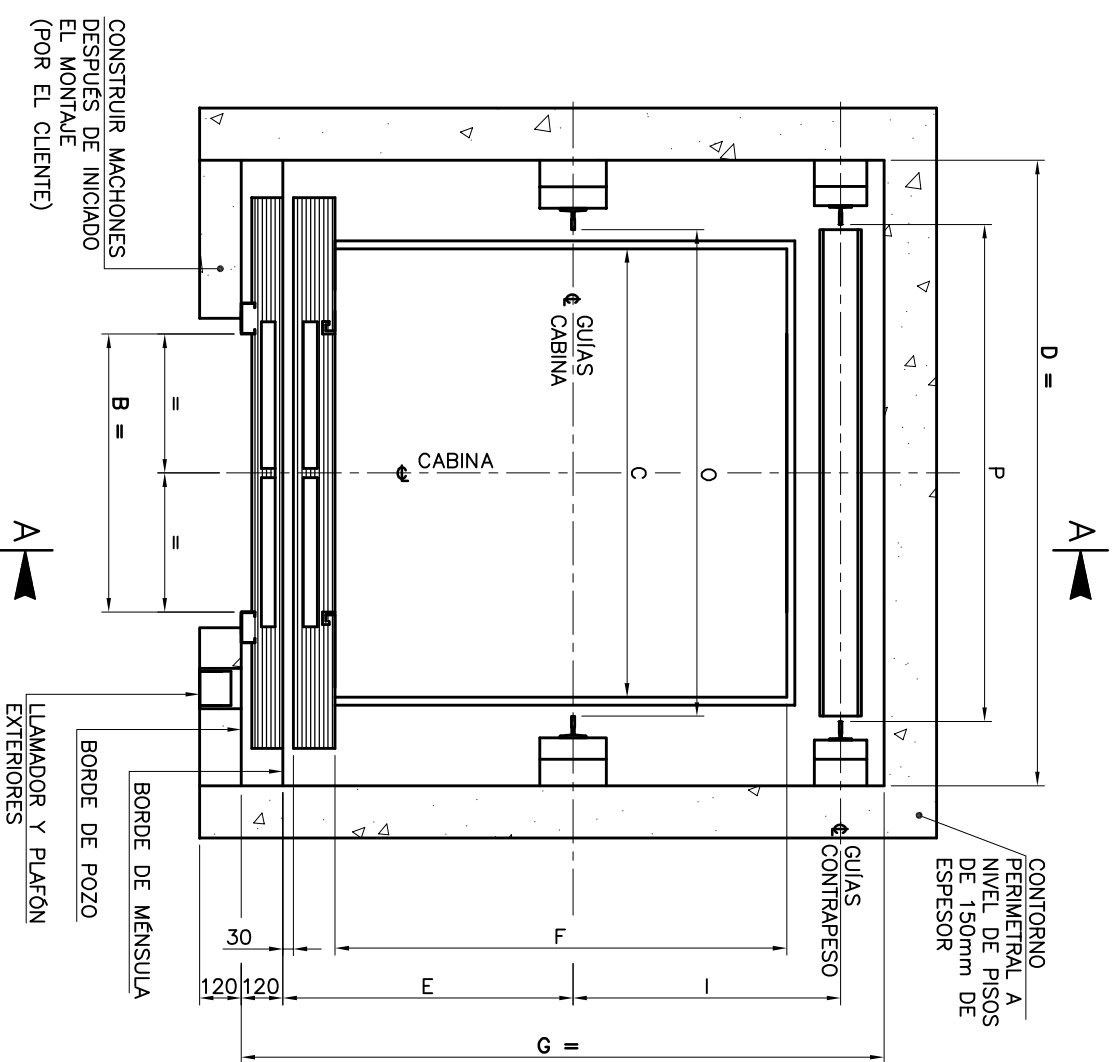


MODELO	CAPACIDAD	DIMENSIONES EN MILIMETROS										
		PERS.	Kg.	B	C	F	D	G	O	P	E	I
TL4	4	300	700	990	1000	1550	1760	1550	1100	1150	650	655
TL6	6	450	700	740	1190	1610	1990	1740	1300	1350	735	770
TL8	8	600	800	800	1290	1740	2090	1970	1850	1430	835	770
TL10	10	750	900	900	1390	1970	2180	2150	1950	1530	895	825
TL12	12	900	900	1000	1490	1970	2280	2150	2050	1600	910	910
TL8U	8	600	800	1290	1160	1740	2090	1720	1400	1430	660	790



PLANTA DE POZO

**PLANO TÍPICO
PARA PRIMERA ASESORIA
DE OBRA CIVIL**

ESPECIFICACIONES

- DIMENSIONES EN MILIMETROS A MENOS DE QUE SE ESPECIFIQUE OTRA UNIDAD.
- EL CLIENTE DEBE CALCULAR LA ACOMETIDA Y GARANTIZAR LA PROTECCION EN SUBESTACION Y CUARTO DE MÁQUINAS.
- LA ACOMETIDA DEBE SUMINISTRARSE A CERO METROS DEL CONTROL
- PARA ACCESO A CUARTO DE MÁQUINAS POR ESCOTILLA, CONSULTAR LAS DIMENSIONES CON NUESTROS TÉCNICOS, Y COLOCAR GANCHO CON CAPACIDAD DE 3000 Kg. SOBRE SU PROYECCION Y SUS TAPAS DEBEN ABRIRSE HACIA ARRIBA
- EL NIVEL DE ILUMINACION MINIMA EN CUARTO DE MÁQUINAS SERA DE 300 LUX
- PARA EL CITOFONO INSTALAR UN TUBO DE P.V.C. DE Ø1/2" ALAMBRADO CON CABLE MULTIPAR DE 3 PARES DESDE EL CUARTO DE MÁQUINAS HASTA LA CONSOLA DEBE SUMINISTRAR EL CLIENTE.
- EL ACCESO A CUARTO DE MÁQUINAS ESTA PERMITIDO SOLO A PERSONAL AUTORIZADO.
- LA OBRA DEBE GARANTIZAR LA ESTABILIDAD DEL FOSO DEL ASCENSOR EN TODAS SUS CARAS Y EN TODO EL RECORRIDO DEL EQUIPO DE ACUERDO A LAS REACCIONES EN EL DETALLE Z.
- EN CUARTO DE MÁQUINAS GARANTIZAR TEMPERATURA MÁXIMA DE 40°C.
- EL CLIENTE DEBE CONSTRUIR MENSULA EN CADA ACCESO

IMPORTANTE

ESTE PLANO HACE PARTE DEL CONTRATO, Y CUALQUIER MODIFICACION DEBE SER CONSIGNADA POR ESCRITO CON EL VISTO BUENO DEL VENDEDOR O EL CLIENTE. SE INICIA LA FABRICACION DEL EQUIPO DESPUÉS DE RECIBIDO EL PLANO APROBADO POR EL CLIENTE.

APROBACION DEL CLIENTE

ACEPTO LAS ESPECIFICACIONES Y MEDIDAS QUE APARECEN EN ESTE PLANO Y EN EL MANUAL DE EMERGENCIAS DE OBRAS CIVILES PARA INSTALACION DE ELEVADORES.

FIRMA: _____ FECHA: _____

OBSERVACIONES

MODELO	CANTIDAD	CAPACIDAD	MAQUINA	VELOCIDAD	VOLTAJE
MANIOBRA	No. PISOS	PARADAS	ACCESOS PISO	ACCESO CABINA	TIPO DE PUERTAS
RECORRIDO	CABLES TRACCION	GUÍAS CAB.	GUÍAS CONTR.	DESIGNACION BOTONERA	

PLANO DE INSTALACION:

DIRECCION:

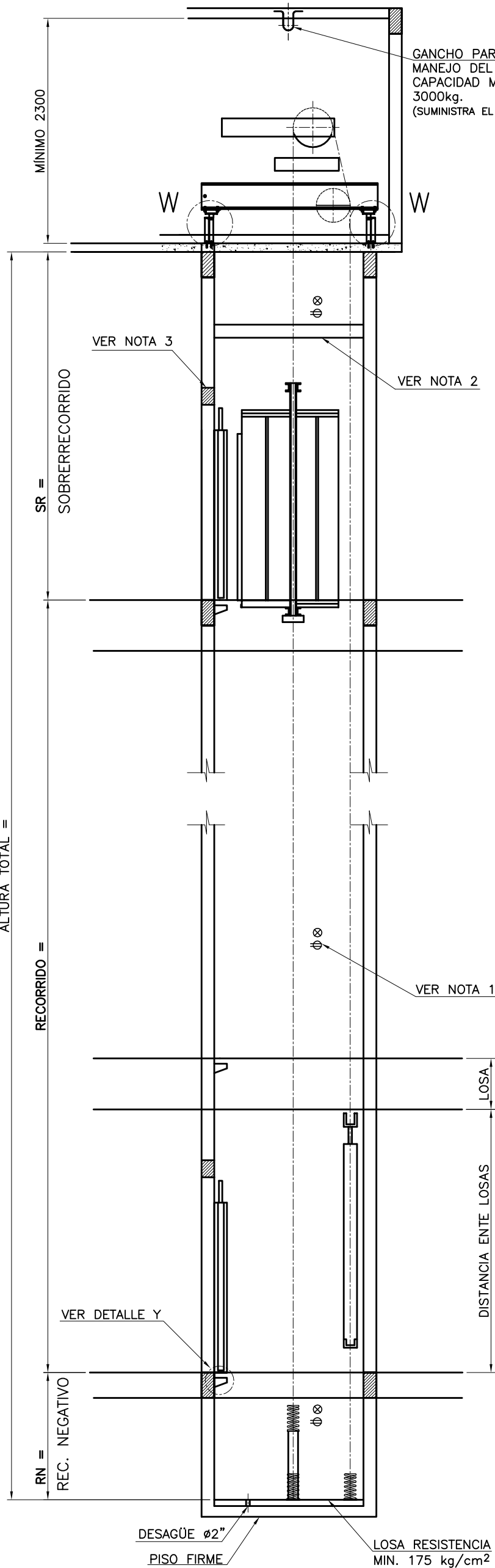
andino ASCENSORES
Cable 17 No. 437-311 Tel. (571)294 44 00 Fax. (571)294 26 01 Medellín - Colombia www.comandino.com

S
CONSTRUYENDO CONFIANZA

FECHA:	DIBUJÓ:
ESCALA:	REVISÓ:
PEDIDO:	HOUA: 1 de 3
REVISION:	

1 2 3 4 5 6

A B C D E F G H



GANCHO PARA
MANEJO DEL EQUIPO
CAPACIDAD MIN.
3000kg.
(SUMINISTRA EL CLIENTE)

VER NOTA 3

VER NOTA 2

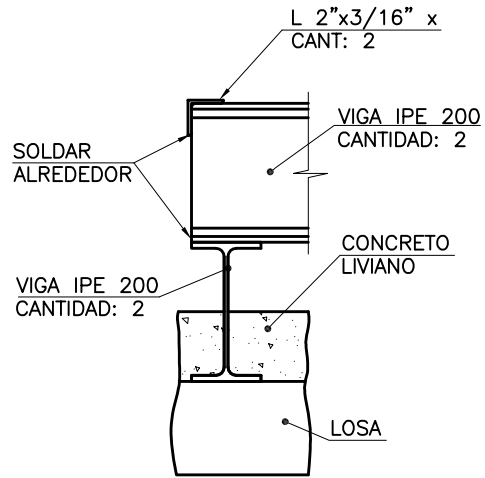
VER NOTA 1

VER DETALLE Y

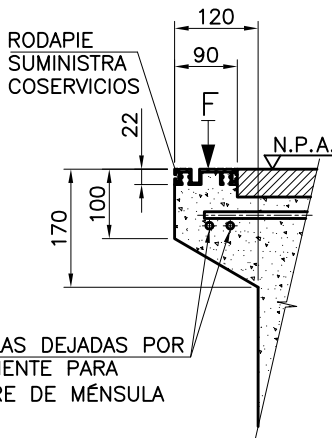
DESAGÜE Ø2"
PISO FIRME

LOSAS RESISTENCIA
MIN. 175 kg/cm²

SECCION A-A



DETALLE W
VIGAS IPE SUMINISTRADAS
POR COSERVICIOS
ESCALA SIN



VARILLAS DEJADAS POR
EL CLIENTE PARA
AMARRE DE MENSULA

DETALLE Y
F=RESISTENCIA MÍNIMA 25Kg/cm²
ESCALA SIN

DESIGNACIÓN PISOS	ALTURA LIBRE ENTRE LOSAS	ESPESOR LOSAS
30		
29		
28		
27		
26		
25		
24		
23		
22		
21		
20		
19		
18		
17		
16		
15		
14		
13		
12		
11		
10		
9		
8		
7		
6		
5		
4		
3		
2		
1		

TABLA PARA SOBERRRECORRIDO Y RECORRIDO NEGATIVO

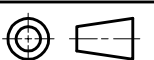
VELOCIDAD m/s	SR mm	RN mm
1	4100	1300
1,6	4100	1300
1,75	4300	1500

NOTAS:

1. ALUMBRADO DE POZO TRES TOMAS DOBLES Y TRES LAMPARAS C/U DE 100w CON SU RESPECTIVO SUICHE ESCALA A 1100 mm DEL BORDE DE POZO HACIA EL FONDO Y DISTRIBUIDOS ASÍ:
 - 1.1. BAJO LOSA CUARTO DE MAQUINAS
 - 1.2. EN LA MITAD DEL RECORRIDO
 - 1.3. EN EL RECORRIDO NEGATIVO A 500mm DE ALTURA (SUMINISTRA EL CLIENTE).
2. PARA FIJACIÓN DE GUÍAS VIGA LATERAL MÍNIMO DE 150x200mm A NIVEL DE PISOS SIN EXCEDER 3000mm. (SUMINISTRA EL CLIENTE)
3. CONSTRUIR SOBRE CADA ACCESO VIGA DINTEL MÍNIMO DE 150X200MM (SUMINISTRA EL CLIENTE)

PLANO DE INSTALACIÓN:

DIRECCIÓN:



FECHA:

DIBUJÓ:

ESCALA:

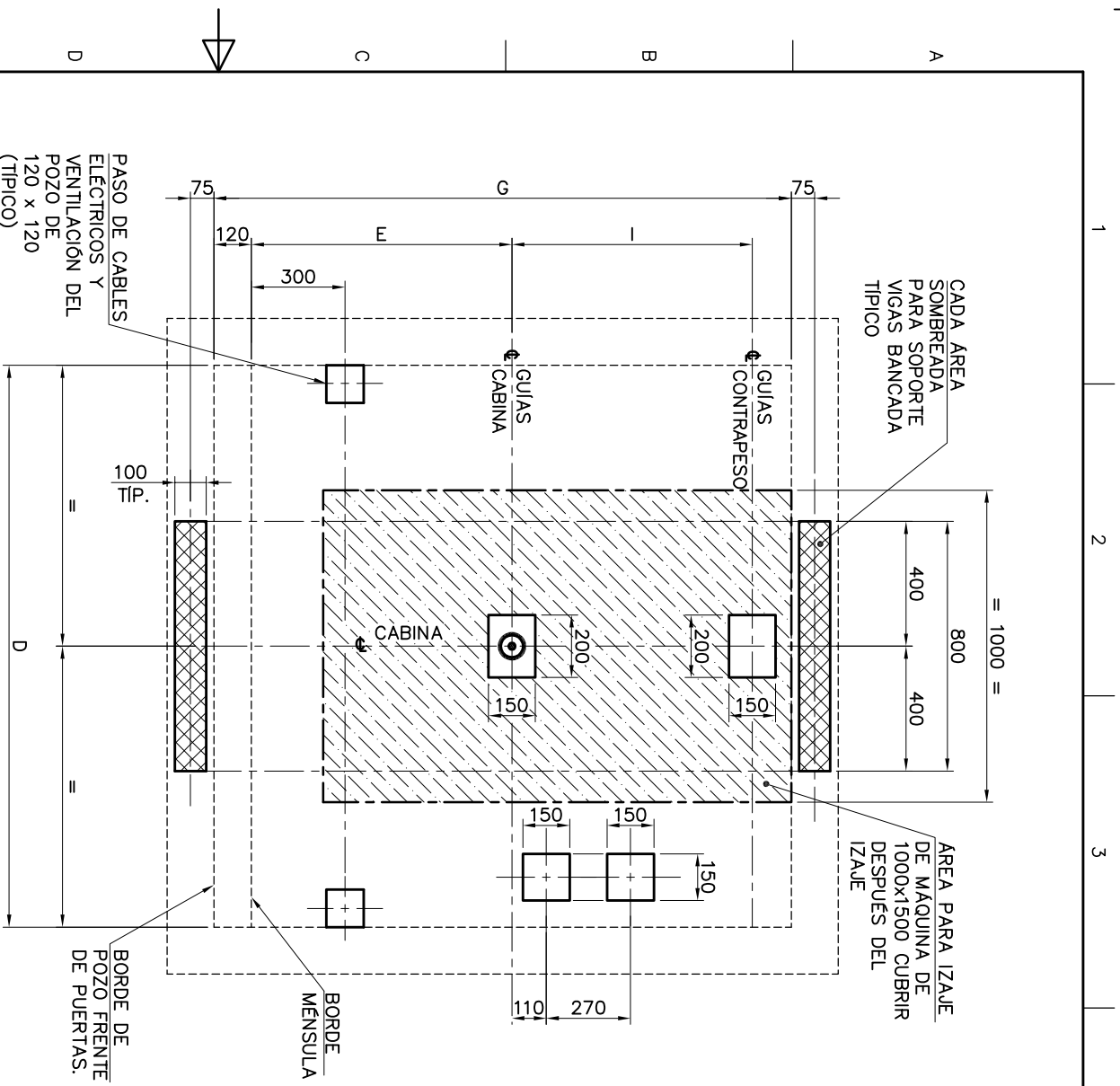
REVISÓ:

PEDIDO:

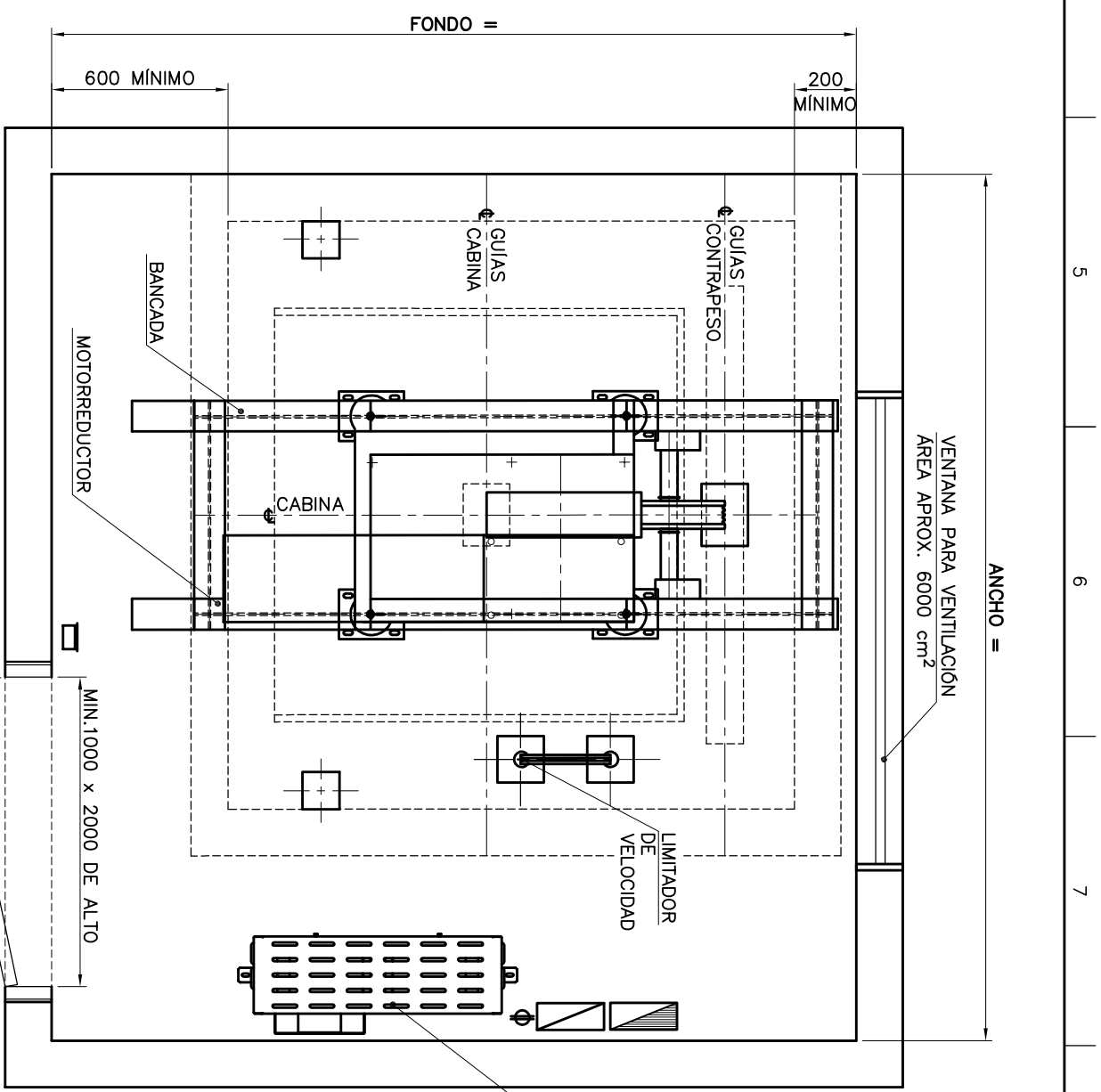
HOJA:

REVISION:

2 de 3



PASO DE CABLES EN CUARTO DE MAQUINAS



CUARTO DE MAQUINAS

CONVENCIONES

- PROYECCION DE GANCHO EN TECHO PARA IZAJE DE MAQUINA.
- AREA DE IZAJE DE MAQUINA
- AREA DE APOYO DE LA VIGA DE SOPORTE SUPERFICIE LISA HOMOGENEA Y NIVELADA
- INTERRUPTOR AUTOMÁTICO TIPO INDUSTRIAL TRIFASICO (SUMINISTRA EL CLIENTE)
- TABLERO MONOFASICO DE 4 CIRCUITOS (SUMINISTRA EL CLIENTE)
- TOMA CORRIENTE DOBLE A 110V. (SUMINISTRA EL CLIENTE)
- INTERRUPTOR PARA LUZ CUARTO DE MAQUINAS. (SUMINISTRA EL CLIENTE)

PLANO DE INSTALACION:

DIRECCION:		DIBUJO:	
FECHA:		REVISO:	
ESCALA:		HOJA:	3 de 3
PEDIDO:		REVISION:	

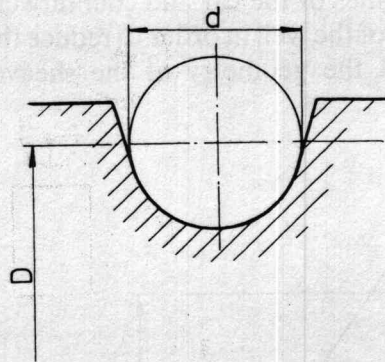


Fig. 3.12 — Round (semicircular) groove of traction sheave.

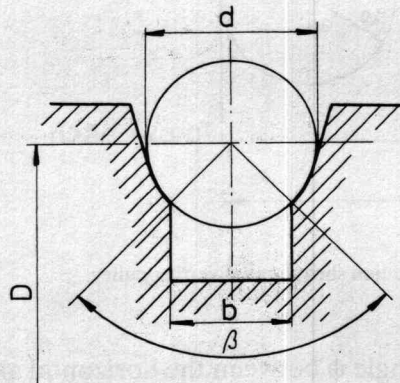


Fig. 3.13 — Undercut groove of traction sheave.

$$\frac{b}{2} = \frac{d}{2} \times \sin \frac{\beta}{2} \quad (3.1)$$

The angle of the undercutting β should be preferably under 90° and must not be greater than 105° .

Tests and measurements of tensile forces in elevator ropes taken several years ago revealed the load distribution on elevator ropes to be favourable with U-grooved sheaves. From this aspect undercut grooves should replace vee grooves wherever the traction proves to be sufficient.

The diverting pulley is located mostly in the machine room, but if a long span between the centrelines of the car and counterweight is required it is mounted at the top of the well in order to reduce the loss of angle of wrap. In Fig. 3.14 the geometry of the sheave and

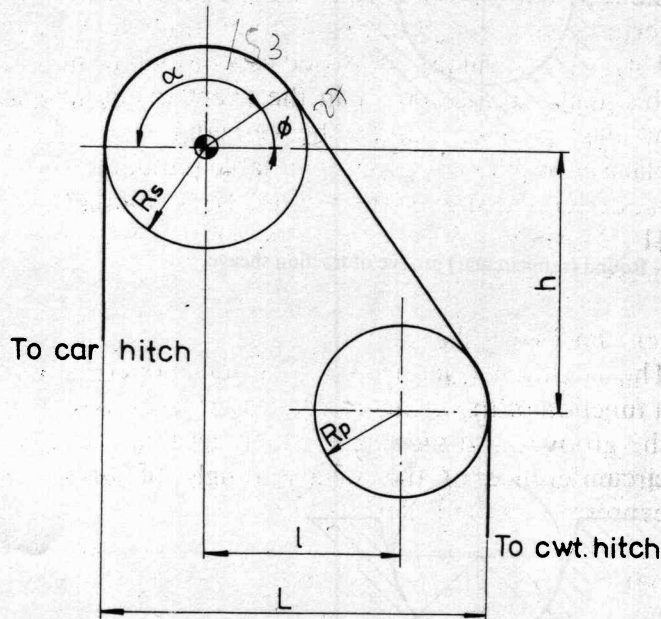


Fig. 3.14 — Geometry of traction sheave and diverting pulley.

diverting pulley is shown. The angle ϕ between the horizontal axis of the sheave and the point of tangency of the ropes with the sheave represents the loss of the angle of wrap (α) with the application of a diverting pulley, as $\alpha = 180^\circ - \phi$, and is given by the formula

$$\sin \phi = \frac{l \sqrt{l^2 + h^2} - (R_s - R_p)^2 - h(R_s - R_p)}{l^2 + h^2} \quad (3.2)$$

in relation to the horizontal and vertical distances between the axes of rotation of the sheave and diverting pulley. For $R_s = R_p$

$$\sin \phi = \frac{l}{\sqrt{l^2 + h^2}} \quad \text{or} \quad \text{tg } \phi = \frac{l}{h} \quad (3.3)$$

Since the distance l is specified at a definite value $l = L - (R_s +$

R_p), the dependence of the angle of wrap upon the vertical distance h becomes evident.

If the axis of the rope leading on to or off a pulley is not coincident with the radial plane of the pulley, drag will occur resulting in rapid wear of rope and pulley groove. To minimize wear the angle between the rope axis and the radial plane of the pulley should not exceed a certain value which has been found to comply with good practice. This value is usually expressed as a ratio in terms of the cotangent of this angle and is 100 : 1 in the event of the distance between two pulleys or a pulley and a sheave being fixed. Where the drag takes place between two points of variable mutual distance so that the drag ratio varies as the car travels then the minimum drag ratio should be 41 : 1 (when the car or counterweight rests on a completely compressed buffer).

(c) Forces on sheave

The maximum traction that can be developed in the sheave grooves is a function of the actual coefficient of friction between the ropes and the grooves and the angle of contact that the rope makes with the circumference of the sheave (angle of wrap); and is generally expressed by the Euler's formula

$$\frac{T_1}{T_2} \leq e^{f\alpha} \quad \text{or} \quad \frac{T_1}{T_2} \leq e^{f\alpha} \quad (3.4)$$

where T_1/T_2 is ratio between the greater and the smaller static tensile force in the portions of suspension rope situated on either side of the traction sheave, e is the base of natural logarithms, f is the coefficient of friction, dependent upon the shape of the groove, and α is the angle of wrap of the suspension ropes on the sheave (rad).

The static value of the tensile forces T_1 and T_2 depends upon the rated load, the mass of the car or counterweight respectively, the mass of one run of the suspension ropes and the roping factor. If compensating ropes are applied, the influence of their mass as well as of the tensioning force must not be neglected. In relation with Fig. 3.15 forces T_1 and T_2 are calculated for the fully loaded car at the lowest landing and generally expressed roping factor i , though the two-to-one system has been drawn.

$$T_1 = \left(\frac{Q+K}{i} + m_L \right) \times g_n \text{ (N)}; \quad T_2 = \frac{Z}{i} \times g_n \text{ (N)}, \quad (3.5)$$

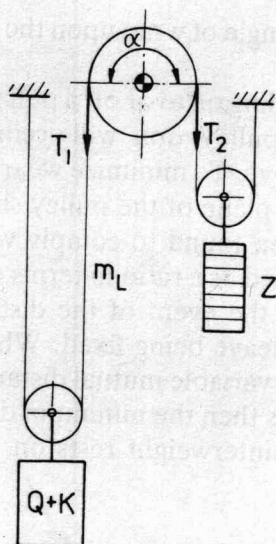


Fig. 3.15 — Diagram of forces on sheave.

where K is the mass of the empty car (kg), Q is the rated load (kg), m_L is the mass of one run of the suspension ropes (kg), Z is the mass of the counterweight (kg), i is the roping factor, and g_n is the acceleration of free fall (m/s^2).

Forces acting upon the sheave in the case of a double wrap drive being employed are depicted in Fig. 3.16; T_3 is the tensile force after the first wrap of the sheave (angle of wrap α_1). Efficiencies of both the driving and secondary sheaves are not taken into consideration.

$$\frac{T_1}{T_3} \leq e^{f\alpha_1}; \quad \frac{T_3}{T_2} \leq e^{f\alpha_2} \quad (3.6)$$

and hence

$$\frac{T_1}{T_2} \leq e^{f(\alpha_1 + \alpha_2)} \quad (3.7)$$

The traction is increased considerably and therefore the application of a double wrap arrangement is very convenient from this point of view. On the other hand, the design of the machine is more complicated, the height is greater and the width of the sheave rim is larger because of the number of grooves being doubled. The number

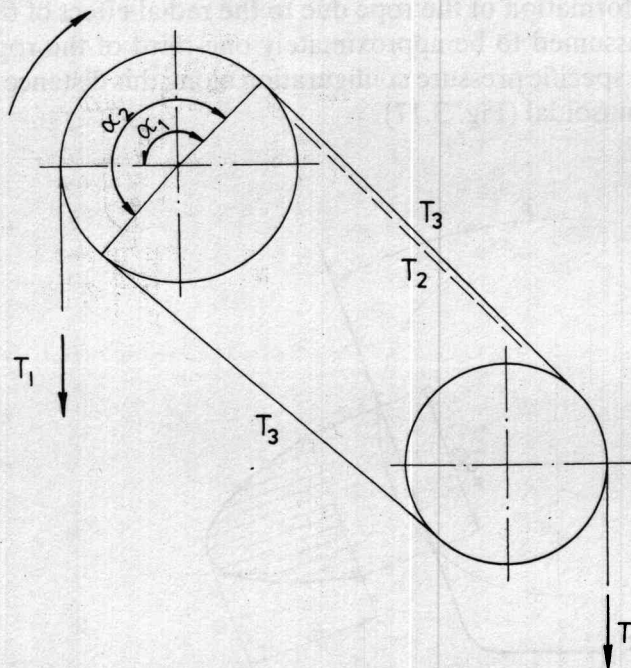


Fig. 3.16 — Forces on sheave with double wrap drive.

of rope bends is greater resulting in additional wear of the suspension ropes. The load imposed upon the sheave is noticeably higher than with a single wrap drive. Frictional resistances are greater and consequently the overall efficiency of the roping system is lower.

(d) Specific pressure of the rope in the sheave groove

The maximum permissible value of specific pressure is specified in BS 5655 as

$$p \leq \frac{12.5 + 4v_c}{1 + v_c}, \quad (3.8)$$

where v_c is the rope speed corresponding to the rated speed of the car (m/s).

In some European countries the maximum pressure is determined in dependence not only on the rope speed, but also on the intensity of traffic.

In calculating specific pressure in the sheave grooves of different profiles the original assumptions of Hymans and Hellborn (1927) will be utilized as they are still valid and used all over the world.

(i) *Vee-groove*

The length of deformation of the rope due to the radial effect of the rope tension is assumed to be approximately one-third of the rope diameter and the specific pressure configuration along this distance is assumed to be sinusoidal (Fig. 3.17).

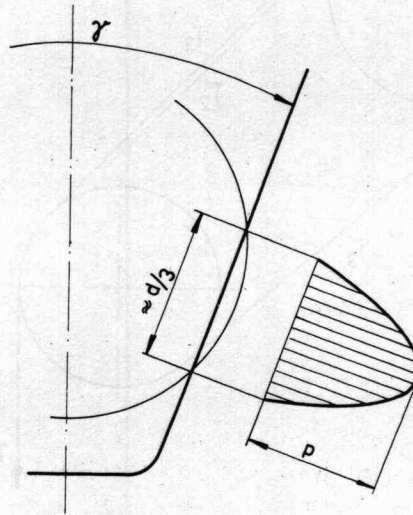


Fig. 3.17 — Distribution of specific pressure in a vee groove.

The maximum value of specific pressure at any point along the wrap of the rope on the traction sheave is then given by the following formula:

$$p = \frac{3\pi \times T}{2D \times d \times \sin \frac{\gamma}{2}} \text{ (N/mm}^2\text{)} \quad (3.9)$$

where T is the tensile force at the point where specific pressure is calculated (N), D is the pitch diameter of the sheave (mm), d is the nominal rope diameter (mm), and γ is the angle of vee groove ($^\circ$).

As seen in equation (3.9) the specific pressure is directly proportional to the tensile force, which varies exponentially along the arc of contact (Fig. 3.18), so that the absolute maximum of specific pressure will occur at the point where also the rope tension is maximum.

The abrasion of the groove causes the shape of the vee groove to convert to a round seat profile with a variable angle of contact, the

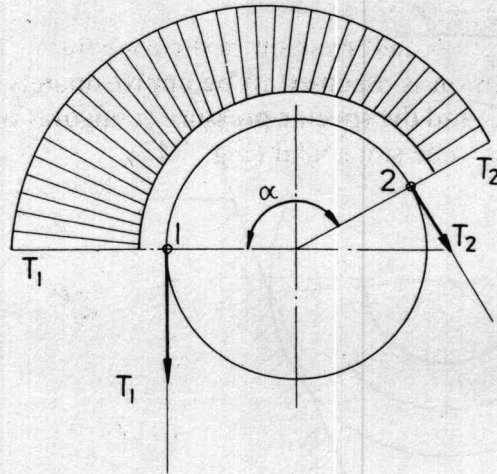


Fig. 3.18 — Variation of tension along the arc of contact of traction sheave.

effect being the same as that of an undercut groove (Fig. 3.19). The specific pressure is decreasing as well as the coefficient of friction and the traction. With the continuation of the abrasion the rope sets deeper in the groove and the arc of contact corresponding to the difference $\delta - \beta$ increases. The angle of the outer normal lines of the contact area δ can reach the maximum value of 180° , whilst the angle β is relatively small. In order to achieve a fixed minimum value of β undercut vee grooves are sometimes employed. The actual value of the specific pressure in a worn vee groove must be assessed for an undercut groove — see (iii):

(ii) *Round groove*

As shown in Fig. 3.20 after the abrasion of a round sheave groove has taken place, the rope is setting deeper in the groove and the radial shift of all peripheral points is the same. This means that the wear of the groove in the radial direction is constant along the arc of contact. Wear of the groove is caused by friction dependent upon the specific pressure. If the coefficient of friction is constant then the radial component of the specific pressure must also be constant at any point along the arc of contact. Mathematically expressed, as apparent from Fig. 3.21

$$\frac{P}{\cos \phi} = \text{const} \quad (3.10)$$

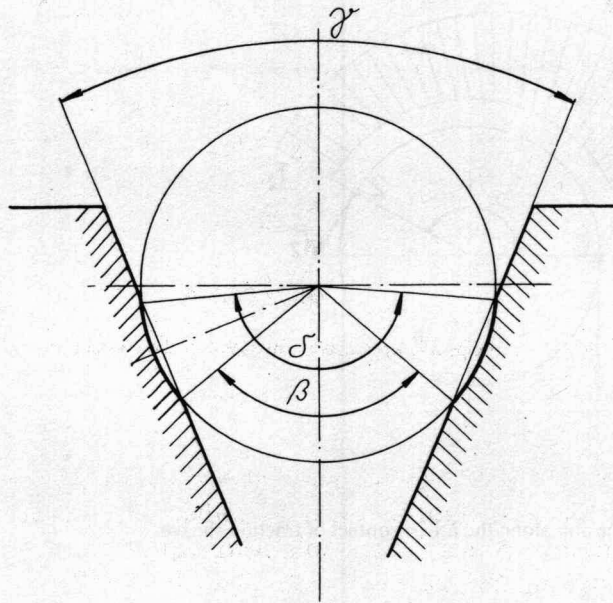


Fig. 3.19 — Vee groove of traction sheave after abrasion.

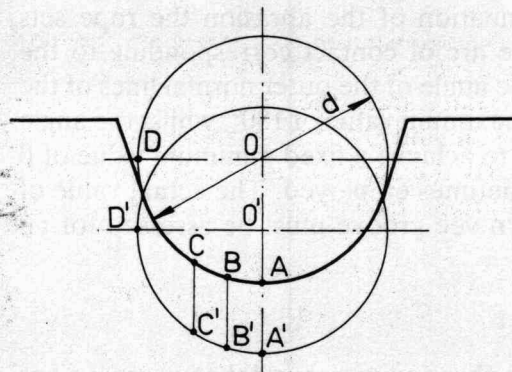


Fig. 3.20 — Radial shift of the rope in a round groove after abrasion.

and hence the specific pressure in a radial plane is generally

$$p = \text{const} \times \cos \phi$$

For $\phi = 0$, i.e. $\cos \phi = 1$, the pressure attains the maximum value so that it occurs at the bottom of the groove. The distribution of the specific pressure along the area of contact is shown graphically

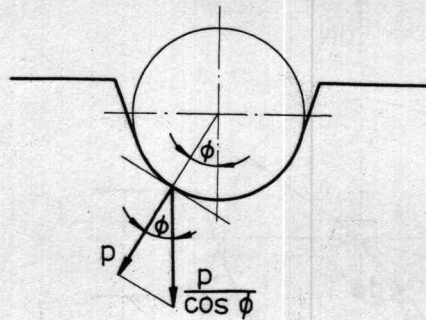


Fig. 3.21 — Specific pressure at any point of the contact area in a round groove.

in Fig. 3.22.

