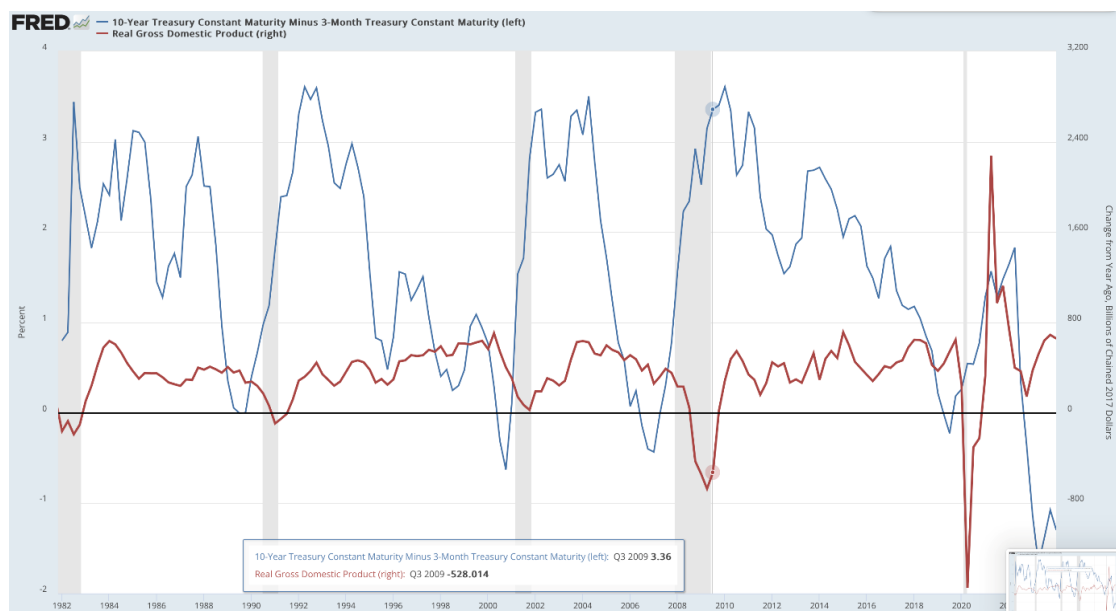
La Gráfico 3. muestra dos series de datos relacionadas con el ciclo económico de los Estados Unidos:

- Diferencia entre el rendimiento de los bonos del Tesoro a 10 años y los bonos del Tesoro a 3 meses (línea azul). Representa la diferencia entre el rendimiento de los bonos del Tesoro a 10 años y los bonos del Tesoro a 3 meses. Esta diferencia es una medida común de la pendiente de la curva de rendimiento. Una curva de rendimiento positiva (cuando los rendimientos a largo plazo son mayores que los de corto plazo) generalmente indica expectativas de crecimiento económico futuro. Una curva de rendimiento invertida (cuando los rendimientos a corto plazo son mayores que los de largo plazo) a menudo se interpreta como una señal de recesión económica futura.

Se pueden observar fluctuaciones significativas en la pendiente de la curva de rendimiento a lo largo del tiempo. Periodos en los que la línea azul cae por debajo de cero indican una inversión de la curva de rendimiento. Estas inversiones de la curva de rendimiento a menudo preceden a períodos de recesión, los cuales están sombreados en gris en el gráfico.

- Cambio en el Producto Interno Bruto Real (línea roja). Representa el cambio en el Producto Interno Bruto Real (GDP) de un año a otro. Esto muestra el crecimiento económico en términos absolutos, ajustado por inflación. Muestra las variaciones en el crecimiento del PIB real. Se puede observar que los periodos de crecimiento negativo o desaceleración económica coinciden con las áreas sombreadas (recesiones). El crecimiento del PIB muestra caídas notables durante las recesiones, como en la crisis financiera de 2008-2009 y la recesión causada por la pandemia de COVID-19 en 2020.

Generalmente, antes de los períodos de recesión (áreas sombreadas), la línea azul muestra una inversión de la curva de rendimiento (caída por debajo de cero). Después de la inversión de la curva de rendimiento, se observa una desaceleración o disminución en el crecimiento del PIB, reflejado por la línea roja. La inversión de la curva de rendimiento (cuando los rendimientos a corto plazo son mayores que los rendimientos a largo plazo) suele ser un indicador adelantado de recesiones económicas. Este patrón es evidente en la coincidencia de las inversiones de la curva de rendimiento con los períodos de decrecimiento del PIB y las recesiones subsiguientes.



*Gráfico 3. Diferencia entre el rendimiento de los bonos del Tesoro a 10 años y los bonos del Tesoro a 3 meses vs. Cambio en el Producto Interno Bruto Real*

La Gráfica 4. muestra los rendimientos de los bonos del Tesoro de Estados Unidos para diferentes vencimientos, desde repos a un día hasta 30 años. La inversión en la pendiente de la

curva indica expectativas de desaceleración económica. Los datos fueron obtenidos del U.S. Department of the Treasury (U.S. Department of the Treasury, 2024).

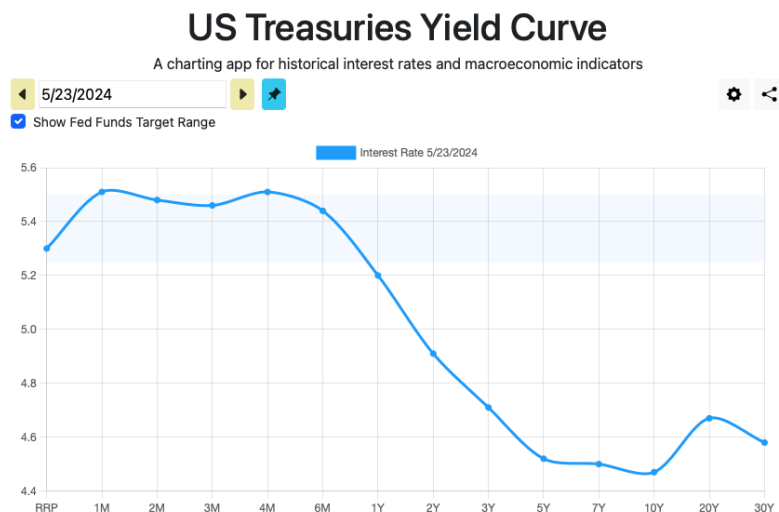


Gráfico 4. Curva de Rendimientos del Tesoro de Estados Unidos al 23 de mayo de 2024

De acuerdo con los informes del Comité Federado de Mercado Abierto (FOMC) para los meses de marzo 2024 y mayo 2024, la posición general sobre las tasas de interés en Estados Unidos y el comportamiento de la inflación es la siguiente:

En ambas versiones, el Comité decide mantener el rango objetivo para la tasa de fondos federales entre el 5.25% y el 5.5%. No se mencionan cambios en este rango objetivo en ninguna de las versiones, lo que indica que no hay un aumento ni un recorte inmediato de las tasas de interés.

- Manejo de la cartera de valores:** En la versión del 1 de mayo, se observa un cambio en la política de reducción de tenencias de valores del Tesoro y de deuda de agencias. El Comité anuncia que, a partir de junio, reducirá el ritmo de disminución de sus tenencias de valores al reducir el tope mensual de redención de valores del Tesoro de \$60 mil millones a \$25 mil millones. Sin embargo, mantendrá el tope de redención mensual de deuda de agencias y valores respaldados por hipotecas de agencias en \$35 mil millones y reinvertirá cualquier pago principal que exceda este tope en valores del Tesoro. Esto indica una política ligeramente más restrictiva en términos de reducir la cantidad de estímulo monetario que se está retirando de la economía, lo que podría interpretarse como una medida para evitar un aumento en las tasas de interés a corto plazo.

- **Compromiso con los objetivos de inflación:** En ambas versiones, el Comité se muestra firmemente comprometido a retornar la inflación a su objetivo del 2%, y señala que no espera que sea apropiado reducir el rango objetivo de la tasa de fondos federales hasta que tenga mayor confianza de que la inflación se está moviendo de manera sostenible hacia el 2%. Esto sugiere que cualquier decisión futura sobre las tasas dependerá en gran medida de los datos de inflación.

Los cambios en la política de manejo de la cartera de valores y el firme compromiso con el objetivo de inflación del 2% indican que el Comité de la Reserva Federal planea mantener las tasas de interés estables a corto plazo, ajustándolas solo si la inflación muestra una tendencia clara hacia su objetivo. No hay indicaciones de una subida o recorte de tasas en el futuro cercano.

En 2024, la inflación no ha disminuido como se esperaba, aplazando los recortes de tasas previstos. Los inversionistas especulan con tasas altas a corto plazo, respaldados por las declaraciones del presidente de la Reserva Federal de Mineápolis, Neel Kashkari, quien sugirió mantener las tasas actuales durante el resto del año debido a la inflación persistente.

La forma actual de la curva de rendimientos y la política monetaria restrictiva, junto con los antecedentes históricos, sugieren que la economía de Estados Unidos podría estar en riesgo de desaceleración económica. Las decisiones de la Reserva Federal reflejan un enfoque prudente para controlar la inflación, manteniendo las tasas de interés altas y reduciendo el ritmo de disminución de sus tenencias de valores del Tesoro.

**Ciclo económico (Variables macroeconómicas):** La economía estadounidense comenzó 2024 con un crecimiento más lento de lo previsto debido a la alta inflación y las elevadas tasas de interés. Aunque no se espera una recesión, el crecimiento del gasto de los consumidores y del PIB global disminuirá, alcanzando menos del 1% entre el segundo y tercer trimestre de 2024. La inflación debería normalizarse hacia el objetivo del 2% de la Reserva Federal en 2025, y las tasas de interés podrían empezar a bajar a finales de 2024 pero mantenerse por encima de los niveles prepandemia.

El gasto de los consumidores, fuerte en 2023, empieza a debilitarse por la disminución de los ahorros pandémicos y el aumento de la deuda de los hogares. Las ventas minoristas y la

confianza del consumidor están en retroceso, y se espera que esta tendencia continúe en 2024, aunque el mercado laboral se espera que no se vea deteriorado significativamente.

La inversión empresarial ha sido afectada por las altas tasas de interés, y se espera que esta tendencia se intensifique. La inversión en vivienda ha sido un punto fuerte, pero se anticipa una desaceleración. En cuanto al gasto público, impulsado por leyes de inversión en infraestructura, seguirá apoyando el crecimiento del PIB, aunque la volatilidad política podría influir en el gasto futuro.

El mercado laboral sigue siendo rígido debido a la jubilación de la generación del baby boom y la reticencia de las empresas a despedir trabajadores. Aunque se espera un debilitamiento, no se cree que este sea significativo. Finalmente, la inflación, que avanzó en 2023, se estancó a principios de 2024 debido a aumentos en los precios de la energía y los costos de ciertos servicios. Se espera que la inflación alcance el 2% en el segundo trimestre de 2025, con recortes en las tasas de interés proyectados para noviembre de 2024. (Lundh, 2024).

