

**Estimación de la tasa de interés de largo plazo y pasivo pensional para el caso  
colombiano**

**Manuela Álzate Torres**

**Susana Londoño Zuluaga**

**Asesores**

**Álvaro Arturo Hurtado Rendón**

**Daniel Velásquez Gaviria**

**Christian Castrillón**

**Universidad EAFIT**

**Escuela de Economía y Finanzas**

**2017**

La monografía es de carácter provisional, las opiniones y posibles errores son responsabilidad exclusiva de los autores y sus contenidos no comprometen a la Universidad EAFIT ni a la escuela de Economía y Finanzas.

## Tabla de contenidos

Introducción.....	5
Resumen de literatura .....	10
Justificación .....	12
Objetivos.....	14
Objetivo general.....	14
Objetivos específicos.....	14
Modelo teórico.....	14
Hipótesis.....	18
Metodología .....	19
Datos.....	21
Resultados encontrados .....	24
Conclusiones y sugerencias.....	28
Bibliografía.....	29

# **Estimación de la tasa de interés de largo plazo y pasivo pensional para el caso colombiano**

## **Resumen:**

*En este estudio se plantea el interrogante de si la tasa regulatoria vigente para descontar el pasivo pensional es consecuente con el equilibrio de largo plazo que plantean los modelos de equilibrio neoclásicos, o si por el contrario propicia un entorno de inconsistencia intertemporal donde no se crea el capital suficiente para garantizar el crecimiento de la economía y por ende el sistema pensional. Para estimar la tasa de interés de largo plazo se utiliza el modelo de Nelson y Siegel (1987), los resultados indican que la tasa de interés regulatoria es menor que la tasa de largo plazo en la economía y que por lo tanto el déficit del sistema pensional estaría siendo solventado a costa del consumo futuro.*

**Palabras clave:** *tasa de interés de largo plazo, tasa de interés regulatoria, pasivo pensional, inconsistencia intertemporal*

## 1. Introducción

En el año de 1994 la Superintendencia Financiera toma la decisión de establecer en 4%<sup>1</sup> la tasa regulatoria con la cual se descontarían los flujos de caja provenientes del pasivo pensional. Dicho pasivo hace referencia a la deuda implícita que existe entre los empleadores públicos y privados que alguna vez fueron o son pagadores y sus empleados en el régimen pensional de prima media<sup>2</sup>.

La fijación de esta tasa plantea un interrogante desde el punto de vista macroeconómico debido a que esta suele estar ligada a la tasa de interés de largo plazo de la economía, si esta es muy baja conllevaría a un aumento de la reserva matemática la cual es equivalente al valor de los activos necesarios hoy para financiar las obligaciones futuras del pasivo pensional, pero también implicaría un nivel de consumo presente e inversión alto, que quizá podría no ser consecuente con el equilibrio de largo plazo o de estado estacionario de la economía<sup>3</sup>. La reserva matemática del pasivo pensional puede definirse como:  $rm_{t_0} = \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T \frac{pp_{it}}{(1+r)^t}$ , donde  $rm_{t_0}$  representa la reserva en el tiempo  $t_0$  y  $\sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T \frac{pp_{it}}{(1+r)^t}$  representa el valor presente descontado a la tasa regulatoria ( $r$ ) de las obligaciones futuras ( $pp_{it}$ ) del pasivo pensional por cada individuo. En algunas simulaciones hechas por el Departamento Nacional de Planeación<sup>4</sup> los resultados indican que pasar de una tasa regulatoria del 4% al 6%, implicaría una reducción de la reserva matemática del 113,6% al 74% como proporción del PIB. Desde la teoría economía una tasa de interés mayor implicaría una disminución en el

---

<sup>1</sup> Tasa vigente según resolución 610 del 14 de abril de 1994. Superintendencia Bancaria.

<sup>2</sup> El Régimen de Prima Media con prestación Definida - RPM, es aquel mediante el cual, los afiliados o sus beneficiarios obtienen una Pensión de Vejez, Invalidez o Sobrevivientes, o en su defecto, la indemnización Sustitutiva también denominada devolución de saldos, según lo establecido en la Ley.28 sep. 2016. <https://www.colpensiones.gov.co>

<sup>3</sup> Es un concepto neoclásico en la teoría económica plantea la existencia de un estado sostenible óptimo de la economía.

<sup>4</sup> Pasivo Pensional a cargo de la Nación. DNP-DEE. Mayo 26 de 2012

consumo agregado y de la inversión presentes, pero que favorecerían la productividad marginal del capital hacia el largo plazo. De estar en una situación en la cual la tasa regulatoria para el sistema pensional fuese menor que la tasa la economía supone como de largo plazo, el sistema no tendría sostenibilidad en el tiempo debido a que la reserva matemática siempre sería mayor a la soportable por las condiciones coyunturales de la economía, esto implicaría un mayor endeudamiento año tras año por parte del estado para sostenerla, el cual según la teoría de la equivalencia ricardiana, sería equivalente a la disminución del consumo para las generaciones futuras.

Pero, ¿Qué es mejor? Una tasa de descuento baja que garantice los pagos de los pensionados reduciendo el riesgo de tasa de interés y proteja el sistema pensional ante los escenarios futuros de la economía o una tasa de descuento alta que disminuya la reserva matemática, pero que a su vez implique una disminución en el consumo presente y la inversión, pero que favorezca la acumulación de capital per cápita y la sostenibilidad del sistema pensional. Para explicar tal disyuntiva se debe recurrir a la conclusión principal de los modelos de equilibrio general neoclásicos (Ramsey, 1928; Cass, 1965; Koopmans 1965; Solow, 1965) donde se supone la existencia de una tasa de interés de largo plazo que garantizaría el equilibrio intertemporal la cual induce a una tasa ahorro para la cual el consumo es máximo o de “oro”, generando un círculo virtuoso y crecimiento sostenido de la economía (Sala-i-Martin, 2000). Esta restricción intertemporal supone una optimización, donde los agentes interactúan y maximizan su utilidad derivada del consumo a lo largo de su vida. La tasa de interés de largo plazo que propone dicha restricción debería ser mayor que la suma entre el crecimiento poblacional y el cambio tecnológico (innovación medida como el residuo de Solow) para

llegar a niveles de inversión y consumo que garanticen situarse en la senda crecimiento de estado estacionario con miras al largo plazo.