Since the vertical summation of pressure vectors in a radial plane must be in equilibrium with the radial force per an indefinitely small portion of rope dN , the following equation (3.11) can be used for calculating the specific pressure (see Fig. 3.22):

$$dN = \frac{D \times d}{4} \times d\alpha \times \int_{-(\delta/2)}^{+(\delta/2)} p \times \cos\phi \times d\phi \quad (3.11)$$

The expression $D \times (d/4) \times d\alpha \times d\phi$ represents an indefinitely small contact area, the dimensions of which are $(d/2) \times d\phi$ in the radial plane and $(D/2) \times d\alpha$ along the arc of wrap of the rope on the sheave. By the application of convenient mathematical methods the specific pressure can be calculated as

$$p = \frac{8T \times \cos\phi}{D \times d \times (\delta + \sin\delta)} \text{ (N/mm}^2\text{)} \quad (3.12)$$

which gives the value of general validity.

The maximum specific pressure will occur at the bottom of the groove ($\cos\phi = 1$), at the point where the rope tension T is of maximum value.

(iii) *Undercut groove*

The distribution of the specific pressure along the area of contact (Fig. 3.23) is analogous to that of a round groove as it is given by the same curve ($p = \text{const} \times \cos\phi$), however there is a principal difference owing to the modified groove profile. The line of contact between the rope and groove is interrupted where the pressure would originally be the greatest, therefore the pressure vectors are spread

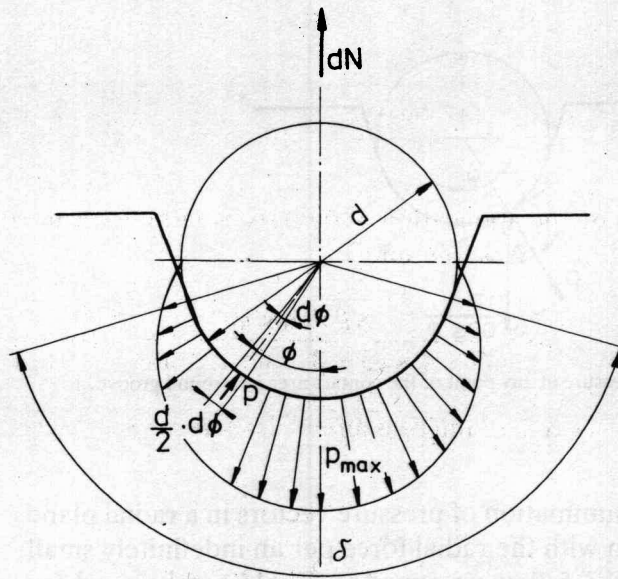


Fig. 3.22 — Distribution of specific pressure in a round groove.

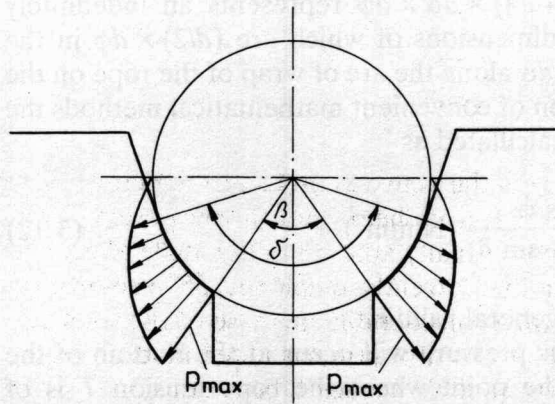


Fig. 3.23 — Distribution of specific pressure in an undercut groove.

over a smaller area of groove contact, thereby inducing groove pressures higher than was found with the round groove.

The initial equation is slightly different

$$dN = \frac{D \times d}{2} \times d\alpha \times \int_{\beta/2}^{\delta/2} p \times \cos \phi \times d\phi \quad (3.13)$$

and by the application of the same mathematical techniques the final formula can be obtained

$$p = \frac{8T \times \cos \phi}{D \times d \times (\delta - \beta + \sin \delta - \sin \beta)} \quad (\text{N/mm}^2) \quad (3.14)$$

The maximum pressure will occur at the edge of the undercut, i.e.

$$p = \frac{8T \times \cos \frac{\beta}{2}}{D \times d \times (\delta - \beta + \sin \delta - \sin \beta)} \quad (3.15)$$

(e) **Coefficient of friction of the ropes in the grooves**

(i) *Vee-groove*

As generally known the coefficient of friction for a vee-shaped groove is

$$f = \frac{\mu}{\sin \frac{\gamma}{2}} \quad (3.16)$$

where μ is the actual coefficient of friction between the rope and a steel or cast-iron sheave; for the purpose of computation the value of $\mu = 0.09$ is usually taken. γ is the angle of groove ($^\circ$).

For the currently employed 35° vee-groove $f = 3.325 \mu$, which results in a considerable increase of the tractive force.

As soon as abrasion has taken place, the groove configuration is converted and the value of the coefficient of friction becomes smaller — see section 3.1(d).

(ii) *Round groove*

The elementary tangential reaction dF induced by the radial force dN per an indefinitely small portion of rope may be calculated as follows:

$$dF = f \times dN = \frac{D \times d}{4} \times d\alpha \times \mu \times \int_{-(\delta/2)}^{+(\delta/2)} p \times d\phi \quad (3.17)$$

After substitutions

$$P = \frac{8T \times \cos \phi}{D \times d \times (\delta + \sin \delta)}$$

and $dN = T \times d\alpha$ and after integration the final formula becomes:

$$f = 4 \mu \times \frac{\sin \frac{\delta}{2}}{\delta + \sin \delta} \tag{3.18}$$

(iii) Undercut groove

If the same procedure as in (ii) is applied the final formula is acquired

$$f = 4 \mu \times \frac{\sin \frac{\delta}{2} - \sin \frac{\beta}{2}}{\delta - \beta + \sin \delta - \sin \beta} \tag{3.19}$$

In general the formula for f may be expressed in the form $f = k \times \mu$ and k may be read off the diagram in Fig. 3.24 for round and undercut grooves.

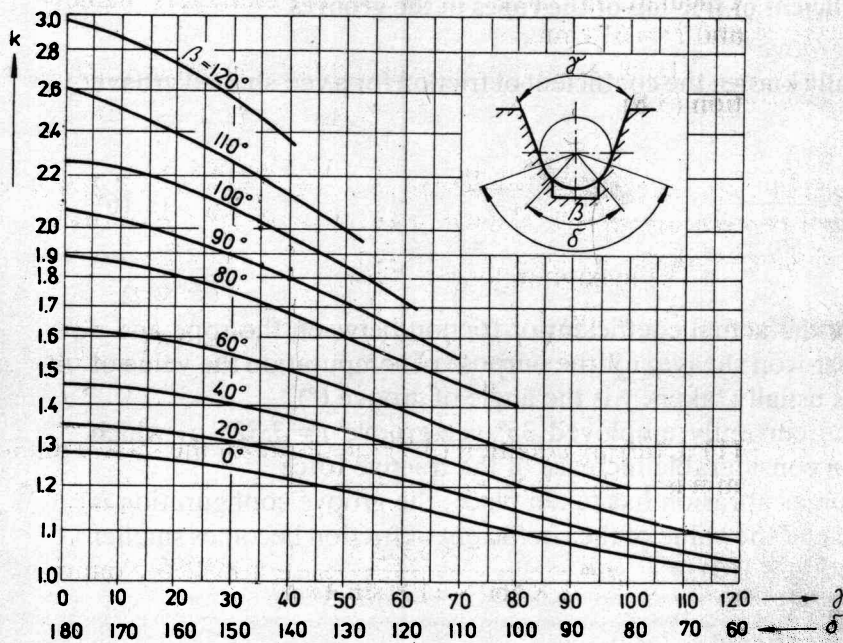


Fig. 3.24 — Diagram for determination of the coefficient of friction in round and undercut grooves.

For the angle δ being equal to 180° the coefficient of friction achieves its maximum value, namely for a round groove

$$f = \frac{4}{\pi} \times \mu = 1.273\mu \quad (3.20)$$

for an undercut groove

$$f = 4\mu \times \frac{1 - \sin \frac{\beta}{2}}{\pi - \beta - \sin \beta} \quad (3.21)$$

Example 3.1

For the elevator of Example 2.1 determine the specific pressure and coefficient of friction in the sheave grooves of the following profiles:

- (1) vee groove, $\gamma = 35^\circ$
- (2) round groove, (a) $\delta = 167^\circ$; (b) $\delta = 180^\circ$
- (3) undercut groove, (a) $\beta = 90^\circ$, $\delta = 180^\circ$; (b) $\beta = 105^\circ$, $\delta = 180^\circ$.

Calculate the values for two sheave diameters, namely $D = 560$ mm and $D = 610$ mm.

The maximum permissible specific pressure is given by the equation (3.8)

$$p \leq \frac{12.5 + 4v_c}{1 + v_c}; p_{\max} = \frac{12.5 + 4 \times 1.6}{1 + 1.6} = 7.269 \text{ N/mm}^2$$

The maximum tensile force

$$T = \frac{(K + Q) \times g_n}{n} = \frac{(630 + 737) \times 9.81}{4} = 3352.5 \text{ N}$$

(1) Utilizing equation (3.9) the result for the sheave diameter of 560 mm is:

$$p = \frac{3\pi \times 3352.5}{2 \times 560 \times 11 \times \sin 17.5^\circ} = 8.5288 \text{ N/mm}^2$$

which is excessive:

for the sheave diameter of 610 mm

$$p = 7.8298 \text{ N/mm}^2 \text{ (also excessive)}$$

If a vee groove is to be employed, it is necessary to either increase

the number of the suspension ropes to five or use ropes of a larger nominal diameter (13 mm).

The coefficient of friction

$$f = \frac{\mu}{\sin \frac{\gamma}{2}} = \frac{0.09}{\sin 17.5^\circ} = 0.299$$

(2) The specific pressure is calculated from equation (3.12) for the sheave diameter of 560 mm

$$(a) p = \frac{8 \times 3352.5}{560 \times 11 \times \left(\frac{167}{180} \times \pi + \sin 167^\circ \right)} = 1.386 \text{ N/mm}^2$$

$$(b) p = \frac{8 \times 3352.5}{560 \times 11 \times \pi} = 1.3859 \text{ N/mm}^2$$

for the sheave diameter of 610 mm

$$(a) p = 1.273 \text{ N/mm}^2$$

$$(b) p = 1.2723 \text{ N/mm}^2$$

The decrease of the specific pressure with the alteration of the angle δ from 167° to 180° is of no importance. The pressure is very low as it is the coefficient of friction and the traction capability may be insufficient as a result (see Example 3).

Coefficient of friction — equation (3.18) will be used for calculation

$$(a) f = 4 \times 0.09 \times \frac{\sin 83.5^\circ}{\frac{167}{180} \times \pi + \sin 167^\circ} = 0.1139$$

$$(b) f = \frac{4 \times 0.09}{\pi} = 0.1146$$

(3) For calculation of the specific pressure equation (3.14) is used. For the sheave diameter of 560 mm

$$(a) p = \frac{8 \times 3352.5 \times \cos 45^\circ}{560 \times 11 \times \left(\frac{\pi}{2} - 1 \right)} = 5.3936 \text{ N/mm}^2$$

Como podemos ver se verifica la relación: $Q \geq P_v$

$$8,57 \text{ KW} > 0,29 \text{ KW}$$

Por lo tanto nuestro reductor es capaz de disipar la energía que se produce en él, en caso contrario sería necesario lubricar de alguna manera el tornillo sinfín con algún aceite mineral mediante un baño, o habría que modificar el diseño y realizar un sistema de transmisión que posea una superficie mayor, es decir aumentando la distancia entre centros, lo que supondría aumentar los diámetros de piñón y corona.

2.2.2.3.4. Poleas de tracción

A diferencia de los aparatos de elevación y transporte o grúas, donde las poleas giran locas, en una ascensor, la polea superior es siempre tractora, y por este motivo se debe diseñar de forma cuidadosa, para que además de soportar los esfuerzos que le transmite el cable, sea capaz de transmitir la tracción a éste por adherencia.

Las poleas que arrastran los cables por adherencia tienen tres características (Figura 2.57) que las definen: su diámetro, el perfil de sus gargantas o canales, y el material de que están construidas.

El diámetro viene en parte determinado por la velocidad de desplazamiento que se fije para la cabina. Así, es normal que se utilice un mismo grupo tractor para la obtención de varias velocidades de desplazamiento de la cabina utilizando poleas de arrastre de diámetros adecuados. Sin embargo, este diámetro tiene un límite inferior, ya que la duración del cable es tanto mayor, cuando mayor sea la relación entre el diámetro de la polea y el diámetro del cable, a igualdad de los demás factores. La Norma EN-81 fija esta relación en un mínimo de 40.

El perfil de las gargantas de las poleas de arraste, tiene una influencia en la duración de los cables. Si la garganta de la polea es demasiado estrecha, el cable queda enclavado en ella. Y si es demasiado ancha, no encuentra el apoyo necesario y el cable se aplasta. En los dos casos se produce un desgaste anormal y prematuro del cable.

Los perfiles de garganta más utilizados son los trapezoidales y los semicirculares.

$$\eta = \frac{P_1 - P_2}{P_1 + P_2} \quad (P_1 = P_1 - P_2 = 5,75 - 5,46 = 0,29 \text{ KW})$$

Para calcular la superficie exterior necesitamos calcular primero la distancia entre centros:

$$C = \frac{d_1 + d_2}{2} = \frac{0,05 + 1,042}{2} = 0,546 \text{ m} = 546 \text{ mm}$$

Calculamos entonces la superficie exterior como:

$$S = 9 \times 10^{-5} \times C^{1,85} = 9 \times 10^{-5} \times 546^{1,85} = 10,42 \text{ m}^2$$

Sabiendo que la máxima temperatura admisible del aceite en la transmisión es de 56°C y que la temperatura ambiente es de 22°C, calculamos el incremento de temperatura con la fórmula:

$$\Delta\theta = \frac{8_c - \theta_c}{1,03 + 0,01 \sqrt{0,1 \eta}} - 1,5 = \frac{50 - 22}{1,03 + 0,01 \sqrt{0,1 \cdot 10,42}} - 1,5 = 22,8 \text{ K}$$

Supongamos que la transmisión trabaja a un ritmo bajo y con un ventilador montado en el eje del tornillo sinfín, con lo que la expresión a utilizar para calcular el coeficiente de transferencia de calor es:

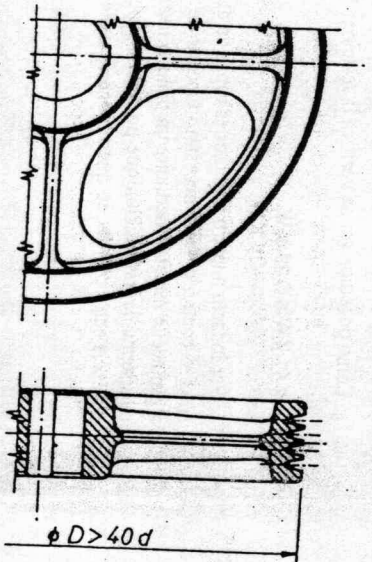
El coeficiente de transferencia de calor toma la siguiente expresión:

$$k = 6,6 \times 10^{-4} \times \left[1 + 0,4 \left(\frac{d_p}{60} \right)^{0,75} \right] = 0,0361 \text{ KJ m}^{-2} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1} \text{ s}^{-1}$$

$$k = 6,6 \times 10^{-4} \times \left[1 + 0,4 \left(\frac{1500}{60} \right)^{0,75} \right] = 0,0361 \text{ KJ m}^{-2} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1} \text{ s}^{-1}$$

Por lo tanto el calor disipado por el reductor en una transferencia estacionaria

$$Q = \Delta\theta \times S \times k = 22,8 \times 10,42 \times 0,0361 = 8,57 \text{ KJ / s} = 8,57 \text{ KW}$$



Polea de tracción. Su diámetro debe ser como mínimo 40 veces el diámetro de los cables de suspensión.

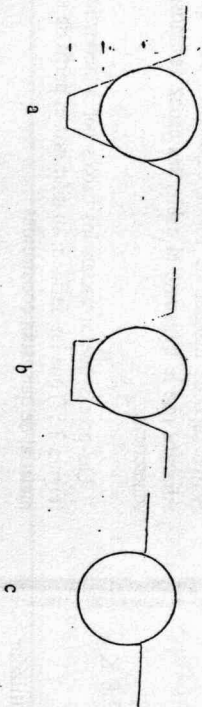


Figura 2.57. Los tres perfiles de gargantas más utilizados son: a) el trapecoidal o de cuña; b) el semiesférico con entalla o ranura; c) el semiesférico sin entalla.

Mediante las gargantas trapecoidales o de cuña (Figura 2.57a) se consigue una buena adherencia de las poleas con los cables, pero a costa de una gran presión que acelera el desgaste de cable y garganta.

Con las gargantas semicirculares, se obtiene menor adherencia pero tienen una duración mucho mayor de cable y garganta, siendo el ángulo de apoyo del cable más favorable: el de 120° a 150° (Figura 2.57b).

Sin embargo, para las poleas de tracción de los ascensores, la garganta que más se emplea es la semicircular con ranura o entalla, que mejora la adherencia de la garganta semicircular, y evita el rozamiento y deformación del fondo de la garganta (Figura 2.57c).

$$\frac{b}{2} = \frac{d}{2} \times \text{sen } \frac{\beta}{2}$$

El gráfico de Worme (Figura 2.58) da una idea de la duración de cable la garganta utilizada.

El material empleado para la construcción de las poleas de tracción de los ascensores es la fundición de hierro gris, de resistencia suficiente para soportar la presión específica del cable sobre la garganta, sin que se produzca una deformación anormal.

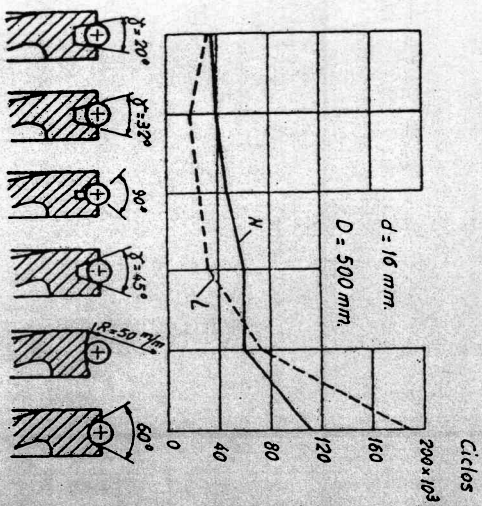


Figura 2.58 Gráfico de Worme, que relaciona la duración de los cables con el perfil de la polea de arrastre.

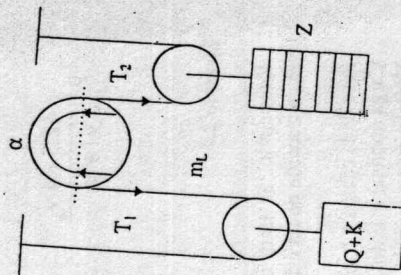


Figura 2.59. Diagrama de fuerzas sobre la polea de tracción.

La máxima tracción que puede soportar una polea de cables viene expresada por la fórmula de Euler:

$$\frac{T_1}{T_2} \leq e^{f\alpha} \tag{2.47}$$

donde T_1/T_2 es la relación entre la mayor y la menor tensión en el cable a ambos lados de la polea, f es el coeficiente de rozamiento y α es el ángulo del arco abrazado por el cable a lo largo de la polea.

Los valores de las tensiones T_1 y T_2 dependen de la carga útil y del peso de la cabina o del contrapeso respectivamente, el peso del cable y el factor del cable. Si se utilizan los cables de compensación, debe tenerse en cuenta su peso así como las fuerzas de tracción existentes en ellos.

Los valores de T_1 y T_2 para un ascensor a plena carga están dados por las siguientes expresiones en relación con la Figura 2.59:

$$T_1 = \left(\frac{Q+K}{i} + m_L \right) \times g_n \text{ (N)}; T_2 = \frac{Z}{i} \times g_n \text{ (N)} \tag{2.48}$$

donde K es el peso de la cabina, Q es la carga útil, m_L es la masa de uno de los cables de suspensión, Z es la masa del contrapeso, i es el factor de cable y g_n es la aceleración de la gravedad.

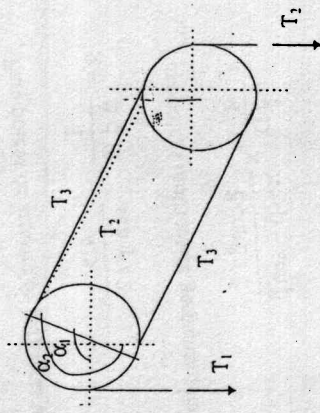


Figura 2.60. Diagrama de fuerzas sobre un sistema de poleas con doble arrollamiento.

En el caso de un sistema de poleas con doble arrollamiento (Figura 2.60), se cumplen las siguientes expresiones:

$$\frac{T_1}{T_3} \leq e^{f\alpha_1} \quad \frac{T_1}{T_2} \leq e^{f\alpha_2} \tag{2.49}$$

y por lo tanto:

$$\frac{T_1}{T_3} \leq e^{f(\alpha_1 + \alpha_2)} \tag{2.50}$$

En este caso, la tracción se incrementa considerablemente con respecto al caso de una polea simple, y por lo tanto es una posibilidad a considerar. Por otra parte, el diseño de esta instalación es más complicado, las fuerzas de fricción son mayores y consecuentemente el rendimiento global de la instalación es menor.

Presión específica

La presión específica de los cables sobre las gargantas de las poleas de arrastre no debe superar ciertos límites, para evitar su desgaste prematuro, y el de los cables.

Según la Norma EN-81, la presión específica se calcula por las fórmulas:

Para poleas de arrastre de gargantas trapezoidales, o en V

$$p = \frac{T}{n d D} \times \frac{4,5}{\text{sen } \gamma / 2} \quad (2.51)$$

Para poleas motrices de gargantas semicirculares con o sin entalla:

$$p = \frac{T}{n d D} \times \frac{8 \cos \beta / 2}{\pi - \beta - \text{sen } \beta} \quad (2.52)$$

en las que:

P es la presión específica del cable sobre la garganta en MPa.

T la tensión estática del cable en N (que es igual al peso de la cabina más el peso del bastidor más el de la carga nominal, más el peso del cable con la cabina en el piso más bajo).

d el diámetro de los cables en mm.

D el diámetro de la polea de arrastre en mm.

n el número de cables

v, la velocidad de los cables correspondiente a la velocidad nominal de la cabina.

γ el ángulo de la garganta trapezoidal en radianes

β el ángulo del arco cortado por la entalla de la garganta semicircular, en radianes.

Presión específica máxima

Las presiones específicas de los cables sobre las gargantas de las poleas no deben superar el valor obtenido por la fórmula siguiente, estando la cabina cargada con su carga nominal:

$$p = \frac{12,5 + 4 v_c}{1 + v_c}$$

(2.53)

Ejemplo 2.4

Enunciado: Se trata de calcular la presión específica de los cables sobre la polea de tracción de un ascensor de las siguientes características:

Peso de la cabina y bastidor $P = 300 \text{ kg} = 3000 \text{ N}$
Carga nominal máxima $Q = 325 \text{ kg} = 3250 \text{ N}$
Número de cables proyectados $n = 4$
Diámetro de los cables $d = 8 \text{ mm}$
Diámetro de la polea de tracción $d = 500 \text{ mm}$
Ángulo de la garganta trapezoidal $\gamma = 30^\circ = 0,52356 \text{ radianes}$
Velocidad $v_c = 0,70 \text{ m/s}$ (como no es suspensión diferencial, coincide con la velocidad nominal de la cabina)

Peso de los cables por metro

Recorrido

Longitud de cada ramal de cable

Solución: De los datos anteriores se obtiene:

Peso de los cables $P_c = 4 \times 0,25 \times 35 \text{ m} = 35 \text{ kg} = 350 \text{ N}$

Tensión estática del cable: $3.000 + 3.250 + 350 = 6.600 \text{ N}$

Luego aplicando (2.51):

$$p = \frac{6.600}{4 \times 8 \times 500} \times \frac{4,5}{\text{sen } 30/2} = 7,17 \text{ MPa}$$

como según (2.53) la presión máxima permitida es:

$$\frac{12,5 + 4 \times 0,7}{1 + 0,7} = 9 \quad \text{resulta que } 7,17 < 9$$

luego la presión específica es inferior a la máxima permitida.

Coefficiente de fricción entre cable y polea

$$f = \mu / \sin(\gamma/2) \text{ (trapezoidal)} \quad (2.54)$$

$$f = 4\mu \frac{\delta}{\delta + \sin \delta} \text{ (semicircular sin entalla)} \quad (2.55)$$

$$f = 4\mu \frac{\delta - \beta}{\delta - \beta + \sin \delta - \sin \beta} \text{ (semicircular con entalla)} \quad (2.56)$$

El ángulo de los cables

no es suspensión

de la cabina

(sección)

de los cables

de la cabina

(sección)

de los cables

de la cabina

(sección)

de los cables

de la cabina

(sección)

de los cables

de la cabina

(sección)

de los cables

de la cabina

(sección)

de los cables

de la cabina

(sección)

de los cables

de la cabina

(sección)

de los cables

de la cabina

(sección)

de los cables

de la cabina

(sección)

de los cables

de la cabina

(sección)

de los cables

de la cabina

(sección)

de los cables

de la cabina

(sección)

Ejemplo 2.5

Enunciado. Determinar la presión específica y el coeficiente de fricción de las gargantas de estos tres tipos:

(1) trapezoidal de $\gamma = 35^\circ$

(2) semicircular sin entalla de (a) $\delta = 167^\circ$ y (b) $\delta = 180^\circ$

(3) semicircular con entalla de (a) $\beta = 90^\circ$, $\delta = 180^\circ$; (b) $\beta = 195^\circ$, $\delta = 180^\circ$

de un ascensor de pasajeros con los siguientes parámetros:

Carga de pasaje: $Q = 630 \text{ kg}$

Peso de la cabina: $K = 737 \text{ kg}$

Peso del contrapeso: $Z = 1020 \text{ kg}$

Altura máxima: $H = 33.6 \text{ m}$

Velocidad: $v = 1.6 \text{ m/s}$

Factor de cable: $i = 1$

Calcular los valores para dos diámetros de poleas: $D = 560 \text{ mm}$ y $D = 610 \text{ mm}$

Solución:

$P_{\max} = (12.5 + 4 \times Vc) / (1 + Vc) = (12.5 + 4 \times 1.6) / (1 + 1.6) = 7.269 \text{ MPa}$

La carga máxima es:

$$T = (630 + 767) / 4 = 3352.5 \text{ N}$$

(1) Para una polea de diámetro 560 mm, la presión específica es:

$$p = (3 \pi \times 3352.5) / (2 \times 560 \times \sin 17.5^\circ) = 8.5288 \text{ MPa, lo cual es excesivo.}$$

Para una polea de 610 mm:

$$p = 7.8298 \text{ MPa, también excesivo.}$$

Por lo tanto, para una garganta trapezoidal, es necesario o bien aumentar el número de ramales, o bien utilizar cables de mayor diámetro (13 mm)

El coeficiente de fricción

$$f = \mu / \sin(\gamma/2) = 0.09 / \sin 17.5^\circ = 0.299$$

(2) La presión específica para una garganta semicircular sin entalla, toma la siguiente expresión:

$$(a) \quad p = (8 \times 3352.5) / (560 \times 11 \times (\pi \times 167/180 + \sin 167^\circ)) = 1.386 \text{ MPa}$$

$$(b) \quad p = (8 \times 3352.5) / (560 \times 11 \times \pi) = 1.3859 \text{ MPa}$$

Para una polea de diámetro 610 mm

$$(a) \quad p = 1.273 \text{ MPa}$$

$$(b) \quad p = 1.2723 \text{ MPa}$$

La disminución de la presión específica con la variación del ángulo δ de 167° a 180° no es importante. La presión en ambos casos es muy baja y consecuentemente el coeficiente de fricción, y por lo tanto puede haber problemas con la tracción.

El coeficiente de fricción toma los siguientes valores:

$$(a) \quad f = (4 \times 0.9 \times \sin 83.5^\circ) / (\pi \times 167 / 180 + \sin 167^\circ) = 0.1139$$

$$(b) \quad f = 4 \times 0.09 / \pi = 0.1146$$

(3) La presión específica para una garganta semicircular con entalla, toma la siguiente expresión:

$$(a) \quad p = (8 \times 3352.5 \times \cos 45^\circ) / (560 \times 11 \times (\pi/2 - 1)) = 5.3936 \text{ MPa}$$

$$(b) \quad p = (8 \times 3352.5 \times \cos 52.5^\circ) / (560 \times 11 \times (\pi - \pi \times 105 / 180 - \sin 105^\circ)) = 7.7257 \text{ MPa}$$

Lo cual es excesivo.

Para una polea de diámetro 610 mm

$$(a) \quad p = 4.9515 \text{ MPa}$$

$$(b) \quad p = 7.092 \text{ MPa}$$

El coeficiente de fricción toma los siguientes valores:

$$(a) \quad f = (4 \times 0.9 \times (1 - \sin 45^\circ) / (\pi/2 - 1)) = 0.1847$$

$$(b) \quad f = 4 \times 0.09 \times (1 - \sin 52.5^\circ) / ((\pi - \pi \times 105 / 180 - \sin 105^\circ)) = 0.2168$$

En todos los casos, excepto en los que se menciona que la presión específica es excesiva, la suspensión está diseñada correctamente en términos de presión específica. No obstante para finalizar el cálculo de forma total, aun falta estudiar la vida de cables y poleas así como el cálculo de la capacidad de tracción.

Adherencia de los cables sobre la polea de tracción

En los ascensores de polea de tracción, la adherencia de los cables sobre la garganta de la polea debe ser suficiente para que al moverse ésta arrastre los cables, tanto en subida como en bajada, de la cabina con la carga máxima.

Para que se realice este arrastre sin deslizamiento, debe verificarse según la Norma EN 81-1, lo siguiente:

$$\frac{T_1}{T_2} \quad C_1 C_2 \leq e^{\mu \alpha} \quad (2.57)$$

en la que

$\frac{T_1}{T_2}$ es la relación entre la carga o fuerza estática mayor (T_1) y menor (T_2), que solicitan los dos ramales de cables suspendidos de la polea de tracción.

C_1 un coeficiente que es función de la deceleración a de frenado de la cabina y de la aceleración normal de la gravedad g_n y que es igual a:

$$C_1 = \frac{g_n + a}{g_n - a} \quad (g_n \text{ y } a, \text{ en m/s}^2)$$

Se puede admitir para C_1 los valores mínimos siguientes:

- 1.10 para velocidades nominales hasta 0.63 m/s
- 1.15 para velocidades nominales comprendidas entre 0.63 m/s y 1.0 m/s
- 1.20 para velocidades nominales comprendidas entre 1.0 m/s y 1.6 m/s
- 1.25 para velocidades nominales comprendidas entre 1.6 m/s y 2.5 m/s

Para velocidades superiores a 2.5 m/s debe ser calculado en cada caso particular, pero no debe ser inferior a 1.25.

C_2 un coeficiente que tiene en cuenta la variación del perfil de la polea de tracción debido al desgaste, y que puede evaluarse en:

- $C_2 = 1$ para poleas de gargantas semicirculares o entalladas
- $C_2 = 1.2$ para gargantas trapezoidales o en V

e es la base de los logaritmos neperianos

f es el coeficiente de rozamiento de los cables en las gargantas de la polea de tracción, y es igual a:

$$f = \frac{\mu}{\sin \frac{\gamma}{2}} \quad \text{para poleas de gargantas trapezoidales o en V}$$

$$f = \frac{4\mu(1 - \sin \frac{\beta}{2})}{\pi - \beta - \sin \beta} \quad \text{para poleas de gargantas semicirculares o entalladas}$$

μ el coeficiente de rozamiento de los cables sobre poleas, que si son de fundido se estima en 0.09.

es el arco de arrollamiento de los cables sobre la polea de tracción en radianes

es el ángulo de la garganta entallada o semicircular de la polea de tracción en radianes ($\beta = 0$ para gargantas semicirculares).

es el ángulo de la garganta trapezoidal o en V de la polea de tracción en radianes

Las dos posiciones más desfavorables para que pueda haber peligro de deslizamiento son:

1. Cabina cargada llegando a planta baja
2. Cabina descargada llegando a la planta más alta

Si suponemos que:

- P = peso de la cabina y bastidor
- Q = carga
- P_c = peso del contrapeso
- P₀ = peso de los cables en la longitud del recorrido
- P_a = peso de la cadena o cables de comunicación, si los lleva

Las tensiones a que estarán sometidos los dos ramales de los cables que mueven la polea de tracción de un ascensor de tracción por adherencia, con la máquina en la parte superior del recinto serán las siguientes:

- Cabina cargada llegando a la planta baja
 - ramal más cargado $T_1 = P + Q + P_c$
 - ramal menos cargado $T_2 = P_0 + P_a$

luego, $\frac{T_1 - P_c + Q + P_c}{T_2} = \frac{P + Q + P_c}{P_0 + P_a}$

sustituyendo en la fórmula (2.57), $\frac{T_1}{T_2}$ por su valor, queda

$$\frac{P + Q + P_c}{P_0 + P_a} \cdot C_1 \cdot C_2 \leq e^{\alpha}$$

s. que si son de hilos

b) Cabina descargada llegando a la planta alta

- ramal más cargado $T_1 = P_0 + P_c$
- ramal menos cargado $T_2 = P + P_a$

luego, $\frac{T_1}{T_2} = \frac{P_0 + P_c}{P + P_a}$

sustituyendo en la fórmula 2.57, $\frac{T_1}{T_2}$ por su valor, queda

$$\frac{P_0 + P_c}{P + P_a} \cdot C_1 \cdot C_2 \leq e^{\alpha} \quad (2.58)$$

Tabla 2.7. Valores de C₁ y C₂ según la detención

Deceleración en m/s ² a	Trapezoidal		Semicircular con entalla	
	C ₁	C ₂	C ₁	C ₂
0.70	1.2	1.1536	1.3843	1.1536
0.75	1.2	1.1654	1.3985	1.1654
0.80	1.2	1.1776	1.4131	1.1776
0.85	1.2	1.1900	1.4280	1.1900
0.90	1.2	1.2020	1.4424	1.2020
0.95	1.2	1.2144	1.4573	1.2144
1.00	1.2	1.2270	1.4724	1.2270
1.05	1.2	1.2397	1.4876	1.2397
1.10	1.2	1.2525	1.5030	1.2525
1.15	1.2	1.2656	1.5187	1.2656
1.20	1.2	1.2787	1.5344	1.2787
1.25	1.2	1.2920	1.5500	1.2920
1.30	1.2	1.3055	1.5666	1.3055
1.35	1.2	1.3191	1.5829	1.3191

Ejemplo 2.6

Enunciado: Calcular la capacidad de tracción de la polea de tracción del ascensor estudiado en los ejemplos anteriores.

Solución: Vamos a suponer que existe una polea auxiliar de manera que el ángulo de enrollamiento de cable sobre la polea de tracción es $\alpha = 165^\circ$. Primero vamos a calcular el ratio T_1/T_2 cuando la cabina está estacionada en el piso más inferior con una carga equivalente del 125% de la carga nominal:

$$T_1/T_2 = (1.25 \times Q + K) / Z = (1.25 \times 630 + 737) / 1020 = 1.4946$$

Otra hipótesis de cálculo consiste en suponer que la cabina está estacionada sin carga en el piso más superior, aunque este caso no es tan desfavorable como el anterior:

$$T_1/T_2 = Z / K = 1020 / 737 = 1.384$$

Por lo tanto tomaremos como ratio más desfavorable el calculado en el primer caso. La inecuación que permite calcular el coeficiente de fricción mínimo es la siguiente:

$$T_1/T_2 \times C_1 \times C_2 \leq e^{\alpha}$$

Suponiendo que la aceleración no supere 1.0 m/s^2 , el coeficiente C_1 toma la siguiente expresión:

$$C_1 = (g_n + 1) / (g_n - 1) = 1.227$$

$C_2 = 1$ para gargantas de polea semicirculares con y sin entalla. Así pues

$$T_1/T_2 \times C_1 = 1.4946 \times 1.227 = 1.8339$$

$$1.8339 \leq e^{\alpha}$$

El valor de f_{min} se calcula mediante la expresión:

$$1.8339 = e^{\alpha}. \text{ Siendo } \alpha = 165^\circ$$

$$f_{\text{min}} = 0.2106$$

De todos los casos vistos en el ejemplo anterior, el único que presenta una tracción suficiente es el de la polea con garganta semicircular con entalla de $\beta = 105^\circ$.

2.2.2.3.5. Volante de inercia

El volante de inercia tiene como objeto asegurar que el ascensor quede nivelado con cada piso cuando el motor utilizado es de una única velocidad.

En base al párrafo anterior, es fácil comprender que este elemento era de importancia hace algunas décadas cuando los motores eléctricos eran todos de única velocidad.

En la actualidad, una buena parte de los motores eléctricos utilizados son de velocidades, y por lo tanto el volante de inercia no se incorpora. En algunas instalaciones en las que el motor es de una única velocidad, es necesario hacer cálculo de la inercia necesaria para equilibrar la masa móvil para que ésta no sea controlada y nivelada con cada piso dentro de las tolerancias normalizadas.

La tendencia en todos los ascensores de tracción eléctrica es la utilización de dos velocidades, y por lo tanto el volante de inercia no se incorpora en el transporte vertical.

2.2.2.3.6. Elementos de amortiguación y aislamiento de ruido

Existen tres fuentes de ruido en una instalación de un elevador:

a) La maquinaria de tracción

La maquinaria (motor, freno, reductor, polea, ejes, rodamientos y carcasa) se monta sobre unas vigas de apoyo. El conjunto (maquinaria y vigas de apoyo) está anclado a una estructura de hormigón mediante una serie de silentblocks.

Suponiendo que el conjunto se comporta dinámicamente como un sistema de una masa y un resorte, se puede calcular la frecuencia natural del sistema mediante la fórmula:

$$f_r = \frac{1}{2\pi} \times \sqrt{\frac{s}{m_s}} \quad (1/s)$$

donde

$$s = n \times s_1$$

Y las frecuencias excitadoras del motor:

$$f_1 = 17,67 \text{ (1/s)}$$

$$f_2 = 35,35 \text{ (1/s)}$$

$$= 8,12 \text{ (1/s)}$$

$$= 25,7 \text{ (1/s)}$$

$$= 40,64 \text{ (1/s)}$$

$$= 57,48 \text{ (1/s)}$$

además sabemos que la frecuencia de la red en Europa es de 50 Hz.