Por otro lado, la FOMC sigue estable con su decisión de mantener el rango de la tasa de los fondos federales en 5.25% - 5.50%, el máximo de los últimos 22 años, debido a la preocupación de que la inflación se demore más en llegar a su objetivo del 2%, así que se espera que la Reserva Federal mantenga estable su tasa de interés y continúe con la estrategia de contracción cuantitativa para contribuir a la inflación. Además de esto, es muy importante tener en cuenta la perspectiva del mercado y confianza de los actores económicos. (Federal Reserve, 2024)

### **Factores Que Afectan Los Spreads De Crédito**

Se conocen dos modelos estructurales utilizados para el cálculo de riesgo de crédito: Black and Scholes (1973) y Merton (1974). Estos modelos ofrecen una forma de evaluar el riesgo de crédito de una empresa al considerar su estructura de activos y pasivos, siendo el modelo de Merton una extensión del modelo de Black and Scholes, y proporcionan una base sólida para comprender el riesgo de incumplimiento de una compañía. Con base en esto, los modelos de riesgo de crédito para países adaptan principios de los modelos corporativos para evaluar la solidez financiera y la capacidad de pago de una nación. Sin embargo, es importante tener en cuenta que el riesgo soberano es más complejo puesto que conlleva muchas más variables,

por lo que estos modelos son solo una herramienta dentro de un enfoque más amplio de análisis de riesgo. (Black & Scholes, 1973) (Merton, 1974).

Con base en los modelos planteados anteriormente, existen 3 factores principales que afectan los spreads de crédito:

- **Tasa de interés libre de riesgo (Gubernamental):** Según los modelos, se espera una relación negativa entre la tasa libre de riesgo y el spread de crédito. Por ejemplo, si se presentan tasa de interés bajas, este evento se asocia a un momento de debilidad de la economía, lo cual genera altos spread de crédito (en el corto plazo). Aun así, otros autores (Morris et al. (1998) and Joutz et al. (2002)), este mismo ejemplo, en el largo plazo puede estimular la inversión y el crecimiento económico y spread de crédito bajos.
- **Pendiente de la curva de rendimiento libre de riesgo:** La pendiente se relaciona a condiciones de negocios futuras. Una pendiente positiva se entiende como una mejora en la actividad económica, lo que puede generar un crecimiento mayor a determinada empresa y por tanto, reducir su probabilidad de default (Landschoot, 2004).
- **Riesgo de liquidez:** Se ha encontrado evidencia (Collin-Dufresne et al. (2001), Elton et al. (2001)), de que la liquidez de determinado activo influye en el spread de crédito. Los inversores exigirán una mayor rentabilidad si el activo es menos líquido, por tanto, se espera que la relación entre riesgo de liquidez y spread de crédito es positiva. Las medidas usualmente utilizadas son el spread bid-ask, volumen de negociación y el tamaño de la emisión.

### **Definición De Modelos Para Determinar La Curva De Rendimientos**

Existen diversos modelos para predecir la curva de rendimientos, entre los más conocidos están el modelo de **Nelson-Siegel** y el modelo de **Svensson**, y a partir de estos han surgido diversas variaciones que tienen en cuenta parámetros adicionales para llegar a una mejor aproximación de la curva de rendimientos. Otros modelos que considerar son ACP - Hunt y Terry y B-Spline Cúbico Suavizado. A continuación, se explican cada uno de estos modelos:

## Modelo De Nelson-Siegel

En primer lugar, el modelo de Nelson-Siegel se centra en describir la forma de la curva de rendimientos a partir de tres factores, los cuales son, nivel (largo plazo), pendiente (corto plazo) y curvatura (mediano plazo), representados a través de beta 0, beta 1 y beta 2 respectivamente. Beta 0 refleja la tasa de interés de largo plazo a la que se espera que converjan las tasas de interés, beta 1 representa la pendiente de la curva en el corto plazo, proporcionando una medida de la expectativa del mercado sobre la dirección futura de las tasas de política monetaria y, por último, beta 2 captura la curvatura de la curva, ayudando a reflejar el comportamiento de las tasas de interés en el mediano plazo. El último parámetro es lambda, el cual controla la tasa de decaimiento exponencial, afectando especialmente la curvatura la curva. A pesar de su simplicidad, el modelo proporciona un buen ajuste para una amplia gama de curvas de rendimientos.

Es un modelo ampliamente utilizado para ajustar la estructura a plazo de las tasas de interés, que es esencial para entender cómo evolucionan las tasas de interés a diferentes plazos. Este modelo es particularmente útil para representar gráficamente la curva de rendimientos de los bonos del gobierno, pero también se puede aplicar a otros tipos de bonos.

En su investigación se centraron en solucionar los problemas que presentaban los modelos basados en polinomios. De acuerdo con los autores, este método parsimonioso representa la forma de la curva en los siguientes aspectos: Monotonía, joroba y forma de S, lo que permite que su calibración pueda predecir los precios de los bonos en el largo plazo. (Nelson & Siegel, 1987)

La fórmula del modelo es:

$$y(t) = \beta_0 + \beta_1 \left( \frac{1 - e^{-\lambda t}}{\lambda t} \right) + \beta_2 \left( \frac{1 - e^{-\lambda t}}{\lambda t} - e^{-\lambda t} \right)$$

Donde:

- $y(t)$  es la tasa de interés al plazo  $t$ ,
- $\beta_0$ ,  $\beta_1$ , y  $\beta_2$  son parámetros que representan el nivel, la pendiente y la curvatura respectivamente,

- $\lambda$  es un parámetro que controla la tasa de decaimiento exponencial, afectando especialmente la curvatura de la curva.

### Modelo De Svensson

Por otro lado, el modelo de Svensson se presenta como una variación del primer modelo, pues añade dos parámetros adicionales que permiten mayor flexibilidad a la hora de ajustar la curva de rendimientos, especialmente en su cola larga, esto puede resultar útil ya que permite recoger las variaciones en los rendimientos a lo largo del tiempo. Este modelo es particularmente útil para ajustar datos de mercados de deuda que muestran variaciones más complejas en la estructura temporal de las tasas de interés.

Es importante tener en cuenta que, tanto Svensson como Nelson y Siegel inician su teoría definiendo, en primera medida, la curva forward de los rendimientos que, luego de un proceso de integración surgen las curvas observadas o “spot”. (Svensson, 1994).

En este modelo se evalúan varios criterios para medir el desempeño del modelo de Svensson, como la flexibilidad, el ajuste a los datos, la estabilidad de los parámetros a lo largo del tiempo y la capacidad del modelo para predecir futuros movimientos de tasas de interés. La metodología incluye comparaciones con los datos históricos y la evaluación de la precisión predictiva del modelo.

El modelo de Svensson introduce parámetros adicionales en la formulación de Nelson y Siegel para permitir una mayor flexibilidad en la forma de la curva de rendimientos, especialmente en la parte larga de la curva. La fórmula general del modelo de Svensson se puede expresar como sigue:

$$R(t) = \beta_0 + \beta_1 \left( \frac{1-e^{-\lambda_1 t}}{\lambda_1 t} \right) + \beta_2 \left( \frac{1-e^{-\lambda_1 t}}{\lambda_1 t} - e^{-\lambda_1 t} \right) + \beta_3 \left( \frac{1-e^{-\lambda_2 t}}{\lambda_2 t} - e^{-\lambda_2 t} \right)$$

Donde:

- $R(t)$  es el rendimiento en el tiempo  $t$ .

-  $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3$  son parámetros que determinan el nivel, la pendiente, la curvatura y la cola de la curva, respectivamente.

-  $\lambda_1, \lambda_2$  son parámetros de decaimiento que controlan la velocidad a la que los efectos de los componentes se amortiguan a medida que aumenta el plazo  $t$ .

Este modelo es recomendado para contextos donde la precisión en la parte larga de la curva es crucial. Sin embargo, es importante usar el modelo con cautela y realizar validaciones cruzadas para evitar el sobreajuste y asegurar que las estimaciones son robustas y confiables.

### **Modelo De Polinomios Acp - Hunt Y Terry**

El modelo de Hunt y Terry es otro modelo paramétrico en donde los autores adicionan un proceso de análisis de componentes principales (ACP). Con este modelo se esperaba poder estimar la curva de la deuda de Australia, en donde se obtuvieron resultados favorables comparados con los métodos tradicionales. De acuerdo con los autores “La estimación del modelo a través de componentes principales (les) permitió explotar la falta de colinealidad de los componentes principales y también promovió la convergencia en el proceso de estimación no lineal” (Hunt, B. & Terry, C. 1998).

### **Modelo De B-Splines Cúbicos Suavizados**

A diferencia de los modelos anteriores, el modelo de B-Splines cúbicos suavizados se basa en la “interpolación basada en splines”. Además de este tipo de modelo spline, también existen b spline lineales, cuadráticas, exponenciales, integrados, entre otros. Este modelo “es la construcción de una curva a trozos, que consta de varias funciones polinómicas de grado 3 que dan continuidad a los intervalos delimitados por Knot points.” (Rincon, 2020).

El Modelo de B-Spline Cúbico Suavizado, con la técnica de optimización de De Boor, es un método avanzado para la estimación de la curva de rendimientos de la deuda pública. Este modelo es especialmente valorado por su capacidad para generar curvas suaves y continuas, que son esenciales para una representación precisa de la estructura temporal de las tasas de interés.

El modelo utiliza B-Splines cúbicas para formar la curva de rendimientos. Las B-Splines son funciones base que se combinan para construir curvas y superficies en numerosas aplicaciones de modelado gráfico y análisis numérico. En este contexto, las "cúbicas" se refieren al grado de los polinomios utilizados, que es tres. El suavizado en este modelo se logra ajustando la curva para minimizar una función de penalización que equilibra la fidelidad a los datos con la suavidad de la curva.

Sin embargo, intentar estimar los parámetros de esta función para calibrar la curva por medio de este procedimiento es altamente complejo, lo que han obligado a varios teóricos, entre los que se cuenta a De Boor, a encontrar una nueva manera de estimación. (De Boor, 2001).

La curva de rendimientos utilizando B-Splines cúbicas puede expresarse generalmente como:

$$R(t) = \sum_{i=0}^n \beta_i B_i(t)$$

Donde:

- $B_i(t)$  son las funciones base B-Spline cúbicas.
- $\beta_i$  son los coeficientes de las B-Splines.
- $t$  representa el tiempo o la madurez del bono.
- $n$  es el número de funciones base utilizadas, determinado por el número de puntos de datos y la elección del número de nudos.

La técnica de optimización de De Boor es crucial para determinar los valores óptimos de los coeficientes  $\beta_i$  y la colocación de los nudos en las B-Splines. De Boor propuso métodos para el cálculo eficiente de estas splines, incluyendo algoritmos para su evaluación y para determinar los coeficientes que minimizan la función de penalización.

$$P(\beta) = \sum (y_i - R(t_i))^2 + \lambda \int (R''(t))^2 dt$$

Donde:

- $y_i$  son los valores observados de las tasas de rendimiento.
- $t_i$  son los tiempos correspondientes a estas observaciones.

-  $\lambda$  es un parámetro de suavizado que controla el trade-off entre la adherencia a los datos y la suavidad de la curva.

-  $R''(t)$  es la segunda derivada de  $R(t)$ , que mide la curvatura de la curva.

En la práctica, el modelo de B-Spline Cúbico Suavizado se aplica ajustando los coeficientes y la colocación de los nudos para que la curva resultante se ajuste de manera óptima a los datos de rendimientos de bonos. La evaluación del modelo implica verificar cómo se comporta con respecto a los datos históricos y su capacidad para predecir valores futuros, lo que se mide a menudo mediante criterios como el error cuadrático medio y otros indicadores estadísticos. Este modelo es especialmente útil en aplicaciones financieras donde la precisión y la suavidad de la curva de rendimientos son críticas para la toma de decisiones de inversión y la gestión de riesgo.