De esta manera, en este documento se plantea el interrogante de si ¿dicha tasa regulatoria del 4% es consecuente con el equilibrio de largo plazo para el caso del sistema pensional colombiano? La pregunta es relevante debido a que desde el año 1994 hasta el 2017, Colombia ha sufrido grandes cambios a nivel interno desde lo macroeconómico, entre ellos la manera en la cual se ejecuta la política monetaria siguiendo una regla clara de control de precios<sup>5</sup>, la disminución de la percepción de riesgo debido a la disminución gradual de la deuda neta del sector público no financiero (SPNF) del 45% en el año 2002, al 36% en el 2013<sup>6</sup>, el aumento de la inversión y una mayor apertura económica seguida de la diversificación del portafolio de exportaciones (Arango, Cabrera, Gómez, & Mendoza, 2013) al igual que los cambios estructurales desde lo externo en cabeza de nuestros socios comerciales Estados Unidos y los países de Europa occidental, donde la tasa de interés ha disminuido consistentemente después del año 1995 debido a la caída en el riesgo de inflación, el aumento de la capacidad del mercado de diversificar el riesgo<sup>7</sup> y el aumento del ahorro (Knight, 2006). Dichos cambios desde lo externo afectan la economía colombiana debido a que las tasas de interés externas suelen ser menores que las internas<sup>8</sup> por lo cual suele presentarse un diferencial positivo entre la tasa de interés interna y externa que propiciaría la entrada de flujos de capital desde el exterior, esto generaría una apreciación de la moneda

---

<sup>5</sup> La Constitución Política establece que el principal objetivo del Banco de la República es preservar la capacidad adquisitiva de la moneda, en coordinación con la política económica general, entendida esta última como aquella que propende por estabilizar el producto y el empleo en sus niveles sostenibles de largo plazo. [www.banrep.gov.co/es/el-banco/mision-y-vision](http://www.banrep.gov.co/es/el-banco/mision-y-vision)

<sup>6</sup> Dirección general de política macroeconómica Ministerio de hacienda Nacional y Crédito Público [www.minhacienda.gov.co](http://www.minhacienda.gov.co).

<sup>7</sup> Por ejemplo, los instrumentos derivados de renta fija como opciones y futuros sobre deuda soberana.

<sup>8</sup> Se espera que al Colombia ser un país subdesarrollado la productividad marginal del capital sea mayor allí que en países desarrollados

junto con una disminución las exportaciones netas<sup>9</sup>. Desde la teoría económica, esto disminuiría la demanda agregada hasta que la tasa de interés local entrase el mismo nivel que la tasa internacional.

Lo cierto es que, en la práctica, las cosas son un poco más sencillas, de hecho, suelen utilizarse diferentes metodologías para determinar la tasa regulatoria de descuento para el pasivo pensional. Por ejemplo, los fondos de pensiones públicas en Estados Unidos usan el retorno de largo plazo ofrecido por un portafolio diversificado<sup>10</sup>, esta metodología ha sido criticada debido a que los administradores de los portafolios podrían tomar decisiones arriesgadas para obtener una mayor rentabilidad y obtener una menor reserva matemática (Merton, 2012). Por otro lado, los fondos privados en Estados Unidos y Europa emplean la tasa de rentabilidad ofrecida por los bonos con calificación crediticia AA a 20 años, lo cual resulta ser una partica más conservadora pero que carecería de cierta rentabilidad. En el caso colombiano, se ha desconocido el contexto internacional y se ha fijado una tasa regulatoria del 4%, que desde los argumentos meramente teóricos favorece la inconsistencia intertemporal de largo plazo, esto, debido a que es mucho menor que la tasa de largo plazo que supone el mercado de deuda pública TES<sup>11</sup>, esto es grave debido a que el sistema cada año pretenderá una reserva matemática que no es consecuente con la coyuntura económica del momento. Esto tendría efectos adversos, por un lado, el Gobierno emitiría deuda para aminorar dicho pasivo y sostener el sistema pensional, por otro lado, se crearían incentivos para que los hacedores de políticas públicas aumenten los años regulatorios, los requisitos y

---

<sup>9</sup> Modelo de Mundell y Fleming

<sup>10</sup> Portafolio en renta variable

<sup>11</sup> Los TES son títulos de deuda pública doméstica, emitidos por el gobierno y administrados por el Banco de la República. <http://www.banrep.gov.co/es/contenidos/page/qu-son-tes>

los montos necesarios para pensionarse, tal cual se observa en la historia reciente de Colombia.

Entonces, ¿Cuál debería ser la tasa regulatoria en Colombia? El deber ser según Arango. Et. (2013) para determinarla sería el mercado de TES cuyas cotizaciones en rentabilidad derivan la estructura a plazos de la tasa de interés. Esto debido a que es un mercado lo suficientemente líquido como para representar las expectativas del mercado. El único problema es que en Colombia el título a mayor vencimiento es a 15 años por lo cual no se tiene una expectativa en consenso acerca del futuro de la tasa de interés al muy largo plazo (25-30 años) (Arbeláez, Botero, Gonzales, Salamanca y Suarez, 2011).

Para sortear este problema, en esta investigación se recurrirá a el modelo de Nelson y Siegel (1987) el cual permite estimar la estructura a plazo de la tasa de interés en una ecuación línea mediante mínimos cuadrados ordinarios, este realiza una descomposición de la estructura a plazos<sup>12</sup> en tres factores: de largo, mediano y corto plazo. Para este propósito se tomará una muestra de la curva de rendimientos cero cupón de los títulos de deuda soberana (TES) con una periodicidad diaria, desde el año 2005 hasta el 2016, se abstraerá el componente de largo plazo, el cual debería ser consistente con el 4% planteado por la Superintendencia Financiera, de lo contrario, la economía colombiana podría estar en una situación de inconsistencia intertemporal en el sistema pensional.

Además de esta sección, la monografía consta de siete secciones, la segunda es la justificación, la tercera los objetivos, la cuarta el marco teórico, la quinta la hipótesis, la sexta

---

<sup>12</sup> Se supone que la estructura a plazos de la tasa de interés tiene la capacidad de determinar las expectativas de inflación e incertidumbre futura sobre el desempeño de la economía.

la metodología, la séptima los datos, la octava el ejercicio empírico y por último las conclusiones del ejercicio.

## **2. Resumen de literatura**

El enfoque tradicional para determinar la tasa de descuento usada para calcular el valor presente de los pasivos futuros del pasivo pensional estaría en función del riesgo de dichos pasivos el cual a su vez estaría determinado por la coyuntura económica vigente.

Haberman et al. (2003) Propone que la tasa utilizada para descontar el pasivo pensional debería estar en función de la probabilidad de incumplimiento por parte del pagador, al igual que Novy, Marx y Rauh (2009), los cuales argumentan que cuanto mayor sea el riesgo de incumplimiento por parte del pagador de las pensiones, mayor será el riesgo al pasivo desde la perspectiva del pensionado y, por lo tanto, la tasa de descuento sería mayor. Este enfoque define el valor de la reserva matemática del sistema pensional como la determinación del valor de los activos necesarios hoy para financiar los pasivos futuros. La tasa de rendimiento esperada de la cartera en la que se invierten dichos fondos debería determinar la tasa de descuento que se utilizará para determinar cuántos activos se necesitan hoy para pagar los pasivos pensionales futuros.

El Consejo de Estándares Actuariales (2013) de la Academia Estadounidense de Actuarios identifica que las tasas de descuento deberían basarse en la tasa de rendimiento implícita en los precios de las anualidades pagadas por los pensionados. Este enfoque puede considerarse como una variante del enfoque tradicional, debido a que no considera el riesgo de la cartera en la cual se invierten los fondos de las pensiones.

Day (2004) propone una variación del enfoque tradicional. En términos muy generales, este indica que la incertidumbre de los flujos de efectivo hace que la tasa de interés regulatoria sea mayor que la tasa libre de riesgo en la economía, por lo tanto, el pasivo aumenta en valor más que la rentabilidad libre de riesgo. Lo cual generaría un proceso de inconsistencia intertemporal. En general se sostiene que la tasa de interés debe ser igual o un poco menor a la tasa libre de riesgo de largo plazo de la economía.