Las posibles soluciones son:

- 1) La frecuencia natural de vibración de la instalación se puede diseñar para la banda de bajas frecuencias, luego ésta deberá ser menor de 17,67 Hz. Por ello para este caso sólo sería válido el tipo *a* de silentblocks, ya que verifica que:

$$f_n = 8,12 \text{ (1/s)} < f_1 = 17,67 \text{ (1/s)}$$

$$f_n = 8,12 \text{ (1/s)} < 50 \text{ Hz}$$

- 2) La frecuencia natural de vibración de la instalación se puede diseñar para la banda de altas frecuencias, luego ésta deberá ser mayor de 35,35 Hz. Por ello para este caso sólo sería válido el tipo *c* de silentblocks, ya que verifica que:

$$f_n = 35,35 \text{ (1/s)} < f_n = 40,6 \text{ (1/s)}$$

$$f_n = 40,6 \text{ (1/s)} < 50 \text{ Hz}$$

- 3) Ni el tipo *b* ni el tipo *d* son válidos puesto que no están dentro de los rangos de diseño. En el caso del tipo *b* por encontrarse entre las dos frecuencias excitadoras del motor, y en caso del tipo *d* por ser la frecuencia mayor que la de la red.

$$f_1 = 17,67 \text{ (1/s)} < f_{nb} = 25,7 \text{ (1/s)} < f_2 = 35,35 \text{ (1/s)}$$

$$50 \text{ Hz} < f_{nd} = 57,4 \text{ (1/s)}$$

- 4) Los tipos *b* y *d* de silentblocks podrían ser utilizados en las situaciones siguientes:

En el caso del tipo *b*, si se utilizan 7 silentblocks en vez de 3, la frecuencia pasa a 39,2 Hz, con lo que estaría dentro del rango de diseño de altas frecuencias.

Y en el caso del tipo *d*, si se utilizase en una instalación en América, donde la frecuencia de la red es de 60 Hz.

2.2.2.3.7. Polea de desvío

Como se ha comentado con anterioridad, la polea de tracción debe ser capaz de accionar la cabina y contrapeso sin deslizamientos, para ello, los cables han de tener contacto con la polea de tracción en un arco superior al mínimo necesario. Con el grupo tractor en la parte superior del recinto, el ángulo máximo del arco de contacto será 180° si el diámetro de la polea tractora es igual a la distancia entre el amarre de los cables en el bastidor de la cabina y el amarre en el contrapeso. Si esta distancia, como ocurre generalmente, es mayor, es necesario instalar una polea de desvío, para situar los cables de suspensión de la cabina y contrapeso a la distancia necesaria.

Si esta polea se coloca al mismo nivel que la de tracción, el ángulo del arco de contacto de los cables con la polea de tracción se reduciría a 90°, insuficiente para evitar el deslizamiento. Por eso se colocan poleas de desvío a una altura inferior, con lo cual se consiguen ángulos muy superiores. Si a pesar de esto no se llegase al ángulo mínimo para evitar el deslizamiento se deberán adoptar disposiciones especiales, implantando varias poleas que si bien permiten aumentar el arco de contacto, hacen disminuir considerablemente la vida del cable.

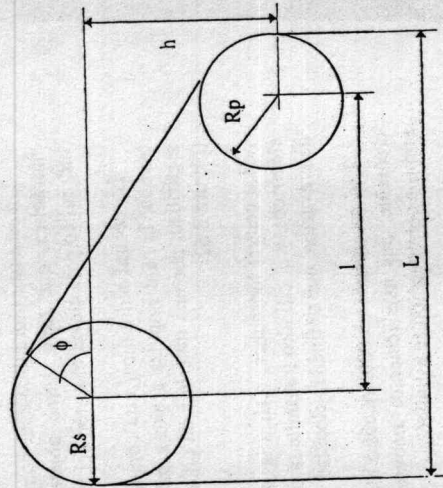


Figura 2.61. Geometría de poleas de tracción y de desvío.

Según la Figura 2.61, el ángulo ϕ está dado por la fórmula siguiente:

$$\sin\phi = \frac{\sqrt{l^2 + h^2 - (R_s - R_p)^2} - h(R_s - R_p)}{l^2 + h^2} \quad (2.68)$$

Para el caso particular $R_s = R_p$, se tiene:

$$\sin\phi = \frac{l}{\sqrt{l^2 + h^2}} \quad \delta \quad \text{tg}\phi = \frac{l}{h} \quad (2.69)$$

2.2.2.4. Central Hidráulica

Los ascensores hidráulicos, pioneros del transporte vertical, están en alza en el momento actual, utilizándose en dos aplicaciones fundamentalmente:

- * ascensores para viviendas de baja altura (6 pisos)
- * montacargas y montacoches

Un ascensor hidráulico tiene como componente principal, la denominada central hidráulica, que tiene como objeto generar la presión adecuada en el aceite hidráulico para elevar el pistón del cilindro.

La central hidráulica, está compuesta por un motor eléctrico que acciona una bomba, la cual impulsa aceite a presión a través de las válvulas de maniobra y seguridad, por una tubería a un cilindro, cuyo pistón sostiene y empuja la cabina (Figura 2.62).

La central hidráulica, realiza las funciones del grupo tractor de los ascensores eléctricos, y el cilindro transmite la potencia del motor en la denominada potencia de elevación, que define la velocidad vertical a la que se eleva la carga.

Los ascensores oleodinámicos o hidráulicos están siendo incorporados de forma creciente. Sus más recientes innovaciones se centran en el bloque de válvulas, como a continuación se estudiará.

El aceite utilizado como fluido para transmitir el movimiento, funciona en circuito cerrado, siendo necesario completar la instalación con un depósito de aceite. Por tanto, la central hidráulica puede considerarse formada por cuatro elementos principales:

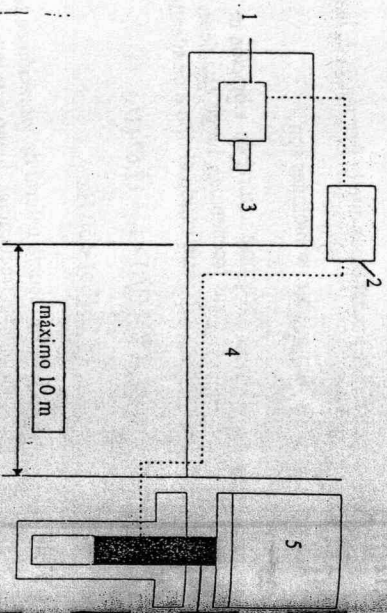


Figura 2.62. Esquema de un ascensor hidráulico 1. Conjunto Motor Bomba hidráulica 2. Bloque de válvulas 3. Tanque de aceite 4. Tubería 5. Pistón 6. Cabina

- el motor
- la bomba
- el bloque de válvulas
- el depósito de aceite

Motor

Los motores son asíncronos con arranque en cortocircuito para bajas potencias, pero los motores de potencia superior a unos 15 CV deberán estar equipados con arranques estrella-triángulo de funcionamiento automático.

En principio, como se aprecia en el ejemplo expuesto al final de este capítulo, los ascensores de viviendas de bajas prestaciones no requerirán el uso de un arranque ya que suelen requerirse potencias bajas, siendo suficiente el uso de un cortocircuito.

9.2.3.2 La fijación de los cables sobre los tambores debe realizarse por medio de un sistema de bloqueo por cuñas, o bien por dos bridas, al menos, o por cualquier otro sistema que ofrezca seguridad equivalente.

9.2.4 El coeficiente de seguridad de las cadenas de suspensión debe ser como mínimo 10.

El coeficiente de seguridad se define de manera análoga o como se indica en el apartado 9.2.2 para los cables.

9.2.5 Los extremos de cada cadena deben fijarse a la cabina, al contrapeso o a la masa de equilibrado o a los puntos de suspensión de las partes inactivas de las cadenas por amarres apropiados. La unión entre la cadena y su amarre debe ser capaz de resistir al menos el 80% de la carga de rotura mínima de la cadena.

9.3 Tracción por adherencia de los cables

La tracción por adherencia debe ser tal que cumpla con las tres condiciones siguientes:

- a) la cabina debe mantenerse al nivel del suelo, sin deslizar los cables, cuando ésta se cargue con el 125%, según el apartado 8.2.1 o el 8.2.2;
- b) debe asegurarse que cualquier frenada de emergencia cause en la cabina, esté vacía o con la carga nominal, una deceleración de un valor que no exceda el establecido para el amortiguador, incluyendo los amortiguadores de recorrido reducido;
- c) no debe ser posible levantar en sentido ascendente la cabina vacía cuando el contrapeso se apoya sobre los amortiguadores, y la máquina se acciona en sentido "subida".

En el anexo M se dan consideraciones de diseño.

9.4 Arrollamiento de los cables en los ascensores de tambor

9.4.1 El tambor, que puede utilizarse en las condiciones previstas en el apartado 12.2.1 b), debe tomarse en hélice y sus gargantas deben ser apropiadas a los cables utilizados.

9.4.2 Cuando la cabina reposa sobre sus amortiguadores totalmente comprimidos deben quedar, al menos, una vuelta y media de cable arrollados en el tambor.

9.4.3 No debe existir más que una sola capa de cables arrollada sobre el tambor.

9.4.4 La inclinación de los cables con relación a sus gargantas no debe rebasar 4°.

9.5 Reparto de la carga entre los cables o las cadenas

9.5.1 Debe preverse un dispositivo automático de igualación de la tensión de los cables o cadenas de suspensión, al menos en uno de sus extremos.

9.5.1.1 En el caso de cadenas arrastradas por piñones, los extremos fijados a la cabina y los fijados a la masa de equilibrado deben estar provistos de dichos dispositivos de igualación.

9.5.1.2 En el caso de varios piñones de reenvío de cadenas sobre un mismo eje, deben poder girar de manera independiente.

9.5.2 Si se utilizan resortes para igualar la tensión, deben trabajar a compresión.

9.5.3 En el caso de suspensión de la cabina por dos cables o dos cadenas, un dispositivo eléctrico de seguridad de acuerdo con el apartado 14.1.2 debe provocar la parada del ascensor en caso de alargamiento anormal relativo de uno de los cables o cadenas.

COPIA
CONTROLADA

ANEXO M (Informativo)

EVALUACIÓN DE LA TRACCIÓN

M.1 Introducción

Debería asegurarse la tracción en cualquier momento, teniendo en cuenta:

- el recorrido normal;
- la carga de la cabina a nivel de planta;
- y la deceleración por una parada de emergencia.

No obstante, se debe considerar que puede producirse deslizamiento si la cabina está retenida en el hueco por cualquier razón.

El siguiente procedimiento de dimensionamiento es una guía que puede utilizarse para evaluar la tracción en las aplicaciones tradicionales donde se emplean cables de acero y poleas de acero/fundición y máquinas situadas por encima del hueco.

Los resultados -confirmados por la experiencia- son seguros debido a márgenes de seguridad integrados. Por lo tanto, los siguientes elementos no necesitan considerarse en detalle.

- composición del cable;
- tipo y cantidad de lubricación;
- material de los cables y poleas;
- tolerancias de fabricación.

M.2 Cálculos de la tracción

Las formulas siguientes tienen que aplicarse:

$$\frac{T_1}{T_2} \leq e^{f\alpha} \quad \text{para las condiciones de carga en cabina y frenado de emergencia;}$$

$$\frac{T_1}{T_2} \geq e^{f\alpha} \quad \text{para las condiciones de cabina retenida en el hueco (el contrapeso descansando sobre los amortiguadores y la máquina girando en sentido de subida);}$$

donde

f es el coeficiente de rozamiento;

α es el ángulo de abrazamiento de los cables sobre la polea de tracción;

T_1, T_2 son las fuerzas en la parte de los cables situados a un lado y otro de la polea de tracción.

COPIA
CONTROLADA
COMPANIA DE SERVICIOS S. A.

M.2.1 Evaluación de T_1 y T_2

M.2.1.1 Condiciones de carga en cabina. La relación estática T_1/T_2 tiene que evaluarse para el caso más desfavorable de la posición de la cabina en el hueco con el 125% de la carga nominal. El caso del apartado 8.2.2 requiere un trato especial si no está cubierto por el factor 1,25 para la carga.

M.2.1.2 Condición de frenado de emergencia. La relación dinámica de T_1/T_2 tiene que evaluarse para el caso más desfavorable de la posición de la cabina en el hueco, y de las condiciones de carga (cabina vacía o con carga nominal).

Cada elemento en movimiento debería considerarse con su propia aceleración, teniendo en cuenta la relación de suspensión de la instalación.

En ningún caso la aceleración considerada será menor de:

- 0,5 m/s² para caso normal;
- 0,8 m/s² cuando se utilizan amortiguadores con carrera reducida.

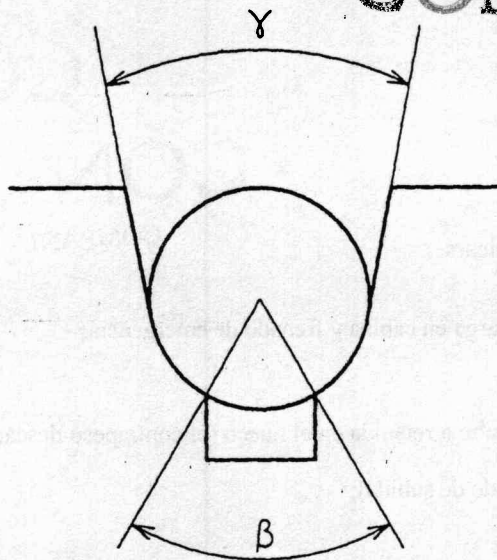
M.2.1.3 Condición de cabina retenida. La relación estática de T_1/T_2 tiene que evaluarse para el caso más desfavorable de la posición de la cabina en el hueco y las condiciones de carga (cabina vacía o con carga nominal).

M.2.2 Evaluación del coeficiente de fricción

M.2.2.1 Consideraciones de la garganta

M.2.2.1.1 Gargantas semi-circulares y semi-circulares desfondadas

COPIA
CONTROLADA



β : ángulo de desfondado
 γ : ángulo de la garganta

Fig. M.1 – Garganta semi-circular desfondada

Se debería utilizar la siguiente fórmula:

$$f = \mu \cdot \frac{4 \left(\cos \frac{\gamma}{2} - \sin \frac{\beta}{2} \right)}{\pi - \beta - \gamma - \sin \beta + \sin \gamma}$$

donde

β es el valor del ángulo de desfondado;

γ es el valor del ángulo de la garganta;

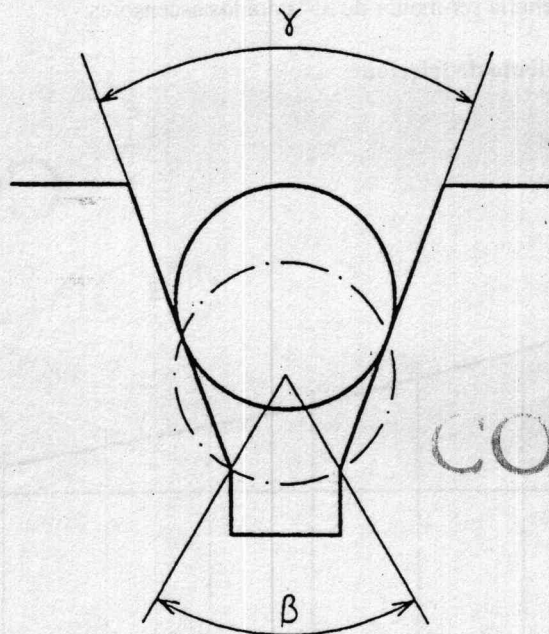
μ es el coeficiente de fricción;

f es el factor de rozamiento.

El valor máximo del ángulo de desfondado β no debería exceder de 106° (1,83 rad), que se corresponde a un desfondado de 80%.

El valor del ángulo de la garganta γ debería facilitar el fabricante conforme al diseño de la garganta. En ningún caso debería ser menor de 25° (0,43 rad).

M.2.2.1.2 Gargantas trapeciales en V. Cuando la garganta no ha sido sometida a un tratamiento adicional de endurecimiento con el fin de limitar el deterioro de la tracción, por desgaste, es necesario realizar un desfondado.



COPIA
CONTROLADA

β es el ángulo de desfondado
 γ es el ángulo de la garganta

Fig. - M.2 - Garganta en V

Se aplican las siguientes fórmulas:

- en el caso de cabina cargada y frenado de emergencia:

$$f = \mu \cdot \frac{4 \left(1 - \sin \frac{\beta}{2} \right)}{\pi - \beta - \sin \beta} \quad \text{para gargantas no endurecidas;}$$

$$f = \mu \cdot \frac{1}{\sin \frac{\gamma}{2}} \quad \text{para gargantas endurecidas;}$$

- en el caso de cabina retenida:

$$f = \mu \cdot \frac{1}{\sin \frac{\gamma}{2}} \quad \text{para gargantas endurecidas y no endurecidas.}$$

donde

β es el valor del ángulo de desfondado;

γ es el valor del ángulo de la garganta;

μ es el coeficiente de rozamiento;

f es el factor de rozamiento.

El valor máximo del ángulo de desfondado β no debería exceder de 106° (1,83 rad) que corresponde a 80% de desfondado. En ningún caso el ángulo γ debería ser menor de 35° para los ascensores.

M.2.2.2 Consideración del coeficiente de fricción

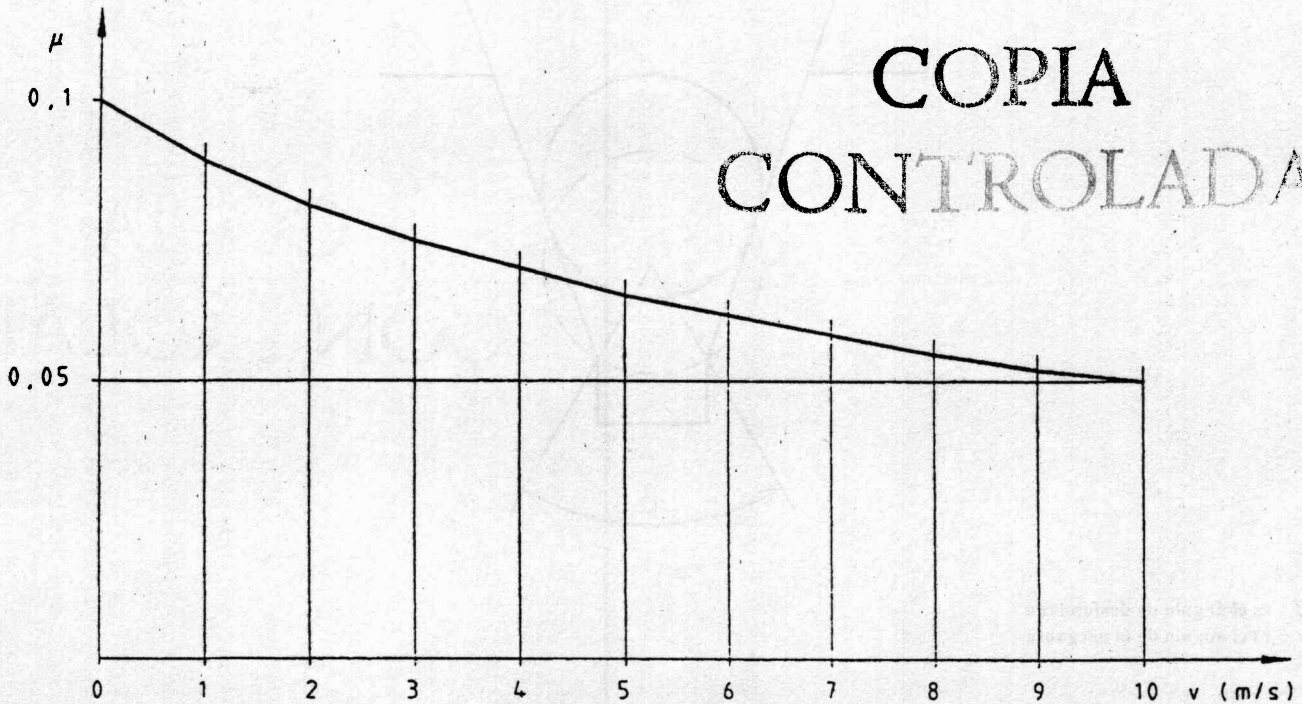


Fig. M.3 - Coeficiente mínimo de fricción

*Aplicaciones de la Mecánica de Materiales.
Diseño Básico de Vigas.*

CAPÍTULO 3.

Diseño Básico de Vigas.

1. Objeto

El presente capítulo tiene como objeto el análisis y/o diseño de vigas fabricadas en acero estructural, considerando los criterios de Resistencia, Estabilidad y Rigidez.

Este capítulo se basa en los requerimientos de la sección F del decreto 1400 de 1984, Código Colombiano de Construcciones Sismoresistentes. Sin embargo este documento es una guía que en ningún momento reemplaza el código, por lo cual en la práctica de ingeniería es necesario remitirse a la versión actualizada del código.

2. Limitaciones

A menos que se indique lo contrario, la teoría y procedimientos a desarrollar en el presente capítulo se basa en las siguientes idealizaciones :

- Las vigas deben estar sometidas a carga transversal aplicada en el centro de corte de la sección transversal y/o a momentos flectores aplicados sobre cualquier plano que contenga el eje longitudinal de la viga.
- La viga es perfectamente recta.
- Los esfuerzos se presentan en el rango elástico.
- La viga es fabricada en acero estructural.
- La unión del alma y alas es continua.
- La viga **NO** se fabrica en acero estructural bajo especificaciones ASTM A 514.

3. Aplicabilidad

La teoría y procedimientos expuestos en este capítulo son aplicables a:

- Análisis y/o diseño de vigas estáticamente determinadas o indeterminadas fabricadas en acero estructural.

Aplicaciones de la Mecánica de Materiales.

Diseño Básico de Vigas.

4. Teoría

4.1 Diagrama de fuerza cortante y momento flector.

4.1.1 Introducción

Para el diseño de una viga, de acuerdo al criterio de **resistencia**, se hace necesario determinar los esfuerzos principales en la zona más crítica de esta, para ello se deben conocer los esfuerzos normales y cortantes en dicha zona. Sabiendo que en las vigas se presentan esfuerzos normales originados por la flexión de estas y esfuerzos cortantes originados en las cargas transversales, es necesario determinar para cualquier sección transversal de la viga el momento flector y la fuerza cortante actuante sobre esta.

Para el diseño de una viga, de acuerdo al criterio de **rigidez**, se hace necesario conocer el momento flector como función de la coordenada x que expresa la distancia de cualquier sección transversal de la viga con respecto a una sección transversal de referencia *-usualmente se toma la sección transversal de uno de los extremos de la viga como sección de referencia-*.

Para la determinación del momento flector y la fuerza cortante, se realizan cortes en la viga y se considera el equilibrio de la porción de viga situada en un lado del corte. Este método tiene el inconveniente que no permite la obtención de una fórmula única *-es decir se obtienen fórmulas para M y V , para cada una de las zonas limitadas por la discontinuidad en la aplicación de cargas-*.

Para obviar dicha situación en una forma rápida y precisa se hace necesario la utilización de las *funciones de singularidad*.

4.1.2 Determinación de la fuerza cortante y el momento flector mediante la utilización de funciones de singularidad.

La única característica de la función de discontinuidad (singularidad) es que permiten la formulación de una función discontinua mediante una expresión simple, mientras que el método convencional exige la utilización de tantas fórmulas como discontinuidades se presenten en la ecuación.

Aplicaciones de la Mecánica de Materiales. Diseño Básico de Vigas.

Matemáticamente las funciones de singularidad - o *discontinuidad* - se definen así :

$$\begin{aligned} \langle x - \beta \rangle^n &= (x - \beta)^n && \text{cuando } x \geq \beta \\ \langle x - \beta \rangle^n &= 0 && \text{cuando } x < \beta \end{aligned}$$

Se observa que cada vez que la cantidad entre los paréntesis triangulares es mayor que cero, estos se pueden reemplazar por paréntesis corrientes, y cuando dicha cantidad es menor que cero, el paréntesis triangular se reemplaza por cero.

El valor que tome el coeficiente n , hace que se obtengan diferentes perfiles al graficar la función de singularidad con respecto a la coordenada x , dichos perfiles son similares a aquellos que se obtienen para los diferentes tipos de cargas en las ecuaciones de carga, fuerza cortante y momento flector.

Para determinar la función singular que exprese la carga, fuerza cortante o momento flector, sobre una viga en función de la distancia x al extremo de referencia, se multiplica la adecuada función de singularidad por el valor de intensidad de carga apropiado *para todas y cada una de las cargas externas y reacciones en los apoyos* y se reemplaza β por el valor de la distancia entre el extremo de referencia y el punto donde comienza a aplicarse la carga.

La función de singularidad implícitamente implica que dicha carga se aplica desde la coordenada β hasta el extremo opuesto al extremo de referencia, por lo cual en ciertos casos (cargas distribuidas) que las cargas se aplican en zonas intermedias de la viga se hace necesario la aplicación de una carga ficticia de sentido contrario a partir de la coordenada donde cesa la aplicación de la carga real.

De la definición de las funciones de singularidad se obtiene que

$$\begin{aligned} \langle x - \beta \rangle^0 &= 1 && \text{cuando } x \geq \beta \\ \langle x - \beta \rangle^0 &= 0 && \text{cuando } x < \beta \end{aligned}$$

para $n \geq 0$

para $n > 1$

$$\int \langle x - \beta \rangle^n dx = \frac{1}{n + 1} \langle x - \beta \rangle^{n+1}$$

$$\frac{d}{dx} \langle x - \beta \rangle^n = n \langle x - \beta \rangle^{n-1}$$



Aplicaciones de la Mecánica de Materiales.
Diseño Básico de Vigas.

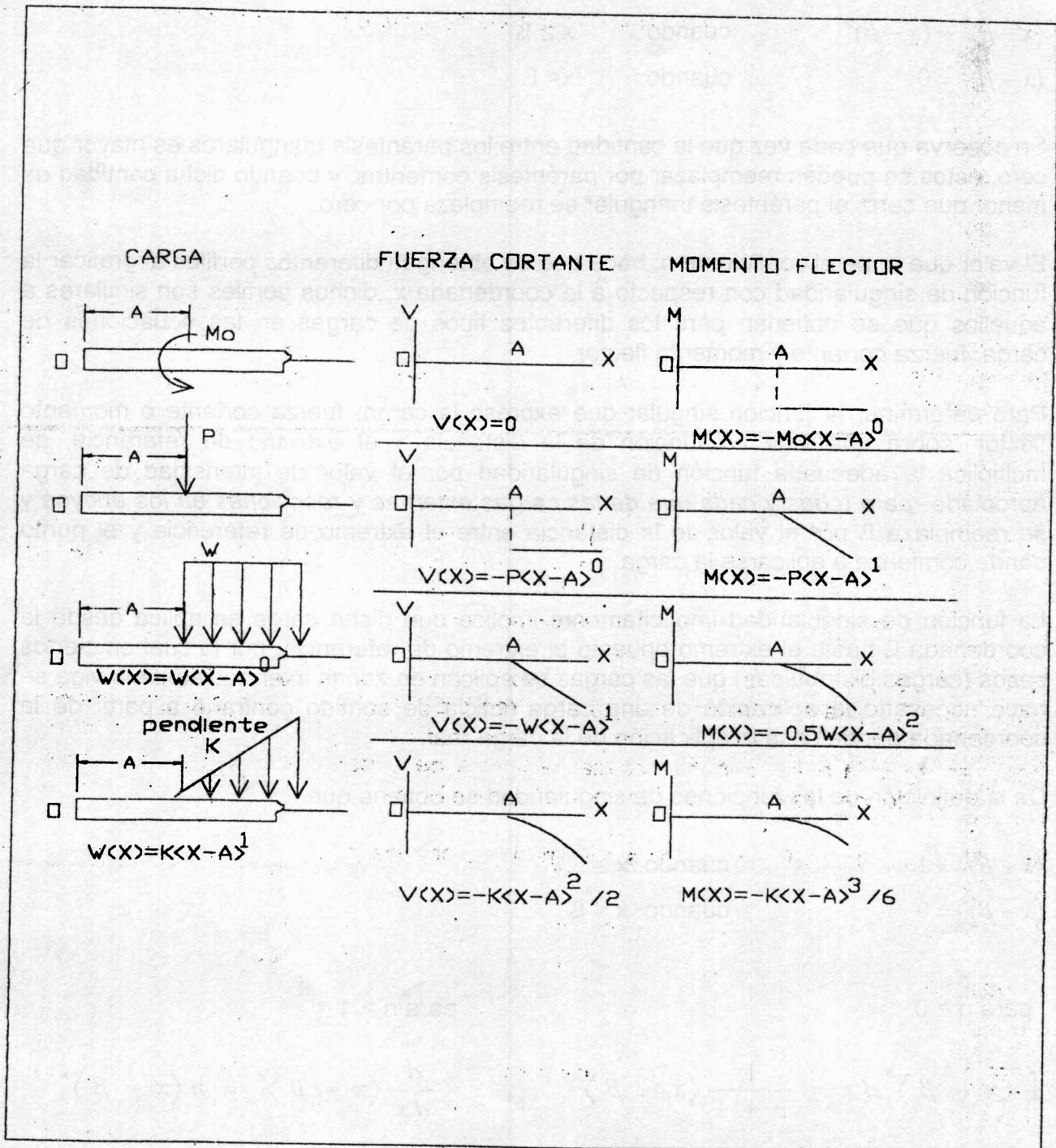


Fig. 3.01. Diagramas de fuerza cortante, momento flector.

Aplicaciones de la Mecánica de Materiales. Diseño Básico de Vigas.

4.1.3 Relación entre fuerza cortante y momento flector.

Para la elaboración de los diagramas de fuerza cortante y momento flector, es de gran utilidad conocer la relación existente entre la fuerza cortante V y el momento flector M . V y M son funciones de la coordenada x , la cual se mide a lo largo del eje longitudinal de la viga, para efectos de la demostración, tomaremos una pequeña porción de viga cortada por dos secciones transversales separadas entre si una longitud dx , sobre la cara izquierda del elemento actúa una fuerza cortante de magnitud V y un momento flector de magnitud M , en la cara derecha la fuerza cortante y el momento flector tomaran magnitudes que difieren ligeramente de los valores en la cara izquierda, si se designan ambos incrementos como dV y dM , las resultantes de la fuerza cortante y el momento flector en la cara derecha están respectivamente dadas por $V+dV$ y $M+dM$. (Ver fig. 3.02.)

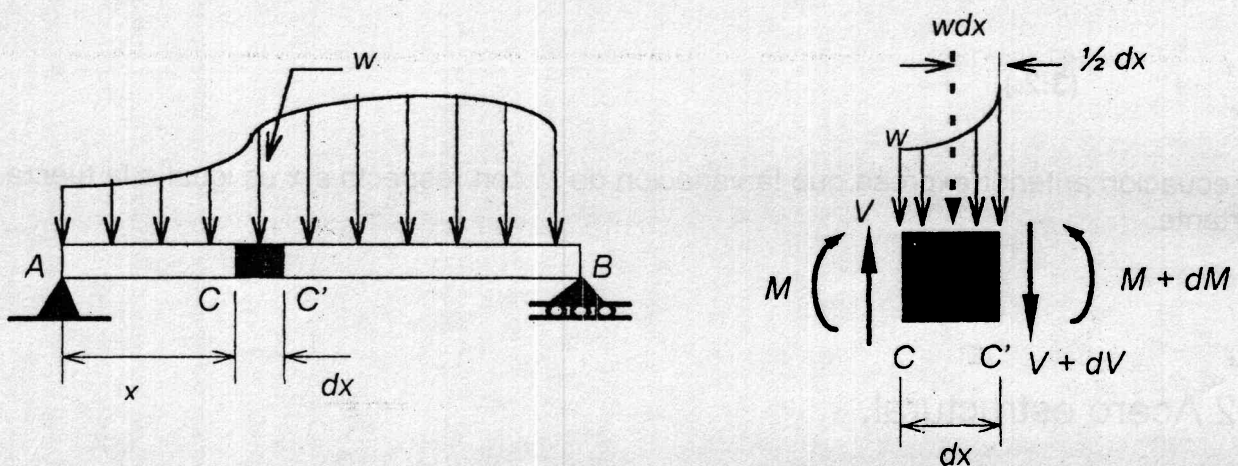


Fig. 3.02. Relación fuerza cortante y momento flector.

Suponiendo que en la porción de viga de longitud dx , esta se encuentra sometida a la acción de una carga cortante distribuida uniformemente y de magnitud w , el equilibrio estático del sistema estará dado por:

Sumatoria de fuerzas verticales:

$$\Sigma F_y = V - w dx - (V + dV) = 0$$

Aplicaciones de la Mecánica de Materiales. Diseño Básico de Vigas.

La ecuación anterior expresa que la variación de la fuerza cortante V con respecto a x es igual al negativo de la carga transversal.

$$\frac{dV}{dx} = -w \quad (3.1.)$$

Realizando la sumatoria de momentos alrededor de un eje perpendicular al eje longitudinal de la viga, y ubicado en la cara derecha del elemento:

$$\Sigma M_o = -M - w \, dx \, (dx/2) - (V+dV) \, dx + M + dM = 0$$

entonces

$$\frac{dM}{dx} = V \quad (3.2.)$$

La ecuación anterior expresa que la variación de M con respecto a x es igual a la fuerza cortante.

4.2 Acero estructural.

La sección F del C.C.C.S.R. aprueba la utilización de trece clases diferentes de aceros para ser utilizados en la construcción de estructuras designando estos de acuerdo a su especificación ASTM :

- *Structural Steel*, ASTM A36.
- *Welded and Seamless Steel Pipe*,
ASTM A53, grado B.
- *High-Strength Low-Alloy Structural Steel*, ASTM A242.
- *High-Strength Low -Alloy Structural Manganese Vanadium Steel*, ASTM A441.
- *Cold-Formed Welded and Seamless Carbon Steel Structural Tubing in Rounds and Shapes*, ASTM A500.

Aplicaciones de la Mecánica de Materiales. Diseño Básico de Vigas.

- *Hot-Formed Welded and Seamless Carbon Steel Structural Tubing, ASTM A501*
- *Structural Steel with 42,000 psi Minimum Yield Point, ASTM A529.*
- *Hot-Rolled carbon Steel Sheets and Strip, Structural Quality, ASTM A570, Grades D and E.*
- *High-Strength Low-Alloy Columbium-Vanadium Steels of structural Quality, ASTM A572.*
- *High-Strength Low-Alloy Structural Steel with 50,000 psi Minimum Yield Point to 4 in. Thick, ASTM A588.*
- *Steel Sheet and Strip, Hot-Rolled and Cold-Rolled, High-Strength, Low-Alloy, with Improved Corrosion Resistance, ASTM A606.*
- *Steel Sheet and Strip, Hot-Rolled and Cold-Rolled, High-Strength, Low-Alloy, Columbium and/or Vanadium, ASTM A607.*
- *Hot-Formed Welded and Seamless High-Strength Low-Alloy Structural Tubing, ASTM A618.*

El ASTM A36 es el acero mas ampliamente utilizado en la construcción de estructuras para edificios, equipos industriales y/o puentes. El acero estructural ASTM A529, los aceros estructurales de baja aleación y alta resistencia ASTM A441 y A572 y los aceros estructurales de baja aleación, alta resistencia y resistentes a la corrosión ASTM A242 y A588, pueden tener ciertas ventajas sobre el acero ASTM A36, dependiendo de los objetivos que se busquen con su aplicación. Estos materiales permiten la utilización de elementos estructurales mas livianos debido a su mayor resistencia mecánica, lo cual genera una carga muerta de menor magnitud y permite algunos ahorros por costos de transporte. Sin embargo el uso de aceros de alta resistencia no debe ser indiscriminado, sino que depende de un adecuado balance entre los factores técnicos y económicos.

Aplicaciones de la Mecánica de Materiales. Diseño Básico de Vigas.

Tabla 3.01. Propiedades mecánicas del acero estructural (de acuerdo a clasificación ASTM.)

Tipo de acero	Designación ASTM	σ_y Mínimo esfuerzo de fluencia. (Mpa)	σ_{ut} Mínimo Esfuerzo Tensil. (Mpa)	Perfiles, según ASTM A6 ¹ (grupos)	Barras láminas. ² (espesor)
Bajo carbono.	A36.	220	400-551		mas de 8"
	A36.	248	400-551	1 al 6	hasta 8"
	A529.	290	414-586	1	hasta 1/2"
Baja aleación- Alta Resistencia	A441.	276	414		4" a 8"
	A441.	290	434	4 al 5	1.5" a 8"
	A441.	317	462	3	0.75" a 1.5"
	A441.	345	483	1 al 2	hasta 0.75"
	A572 Gr 42.	290	414	1 al 6	hasta 6"
	A572 Gr 50.	345	448	1 al 6	hasta 2"
	A572 Gr 60. A572 Gr 65.	414 448	517 551	1 al 2 1	hasta 1.25" hasta 1.25"
Baja aleación- Alta Resistencia Resistente a la Corrosión.	A242	290	434	4 al 6	1.5" a 4"
	A242	317	462	3	0.75" a 1.5"
	A242	345	483	1 al 2	hasta 0.75"
	A588	290	434		5" a 8"
	A588	317	462		4" a 5"
	A588	345	483	1 al 6	hasta 4"
Aleado, Templado y revenido.	A514	621	690-890		2.5" a 6"
	A514	690	758-896		hasta 2.5"

¹ Las propiedades mecánicas pueden variar de acuerdo a las dimensiones del perfil estructural, por lo cual dichas propiedades se expresan en función del material y del grupo de perfiles según la clasificación dada en la norma ASTM A6.

² Las propiedades mecánicas pueden variar de acuerdo al espesor del elemento, por lo cual dichas propiedades se expresan en función del material y del rango de espesores que cubre.

Aplicaciones de la Mecánica de Materiales.

Diseño Básico de Vigas.

4.3 Diseño y análisis de vigas de acero

En el diseño y/o análisis de vigas de acero se involucran tres criterios básicos, los cuales son : Resistencia; Estabilidad y Rigidez.

La consideración de estos criterios es la única forma de garantizar la confiabilidad del elemento.

4.3.1 Criterio de resistencia

El criterio de resistencia pretende asegurar que no se produzcan deformaciones permanentes y/o rotura de la viga, para esto se verifica que el esfuerzo máximo no supere el esfuerzo permisible.

Los esfuerzos máximos se determina mediante las relaciones.

$$\sigma_{Max} = \frac{|M_{Max}|}{S_{min}} \quad (3.3.)$$

$$S_{min} = \frac{I}{c}$$

$$\tau_{Max} = \frac{|V_{Max}|Q}{It} \quad (3.4.)$$

El esfuerzo cortante se debe evaluar en la unión del alma y del ala y en el eje neutro.

donde :

- $|M_{Max}|$: Momento flector Máximo.
- S_{min} : Modulo de sección Mínimo.
- $|V_{Max}|$: Fuerza cortante Máxima.
- Q : Primer momento de área.

Los esfuerzos permisibles para el diseño de vigas de acero son :

Flexión en el eje XX (Eje mas fuerte)	$0.66F_y$
Flexión en el eje YY (Eje debil)	$0.75F_y$
Fuerza cortante	$0.4F_y$

Aplicaciones de la Mecánica de Materiales. Diseño Básico de Vigas.