## ETAPA 2 – ESTIMACIÓN DEL MODELO PARA EL CÁLCULO DE NODOS

Una vez revisada la teoría, se procede a la práctica que permita la elaboración final de la curva de rendimientos de los tesoros de Estados Unidos. Para esto, se procede con la construcción de los nodos correspondientes a 1, 2, 5, 10 y 30 años, para lo cual se utilizan diferentes metodologías con la finalidad de escoger aquella que mejor se desempeñe, dentro de estas se encuentran metodologías de Machine Learning, Deep Learning y métodos tradicionales de regresión.

Con base en lo anterior, a continuación, se describen las metodologías de Machine Learning y Deep Learning utilizadas para la estimación de cada nodo, así como las variables significativas arrojadas por cada uno de los modelos, excepto para los nodos de 10 y 30 años, para los cuales los modelos utilizados corresponden a Deep Learning (Redes neuronales) y estos no utilizan variables explicativas para generar predicciones.

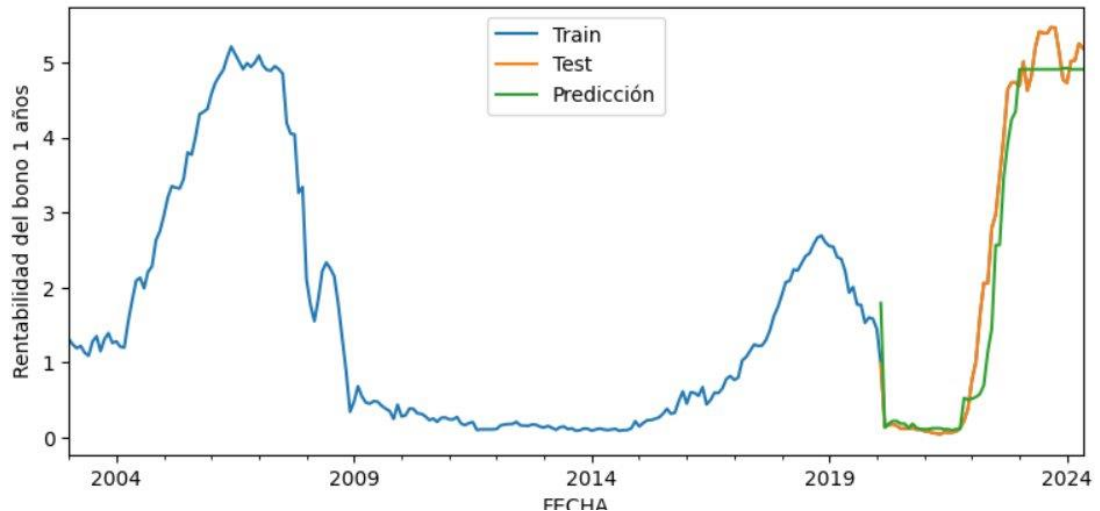
### Modelos De Machine Learning

- **1 año: modelo de regresión LightGBM.**

La raíz del error cuadrático medio: 0.506

El R cuadrado: 0.949

El R cuadrado ajustado: 0.948



*Gráfico 5. Rentabilidad histórica 1 año con Modelo de Regresión LightGBM. Fuente: Elaboración propia.*

LightGBM (Light Gradient Boosting Machine) es un algoritmo de aprendizaje automático basado en el método de boosting, el cual, es una técnica de ensamblado que combina varios modelos simples (generalmente árboles de decisión) para crear un modelo más fuerte y preciso. La metodología LightGBM se utiliza principalmente para problemas de regresión y clasificación.

Así pues, LightGBM es una implementación eficiente del método de boosting y es especialmente útil para grandes conjuntos de datos, teniendo varias ventajas:

1. **Velocidad y Eficiencia:** es muy rápido en comparación con otros algoritmos de boosting.
2. **Precisión:** a pesar de su velocidad, mantiene una alta precisión en las predicciones.
3. **Escalabilidad:** puede manejar grandes conjuntos de datos y es fácil de paralelizar.

Con base en lo anterior, el modelo LightGBM realiza los siguientes los siguientes pasos para llegar al resultado final:

1. **Construcción de árboles:** construye árboles de decisión de manera secuencial, donde cada árbol se construye tratando de corregir los errores del árbol anterior.

2. **Optimización:** utiliza gradientes para optimizar la función de pérdida, asegurando que cada nuevo árbol reduce los errores de predicción.
3. **Predicción final:** la predicción final se obtiene combinando las predicciones de todos los árboles construidos.

Una vez explicado el modelo utilizado para el cálculo del nodo de 1 año, se obtiene que este arrojó como resultado las siguientes variables como las más significativas para la predicción realizada:

- **Bills 1 Mes:**

Los "Bills 1 Mes" se refieren a las letras del Tesoro de Estados Unidos a corto plazo con un vencimiento de un mes (30 días). Son instrumentos de deuda emitidos por el Departamento del Tesoro de EE. UU. para financiar la deuda pública y cubrir déficits temporales en el presupuesto federal.

El rendimiento de estas letras es un indicador importante de las expectativas del mercado sobre las tasas de interés a corto plazo y la salud económica general. Las tasas de interés de las letras del Tesoro también se utilizan como referencia para otros productos financieros.

- **2 años: Modelo de Regresión de Ángulo Mínimo con validación cruzada (LARS).**

La raíz del error cuadrático medio: 0.497

El R cuadrado: 0.911

El R cuadrado ajustado: 0.905

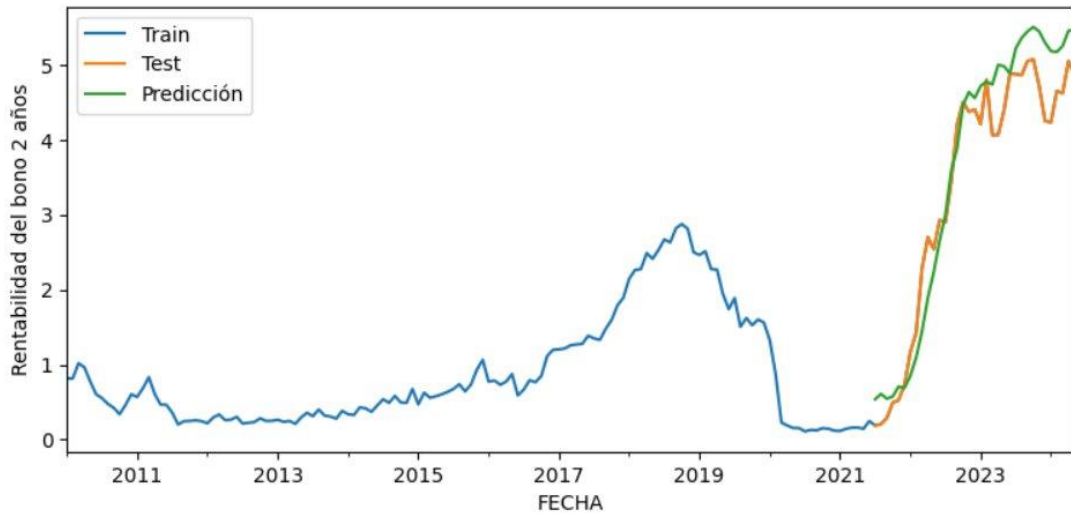


Gráfico 6. Rentabilidad histórica 2 años con Modelo de Regresión de Ángulo Mínimo con Validación Cruzada (LARS). Fuente: Elaboración propia.

El modelo de regresión de ángulo mínimo con validación cruzada utiliza la técnica de ángulo mínimo para seleccionar características y construir el modelo, mientras que la validación cruzada se asegura de que este modelo sea robusto y funcione bien con diferentes particiones de los datos. Esto ayuda a evitar el sobreajuste, el cual sucede cuando un modelo es muy bueno con los datos de entrenamiento, pero no generaliza bien con nuevos datos.

Para comprender mejor este modelo, se hace necesario dividirlo en dos momentos clave:

1. **Regresión de ángulo mínimo:** es una técnica en estadística y aprendizaje automático utilizada para encontrar la relación entre una variable dependiente (la que se quiere predecir) y una o más variables independientes (las características o entradas), seleccionando las características más importantes a través de la técnica de ángulo mínimo. Para esto, suponiendo que se tienen muchas variables y se quiere encontrar las más relevantes para predecir la variable objetivo. El modelo de regresión de ángulo mínimo selecciona una característica a la vez, eligiendo la que más reduce el error de predicción en cada paso.
2. **Validación cruzada:** es el proceso de evaluar la precisión del modelo dividiendo el conjunto de datos en varias partes. Se entrena el modelo en algunas de estas

partes y se prueba en las partes restantes, repitiendo esto varias veces para asegurar que el modelo funcione bien en diferentes segmentos de los datos.

Una vez explicado el modelo utilizado para el cálculo del nodo de 2 años, se obtiene que este arrojó como resultado las siguientes variables como las más significativas para la predicción realizada:

- **Bills 3 Meses:**

Los "Bills 3 Meses" se refieren a las letras del Tesoro de Estados Unidos con un vencimiento de tres meses (90 días). Son instrumentos de deuda a corto plazo emitidos por el Departamento del Tesoro de EE. UU.

El rendimiento de estas letras es un indicador de las expectativas del mercado sobre las tasas de interés a corto plazo y la salud económica general. También se utilizan como referencia para otros productos financieros.

- **Expectativas de Inflación a 3 Años Reserva Federal de Cleveland:**

Las expectativas de inflación a 3 años de la Reserva Federal de Cleveland son una proyección de la tasa de inflación que se espera para los próximos tres años. Estas expectativas son recopiladas y publicadas por la Reserva Federal de Cleveland.

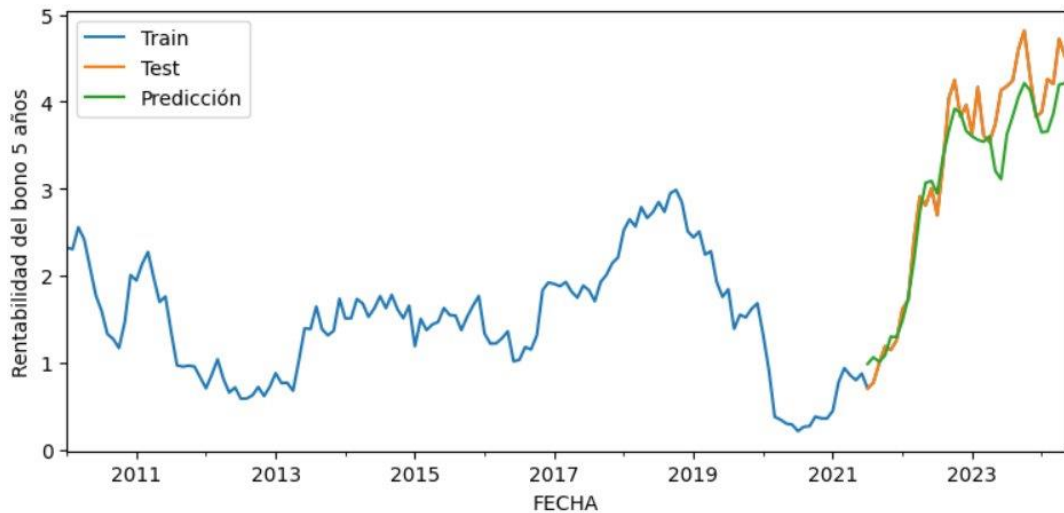
Las expectativas de inflación son cruciales para la política monetaria, ya que influyen en las decisiones de la Reserva Federal sobre las tasas de interés y otras medidas económicas. Ayudan a prever la estabilidad de precios y el poder adquisitivo futuro.