Jong (2008) propone tener en cuenta la disponibilidad de activos para cubrir los riesgos asociados al pasivo pensional., este estudio considera las cuestiones relativas a la determinación del valor actual de la reserva matemática agregando la incertidumbre de los flujos de caja futuros por parte del pagador, observa el problema de que típicamente los pasivos no sean activos comercializados. El largo vencimiento de las reclamaciones y su indexación a los salarios de los trabajadores que obtienen beneficios, hacen imposible encontrar instrumentos de mercado con características similares. Los salarios futuros no pueden cubrirse perfectamente con los instrumentos existentes del mercado financiero. En la literatura sobre la fijación de precios de activos financieros, la situación en la que el patrón de pago de un activo no puede reproducirse perfectamente se denomina mercado incompleto. El tenedor de la obligación pensional asume un riesgo indeterminado, que afecta la distribución de probabilidad de su consumo y riqueza final, y por lo tanto su utilidad. La certeza de la riqueza equivalente de la utilidad esperada es la cantidad que el plan de pensiones está dispuesto a pagar por la reclamación. Encontrar un valor para la reserva matemática del pasivo pensional equivale a encontrar un valor para el riesgo no deducible. Para lograr la misma certidumbre de riqueza equivalente en el mercado incompleto, el inversor necesita invertir más que en el caso de los mercados completos con cobertura

perfecta. Como conclusión en este estudio, el autor recomienda que la fijación de la tasa regulatoria, en comparación con una tasa de descuento libre de riesgo, debería ser menor para ajustarse a un cierto nivel de riesgo no cubierto.

En el ámbito nacional, Salazar y Arbeláez (2007) proponen una tasa regulatoria más baja a la del 4% que refleje la caída de las tasas de interés de la economía nacional e internacional, esto argumentan que esto debería hacerse con el fin de minimizar el riesgo de tasa de interés y de reinversión. Arango, Cabrera, Gómez, y Mendoza (2013) encuentran que la tasa regulatoria vigente no debería cambiarse en aras de cumplir con la restricción intertemporal para un nivel de crecimiento de largo plazo que plantean los modelos de equilibrio neoclásicos. En contraste a estos estudios, García (2013) argumenta que la tasa regulatoria vigente para descontar el pasivo pensional aumenta la reserva matemática a niveles insostenibles en el largo plazo y por lo tanto debería ser mayor en aras de disminuir este pasivo.

### **3. Justificación**

El sistema pensional debe garantizar su sostenibilidad en el largo plazo, no solo por el bienestar de la economía sino por el compromiso que toda sociedad debe tener con el bienestar de las personas pensionadas. Bajas tasas de interés regulatorias que impliquen una alta reserva matemática, propician la emisión de deuda por parte del Gobierno año tras año para sostener el sistema al igual que promueven incentivos para endurecer la política pensional. Esto se debe a que el ingreso total que genera la economía es insuficiente para llegar al valor de la reserva. Esto desencadenaría en un endeudamiento permanente que

llevaría la economía a tomar una trayectoria abyecta y divergente de la sostenible en el largo plazo. Además de resultar en una catástrofe social.

La investigación es relevante debido que desde el año 1994 hasta el 2017, Colombia ha sufrido grandes cambios a nivel interno desde lo macroeconómico, entre ellos la manera en la cual se ejecuta la política monetaria siguiendo una regla clara de control de precios, la disminución de la percepción de riesgo debido a la disminución gradual de la deuda neta del sector público no financiero (SPNF) del 45% en el año 2002 al 36% en el 2013, el aumento de la inversión y una mayor apertura económica seguida de la diversificación del portafolio de exportaciones (Arango, Cabrera, Gómez, & Mendoza, 2013) al igual que los cambios estructurales desde lo externo en cabeza de nuestros socios comerciales Estados Unidos y los países de Europa occidental, donde la tasa de interés ha disminuido consistentemente después del año 1995 debido a la caída en el riesgo de inflación, el aumento de la capacidad del mercado de diversificar el riesgo y el aumento del ahorro (Knight, 2006).

La estimación de tasa de interés de largo plazo que se asociaría con la tasa regulatoria a la cual se descuenta el pasivo pensional, hasta el momento no se ha realizado mediante el método que se propone en esta investigación (Nelson y Siegel), por lo cual encontraríamos resultados en cierta medida únicos e innovadores que llevarían a una mejor comprensión de los efectos que tendría sobre la economía la modificación de la reserva matemática del pasivo pensional.

#### **4. Objetivos**

##### **Objetivo General**

- Determinar si la tasa regulatoria para descontar el pasivo pensional, es consecuente con las estimaciones empíricas realizadas para Colombia, en el periodo 2005-2016.

##### **Objetivos Secundarios**

- Estimar la tasa de interés de largo plazo en el periodo 2005-2016 para la economía colombiana mediante el modelo de Nelson y Siegel (1987).
- Establecer un marco teórico que clarifique la relación entre la tasa de interés regulatoria del pasivo pensional, el equilibrio intertemporal de largo plazo e involucre a su vez la estimación empírica mediante el modelo de Nelson y Siegel (1987).

#### **5. Modelo teórico**

Para enmarcar la restricción intertemporal que supone una tasa de interés de largo plazo, se desarrollaran el modelo de Solow y el de RCK, bajo los planteamientos de Sala-i-Martin (2000) y Romer (2012). La idea es establecer concretamente los criterios que tienen los modelos de equilibrio general para determinar la tasa de interés de largo plazo y relacionar esta con la tasa regulatoria a la cual se descuenta el pasivo pensional.

Una baja tasa de interés, en el largo plazo afecta la economía de diferentes maneras, una de ellas es que favorece el consumo presente y a su vez un aumento de la riqueza total al aumentar la demanda agregada vía precio de los activos, una alta tasa, por el contrario, favorece el consumo futuro, desincentiva la inversión presente, pero favorece la productividad marginal del capital en el largo plazo.

La ecuación fundamental del modelo de Solow (1956) está dada por:  $\dot{k} = sf(k) - (n + \delta + g_A)k$ , donde  $s$  es la tasa de ahorro,  $k$  es el capital per capita,  $n$  la tasa de crecimiento poblacional,  $\delta$  la tasa de depreciación del capital y  $g_A$  la tasa de crecimiento de la tecnología. De esta manera  $sf(k)$  representaría el ahorro total que, a su vez en una economía cerrada, sería equivalente a la inversión total y  $(n + \delta + g_A)k$  la inversión requerida.