4.3.1.1 Selección de una viga de acero

El diseño de una viga está controlado por el valor absoluto del máximo momento flector en la viga, el cual genera los esfuerzos normales por flexión en el elemento. Adicionalmente se debe considerar el efecto de la fuerza cortante máxima, ya que en algunos casos especiales (vigas cortas) dicho diseño puede estar controlado por el esfuerzo cortante.

El equilibrio de los aspectos técnicos y económicos proveerá la selección ideal de la viga para las condiciones de servicio esperadas. Como factor determinante ante la posibilidad de que se presenten múltiples vigas que satisfagan los requerimientos técnicos, se debe buscar la utilización de la viga con menor peso por unidad de longitud, ya que esta es menos costosa.

La selección por resistencia del perfil de la viga se realiza con base en dos condiciones:

- El módulo de sección de perfil debe ser mayor que la relación $|M_{\max}| / \sigma_{\text{adm}}$
- Como diferentes perfiles verifican la condición anterior, se debe seleccionar el perfil más liviano.

4.3.1.2 Esfuerzos principales en una viga.

Al analizar el comportamiento de los esfuerzos normales en una viga, surge la inquietud acerca que la magnitud de estos en cualquier punto de la sección transversal de la viga pueda ser mayor que la magnitud del esfuerzo sobre la superficie exterior.

Para dilucidar esta inquietud, se hace necesario el cálculo de los esfuerzos principales para todos y cada uno de los puntos sobre la sección transversal de la viga - es importante recordar que en la superficie el esfuerzo cortante es nulo y por ende no es necesario realizar dicho cálculo-, sin embargo dicho procedimiento es engorroso, por lo cual es necesario buscar una solución alterna.

Mediante análisis es posible demostrar que en secciones de vigas con ningún cambio brusco en el espesor de la sección transversal -sección rectangular, circular- el esfuerzo normal máximo se presenta en la superficie de la viga. Dicha conclusión es posible extenderla a secciones con variación brusca en su sección transversal -perfiles W, S, C, L- en los cuales adicionalmente se debe realizar el cálculo de esfuerzos principales en la zona de discontinuidad del espesor. -zona de unión del alma con el ala-. Los cálculos anteriores se aplican en la sección transversal crítica de la viga.

Aplicaciones de la Mecánica de Materiales.
Diseño Básico de Vigas.

4.3.2 Criterio de estabilidad

Después de seleccionar la viga con base al criterio de Resistencia, es necesario verificar que no se vayan a presentar deformaciones en dirección lateral originadas en los esfuerzos de compresión por flexión (en el plano perpendicular al plano de aplicación de las cargas) que puedan ocasionar el colapso de la estructura.

Para esto se hace necesario verificar la estabilidad local y la estabilidad lateral.

4.3.2.1. Estabilidad Local.

Con el fin de evitar deformaciones puntuales (localizadas) por efecto de los esfuerzos de compresión, se deben verificar las siguientes relaciones entre las dimensiones de la sección transversal del perfil :

Tabla 3.02. Criterios para verificar estabilidad local.

SECCIÓN	ESTABILIDAD ALMA	ESTABILIDAD ALA
Angulo	—————	$b_f / t_f \leq 54 / \sqrt{F_y}$
W, S.	$d / t_w \leq 537 / \sqrt{F_y}$	$b_f / 2t_f \leq 54 / \sqrt{F_y}$
Canal	$d / t_w \leq 537 / \sqrt{F_y}$	$b_f / t_f \leq 54 / \sqrt{F_y}$
Tubería	$\phi / t \leq 2320 / \sqrt{F_y}$	—————
Cajón	$d / t_w \leq 537 / \sqrt{F_y}$	$b_f / t_f \leq 159 / \sqrt{F_y}$

Donde F_y se expresa en kg / mm^2

4.3.2.2. Estabilidad Lateral.

Con el fin de evitar deformaciones laterales de la viga por efecto de los esfuerzos de compresión, se debe verificar : (Para elementos diferentes a tubería y/o cajón)

$$L_u \leq 63b_f / \sqrt{F_y}$$

y

$$L_u \leq 14060 / (d / A_f) F_y$$

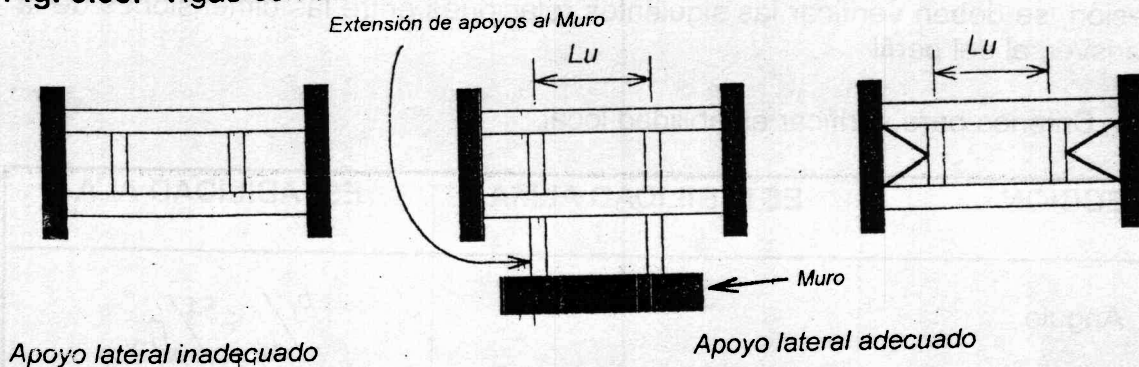
Aplicaciones de la Mecánica de Materiales. Diseño Básico de Vigas.

Donde : L_u es la longitud de la viga sin apoyo lateral en el patín (ala) a compresión.
 F_y se expresa en kg / mm^2

Se considera como un adecuado apoyo lateral :

- Patines embebidos en el cemento de las lozas de piso.
- Patines soldados a láminas del piso.
- Patines con arriostramiento lateral (Ver Fig.3.02)

Fig. 3.03. Vigas con arriostramiento lateral. (Vista superior de las vigas)



En caso de no verificar los requisitos de estabilidad local y/o lateral, existen dos alternativas posibles :

- Seleccionar una viga con mejor relación Ancho-Espesor.
- Disminuir el valor del esfuerzo admisible a flexión, para esto es necesario remitirse al CCCSR.

4.3.3 Criterio de rigidez

Mediante el criterio de rigidez se verifica que las deformaciones en la viga no excedan unos límites preestablecidos en las especificaciones de diseño.

Para vigas de piso, el CCCSR recomienda que la deflexión no supere $1/360$ de la luz de la viga.

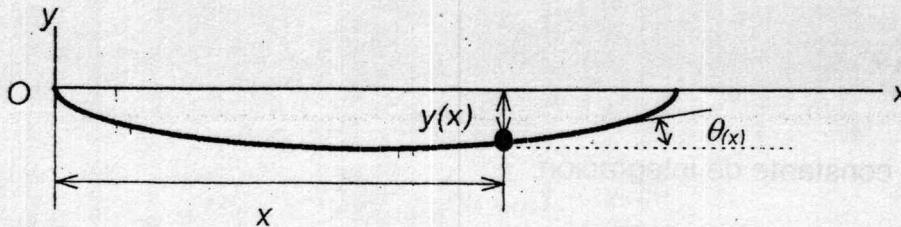
Para determinar las deformaciones en una viga se hace necesario conocer la curva que toma el eje longitudinal de simetría de la viga, el cual se supone rectilíneo antes de ser cargada la viga, la ecuación de esta curva en función de la coordenada x medida a

Aplicaciones de la Mecánica de Materiales. Diseño Básico de Vigas.

lo largo de la viga y con referencia a uno de los extremos de la viga, se conoce como ecuación de la curva elástica.

Dicha ecuación expresa la deflexión y del eje longitudinal de la viga para cualquier sección transversal ubicada a lo largo de dicho eje y a una distancia x del extremo de referencia de la viga. Por definición se entiende como deflexión -o flecha- la distancia vertical entre un mismo punto de la sección transversal antes y después de someter a carga la viga. (Ver Fig. 3.03)

Fig. 3.04. Deflexión de una viga.



4.3.3.1 Curva elástica

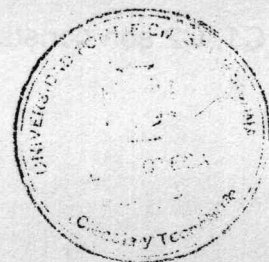
La ecuación general de la curva elástica se determina de la siguiente forma:

Recordando que para un elemento sometido a flexión pura la curvatura de la superficie neutra estará dada por

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M(x)}{EI}$$

Así mismo la curvatura de una curva plana en un punto Q de coordenadas x, y está dado por

$$\frac{1}{\rho} = \frac{\frac{d^2y}{dx^2}}{\left(1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right)^{3/2}}$$



Aplicaciones de la Mecánica de Materiales. Diseño Básico de Vigas.

Donde dy/dx y d^2y/dx^2 son la primera y segunda derivada de la función representada por esa curva, para este caso dy/dx es muy pequeña y su cuadrado es despreciable, por lo cual se obtiene:

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{M(x)}{EI}$$

La ecuación anterior es la ecuación diferencial general de la curva elástica, en el caso de una viga de sección transversal constante el producto EI -conocido como la rigidez a la flexión- es constante y por ende al integrar la ecuación se obtiene

$$EI \frac{dy}{dx} = \int_0^x M(x) dx + C_1$$

Donde C_1 es una constante de integración.

Recordando que la primera derivada de una función está dada por:

$$\frac{dy}{dx} = \tan \Theta \approx \Theta$$

Donde Θ es el ángulo en radianes entre la horizontal y una línea tangente a la curva en el punto de interés, y se conoce como la pendiente de la curva.

De esta forma se obtiene que

$$EI \Theta_{(x)} = \int_0^x M(x) dx + C_1 \quad (3.5.)$$

Integrando la ecuación anterior se obtiene

$$EI y = \int_0^x \left[\int_0^x M(x) dx + C_1 \right] dx + C_2 \quad (3.6.)$$

Donde C_1 , C_2 son constantes de integración.

Aplicaciones de la Mecánica de Materiales:

Diseño Básico de Vigas.

Para evaluar las constantes de integración C_1 y C_2 se determinan las condiciones de frontera de la viga, es decir en los apoyos de la viga se conocen los valores de la pendiente y/o la deflexión.

4.3.3.2 Condiciones de frontera, vigas estáticamente determinadas.

- Para el caso de un apoyo simplemente apoyado, la deflexión y es igual a cero.
- Para el caso de un apoyo empotrado, la deflexión y y la pendiente θ son iguales a cero.
- En el caso de apoyos flexibles (por ejemplo : cables), la deflexión y de la viga es igual al alargamiento del apoyo en dicha dirección.

De esta forma en una viga estáticamente determinada se obtiene un sistema de dos ecuaciones - dos ecuaciones para la deflexión en el caso de vigas simplemente apoyadas o una ecuación para la pendiente y otra para la deflexión en el caso de vigas empotradas - y dos incógnitas - C_1 y C_2 -, el cual permite su evaluación directa.

4.4 Vigas estáticamente indeterminadas.

En el caso de vigas estáticamente indeterminadas, se presentan una o más incógnitas adicionales, las cuales aparecen en el término de $M(x)$. Sin embargo la aparición de estas incógnitas adicionales se elimina al aparecer en el sistema las ecuaciones que se obtienen al evaluar las condiciones de frontera en los apoyos adicionales.

4.5 Método de superposición.

Para facilitar el trabajo práctico en la labor de ingeniería, numerosos manuales incluyen tablas que presentan las deflexiones y pendientes de vigas para diversos tipos de cargas y sistemas de apoyos. Sin embargo en la gran mayoría de casos la situación real de carga es el producto de la combinación de diversos casos tabulados, para analizar estas situaciones es posible aplicar el principio de superposición, sumando algebraicamente las deflexiones y/o pendientes en el punto de interés en la viga.

Aplicaciones de la Mecánica de Materiales. Diseño Básico de Vigas.

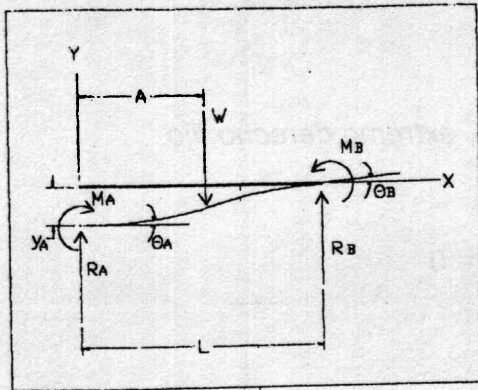
Es importante tener precaución al efectuar dichos cálculos, ya que los manuales ofrecen tanto la ecuación de la curva elástica en función de la distancia x del punto de interés al extremo de referencia, como el valor de la deflexión máxima para cada caso específico, siendo un error muy común al aplicar el principio de superposición sumar directamente las deflexiones máximas para casos de carga donde la deflexión máxima de cada uno se presenta para valores diferentes de x .

4.6 Fórmulas para la fuerza cortante, momento flector, pendiente y deflexión para vigas rectas elásticas.

Las fórmulas de esta sección son basadas en las siguientes limitaciones:

- La viga es fabricada en material homogéneo, con igual módulo de elasticidad en tensión y compresión.
- La viga es recta, o tiende a ser recta, en caso de ser curva, la curvatura se presenta en el plano de flexión y el radio de curvatura es al menos diez veces la altura de la sección transversal.
- La sección transversal es uniforme a lo largo de toda la viga.
- La viga tiene al menos un plano longitudinal de simetría.
- Todas las cargas y reacciones son perpendiculares al eje de la viga y permanecen en el mismo plano, el cual es un plano longitudinal de simetría.
- La viga es larga en proporción a su altura, la relación entre la luz de la viga y su altura es: 8 o mas para secciones metálicas compactas, 15 o mas para vigas con alma relativamente delgada.
- La viga no es desproporcionadamente ancha.
- El máximo esfuerzo no excede el límite elástico.

Aplicaciones de la Mecánica de Materiales. Diseño Básico de Vigas.



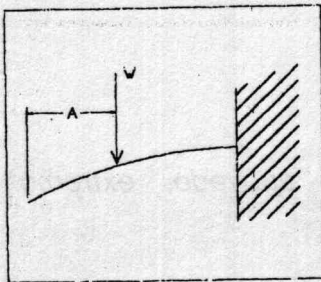
4.6.1. Carga concentrada intermedia.

$$\text{Fuerza transversal} = V = R_A - W \langle X-A \rangle^0$$

$$\text{Momento flector} = M = M_A + R_A X - W \langle X-A \rangle$$

$$\text{Pendiente } \Theta = \Theta_A + M_A X/EI + R_A X^2/2EI - W \langle X-A \rangle^2/2EI$$

$$\text{Deflexión } y = y_A + \Theta_A X + M_A X^2/2EI + R_A X^3/6EI - W \langle X-A \rangle^3/6EI$$



4.6.1.1 Extremo izquierdo libre, extremo derecho fijo (cantilever).

$$R_A = 0 \quad M_A = 0 \quad \Theta_A = W(L-A)^2/2EI$$

$$y_A = -W(2L^3 - 3L^2A + A^3)/6EI$$

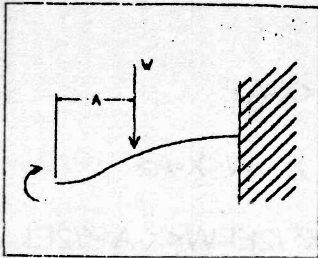
$$R_B = W \quad M_B = -W(L-A) \quad \Theta_B = 0 \quad y_B = 0$$

$$M_{\text{MAX}} = M_B; \text{ Máximo valor posible} = -WL, \text{ cuando } A=0$$

$$\Theta_{\text{MAX}} = \Theta_A; \text{ Máximo valor posible} = WL^2/2EI, \text{ cuando } A=0$$

$$y_{\text{MAX}} = y_A; \text{ Máximo valor posible} = -WL^3/3EI, \text{ cuando } A=0$$

Aplicaciones de la Mecánica de Materiales.
Diseño Básico de Vigas.



4.6.1.2 Extremo izquierdo guiado, extremo derecho fijo.

$$R_A = 0 \quad M_A = W(L-A)^2 / 2L \quad \Theta_A = 0$$

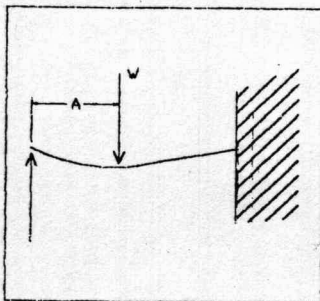
$$y_A = -W(L-A)^2(L+2A)^2 / 12EI$$

$$R_B = W \quad M_B = -W(L^2-A^2) / 2L \quad \Theta_B = 0 \quad y_B = 0$$

$$M_{MAX+} = M_A; \text{ Máximo valor posible } = WL/2, \text{ cuando } A=0$$

$$M_{MAX-} = M_B; \text{ Máximo valor posible } = -WL/2, \text{ cuando } A=0$$

$$y_{MAX} = y_A; \text{ Máximo valor posible } = -WL^3 / 12EI, \text{ cuando } A=0$$



4.6.1.3 Extremo izquierdo simplemente apoyado, extremo derecho fijo.

$$R_A = W(L-A)^2(2L+A) / 2L^3 \quad M_A = 0 \quad y_A = 0$$

$$\Theta_A = -WA(L-A)^2 / 4EIL$$

$$R_B = WA(3L^2-A^2) / 2L^3 \quad M_B = -WA(L^2-A^2) / 2L^2$$

$$\Theta_B = 0 \quad y_B = 0$$

$$M_{MAX+} = WA(L-A)^2(2L+A) / 2L^3 \text{ en } X=A;$$

Máximo valor posible = 0.174 WL, cuando A=0.366L

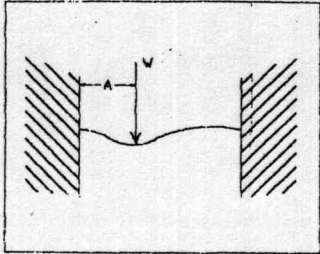
$$M_{MAX-} = M_B; \text{ Máximo valor posible } = -0.1924 WL, \text{ cuando } A=0.5773L$$

$$y_{MAX} = -WA(L-A)^2(A/(2L+A))^{1/2} / 6EI \text{ en } X = L(A/(2L+A))^{1/2}; \text{ cuando } A > 0.414L$$

$$y_{MAX} = -WA(L^2-A^2)^3 / 3EI(3L^2-A^2)^2 \text{ en } X = L(L^2+A^2)/(3L^2-A^2);$$

cuando A < 0.414L; Máximo valor posible y = -0.0098 WL^3/EI, cuando X=A=0.414L

Aplicaciones de la Mecánica de Materiales.
Diseño Básico de Vigas.



4.6.1.4. *Extremo izquierdo fijo, extremo derecho fijo.*

$$R_A = W (L-A)^2 (L+2A) / L^3 \quad M_A = -W A (L-A)^2 / L^2$$

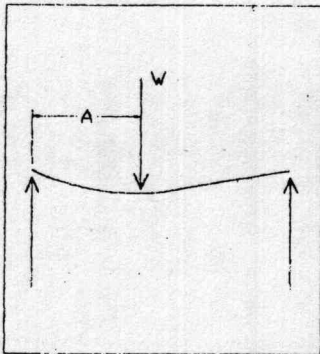
$$\Theta_A = 0 \quad y_A = 0 \quad \Theta_B = 0 \quad y_B = 0$$

$$R_B = W A^2 (3L-2A) / L^3 \quad M_B = -W A^2 (L-A) / L^2$$

$M_{MAX+} = 2 W A^2 (L-A)^2 / L^3$ en $X=A$; Máximo valor posible = $WL/8$, cuando $A=L/2$.

$M_{MAX-} = M_A$ Si $A < L/2$; Máximo valor posible = $-0.148 WL$, cuando $A=L/3$.

$y_{MAX} = -2 W A^3 (L-A)^2 / 3EI(L+2A)^2$ en $X = 2 A L / (L+2A)$, Si $A > L/2$;
Máximo valor posible = $-WL^3/192EI$, cuando $X=A=L/2$



4.6.1.5 *Extremo izquierdo simplemente apoyado, extremo derecho simplemente apoyado.*

$$R_A = W (L-A) / L \quad M_A = 0$$

$$\Theta_A = -W A (2L-A) (L-A) / 6EIL \quad y_A = 0$$

$$R_B = W A / L \quad M_B = 0$$

$$\Theta_B = W A (L^2-A^2) / 6EIL \quad y_B = 0$$

$M_{MAX} = R_A A$ en $X=A$; Máximo valor posible = $WL/4$, cuando $A=L/2$.

$\Theta_{MAX} = \Theta_A$ Cuando $A < L/2$;

Máximo valor posible = $-0.0642 WL^2/EI$, cuando $A=0.423L$.

$y_{MAX} = -W A ((L^2-A^2)/3)^{3/2} / 3EIL$ en $X = L - ((L^2-A^2)/3)^{1/2}$, Si $A < L/2$;
Máximo valor posible = $-WL^3/48EI$, cuando $X=A=L/2$

REPASO Y RESUMEN DEL CAPÍTULO 5

Anexo 3
B

Este capítulo se dedicó al análisis y diseño de vigas sometidas a cargas transversales. Tales cargas pueden consistir en cargas concentradas o en cargas distribuidas y las vigas mismas se clasifican de acuerdo a la manera en que están apoyadas (figura 5.3). Solamente se consideraron vigas *estáticamente determinadas* en este capítulo; el análisis de vigas *estáticamente indeterminadas* se postergará hasta el capítulo 9.

Consideraciones para el diseño de vigas prismáticas

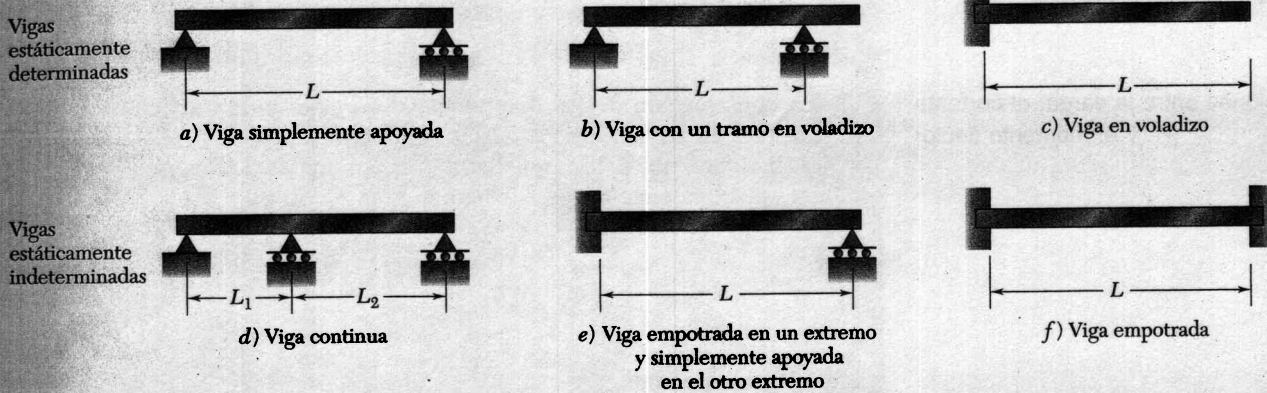


Figura 5.3

A pesar de que las cargas transversales causan tanto flexión como cortante en una viga, los esfuerzos normales causados por la flexión son el criterio dominante en el diseño de una viga por resistencia [véase sección 5.1]. Por tanto, este capítulo trató únicamente con la determinación de los esfuerzos normales en una viga, mientras que el efecto de los esfuerzos de cortante se examina en el siguiente.

Se recordó, de la sección 4.4, la fórmula de flexión para la determinación del valor máximo σ_m del esfuerzo normal en una sección dada de la viga,

$$\sigma_m = \frac{|M|c}{I} \quad (5.1)$$

donde I es el momento de inercia de la sección transversal con respecto al eje centroidal perpendicular al plano del par flector M y c es la máxima distancia desde la superficie neutra (figura 4.13). También se recordó de

Esfuerzos normales debidos a la flexión

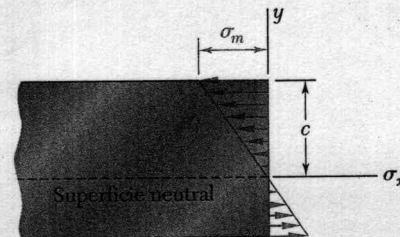
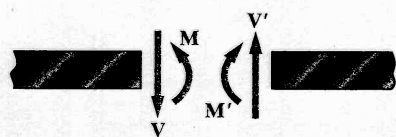


Figura 4.13

Diagramas de cortante
y de momento flector



a) Fuerzas internas
(cortante positivo y momento flector positivo)

Figura 5.7a

Relaciones entre la carga, el cortante
y el momento flector

la sección 4.4 que, al introducir el módulo de sección elástico $S = I/c$ de la viga, el valor máximo σ_m del esfuerzo normal en la sección se expresa como

$$\sigma_m = \frac{|M|}{S} \quad (5.3)$$

Se sigue de la ecuación (5.1) que el esfuerzo normal máximo se produce en la sección donde $|M|$ sea máximo, en el punto más lejano del eje neutro. La determinación del máximo valor de $|M|$ y de la sección crítica de la viga en la que ocurre se simplifica mucho si se dibuja un *diagrama de cortante* y un *diagrama de momento flector*. Estos diagramas representan, respectivamente, la variación del cortante y del momento flector a lo largo de la viga y se obtuvieron determinando los valores de V y de M en puntos selectos de la viga [véase sección 5.2]. Estos valores se encontraron efectuando un corte a través del punto donde debían ser determinados y dibujando el diagrama de cuerpo libre de cualquiera de las porciones de la viga obtenidas de esta manera. Para evitar cualquier confusión con respecto al sentido de la fuerza cortante V y del momento flector M (que actúan en sentidos opuestos en las dos porciones de la viga), se siguió la convención de signos adoptada anteriormente en el texto y que se ilustra en la figura 5.7a [véase ejemplos 5.01 y 5.02, problemas modelo 5.1 y 5.2].

La construcción de los diagramas de cortante y de momento flector se facilita si se toman en cuenta las siguientes relaciones [véase sección 5.3]. Denotando por w la carga distribuida por unidad de longitud (supuestamente positiva si se dirige hacia abajo), se escribió

$$\frac{dV}{dx} = -w \quad \frac{dM}{dx} = V \quad (5.5, 5.7)$$

o, en forma integrada,

$$V_D - V_C = -(\text{área bajo la curva de carga entre } C \text{ y } D) \quad (5.6')$$

$$M_D - M_C = \text{área bajo la curva de corte entre } C \text{ y } D) \quad (5.8')$$

La ecuación (5.6') hace posible dibujar el diagrama de cortante de una viga de la curva que representa la carga distribuida en dicha viga y el valor de V en un extremo de la viga. De manera análoga, la ecuación (5.8') permite dibujar el diagrama de momento flector del diagrama de cortante y del valor de M en un extremo de la viga. Sin embargo, las cargas concentradas introducen discontinuidades en el diagrama de cortante y los pares concentrados en el diagrama de momento flector, ninguno de los cuales se considera por estas ecuaciones [véase problemas modelo 5.3 y 5.6]. Finalmente, se advirtió, de la ecuación (5.7), que los puntos de la viga donde el momento flector es máximo o mínimo son también los puntos donde el corte es cero [véase problema modelo 5.4].

El procedimiento apropiado para el diseño de una viga prismática se describió en la sección 5.4 y se resume aquí:

Habiendo determinado σ_{perm} para el material empleado y suponiendo que el diseño de la viga se controla por el esfuerzo normal máximo en la viga, se calcula el mínimo valor permisible del módulo de sección:

$$S_{min} = \frac{|M|_{max}}{\sigma_{perm}} \quad (5.9)$$

Para una viga de madera de sección transversal rectangular, $S = \frac{1}{6}bh^2$, donde b es el ancho de la viga y h su espesor. Las dimensiones de la sección, por tanto, deben seleccionarse de tal manera que $\frac{1}{6}bh^2 \geq S_{min}$.

Para una viga de acero laminado, consulte la tabla apropiada en el apéndice C. De los perfiles disponibles, considere sólo aquellos cuyo módulo de sección $S \geq S_{min}$ y seleccione, de este grupo, la sección con el mínimo peso por unidad de longitud. Ésta será la más económica de las secciones para las que $S \geq S_{min}$.

En la sección 5.5 se explicó un método alternativo para la determinación de los máximos valores para el cortante y para el momento flector basado en el uso de las *funciones de singularidad* $\langle x - a \rangle^n$. Por definición, y para $n \geq 0$, se tiene

$$\langle x - a \rangle^n = \begin{cases} (x - a)^n & \text{cuando } x \geq a \\ 0 & \text{cuando } x < a \end{cases} \quad (5.14)$$

Se señaló que cuando la cantidad entre los corchetes sea positiva o cero, los corchetes deberán reemplazarse por paréntesis ordinarios; en cambio, cuando la cantidad sea negativa, los corchetes mismos serán iguales a cero. También se estudió que las funciones de singularidad pueden integrarse y derivarse como binomios ordinarios. Por último, se observó que la función de singularidad correspondiente a $n = 0$ es discontinua en $x = a$ (figura 5.18a). Esta función se denominó como la *función escalón*. Se escribió

$$\langle x - a \rangle^0 = \begin{cases} 1 & \text{cuando } x \geq a \\ 0 & \text{cuando } x < a \end{cases} \quad (5.15)$$

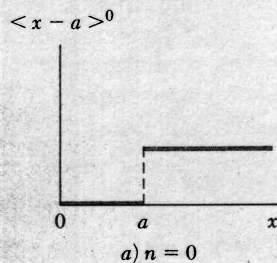


Figura 5.18a

Diseño de vigas prismáticas

Funciones de singularidad

Función escalón

Uso de las funciones de singularidad para expresar el corte y el momento flector

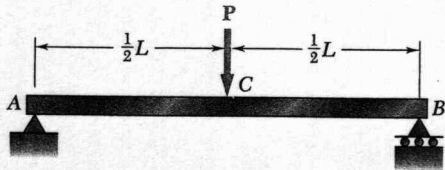


Figura 5.8

Cargas abiertas equivalentes

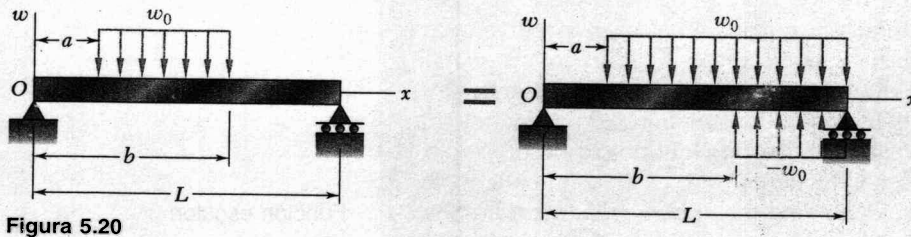


Figura 5.20

Vigas no prismáticas

Vigas de resistencia constante

El uso de las funciones de singularidad hace posible representar el cortante o el momento flector en una viga por una expresión única, válida en cualquier punto de la viga. Por ejemplo, la contribución al cortante de la carga concentrada P aplicada en el punto medio C de una viga simplemente apoyada (figura 5.8) puede representarse por $-P\langle x - \frac{1}{2}L \rangle^0$, ya que esta expresión es igual a cero a la izquierda de C , y a $-P$ a la derecha de C . Sumando la contribución de la reacción $R_A = \frac{1}{2}P$ en A , se expresa el cortante en cualquier punto de la viga como

$$V(x) = \frac{1}{2}P - P\langle x - \frac{1}{2}L \rangle^0$$

El momento flector se obtiene integrando esta expresión:

$$M(x) = \frac{1}{2}Px - P\langle x - \frac{1}{2}L \rangle^1$$

Las funciones de singularidad que representan, respectivamente, la carga, el corte y el momento flector correspondientes a varias cargas básicas se presentarán en la figura 5.19 en la página 346. Se explicó que una carga distribuida que no se extiende hasta el extremo derecho de la viga, o que es discontinua, deberá reemplazarse por una combinación equivalente de cargas abiertas. Por ejemplo, una carga uniformemente distribuida que se extienda desde $x = a$ hasta $x = b$ (figura 5.20) deberá expresarse como

$$w(x) = w_0\langle x - a \rangle^0 - w_0\langle x - b \rangle^0$$

La contribución de esta carga al cortante y al momento flector puede obtenerse mediante dos integraciones sucesivas. Sin embargo, deberá tenerse cuidado de incluir también en la expresión para $V(x)$ la contribución de las cargas concentradas y de las reacciones, y de incluir en la expresión para $M(x)$ la contribución de los pares concentrados [véase ejemplos 5.05 y 5.06, y problemas modelo 5.9 y 5.10]. También se observó que las funciones de singularidad se adaptan bien para usarse en computadoras.

Hasta ese punto el estudio se habrá concentrado en las vigas prismáticas, es decir, vigas con sección transversal uniforme. Por ello, en la sección 5.6 se inició el análisis del diseño de vigas no prismáticas, es decir, vigas con sección transversal variable. Se vio que al seleccionar la forma y el tamaño de la sección transversal de manera que su módulo de sección elástico $S = I/c$ variara a lo largo de la viga de la misma manera que el momento flector, pueden diseñarse vigas para las que σ_m en cada sección sea igual a σ_{perm} . En tales vigas, llamadas *vigas de resistencia constante*, el material rinde mejor que en las vigas prismáticas. Su módulo de sección en cualquier sección a lo largo de la viga se definió por la relación

$$S = \frac{M}{\sigma_{perm}} \tag{5.18}$$

REPASO Y RESUMEN DEL CAPÍTULO 6

Esfuerzos en un elemento de viga

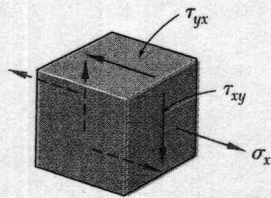


Figura 6.2

Este capítulo se dedicó al análisis de vigas y de elementos de pared delgada sometidos a cargas transversales.

En la sección 6.1 se consideró un pequeño elemento localizado en el plano vertical de simetría de una viga bajo carga transversal (figura 6.2) y se encontró que los esfuerzos normales σ_x y los esfuerzos cortantes τ_{xy} se ejercen en las caras transversales de dicho elemento, mientras que los esfuerzos cortantes τ_{yx} , con igual magnitud que τ_{xy} , se ejercen en sus caras horizontales.

En la sección 6.2 se consideró una viga prismática AB con un plano vertical de simetría que soporta varias cargas concentradas y distribuidas (figura 6.5). A una distancia x desde el extremo A se desprendió de la vi-

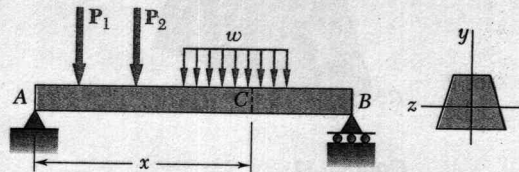


Figura 6.5

ga un elemento $CDD'C'$ de longitud Δx que se extiende por el ancho de la viga desde la superficie superior de ella hasta un plano horizontal localizado a una distancia y_1 desde el eje neutro (figura 6.6). Se encontró que

Cortante horizontal en una viga

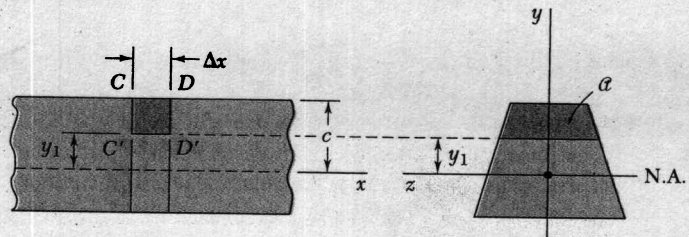


Figura 6.6

la magnitud de la fuerza cortante ΔH ejercida sobre la cara inferior del elemento de viga es

$$\Delta H = \frac{VQ}{I} \Delta x \quad (6.4)$$

donde V = cortante vertical en la sección transversal dada

Q = primer momento con respecto al eje neutro de la sección sombreada α de la sección

I = momento centroidal de inercia de toda el área de la sección transversal.

El cortante horizontal por unidad de longitud, o flujo cortante, que fue representado por la letra q , se obtuvo dividiendo ambos miembros de la ecuación (6.4) entre Δx :

$$q = \frac{\Delta H}{\Delta x} = \frac{VQ}{I} \quad (6.5)$$

Dividiendo ambos miembros de la ecuación (6.4) entre el área ΔA de la cara horizontal del elemento y observando que $\Delta A = t \Delta x$, donde t es el espesor del elemento en el corte, se obtuvo en la sección 6.3 la siguiente expresión para el esfuerzo cortante promedio sobre la cara horizontal del elemento

$$\tau_{\text{prom}} = \frac{VQ}{It} \quad (6.6)$$

Se advirtió además que, como los esfuerzos cortantes τ_{xy} y τ_{yx} ejercidos respectivamente sobre un plano transversal y uno horizontal a través de D' son iguales, la expresión en la ecuación (6.6) también representa el valor promedio de τ_{xy} a lo largo de la línea $D'_1 D'_2$ (figura 6.12).

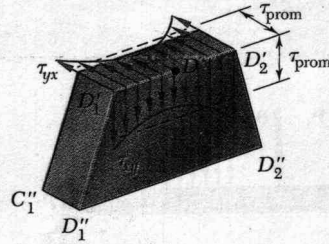


Figura 6.12

En las secciones 6.4 y 6.5 se analizaron los esfuerzos cortantes en una viga de sección transversal rectangular. Se encontró que la distribución de esfuerzos es parabólica y que el máximo esfuerzo, que ocurre en el centro de la sección, es

$$\tau_{\text{max}} = \frac{3V}{2A} \quad (6.10)$$

donde A es el área de la sección rectangular. Para vigas con patines anchos, se encontró que una buena aproximación al esfuerzo cortante máximo puede obtenerse al dividir el cortante V entre el área transversal del alma.

En la sección 6.6 se mostró que las ecuaciones (6.4) y (6.5) aún pueden utilizarse para determinar, respectivamente, la fuerza cortante longitudinal ΔH y el flujo cortante q ejercidos sobre un elemento de viga si el elemento se encuentra limitado por una superficie curva arbitraria en lugar de un plano horizontal (figura 6.24). Esto permitió extender el uso, en

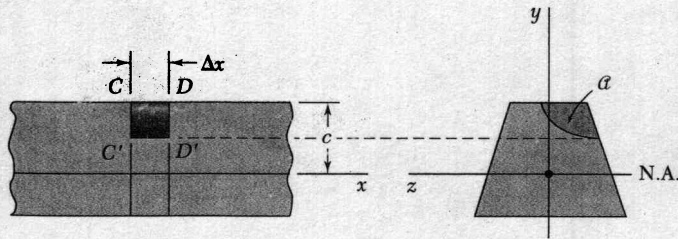


Figura 6.24

Flujo cortante

Esfuerzos cortantes en una viga

Esfuerzos cortantes en una viga de sección transversal rectangular

Cortante longitudinal en una superficie curva

la sección 6.7, de la ecuación (6.6) para determinar el esfuerzo cortante promedio en elementos de pared delgada como las vigas de patín ancho y las vigas de caja, en los patines de dichos elementos y en sus almas (figura 6.32).