- **5 años: modelo Lasso de variable cruzada.**

La raíz del error cuadrático medio: 0.3617

El R cuadrado: 0.9169

El R cuadrado ajustado: 0.9058



*Gráfico 7. Rentabilidad histórica 5 años con Modelo Lasso de Variable Cruzada.*

*Fuente: Elaboración propia.*

El modelo Lasso (Least Absolute Shrinkage and Selection Operator) es una técnica de regresión que se utiliza para mejorar la precisión y la interpretabilidad de los modelos estadísticos. Se basa en minimizar la suma de los errores al cuadrado (como en la regresión lineal), pero también agrega una penalización por la suma de los valores absolutos de los coeficientes de las variables. Esta penalización ayuda a reducir la complejidad del modelo y puede hacer que algunos coeficientes se reduzcan a cero, eliminando así variables irrelevantes.

Por su parte, el término "variable cruzada" se refiere a un proceso de validación cruzada que se utiliza para seleccionar el mejor valor del parámetro de penalización (también llamado lambda). En la validación cruzada, el conjunto de datos se divide en varias partes, se entrena el modelo en algunas de estas partes y se prueba en las partes restantes. Este proceso se repite varias veces y se promedia el rendimiento para evaluar la capacidad del modelo de generalizar a datos no vistos.

Entonces, un modelo Lasso de variable cruzada es un modelo Lasso que ha sido ajustado utilizando validación cruzada para encontrar el mejor valor del parámetro de penalización. Esto ayuda a obtener un modelo que no sea ni demasiado complejo (evitando el sobreajuste) ni demasiado simple (evitando el subajuste).

Una vez explicado el modelo utilizado para el cálculo del nodo de 5 años, se obtiene que este arrojó como resultado las siguientes variables como las más significativas para la predicción realizada:

- **Expectativas de Inflación a 5 Años Reserva Federal de Cleveland:**

Las expectativas de inflación a 5 años de la Reserva Federal de Cleveland son una proyección de la tasa de inflación que se espera para los próximos cinco años. Estas expectativas son recopiladas y publicadas por la Reserva Federal de Cleveland.

Las expectativas de inflación a largo plazo son cruciales para la política monetaria, ya que influyen en las decisiones de la Reserva Federal sobre las tasas de interés y otras medidas económicas. Ayudan a prever la estabilidad de precios y el poder adquisitivo futuro.

- **IPC en Valor:**

El Índice de Precios al Consumo (IPC) en Valor, conocido como Personal Consumption Expenditures (PCE) en inglés, mide los cambios en los precios de bienes y servicios consumidos por los hogares. Es una medida de inflación utilizada por la Reserva Federal de EE. UU.

El PCE es una medida clave de la inflación y es seguida de cerca por la Reserva Federal para orientar su política monetaria. Ayuda a evaluar la estabilidad de precios y el poder adquisitivo de los consumidores.

- **GDP en Precios:**

El GDP en precios, o Producto Interno Bruto (PIB) en precios corrientes, es el valor total de todos los bienes y servicios producidos en un país durante un período específico, medido a los precios actuales de mercado.

El GDP en precios corrientes es una medida fundamental del tamaño y la salud de una economía. Permite comparar el crecimiento económico a lo largo del tiempo en términos nominales, aunque no ajusta por cambios en el nivel de precios.

- **Bills 3 Meses:**

Los "Bills 3 Meses" se refieren a las letras del Tesoro de Estados Unidos con un vencimiento de tres meses (90 días). Son instrumentos de deuda a corto plazo emitidos por el Departamento del Tesoro de EE. UU.

El rendimiento de estas letras es un indicador de las expectativas del mercado sobre las tasas de interés a corto plazo y la salud económica general. También se utilizan como referencia para otros productos financieros.

- **10 y 30 años: modelos de redes neuronales recurrentes GRU (Gated Recurrent Units) y LSTM (Long Short-Term Memory).**

**10 años:**

GRU RMSE: 0.4215

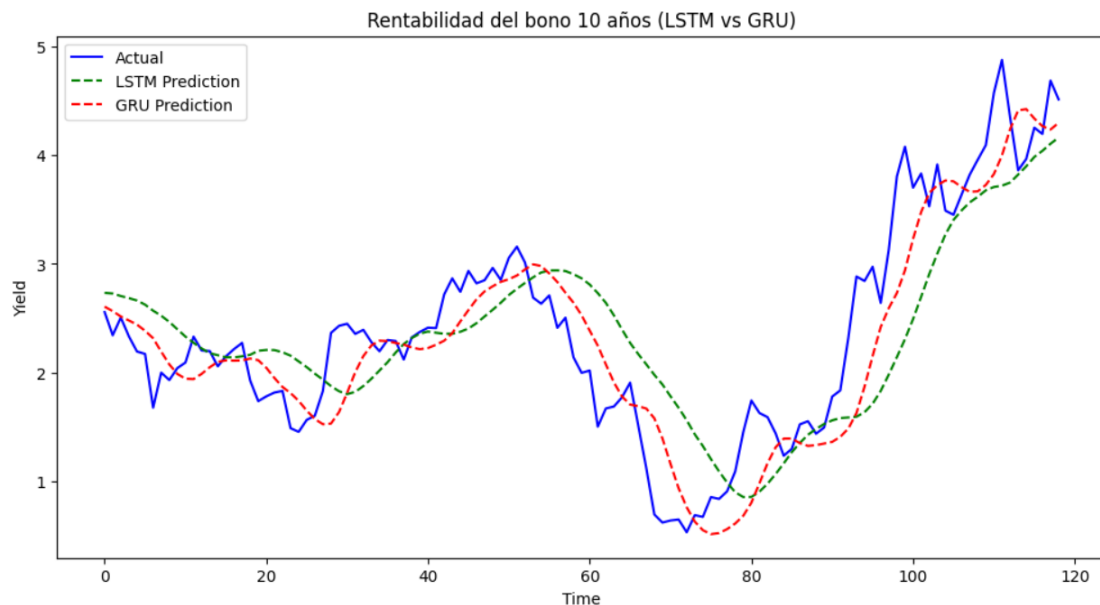
LSTM RMSE: 0.6201

GRU R2: 0.8168

LSTM R2: 0.6035

GRU Adjusted R2: 0.7960

LSTM Adjusted R2: 0.5586



*Gráfico 8. Rentabilidad histórica 10 años con Modelos de Redes Neuronales Recurrentes GRU y LSTM. Fuente: Elaboración propia.*

**30 años:**

GRU RMSE: 0.3855

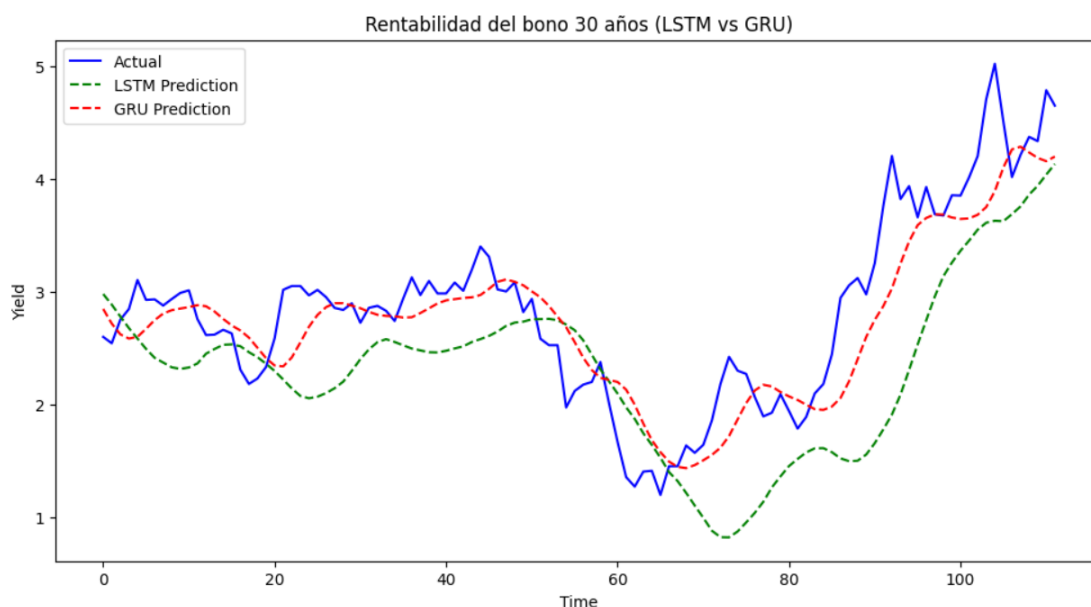
LSTM RMSE: 0.7766

GRU R2: 0.7825

LSTM R2: 0.1172

GRU Adjusted R2: 0.7561

LSTM Adjusted R2: 0.0102



*Gráfico 9. Rentabilidad histórica 30 años con Modelos de Redes Neuronales Recurrentes GRU y LSTM. Fuente: Elaboración propia.*

En primer lugar, las redes neuronales recurrentes (RNN) son un tipo de red neuronal diseñada para trabajar con datos secuenciales, como series temporales o textos. Lo que distingue a las RNN es su capacidad para mantener una "memoria" de los datos anteriores en la secuencia, permitiéndoles capturar dependencias temporales.

Con base en lo anterior, las LSTM son un tipo especial de RNN, que pueden aprender dependencias a largo plazo. Las LSTM tienen una estructura más compleja que incluye "celdas de memoria" y tres puertas: la puerta de entrada, la puerta de salida y la puerta de olvido. Estas puertas regulan el flujo de información dentro y fuera de la celda de memoria, permitiendo que la red "decida" qué información recordar y cuál olvidar.

Por otro lado, las GRU son una variante más simple de las LSTM. Las GRU combinan la puerta de entrada y la puerta de olvido en una sola "puerta de actualización" y también tienen una "puerta de reinicio". Esto simplifica la estructura y reduce el número de parámetros en comparación con las LSTM.

A continuación, se realiza una breve explicación de cada "puerta":

- **Puerta de entrada:** decide cuánta información de la entrada actual debe guardarse en la celda de memoria.
- **Puerta de olvido:** decide cuánta información de la celda de memoria debe olvidarse.
- **Puerta de salida:** decide cuánta información de la celda de memoria debe usarse para la salida.
- **Puerta de actualización:** controla cuánta información de la entrada actual y la memoria previa debe guardarse en la memoria actual.
- **Puerta de reinicio:** decide cuánta información de la memoria previa debe olvidarse antes de combinarla con la entrada actual.

Hasta este punto se han descrito los modelos de Machine Learning y Deep Learning utilizados para el cálculo de los diferentes nodos. A continuación, se presenta modelo tradicional de regresión y posteriormente los resultados obtenidos con este.

### **Modelo De Mínimos Cuadrados Ordinarios (Ols)**

El modelo de Mínimos Cuadrados Ordinarios (OLS, por sus siglas en inglés) es una técnica estadística utilizada para estimar los parámetros de una regresión lineal. Este método busca identificar la relación lineal entre una variable dependiente y una o más variables independientes, minimizando la suma de los cuadrados de las diferencias entre los valores observados y los valores predichos por el modelo.

## Componentes del Modelo OLS.

- **Variable Dependiente (Y):** Es la variable que se desea predecir o explicar.
- **Variabes Independientes (X):** Son las variables utilizadas para predecir la variable dependiente. Estas pueden incluir factores económicos, tasas de interés e indicadores de mercado.
- **Coefficientes ( $\beta$ ):** Son los parámetros que el modelo estima. Cada coeficiente representa el cambio esperado en la variable dependiente por una unidad de cambio en la variable independiente correspondiente, manteniendo constantes las demás variables.
- **Error ( $\epsilon$ ):** Es la diferencia entre los valores observados y los valores predichos por el modelo. El método OLS busca minimizar la suma de los cuadrados de estos errores.

