

# CONSTRUCCIÓN Y EVALUACIÓN DE UN PORTAFOLIO ESTRUCTURAL, PARA OBLIGATORIAS RETIRO PROGRAMADO, UTILIZANDO LA METODOLOGIA DE FRONTERA EFICIENTE DE MARKOWITZ Y LA TEORIA DE MOMENTUM

Andrea Marcela Gómez Alzate<sup>1</sup>

Nathalie Muriel Alzate<sup>2</sup>

## Resumen

Este proyecto de investigación construye y evalúa la asignación de activos para el portafolio de Pensión Obligatoria de Retiro Programado, el cual atiende los retiros a los que un pensionado tiene derecho a través de su mesada pensional, utilizando el modelo de Frontera Eficiente de Markowitz, en combinación con la teoría de Momentum.

Para la ejecución del modelo se determinaron los activos de inversión admisibles en el Régimen de Inversiones. Posteriormente, se construyen las matrices de rentabilidades, de restricciones, de varianzas y covarianzas, las cuales constituyen los insumos para ejecutar el modelo de optimización de portafolios de Markowitz.

A continuación, se realiza la selección de los portafolios obtenidos, teniendo en cuenta el nivel de volatilidad que el portafolio de Obligatorias Retiro Programado debe presentar; lo anterior, con el fin de cumplir con el objetivo de preservación del capital en la cuenta individual del pensionado, de manera que se pueda atender, de acuerdo a su esperanza de vida y la de sus beneficiarios, el pago de las mesadas pensionales que le correspondan.

El resultado obtenido corresponde a una asignación, en gran parte, en activos de Renta Fija expedidos por el Gobierno Nacional (TES), tanto en tasa fija como en tasa indexada a la UVR. Adicionalmente, el modelo de optimización sugiere participaciones en activos de renta variable y, particularmente, no asigna recursos representativos en títulos de deuda privada indexados al IPC. Esta investigación puede ser útil al momento de diseñar un portafolio base para Obligatorias Retiro Programado que, bajo una administración pasiva, permita cumplir el objetivo de otorgar a los pensionados una mesada para satisfacer las necesidades básicas.

**Palabras Claves:** Pensión, Bono pensional, asignación de activos, inflación, administración pasiva

---

<sup>1</sup> Especialista en Finanzas, Universidad EAFIT. Administradora de Empresas, Universidad Pontificia Bolivariana. Analista de Inversiones, Protección S.A. [agomez@eafit.edu.co](mailto:agomez@eafit.edu.co)

<sup>2</sup> Especialista en Derivados, Instituto de Estudios Bursátiles, Madrid – España. Especialista en Economía, Universidad de los Andes. Ingeniera Financiera. Universidad de Medellín. Especialista en Productos Estructurados y Derivados, Portafolio Manager. Protección S.A. [nathalie.muriel@proteccion.com.co](mailto:nathalie.muriel@proteccion.com.co)

## **Abstract**

This project involves constructing and evaluating the asset allocation to the Retirement Portfolio in the Colombian Pensions Funds System, which is the portfolio for payout phase. This has been done by applying the Markowitz Portfolio Theory as well as the Momentum investing. To address this, it was necessary to know the eligible assets, in accordance to the regulatory issues, and to calculate the returns, variance and covariance of the selected assets. The standard deviation of the portfolio was chosen so the risk profile and investing objectives were met.

The results showed an asset allocation with an overweight in Government Bonds, both fix income and indexed to inflation. In addition, investments in equity markets also showed up in the model, but inflation linked Corporate Bonds were lightly allocated. These findings may be useful in calculating a passive portfolio strategy from which a Retirement Portfolio could be constructed to achieve the objective of granting the monthly withdrawals required by a retired person.

**Keywords:** Pension, pension bond, asset allocation, inflation, passive portfolio strategy.

## **Introducción**

La pensión de jubilación o de vejez tiene por objetivo proporcionar a los adultos mayores, que alcanzan la edad y cotización de semanas requeridas, un ingreso que les permita, de alguna manera, satisfacer las necesidades básicas, disminuyendo la probabilidad de caer en condición de pobreza. Para cumplir con este objetivo las personas ahorran durante su vida laboral mediante aportes al sistema previsional y así disponer de un ahorro en su etapa de vida laboral pasiva, es decir, cuando ya no trabajan.

El sistema general de pensiones en Colombia tiene dos regímenes: el Régimen de Prima Media (RPM) que es administrado por el Estado a través de Colpensiones y el Régimen de Ahorro Individual Solidario (RAIS) que es administrado por los fondos de pensiones privados.

En el RPM las personas que a los sesenta y dos (62) años de edad, si son hombres, y cincuenta y siete (57), si son mujeres, y hubieren cotizado por lo menos mil ciento cincuenta (1150) semanas, tendrán derecho a pensionarse; no obstante, quienes no hayan alcanzado a generar la pensión mínima de que trata el artículo 35 de la Ley 100 de 1.993, y hubieren cumplido con las semanas de cotización requeridas tendrán derecho a que el Gobierno Nacional, en desarrollo del principio de solidaridad, les complete la parte que haga falta para obtener dicha pensión. Por otra parte, en el RAIS las personas tendrán derecho a una pensión de vejez a la edad que escojan, siempre y cuando el capital acumulado en su cuenta de ahorro individual les permita obtener una pensión mensual, superior al 110% del salario mínimo legal mensual vigente a la fecha de expedición de la Ley 100 de 1993, reajustado anualmente según la variación porcentual del Índice de Precios al Consumidor certificado por el DANE.

Las pensiones Obligatorias en Colombia se dividen en diferentes portafolios según el periodo de acumulación o des-acumulación de los aportes teniendo en cuenta, además, el perfil de riesgo de cada afiliado. Estos portafolios son: Obligatorias Conservador, dirigido a personas próximas a pensionarse o con un perfil de riesgo bajo, Obligatorias Moderado, dirigido a personas que se encuentran en la fase intermedia de su vida laboral con un perfil de riesgo moderado, Obligatorias Mayor Riesgo, dirigido especialmente a jóvenes que están iniciando su vida laboral o a quienes están dispuestos a asumir un riesgo más alto en la administración de sus aportes, y por último, está el portafolio de Obligatorias Retiro Programado, dirigido a personas que se encuentran en etapa de jubilación. Este portafolio tiene un perfil de inversión conservador que busca preservar los recursos de los pensionados para el pago de su mesada.

Es por lo anterior, que dentro de los portafolios mencionados, donde se administran los recursos de millones de colombianos con el principal objetivo de satisfacer las necesidades básicas en el momento de pensionarse, la administración responsable del Portafolio Retiro Programado, dado el impacto social y económico que representa, es crucial para el logro de este objetivo.

### **Portafolio Obligatorias Retiro Programado**

El Sistema de Seguridad Social Colombiano considera el Portafolio Retiro Programado como una de las modalidades de pensión para cubrir los riesgos de vejez, invalidez y muerte de los afiliados y pensionados del RAIS. El saldo de la cuenta de ahorro pensional no podrá ser inferior al capital requerido para financiar al afiliado, y a sus beneficiarios, una renta vitalicia de un salario mínimo legal mensual vigente.

#### ***Características Generales:***

Para el tipo de contrato de Retiro Programado, ajustado a lo establecido en la Ley 100 de 1993, el capital disponible para la financiación de la pensión estaría conformado por:

1. El saldo de la cuenta de ahorro individual acreditado al afiliado en la Administradora de Fondos de Pensiones en la cual venía cotizando.
2. El valor del Bono Pensional si hubiere lugar a él.
3. El valor asegurado que sea necesario para acceder al monto de pensión establecido para las pensiones de Invalidez o de Sobrevivientes, el cual es aportado por una Compañía de Seguros.
4. La garantía para obtener una pensión equivalente al salario mínimo legal mensual vigente, si a ella hubiere lugar, de acuerdo a lo estipulado en la reglamentación de la Ley 100 de 1993.

Bajo la modalidad de Retiro Programado la AFP continúa administrando la cuenta individual, ahora acrecentada por el bono pensional y la indemnización del seguro de invalidez y muerte, si a ello hubiere lugar.

El portafolio Obligatorias Retiro Programado se caracteriza por mantener los recursos de los pensionados durante el periodo de pensión; por consiguiente, debe estar invertido en activos conservadores, diversificados y con niveles bajos de volatilidad. Además, este portafolio debe cumplir con una rentabilidad mínima que es publicada por la Superintendencia Financiera de Colombia cada mes.

De acuerdo al Régimen de Inversiones (Decreto 857 de 23 Marzo de 2011) existen inversiones admisibles en el portafolio de Retiro Programado, con el propósito que los activos en los que estén invertidos cumplan con el perfil de riesgo y la liquidez que exige el portafolio. Estos activos son:

*Títulos de tesorería TES:* Son títulos subastados por el Banco de la Republica, principal fuente de financiación del gobierno Nacional. Son títulos a la orden, negociables en el mercado secundario, pueden ser en tasas fijas o indexadas a las UVR, el plazo se determina de acuerdo a las necesidades de financiación del gobierno, normalmente el plazo está entre 1 y 10 años, y la tasa o cupón la determina el gobierno de acuerdo a las condiciones del mercado.