Esfuerzos cortantes en los elementos de pared delgada

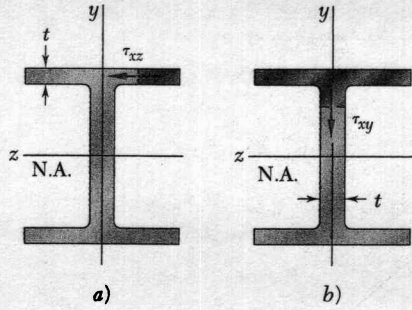


Figura 6.32

Deformaciones plásticas

En la sección 6.8 se consideró el efecto de las deformaciones plásticas sobre la magnitud y distribución de los esfuerzos cortantes. Del capítulo 4 se recordó que una vez iniciada la deformación plástica, la carga adicional provoca que las zonas plásticas penetren en el núcleo elástico de una viga. Tras demostrar que los esfuerzos cortantes pueden ocurrir sólo en el núcleo elástico de la viga, se advirtió que tanto un incremento en la carga como un decremento resultante en el tamaño del núcleo elástico contribuyen al incremento en los esfuerzos cortantes.

Carga asimétrica
Centro de corte

En la sección 6.9 se consideraron elementos prismáticos sin carga sobre su plano de simetría y se observó que, en general, ocurrirán tanto flexión como torsión. Se aprendió a localizar el punto *O* de la sección transversal, conocido como el *centro de corte*, donde las cargas deberán aplicarse si el elemento ha de doblarse sin torcerse (figura 6.49) y se encontró que si las cargas se aplican en dicho punto, la siguiente ecuación permanece válida:

$$\sigma_x = -\frac{My}{I} \quad \tau_{prom} = \frac{VQ}{It} \quad (4.16, 6.6)$$

Utilizando el principio de la superposición, también se explicó cómo determinar los esfuerzos en elementos de pared delgada como canales, ángulos y vigas extruidas [véase ejemplo 6.07 y problema modelo 6.6].

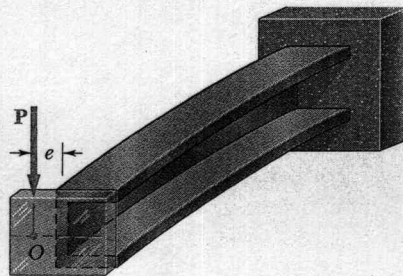


Figura 6.49

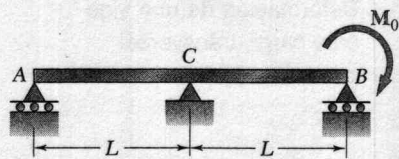


Figura P9.155

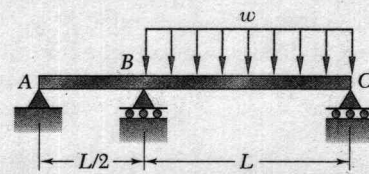


Figura P9.156

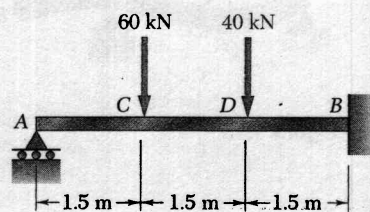


Figura P9.157

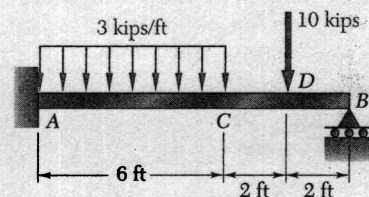


Figura P9.158

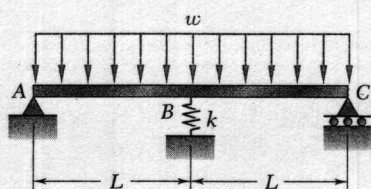


Figura P9.159 y P9.160

9.155 y 9.156 Para la viga y carga que se indican en la figura, determine la reacción en cada apoyo.

9.157 y 9.158 Determine la reacción en el apoyo móvil y dibuje el diagrama de momento flexionante para la viga y carga que se muestran en la figura.

9.159 Para la viga y carga indicadas, calcule la constante del resorte k para la que el momento flector en B es $M_B = -wL^2/10$.

9.160 Para la viga y carga que se muestran, encuentre la constante del resorte k para la cual la fuerza en éste es igual a un tercio de la carga total sobre la viga.

REPASO Y RESUMEN DEL CAPÍTULO 9

Este capítulo se dedicó a determinar las pendientes y deflexiones de vigas sometidas a cargas transversales, para lo que se emplearon dos enfoques. En primer lugar, se usó un método matemático basado en el método de integración de una ecuación diferencial para obtener las pendientes y deflexiones en cualquier punto de la viga. Luego se utilizó el *método del momento de área* para encontrar las pendientes y deflexiones en un punto dado de la viga. Se hizo énfasis especial en el cálculo de la deflexión máxima de una viga sometida a una carga dada. También se aplicaron estos métodos en la determinación de las deflexiones en el análisis de *vigas indeterminadas*, que son aquellas en las que el número de reacciones en los apoyos excede el número de ecuaciones de equilibrio disponibles para determinar dichas incógnitas.

En la sección 9.2 se hizo notar que la ecuación (4.21) de la sección 4.4, que relaciona la curvatura $1/\rho$ de la superficie neutra y el momento flector M en una viga prismática sometida a flexión pura, puede aplicarse a una viga bajo carga transversal pero que M y $1/\rho$ variarán de sección a sección. Llamando x la distancia desde el extremo izquierdo de la viga, se escribe

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M(x)}{EI} \quad (9.1)$$

Esta ecuación permite determinar el radio de curvatura de la superficie neutra para cualquier valor de x y extraer algunas conclusiones generales en cuanto a la forma de la viga deformada.

En la sección 9.3 se estudió cómo obtener una relación entre la deflexión y de una viga, medida en un punto dado Q , y la distancia x de ese punto a algún origen fijo (figura 9.6b). Tal relación define la *curva elástica* de una viga. Expresando la curvatura $1/\rho$ en función de las derivadas de $y(x)$ y reemplazando en (9.1), se obtuvo la siguiente ecuación diferencial lineal de segundo orden:

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{M(x)}{EI} \quad (9.4)$$

Integrando esta ecuación dos veces, se obtuvieron las siguientes expresiones para la pendiente $\theta(x) = dy/dx$ y la deflexión $y(x)$, respectivamente.

$$EI \frac{dy}{dx} = \int_0^x M(x) dx + C_1 \quad (9.5)$$

$$EI y = \int_0^x dx \int_0^x M(x) dx + C_1 x + C_2 \quad (9.6)$$

El producto EI se conoce como la *rigidez a flexión* de la viga; C_1 y C_2 son dos constantes de integración, que pueden calcularse de las *condiciones de frontera* impuestas en la viga por sus apoyos [véase figura 9.8 y el ejemplo 9.01]. La deflexión máxima se obtiene determinando el valor de x que hace que la pendiente sea igual a cero y el correspondiente valor de y [véase ejemplo 9.02 y el problema modelo 9.1].

Deformación de una viga bajo carga transversal

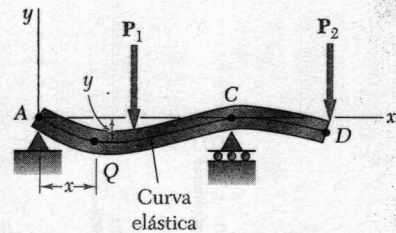


Figura 9.6b

Condiciones de frontera

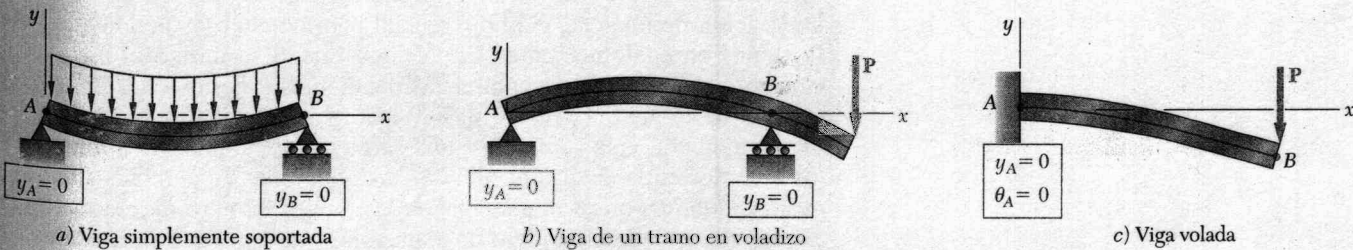


Figura 9.8 Condiciones de frontera para vigas estáticamente determinadas.

Curva elástica definida con funciones diferentes

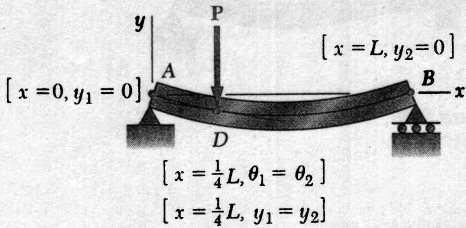
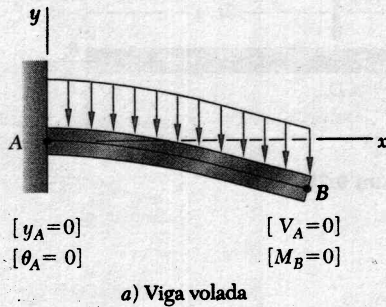


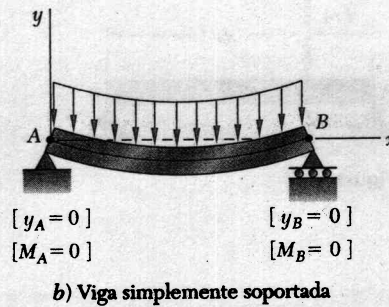
Figura 9.20

Cuando la carga es tal que se requieren diferentes funciones para representar el momento flector en diversas porciones de la viga, también se requieren varias ecuaciones diferenciales que conducirán a funciones diferentes para la pendiente $\theta(x)$ y la deflexión $y(x)$ en las porciones de la viga. En el caso de la viga y cargas consideradas en el ejemplo 9.03 (figura 9.20) se necesitaron dos ecuaciones diferenciales, una para la porción AD de la viga y otra para la porción BD. La primera generó las funciones θ_1 y y_1 , la segunda θ_2 y y_2 . En total hubo que determinar cuatro constantes de integración; dos se obtuvieron anulando las deflexiones en A y B y las otras dos expresando que en D, la pendiente y la deflexión eran comunes para las porciones AD y DB de la viga.

En la sección 9.4 se estudió que en el caso de una viga con carga distribuida $w(x)$, la curva elástica puede obtenerse directamente de $w(x)$ mediante cuatro integraciones sucesivas que dan V , M , θ y y , en ese orden. Para la viga en voladizo de la figura 9.21a y la viga simplemente apoyada de la figura 9.21b, las cuatro constantes de integración pueden obtenerse de las cuatro condiciones de frontera indicadas en la figura [véase el ejemplo 9.04 y el problema modelo 9.2].



a) Viga volada



b) Viga simplemente soportada

Figura 9.21 Condiciones de frontera para vigas que soportan cargas distribuidas.

Vigas estáticamente indeterminadas

En la sección 9.5 se analizaron las vigas estáticamente indeterminadas, es decir, vigas apoyadas de tal manera que las reacciones de los apoyos incluían cuatro o más incógnitas. Como sólo hay tres ecuaciones de equilibrio, era necesario complementarlas con ecuaciones obtenidas de las condiciones de frontera impuestas por los apoyos. Para la viga de la figura 9.24, se observó que las reacciones en los apoyos comprendían cuatro incógnitas, M_A , A_x , A_y y B. Una viga como ésta es indeterminada de primer grado. (Si se hubieran incluido cinco incógnitas, la viga sería inde-

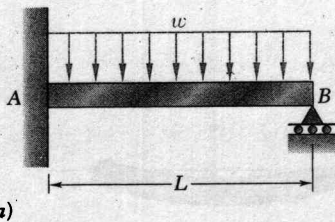
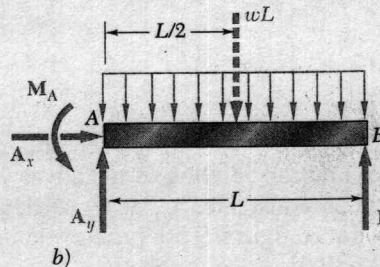


Figura 9.24



terminación 9.05], tales incógnitas 9.24b expres

El minar mática de una funcio método en tod funcio ciable

sidera cualqu

en do tesis tres v

en do la car ordina condi proble

terminada de segundo grado.) Expresando el momento flector $M(x)$ en función de las cuatro incógnitas e integrando dos veces [véase el ejemplo 9.05], se determinaron la pendiente $\theta(x)$ y la deflexión $y(x)$ en función de tales incógnitas y de las constantes de integración C_1 y C_2 . Las seis incógnitas incluidas en este cálculo se obtuvieron resolviendo simultáneamente las tres ecuaciones de equilibrio para el cuerpo libre de la figura 9.24b y las tres ecuaciones que expresan $\theta = 0$, $y = 0$ para $x = 0$, y que expresan $y = 0$ para $x = L$ [véase figura 9.25 y problema modelo 9.3].

El método de integración proporciona un modo eficiente para determinar la pendiente y la deflexión de cualquier punto de una viga prismática, siempre que el momento flector M pueda representarse por medio de una función analítica única. Sin embargo, cuando se requieren varias funciones para representar a M sobre toda la longitud de la viga, dicho método resulta laborioso ya que requiere ajustar pendientes y deflexiones en todo punto de transición. En la sección 9.6 se estudió que el uso de *funciones de singularidad* (introducidas en la sección 5.5) simplifica apreciablemente el cálculo de θ y de y en cualquier punto de la viga. Con-

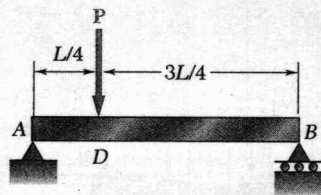


Figura 9.17

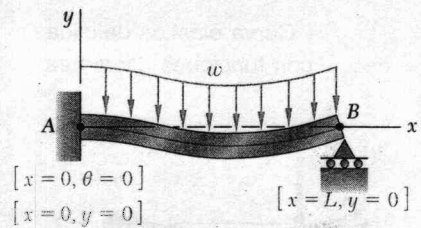


Figura 9.25

Uso de las funciones de singularidad

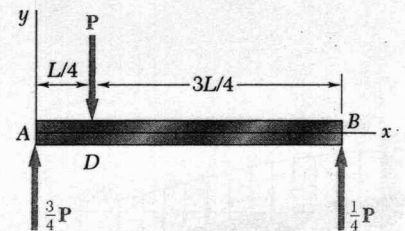


Figura 9.29

siderando de nuevo el ejemplo 9.03 (figura 9.17), la fuerza cortante de cualquier punto de la viga se expresó como

$$V(x) = \frac{3P}{4} - P\langle x - \frac{1}{4}L \rangle^0$$

en donde la función paso $\langle x - \frac{1}{4}L \rangle^0$ es 0 cuando la cantidad entre paréntesis triangulares $\langle \ \rangle$ es negativa, e igual a uno de otra manera. Integrando tres veces, se obtiene sucesivamente

$$M(x) = \frac{3P}{4}x - P\langle x - \frac{1}{4}L \rangle \quad (9.44)$$

$$EI\theta = EI \frac{dy}{dx} = \frac{3}{8}Px^2 - \frac{1}{2}P\langle x - \frac{1}{4}L \rangle^2 + C_1 \quad (9.46)$$

$$EI y = \frac{1}{8}Px^3 - \frac{1}{6}P\langle x - \frac{1}{4}L \rangle^3 + C_1x + C_2 \quad (9.47)$$

en donde los paréntesis triangulares $\langle \ \rangle$ deben reemplazarse por cero si la cantidad que está en el interior de ellos es negativa, y por paréntesis ordinarios en otro caso. Las constantes C_1 y C_2 se determinan de las condiciones de frontera de la figura 9.30 [véase ejemplo 9.06 y los problemas modelo 9.4, 9.5, 9.6].

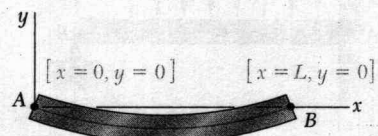


Figura 9.30

Método de superposición

Vigas estáticamente indeterminadas por superposición

La parte siguiente del capítulo se dedicó al *método de superposición*, que consiste en determinar separadamente, y luego sumar, la pendiente y la deflexión causadas por las diferentes cargas aplicadas a una viga [véase sección 9.7]. Este método se facilitó mediante el uso de la tabla del apéndice D, que trae pendientes y deflexiones de viga para varias cargas y tipos de apoyo [véase ejemplo 9.07 y problema modelo 9.7].

El método de superposición puede usarse efectivamente con *vigas estáticamente indeterminadas* [véase sección 9.8]. En el caso de la viga del ejemplo 9.08 (figura 9.36), que incluye cuatro reacciones desconocidas y es determinada de *primer grado*, la reacción en B se tomó como *redundante*

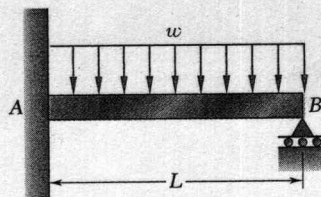


Figura 9.36

dante y la viga se liberó de ese apoyo. Tratando a R_B como una carga desconocida y considerando, en forma separada, las deflexiones causadas en B por la carga distribuida dada y por R_B se dijo que la suma de estas deflexiones era cero (figura 9.37). Se despejó R_B de la ecuación obtenida (véase también el problema muestra 9.8). En el caso de una viga indeterminada de *segundo grado*, es decir, con reacciones en los apoyos que incluyen cinco incógnitas, deben designarse dos reacciones como redundantes y eliminarse o modificarse adecuadamente los correspondientes apoyos [véase problema muestra 9.9].

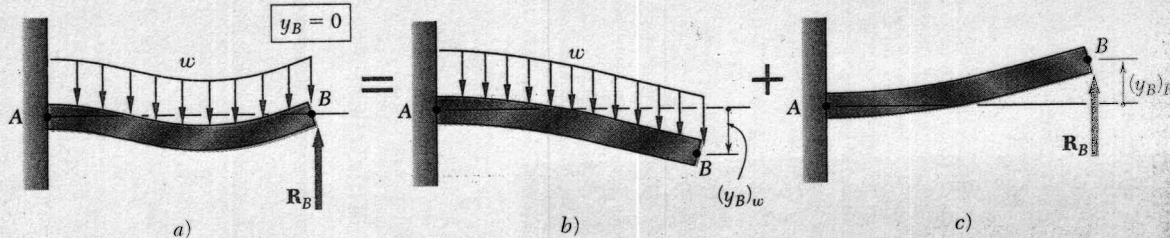


Figura 9.37

Primer teorema del momento de área

A continuación se estudió la determinación de las deflexiones y pendientes de vigas por medio del *método del momento de área*. Con objeto de deducir los *teoremas de momento de superficie* [sección 9.9], primero se dibujó el diagrama que representa la variación de la cantidad M/EI a lo largo de la viga, obtenido dividiendo el momento flector M entre la rigidez a flexión EI (figura 9.41). Luego se obtuvo el *primer teorema de momento de área*, el cual establece lo siguiente: *el área bajo el diagrama (M/EI) entre dos puntos es igual al ángulo entre las tangentes a la curva elástica dibujada en dichos puntos*. Al considerar tangentes en C y D, queda

$$\theta_{D/C} = \text{área debajo del diagrama } (M/EI) \text{ entre C y D} \quad (9.56)$$

Usar flectada la distancia respecto a D es igual por C, distinguí 9.45a)

y la des

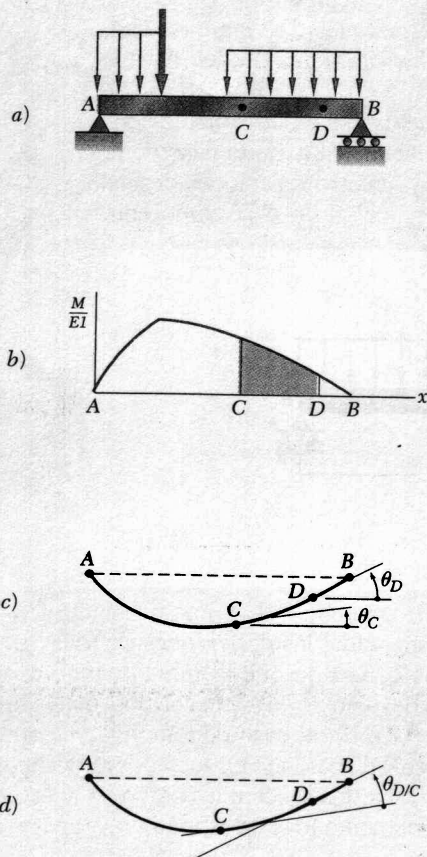


Figura 9.41 Primer teorema de momento de superficie.

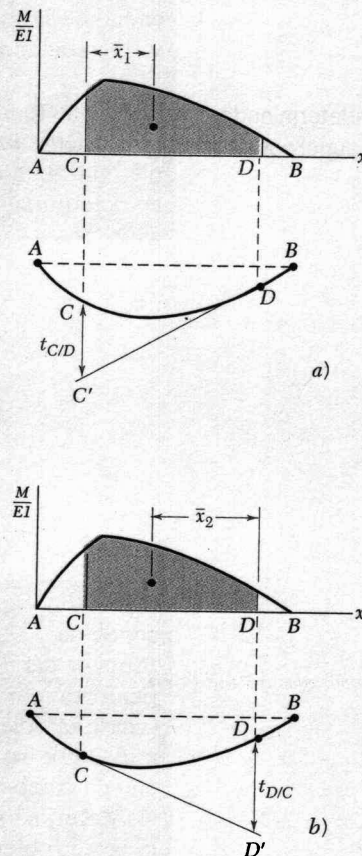


Figura 9.45 Segundo teorema de momento de superficie.

Usando nuevamente el diagrama (M/EI) y un boceto de la viga deflexada (figura 9.45), se dibujó la tangente en el punto D y se consideró la distancia vertical $t_{D/C}$, que se llamó la desviación tangencial de C respecto a D . Luego se dedujo el segundo teorema del momento de área, que establece lo siguiente: la desviación tangencial $t_{D/C}$ de C con respecto a D es igual al primer momento, con respecto a un eje vertical que pasa por C , del área bajo el diagrama (M/EI) entre C y D . Se tuvo cuidado en distinguir entre la desviación tangencial de C con respecto a D (figura 9.45a)

$$t_{CD} = (\text{área entre } C \text{ y } D) \bar{x}_1 \quad (9.59)$$

y la desviación tangencial de D con respecto a C (figura 9.45b):

$$t_{D/C} = (\text{área entre } C \text{ y } D) \bar{x}_2 \quad (9.60)$$

Segundo teorema del momento de área

Deflexión de vigas

Vigas en voladizo
Vigas con cargas simétricas

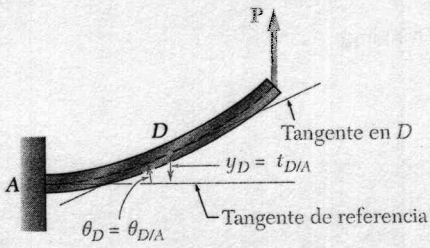
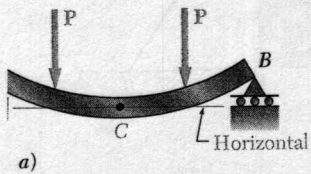


Figura 9.46



a) 9.47

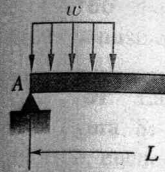
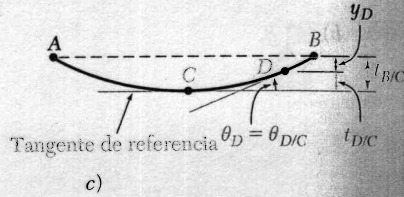
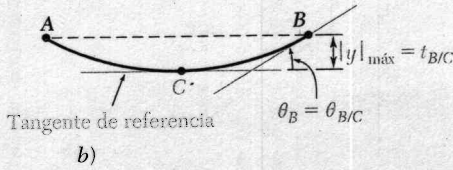


Figura 9.68

En la sección 9.10 se aprendió a determinar la pendiente y la deflexión en puntos de vigas en voladizo y vigas con cargas simétricas. Para vigas voladas, la tangente en el apoyo fijo es horizontal (figura 9.46); y para vigas cargadas simétricamente, la tangente es horizontal en el punto medio C de la viga (figura 9.47). Al usar la tangente horizontal como *tangente de referencia*, fue posible determinar pendientes y deflexiones con el uso del primero y segundo teoremas de momento de área, respectivamente [ejemplo 9.09, problemas modelo 9.10 y 9.11]. Se observó que para encontrar una deflexión que no sea una desviación tangencial (figura 9.47c) es necesario determinar primero cuáles desviaciones tangenciales pueden combinarse para obtener la deflexión deseada.

Diagrama de momento flexionante por partes

Cargas asimétricas

En muchos casos, la aplicación de los teoremas de momento de área se simplifica si se considera separadamente el efecto de cada carga [véase sección 9.11]. Para hacer esto se elaboró el *diagrama (M/EI) por partes* dibujando un diagrama (M/EI) distinto para cada carga. Las áreas y momentos de área bajo los diversos diagramas pueden sumarse para determinar pendientes y desviaciones tangenciales para la viga y carga originales [véase ejemplos 9.10 y 9.11].

En la sección 9.12 se extendió el uso del método del momento de área para incluir vigas con *cargas asimétricas*. Se observó que por lo general, no es posible localizar una tangente horizontal, por lo que se seleccionó una tangente de referencia en uno de los apoyos de la viga, ya que la pendiente de dicha tangente puede determinarse con facilidad. Por ejemplo, para la viga y carga que se ven en la figura 9.59, la pendiente de la tangente en A se obtiene calculando la desviación tangencial $t_{B/A}$ y dividiendo la distancia L entre los apoyos A y B. Después, con el empleo de ambos

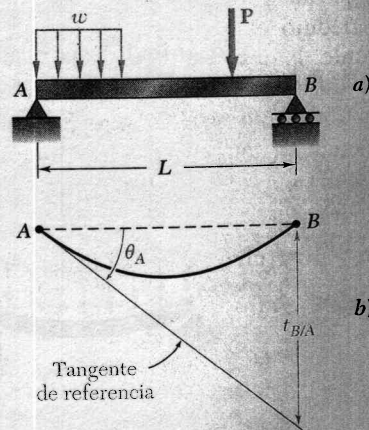


Figura 9.59

teoremas de...
nar la pendiente...
9.12 y proble...

La deflexión...
ralmente no c...
precedente se...
flexión máx...
servar que la

$\theta_{K/A} = -\theta_A$. A...
determinó la k...
de un área igu...
la desviación t...

En la última...
momento de ár...
las reacciones...
pueden determi...
reacciones en la...
ción redundante...
con respecto a...
(figura 9.72b) y...
que bajo la acc...
desviación tang...
que

La partir de es...
ndante M_A [v...

Fig

teoremas de momentos de área y geometría elemental, se pudo determinar la pendiente y deflexión en cualquier punto de la viga [véase ejemplo 9.12 y problema modelo 9.12].

La deflexión máxima de una viga cargada en forma asimétrica generalmente no ocurre a la mitad del claro. El enfoque descrito en el párrafo precedente se empleó para determinar el punto K en donde se da la deflexión máxima, así como la magnitud de ésta [véase sección 9.13]. Al observar que la pendiente en K es igual a cero (figura 9.68), se concluyó que

Deflexión máxima

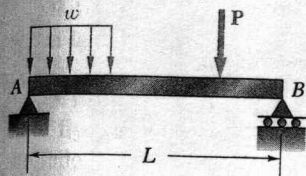
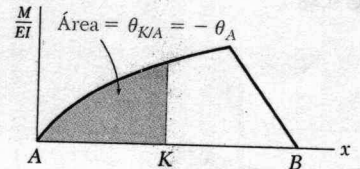
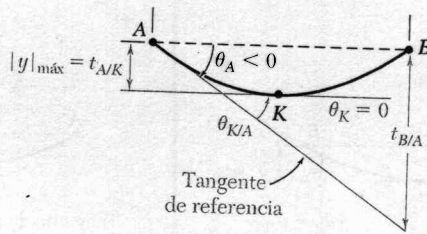


Figura 9.68



$\theta_{K/A} = -\theta_A$. Al tener presente el primer teorema de momento de área, se determinó la localización de K con la medición bajo el diagrama (M/EI) de un área igual a $\theta_{K/A}$. Se obtuvo la deflexión máxima con el cálculo de la desviación tangencial $t_{A/K}$ [véase problemas modelo 9.12 y 9.13].

En la última parte del capítulo [sección 9.14] se aplicó el método de momento de área al análisis de vigas estáticamente indeterminadas. Como las reacciones para la viga y carga que se muestran en la figura 9.71 no pueden determinarse sólo con la estática, se designó redundante una de las reacciones en la viga (M_A en la figura 9.72a) y se consideró a dicha reacción redundante como una carga incógnita. La desviación tangencial de B con respecto a A se consideró en forma separada para la carga distribuida (figura 9.72b) y para la reacción redundante (figura 9.72c). Al expresar que bajo la acción combinada de la carga distribuida y del par M_A la desviación tangencial de B con respecto a A debía ser cero, se concluyó que

Vigas estáticamente indeterminadas

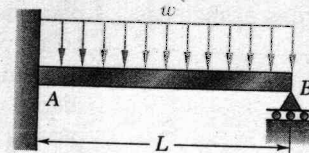


Figura 9.71

$$t_{B/A} = (t_{B/A})_w + (t_{B/A})_M = 0$$

Y a partir de esta expresión se determinó la magnitud de la reacción redundante M_A [véase ejemplo 9.14 y problema modelo 9.14].

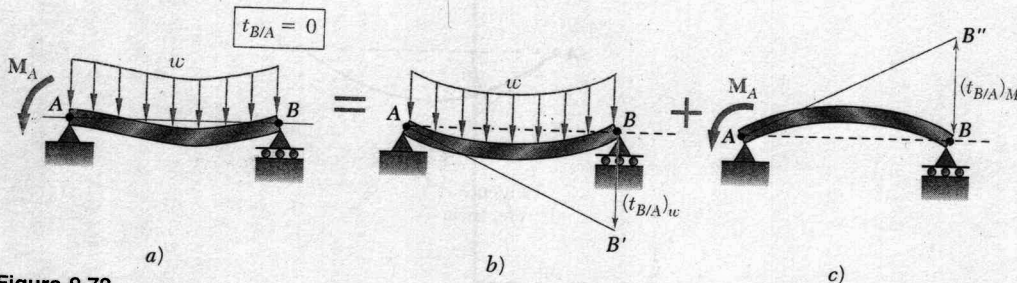


Figura 9.72

A-MAQ
ANÁLISIS DE MAQUINARIA



**TECNOLOGÍA PARA LA
CONFIABILIDAD**

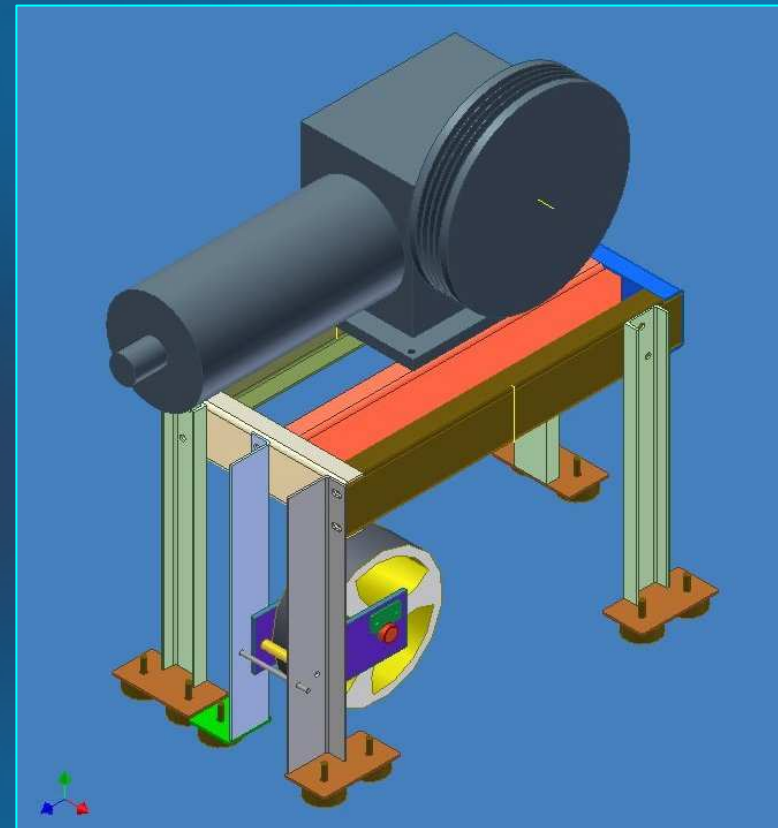


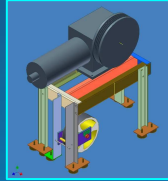
REVISIÓN TÉCNICA DE LA OPERACIÓN DINÁMICA DE LOS SISTEMAS DE TRANSPORTE VERTICAL

TRASMISIÓN DE RUIDOS A
ESPACIOS ALEDAÑOS

ESTABILIDAD DE LA BANCADA

COMPORTAMIENTO ACÚSTICO
DE LA CABINA

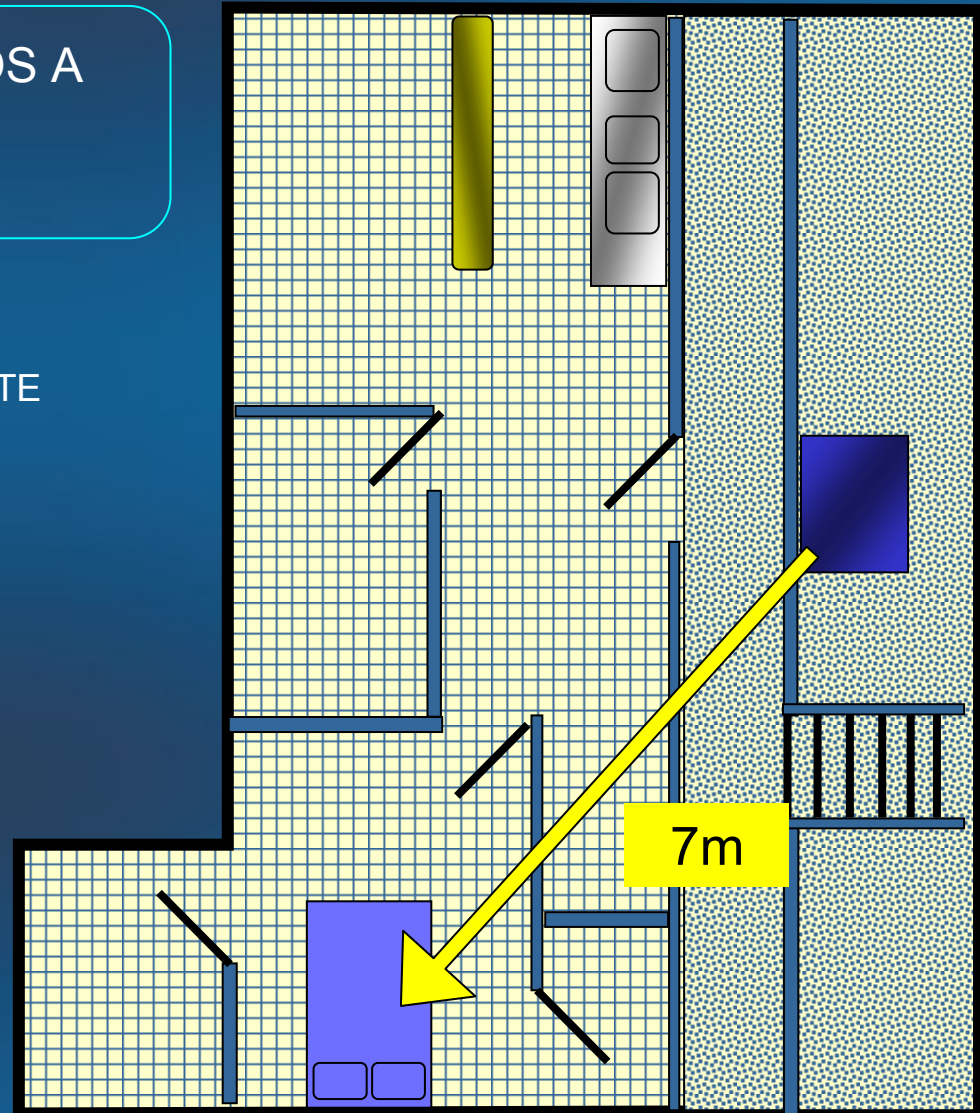


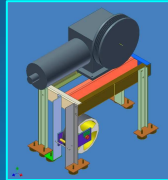


TRASMISIÓN DE RUIDOS A ESPACIOS ALEDAÑOS

EL USUARIO REPORTA PROBLEMAS DE SALUD A CAUSA DEL RUIDO PROVENIENTE DEL ASCENSOR EN MOVIMIENTO.

LA MEDICIÓN CONFIRMA QUE EL MOVIMIENTO DEL ASCENSOR PRODUCE RUIDOS PERCEPTIBLES A 7 m APROX.