## Funcionamiento del Modelo OLS

El modelo OLS se basa en la siguiente ecuación matemática:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_n X_n + \epsilon$$

- $Y$  es la variable dependiente.
- $X_1, X_2, \dots, X_n$  son las variables independientes.
- $\beta_0$  es el término constante o intercepto.
- $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n$  son los coeficientes de las variables independientes.
- $\epsilon$  es el término de error.

El objetivo del modelo OLS es encontrar los valores de  $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n$  que minimicen la suma de los cuadrados de  $\epsilon$ .

## Importancia del Modelo OLS

- **Interpretación:** OLS permite interpretar cómo cada variable independiente afecta la variable dependiente. Por ejemplo, un coeficiente positivo indica que, al aumentar la variable independiente, la variable dependiente también aumenta, y viceversa.
- **Predicción:** Una vez ajustado el modelo, puede utilizarse para predecir valores futuros de la variable dependiente basándose en nuevos valores de las variables independientes.
- **Evaluación de Relaciones:** OLS ayuda a evaluar la fuerza y la dirección de las relaciones entre las variables independientes y la variable dependiente.

## Evaluación del Modelo

- **R-cuadrado ( $R^2$ ):** Indica el porcentaje de variación en la variable dependiente explicado por las variables independientes. Un  $R^2$  cercano a 1 sugiere un buen ajuste del modelo.
- **Pruebas de Significancia:** Se utilizan para determinar si los coeficientes de las variables independientes son significativamente diferentes de cero, evaluándose mediante p-valores y el estadístico t.
- **Multicolinealidad:** Problema que ocurre cuando las variables independientes están altamente correlacionadas entre sí.

## VARIABLES DE EVALUACIÓN DEL MODELO

- **R-cuadrado ( $R^2$ ):** Indica que porcentaje de la variabilidad en la variable independiente se explica por las variables independientes del modelo.

- **RMSE:** La raíz del error cuadrático medio evalúa la precisión del modelo de regresión, ya que proporciona la medida del error en las mismas unidades de la variable dependiente. Esta medida penaliza de manera fuerte los errores más grandes.
- **F-estadístico:** Un F-estadístico alto sugiere que al menos una de las variables independientes es significativamente diferente de cero.
- **Probabilidad asociada (Prob (F-estadístico)):** Un valor extremadamente bajo indica que el modelo en su conjunto es altamente significativo.
- **Variables significativas:** Son aquellas que su p-valor es menor a 0.05 aceptando un 5% de probabilidad de cometer un error, dicho de otra manera, aquellas que tienen un nivel de confianza del 95%. Son importantes porque indican que hay una relación estadísticamente significativa entre la variable independiente y la variable dependiente. Generalmente se usa un nivel de confianza del 95%, pero el modelo es parametrizable, esto es, que lo puede modificar a discreción el usuario.

### Glosario de Variables Independientes

- **Bills1M (BILLS 1 MES):** Representa el rendimiento de los bonos del gobierno de los EE. UU. a 1 mes.
- **Bills3M (BILLS 3 MES):** Representa el rendimiento de los bonos del gobierno de los EE. UU. a 3 meses.
- **PCI (Índice de precios de consumo personal):** Índice de precios que mide los cambios en los precios de los bienes y servicios adquiridos por los consumidores.
- **InfExpCLEV1Y (Expectativa Inflación 1 AÑO Reserva Federal - Cleveland):** Expectativas de inflación a 1 año según la Reserva Federal de Cleveland.

- **InfExpCLEV3Y** (Expectativa Inflación 3 AÑO Reserva Federal - Cleveland): Expectativas de inflación a 3 años según la Reserva Federal de Cleveland.
- **InfExpCLEV2Y** (Expectativa Inflación 2 AÑO Reserva Federal - Cleveland): Expectativas de inflación a 2 años según la Reserva Federal de Cleveland.

### Comportamiento del modelo para rendimientos a 1 año con transformación logarítmica

Título	Valor
Dep. Variable:	1YYield
R-squared:	0.969
Adj. R-squared:	0.969
Model:	OLS
Method:	Least Squares
F-statistic:	5996.0
Prob (F-statistic):	1.16e-145

### Estadísticas

- **R-cuadrado:** El valor de R-cuadrado del modelo es 0.97. Esto indica que el 97% de la variabilidad en la tasa de rendimiento a 1 año (1YYield) está explicada por las variables independientes en el modelo.
- **F-estadístico y Prob(F-estadístico):** El F-estadístico de 5996 y su probabilidad asociada de 1.16e-145 indican que el modelo es globalmente significativo.

### Variables Significativas:

- **Bills1M** (coeficiente: 0.9965, p-valor: 0.000): La tasa de los Bills a 1 mes tiene un coeficiente positivo y es altamente significativa ( $p < 0.001$ ), indicando que a medida que la tasa de los Bills a 1 mes aumenta, la tasa de rendimiento a 1 año también aumenta.

## Gráfico del comportamiento del modelo para rendimientos a 1 año

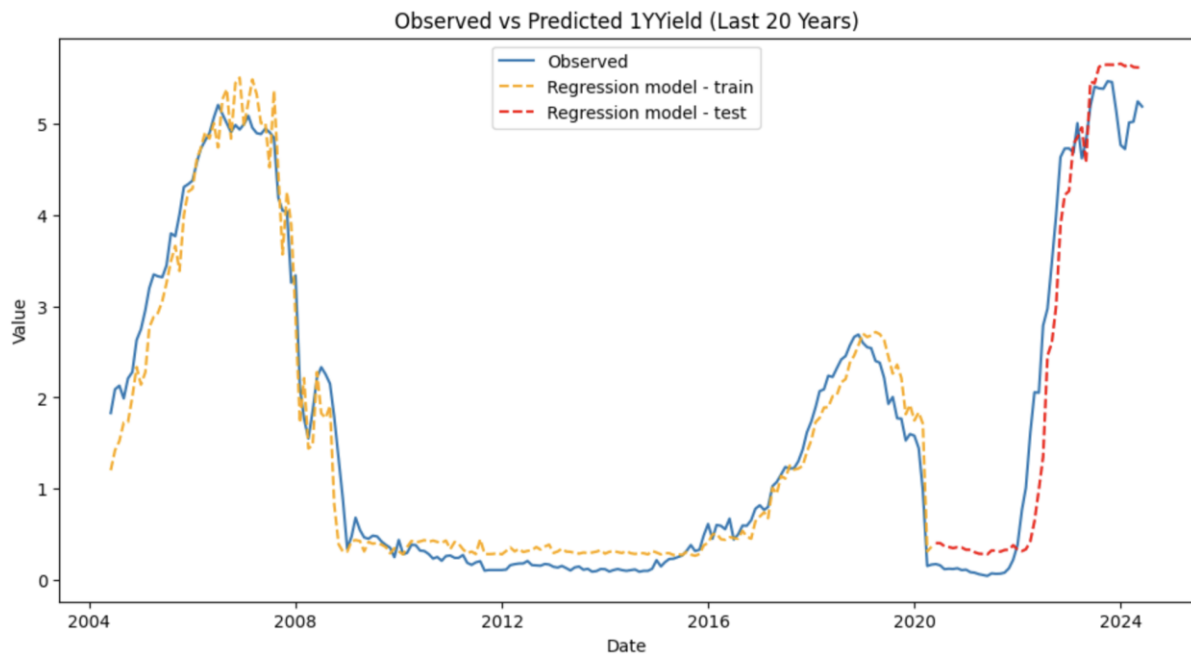


Gráfico 10. Gráfico del comportamiento del modelo para rendimientos a 1 año. Fuente: *Elaboración propia.*

## Evaluación del modelo para rendimientos a 1 año

	<i>Entrenamiento (train)</i>	<i>Prueba (test)</i>
<b>R2</b>	0.969	0.941
<b>RMSE</b>	---	0.550

## Evaluación de la presencia de overffiting

Aunque el R2 del conjunto de entrenamiento es ligeramente superior al del conjunto de prueba, la diferencia no es lo suficientemente grande como para indicar un problema significativo de overfitting. El modelo muestra un buen desempeño predictivo tanto en el conjunto de entrenamiento como en el de prueba, sugiriendo que generaliza bien a datos nuevos.

## Comportamiento del modelo para rendimientos a 2 años con transformación logarítmica

Título	Valor
Dep. Variable:	2Yield
R-squared:	0.913
Adj. R-squared:	0.912
Model:	OLS
Method:	Least Squares
F-statistic:	815.6
Prob (F-statistic):	5.34e-83

### Estadísticas

- **R-cuadrado:** El valor de R-cuadrado es 0.913. Esto indica que el 91.3% de la variabilidad en la tasa de rendimiento a 2 años (2Yield) está explicada por las variables independientes en el modelo. Esto sugiere un muy buen ajuste del modelo a los datos.
- **F-estadístico y Prob (F-statistic):** El F-estadístico de 815.6 y su probabilidad asociada de 5.34e-83 indican que el modelo es globalmente significativo, lo que significa que las variables independientes, en conjunto, tienen un impacto significativo en la variable dependiente.

### VARIABLES SIGNIFICATIVAS

- **Bills3M** (coeficiente: 0.7352, p-valor: 0.000): La tasa de los Bills a 3 meses tiene un coeficiente positivo y es altamente significativa ( $p < 0.001$ ), indicando que a medida que la tasa de los Bills a 3 meses aumenta, la tasa de rendimiento a 2 años también aumenta.
- **InfExpCLEV3Y** (coeficiente: 0.8156, p-valor: 0.000): La expectativa de inflación a 3 años según la Reserva Federal de Cleveland tiene un coeficiente positivo y es

altamente significativa ( $p < 0.001$ ), indicando que a medida que la expectativa de inflación a 3 años aumenta, la tasa de rendimiento a 2 años también aumenta.