*Deuda Privada:* Es el tipo de deuda contraída por las empresas privadas o mixtas con entidades nacionales o con el público en general a través del mercado de Valores. Las empresas emiten deuda a diferentes plazos según las necesidades de financiación y la tasa se determina de acuerdo a las condiciones del mercado y a la calidad crediticia del emisor. Esta deuda puede ser emitida en tasa fija o indexada al IPC, DTF o IBR.

*Renta Variable (Local e Internacional):* También conocidos como títulos participativos. En este tipo de inversión, el inversionista adquiere derechos patrimoniales sobre la sociedad, como son el de recibir una parte proporcional de los dividendos y una parte del capital de ser la empresa liquidada. Se denominan títulos de renta variable porque su rentabilidad depende del desempeño de la empresa, además de la valorización de la misma así como del dividendo. Las acciones pueden ser ordinarias, sin derecho a voto; preferenciales sin derecho a voto con dividendo preferencial o privilegiadas con derecho a voto y dividendo preferencial. Estas últimas son menos comunes en el mercado de valores.

De igual forma, se pueden hacer inversiones en índices accionarios a través de ETFs (Exchange Traded Funds), fondos mutuos de renta variable, tanto local como internacional, siendo algunos ejemplos de índices en los cuales invertir el ICOLCAP, S&P500, MSCI, entre otros.

*Renta Fija Internacional:* Es la deuda emitida por empresas del exterior, países diferentes a Colombia y deuda interna emitida en el exterior. Este mercado presenta altos niveles de volatilidad, pero a la vez cuenta con mayor volumen de negociación, haciéndolo muy atractivo para los inversionistas.

En este mercado también encontramos índices de renta fija, fondos especiales como Templeton Global Bond Fund, Pioneer Funds, Barclays Capital World Govt Inflation-Linked

Bond Index (BCIX), Barclays Capital Global Aggregate Bond Index (LEGATRUU), entre otros.

Liquidez: Hace referencia al disponible en efectivo que tiene el portafolio, este puede estar en cuentas de ahorros, carteras colectivas a la vista, o inversiones a corto plazo (inferior 30 días) como REPOS, Simultáneas y TTV's.

## **Modelos para la implementación del Proyecto**

### **Teoría de Momentos o Teoría de Momentum:**

La teoría de momentum plantea que existe persistencia en el comportamiento de los activos durante períodos de tiempo; por lo tanto, los títulos que han sido ganadores en un tiempo determinado, podrían seguir presentando una rentabilidad similar en el futuro asumiendo, incluso, un menor nivel de riesgo. Por lo anterior, esta tendencia (negativa o positiva) se puede mantener en el largo plazo, lo cual le permite al inversionista tener una visión del posible comportamiento de un activo y así tomar decisiones sobre la construcción de su cartera de inversión.

Adicionalmente, la teoría plantea que para obtener resultados significativos, es necesario contar con periodos de observación prolongados con el fin de encontrar consistencia en la tendencia, así como también las desviaciones que puedan presentar los retornos del activo con respecto a su media.

### **Teoría de portafolios de Markowitz**

Markowitz plantea su modelo de construcción de portafolios partiendo de un inversionista racional, el cual desea obtener una mayor rentabilidad asumiendo un menor riesgo. Por lo anterior, se deriva la Frontera Eficiente de Markowitz que es el conjunto de carteras que obtienen el retorno esperado más alto para un determinado nivel de riesgo asumido. Esta teoría se basa en la rentabilidad esperada de largo plazo y la volatilidad esperada de corto plazo; por lo tanto, a partir de conocer el riesgo con el cual el inversionista es indiferente, o el cual estará dispuesto a asumir, se identificará el portafolio óptimo.

El modelo de Markowitz supone que el rendimiento obtenido históricamente se mantendrá para el siguiente periodo, así como la varianza y la covarianza de los instrumentos de inversión. Para obtener los valores del rendimiento y la varianza de cada uno de los instrumentos de inversión es necesario establecer un marco temporal para los datos históricos (periodo a considerar dentro del cual se obtendrán los datos históricos).

Un aporte importante de la teoría de construcción de portafolios eficientes de Markowitz fue mostrar que lo importante no es el riesgo de un activo sino la contribución de riesgo que hace dicho activo al portafolio de inversión. Por consiguiente, el riesgo de un portafolio

depende de la covarianza de los activos que lo componen y no del riesgo promedio de los mismos.

El portafolio eficiente se calculará desarrollando la siguiente función cuadrática:

$$\text{Max } E_p = \sum_{i=1}^n x_i E_i \quad \text{Min } \sigma^2 (R_p) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i \cdot x_j \sigma_{ij}$$

Sujetas:

$$E_p = \sum_{i=1}^n x_i E_i = E^* \sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i x_j \cdot \sigma_{ij} = V^*$$

Con las siguientes restricciones:

$$\sum_{i=1}^n x_i = 1$$

$$x_i \geq 0 \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

Donde  $x_i$  es la proporción del presupuesto para el activo  $i$ ,  $\sigma_p^2$  es la varianza del portafolio  $p$ ,  $E_p$  es la rentabilidad esperada,  $\sigma_{ij}$  es la covarianza entre los rendimientos de  $i$  y  $j$ , finalmente,  $V^*$  y  $E^*$  son los parámetros a estimar, así el resultado de estas variables indica la mejor composición del portafolio.

**Construcción de un portafolio eficiente para el portafolio de Obligatorias Retiro Programado, utilizando la Teoría de Momentum para determinar retornos esperados, varianzas, covarianzas y correlaciones de los activos.**

Este proyecto de investigación evalúa la asignación de activos realizada para el portafolio de Pensión Obligatoria de Retiro Programado, el cual atiende los retiros a los que un pensionado tiene derecho a su mesada pensional, a través de la utilización del modelo de Frontera Eficiente de Markowitz, en combinación con la teoría de Momentum,

El objetivo por el cual se realiza este proyecto es determinar la distribución de los activos que debería tener, como base fundamental de inversión, el Portafolio de Retiro Programado, siguiendo una administración pasiva, en donde los activos participan dentro del portafolio de acuerdo a su desempeño, volatilidad realizada y restricciones, sometido a un rebalanceo mensual y totalmente independiente de movimientos de inversión adicionales que se pudieran realizar, durante cada periodo de tiempo, como sucede en la práctica, con el fin de obtener retornos adicionales a la administración pasiva.

Por lo anterior, la construcción de los portafolios se realizó de la siguiente manera:

1. Se determinaron 3 plazos de evaluación de retornos, con respecto a la teoría de Momentum, una trimestral, una semestral y una anual.

Lo anterior quiere decir que se construyeron 3 series históricas de la distribución de los activos para el portafolio de Retiro Programado, donde cada serie se calcula de acuerdo al desempeño realizado de los activos en ventanas móviles de tres, seis y doce meses durante los últimos 7 años, ya que las series históricas fueron tomadas desde el año 2006. De esta manera se determina el Momentum de los 3 diferentes periodos de tiempo y por consiguiente se aplica el modelo de Markowitz.

2. Se tomaron los precios históricos de los activos más representativos de los diferentes mercados donde el portafolio podría invertir según el régimen de inversiones admisibles (Decreto 2555 del 2011). A partir de estos precios se determinaron los retornos diarios (días hábiles) de cada serie de datos.

La canasta de inversión con la cual se construyó esta investigación contiene 7 activos, los cuales son:

- a) Renta Fija Local: para esta inversión tenemos dos activos, TES Tasa Fija y TES UVR, y bonos de deuda privada, cuyos cupones están indexados al IPC y a la DTF.

Los índices de TES Tasa Fija y TES UVR, se construyeron a partir de la metodología de Nelson y Siegel<sup>3</sup> explicada en el Anexo 1, mediante la cual se toman los parámetros beta ( $\beta_0$ ,  $\beta_1$ ,  $\beta_2$ ) y tau ( $\tau$ ) para valoración diaria de la curva de TES.

Posteriormente se calculó el precio de la curva cero cupón con madurez de 10 años y se construyen los índices con un valor inicial de 100. Finalmente, se calculan los retornos de cada índice para ser incluidos como una de las variables del modelo.