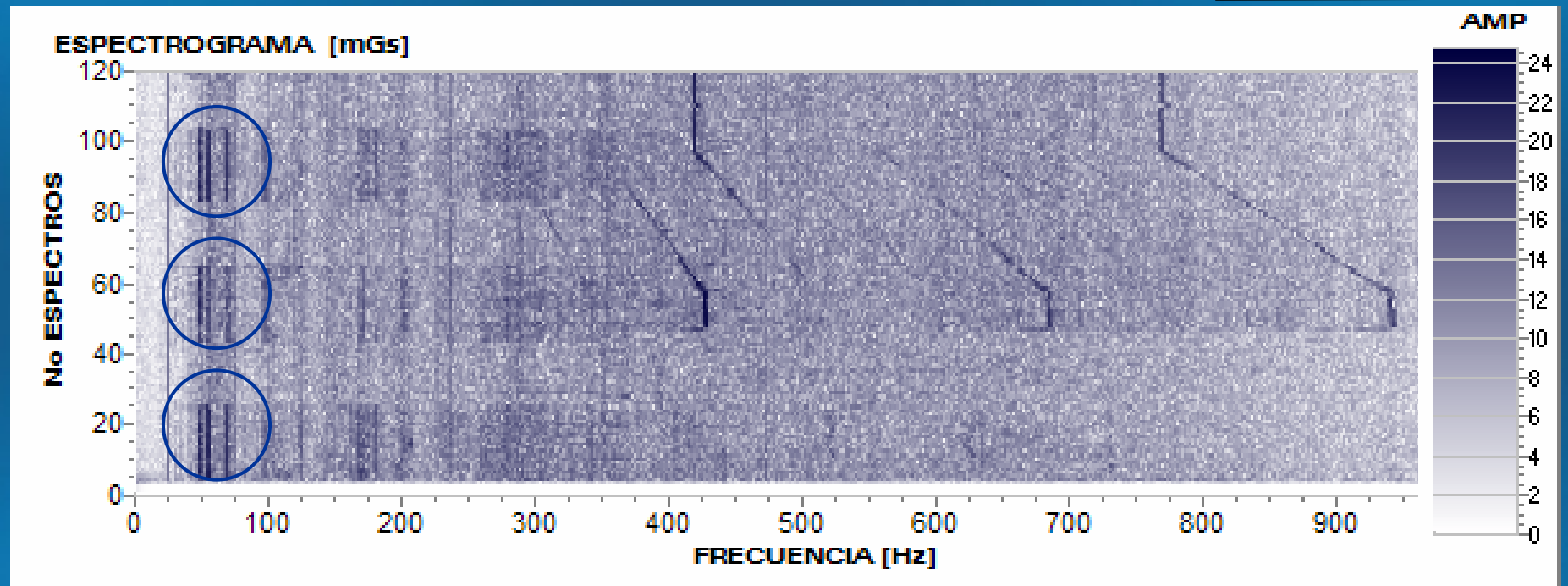
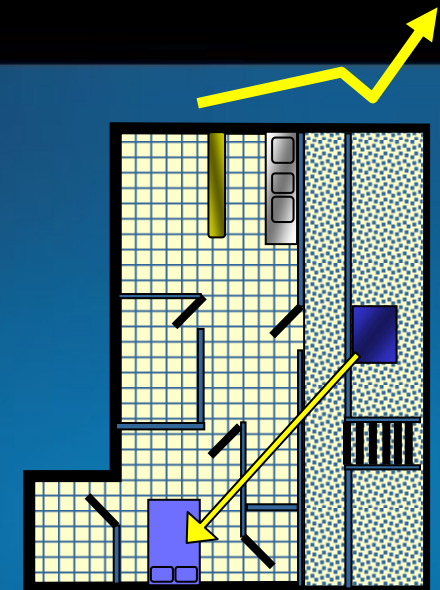


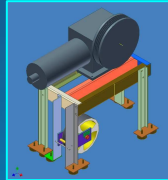


TRASMISIÓN DE RUIDOS A ESPACIOS ALEDAÑOS

SE ESCUCHAN RUIDOS A 49, 54 Y 70 Hz..

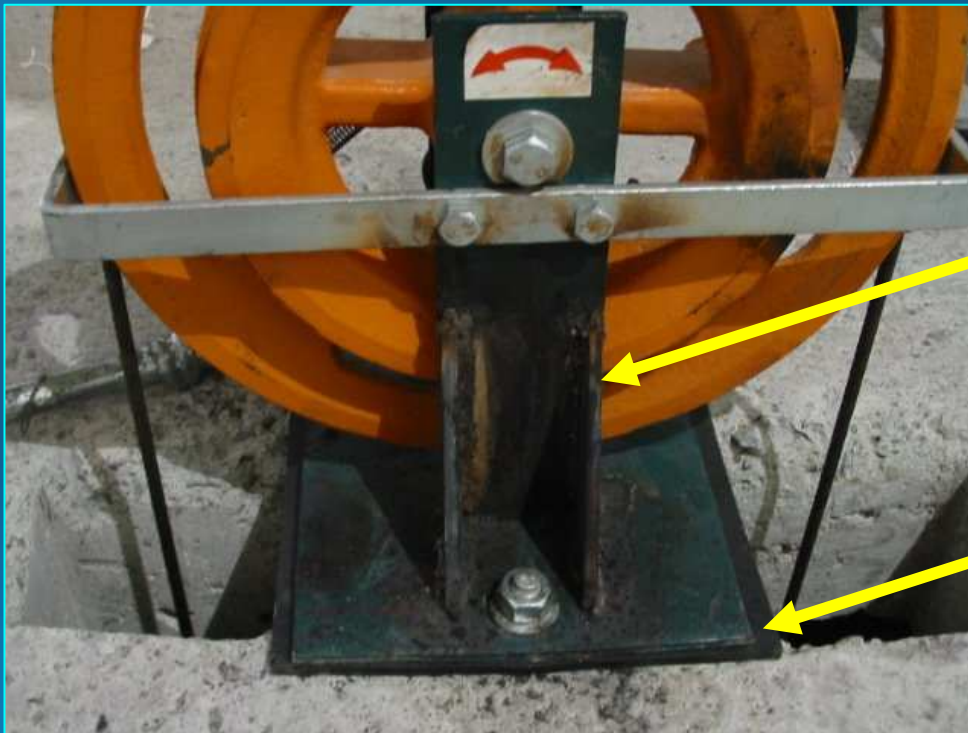
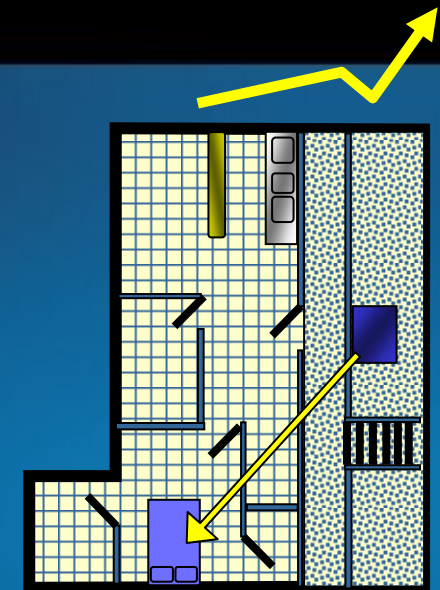
EL RUIDO “MÁS AUDIBLE” ES EL DE 70 Hz..





TRASMISIÓN DE RUIDOS A ESPACIOS ALEDAÑOS

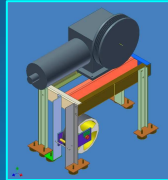
OBJETIVO: DESPLAZAR LA FRECUENCIA DE RESONANCIA DE 70 HZ DEL LIMITADOR.



RIGIDIZACIÓN

AISLAMIENTO VIBRACIONAL

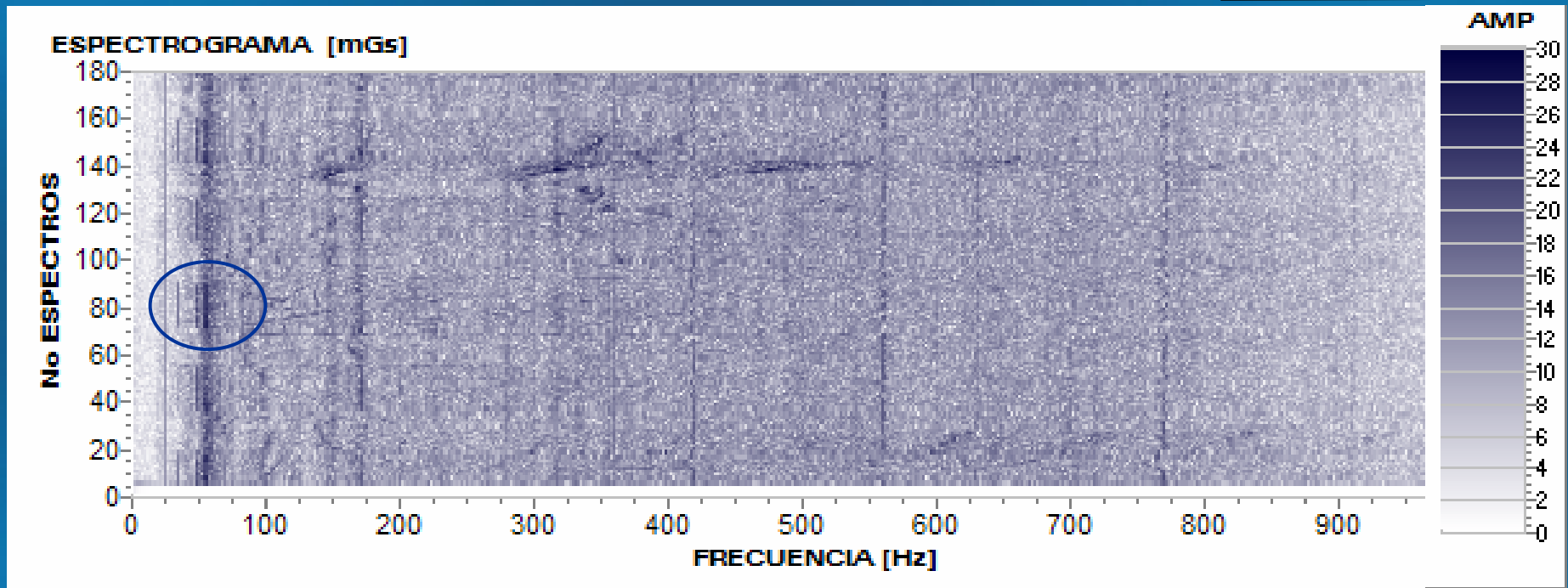
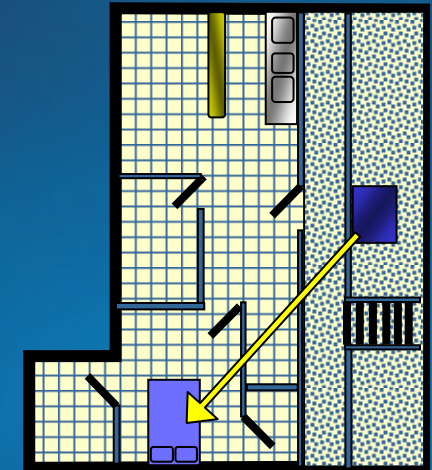


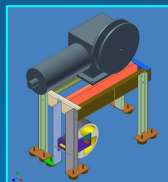


TRASMISIÓN DE RUIDOS A ESPACIOS ALEDAÑOS

DESAPARECIÓ EL RUIDO DE 70 Hz..

SE INCREMENTA EL RUIDO A 54 Hz. PERMANECE EL DE 49 Hz.

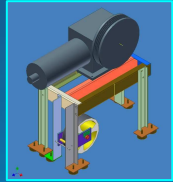




ESTABILIDAD DE BANCADA

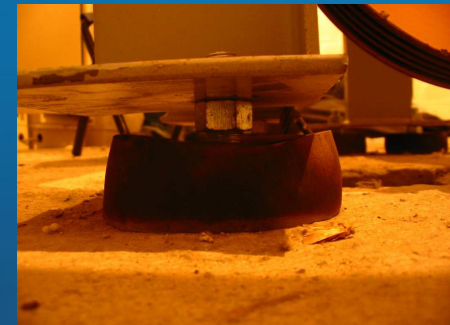
SILENT BLOCKS NORMALES VS EN COLAPSO



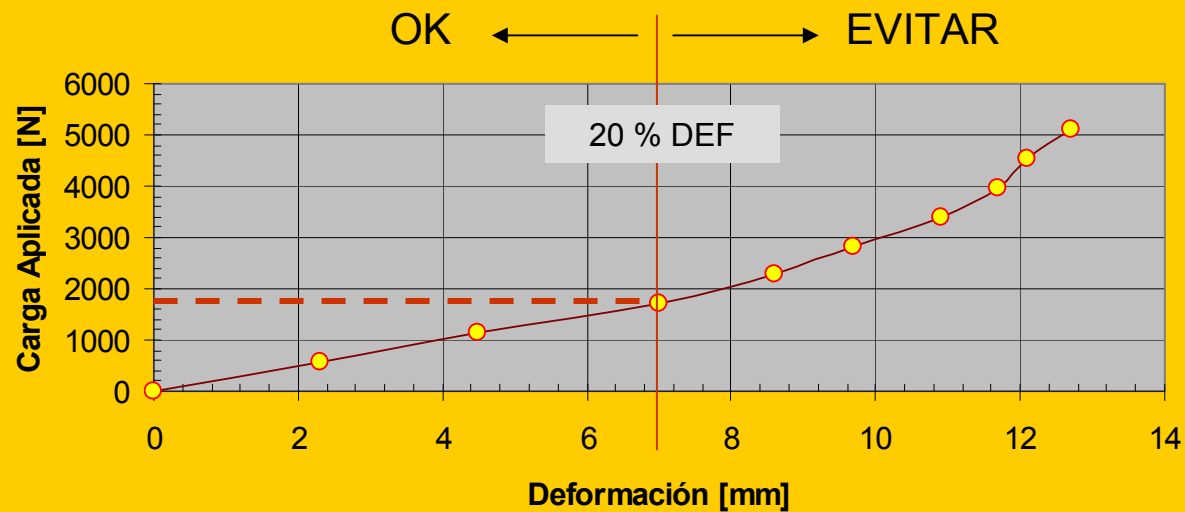


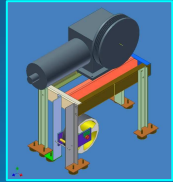
ESTABILIDAD DE BANCADA

- Carga máxima en un equipo estándar = 3600 Kg
- Una bancada lleva 8 Silent-Blocks de L = 35 mm
- Cada uno soporta en promedio 450 Kg.



CURVA CARGA VS DEFORMACIÓN

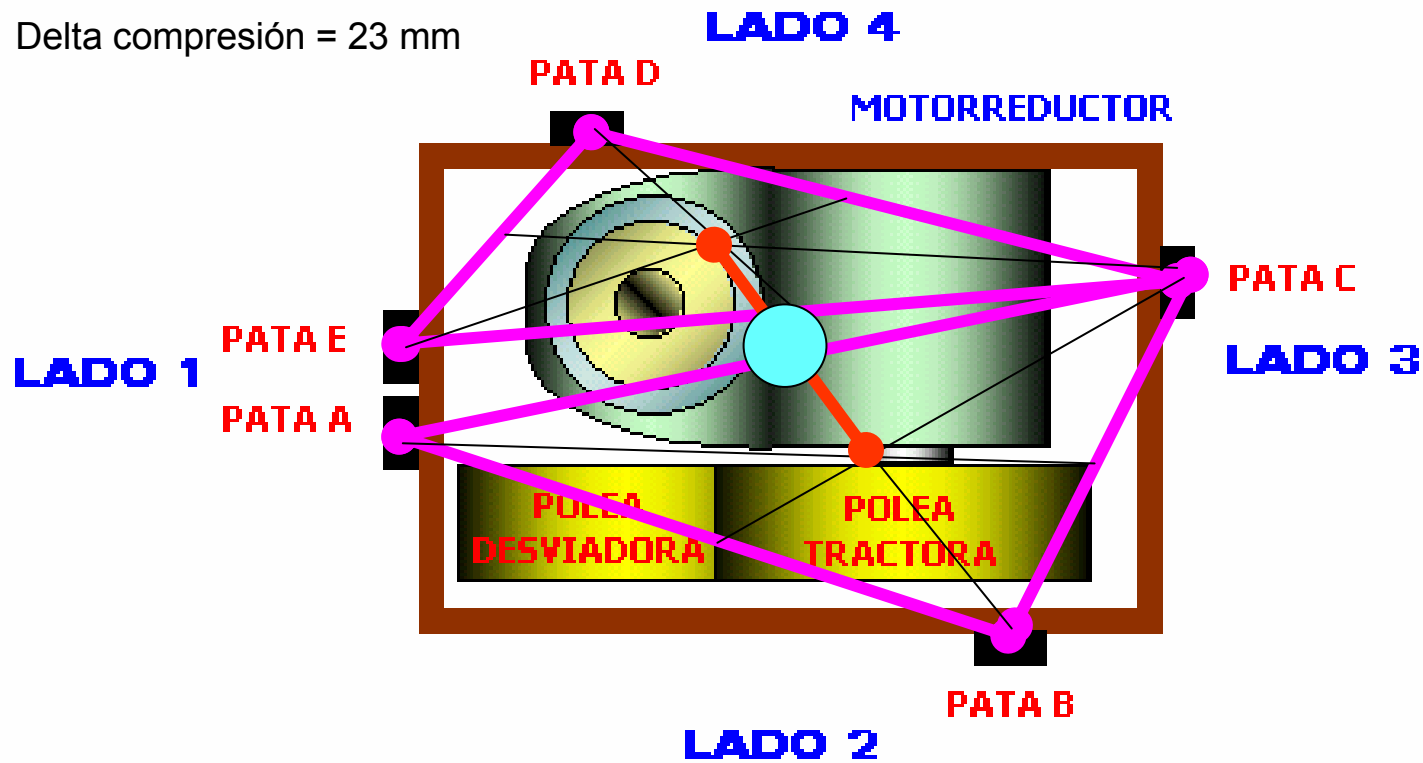


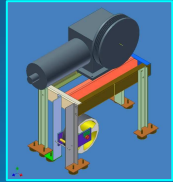


ESTABILIDAD DE BANCADA (CÁLCULO)



Delta compresión = 23 mm



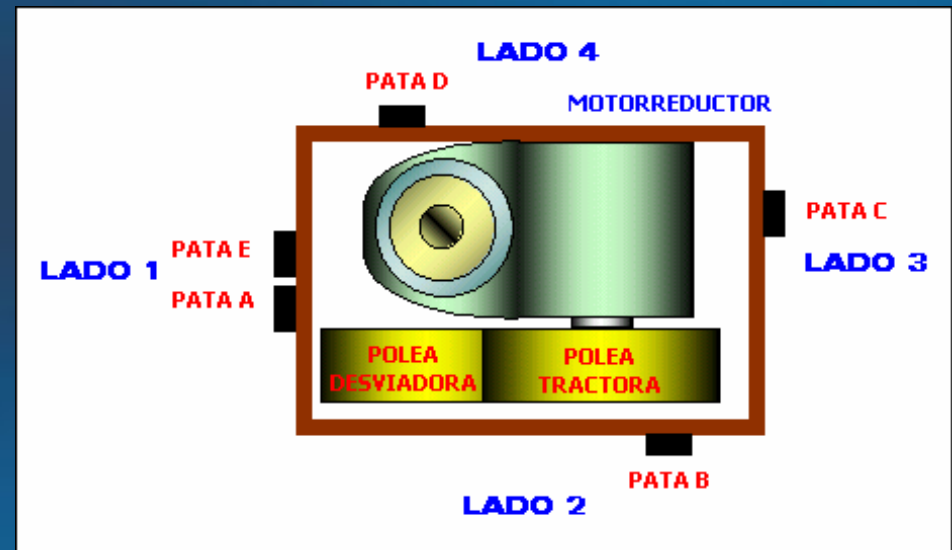


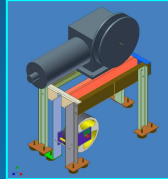
ESTABILIDAD DE BANCADA

LA FRECUENCIA DE 49 Hz SE PRESENTA POR RESONANCIA DE LA BANCADA

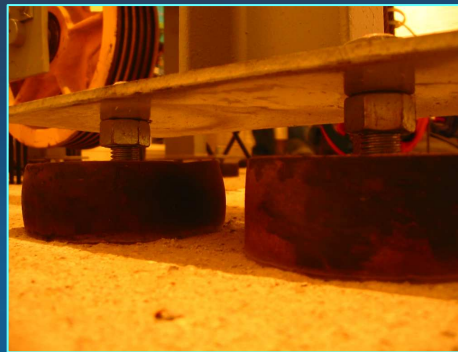
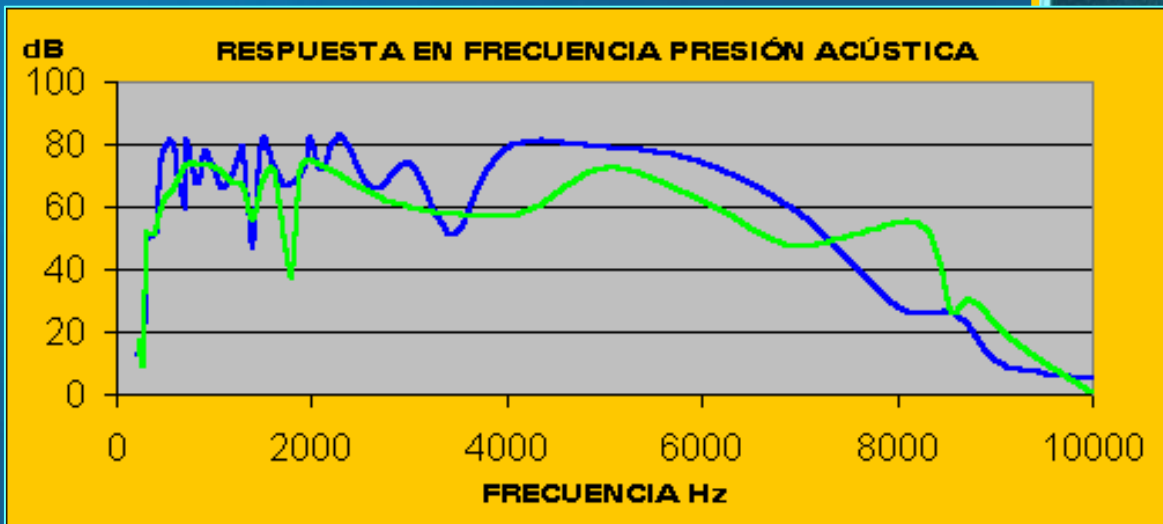
LA FRECUENCIA DE 54 Hz ES GENERADA POR FRICCIÓN ANORMAL EN LAS GUIAS, DEBIDO A LA DESALINEACIÓN DE BANCADA

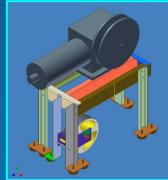
LOS SILENT-BLOCKS COLAPSADOS AUMENTAN LA TRASMISIBILIDAD





ACÚSTICA EN CABINA

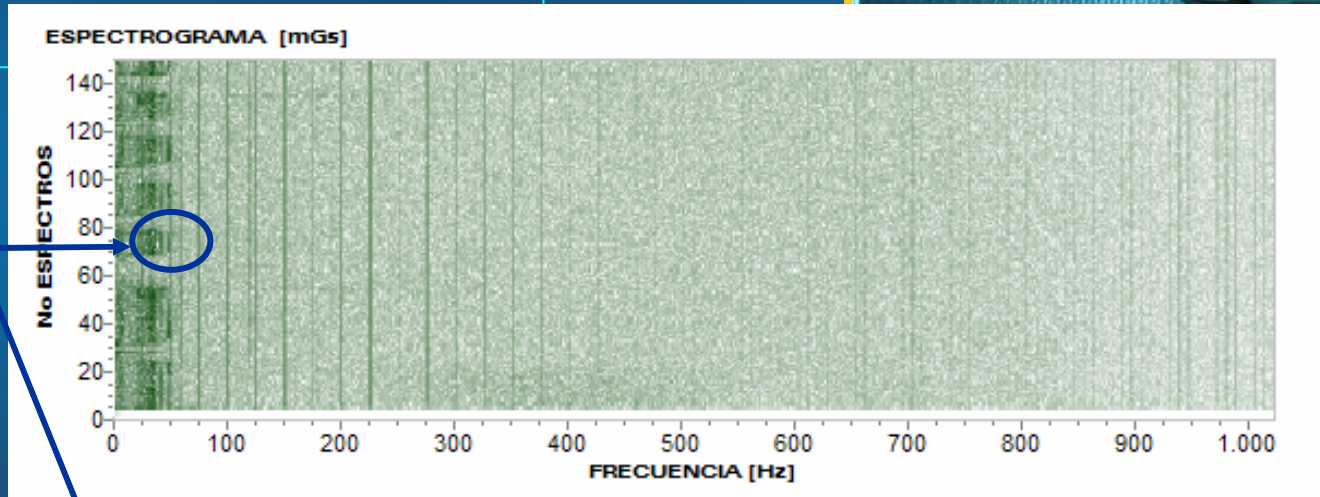




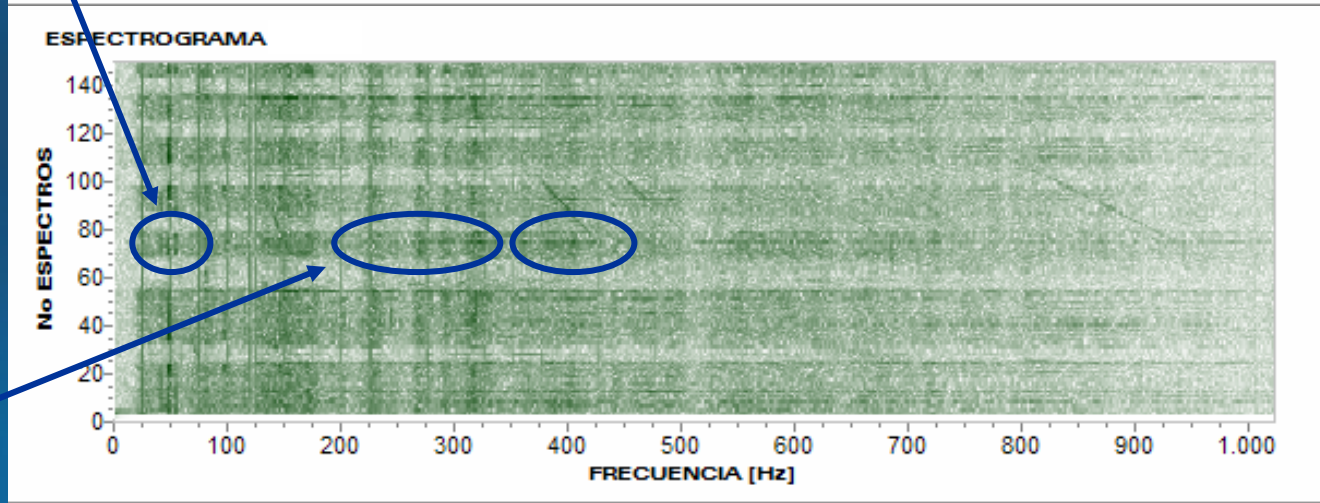
ACÚSTICA EN CABINA

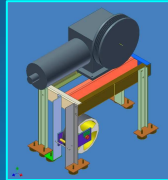


TRASMISIÓN DE VIBRACIONES CONVERTIDA EN RUIDO



RUIDOS AMPLIFICADOS POR RESONANCIAS





ACÚSTICA EN CABINA

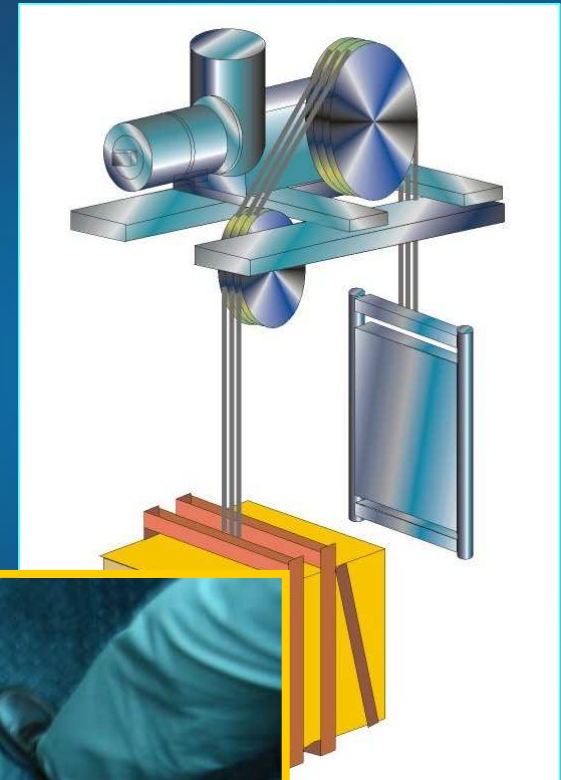
ANOMALÍAS EN EL MOTORREDUCTOR Y EN LA BANCADA, CON CARACTERIZACIÓN VERTICAL SE TRANSMITEN A LA CABINA.

FRICCIÓNES ANORMALES DE LA CADENA DE COMPENSACIÓN SON ESCUCHADAS EN CABINA.

CONTINUO GOLPETEO DEL CABLE DEL LIMITADOR.

LA CABINA ACTÚA COMO RESONADOR DE FRECUENCIAS INDESEADAS.

LLEGADA DE CABINA A PISO : CONTACTO DE LLEGADA DE PISO





VISÍTENOS EN...
www.a-predictor.com

GLOSARIO DE TÉRMINOS UTILIZADOS EN ANÁLISIS DE VIBRACIONES:

A

Aceleración: Razón de cambio de la velocidad respecto al tiempo.

Acelerómetro: Sensor y transductor cuya entrada es la amplitud de aceleración y tiene una salida de voltaje de baja impedancia.

Alineación: Posición en la cual las líneas centro de dos ejes deben ser lo mas colineales posible, durante el tiempo de operación normal de la máquina.

Amplitud: Es el máximo valor que presenta una onda sinusoidal.

Análisis Espectral: Es la interpretación que se le hace a un espectro para determinar el significado físico de lo que pasa en una máquina.

Armónico: Son frecuencias de vibración que son múltiples integrales de una frecuencia fundamental específica.

Armónico Fraccionario: Armónicos que se encuentran entre los armónicos principales y son fracciones de la frecuencia fundamental.

Axial: Posición del sensor que va en el sentido de la línea del eje.

B

Backlash: Juego que presentan dos elementos móviles conectados que han tenido mal montaje y presentan desgaste.

Balanceo: Procedimiento por medio del cual se trata de hacer coincidir el centro de masa de un rotor con su centro de rotación, de manera que se pueda eliminar el mayor número de fuerzas inerciales.

Bandeamiento Lateral: Son líneas espectrales que aparecen espaciadas a igual frecuencia, alrededor de una línea central. Esta es la mezcla de dos señales, en la cual la línea central pertenece a una y las líneas laterales pertenecen a la otra.

C

Centro de Gravedad: Es la representación de la masa de un cuerpo en un punto.

Ciclo: Es un rango de valores en los cuales un fenómeno periódico se repite.

D

Decibel: Unidad logarítmica de amplitud medida (muy usada en vibraciones y acústica).

Desplazamiento: Cambio de posición de un objeto o partícula de acuerdo a una sistema de referencia.

Diagnóstico: Proceso por medio del cual se juzga el estado de una máquina.

Dominio de la Frecuencia: Es la representación gráfica de la vibración en la cual se enfrentan Amplitud vs. Frecuencia.

Dominio del Tiempo: Es la representación gráfica de una señal de vibración en la cual se enfrentan Amplitud vs. Tiempo.

E

Entrehierro: Espacio de aire comprendido entre el **Estator** y el **Rotor** de un motor eléctrico.

Espectro: Sinónimo de dominio de la frecuencia.

Excentricidad: Variación del centro de rotación del eje con respecto al centro geométrico del rotor.

F

Factor de Servicio: Factor que corrige niveles normalizados, para máquinas que se encuentran a condiciones especiales de operación.

Fase: Es un retardo en el tiempo de dos señales, expresado en grados de rotación.

Fatiga: Tendencia de un material a romperse bajo deflexiones repetidas.

Frecuencia: Es el recíproco del período y significa número de oscilaciones completas por unidad de tiempo.

Frecuencia de Engrane (GMF Gear Mesh Frequency): Es la velocidad nominal del engranaje multiplicado por el número de dientes. La GMF es igual para piñón y engranaje.

Frecuencia de falla de Jaula (FC): Es la frecuencia de un rodamiento que se excita cuando se presenta deterioro en su jaula.

Frecuencia de falla de Elemento Rodante (FB): Es la frecuencia de un rodamiento que se excita cuando se presenta un daño en algún elemento rodante.

Frecuencia de falla de Pista Externa (FO): Es la frecuencia de un rodamiento que se excita cuando se presenta un daño en la pista externa.

Frecuencia de falla de Pista Interna (FI): Es la frecuencia de un rodamiento que se excita cuando se presenta un daño en la pista interna.

Frecuencia de Línea (FL): Es la frecuencia eléctrica de alimentación del motor. En América son 60 Hz y en Europa son 50 Hz.

Frecuencia Natural (Fn): Es la frecuencia que presenta cada componente por su propia naturaleza y características. Esta frecuencia oscilará si es excitada por agente externo que opere a una frecuencia muy cercana.

Frecuencia de Paso de Aspas (BPF): Es el número de aspas o paletas de una bomba o ventilador por su velocidad de rotación.

G

G: Unidades de aceleración de la gravedad. Equivale a 9800 mm/s^2 y a 32.2 pie/s^2 .

H

Horizontal: Generalmente es la posición que se le da al sensor, que va perpendicular al sentido de la gravedad.

Hz: Unidad mas común de la frecuencia. Equivale a ciclos por segundo.

M

Masa Equilibrante: Masa utilizada en balanceo, para contrarrestar la masa desbalanceadora.

Micra: Medida de longitud o distancia. Equivale a la milésima parte de un milímetro.

Mil: Medida de longitud o distancia. Equivale a una milésima de pulgada.

O

Onda en el tiempo: Es la representación instantánea de una señal dinámica con respecto al tiempo.

Orden: Es otra de las unidades de frecuencia, utilizadas para maquinaria rotativa. Una orden es equivalente a la velocidad nominal de la máquina.

P

Período: Es el tiempo necesario para que ocurra una oscilación o se complete un ciclo. Generalmente está dada en minutos y segundos.

Pico: Cada una de las líneas que componen el espectro.

Pulsación: Elevación y caída en la amplitud de vibración causada por dos fuentes de vibración que están a frecuencias muy cercanas.

R

Radial: Posición del sensor que va perpendicular a la línea del eje.

Resonancia: Se presenta cuando la frecuencia natural de un componente es excitada por un agente externo. La amplitud de vibración de la máquina se incrementará enormemente causando perjuicios a todos sus componentes.

Rotor Flexible: Son rotores que giran muy cerca o por encima de su primera velocidad crítica. Por sus condiciones de operación presentan una deformación significativa.

Rotor Rígido: Rotor que no se deforma significativamente cuando opera a su velocidad nominal.

RPM: Otra de las unidades de frecuencia. Equivale al número de ciclos por minuto que presenta la máquina.

RPS: Otra de las unidades de frecuencia. Equivale a 1 Hz (ciclos por segundo).

Ruido: Es información de la señal que no representa alguna importancia. Representa contaminación de la señal.

Ruido de Piso o Blanco: Es el límite mas bajo de sensibilidad de un instrumento de medición electrónico, expresado en micro-voltios (10^{-6} V). Se localiza a través de todo el espectro.

Ruido Rosa: Es el ruido que se localiza en un rango especial del espectro.

S

Sensor: Es un dispositivo de medición que transforma una variable física en una señal eléctrica. En nuestro caso pasa de una señal física de vibración y la convierte en una señal eléctrica.

Señal: Es toda información de magnitud física variable que se convierte a magnitud eléctrica mediante un transductor.

Shock: Es un impacto que tiene como resultado la generación de un pulso.

Subarmónicos: Son frecuencias que se encuentran a una fracción fija de una frecuencia fundamental, como la velocidad nominal de la máquina.

T

Transformada Rápida de Fourier (FFT): Es una técnica para calcular por medio de un computador la frecuencia de las series que conforman la onda en el dominio del tiempo.

V

Vector: Es una cantidad dotada de magnitud y dirección.

Velocidad: Razón de cambio del desplazamiento respecto al tiempo.

Velocidad Nominal: Velocidad de entrada de una máquina.

Vertical: Posición que se le da al sensor, que va en el sentido de la aceleración de la gravedad.

Vibración: Es un movimiento oscilatorio.

Vibración Aleatoria: Frecuencias que no cumplen con patrones especiales que se repiten.

HISTORIA DEL MANTENIMIENTO:

2005	<p>PROACTIVIDAD CON OBTENCIÓN DE LOGROS PROYECTABLES Y VERIFICABLES: ESTRATEGIAS PARA LA PROACTIVIDAD + HERRAMIENTAS PARA LA PROACTIVIDAD = ACCION PROACTIVA</p>
1990	<p>GERENCIA DE LA CALIDAD TOTAL Mantenimiento integrado a las estrategias gerenciales de calidad.</p>
	<p>MANTENIMIENTO CENTRADO EN LA CONFIABILIDAD Modelos estadísticos para estimar la próxima falla.</p>
1975	<p>TPM</p>
	<p>MANTENIMIENTO BASADO EN CONDICIÓN Vibraciones, termografía y aceites.</p>
1970	<p>ASEGURAMIENTO DE LA CALIDAD La calidad como control para mantenimiento.</p>
	<p>MANTENIMIENTO ASISTIDO POR COMPUTADOR Predictivo con ayuda del PC.</p>
1960	<p>MANTENIMIENTO PREDICTIVO: Registros de las fallas de las Máquinas y Tendencias (Papel).</p>
	<p>MANTENIMIENTO PREVENTIVO PROGRAMADO</p>
1950	<p>MANTENIMIENTO CORRECTIVO</p>

CONCEPTOS BÁSICOS:

¿QUÉ ES UNA VIBRACIÓN?

En términos muy simples una vibración es un movimiento oscilatorio de pequeña amplitud. Todos los cuerpos presentan una señal de vibración en la cual plasman cada una de sus características. De acuerdo a esto, las máquinas presentan su propia señal de vibración y en ella se encuentra la información de cada uno de sus componentes. Por tanto, una señal de vibración capturada de una máquina significa la suma vectorial de la vibración de cada uno de sus componentes.

VIBRACIÓN SIMPLE:

La base principal de las señales de vibración en el dominio del tiempo son las ondas sinusoidales. Estas son las más simples y son la representación de las oscilaciones puras. Una oscilación pura puede ser representada físicamente con el siguiente experimento: Imagínese una masa suspendida de un resorte como el de la **figura 1a**. Si esta masa es soltada desde una distancia X_0 , en condiciones ideales, se efectuará un movimiento armónico simple que tendrá una amplitud X_0 . Ahora a la masa vibrante le adicionamos un lápiz y una hoja de papel en su parte posterior, de manera que pueda marcar su posición. Si jalamos el papel con velocidad constante hacia el lado izquierdo se formará una gráfica parecida a la **figura 1B**. El tiempo que tarda la masa para ir y regresar al punto X_0 siempre es constante. Este tiempo recibe el nombre de **período de oscilación** (medido generalmente en seg o mseg) y significa que el resorte completó un ciclo.