En estado estacionario se cumpliría que  $sf(k^*) = (n + \delta + g_A)k^*$ , esto tendría como consecuencia que los niveles de capital, producto y consumo deberían crecer al mismo ritmo al cual lo hace la población y la tecnología, así, el consumo estaría dado por:  $c^* = f(k^*) - (n + \delta + g_A)k^*$ , el consumo óptimo vendría dado por:

$$\frac{dc^*}{ds} = \{f'[(s, n, \delta, g_A)] - (n + \delta + g_A)\} \frac{dk^*(s, n, \delta, g_A)}{ds} = 0$$

Resolviendo la igualdad, se podría establecer que el consumo de “oro”<sup>13</sup> vendría dado por:

$$c_{oro} = f(k_{oro}) - (n + \delta + g_A)k_{oro}$$

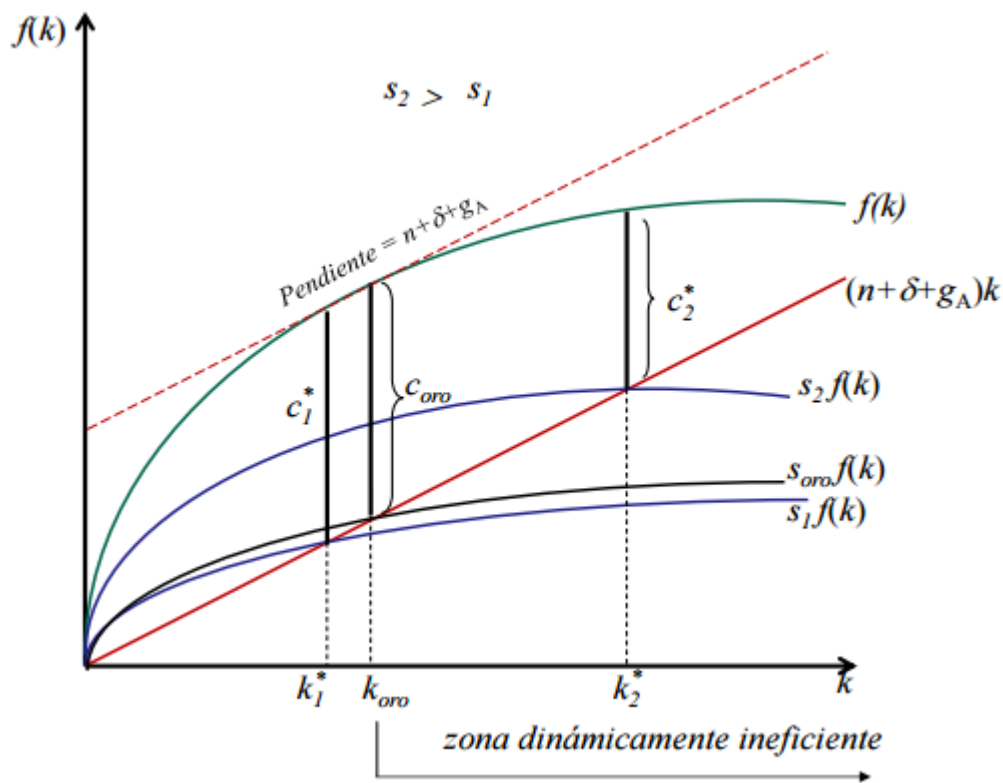
En estado estacionario se daría el máximo consumo posible siempre y cuando, el rendimiento marginal del capital sea igual al crecimiento poblacional sumado al crecimiento de la tecnología y la depreciación del capital. De lo contrario, si se tiene una tasa de ahorro que esté por encima del equilibrio de estado estacionario, se tendría un ahorro en exceso, de manera equivalente si el rendimiento marginal, es mayor al crecimiento poblacional sumado al crecimiento de la tecnología y la depreciación del capital  $(n + \delta + g_A)k_{oro}$ , disminuiría el consumo por trabajador y la economía se situaría en una zona dinámicamente ineficiente.

---

<sup>13</sup> Para ampliación del concepto, dirigirse a “Apuntes del Crecimiento Económico (Sala-i-Martin, 2000) pg. 26. *La “regla de oro” de la acumulación de capital.*

A diferencia del modelo de Solow, el modelo de RCK incorpora una optimización intertemporal entre los diferentes agentes económicos, donde la decisión de consumo presente será un balance entre la tasa de interés de largo plazo y la tasa subjetiva de impaciencia. En el modelo de RCK las familias pueden acumular capital y alquilar mano de obra, consumir y ahorrar, y a su vez las firmas demandan mano de obra y capital para producir maximizando su beneficio, derivando un capital óptimo que surgirá de la relación entre esta oferta y demanda.

**Gráfico 2.** Equilibrio (regla de oro) en el modelo de Solow.



Fuente: Arango, Cabrera, Gómez, & Mendoza (2013)

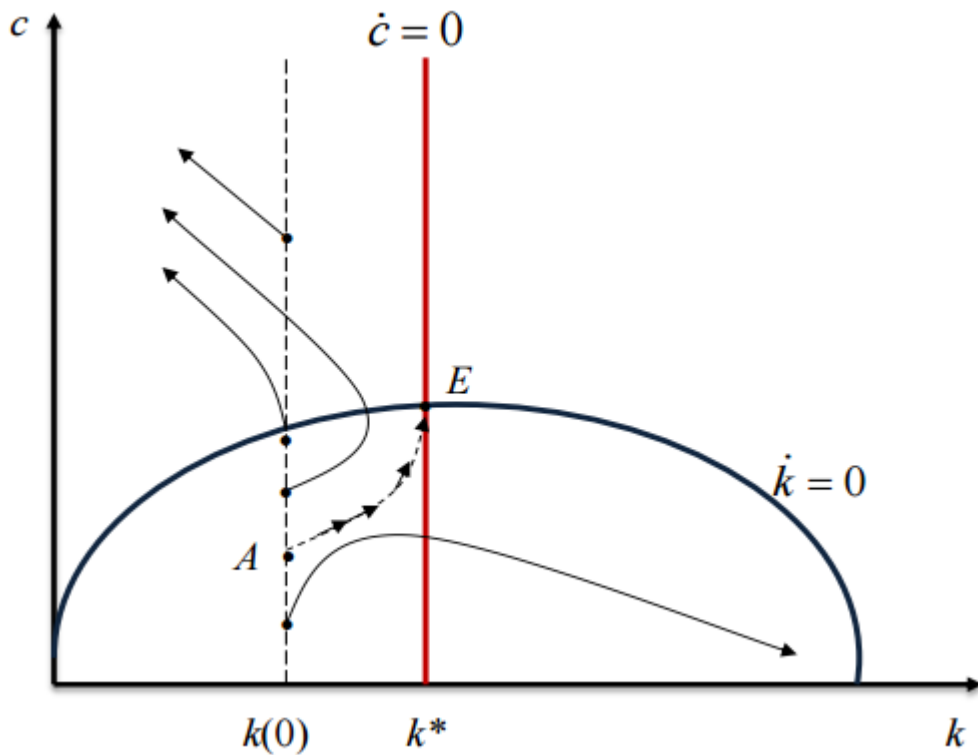
La condición de equilibrio en modelo de RCK implica que  $c$  y  $k$  deben satisfacer la condición de equilibrio de la ecuación:

$$\frac{\dot{c}(t)}{c(t)} = \frac{f'(k(t)) - \delta - \rho - \theta g_a}{\theta}$$

Donde  $c$  es el consumo por trabajador,  $k$  es el capital por trabajador,  $\delta$  la tasa de depreciación del capital,  $\rho$  es la tasa subjetiva de impaciencia,  $\theta$  es la aversión al riesgo y  $g_a$  es la tasa de crecimiento de la tecnología. El equilibrio de largo plazo implicaría que:

$$\dot{k}(t) = f(k(t)) - c(t) - (n + \delta + g_a)k(t)$$

**Gráfico 3.** Equilibrio en el modelo de RCK.



Fuente: Arango, Cabrera, Gómez, & Mendoza (2013)

En el gráfico 3, las sendas de  $k(0)$  que comienzan por encima de A, llevarán a un crecimiento del consumo tal, que llevaría a agotar el capital hasta el valor de cero, consecuente con la

disminución de la productividad marginal del capital y el aumento del consumo para satisfacer las condiciones de equilibrio.