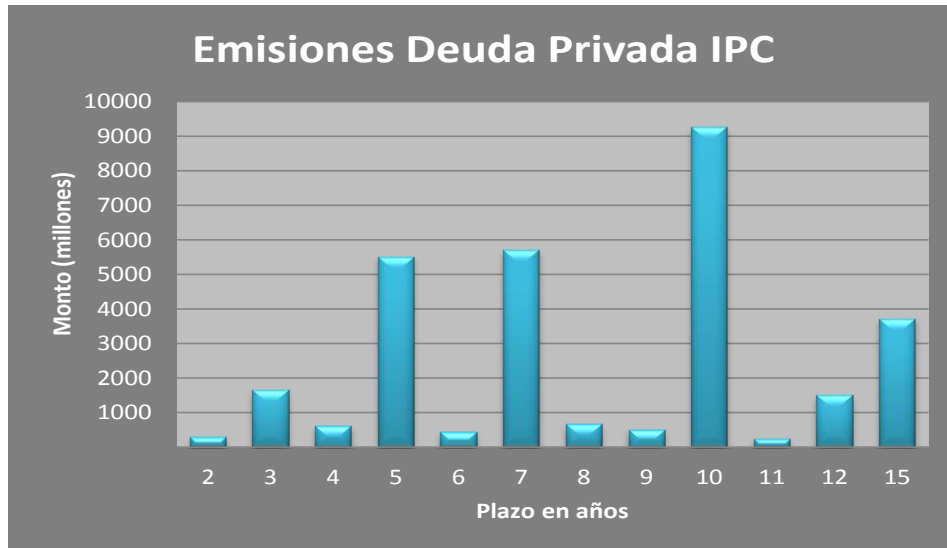
Por otra parte, en el caso de deuda privada indexada al IPC, se construyeron dos índices con horizontes de inversión de 5 y 10 años. La razón para construir los índices en éstos plazos es porque el mayor volumen de emisiones de deuda privada indexada al IPC, por parte de las empresas del sector financiero y del sector real, como se puede observar en la gráfica (1), se encuentra en plazos de 5 y 10 años, constituyéndose en los nodos de maduración con mayor liquidez en el mercado de valores.

---

<sup>3</sup>Nelson y Siegel (1987) proponen un modelo de ajuste de la curva de rendimiento donde la tasa de retorno depende de la madurez del bono. Nelson-Siegel se compone de 3 factores, los cuales son: Nivel, pendiente y Curvatura. El nivel corresponde a la trayectoria de la tasa, la pendiente está relacionado con el spread por plazo asumido y la curvatura que toma forma según el comportamiento de la tasa de interés.

Adicionalmente, se realizó una investigación, con un agente del mercado que realiza negociaciones diarias en esta clase de títulos, que concluyó que los nodos de 5 y 10 años realmente constituyen la parte de la curva más representativa del mercado de papeles indexados al IPC.

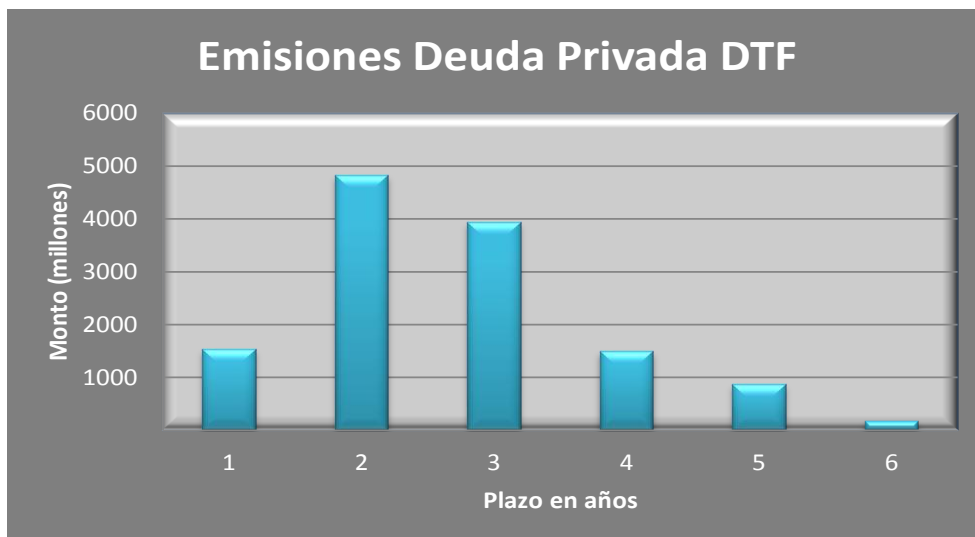
Gráfica 1



Fuente: Serfinco

De igual forma, el índice de deuda privada indexada a la DTF se construyó con un plazo de 1.5 años. A pesar de que las empresas emiten deuda indexada a la DTF a plazos entre 2 y 3 años (gráfica 2), en el mercado secundario tienen mayor liquidez y volumen de negociación los bonos con maduración restante de 1,5 años. Lo anterior se concluye de una investigación realizada con un agente del mercado que realiza negociaciones diarias en esta clase de títulos.

Gráfica 2



Fuente: serfinco

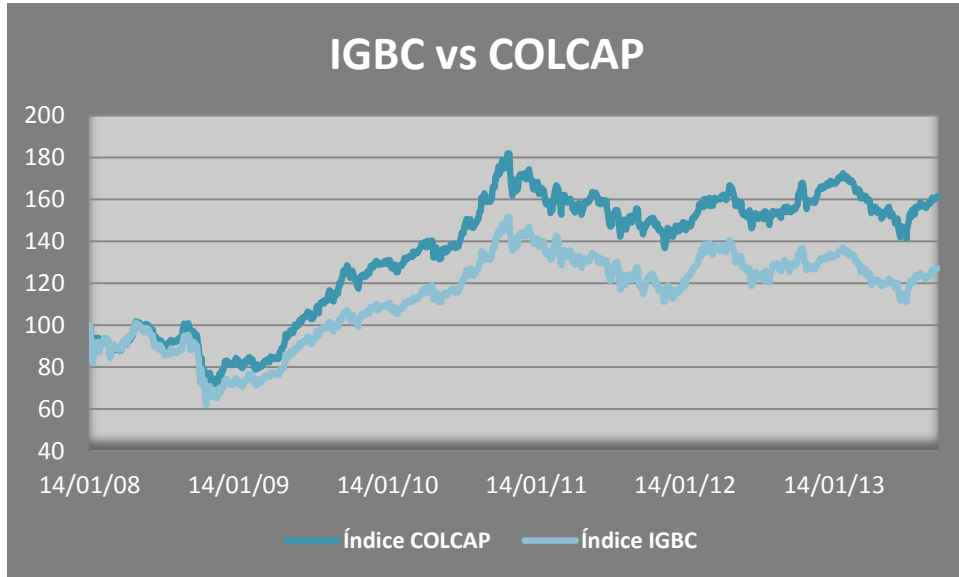
- b) Renta Fija Internacional: Para esta clase de activo tomamos el Índice LEGATRUU (Barclays Capital Global Aggregate Bond Index) como referencia, dado que incorpora toda la deuda de renta fija global con grado de inversión. Fue creado en 1.999 por Barclays y una de las características más importante es que contiene una serie de sub-índices elegidos de acuerdo a su liquidez, el sector, la calidad crediticia y la maduración. Los tres principales sub-índices que incorpora son: índice agregado de EE.UU., índice Pan-European índice de Asia/Pacífico. Además, el índice LEGATRUU incluye Tesoros Americanos, Eurodólares, Euro-Yen, entre otros.
- c) Renta Variable Local: En este activo se tomó el Índice General de la Bolsa de Valores de Colombia (IGBC). Dada la fecha inicial con la cual se construyó el modelo (año 2006), el IGBC constituye una historia más completa de data, frente al COLCAP, para crear el índice de renta variable local.

Como se puede observar en el cuadro 1, tanto el índice IGBC como el COLCAP buscan reflejar los movimientos de las acciones más representativas del mercado de valores utilizando para su metodología de cálculo parámetros en común como lo son la liquidez y el volumen de negociación. Además, realizando la evaluación del  $R^2$  se encontró que su valor es de 0,91 lo que significa que hay una relación casi lineal entre ambos índices. En consecuencia, sería indiferente tomar cualquiera de los dos índices como referencia del mercado de renta variable local.