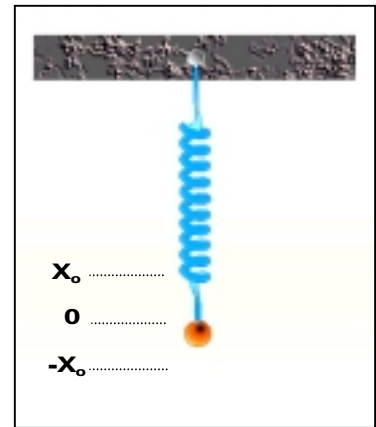
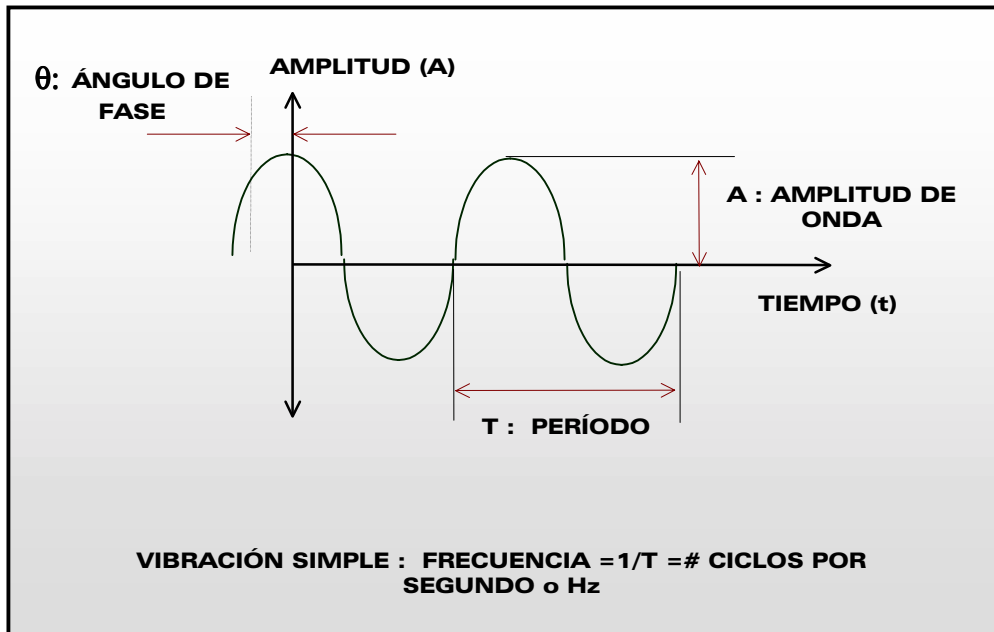


FIGURA 1a

El recíproco del período es la **frecuencia** (es decir $F=1/P$) la cual generalmente es dada en Hz (Ciclos por segundo) o también Ciclos por minuto (CPM). Estos conceptos pueden verse mas claramente en la **figura 2**. De esta onda sinusoidal también es importante definir la amplitud y la fase.



FIGURA 1b



La amplitud desde el punto de vista de las vibraciones es cuanta cantidad de movimiento puede tener una masa desde una posición neutral. La amplitud se mide generalmente en valores pico-pico para desplazamiento y valores cero-pico y RMS para velocidad y aceleración (Ver fig.3).

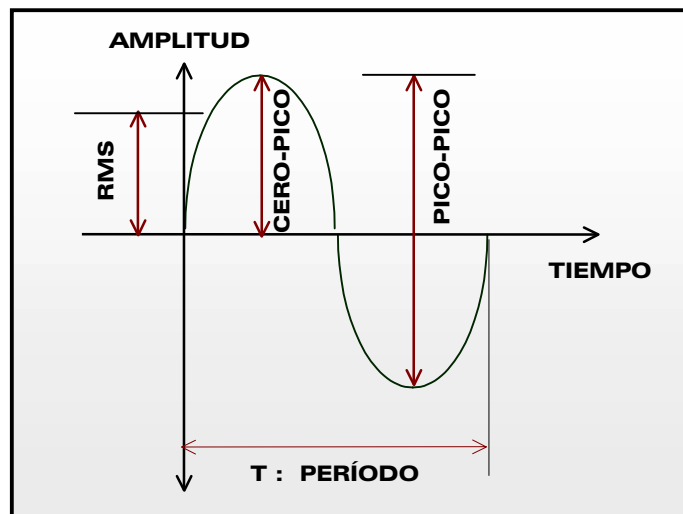


FIGURA 3

La fase realmente es una medida de tiempo entre la separación de dos señales, la cual puede ser relativa o absoluta. Generalmente es encontrada en grados. La **figura 4** muestra dos señales sinusoidales de igual amplitud y período, pero separadas 90 grados, lo cual indica que ambas curvas están desfasadas 90 grados.

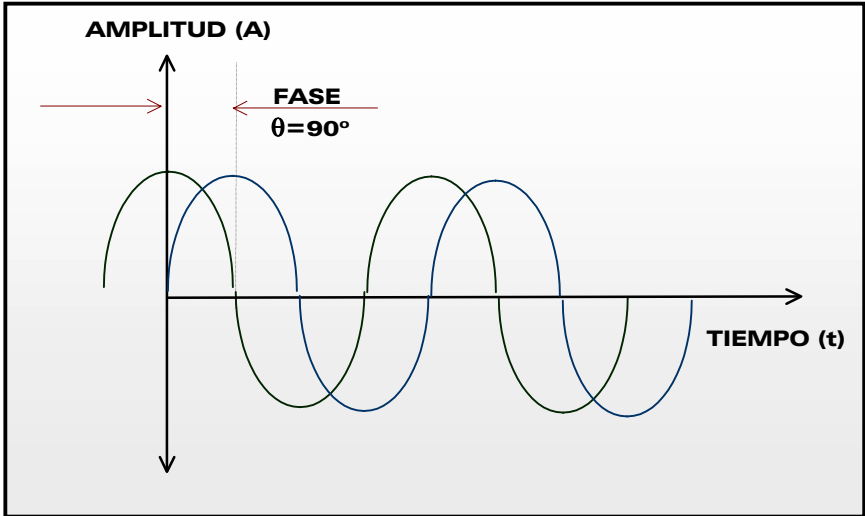


FIGURA 4

VIBRACIÓN COMPUESTA:

Una señal compuesta es una sumatoria de varias señales sinusoidales que comprenden cada uno de los componentes que se encuentran en la máquina, mas todos los golpeteos y vibraciones aleatorias. El resultado es una señal como la ilustrada en la figura 5.

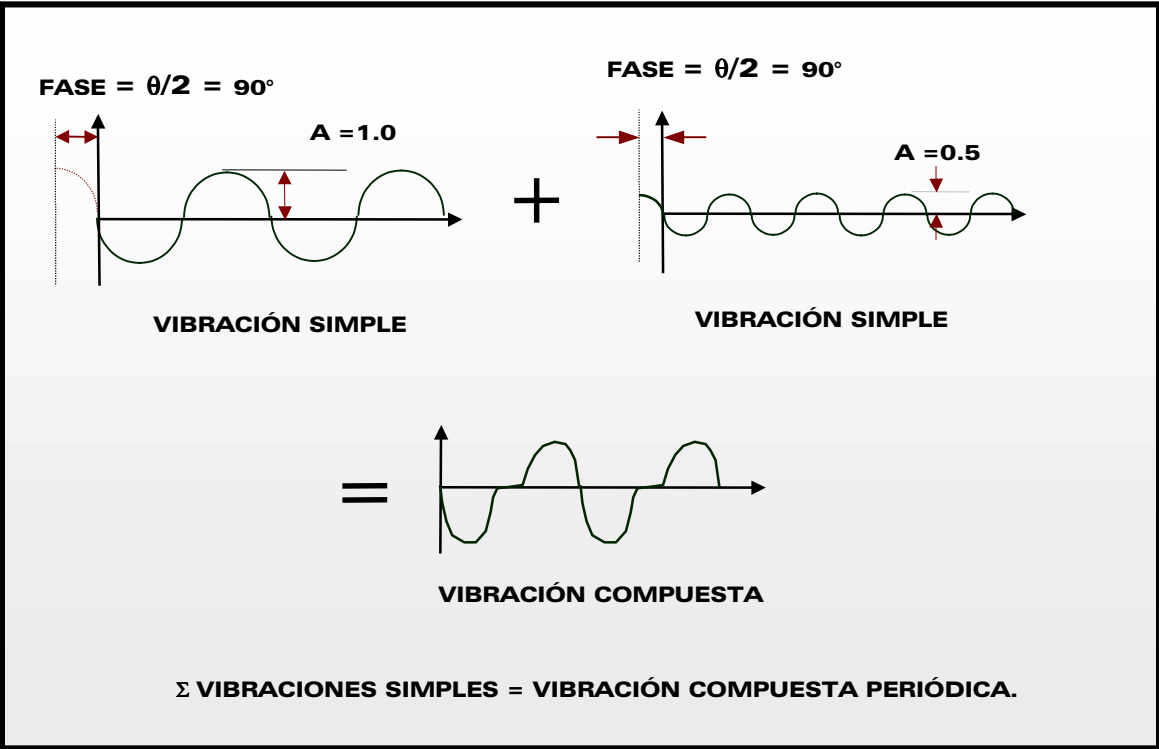


FIGURA 5

VIBRACIÓN ALEATORIA Y GOLPETEOS INTERMITENTES:

Además de las vibraciones simples, también existen otros tipos de vibraciones como son la vibración aleatoria y los golpeteos intermitentes. La vibración aleatoria no cumple con patrones especiales que se repiten constantemente o es demasiado difícil detectar donde comienza un ciclo y donde termina. Estas vibraciones están asociadas generalmente turbulencia en blowers y bombas, a problemas de lubricación y contacto metal-metal en elementos rodantes o a cavitación en bombas (**Ver Fig. 6a**). Este tipo de patrones es mejor interpretarlos en el espectro y no en la onda en el tiempo. Los golpeteos intermitentes están asociados a golpes continuos que crean una señal repetitiva. Estas se encuentran mas comúnmente en los engranajes, en el paso de las aspas de un impulsor o ventilador, etc. Este tipo de señales tiende a morir debido a la amortiguación del medio. En la **figura 6b** se muestra claramente este fenómeno: un golpe intermitente que se amortigua con el medio.

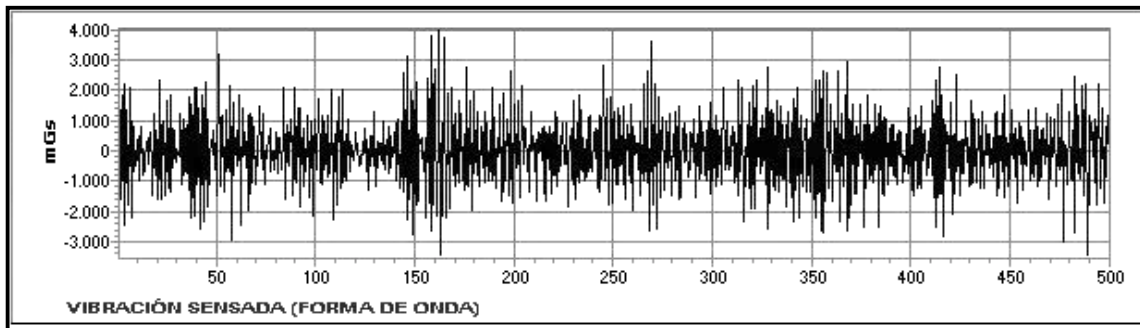


FIGURA 6a

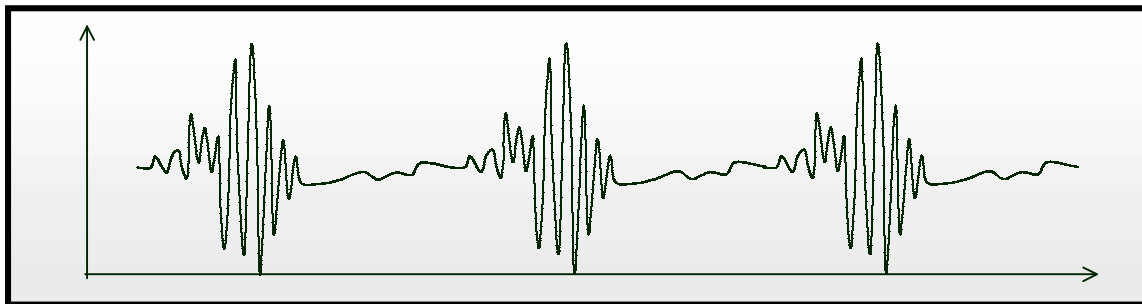


FIGURA 6b

TRANSFORMADA DE FOURIER:

Hasta ahora sólo hemos visto vibraciones en el dominio del tiempo, que son señales directas de la máquina. Como ya dijimos antes, en estas señales se encuentra plasmada toda la información acerca del comportamiento de cada componente de la máquina. Pero hay un problema a la hora de realizar un diagnóstico: estas señales

están cargadas de mucha información en forma muy compleja, la cual comprende las señales características de cada componente de la máquina, por lo cual prácticamente queda imposible distinguir a simple vista sus comportamientos característicos.

Existen otras formas para realizar un estudio de vibraciones, entre las cuales se encuentra mirar esta señal en el dominio de la frecuencia. Esta es la gráfica de Amplitud vs. Frecuencia y es conocida con el nombre de **espectro**. Esta es la mejor herramienta que se tiene actualmente para el análisis de maquinaria.

Fue precisamente el matemático francés **Jean Baptiste Fourier** (1768 – 1830) quien encontró la forma de representar una señal compleja en el dominio del tiempo por medio de series de curvas sinusoidales con valores de amplitud y frecuencia específicos.

Entonces lo que hace un analizador de espectros que trabaja con la transformada rápida de Fourier es capturar una señal desde una máquina, luego calcula todas las series de señales sinusoidales que contiene la señal compleja y por último las muestra en forma individual en el eje X de la frecuencia. En la siguiente ilustración de tres dimensiones (**fig.7**) puede notarse claramente la señal compleja (en color verde), capturada desde una máquina. A dicha señal se le calculan todas las series de señales sinusoidales en el dominio del tiempo (vistas en azul) y por último se muestra cada una en el dominio de la frecuencia (vistas en rojo). La **figura 8** muestra una señal en el dominio del tiempo y su correspondiente en el dominio de la frecuencia.

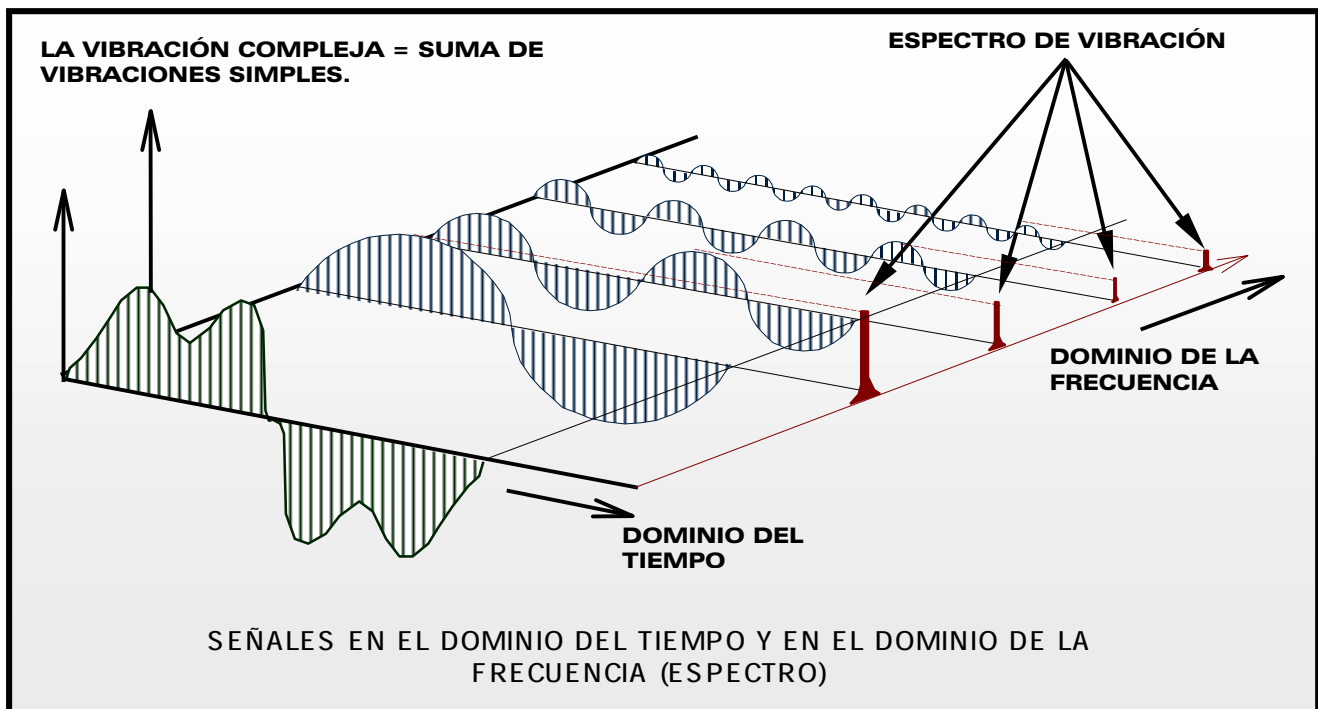


FIGURA 7

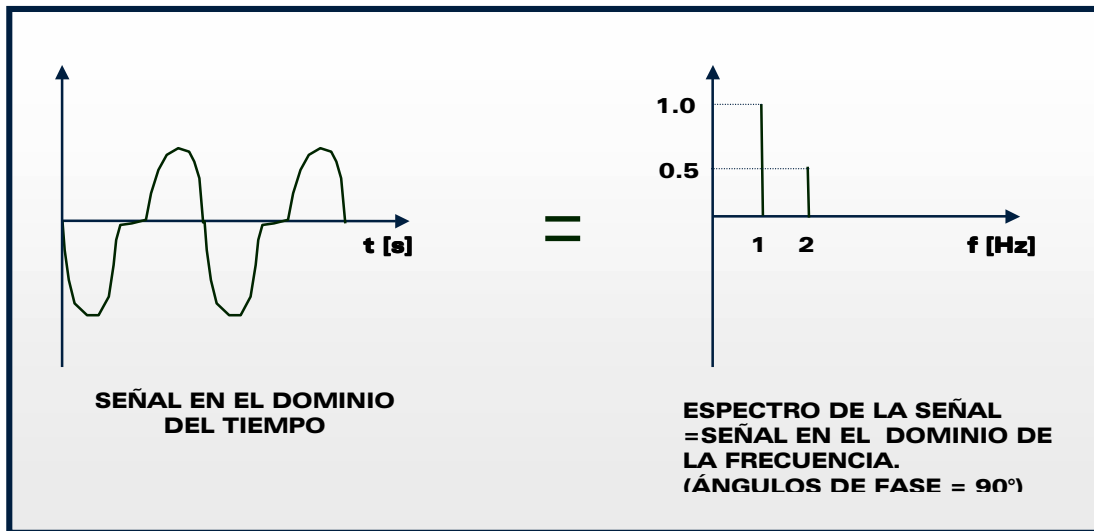


FIGURA 8

En el conjunto de **categorías clasificadas** se presentarán los espectros característicos de las fallas mas comunes. Estos espectros han sido el fruto de muchos estudios y se convierten en “recetas de cocina” que ayudan a descubrir los problemas que pueden suceder en una máquina, aunque en muchos casos es necesario realizar un análisis físico de la máquina.

FRECUENCIA NATURAL Y RESONANCIAS:

La **frecuencia natural** presenta un carácter muy diferente a las anteriormente nombradas, debido a que depende de las características estructurales de la máquina, tales como su masa, su rigidez y su amortiguación, incluyendo los soportes y tuberías adjuntas a ella. No depende de la operación de la máquina, a no ser que la rigidez sea función de la velocidad.

Si la frecuencia natural es excitada por un agente externo, la amplitud de vibración de la máquina se incrementará enormemente causando perjuicios que a corto o mediano plazo pueden llegar a ser catastróficos. Esto es lo que se conoce con el nombre de **resonancia**. Cuando una resonancia es detectada, es necesario identificar el agente externo que la está produciendo e inmediatamente debe aislarse estructuralmente o cambiar su velocidad de operación. La figura 8 muestra un motor que gira a una velocidad similar a la frecuencia natural de su estructura de soporte. Lo que incrementa abruptamente los niveles de vibración de la máquina.

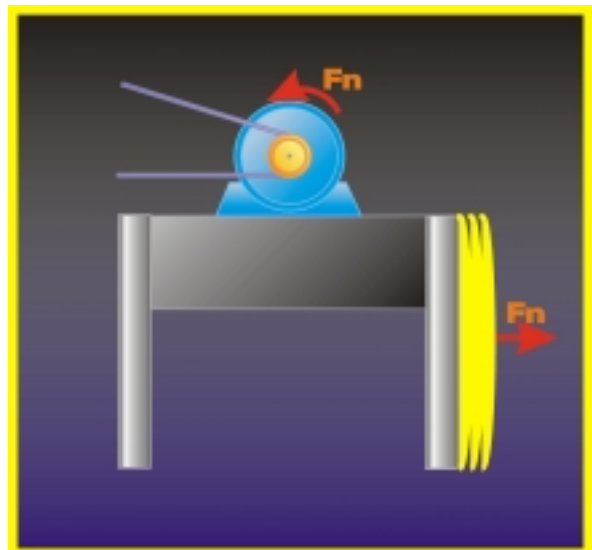
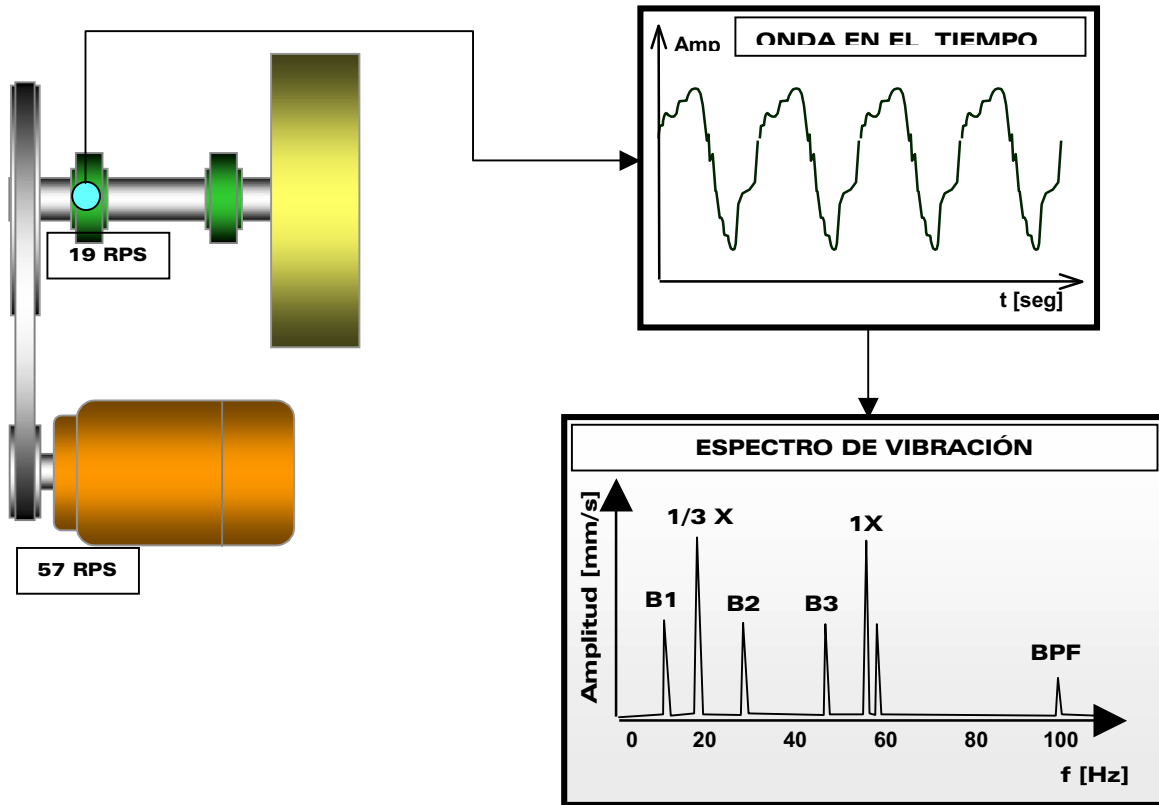


FIGURA 8

ANÁLISIS ESPECTRAL:

Cuando se mide una máquina, se genera una información muy valiosa que es necesario analizar. El éxito de este análisis depende de la correcta interpretación que se le de a los espectros capturados con respecto a las condiciones de operación en que se encuentra la máquina. A continuación se muestra un esquema de cómo sería la captura de la información desde una máquina para luego ser analizada.



En la siguiente sección se encuentran los comportamientos espectrales característicos de la mayoría de patologías que puede presentar una máquina.

Anexo 6

Ejemplo 2.6

Enunciado: Calcular la capacidad de tracción de la polea de tracción del ascensor estudiado en los ejemplos anteriores.

Solución: Vamos a suponer que existe una polea auxiliar de manera que el ángulo de enrollamiento de cable sobre la polea de tracción es $\alpha = 165^\circ$. Primero vamos a calcular el ratio T_1/T_2 cuando la cabina está estacionada en el piso más inferior con una carga equivalente del 125% de la carga nominal:

$$T_1/T_2 = (1.25 \times Q + K) / Z = (1.25 \times 630 + 737) / 1020 = 1.4946$$

Otra hipótesis de cálculo consiste en suponer que la cabina está estacionada sin carga en el piso más superior, aunque este caso no es tan desfavorable como el anterior:

$$T_1/T_2 = Z / K = 1020 / 737 = 1.384$$

Por lo tanto tomaremos como ratio más desfavorable el calculado en el primer caso. La inecuación que permite calcular el coeficiente de fricción mínimo es la siguiente:

$$T_1/T_2 \times C_1 \times C_2 \leq e^{\alpha}$$

Suponiendo que la aceleración no supere 1.0 m/s^2 , el coeficiente C_1 toma la siguiente expresión:

$$C_1 = (g_n + 1) / (g_n - 1) = 1.227$$

$C_2 = 1$ para gargantas de polea semicirculares con y sin entalla. Así pues

$$T_1/T_2 \times C_1 = 1.4946 \times 1.227 = 1.8339$$

$$1.8339 \leq e^{\alpha}$$

El valor de f_{\min} se calcula mediante la expresión:

$$1.8339 = e^{\alpha}. \text{ Siendo } \alpha = 165^\circ$$

$$f_{\min} = 0.2106$$

De todos los casos vistos en el ejemplo anterior, el único que presenta una tracción suficiente es el de la polea con garganta semicircular con entalla de $\beta = 105^\circ$.

2.2.2.3.5. Volante de inercia

El volante de inercia tiene como objeto asegurar que el ascensor quede nivelado con cada piso cuando el motor utilizado es de una única velocidad.

En base al párrafo anterior, es fácil comprender que este elemento era de importancia hace algunas décadas cuando los motores eléctricos eran todos de única velocidad.

En la actualidad, una buena parte de los motores eléctricos utilizados son de dos velocidades, y por lo tanto el volante de inercia no se incorpora. En algunas instalaciones en las que el motor es de una única velocidad, es necesario hacer un cálculo de la inercia necesaria para equilibrar la masa móvil para que ésta pueda ser controlada y nivelada con cada piso dentro de las tolerancias normalizadas.

La tendencia en todos los ascensores de tracción eléctrica es la utilización de motores de dos velocidades, y por lo tanto el volante de inercia no se incorpora en el transporte vertical.

2.2.2.3.6. Elementos de amortiguación y aislamiento de ruido

Existen tres fuentes de ruido en una instalación de un elevador:

a) La maquinaria de tracción

La maquinaria (motor, freno, reductor, polea, ejes, rodamientos y carcasa) se monta sobre unas vigas de apoyo. El conjunto (maquinaria y vigas de apoyo) va anclado a una estructura de hormigón mediante una serie de silentblocks.

Suponiendo que el conjunto se comporta dinámicamente como un sistema de una masa y un resorte, se puede calcular la frecuencia natural del sistema mediante la fórmula:

$$f_r = \frac{1}{2\pi} \times \sqrt{\frac{s}{m}} \quad (1/s)$$

donde

$$s = n \times s_1 \quad (2.1)$$

el ascensor que
única velocidad
ste elemento era
ricos eran todos
icos utilizados
incorpora
es necesario
vil para que sit
ncias normaliza
ca es la utiliz
encia no se inco

siendo m_s el número de silentblocks y s_1 la rigidez de un silentblock y

$$m_s = m_{11} + m_{12} \quad (2.61)$$

siendo m_{11} es la masa de la maquinaria de tracción y m_{12} es la masa de las vigas de apoyo que pueden considerarse que constituyen un sólido rígido con la maquinaria de tracción del elevador.

Esta frecuencia natural no debe situarse entre las dos frecuencias excitadoras generadas por el motor eléctrico:

$$f_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{R}{60} \quad (1/s) \quad (2.62)$$

$$f_2 = \sqrt{2} \times \frac{R}{60} \quad (1/s) \quad (2.63)$$

donde R es el r.p.m. del motor.

Además la frecuencia natural anteriormente calculada debe ser inferior a la frecuencia de red en Europa 50 hertzios.

$$f < 50 \text{ Hz} \quad (2.64)$$

Por lo tanto hay dos posibilidades de diseño:

a) La maquinaria se calcula en una banda de frecuencia baja:

$$f < \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{R}{60} \quad (2.65)$$

$$f < 50 \text{ Hz}$$

(2.66)

b) La maquinaria se calcula en una banda de frecuencia alta:

$$\sqrt{2} \times \frac{R}{60} < f < 50 \text{ Hz} \quad (2.67)$$

Normalmente se suelen disponer tres silentblocks de forma que la carga quede repartida a partes iguales entre los tres puntos.

b) Armario de control

La solución más simple es montar el armario de control sobre una placa base que sirva de aislante acústico y de vibraciones. Si esta solución no se acepta, pueden colocarse entre el armario de control y pared o suelo una placa protectora vulcanizada formada por caucho en forma de nido de abeja.

c) Fuentes de ruido existentes en el hueco del elevador, tales como:

- Puertas de apertura
- Guías
- Cables y mecanismos de tensionado de cable

La mejor solución consiste en la instalación de bloques prefabricados ensamblados, separados de la estructura del edificio mediante una junta de dilatación. Para aumentar la rigidez de la estructura del hueco y evitar movimientos laterales, el hueco entre estos elementos prefabricados y la estructura del edificio puede llenarse con un núcleo tipo poliestireno.

Ejemplo 2.7

Enunciado: Se disponen de 4 modelos de silentblocks de rigideces diferentes. Calcular cuales de ellos son los apropiados para una instalación de un ascensor para 9 plantas en Europa. El grupo tractor de la instalación posee un motor que gira a 1500 r.p.m. El número de silentblocks a instalar a priori es de tres. En dicha instalación se dispone de los pesos de los elementos siguientes:

- Motor = 230 Kg
- Freno = 63 Kg
- Reductor = 129 Kg
- Polea = 88 Kg
- Ejes y rodamientos = 50 Kg
- Carcasa = 110 Kg
- Vigas de apoyo = 450 Kg

La rigidez de cada uno de los silentblocks es:

- $s_{1a} = 1000 \text{ KN/m}$
- $s_{1b} = 10.000 \text{ KN/m}$

$$s_{1c} = 25.000 \text{ KN/m}$$

$$s_{1d} = 50.000 \text{ KN/m}$$

Solución: Para saber si cada uno de los silentblocks es válido para la instalación, calcularemos las frecuencias naturales de vibración para determinar y las compararemos con las frecuencias de excitación del motor. Para calcular la masa total que entra en juego en la instalación es necesario en primer lugar maquinaria más la masa de las vigas de apoyo.

$$\text{Masa total de la maquinaria} = 700 \text{ Kg}$$

$$\text{Masa de las vigas de apoyo} = 450 \text{ Kg}$$

$$\text{Masa total} = 1150 \text{ Kg}$$

Por lo tanto:

$$m_m = 700 \text{ Kg}$$

$$m_b = 450 \text{ Kg}$$

$$m_s = 1150 \text{ Kg}$$

$$m_s = m_m + m_b = 700 + 450 = 1150 \text{ Kg}$$

Conociendo la rigidez de cada uno de los silentblocks y el número de silentblocks podemos calcular la rigidez total del sistema de amortiguación para cada caso:

$$s_a = n \times s_{1a} = 3 \times 1.000 = 3.000 \text{ KN/m}$$

$$s_b = n \times s_{1b} = 3 \times 10.000 = 30.000 \text{ KN/m}$$

$$s_c = n \times s_{1c} = 3 \times 25.000 = 75.000 \text{ KN/m}$$

$$s_d = n \times s_{1d} = 3 \times 50.000 = 150.000 \text{ KN/m}$$

Seguidamente calculamos la frecuencia natural del sistema mediante la fórmula:

$$f_r = \frac{1}{2\pi} \times \sqrt{\frac{s}{m_s}} = \frac{1}{2\pi} \times \sqrt{\frac{n \times s_1}{m_s}} \quad (1/s)$$

que aplicada a cada uno de los tipos de silentblocks será:

$$f_a = \frac{1}{2\pi} \times \sqrt{\frac{s_a}{m_s}} = \frac{1}{2\pi} \times \sqrt{\frac{3 \times s_{1a}}{1150}} = \frac{1}{2\pi} \times \sqrt{\frac{3 \times 1000000}{1150}} = 8,12 \text{ (1/s)}$$

$$f_b = \frac{1}{2\pi} \times \sqrt{\frac{s_b}{m_s}} = \frac{1}{2\pi} \times \sqrt{\frac{3 \times s_{1b}}{1150}} = \frac{1}{2\pi} \times \sqrt{\frac{3 \times 10000000}{1150}} = 25,7 \text{ (1/s)}$$

$$f_c = \frac{1}{2\pi} \times \sqrt{\frac{s_c}{m_s}} = \frac{1}{2\pi} \times \sqrt{\frac{3 \times s_{1c}}{1150}} = \frac{1}{2\pi} \times \sqrt{\frac{3 \times 25000000}{1150}} = 40,64 \text{ (1/s)}$$

$$f_d = \frac{1}{2\pi} \times \sqrt{\frac{s_d}{m_s}} = \frac{1}{2\pi} \times \sqrt{\frac{3 \times s_{1d}}{1150}} = \frac{1}{2\pi} \times \sqrt{\frac{3 \times 50000000}{1150}} = 57,48 \text{ (1/s)}$$

Para saber si estas frecuencias son aceptables se debe de comparar con las frecuencias excitadoras generadas por el motor eléctrico, para ello tendremos en cuenta la velocidad del motor que en este caso es de 1500 r.p.m. Las frecuencias excitadoras generadas por el motor eléctrico son:

Límite de la banda de frecuencias bajas:

$$f_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{n}{60} = \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{1500}{60} = 17,67 \text{ (1/s)}$$

Límite de la banda de frecuencias altas:

$$f_2 = \sqrt{2} \times \frac{n}{60} = \sqrt{2} \times \frac{1500}{60} = 35,35 \text{ (1/s)}$$

Tenemos las frecuencias naturales de vibración para cada tipo de amortiguación:

$$f_a = 8,12 \text{ (1/s)}$$

$$f_b = 25,7 \text{ (1/s)}$$

$$f_c = 40,6 \text{ (1/s)}$$

$$f_d = 57,4 \text{ (1/s)}$$

Y las frecuencias excitadoras del motor:

$$f_1 = 17,67 \text{ (1/s)}$$

$$f_2 = 35,35 \text{ (1/s)}$$

además sabemos que la frecuencia de la red en Europa es de 50Hz.

Las posibles soluciones son:

1) La frecuencia natural de vibración de la instalación se puede diseñar para la banda de bajas frecuencias, luego ésta deberá ser menor de 17,67 Hz. Por ello para este caso sólo sería válido el tipo a de silentblocks, ya que verifica que:

$$f_a = 8,12 \text{ (1/s)} < f_1 = 17,67 \text{ (1/s)}$$

$$f_a = 8,12 \text{ (1/s)} < 50 \text{ Hz}$$

2) La frecuencia natural de vibración de la instalación se puede diseñar para la banda de altas frecuencias, luego ésta deberá ser mayor de 35,35 Hz. Por ello para este caso sólo sería válido el tipo c de silentblocks, ya que verifica que:

$$f_c = 35,35 \text{ (1/s)} < f_2 = 40,6 \text{ (1/s)}$$

$$f_c = 40,6 \text{ (1/s)} < 50 \text{ Hz}$$

3) Ni el tipo b ni el tipo d son válidos puesto que no están dentro de los rangos de diseño. En el caso del tipo b por encontrarse entre las dos frecuencias excitadoras del motor, y en caso del tipo d por ser la frecuencia mayor que la de la red.

$$f_1 = 17,67 \text{ (1/s)} < f_b = 25,7 \text{ (1/s)} < f_2 = 35,35 \text{ (1/s)}$$

$$50 \text{ Hz} < f_d = 57,4 \text{ (1/s)}$$

4) Los tipos b y d de silentblocks podrían ser utilizados en las situaciones siguientes:

En el caso del tipo b, si se utilizan 7 silentblocks en vez de 3, la frecuencia pasa a 39,2 Hz, con lo que estaría dentro del rango de diseño de altas frecuencias.

Y en el caso del tipo d, si se utilizase en una instalación en América, donde la frecuencia de la red es de 60 Hz.

2.2.3.7. Polea de desvío

Como se ha comentado con anterioridad, la polea de tracción debe ser capaz de accionar la cabina y contrapeso sin deslizamientos, para ello, los cables han de tener contacto con la polea de tracción en un arco superior al mínimo necesario. Con el grupo tractor en la parte superior del recinto, el ángulo máximo del arco de contacto será 180° si el diámetro de la polea tractora es igual a la distancia entre el amarre de los cables en el bastidor de la cabina y el amarre en el contrapeso. Si esta distancia, como ocurre generalmente, es mayor, es necesario instalar una polea de desvío, para situar los cables de suspensión de la cabina y contrapeso a la distancia necesaria.

Si esta polea se coloca al mismo nivel que la de tracción, el ángulo del arco de contacto de los cables con la polea de tracción se reducirá a 90° , insuficiente para evitar el deslizamiento. Por eso se colocan poleas de desvío a una altura inferior, con lo cual se consiguen ángulos muy superiores. Si a pesar de esto no se llegase al ángulo mínimo para evitar el deslizamiento se deberán adoptar disposiciones especiales, implantando varias poleas que si bien permiten aumentar el arco de contacto, hacen disminuir considerablemente la vida del cable.

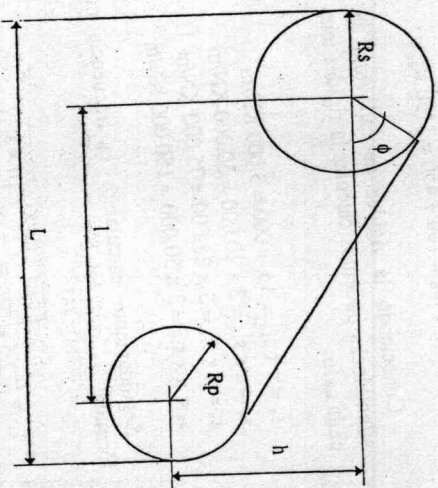


Figura 2.61. Geometría de poleas de tracción y de desvío.