### Gráfico del comportamiento del modelo para rendimientos a 2 años

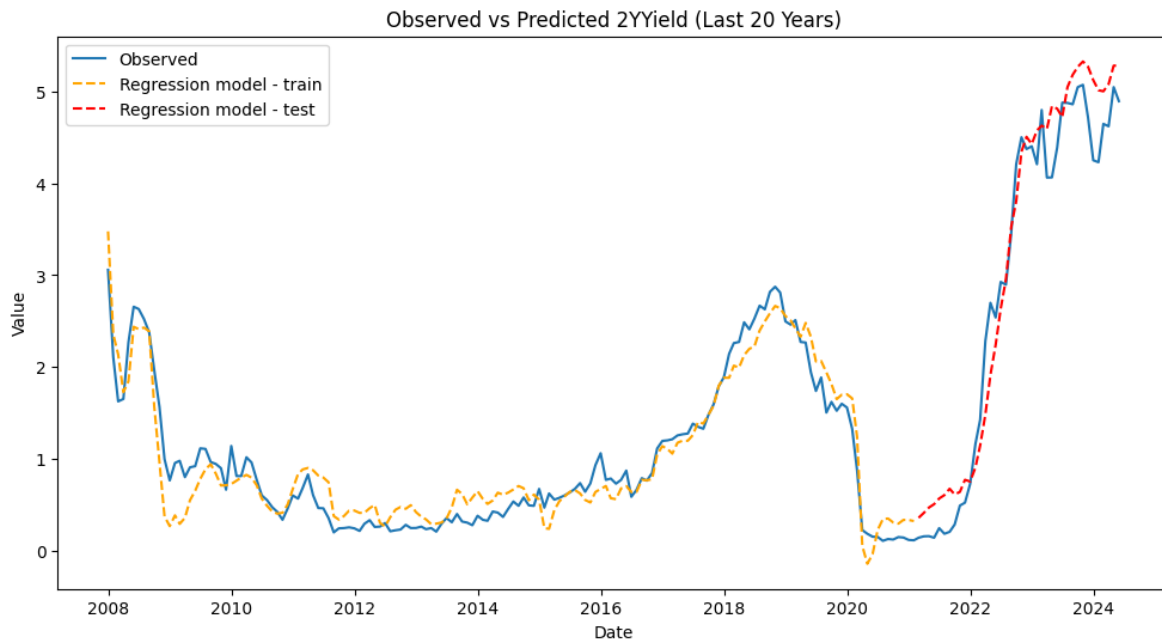


Gráfico 11. Gráfico del comportamiento del modelo para rendimientos a 2 años. Fuente: *Elaboración propia.*

### Evaluación del modelo para rendimientos a 2 años

	<i>Entrenamiento (train)</i>	<i>Prueba (test)</i>
<b>R2</b>	0.9132	0.9540
<b>RMSE</b>	---	0.4041

### Evaluación de la presencia de overffiting

El modelo de regresión OLS para 2YYield es altamente significativo, explicando el 91.3% de la variabilidad de la tasa de rendimiento a 2 años, con un R-cuadrado de 0.913 en el conjunto de entrenamiento. El R-cuadrado en el conjunto de prueba es de 0.954, indicando un buen desempeño predictivo, sugiriendo que generaliza bien a datos nuevos.

## Comportamiento del modelo para rendimientos a 5 años con transformación logarítmica

Título	Valor
Dep. Variable:	5YYield
R-squared:	0.908
Adj. R-squared:	0.906
Model:	OLS
Method:	Least Squares
F-statistic:	377.3

### Estadísticas

- **R-cuadrado:** El valor de R-cuadrado es 0.908. Esto indica que el 90.8% de la variabilidad en la tasa de rendimiento a 5 años (5YYield) está explicada por las variables independientes en el modelo.
- **F-estadístico y Prob (F-estadístico):** El F-estadístico de 377.3 y su probabilidad asociada de  $3.92e-78$  indican que el modelo es globalmente significativo.

### VARIABLES SIGNIFICATIVAS

- **Bills3M** (coeficiente: 0.3106, p-valor: 0.000): La tasa de los Bills a 3 meses tiene un coeficiente positivo y es altamente significativa ( $p < 0.001$ ), indicando que a medida que la tasa de los Bills a 3 meses aumenta, la tasa de rendimiento a 5 años también aumenta.
- **GDPCrrP** (coeficiente: 0.0036, p-valor: 0.001): El Producto Interno Bruto en precios corrientes tiene un coeficiente positivo y es significativo ( $p < 0.01$ ), indicando que a medida que el PIB en precios corrientes aumenta, la tasa de rendimiento a 5 años también aumenta.

- **PCI** (coeficiente: -0.0545, p-valor: 0.000): El índice de precios de consumo personal tiene un coeficiente negativo y es altamente significativo ( $p < 0.001$ ), indicando que a medida que el PCI aumenta, la tasa de rendimiento a 5 años disminuye.
- **InfExpCLEV5Y** (coeficiente: 1.8203, p-valor: 0.000): La expectativa de inflación a 5 años según la Reserva Federal de Cleveland tiene un coeficiente positivo y es altamente significativa ( $p < 0.001$ ), indicando que a medida que la expectativa de inflación a 5 años aumenta, la tasa de rendimiento a 5 años también aumenta.

### Gráfico del comportamiento del modelo para rendimientos a 5 años

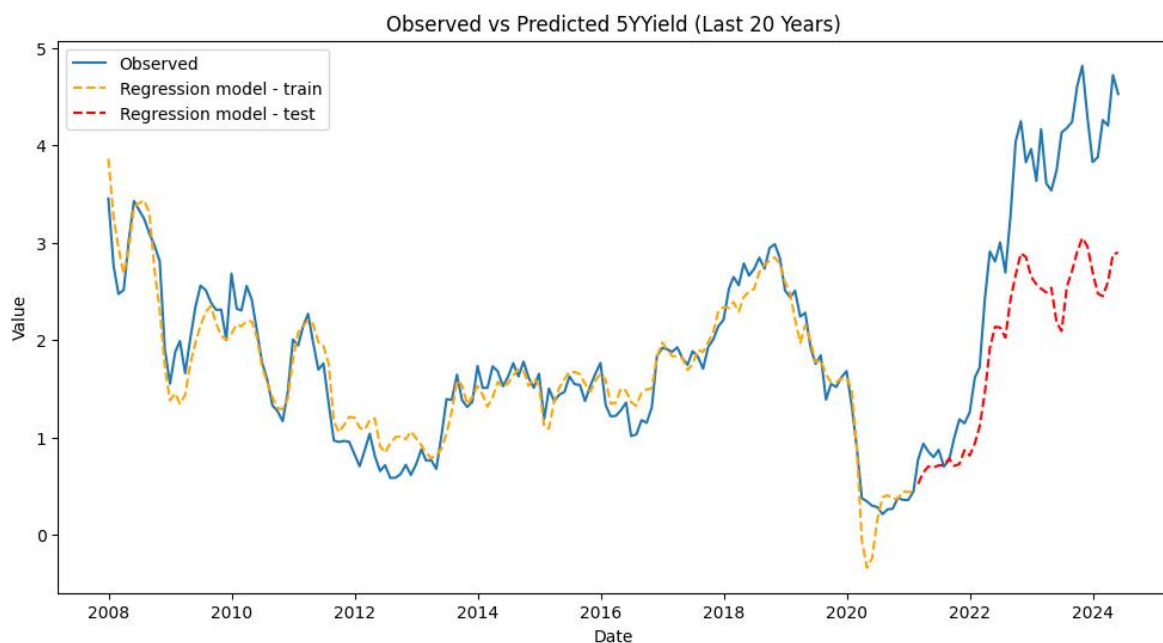


Gráfico 12. Gráfico del comportamiento del modelo para rendimientos a 5 años. Fuente: Elaboración propia.

### Evaluación del modelo para rendimientos a 5 años

	<i>Entrenamiento (train)</i>	<i>Prueba (test)</i>
<b>R2</b>	0.9079	0.3392
<b>RMSE</b>	---	1.1496

### Evaluación de la presencia de overffiting

El  $R^2$  de prueba de este modelo tiene valores muy bajos y no demuestra un muy buen ajuste en el pronóstico. Esto indica que el modelo de regresión línea podría ser muy simple para explicar el comportamiento y las no linealidades de las variables significativas para obtener los rendimientos a 5 años y es sugerible probar con otros modelos más robustos, especialmente por problemas de overfitting o sobreajuste.

### Comportamiento del modelo para rendimientos a 10 años con transformación logarítmica

Estadística	Valor
R-cuadrado	0.911
R-cuadrado ajustado	0.909
F-estadístico	391.2
Prob (F-estadístico)	3.21e-79

### Estadísticas

- **R-cuadrado:** El valor de R-cuadrado es 0.911. Esto indica que el 91.1% de la variabilidad en la tasa de rendimiento a 10 años (10Yield) está explicada por las variables independientes en el modelo.
- **F-estadístico y Prob (F-estadístico):** El F-estadístico de 391.2 y su probabilidad asociada de 3.21e-79 indican que el modelo es globalmente significativo.

### VARIABLES SIGNIFICATIVAS

- **Bills3M (coeficiente: 0.2417, p-valor: 0.000):** La tasa de los Bills a 3 meses tiene un coeficiente positivo y es altamente significativa ( $p < 0.001$ ), lo que indica que a medida que la tasa de los Bills a 3 meses aumenta, la tasa de rendimiento a 10 años también aumenta.

- **PCI (coeficiente: -0.0407, p-valor: 0.000):** El índice de precios de consumo personal tiene un coeficiente negativo y es altamente significativo ( $p < 0.001$ ), lo que indica que a medida que el PCI aumenta, la tasa de rendimiento a 10 años disminuye.
- **EmployCivRT (coeficiente: -0.0925, p-valor: 0.000):** La tasa de participación laboral civil tiene un coeficiente negativo y es altamente significativa ( $p < 0.001$ ), lo que sugiere que un aumento en la tasa de participación laboral está asociado con una disminución en la tasa de rendimiento a 10 años.
- **InfExpCLEV5Y (coeficiente: 1.9872, p-valor: 0.000):** Las expectativas de inflación a 5 años tienen un coeficiente positivo y son altamente significativas ( $p < 0.001$ ), lo que indica que a medida que las expectativas de inflación a 5 años aumentan, la tasa de rendimiento a 10 años también aumenta.

### Gráfico del comportamiento del modelo para rendimientos a 10 años

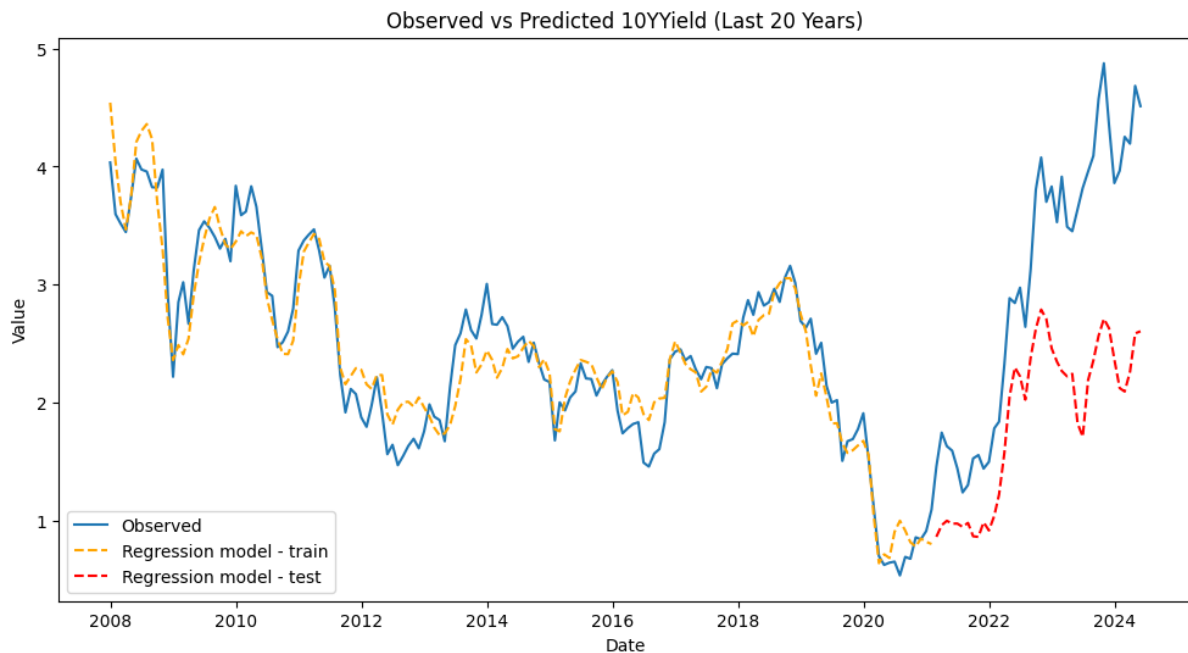


Gráfico 13. Gráfico del comportamiento del modelo para rendimientos a 10 años. Fuente: *Elaboración propia.*