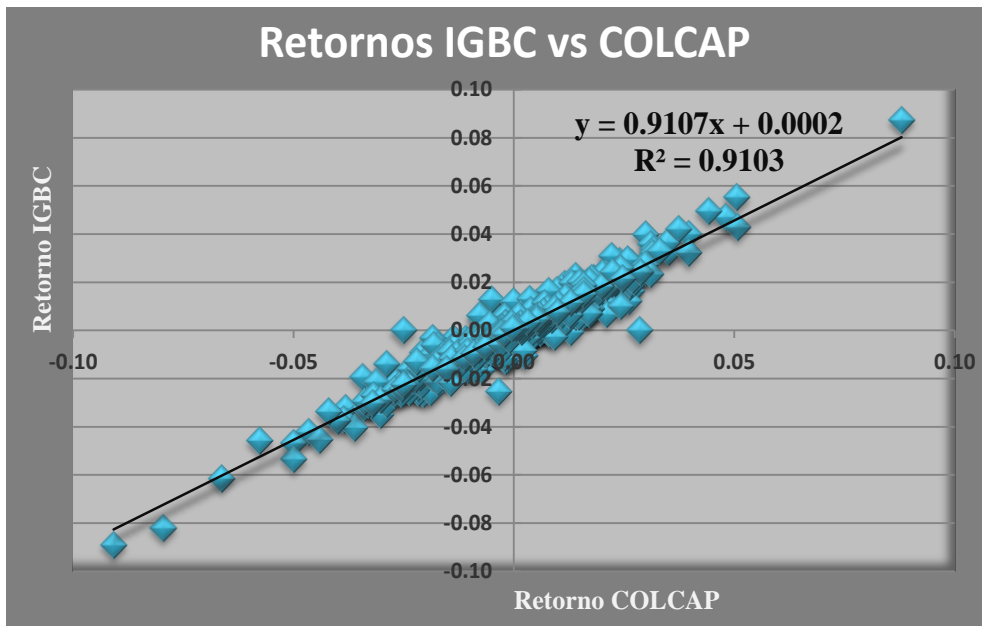
Cuadro 1

IGBC	COLCAP
Creado en el 2.001, consecuencia de la fusión de las tres bolsas de valores (Bogotá, Medellín y Occidente) con el fin de reflejar el comportamiento promedio de los precios de las acciones.	Creado el 15 de Enero de 2.008, este indicador refleja las variaciones de los precios de las 20 acciones más líquidas de la Bolsa de Valores de Colombia.
Contiene las acciones más líquidas de la Bolsa de Valores de Colombia en función de su rotación y frecuencia. En la actualidad hay 41 acciones en la canasta.	Siempre está compuesta por 20 emisores.  Solo puede haber una acción por cada emisor, si dentro de la canasta hay dos o más acciones de un mismo emisor se incluirán la que tenga mayor valor en su función de selección (medida de liquidez que usa la BVC, esta función contiene el volumen, la rotación y la frecuencia de cada acción).  La participación máxima de cada acción será del 20%.
<p>La selección de la canasta se realiza a partir de las acciones que tengan una rotación mayor o igual al 0,5% en el último semestre.</p> <p>La rotación se calcula como la sumatoria de las rotaciones diarias durante el último semestre.</p> <p>Se seleccionan las acciones que tengan una frecuencia de negociación en el último trimestre superior o igual al 40%.</p>	<p>La canasta es vigente por 1 año, la recomposición se realiza el último día hábil del mes de Octubre, donde se determina la participación en el índice de cada acción para el siguiente trimestre.</p> <p>Se realiza rebalanceo el último día hábil de los meses de Enero, Abril y Julio de cada año con el fin de determinar la participación de cada acción en la canasta, ajustando los ponderadores de las acciones que conforman el índice, para reflejar los cambios en la capitalización bursátil ajustada de cada acción.</p> <p>En algunos rebalanceos se pueden adicionar o retirar acciones del índice.</p>
<p>El número de acciones que compone el índice es variable y se calcula para cada trimestre el último día hábil del trimestre en curso.</p> <p>El valor del índice general se calcula a cada instante de las negociaciones y el valor definitivo se calcula 30 minutos después del cierre del mercado.</p>	El índice lo compone las 20 acciones más líquidas donde el valor de la Capitalización Bursátil Ajustada, flotante de la compañía multiplicado por el último precio, determina su nivel de ponderación.

Gráfica 3



Gráfica 4



**Resumen**  
**COLCAP vs IGBC**

*Estadísticas de la regresión*

Coefficiente de correlación múltiple	0.954076457
Coefficiente de determinación $R^2$	0.910261886
$R^2$ ajustado	0.910197558
Error típico	0.003504032
Observaciones	1397

d) Renta Variable Internacional: A partir del índice MSCI ACWI IMI, el cual es construido por Morgan Stanley Capital International, compuesto por acciones de países desarrollados y emergentes, se construyó el índice de Renta Variable Internacional.

Por lo anterior, se permitieron medir la rentabilidad del mercado bursátil a nivel global debido a su composición de aproximadamente 45 sub-índices, 24 de países emergentes y 21 de países desarrollados.

e) Liquidez: este índice se construyó a partir de los retornos de la tasa de referencia del banco de la república más 20 puntos adicionales de spread, es decir,  $CORRRMIN^4 + 20\text{pbs}$ . Dicho spread es el promedio de tasa adicional ofrecido por los bancos locales como prima por invertir recursos en las cuentas de ahorro.

El parámetro de 20 pbs adicionales a la tasa de referencia del Banco de la Republica se obtuvo a través de indagar con el personal de Tesorería de un Fondo de Pensiones.

Finalmente, y luego de construir los índices de retornos de cada clase de activo, se recurre a la teoría de Momentum para comenzar a determinar las variables que constituyen el modelo de frontera eficiente.

3. A partir de la teoría de Momentum, se calcularon los retornos esperados de cada clase de activo, teniendo en cuenta cada uno de los plazos determinados en el numeral 1. Lo anterior quiere decir que para cada portafolio los retornos calculados son diferentes, así como también las varianzas, covarianzas y correlaciones.
4. Se construyó la matriz de restricciones de inversión del portafolio. En esta matriz se incluyó la restricción de no negatividad de los activos, que la sumatoria de los activos del portafolio siempre sea el 100% (evitando apalancamiento del portafolio), y los límites de inversión estipulados en el Decreto 2555 de 2011.

---

<sup>4</sup>Ticker identificador en Bloomberg para la tasa de referencia del Banco de la Republica.

Cuadro 2

	<i>Matriz de Restricciones</i>									
	TES TF	TES UVR	IGBC	IPC 10 años	IPC 5 años	DTF	Liquidez	MXWD	LEGATRUU	b
suma 100%	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
no negatividad	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
TES TF	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
TES UVR	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0
IGBC	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0
IPC 10 años	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0
IPC 5 años	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0
DTF	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0
Liquidez	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0
MXWD	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0
LEGATRUU	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0
Minimo Liquidez	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	-0.01
Maximo Liquidez	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0.05
Maximo IGBC	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0.15
TES TF + TES UVR	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0.5
IPC + DTF	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0.3
Maximo MXWD	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0.2
Maximo LEGATRUU	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0.4
IGBC+MXWD	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0.2
MXWD+LEGATRUU	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0.4

5. Se programó en MATLAB un algoritmo el cual se muestra en el anexo 2, que de manera mensual (horizonte del rebalanceo del portafolio) realiza el cálculo de varianzas, covarianzas y correlaciones (a partir de los retornos esperados construidos en el numeral 3) para cada uno de los horizontes de tiempo analizados (trimestral, semestral y anual).

De igual forma, el algoritmo, utilizando una función propia de MATLAB, y utilizando la matriz de restricciones, calcula la frontera eficiente para cada uno de los meses observados y para cada uno de los horizontes de tiempo del análisis.

Se tomaron los portafolios de la frontera eficiente que correspondía a un nivel de volatilidad del 3,5%. Este procedimiento se aplicó para los tres horizontes de tiempo analizados.

El nivel de volatilidad del 3,5% estipulado para el modelo se determina a partir de un análisis realizado a las volatilidades percibidas en los valores de fondo de las Administradoras de Fondos de Pensiones de los portafolios de Retiro programado, a partir del 31 de Agosto del 2012 donde se comenzó a realizar la medición de rentabilidad mínima por parte de la Superintendencia Financiera de Colombia.

El análisis de volatilidades de los portafolios de Retiro Programado arrojó resultados entre el 2.12% y 3.48% anual (cuadros 3 y 4). Por lo anterior, se asume tomar en la frontera eficiente los portafolios cuya volatilidad calculada sea de aproximadamente el 3.5% de acuerdo a las justificaciones que se presentan a continuación:

- a) La mayor volatilidad realizada en los portafolios de Retiro Programado, según los datos de la Superintendencia Financiera, es próximo al 3.5%. Por consiguiente se

toma el dato máximo observado debido a que es realizable de acuerdo a la distribución de los activos.

- b) El rango de volatilidad, que es calculado a partir del valor del portafolio Retiro Programado de cada fondo de pensión, podría resultar ser más amplio que el determinado (2.12% - 3.48%) debido a que es suavizado por el recaudo mensual de cada portafolio.