Se estaría en una zona de inconsistencia intertemporal debido a que el rendimiento marginal del capital no es suficiente para que se dé acumulación del capital y el consumo crecería de manera tal que se minimizaría en el largo plazo. Todas las sendas por debajo de A, llevarían a un exceso de acumulación donde también se minimizaría el consumo por trabajador.

Con las conclusiones planteadas sobre los dos modelos teóricos, se puede concluir que debe existir una tasa de interés de largo plazo (rendimiento marginal del capital) que sea consecuente con una senda óptima de crecimiento sostenido, donde el capital crezca lo suficiente para garantizar un nivel de consumo estable y perpetuo.

## **6. Hipótesis**

De esta manera se plantea la hipótesis de que la tasa de interés de largo plazo a la cual se descuenta el pasivo pensional ha debido al igual que la tasa de interés nominal de intervención, acomodarse a la coyuntura y la expectativa de crecimiento económico futuro. En consecuencia, debe estimarse teniendo en cuenta los cambios estructurales de la economía e incorporando métodos contemporáneos que permitan de manera consistente plantear una tasa regulatoria consecuente con la senda de crecimiento de largo plazo. Si la tasa de largo plazo no es consecuente con la tasa regulatoria para descontar el pasivo pensional podríamos estar en un problema de inconsistencia intertemporal.

## 7. Metodología

Para estimar la tasa de interés de largo plazo se planteará la metodología propuesta por Nelson and Siegel (1987) donde se descompondrá la estructura a plazos de la tasa de interés en el componente de corto, mediano y largo plazo, este último, se espera, este relacionado con la tasa de interés de equilibrio.

$$y(m) = \beta_0 + \beta_1 \frac{[1 - \exp(-m/\tau)]}{m/\tau} + \beta_2 \left( \frac{[1 - \exp(-m/\tau)]}{m/\tau} - \exp(-m/\tau) \right) + \varepsilon_t$$

Esta ecuación sería estimada bajo la metodología de Mínimos Cuadrados Ordinarios. El modelo consta de tres factores, la constante, un factor de decaimiento exponencial  $\left(\frac{[1 - \exp(-m/\tau)]}{m/\tau}\right)$  y un tercer factor que representa una función de Laguerre<sup>14</sup>  $\left(\frac{[1 - \exp(-m/\tau)]}{m/\tau} - \exp(-m/\tau)\right)$ .

Donde:

$m$ : Representa el vencimiento al que hace referencia la tasa cero cupón, en nuestro caso: tres meses, un año, dos años, así hasta nueve años y posterior a esta 15 años.

$\beta_0$  Puede ser interpretado como el componente de largo plazo y que bajo metodologías alternas ha sido establecido en alrededor del 4% para Colombia.

$\beta_1$  Componente de corto plazo, se espera tenga un decaimiento exponencial

---

<sup>14</sup> En matemáticas, los polinomios de Laguerre, son soluciones de la ecuación de Laguerre que es una ecuación diferencial lineal de segundo orden., la cual podría tener soluciones no singulares.

$\beta_2$  : Componente de mediano plazo, dada la función de Laguerre  $\beta_2$  es el responsable de explicar joroba de la curva, entre mayor sea su valor la joroba de la curva será más pronunciada.  $\tau$  es el parámetro de decaimiento exponencial.

El papel de los componentes se hace claro cuando miramos su comportamiento limitante con respecto al tiempo hasta la madurez. Cuando el tiempo hasta la madurez crece hasta el infinito, la pendiente y el componente de curvatura desaparecen y la tasa a largo plazo y de contado convergerán al mismo nivel constante de la tasa de interés,  $\beta_0$ . También asumimos que  $\beta_0$  esta cerca de la tasa spot empírica de largo plazo, no esa negativa o poco realista.

Cuando el tiempo hasta la madurez se aproxima a cero, sólo el componente de curvatura se desvanece y las tasas de avance y de punto convergen hacia  $(\beta_0 + \beta_1)$ .  $\beta_1$  mide la pendiente de la estructura de plazos, con lo que un negativo (positivo)  $\beta_1$  representa una pendiente hacia arriba (hacia abajo).

El grado de la curvatura es controlado por  $\beta_2$ , la velocidad a la que el componente de la pendiente y de la curvatura se descompone a cero. Finalmente la ubicación del valor máximo/mínimo del componente de curvatura se determina por  $\lambda$ . Este  $\lambda$  determina tanto la forma del componente de curvatura como la joroba/depresión de la estructura de términos. Maximizando el componente de curvatura en la función de tasa de spot con respecto a  $\lambda$  podemos determinar la localización de la joroba/depresión de la estructura de término. (Annaert, J., Claes, A., de Ceuster, M., & Zhang, H)

Aunque este tipo de pruebas y conclusiones no son propias de este trabajo.

### **Proceso de estimación.**

La estimación de los coeficientes asociados al modelo se hará diaria, en total se correrán 3.051 regresiones de mínimos cuadrados, el modelo a estimar diariamente puede ser expresado matricialmente de la siguiente manera:

$$y(m) = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix}' \begin{bmatrix} \frac{1}{m/\tau} \\ \frac{[1 - \exp(-m/\tau)]}{m/\tau} \\ \frac{[1 - \exp(-m/\tau)]}{m/\tau} - \exp(-m/\tau) \end{bmatrix}$$

Con los coeficientes  $\beta_0, \beta_1$  y  $\beta_2$  estimados se construirá la curva de rendimientos mediante el modelo, como se puede observar en gráfico 4.

## 8. Datos

Para iniciar el análisis empírico se recurre a la ilustración de los datos mediante una tabla de estadísticas descriptivas.

**Tabla 1.** Estadística Descriptiva de la estructura a plazos de la tasa de interés.

Interest	Obs	mean	Std. dev	curtosis	Sesgo	Min	Max	Dickey y Fuller
3 meses	3051	5.520	2.128	2.155	0.148	0.858	11.284	0.198
1 año	3051	6.669	2.329	1.614	0.284	2.913	12.875	0.637
2 años	3051	7.557	2.547	1.963	0.450	3.667	14.520	0.545
3 años	3051	8.176	2.678	2.184	0.506	3.874	15.868	0.461
4 años	3051	8.614	2.753	2.266	0.520	4.079	16.752	0.408
5 años	3051	8.929	2.795	2.283	0.525	4.273	17.099	0.383
6 años	3051	9.160	2.818	2.275	0.531	4.417	17.078	0.379
7 años	3051	9.330	2.831	2.261	0.541	4.537	17.200	0.386
8 años	3051	9.457	2.839	2.250	0.557	4.647	17.336	0.393
9 años	3051	9.553	2.844	2.247	0.576	4.748	17.442	0.390
15 años	3051	9.626	2.847	2.250	0.599	4.839	17.527	0.370