## Evaluación del modelo para rendimientos a 10 años

	<i>Entrenamiento (train)</i>	<i>Prueba (test)</i>
<b>R2</b>	0.9109	-0.2665
<b>RMSE</b>	---	1.3066

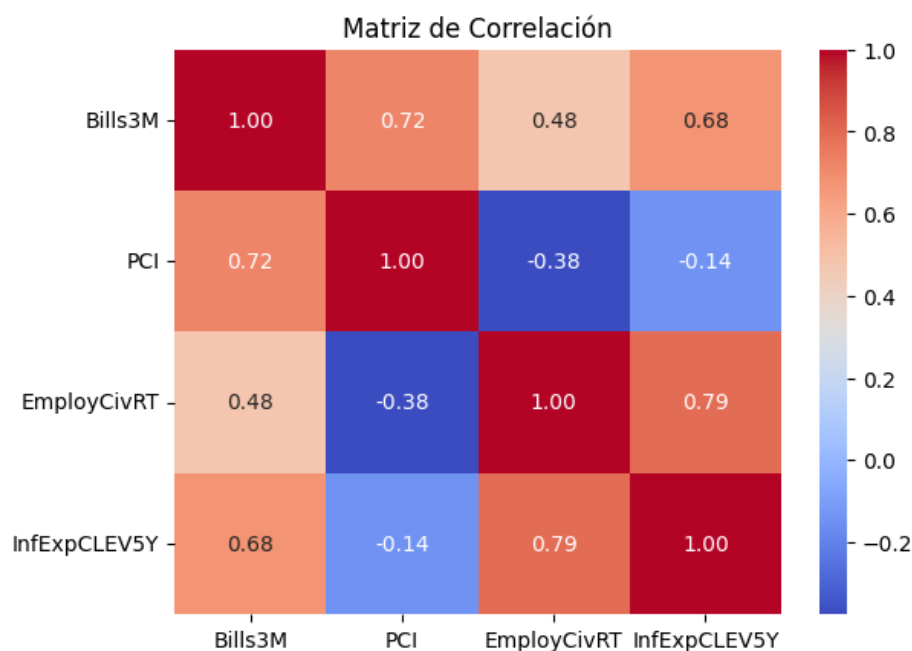
### Evaluación del modelo

El  $R^2$  de entrenamiento del modelo es aceptable, pero sucede que el comportamiento del pronóstico del modelo es muy deficiente. Esto puede ser debido a problemas de overfitting del modelo, donde no es capaz de representar con buena calidad las respuestas correctas ante datos nuevos.

Este modelo quizás sea muy sencillo para el comportamiento del rendimiento a 10 años, o quizás las variables independientes no sean lo suficientemente significativas para describir la variable dependiente. En este caso se sugiere modelar el nodo de 10 años con modelos de machine learning u otros modelos más potentes que la regresión.

### Análisis de correlación

Analizando la correlación, como se puede ver en el siguiente gráfico, es muy probable que las variables Bills3M y PCI generen multicolinealidad en el modelo debido a su alta correlación, lo mismo sucede con la expectativa de inflación a 5 años y la tasa de empleo.



## Comportamiento del modelo para rendimientos a 30 años con transformación logarítmica

Estadística	Valor
R-cuadrado	0.899
R-cuadrado ajustado	0.896
F-estadístico	339.3

### Estadísticas

- **R-cuadrado:** El valor de R-cuadrado es 0.898. Esto indica que el 89.8% de la variabilidad en la tasa de rendimiento a 10 años (10Yield) está explicada por las variables independientes en el modelo.
- **F-estadístico y Prob (F-estadístico):** El F-estadístico de 339.3 y su probabilidad asociada de  $6.03e-75$  indican que el modelo es globalmente significativo.

### VARIABLES SIGNIFICATIVAS

- **Bills3M (coeficiente: 0.1157, p-valor: 0.014):** La tasa de los Bills a 3 meses tiene un coeficiente positivo y es significativa ( $p < 0.05$ ), lo que indica que a medida que la tasa de los Bills a 3 meses aumenta, la tasa de rendimiento a 30 años también aumenta.
- **EmployCivRT (coeficiente: -0.0775, p-valor: 0.001):** La tasa de participación laboral civil tiene un coeficiente negativo y es significativa ( $p < 0.01$ ), lo que sugiere que un aumento en la tasa de participación laboral está asociado con una disminución en la tasa de rendimiento a 30 años.
- **GDPcrrp (coeficiente: -0.0047, p-valor: 0.000):** El producto interno bruto real actual tiene un coeficiente negativo y es altamente significativo ( $p < 0.001$ ), lo que

indica que a medida que el PIB real actual aumenta, la tasa de rendimiento a 30 años disminuye.

- **InfExpCLEV5Y (coeficiente: 1.7015, p-valor: 0.000):** Las expectativas de inflación a 5 años tienen un coeficiente positivo y son altamente significativas ( $p < 0.001$ ), lo que indica que a medida que las expectativas de inflación a 5 años aumentan, la tasa de rendimiento a 30 años también aumenta.

### Gráfico del comportamiento del modelo para rendimientos a 30 años

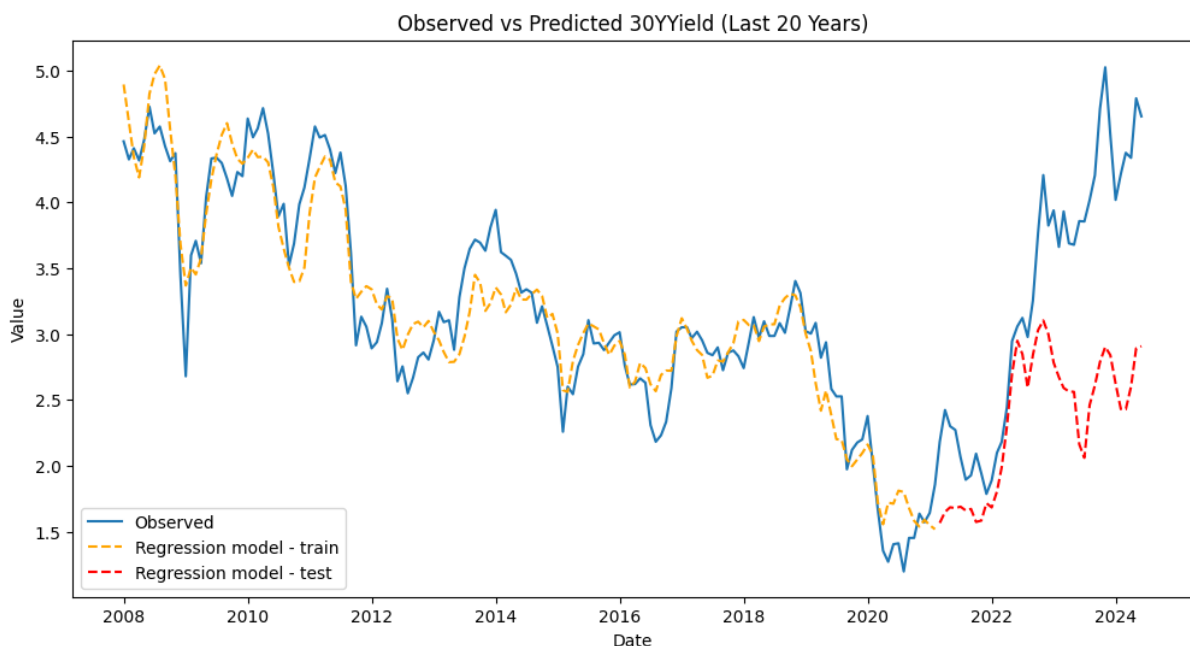


Gráfico 14. Gráfico del comportamiento del modelo para rendimientos a 30 años. Fuente: *Elaboración propia.*

### Evaluación del modelo para rendimientos a 30 años

	<i>Entrenamiento (train)</i>	<i>Prueba (test)</i>
<b>R2</b>	0.8986	-0.3396
<b>RMSE</b>	---	1.1479

### Evaluación del modelo

El  $R^2$  de entrenamiento del modelo es aceptable, pero sucede que el comportamiento del pronóstico del modelo es muy deficiente, incluso en momentos donde el pronóstico está en

contra tendencia. Esto puede ser debido a problemas de overfitting del modelo, donde no es capaz de representar con buena calidad las respuestas correctas ante datos nuevos.

Este modelo quizás sea muy sencillo para el comportamiento del rendimiento a 10 años, o quizás las variables independientes no sean lo suficientemente significativas para describir la variable dependiente. En este caso se sugiere modelar el nodo de 10 años con modelos de machine learning u otros modelos más potentes que la regresión.

## **ESCENARIO PARA PROYECCIONES Y RESULTADOS**

Teniendo en cuenta la fuente de información WEO, el escenario para proyectar fue el siguiente:

- Bills 1M y 3M: 3.068
- Inflación 3Y: 2.1
- Inflación 5Y: 2.143
- PCI: 347.617
- GDP current prices: 34,950.012

Con este escenario definido, las proyecciones de cada nodo dieron como resultado:

### **Machine learning & Deep learning:**

- 1 año: 3.9287
- 2 años: 3.2699
- 5 años: 2.5711
- 10 años: 2.9494 (Redes neuronales)
- 30 años: 3.0935 (Redes neuronales)

### **Regresión:**

- 1 año: 3.332
- 2 años: 3.202

- 5 años: 0.926
- 10 años: Modelo no se ajusta lo suficiente
- 30 años: Modelo no se ajusta lo suficiente

### ETAPA 3 - ELABORACIÓN CURVA DE RENDIMIENTOS CON LOS MODELOS PLANTEADOS A PARTIR DE LOS VALORES HALLADOS PARA CADA NODO

Luego de haber calculado en la etapa anterior los valores correspondientes a cada nodo, en la etapa 3 se llevará a cabo el calculo de la curva de rendimientos teniendo en cuenta estos resultados. Para esto, como se ha mencionado, existen diversos modelos como el de Nelson – Siegel, que buscan estimar dicha curva, y que se pueden comparar sus resultados de acuerdo con distintos criterios.