Cuadro 3

<b>VALOR DEL FONDO</b>					
<b>Fecha</b>	<b>COLFONDOS</b>	<b>HORIZONTE</b>	<b>PORVENIR</b>	<b>PROTECCION</b>	<b>SKANDIA</b>
31/08/2012	1,477,226.33	1,489,123.79	894,981.11	2,966,286.36	490,856.96
30/09/2012	1,528,221.35	1,522,649.83	920,034.72	3,044,420.79	505,722.51
31/10/2012	1,583,456.06	1,572,099.07	940,348.04	3,131,210.22	523,567.71
30/11/2012	1,584,978.57	1,577,658.97	950,406.21	3,136,908.58	531,268.00
31/12/2012	1,598,064.15	1,607,169.17	982,689.02	3,177,823.96	538,564.25
31/01/2013	1,626,780.03	1,658,593.95	1,024,628.65	3,468,387.52	554,122.15
28/02/2013	1,648,345.49	1,691,871.54	1,051,949.81	3,537,230.43	565,712.62
31/03/2013	1,660,145.49	1,708,562.08	1,073,259.81	3,558,791.34	573,064.15
30/04/2013	1,668,550.37	1,704,153.53	1,116,091.64	3,570,660.90	575,596.39
31/05/2013	1,657,935.93	1,676,706.29	1,111,166.06	3,566,101.49	573,978.03
30/06/2013	1,586,929.66	1,605,716.35	1,080,942.57	3,451,016.04	556,353.59

Fuente: Superintendencia Financiera de Colombia

Cuadro 4

<b>VOLATILIDAD ANUAL</b>				
<b>COLFONDOS</b>	<b>HORIZONTE</b>	<b>PORVENIR</b>	<b>PROTECCION</b>	<b>SKANDIA</b>
<b>2.45%</b>	<b>2.56%</b>	<b>2.35%</b>	<b>3.48%</b>	<b>2.12%</b>

6. Se define el benchmark a partir del cual serán comparados los portafolios resultantes del modelo,

El benchmark definido para la comparación es el indicador IPC+4%. La justificación para tomar este parámetro como benchmark se debe a que, de acuerdo al Decreto 1299 de 1.994 (artículo 10), los bonos pensionales deben rentar durante su vida IPC+4% para quienes se trasladaron de régimen hasta el 31 de diciembre de 1.998, y para los demás bonos pensionales la tasa será del IPC+3%, esta tasa compuesta es denominada DTF pensional.

Definición de Bono pensional: Es el bono al cual tienen derecho los trabajadores que estén cotizando en el régimen público de pensiones (*COLPENSIONES*), y que decidan trasladarse a un Fondo Privado de Pensiones. El saldo que tuviese en

*COLPENSIONES* se traslada al Fondo Privado para constituir parte de su capital de ahorro pensional, dicho saldo que es trasladado se entrega en forma de Título Valor y recibe el nombre de Bono Pensional.

7. Se analizaron las tres series históricas de los portafolios construidos (trimestral, semestral y Anual) calculando diversos indicadores de gestión de portafolios que permitan evidenciar el portafolio de mejor desempeño. Los indicadores calculados fueron:
- Rentabilidad Anual
  - Desviación Estándar
  - Indicador Riesgo/Retorno
  - Tracking Error: describe la volatilidad de la diferencia en rentabilidad entre el portafolio y su benchmark, es decir, mide la volatilidad del  $\alpha^5$  que genera un portafolio sobre su benchmark.
  - Sharpe Ratio: indica que exceso de retorno se obtiene por asumir una unidad adicional de riesgo.
  - Drawdown: muestra la magnitud de la disminución de la rentabilidad de un portafolio desde su punto máximo hasta su punto mínimo.
  - t-drawdown: tiempo en el cual ocurre el Drawdown.
  - Percentiles 25%, 50% y 75%, indican cómo se encuentra posicionado un valor con respecto a su muestra.

Cuadro 5

<b>Indicadores</b>	<b>PORTAFOLIOS</b>			
	<b>Benchmark</b>	<b>Trimestral</b>	<b>Semestral</b>	<b>Anual</b>
<b>Rentabilidad anual</b>	7,97%	11,99%	7,94%	6,60%
<b>Desviación</b>	1,69%	10,51%	3,62%	2,24%
<b>Riesgo/Retorno</b>	0,21	0,88	0,46	0,34
<b>Tracking error</b>		10,18%	3,41%	2,57%
<b>Sharpe ratio</b>	4,72	1,14	2,20	2,95
<b>Drawdown</b>	4,88%	38,01%	13,91%	8,45%
<b>t- drawdown</b>	1,50	3,50	3,42	3,17
<b>Percentil 25%</b>	6,92%	7,23%	6,09%	5,35%
<b>Percentil 50%</b>	7,66%	9,39%	7,75%	7,51%
<b>Percentil 75%</b>	9,94%	12,30%	10,11%	9,14%

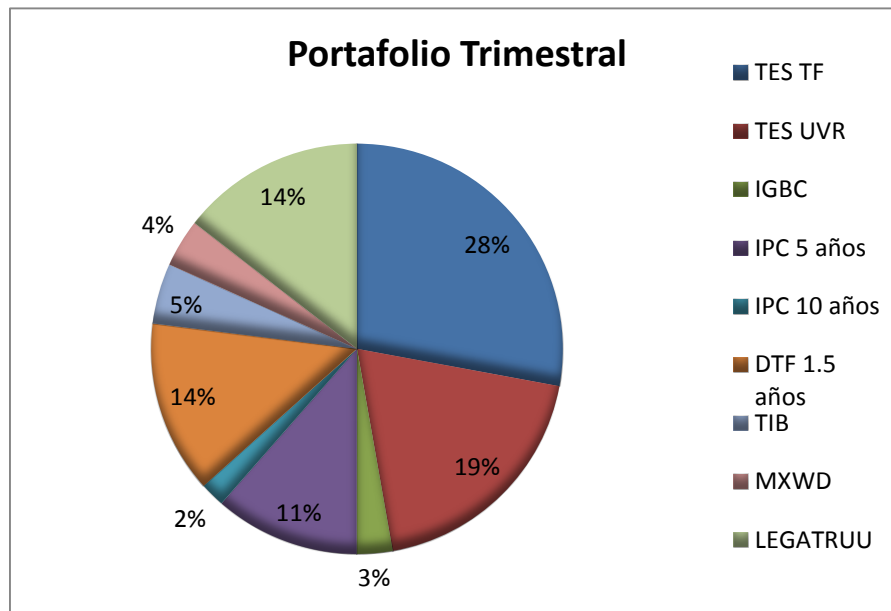
<sup>5</sup>Alpha: exceso de retorno generado por el portafolio sobre su benchmark.

8. Se realizó un promedio de la asignación de activos con los datos de cada rebalanceo de cada portafolio analizado.

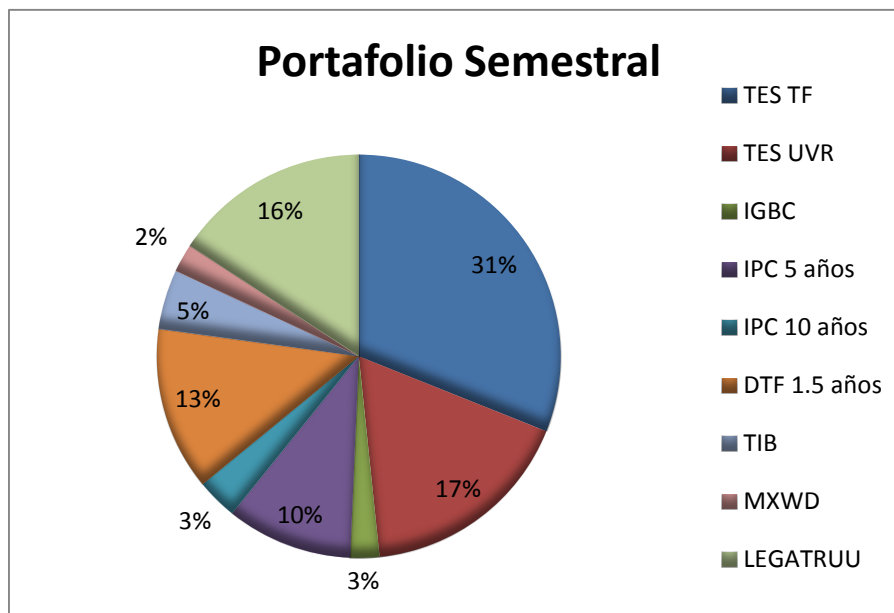
La asignación de los activos, realizada por el modelo no presenta cambios significativos a lo largo del periodo de análisis; lo anterior se comprobó realizando un estudio de dicha asignación, para cada serie construida, y se observa que la participación de cada clase de activo es muy similar en cada momento en el que se realiza el rebalanceo.

A continuación se muestran en un gráfico las asignaciones promedio observadas para cada uno de los plazos definidos en el numeral 1.