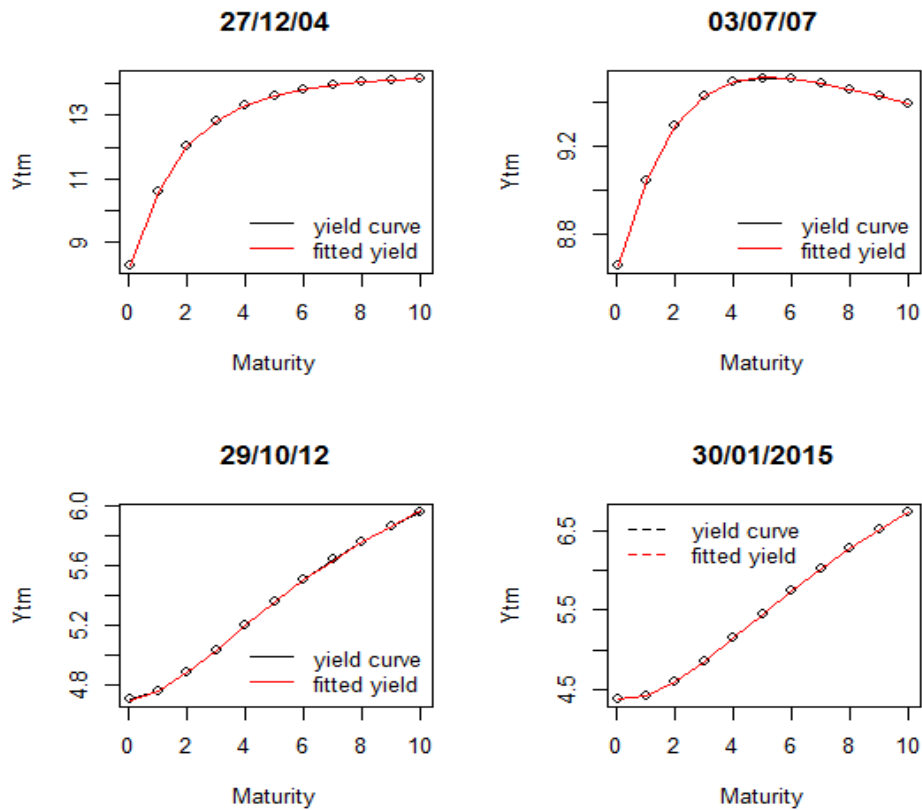
Fuente: Realización propia con datos del Banco de la República (2017).

En la tabla 1 se observa que la media de la tasa de interés aumenta conforme aumenta el vencimiento, este resultado sugiere que tradicionalmente la estructura a plazos ha tenido y

mantiene una pendiente positiva, es decir, es convexa, como más adelante se observara en el gráfico 4. También puede decirse que la desviación estándar de las tasas de mercado aumenta conforme aumenta el vencimiento, es decir, en Colombia, la tasa de interés asociada a los vencimientos de 15 años es más volátil que la de los vencimientos a 1 año, este resultado es inesperado debido a que los agente exigen una prima por liquidez al aumentar el vencimiento de un título proporcional al riesgo de invertir a un mayor plazo.

A excepción de la tasa de interés asociada a la rentabilidad de los bonos a 3 meses vencimiento a tres meses, la propensión a la ocurrencia de valores extremos (retornos) aumenta conforme aumenta el vencimiento del título. Al igual que en el gráfico 1, se puede observar que el máximo valor es alrededor del 17% y el mínimo cercano al 4%, esto evidencia una clara tendencia a la disminución de la tasa de interés en Colombia debido a los factores ya mencionados.

**Gráfico 4.** Estimación de la estructura a plazos mediante el modelo de Nelson y Siegel (2006) en diferentes momentos del tiempo.



Fuente: Realización propia con datos del Banco de la República (2017).

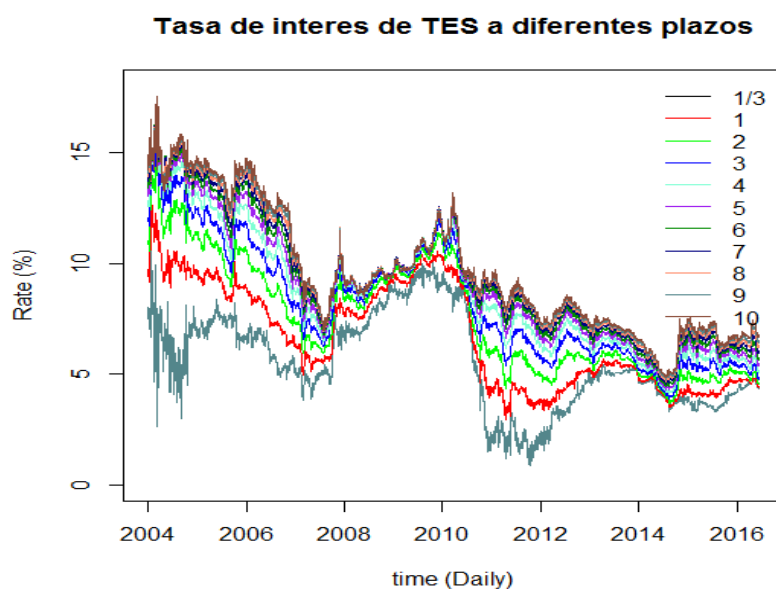
En el gráfico 4, se estima el modelo de Nelson y Siegel (2006) en diferentes momentos del tiempo, en general se puede apreciar que la línea roja (estimación mediante Nelson y Siegel) a la curva negra que refleja los datos ex post, esto indica que la metodología utilizada para la desagregación de la curva en factores de corto, mediano y largo plazo es correcta y obtiene resultados consistentes. Se observa como la curva tiene una curvatura en general positiva pero no tan marcada en el tramo largo (5 años en adelante) como en el 2007 cuando se estaba a portas de la crisis sub prime en Estados Unidos, es decir, la crisis contribuyo empinando el tramo corto de la curva y disminuyendo la pendiente casi a valores negativos del tramo largo,

en general este comportamiento puede ser explicado por la preferencia a la liquidez en el corto plazo.

Puede observarse claramente que, en los años 2007 y 2012, donde han sucedido las grandes crisis financieras, la dispersión entre las tasas a los diferentes vencimientos aumenta (grafico 5), esto se puede explicar por la prima de liquidez equivalente al riesgo de invertir en el largo plazo. Este resultado será importante más adelante para el análisis.

En el gráfico 5 en general puede observarse que las tasas asociadas a los tramos más largos serían más volátiles que las del tramo corto de la estructura a plazos de la tasa de interés, sin embargo, la tendencia marcada en todas las series es hacia la disminución generalizada en el tiempo.

**Gráfico 5.** Evolución de las tasas a diferentes vencimientos de la estructura a plazos en Colombia.



Fuente: Realización propia con datos del Banco de la República (2017).

## 9. Resultados Encontrados.

Para cada regresión, de las 3.051 que se hicieron, se guardaron los coeficientes estimados y posteriormente se realiza una estadística descriptiva. El coeficiente  $\beta_0$  es el que representa el componente de largo plazo y por ende sobre el cual se concentrará el análisis.