Al evaluar las curvas por medio de 4 modelos diferentes (Nelson – Siegel, Nelson – Siegel – Svensson, Monótono cúbico y spline cubico) se presenta la siguiente gráfica:

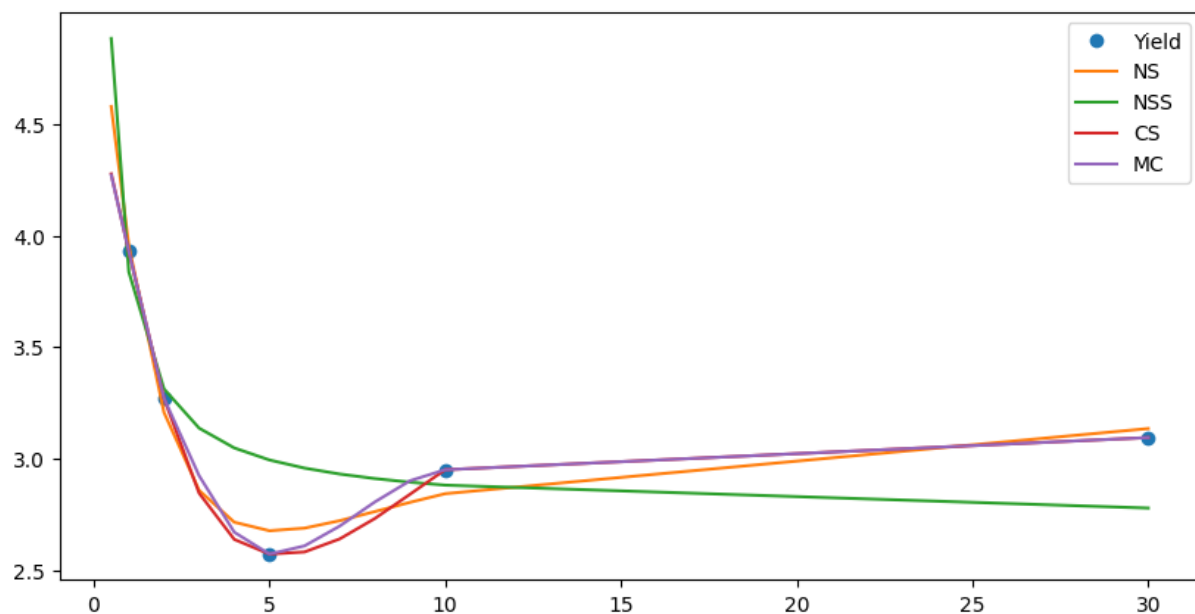


Gráfico 15. Curva de rendimientos con los modelos planteados a partir de los valores hallados para cada nodo. Fuente: Elaboración propia.

## Evaluación De Criterios Para Selección Del Mejor Modelo Que Permita Construir La Curva De Rendimientos

Una buena forma de determinar la curva de cual modelo se debe tomar es a través de la raíz del error cuadrático medio y el promedio de los errores absolutos (Rincón Coral, 2020). Además, estos modelos utilizan varios criterios para medir su eficacia y precisión en representar la estructura temporal de las tasas de interés, los principales son:

- **Flexibilidad:** Se refiere a su capacidad para adaptarse a diferentes formas de curvas de rendimientos observadas en los datos reales. Un modelo es considerado flexible si puede capturar eficientemente variaciones en la curva de rendimientos debido a cambios en la política monetaria, condiciones económicas, o percepciones de mercado sin necesidad de recalibrar frecuentemente los parámetros del modelo. La flexibilidad es crucial para adaptarse a los cambios en las condiciones del mercado y predecir futuras dinámicas de tasas.

$$RMSE = \sqrt{\sum_{j=1}^m \frac{(y_j - \hat{y}_j)^2}{m}} \quad MAE = \sum_{j=1}^m \frac{|y_j - \hat{y}_j|}{m}$$

Donde  $m$  es el número de instrumentos usados en la estimación de la curva.

- **Suavizado:** Evalúa la capacidad del modelo para producir una curva que sea suave, es decir, sin picos o volatilidades excesivas que no reflejen las tendencias subyacentes del mercado. Un buen modelo debe equilibrar entre ajustarse a los datos y mantener la suavidad de la curva, evitando sobreajustes a las irregularidades específicas de los datos de muestra. El suavizado ayuda a obtener estimaciones más estables y confiables que son útiles para la toma de decisiones a largo plazo.

$$\text{Suavizamiento} = \left| \left[ \sum_{j=1}^q \sum_{i=1}^m \hat{y}_i - \hat{y}_{i-1} \right] / q - \left[ \sum_{j=1}^q \sum_{i=1}^m y_i - y_{i-1} \right] / q \right|$$

Donde  $q$  es el número de días estimados.

- **Estabilidad:** Se refiere a la consistencia de los parámetros del modelo a lo largo del tiempo. Un modelo estable no requiere ajustes frecuentes de sus parámetros para adaptarse a nuevos datos o condiciones de mercado. La estabilidad es especialmente valorada por los gestores de riesgo y los responsables de la formulación de políticas, ya que proporciona confianza en la continuidad y la fiabilidad de las proyecciones del modelo.
- **Monotonidad:** Trata sobre la propiedad de la curva de rendimientos de ser monótona, es decir, que no presente cambios bruscos de dirección que no estén justificados por los fundamentos económicos. La curva de rendimientos debería reflejar generalmente una relación positiva entre la madurez y el rendimiento, especialmente en condiciones normales de mercado. Un modelo que mantiene la monotonidad es crucial para evitar señales erróneas o interpretaciones equivocadas del mercado.

$$\text{Monotonidad} = \left[ \sum_{j=1}^Q f_j(x) \cap \{\hat{y}_i < \hat{y}_{i-1}\} \right] / Q$$

Cada resultado de la curva se define como una función  $f(x)$ , y si las tasas a largo plazo son menores a las tasas de corto plazo se define que dicha función es no monótona. La suma de todas las curvas estimadas que no sean monótonas se divide por el número de días a estimar ( $Q$ ), de manera que el sesgo de monotonidad es una proporción. El modelo que tenga la menor proporción es el que tiene menor sesgo.

- **Rigurosidad:** Se refiere a la precisión del modelo en ajustarse a los datos históricos y su capacidad para realizar predicciones precisas. Un modelo riguroso no solo debe ajustarse bien a los datos históricos, sino que también debe ser capaz de predecir de manera confiable los movimientos futuros de la tasa de interés. Esto incluye la capacidad del modelo para manejar extremos del mercado y datos atípicos sin perder precisión general.

Se debe tener en cuenta que los dos primeros criterios, el de suavizamiento y el de flexibilidad, son por definición contrarios, pues una curva demasiado suavizada pierde la propiedad de explicar mejor los cambios de la forma de la curva. Por el contrario, al existir

completa flexibilidad se presenta lo que se conoce como sobreajuste (Overfitting), lo cual dificulta estructurar las expectativas de las tasas de interés (el mercado forward). (Rincón, 2020).

Para evaluar cuál modelo proporciona el mejor ajuste en términos de flexibilidad, calculamos las métricas de evaluación RMSE y MAE para cada uno de estos.

- **RMSE:** Raíz del error cuadrático medio, mide la magnitud promedio del error entre los valores observados y los valores del modelo.
- **MAE:** Error absoluto medio, mide la magnitud promedio de los errores sin considerar su dirección.

## REFERENCIAS

- Lucca, D. O., & Trebbi, F. (2009). *Measuring central bank communication: an automated approach with application to FOMC statements* (No. w15367). National Bureau of Economic Research.
- Rincón Coral, J. D. (2020). *Evaluación de modelos para estimar la curva de rendimientos*. Barcelona.
- Coronado, D. Maltes, K (2023). "Tasas de interés a corto plazo". Recuperado de <https://rpubs.com/Tatan99/1028841>
- Carrillo, J., Elizondo, R., Rodríguez-Pérez, C. A., & Roldán-Peña, J. (2018). ¿Qué determina la tasa neutral de interés en una economía emergente? Documentos de Investigación del Banco de México, 2018-22. Banco de México.
- Johnson, C., et al. (2021). "Impacto de la relación deuda/PIB en la confianza del mercado: un estudio de caso sobre los bonos del Tesoro de los Estados Unidos". *Journal of Financial Stability*.
- Sundberg, D. (2019). *Yield curve forecasting using macroeconomic proxy variables* (Master's thesis, Department of Physics, Umea University).
- Rincón Coral, J. D. (2020). *Evaluación de modelos para estimar la curva de rendimientos: una aplicación con machine learning a la deuda pública de Colombia*.
- Newtral. (2024, marzo 7). ¿Qué es el déficit público de España? Recuperado de <https://www.newtral.es/deficit-publico-espana-que-es/20240307/>
- Saber Más, Ser Más. (n.d.). *Hablemos de la deuda pública*. Recuperado de <https://www.sabermassermas.com/hablemos-de-la-deuda-publica/>
- Morris, C., Neal, R., & Rolph, D. (1998). *Credit spreads and interest rates: A cointegration approach* (No. 98-08). Federal Reserve Bank of Kansas City.
- Black, F., & Scholes, M. (1973). The pricing of options and corporate liabilities. *Journal of political economy*, 81(3), 637-654.
- Merton, R. C. (1974). On the pricing of corporate debt: The risk structure of interest rates. *The Journal of finance*, 29(2), 449-470.
- Van Landschoot, A. (2004). The Determinants of Credit Spreads. *Financial Stability Review*, 2(1), 135-155.
- Collin-Dufresne, P., Goldstein, R. S., & Martin, J. S. (2001). The determinants of credit spread changes. *The Journal of Finance*, 56(6), 2177-2207.
- Elton, E. J., Gruber, M. J., Agrawal, D., & Mann, C. (2001). Explaining the rate spread on corporate bonds. *the journal of finance*, 56(1), 247-277.

- Mishkin, F. S. (2008). *Moneda, banca y mercados financieros* (8th ed). Pearson Educación.
- Chávarri Balladares, A. F., & Neciosup Ramos, E. (2022). *Efectos de variables reales y financieras en la curva de rendimiento de los bonos soberanos en soles*. *Quipukamayoc*, 30(63), 19-28. <https://doi.org/10.15381/quipu.v30i63.23954>
- Tobias, A., Rohit, G., & Natalucci, F. (2019). *La pendiente de la curva de rendimientos de Estados Unidos y los riesgos para el crecimiento*.
- Federal Reserve Economic Data. (n.d.). Real Gross Domestic Product, Real Potential Gross Domestic Product, and Federal Funds Effective Rate. Recuperado de <https://fred.stlouisfed.org/>
- Federal Reserve Economic Data. (n.d.). 10-Year Treasury Constant Maturity Minus 3-Month Treasury Constant Maturity y Real Gross Domestic Product. Retrieved from <https://fred.stlouisfed.org/>
- U.S. Department of the Treasury. (2024). Yield Curve. Retrieved from <https://home.treasury.gov/>
- Abel, A. B., & Bernanke, B. S. (2004). *Macroeconomía* (4<sup>a</sup> ed.). Pearson Educación.
- Lundh, E. (2024). The Conference Board Economic Forecast for the US Economy. <https://www.conference-board.org>
- Bureau of Labor Statistics. (2024). The employment situation - April 2024 del informe. Recuperado de <https://www.bls.gov/news.release/empsit.nr0.htm>
- Merton, R. C. (1974). On the Pricing of Corporate Debt: The Risk Structure of Interest Rates. *The Journal of Finance*, 29(2), 449–470. <https://doi.org/10.2307/2978814>
- Black, F., & Scholes, M. (1973). The Pricing of Options and Corporate Liabilities. *Journal of Political Economy*, 81(3), 637–654. <http://www.jstor.org/stable/1831029>
- Nelson, C. R., & Siegel, A. F. (1987). Parsimonious Modeling of Yield Curves. *The Journal of Business*, 60(4), 473–489.
- Svensson, L. E. (1994). Estimating and interpreting forward interest rates: Sweden 1992-1994.
- Waggoner, D. F. (1997). Spline methods for extracting interest rate curves from coupon bond prices. *Federal Reserve Bank of Atlanta Working Paper*, 97-10.
- De Boor, C. (2001). Calculation of the smoothing spline with weighted roughness measure. *Mathematical Models and Methods in Applied Sciences*, 11(01), 33-41.
- Santana, J. (2008). La curva de rendimientos: *una revisión metodológica y nuevas aproximaciones de estimación*. Facultad de Ciencias Económicas - Universidad Nacional de Colombia.

Federal Reserve. (1 de Mayo de 2024). *Federal Reserve issues FOMC statement*.  
Obtenido de  
<https://www.federalreserve.gov/newsevents/pressreleases/monetary20240501a.htm>