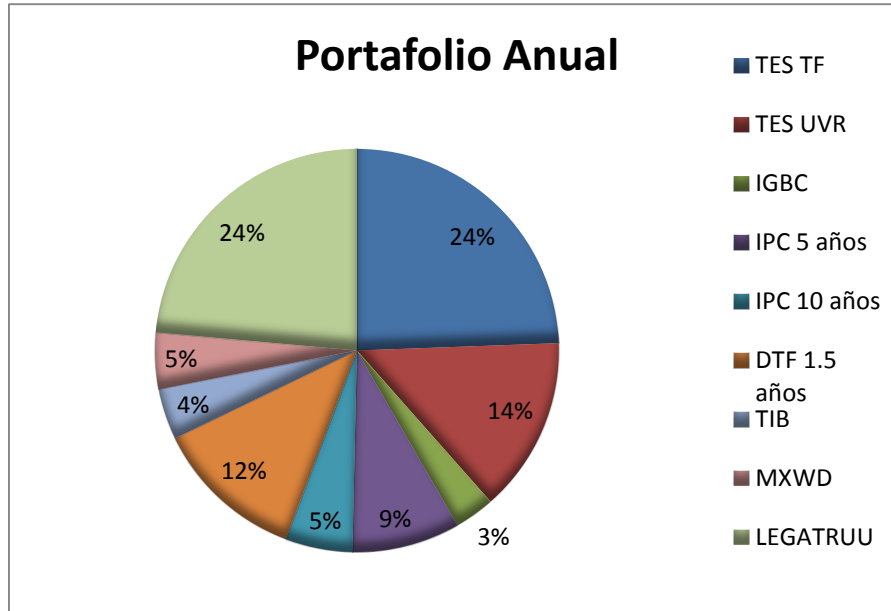
Gráfica 5



Gráfica 6



Gráfica 7



9. Finalmente, y con todos los cálculos necesarios realizados, desde la construcción de los portafolios hasta sus indicadores de gestión, se puede proceder con las siguientes conclusiones:

I. Observando los resultados, al calcular los indicadores de gestión (cuadro 5), se concluye que la serie del portafolio que mejor se ajusta a las características de un portafolio de Obligatorio Retiro Programado, es el portafolio construido tomando el Momentum Semestral por las siguientes razones:

- a. Presenta volatilidad del 3.62% anualizada, la cual es la más cercana a la volatilidad realizada de los portafolios de los Fondos de Pensiones expuesta en el numeral 5. Además, aunque ésta volatilidad del portafolio supera en poco más del doble la volatilidad del benchmark, la relación Riesgo/Retorno también se ve compensada por el retorno del portafolio de Momentum Semestral, generando por cada unidad de riesgo el doble de retorno, por lo tanto la volatilidad del portafolio es consecuente con el nivel de riesgo asumido en su administración pasiva.
- b. La rentabilidad anual calculada para el portafolio de Momentum semestral se encuentra muy cercana a la rentabilidad del benchmark (7,94% frente a 7,97%), lo cual evidencia que una administración pasiva del portafolio de Retiro Programado, acompañada de un modelo completamente independiente a las emociones del mercado, puede generar muy de cerca el retorno requerido por el benchmark.

Por lo anterior, y teniendo en cuenta que ya el portafolio, de forma pasiva, genera el retorno requerido frente al benchmark, si el administrador de los recursos del portafolio de Retiro Programado quisiera generar un alpha adicional,

entonces podría sugerir estrategias tácticas, en momentos puntuales de mercado, que le permitan potencializar el retorno obtenido, convirtiendo la administración del portafolio en una administración activa. Adicionalmente, aunque el portafolio de Momentum trimestral arroja un retorno que supera en 400 pbs el portafolio de Momentum semestral, el nivel de riesgo asumido es bastante alto, siendo éste casi 1, en la relación Riesgo/Retorno (0,88), y la volatilidad realizada es casi 4 veces la del benchmark; por lo tanto, se reitera el portafolio de Momentum semestral como el más adecuado hasta el momento en la evaluación de los indicadores de gestión.

- c. El Tracking Error para el portafolio de Momentum semestral (3,41%) no supera los niveles de volatilidad propios de la administración pasiva de dicho portafolio (3,62%), es decir, que aunque frente a su benchmark, el portafolio cuenta con activos de inversión diferentes a una exposición directa en títulos IPC+4%, esto debería arrojar niveles de tracking error diferentes de cero, el riesgo por generación de alpha sigue siendo bajo e incluso inferior que el riesgo asumido en la diversificación de los activos por el modelo de Markowitz a través de la administración pasiva.

Adicionalmente, evaluando los resultados de Tracking Error del resto de los portafolios construidos (Trimestral y anual), se encuentra que si se toma el alpha generado por cada uno de estos, y se determina la cantidad de volatilidad que corresponde a cada portafolio, el portafolio de Momentum semestral es el que arroja el costo más bajo con 0,01 por cada unidad de riesgo por alpha.

Cuadro 6

	Benchmark	Trimestral	Semestral	Anual
Rentabilidad	7,97%	11,99%	7,94%	6,60%
Alpha		4,02%	-0,03%	-1,37%
Alpha absoluto		4,02%	0,03%	1,37%
Tracking Error		10,18%	3,41%	2,57%
Alpha/Tracking error		0,39	0,01	0,53

- d. El sharpe ratio del portafolio de Momentum semestral, siendo positivo, y bajo el nivel de volatilidad que se encuentra, muestra que el rendimiento de la inversión compensa por asumir el riesgo.

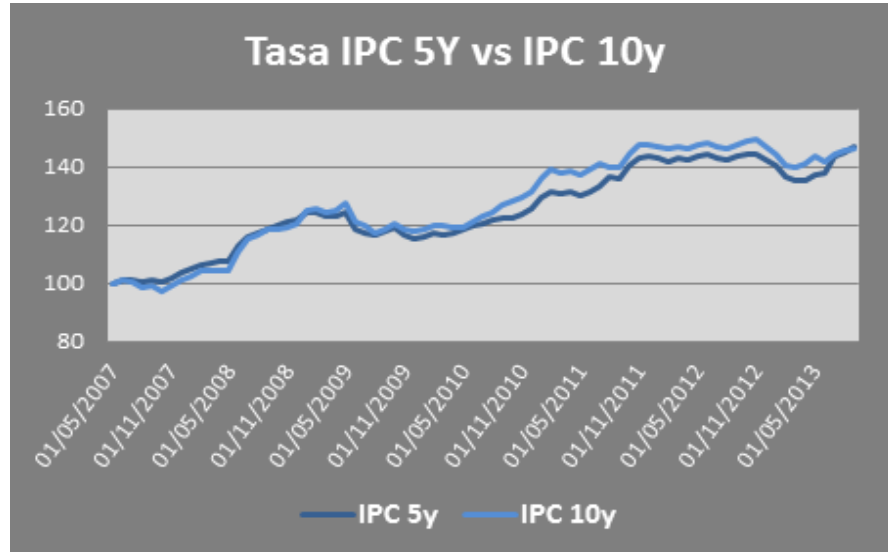
Es importante resaltar que aunque los demás portafolios también presentan Sharpe ratio positivo, los demás indicadores de gestión analizados no reflejan que éstos portafolios sean hasta el momento los adecuados para fundamentar la administración pasiva del portafolio de Obligaciones de retiro Programado, dados sus niveles de retorno y volatilidad..

- e. Los indicadores Drawdown y t-drawdown presentan mejores resultados en los portafolios de Momentum semestral y anual. Lo anterior es debido a la

volatilidad realizada de los mismos. Sin embargo, el portafolio de Momentum anual, aunque tiene un Drawdown más bajo que el de Momentum semestral, presenta un t-drawdown muy similar al del portafolio semestral, por lo tanto se evidencia que el portafolio semestral no solo tiene una capacidad de recuperación similar, ante una caída en retorno, si no que por el plazo de Momentum (6 meses) reacciona de forma más rápida a las tendencias del mercado.

- f. Los percentiles de los portafolios con Momentum semestral y trimestral presentan la mejor distribución en sus resultados; sin embargo, dada la volatilidad del portafolio de Momentum trimestral, y los indicadores de gestión ya analizados en los literales anteriores, el portafolio de Momentum semestral se ajusta de forma más adecuada al perfil de inversión y gestión de un portafolio de Obligatorias Retiro Programado, haciendo de éste un portafolio de rápida reacción ante movimientos de mercado, y de recuperación consecuente a su nivel de volatilidad y retorno.
- II. Se observa que para cada portafolio la mayor asignación es para activos de renta fija, siendo el de mayor peso los TES (tasa fija y UVR), lo anterior debido a la naturaleza del portafolio, la cual es totalmente conservadora y su finalidad es conservar los recursos de las cuentas individuales. Por consiguiente, la volatilidad que puede asumir el portafolio, la cual para este modelo es 3.5%, influye en la asignación de los activos hacia inversiones de baja volatilidad con el fin de tomar menor riesgo, por lo tanto asigna menor participación a los activos participativos (Renta Variable Local e Internacional).
  - III. Se observó que los títulos de deuda privada indexados al IPC no tienen una prima o spread adicional significativo, entre los títulos con maduración de 5 años y de 10 años, por asumir deuda a largo plazo.  
En el siguiente gráfico se puede corroborar la afirmación anterior, si se observan los índices, que reflejan los retornos, para títulos IPC a 5 y 10 años.