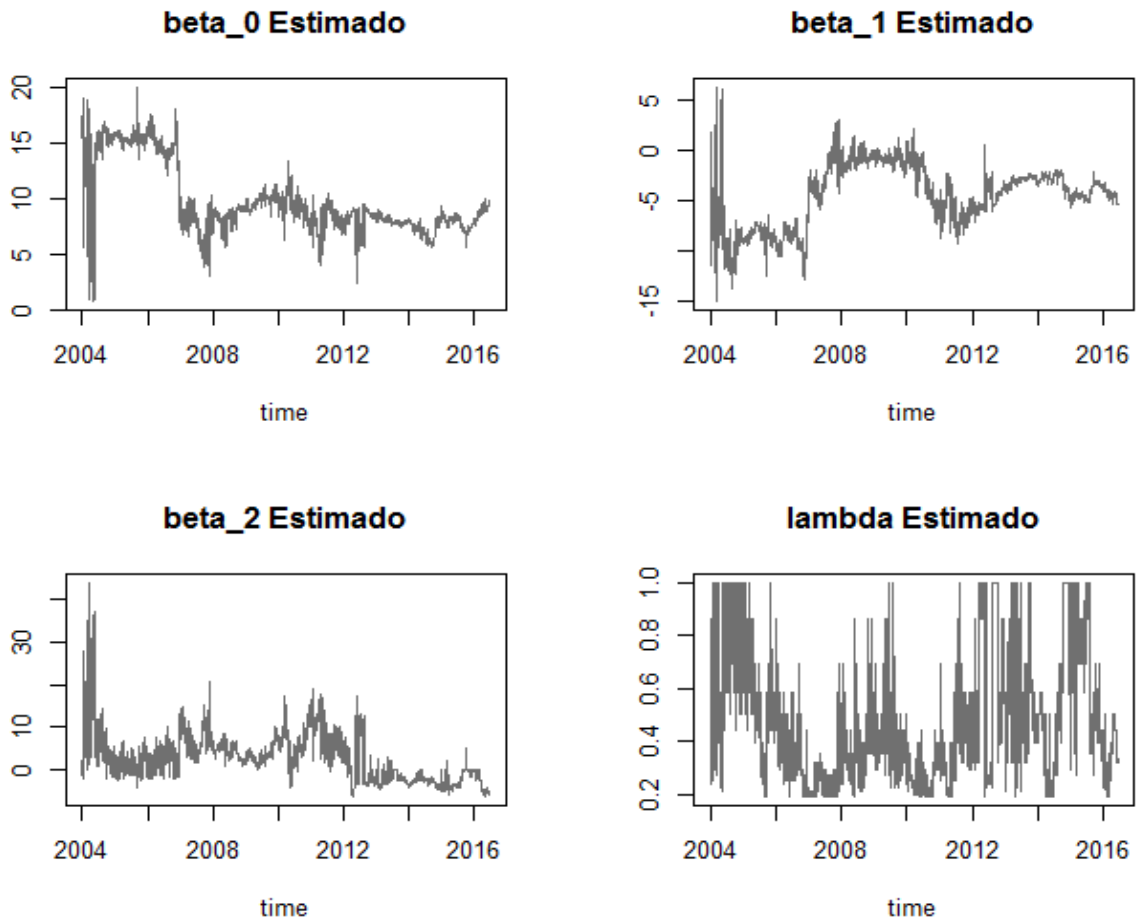
**Tabla 2.** Estadística descriptiva de los coeficientes estimados

Variable	Obs	Media	Est. dev	Curtosis	Sesgo	Min	Max	Dickey y Fuller	Jarque Bera
$\beta_0$	3051	9.90	3.20	2.75	0.91	0.04	20.00	0.01	0
$\beta_1$	3051	9.63	2.85	2.25	0.60	4.84	17.53	0.37	0
$\beta_2$	3051	2.52	5.39	7.07	1.17	-8.26	42.48	0.01	0
$\tau$	3051	0.04	0.03	13.61	2.34	0.01	0.40	0.01	0

Fuente: Realización propia con datos del Banco de la República (2017).

La primera columna contiene los coeficientes provenientes del modelo de Nelson, la segunda indica el numero registros que se tienen de cada una después de la estimación, la tercera contiene la media, la cuarta la desviación estándar, la quinta la curtosis, la sexta el sesgo, la séptima el mínimo, la octava el máximo, la novena el p-valor arrojado por la prueba de estacionariedad de Dickey y Fuller y por último el p-valor del test de normalidad de Jarque Bera.

**Gráfico 6.** Coeficientes estimados del modelo de Nelson y Siegel



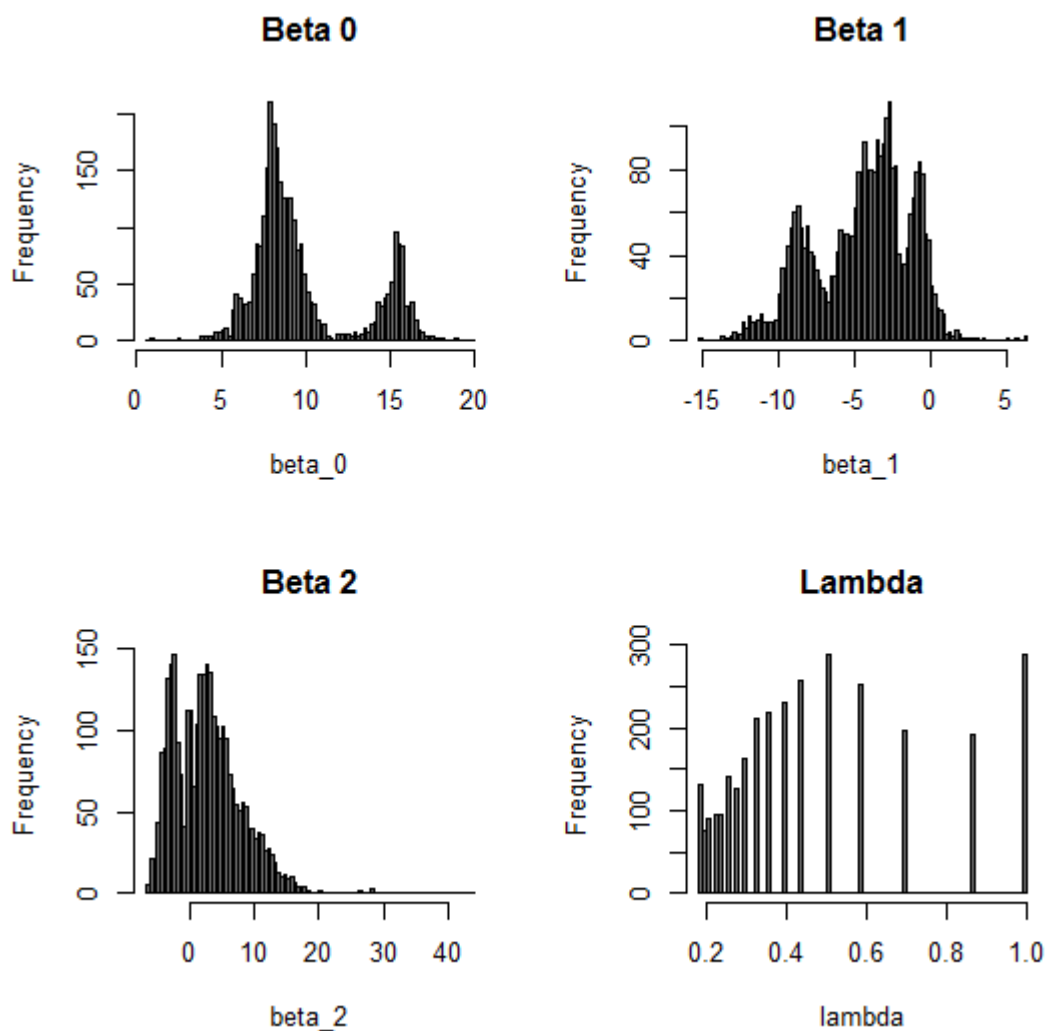
Fuente: Realización propia con datos del Banco de la República (2017).