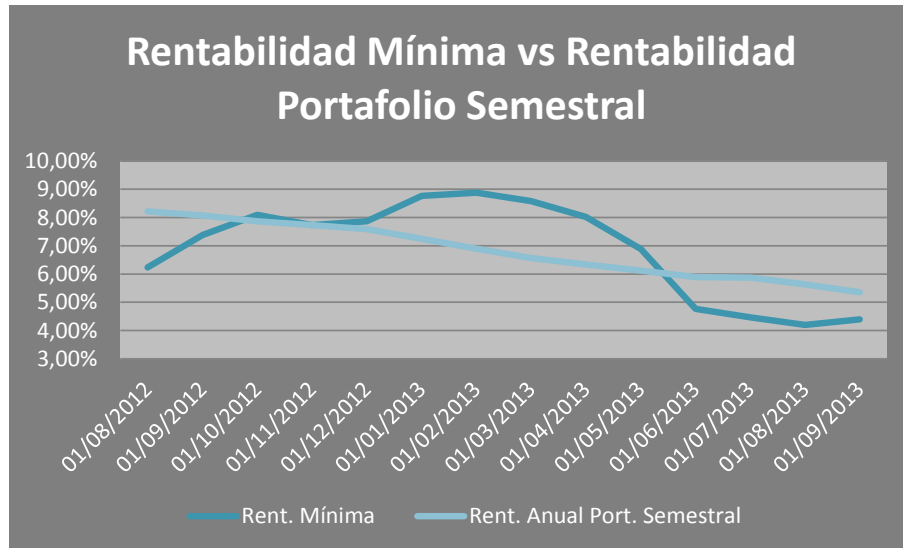
Gráfica 8



Los inversionistas profesionales normalmente exigen esta prima o spread adicional debido a que la deuda privada, en el mercado de capitales de Colombia, no es muy líquida, es decir, el volumen de negociación diario es muy bajo; además, la deuda privada tiene características especiales (calificación, emisor del sector financiero o sector real, duración, márgenes de valoración de acuerdo al sector, liquidez, entre otros) que hacen que las decisiones de inversión se tomen con mayor cautela.

- IV. Realizando una comparación del portafolio de Momentum Semestral frente al portafolio de rentabilidad Mínima, calculado por la Superintendencia Financiera, se encuentran algunos períodos en los cuales el portafolio calculado no supera los retornos del portafolio calculado por la entidad reguladora. Sin embargo, el portafolio construido muestra cómo podría estar distribuido un portafolio base que se podría administrar con el fin de atender los retiros de los pensionados, y luego, a través de una administración activa, con movimientos tácticos en momentos puntuales de mercado, generar alpha frente al referente de rentabilidad mínima.

Gráfica 9



La construcción del portafolio de Momentum Semestral para Obligatorio Retiro Programado, utilizando la metodología de optimización de Markowitz, arroja como resultado un portafolio base que logra cubrir el objetivo principal del pago de la mesada pensional. Dicho portafolio resultante obedece a una administración pasiva de los recursos; por lo tanto, un administrador, de los recursos de Obligatorio Retiro Programado, podría calcular la asignación de activos del portafolio estructural o de largo plazo, para luego generar excesos de retorno tomando posiciones tácticas en activos seleccionados, de acuerdo a los movimientos del mercado.

Adicionalmente, el administrador del portafolio de Obligatorio Retiro Programado debe tener en cuenta, al momento de tomar decisiones de inversión, todas las variables que influyen en el comportamiento del mercado financiero, así como también la situación actual del país y del mundo, entre otros factores políticos y sociales; lo anterior, con el fin de realizar inversiones no solo acertadas, sino sólidamente fundamentadas en aras del cumplimiento con la responsabilidad social que la administración de este portafolio exige.

## **Bibliografía**

- Bustamante, Juana Paola (2006). Factores que inciden en la cobertura del sistema pensional en Colombia. Archivos de Economía, Departamento Nacional de Planeación.
- Merchán H, César Augusto (2002). Pensiones: Conceptos y esquemas de financiación. Archivos de Economía, Departamento Nacional de Planeación.
- Bolsa de Valores de Colombia. (s.f.). IndicesBursatiles. Recuperado de: <http://www.bvc.com.co/pps/tibco/portalbvc/Home/Mercados/descripciongeneral/indicesbursatiles?action=dummy>.
- Boletín Jurídico N. 19 (Marzo-Abril 2009) Bono Pensional, Rendimientos. Recuperado de <http://www.superfinanciera.gov.co/Normativa/PrincipalesPublicaciones/boletinej/boletin1909/bonopensional.html>
- Valor del fondo – Fondos de Pensiones Obligatorias. Recuperado de [www.superfinanciera.gov.co](http://www.superfinanciera.gov.co): Inicio >Pensiones, Cesantías y Fiduciarias>Estadísticas de los fondos administrados> **Valor del Fondo - Fondos de Pensiones Obligatorias**
- Rentabilidad Mínima para los Fondos de Pensiones Obligatorias y de Cesantía. Recuperado de [www.superfinanciera.gov.co](http://www.superfinanciera.gov.co): Inicio >Pensiones, Cesantías y Fiduciarias>**Rentabilidad Mínima para los Fondos de Pensiones Obligatorias y de Cesantía**
- ABECÉ de las pensiones en Colombia. Recuperado de: <http://www.mintrabajo.gov.co/pensiones.htm>
- Barclays Capital Indices (2008). The benchmark in fixed income. Recuperado de <https://ecommerce.barcap.com/indices/download?rebrandingDoc>

- MSCI Global Equity Indices. Recuperado de:  
<http://www.msci.com/products/indices/>
- Multifondos. Preguntas y Respuestas. Recuperado de:  
<http://asofondos.org.co/soloenlosfondosdepensiones/multifondos/asofondos.html>
- Ministerio de Hacienda y Crédito Público. Decreto Nacional 2373 de 2010. Establece el esquema de multifondos para la administración de los recursos de pensión obligatoria del régimen de ahorro individual con solidaridad y para las pensiones de retiro programado. Artículos 1, 2, 3 y 14.
- Ministerio de Hacienda y Crédito Público. Decreto 857 de 2011. Régimen de Inversión de los recursos de los Fondos de Cesantías y de Pensiones Obligatorias.
- Secretaría de Senado. Decreto 1299 de 1994. Normas para la emisión, redención y demás condiciones de los bonos pensionales. Artículo 10
- Bono pensional – Rentabilidad – DTF Pensional (2006) Recuperado de:  
<http://www.superfinanciera.gov.co/Normativa/Conceptos2006/2006036780.pdf>
- Tobias J. Moskowitz, Yao Hua Ooi, Lasse Heje Pedersen (2012). Time Series Momentum. Journal of Financial Economics.

Recuperado de: <http://pages.stern.nyu.edu/~lpederse/papers/TimeSeriesMomentum.pdf>

- Bodie, Kane, and Marcus (2011). Investments and Portfolio Management. New York, Estados Unidos.
- Arango Luis Eduardo, Melo Luis Fernando, y Vasquez Diego Mauricio (2001). Estimación de la estructura a plazo de la tasa de interés en Colombia. Banco de la República, Estudios Económicos.

## Anexos

### Anexo 1. El Modelo de Nelson y Siegel.

Este modelo, supone una función continua para describir la trayectoria de la tasa de interés forward, en una función de 4 parámetros,  $b$ , y del plazo de vencimiento  $m$ .

$$f(m; b) = \beta_0 + \beta_1 \exp\left(-\frac{m}{\tau}\right) + \beta_2 \frac{m}{\tau} \exp\left(-\frac{m}{\tau}\right)$$

Donde  $\tau$  es una constante (positiva) de tiempo asociada a la ecuación y  $\beta_0$  (positivo),  $\beta_1$  y  $\beta_2$  son los parámetros restantes del modelo. Estos cuatro parámetros deben ser estimados diariamente.

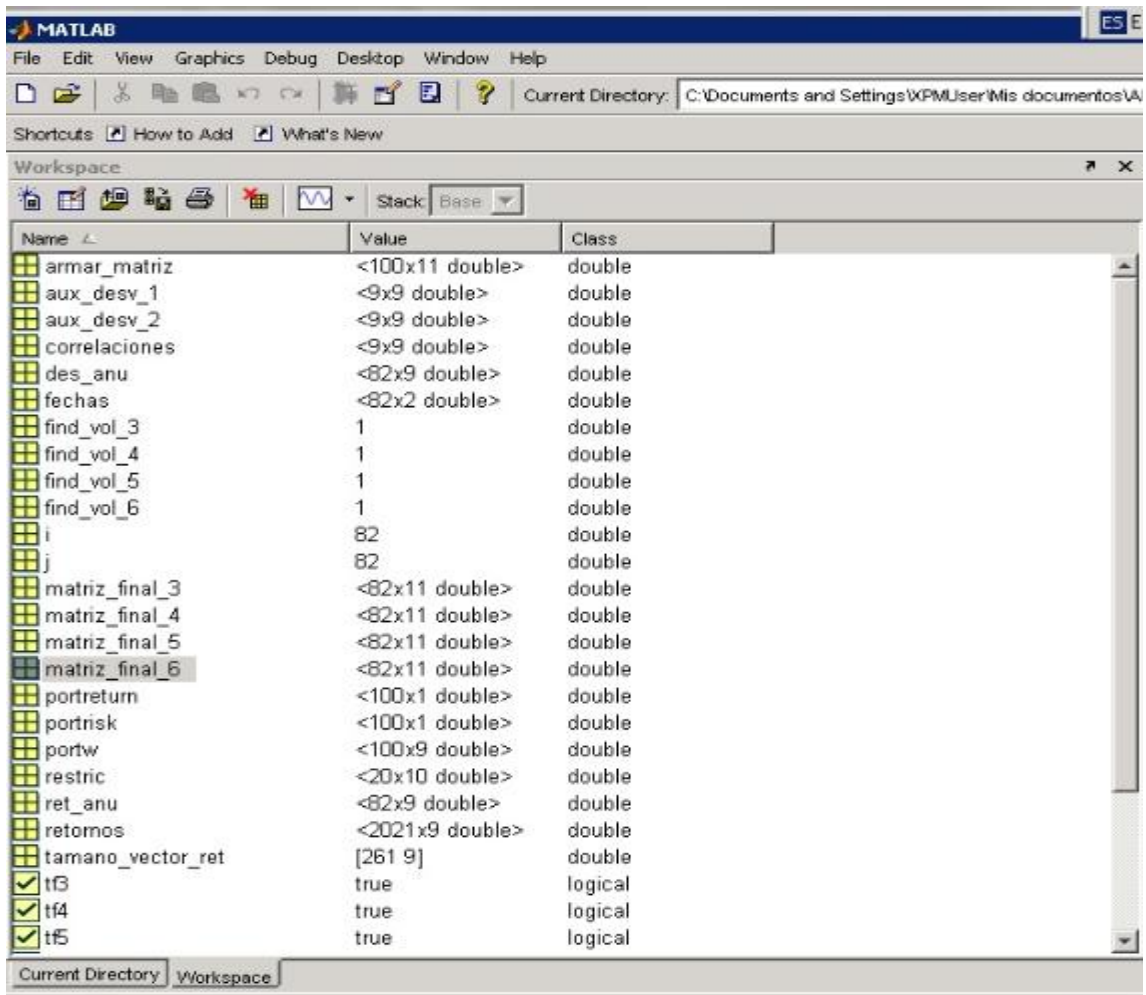
La ecuación anterior genera una familia de curvas que pueden ser encorvadas, en forma de “U” o de “S”, dependiendo de los valores de  $\beta_1$  y  $\beta_2$ ; además, tienden a  $\beta_0$  en forma asintótica.

Como se observa en la fórmula anterior, la tasa a plazo tiene tres componentes: la constante  $\beta_0$ , el término exponencial  $\beta_1 \exp\left(-\frac{m}{\tau}\right)$ , el cual tiende a cero en forma monótona cuando  $\beta_1$  es positivo, y el término  $\beta_2 \frac{m}{\tau} \exp\left(-\frac{m}{\tau}\right)$ , que señala la forma que tendrá la curva. Por ejemplo, tendrá forma de U si  $\beta_2$  es negativo. Estos tres componentes se asocian al nivel, la inclinación y la curvatura del ajuste, respectivamente.

Bajo la forma funcional de Nelson y Siegel (1987), las tasas spot y a plazo se aproximan a una constante tanto en el corto como en el largo plazo.

## Anexo 2. Programación y Resultados MATLAB

```
1 %Modelo para tesis de grado ANDREA
2
3 %MATRIZ RETORNOS=retornos es la matriz con los retornos diarios de cada
4 %indice
5 %MATRIZ CORRELACIONES= es la matriz que se crea para determinar las
6 %correlaciones de los diferentes indices
7
8
9 - correlaciones=corr(retornos);
10
11 %****para construir la matriz de retornos anualizados para cada corrida
12 %el primer vector de retornos
13 - vector_ret1=retornos(1:fechas(1,2),:);
14 - vector_ret1=vector_ret1+1;
15 - vector_ret1=cumprod(vector_ret1);
16 - ret_anu(1,:)=vector_ret1(fechas(1,2),:)-1;
17
18 %****para construir la matriz de volatilidades anualizadas para cada
19 %****corrida
20 %el primer vector de desviaciones
21 - vector_des1=retornos(1:fechas(1,2),:);
22 - vector_des1=std(vector_des1).*sqrt(252);
23 - des_anu(1,:)=vector_des1(1,:);
24
25 - for i= 2:84;%va hasta el ultimo valor del dato de retornos
26 -     vector_ret=retornos(22*(i-1):fechas(1,2)+(21*(i-1)),:);
27 -     vector_ret=vector_ret+1;
28 -     vector_ret=cumprod(vector_ret);
29 -     tamaño_vector_ret=size(vector_ret);
30 -     ret_anu(i,:)=vector_ret(tamaño_vector_ret(1,1),:)-1;
31
32 -     vector_des=retornos(22*(i-1):fechas(1,2)+(21*(i-1)),:);
33 -     vector_des=std(vector_des).*sqrt(252);
34 -     des_anu(i,:)=vector_des(1,:);
35 - end;
```



Array Editor

Stack: Base

matriz_final_4					matriz_final_3				
	1	2	3	4		1	2	3	4
1	0.0437	0.0817	1.7373e-018	0.4581		0.0096	0.0314	0.3949	0.1051
2	0.011	0.0212	0.4166	0.0834	2.83	0.011	0.0212	0.4166	0.0834
3	0.0111	0.0242	0.4225	0.0775	-8.6	0.0111	0.0242	0.4225	0.0775
4	0.011	0.0256	0.442	0.058	1.95	0.011	0.0256	0.442	0.058
5	0.011	0.0238	0.4796	0.0204	-2.9	0.011	0.0238	0.4796	0.0204
6	0.0109	0.0205	0.4963	0.0037	-1.4	0.0109	0.0205	0.4963	0.0037
7	0.0102	0.028	0.5	-4.3249e-...	5.96	0.0302	0.118	3.0358e-018	0.5
8	0.0093	0.0381	0.5	-7.1226e-...		0.0301	0.135	2.1632e-018	0.49
9	0.008	0.0367	0.5	6.1469e-035		0.008	0.0367	0.5	6.1469e-035
10	0.0078	0.0375	0.5	2.0704e-035		0.0078	0.0375	0.5	2.0704e-035
11	0.0079	0.0402	0.5	1.7943e-034		0.0079	0.0402	0.5	1.7943e-034
12	0.008	0.0403	0.5	1.8658e-034		0.008	0.0403	0.5	1.8658e-034
13	0.0084	0.043	0.5	1.9164e-034		0.0084	0.043	0.5	1.9164e-034
14	0.0076	0.054	0.5	-6.9389e-...		0.0076	0.054	0.5	-6.9389e-...
15	0.0081	0.0544	0.5	2.5535e-034		0.0081	0.0544	0.5	2.5535e-034

matriz_final_5					matriz_final_6				
	1	2	3	4		1	2	3	4
1	0.0096	0.0314	0.3949	0.1051	-2.1	0.0619	0.0822	3.8276e-018	0.4
2	0.011	0.0212	0.4166	0.0834	2.83	0.011	0.0212	0.4166	0.0834
3	0.0111	0.0242	0.4225	0.0775	-8.6	0.0111	0.0242	0.4225	0.0775
4	0.011	0.0256	0.442	0.058	1.95	0.011	0.0256	0.442	0.058
5	0.011	0.0238	0.4796	0.0204	-2.9	0.011	0.0238	0.4796	0.0204
6	0.0109	0.0205	0.4963	0.0037	-1.4	0.0109	0.0205	0.4963	0.0037
7	0.0102	0.028	0.5	-4.3249e-...	5.96	0.0102	0.028	0.5	-4.3249e-...
8	0.0093	0.0381	0.5	-7.1226e-...		0.0093	0.0381	0.5	-7.1226e-...
9	0.008	0.0367	0.5	6.1469e-035		0.008	0.0367	0.5	6.1469e-035
10	0.0078	0.0375	0.5	2.0704e-035		0.0078	0.0375	0.5	2.0704e-035
11	0.0079	0.0402	0.5	1.7943e-034		0.0079	0.0402	0.5	1.7943e-034
12	0.008	0.0403	0.5	1.8658e-034		0.008	0.0403	0.5	1.8658e-034
13	0.0084	0.043	0.5	1.9164e-034		0.0084	0.043	0.5	1.9164e-034
14	0.0076	0.054	0.5	-6.9389e-...		0.0076	0.054	0.5	-6.9389e-...
15	0.0081	0.0544	0.5	2.5535e-034		0.0081	0.0544	0.5	2.5535e-034

matriz... x matriz... x matriz... x matriz... x

Array Editor

Stack: Base

retornos					
	1	2	3	4	5
1	0	0.0002	-0.0271	0.0004	0
2	0	-0.0001	0.0235	0.0002	0
3	0	-0	0.0071	0.0002	0
4	0	0	0.0014	0.0011	0
5	0	0	0.0064	0.0002	0
6	0	0.0001	0	0.0005	0
7	0.0001	0.0001	0.0293	0.0002	0
8	0.0002	0.0001	0.0093	0.0017	0
9	0.0001	0	0.0088	0.0002	0
10	0.0001	0.0002	0.0347	0.0002	0
11	0	0.0002	0.0146	0.0032	0
12	-0	0.0001	0.0192	0.0002	0
13	0	0.0001	-0.012	0.0002	0
14	-0	-0	-0.0108	0.0002	0
15	0	0.0001	0.0099	0.0002	0