De la tabla 2 y del gráfico 6 en la parte superior izquierda puede observarse la estimación que se hace del coeficiente  $\beta_0$ , se observa que el valor promedio es de 9.9%, es decir, el componente de largo plazo de la estructura a plazo de la tasa de interés de la deuda soberana de Colombia oscila entre ese ese valor con una desviación estándar relativamente moderada.

Es observable que el gran cambio en el nivel del componente de largo plazo se da entre el año 2006 y 2007, precisamente cuando se da la gran crisis financiera en los Estados Unidos.

De hecho, cuando se hacen los histogramas de las series obtenidas en la parte superior izquierda Del gráfico 7, la distribución empírica de  $\beta_0$  es bimodal, se podría decir que teniendo en cuenta solo los años a partir del 2007, la media del componente de largo plazo estaría cercana al 7.5%, esta cifra concuerda con la tasa de referencia fijada por el Banco de la Republica para dicho periodo.

**Gráfico 7.** Histograma de los coeficientes estimados del modelo de Nelson y Siegel



Fuente: Realización propia con datos del Banco de la República (2017).

## **10. Conclusiones y sugerencias**

En el desarrollo teórico de la monografía se encuentra que la tasa a la cual crece el pasivo pensional deber ser por lo menos igual a la tasa de interés de largo plazo de la economía y esta debe ser por lo menos igual al crecimiento poblacional junto con la depreciación del capital más la tasa de crecimiento de la tecnología para que exista una senda optima de crecimiento estacionario. De lo contrario se estaría en una inconsistencia intertemporal por dos razones, la primera es que el sistema crearía una deuda perpetua mayor a los activos que puede pagar en valor presente y la segunda es que la tasa de interés de referencia debe garantizar la formación bruta de capital suficiente para sostener la producción futura y por ende el sistema pensional.

La tasa de interés de referencia representa una disyuntiva social, esto debido a que, si su valor muy bajo protege las pensiones del tiempo presente, sin embargo, para sostener el déficit que esto genera emite deuda o aumenta los impuestos y los requisitos de jubilación, lo cual castiga el consumo de las futuras generaciones. Por otro lado, si el valor de la tasa alto, garantiza la sostenibilidad del sistema, pero disminuye la calidad de las pensiones.

Para estimar la tasa de interés de largo plazo se utiliza el modelo de Nelson y Siegel (1987), se encuentra que la media de su valor es de 9.9%, sin embargo, solo teniendo en cuenta desde el año 2007, la media estaría alrededor del 7.5%, teniendo en cuenta el efecto de la inflación que podría considerarse cercano al 4% anual, la media de la tasa de interés real de largo plazo seria cercana al 5%. Este resulta ser mayor al sugerido por la regulación. De esta manera, podría determinarse que el sistema pensional colombiano se dirige hacia una encrucijada en

el largo plazo, donde su pasivo será perpetuamente mayor a sus activos en valor presente en aproximadamente un 1% anual.

## 11. Referencias

- Annaert, J., Claes, A., de Ceuster, M., & Zhang, H. Estimating the Yield Curve Using the Nelson-Siegel Model: A Ridge Regression Approach. *SSRN Electronic Journal*.
- Bonaldi, G. (2010). *Importancia de las rigideces nominales y reales en Colombia: un enfoque de equilibrio general dinámico y estocástico*. Banco de la República.
- Cass, D. (1965). Optimum growth in an Aggregative model of capital accumulation. *The Review Of Economic Studies*, 32(3), 233.
- Day, T. (2004). Financial Economics and Actuarial Practice. *North American Actuarial Journal*, 8(3).
- De Gregorio, J. (2012). *Macroeconomía*. Retrieved from <http://www.degregorio.cl/pdf/Macroeconomia.pdf>
- DE JONG, F. (2008). Valuation of pension liabilities in incomplete markets. *Journal Of Pension Economics And Finance*, 7(03).
- Haberman, S. (2003). Risk measurement and management of defined benefit pension schemes: a stochastic approach. *IMA Journal Of Management Mathematics*, 14(2).
- Melo, L. & Iregui B, A. (2009). *La transmisión de la política monetaria sobre el consumo en presencia de restricciones de liquidez*. Retrieved from <http://www.banrep.gov.co/sites/default/files/publicaciones/pdfs/borra547.pdf>
- Mendoza, J., Gómez, E., Cabrera, W., & Arango, L. (2013). *Tasa de interés de largo plazo, interés técnico y pasivo pensional*. Retrieved from [http://www.banrep.gov.co/docum/Lectura\\_finanzas/pdf/be\\_796.pdf](http://www.banrep.gov.co/docum/Lectura_finanzas/pdf/be_796.pdf)
- Miller, M (2012). Financial Markets and Economic Growth\*. *Journal Of Applied Corporate Finance*, 24
- Nelson, C. & Siegel, A. (1987). Parsimonious Modeling of Yield Curves. *The Journal Of Business*, 60(4), 473.
- Novy-Marx, R., & Rauh, J. (2009). The Liabilities and Risks of State-Sponsored Pension Plans. *Journal Of Economic Perspectives*, 23(4).

- Ramsey, F. (1928). A mathematical theory of saving. *The Economic Journal*, 38(152), 543.
- Romer, D. (2012). *SHORT-RUN FLUCTUATIONS*. Retrieved from <http://eml.berkeley.edu/~dromer/papers/Romer%20Short-Run%20Fluctuations%20January%202012.pdf>
- Sala i marti, X. (2000). *Apuntes de crecimiento económico*. Retrieved from <https://enpdf.files.wordpress.com/2016/03/apuntes-de-crecimiento-economico-sala-i-marti.pdf>
- Solow, R. (1956). A contribution to the theory of economic growth. *The Quarterly Journal Of Economics*, 70(1), 65
- *Sostenibilidad del Seguro Previsional en Colombia*. (2011). FEDESARROLLO. 2017, from [http://www.repository.fedesarrollo.org.co/bitstream/11445/2431/3/WP\\_2011\\_N\\_o\\_55.pdf](http://www.repository.fedesarrollo.org.co/bitstream/11445/2431/3/WP_2011_N_o_55.pdf)
- Vásquez, D., Melo, L., & Arango, L. *Estimación de la estructura a plazo de las tasas de interés en Colombia*. Retrieved from <http://www.banrep.org/docum/ftp/borra196.pdf>