Anexo 7

$$\left| \frac{a_z}{a_r} \right| = \frac{(\frac{1}{2})[1 - (k_p/k_r)] \sin 2\phi'}{(k_q/k_r) + (k_p/k_r) + [1 - (k_p/k_r)] \sin^2 \phi'} \quad (3.50)$$

Since complete decoupling is effected, the system may be termed an "equivalent center-of-gravity system."^{16, 17} The natural frequencies of the six decoupled modes are

$$\frac{f_x}{f_r} = \frac{f_y}{f_r} = \sqrt{\frac{1}{2} \left(\frac{k_p}{k_r} \cos^2 \phi' + \sin^2 \phi' + \frac{k_q}{k_r} \right)} \quad (3.51)$$

$$\frac{f_\alpha}{f_r} = \frac{f_\beta}{f_r} = \left\{ \frac{a_r}{2\rho_x} \left[\frac{k_p}{k_r} \sin \phi' \left(\frac{a_r}{\rho_x} \sin \phi' + \frac{a_z}{\rho_x} \cos \phi' \right) + \cos \phi' \left(\frac{a_r}{\rho_x} \cos \phi' - \frac{a_z}{\rho_x} \sin \phi' \right) \right] \right\}^{1/2} \quad (3.52)$$

$$\frac{f_\gamma}{f_r} = \sqrt{\frac{k_q a_r}{k_r \rho_x}} \quad (3.53)$$

The frequency ratio f_z/f_r is given by Eq. (3.43) or Fig. 3.22. The fictitious natural frequency f_r is given by

$$f_r = (1/2\pi) \sqrt{nk_r/m}$$

Similar solutions are also available for the configuration of four resilient supports located in a rectangular array and inclined to achieve complete decoupling.¹⁸

FORCED VIBRATION

Forced vibration results from a continuing excitation that varies sinusoidally with time. The excitation may be a vibratory displacement of the foundation for the resiliently supported rigid body (*foundation-induced vibration*), or a force or moment applied to or generated within the rigid body (*body-induced vibration*). These two forms of excitation are considered separately.

FOUNDATION-INDUCED SINUSOIDAL VIBRATION

This section includes an analysis of foundation-induced vibration for two different systems, each having two planes of symmetry. In one system, the principal elastic axes of the resilient elements are parallel to the X, Y, Z axes; in the other system, the principal elastic axes are inclined with respect to two of the axes but in a plane parallel to one of the reference planes. The excitation is translational movement of the foundation in its own plane, without rotation. No forces or moments are applied directly to the rigid body; i.e., in the equations of motion [Eqs. (3.31)], the following terms are equal to zero:

$$F_x = F_y = F_z = M_x = M_y = M_z = \alpha = \beta = \gamma = 0 \quad (3.54)$$

TWO PLANES OF SYMMETRY WITH ORTHOGONAL RESILIENT SUPPORTS

The system is shown in Fig. 3.15. The excitation is a motion of the foundation in the direction of the X axis defined by $u = u_0 \sin \omega t$. (Alternatively, the excitation may be the displacement $v = v_0 \sin \omega t$ in the direction of the Y axis, and analogous results are obtained.) The resulting motion of the resiliently supported rigid body involves translation x_c and rotation β simultaneously. The conditions of symmetry are defined by Eqs. (3.33), (3.34), (3.35), and (3.38); these conditions decouple Eqs. (3.31) so that only Eqs. (3.31a) and (3.31d), and Eqs. (3.31b) and (3.31c), remain coupled. Upon substituting $u = u_0 \sin \omega t$ as the excitation, the response in the coupled modes is of a form

$x_c = x_{c0} \sin \omega t$, $\beta = \beta_0 \sin \omega t$ where x_{c0} and β_0 are related to u_0 as follows:¹⁹

$$\frac{x_{c0}}{u_0} = \frac{\frac{k_x}{k_z} \left[\left(\frac{a_x}{\rho_y} \right)^2 - \left(\frac{f}{f_z} \right)^2 \right]}{\left(\frac{f}{f_z} \right)^4 - \left[\frac{k_x}{k_z} + \frac{k_x}{k_z} \left(\frac{a_z}{\rho_y} \right)^2 + \left(\frac{a_x}{\rho_y} \right)^2 \right] \left(\frac{f}{f_z} \right)^2 + \frac{k_x}{k_z} \left(\frac{a_x}{\rho_y} \right)^2} \quad (3.55)$$

$$\frac{\beta_0}{u_0/\rho_y} = \frac{-\frac{k_x}{k_z} \frac{a_z}{\rho_y} \left(\frac{f}{f_z} \right)^2}{\left(\frac{f}{f_z} \right)^4 - \left[\frac{k_x}{k_z} + \frac{k_x}{k_z} \left(\frac{a_z}{\rho_y} \right)^2 + \left(\frac{a_x}{\rho_y} \right)^2 \right] \left(\frac{f}{f_z} \right)^2 + \frac{k_x}{k_z} \left(\frac{a_x}{\rho_y} \right)^2} \quad (3.56)$$

where $f_z = \frac{1}{2\pi} \sqrt{4k_z/m}$ in accordance with Eq. (3.37). A similar set of equations apply for vibration in the coupled y_c , α coordinates. There is no response of the system in the x_c or γ modes since there is no net excitation in these directions; that is, F_x and M_x are zero.

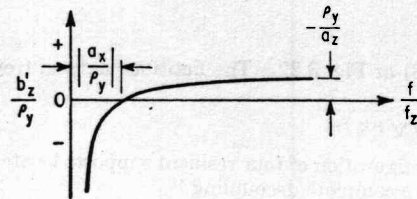


Fig. 3.25. Curve showing the position of the axis of pure rotation of the rigid body in Fig. 3.15 as a function of the frequency ratio f/f_z when the excitation is sinusoidal motion of the foundation in the X direction [see Eq. (3.57)]. The axis of rotation is parallel to the Y axis and in the XZ plane, and its coordinate along the Z axis is designated by b'_z .

to an axis parallel to the Y axis, in the YZ plane and displaced from the center-of-gravity of the body (see Fig. 3.15). As a result, the rigid body has zero displacement x in the horizontal plane containing this axis. Therefore, the Z coordinate of this axis b'_z satisfies $x_{c0} + b'_z \beta_0 = 0$, which is obtained from the first of Eqs. (3.1) by setting $x_b = 0$ (γ_0 motion is not considered). Substituting Eqs. (3.55) and (3.56) for x_{c0} and β_0 , respectively, the axis of rotation is located at

$$\frac{b'_z}{\rho_y} = \frac{(a_x/\rho_y)^2 - (f/f_z)^2}{(a_x/\rho_y)(f/f_z)^2} \quad (3.57)$$

Figure 3.25 shows the relation of Eq. (3.57) graphically. At high values of frequency f/f_z , the axis does not change position significantly with frequency; b'_z/ρ_y approaches a positive value as f/f_z becomes large since a_z is negative (see Fig. 3.15).

When the resilient supporting elements have damping as well as elastic properties, the solution of the equations of motion [see Eq. (3.31a)] becomes too laborious for general use. Responses of systems with damping have been obtained for several typical cases using a digital computer.²⁰ Figures 3.26A, B, and C show the response at three points in the body of the system shown in Fig. 3.15, with the excitation $u = u_0 \sin \omega t$. The weight of the body is 45 lb; each of the four resilient supporting elements has a stiffness $k_s = 1,050$ lb/in. and stiffness ratios $k_x/k_z = k_y/k_z = 1/2$. The critical damping coefficients in the X, Y, Z directions are taken as $c_{cx} = 2\sqrt{4k_x m}$, $c_{cy} = 2\sqrt{4k_y m}$, $c_{cz} = 2\sqrt{4k_z m}$, respectively, where the expression for c_{cz} follows from the single degree-of-freedom case defined by Eq. (2.12). The fractions of critical damping are $c_z/c_{cz} = c_y/c_{cy} = c_x/c_{cx} = c/c_c$, the parameter of the curves in Figs.

3.26A, B, and C. Coordinates locating the resilient elements are $a_x = \pm 5.25$ in., $a_y = \pm 3.50$ in., and $a_z = -6.50$ in. The radii of gyration with respect to the X, Y, Z axes are $\rho_x = 4.40$ in., $\rho_y = 5.10$ in., and $\rho_z = 4.60$ in.

Natural frequencies calculated from Eqs. (3.37) and (3.40) are $f_z = 30.0$ cps; $f_{z\beta} = 43.7$ cps, 15.0 cps; and $f_{y\alpha} = 43.2$ cps, 11.7 cps. The fraction of critical damping c/c_c varies between 0 and 0.25. Certain characteristic features of the response curves in Figs. 3.26A, B, and C are:

1. The relatively small response at the frequency of 24.2 cps in Fig. 3.26C occurs because point 3 lies near the axis of rotation of the rigid body at that frequency. Point 2 lies near the axis of rotation at higher frequencies and the response becomes correspondingly low, as shown in Fig. 3.26B. The position of the axis of rotation changes rapidly for small changes of fre-

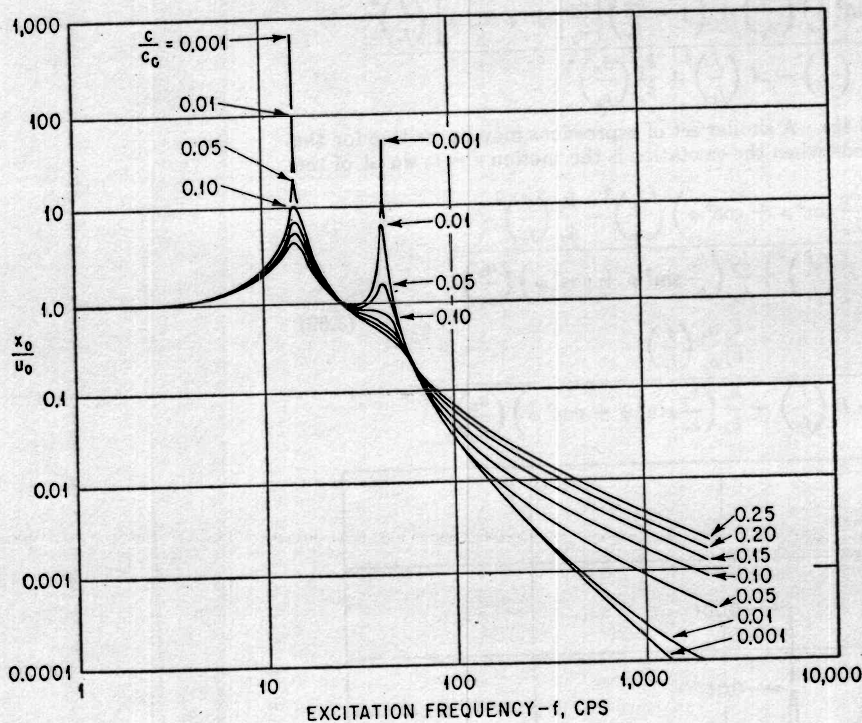


FIG. 3.26A. Response curves for point 1 with damping in the resilient supports in the system shown in Fig. 3.15. The response is the ratio of the amplitude at point 1 of the rigid body in the X direction to the amplitude of the foundation in the X direction (x_0/u_0). The fraction of critical damping c/c_c is the same in the X, Y, Z directions.

quency in the low- and intermediate-frequency range (indicated by the sharp dip in the curves for small damping in Fig. 3.26C) and varies asymptotically toward a final position as the forcing frequency increases (see Fig. 3.25).

2. The effect of damping on the magnitude of the response at the higher and lower natural frequencies in coupled modes is illustrated. When the fraction of critical damping is between 0.01 and 0.10, the response at the lower of the coupled natural frequencies is approximately 10 times as great as the response at the higher of the coupled natural frequencies. With greater damping ($c/c_c \geq 0.15$), the effect of resonance in the vicinity of the higher coupled natural frequency becomes so slight as to be hardly discernible.

TWO PLANES OF SYMMETRY WITH RESILIENT SUPPORTS INCLINED IN ONE PLANE ONLY. The system is shown in Fig. 3.21, and the excitation is $u = u_0 \sin \omega t$. The conditions of symmetry are defined by Eqs. (3.33), (3.35), and (3.38).

3-32 VIBRATION OF A RESILIENTLY SUPPORTED RIGID BODY

The response is entirely in the x_c, β coupled mode with the following amplitudes:

$$\frac{x_{c0}}{u_0} = \frac{\frac{k_p}{k_r} \left(\frac{a_x}{\rho_y}\right)^2 - \left(\frac{k_p}{k_r} \cos^2 \phi + \sin^2 \phi\right) \left(\frac{f}{f_r}\right)^2}{\left(\frac{f}{f_r}\right)^4 - A \left(\frac{f}{f_r}\right)^2 + \frac{k_p}{k_r} \left(\frac{a_x}{\rho_y}\right)^2} \quad (3.58)$$

$$\frac{\beta_0}{u_0/\rho_y} = \frac{- \left[\left(\frac{k_p}{k_r} \cos^2 \phi + \sin^2 \phi\right) \left(\frac{a_x}{\rho_y}\right) + \left(1 - \frac{k_p}{k_r}\right) \left|\frac{a_x}{\rho_y}\right| \sin \phi \cos \phi \right] \left(\frac{f}{f_r}\right)^2}{\left(\frac{f}{f_r}\right)^4 - A \left(\frac{f}{f_r}\right)^2 + \frac{k_p}{k_r} \left(\frac{a_x}{\rho_y}\right)^2}$$

where A is defined after Eq. (3.45). A similar set of expressions may be written for the response in the y_c, α coupled mode when the excitation is the motion $v = v_0 \sin \omega t$ of the foundation:

$$\frac{y_{c0}}{v_0} = \frac{\frac{k_q}{k_r} \left(\frac{k_p}{k_r} \sin^2 \phi + \cos^2 \phi\right) \left(\frac{a_y}{\rho_x}\right)^2 - \frac{k_q}{k_r} \left(\frac{f}{f_r}\right)^2}{\left(\frac{f}{f_r}\right)^4 - B \left(\frac{f}{f_r}\right)^2 + \frac{k_q}{k_r} \left(\frac{k_p}{k_r} \sin^2 \phi + \cos^2 \phi\right) \left(\frac{a_y}{\rho_x}\right)^2} \quad (3.59)$$

$$\frac{\alpha_0}{v_0/\rho_x} = \frac{\frac{k_q}{k_r} \frac{a_x}{\rho_x} \left(\frac{f}{f_r}\right)^2}{\left(\frac{f}{f_r}\right)^4 - B \left(\frac{f}{f_r}\right)^2 + \frac{k_q}{k_r} \left(\frac{k_p}{k_r} \sin^2 \phi + \cos^2 \phi\right) \left(\frac{a_y}{\rho_x}\right)^2}$$

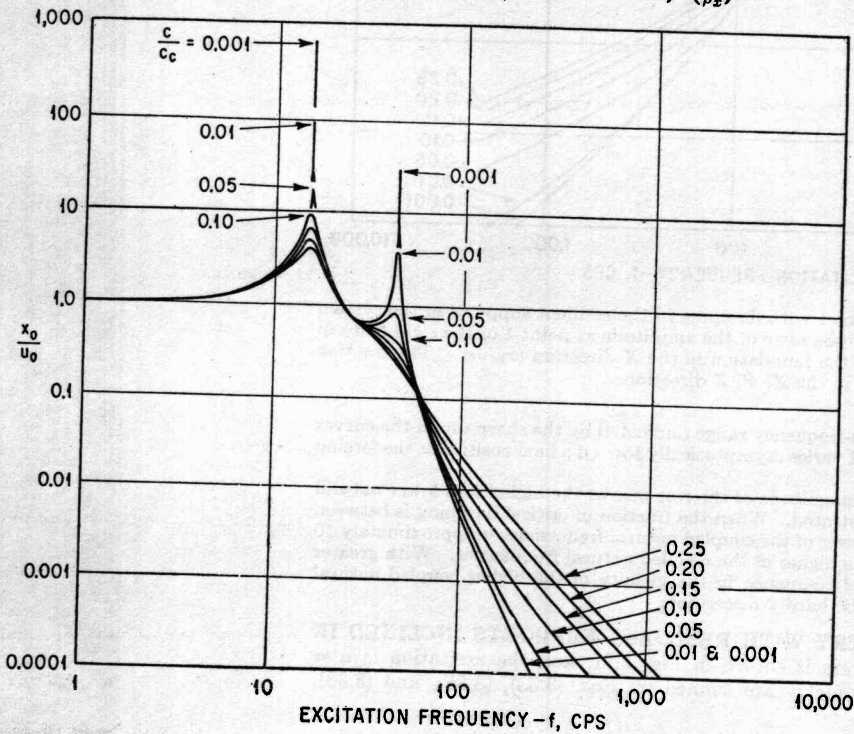


FIG. 3.26B. Response curves at point 2 in the system shown in Fig. 3.15. See caption for Fig. 3.26A.

where B is defined after Eq. (3.46). No motion occurs in the z_c or γ mode since the quantities F_z and M_z are zero in Eqs. (3.31e) and (3.31f).

Response curves for the system shown in Fig. 3.21 when damping is included are qualitatively similar to those shown in Figs. 3.26.²¹ The significant advantage in the use of inclined resilient supports is the additional versatility gained from the ability to vary the angle of inclination ϕ which directly affects the degree of coupling in the x_c, β coupled mode. For example, a change in the angle ϕ produces a change in the position of the axis of pure rotation of the rigid body. In a manner similar to that used to derive Eq. (3.57), Eqs. (3.58) yield the following expression defining the location of the axis of rotation:

$$\frac{b_z'}{\rho_y} = \frac{\frac{k_p}{k_r} \left(\frac{a_x}{\rho_y}\right)^2 - \left(\frac{k_p}{k_r} \cos^2 \phi + \sin^2 \phi\right) \left(\frac{f}{f_r}\right)^2}{\left[\left(\frac{k_p}{k_r} \cos^2 \phi + \sin^2 \phi\right) \frac{a_x}{\rho_y} + \left(1 - \frac{k_p}{k_r}\right) \left|\frac{a_x}{\rho_y}\right| \sin \phi \cos \phi\right] \left(\frac{f}{f_r}\right)^2} \quad (3.60)$$

BODY-INDUCED SINUSOIDAL VIBRATION

This section includes the analysis of a resiliently supported rigid body wherein the excitation consists of forces and moments applied directly to the rigid body (or originating within the body). The system has two planes of symmetry with orthogonal resilient supports; the modal coupling and natural frequencies for such a system are considered above. Two types of excitation are considered: (1) a force rotating about an axis parallel to one of the principal inertial axes and (2) an oscillatory moment acting about one of the

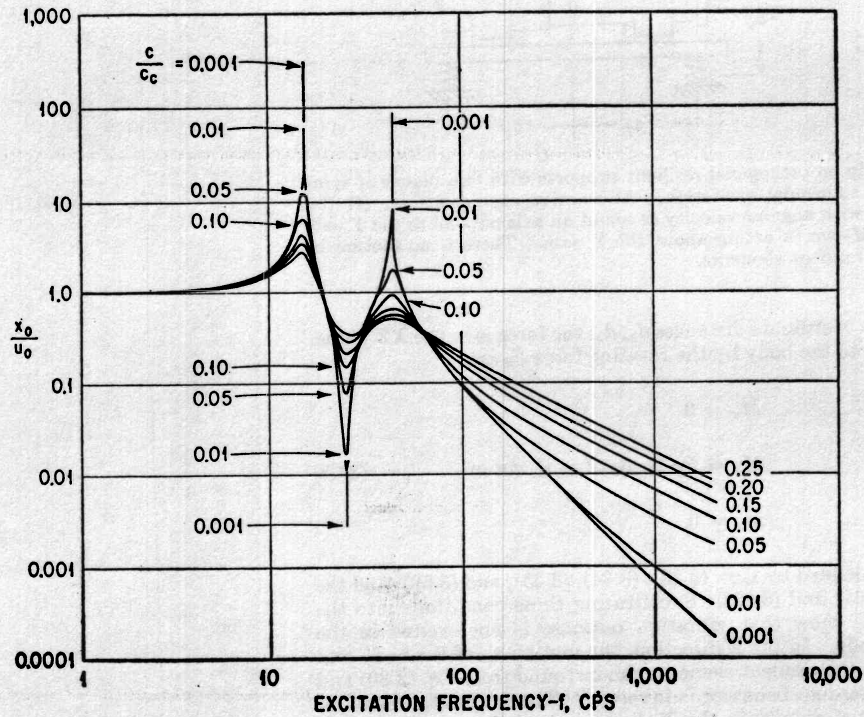


Fig. 3.26C. Response curves at point 3 in the system shown in Fig. 3.15. See caption for Fig. 3.26A.

3-34 VIBRATION OF A RESILIENTLY SUPPORTED RIGID BODY

principal inertial axes.^{22, 23} There is no motion of the foundation that supports the resilient elements; thus, the following terms in Eqs. (3.31) are equal to zero:

$$u = v = w = \alpha = \beta = \gamma = 0 \quad (3.61)$$

TWO PLANES OF SYMMETRY WITH ORTHOGONAL RESILIENT ELEMENTS EXCITED BY A ROTATING FORCE. The system excited by the rotating force is illustrated in Fig. 3.27. The force F_0 rotates at frequency ω about an axis parallel to the Y

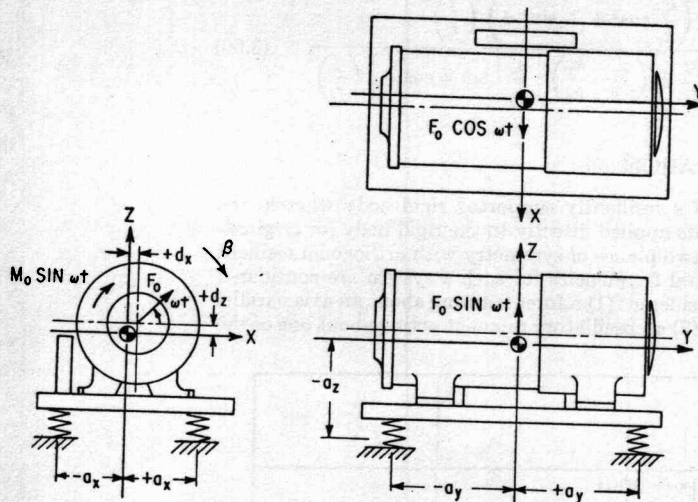


FIG. 3.27. Example of a rigid body on orthogonal resilient supports with two planes of symmetry, excited by body-induced sinusoidal excitation. Alternative excitations are (1) the force F_0 in the XZ plane rotating with angular velocity ωt about an axis parallel to the Y axis and (2) the oscillatory moment $M_0 \sin \omega t$ acting about the Y axis. There is no motion of the foundation that supports the resilient elements.

axis but spaced therefrom by the coordinate distances d_x, d_z ; the force is in the XZ plane. The forces and moments applied to the body by the rotating force F_0 are

$$\begin{aligned} F_x &= F_0 \cos \omega t & M_x &= 0 \\ F_y &= 0 & M_y &= F_0(d_z \cos \omega t - d_x \sin \omega t) \\ F_z &= F_0 \sin \omega t & M_z &= 0 \end{aligned} \quad (3.62)$$

The conditions of symmetry are defined by Eqs. (3.33), (3.34), (3.35), and (3.38); and the excitation is defined by Eqs. (3.61) and (3.62). Substituting these conditions into the equations of motion, Eqs. (3.31) show that vibration response is not excited in the coupled y, α mode or in the γ mode. In the Z direction, the motion z_{c0} of the body and the force F_{tz} transmitted through the resilient elements can be found from Eq. (2.30) and Fig. 2.17 since single degree-of-freedom behavior is involved. The horizontal displacement amplitude x_{c0} of the center-of-gravity in the X direction and the rotational displacement amplitude β_0 about the Y axis are given by

$$\frac{x_{c0}}{F_0/4k_x} = \frac{k_x \sqrt{\left[\frac{k_x a_x}{k_z \rho_y} \left(\frac{a_z}{\rho_y} - \frac{d_z}{\rho_y} \right) + \left(\frac{a_x}{\rho_y} \right)^2 - \left(\frac{f}{f_z} \right)^2 \right]^2 + \left[\frac{k_x d_x a_x}{k_z \rho_y \rho_y} \right]^2}}{k_z \left(\frac{f}{f_z} \right)^4 - \left[\frac{k_x}{k_z} + \frac{k_x}{k_z} \left(\frac{a_x}{\rho_y} \right)^2 + \left(\frac{a_x}{\rho_y} \right)^2 \right] \left(\frac{f}{f_z} \right)^2 + \frac{k_x}{k_z} \left(\frac{a_x}{\rho_y} \right)^2} \quad (3.63)$$

$$\frac{\beta_0}{F_0/4k_x \rho_y} = \frac{k_x \sqrt{\left[\frac{k_x}{k_z} \left(\frac{a_z}{\rho_y} - \frac{d_z}{\rho_y} \right) + \frac{d_z}{\rho_y} \left(\frac{f}{f_z} \right)^2 \right]^2 + \left[\frac{d_x}{\rho_y} \left(\frac{k_x}{k_z} - \frac{f^2}{f_z^2} \right) \right]^2}}{k_z \left(\frac{f}{f_z} \right)^4 - \left[\frac{k_x}{k_z} + \frac{k_x}{k_z} \left(\frac{a_x}{\rho_y} \right)^2 + \left(\frac{a_x}{\rho_y} \right)^2 \right] \left(\frac{f}{f_z} \right)^2 + \frac{k_x}{k_z} \left(\frac{a_x}{\rho_y} \right)^2}$$

where a_x, a_z are location coordinates of the resilient supports, and

$$f_z = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{4k_z}{m}} \quad (3.64)$$

The amplitude of the oscillating force F_{tx} in the X direction and the amplitude of the oscillating moment M_{ty} about the Y axis which are transmitted to the foundation by the combination of resilient elements are

$$F_{tx} = 4k_x \sqrt{x_{c0}^2 - 2a_z x_{c0} \beta_0 \cos(\phi_x - \phi_\beta) + a_z^2 \beta_0^2} \quad (3.65)$$

$$M_{ty} = 4k_z a_x^2 \beta_0$$

where F_{tx} is the sum of the forces transmitted by the individual resilient elements and M_{ty} is a moment formed by forces in the Z direction of opposite sign at opposite resilient supports. The angles ϕ_x and ϕ_β are defined by

$$\tan \phi_x = \frac{\frac{k_x a_x}{k_z \rho_y} \left(\frac{a_z}{\rho_y} - \frac{d_z}{\rho_y} \right) + \left(\frac{a_x}{\rho_y} \right)^2 - \left(\frac{f}{f_z} \right)^2}{\frac{k_x a_x d_x}{k_z \rho_y \rho_y}} \quad [0^\circ \leq \phi_x \leq 360^\circ]$$

$$\tan \phi_\beta = \frac{\frac{k_x}{k_z} \left(\frac{a_z}{\rho_y} - \frac{d_z}{\rho_y} \right) + \frac{d_x}{\rho_y} \left(\frac{f}{f_z} \right)^2}{\frac{d_x}{\rho_y} \left[\frac{k_x}{k_z} - \left(\frac{f}{f_z} \right)^2 \right]} \quad [0^\circ \leq \phi_\beta \leq 360^\circ]$$

To obtain the correct value of $(\phi_x - \phi_\beta)$ in Eq. (3.65), the signs of the numerator and denominator in each tangent term must be inspected to determine the proper quadrant for ϕ_x and ϕ_β .

Example 3.2. Consider an electric motor which has an unbalanced rotor, creating a centrifugal force. The motor weighs 3,750 lb, and has a radius of gyration $\rho_y = 9.10$ in. The distances $d_x = d_y = d_z = 0$, that is, the axis of rotation is the Y principal axis and the center-of-gravity of the rotor is in the XZ plane. The resilient supports each have a stiffness ratio of $k_x/k_z = 1.16$, and are located at $a_x = -14.75$ in., $a_z = \pm 12.00$ in. The resulting displacement amplitudes of the center-of-gravity, expressed dimensionlessly, are shown in Fig. 3.28; the force and moment amplitudes transmitted to the foundation, expressed dimensionlessly, are shown in Fig. 3.29. The displacements of the center-of-gravity of the body are dimensionalized with respect to the displacements at zero frequency:

$$\begin{aligned} z_{co}(0) &= \frac{F_0}{4k_z} \\ x_{co}(0) &= \frac{F_0}{4k_x} \left[1 + \frac{k_x}{k_z} \left(\frac{a_z}{a_x} \right)^2 \right] \\ \beta_0(0) &= \frac{F_0}{4k_x a_x} \left(\frac{a_z}{a_x} \right)^2 \end{aligned} \quad (3.66)$$

At excitation frequencies greater than the higher natural frequency of the x_c, β coupled motion, the displacements, forces, and moment all continuously decrease as the frequency increases.

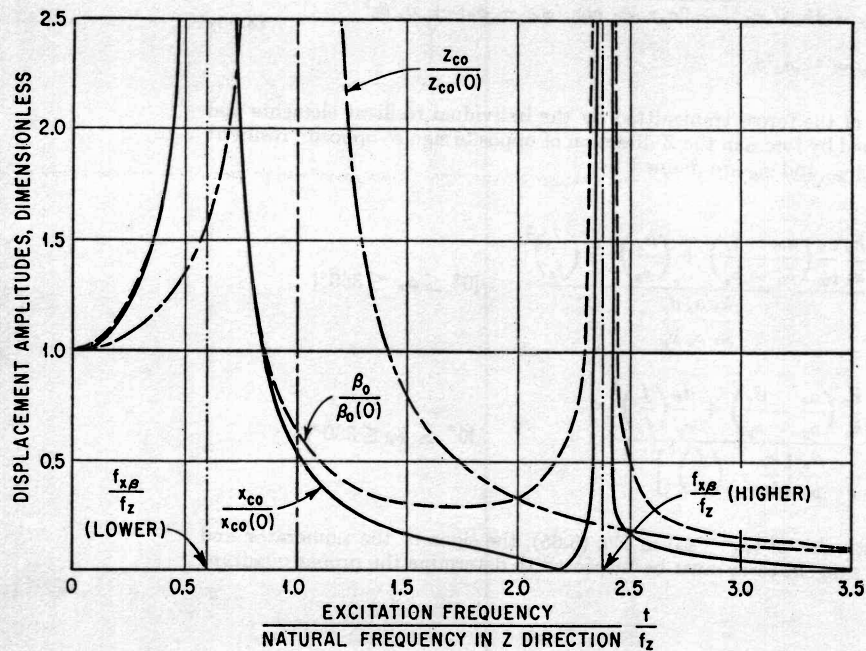


Fig. 3.28. Response curves for the system shown in Fig. 3.27 when excited by a rotating force F_0 acting about the Y axis. The parameters of the system are $k_x/k_z = 1.16$, $a_x/\rho_y = \pm 1.32$, $a_z/\rho_y = -1.62$. Only x_c, z_c, β displacements of the body are excited [see Eqs. (3.63)]. The displacements are expressed dimensionlessly by employing the displacements at zero frequency [see Eqs. (3.66)].

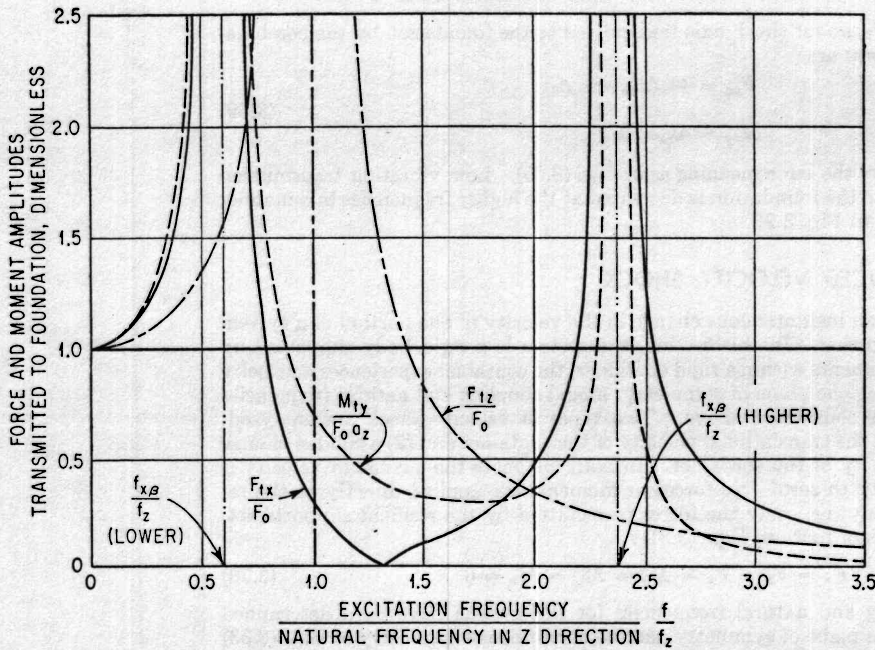


FIG. 3.29. Force and moment amplitudes transmitted to the foundation for the system shown in Fig. 3.27 when excited by a rotating force F_0 acting about the Y axis. The parameters of the system are $k_x/k_z = 1.16$, $a_x/\rho_y = \pm 1.32$, $a_z/\rho_y = -1.62$. The amplitudes of the oscillating forces in the X and Z directions transmitted to the foundation are F_{tx} and F_{tz} , respectively. The amplitude of the total oscillating moment about the Y axis transmitted to the foundation is M_{ty} .

TWO PLANES OF SYMMETRY WITH ORTHOGONAL RESILIENT ELEMENTS EXCITED BY AN OSCILLATING MOMENT. Consider the oscillatory moment M_0 acting about the Y axis with forcing frequency ω . The resulting applied forces and moments acting on the body are

$$M_y = M_0 \sin \omega t \tag{3.67}$$

$$F_x = F_y = F_z = M_x = M_z = 0$$

Substituting conditions of symmetry defined by Eqs. (3.33), (3.34), (3.35), and (3.38), and the excitation defined by Eqs. (3.61) and (3.67), the equations of motion [Eqs. (3.31)] show that oscillations are excited only in the x_c, β coupled mode. Solving for the resulting displacements,

$$\frac{x_{c0}}{M_0/4k_x\rho_y} = \frac{\left(\frac{k_x}{k_z}\right)^2 \frac{a_z}{\rho_y}}{\left(\frac{f}{f_z}\right)^4 - \left[\frac{k_x}{k_z} + \frac{k_x}{k_z} \left(\frac{a_z}{\rho_y}\right)^2 + \left(\frac{a_x}{\rho_y}\right)^2\right] \left(\frac{f}{f_z}\right)^2 + \frac{k_x}{k_z} \left(\frac{a_x}{\rho_y}\right)^2} \tag{3.68}$$

$$\frac{\beta_0}{M_0/4k_x\rho_y^2} = \frac{\frac{k_x}{k_z} \left[\frac{k_x}{k_z} - \left(\frac{f}{f_z}\right)^2\right]}{\left(\frac{f}{f_z}\right)^4 - \left[\frac{k_x}{k_z} + \frac{k_x}{k_z} \left(\frac{a_z}{\rho_y}\right)^2 + \left(\frac{a_x}{\rho_y}\right)^2\right] \left(\frac{f}{f_z}\right)^2 + \frac{k_x}{k_z} \left(\frac{a_x}{\rho_y}\right)^2}$$

The amplitude of the oscillating force F_{tx} in the X direction and the amplitude of the

oscillating moment M_{ty} about the Y axis transmitted to the foundation by the combination of resilient supports are

$$\begin{aligned} F_{tx} &= 4k_x(x_{c0} - a_z\beta_0) \\ M_{ty} &= 4k_x a_z^2 \beta_0 \end{aligned} \quad (3.69)$$

where F_{tx} and M_{ty} have the same meaning as in Eqs. (3.65). Low vibration transmission of force and moment to the foundation is decreased at the higher frequencies in a manner similar to that shown in Fig. 3.29.

FOUNDATION-INDUCED VELOCITY SHOCK

A velocity shock is an instantaneous change in the velocity of one portion of a system relative to another portion. In this section, the system is a rigid body supported by orthogonal resilient elements within a rigid container; the container experiences a velocity shock. The system has one plane of symmetry; modal coupling and natural frequencies for such a system are considered above. Two types of velocity shock are analyzed: (1) a sudden change in the translational velocity of the container and (2) a sudden change in the rotational velocity of the container. In both instances the change in velocity is from an initial velocity to zero. No forces or moments are applied directly to the resiliently supported body; i.e., only the forces transmitted by the resilient supports act. Thus, in the equations of motion, Eqs. (3.31):

$$F_x = F_y = F_z = M_x = M_y = M_z = 0 \quad (3.70)$$

The modal coupling and natural frequencies for this system have been determined when the YZ plane is a plane of symmetry and the conditions of symmetry of Eqs. (3.33) to (3.35) apply. It is assumed that the velocity components of the body ($\dot{x}_c, \dot{y}_c, \dot{z}_c, \dot{\alpha}, \dot{\beta}, \dot{\gamma}$) and the velocity components of the supporting container ($\dot{u}, \dot{v}, \dot{w}, \dot{a}, \dot{\beta}, \dot{\gamma}$) are respectively equal at time $t < 0$. At $t = 0$, all velocity components of the supporting container are brought to zero instantaneously. To determine the subsequent motion of the resiliently supported body, the natural frequencies f_n in the coupled modes of response are first calculated using Eq. (3.36). Then the response motion of the resiliently supported body to the two types of velocity shock can be found by the analyses which follow.²⁴

ONE PLANE OF SYMMETRY WITH ORTHOGONAL RESILIENT SUPPORTS EXCITED BY A TRANSLATIONAL VELOCITY SHOCK. Figure 3.30 shows a rigid body supported within a rigid container by resilient supports in such a manner that the YZ plane is a plane of symmetry. The entire system moves with constant velocity \dot{v}_0 and without relative motion. At time $t = 0$, the container impacts inelastically against the rigid wall shown at the right. The following initial conditions of displacement and velocity apply at the instant of impact ($t = 0$):

$$\begin{aligned} \dot{y}_c(0) &= \dot{v}_0 \\ x_c(0) = y_c(0) = z_c(0) = \alpha(0) = \beta(0) = \gamma(0) &= 0 \\ \dot{x}_c(0) = \dot{z}_c(0) = \dot{\alpha}(0) = \dot{\beta}(0) = \dot{\gamma}(0) &= 0 \end{aligned} \quad (3.71)$$

As a result of the impact, the velocity of the supported rigid body tends to continue and is responsible for excitation of the system in the coupled mode of the y_c, z_c, α motions. The maximum displacements of the center-of-gravity of the supported body are

$$\begin{aligned} \frac{y_{cm}}{2\pi\dot{v}_0/f_z} &= \frac{1}{B} \sum_{n=1}^3 \left(\frac{|A_n|}{f_n/f_z} \right) \\ \frac{z_{cm}}{2\pi\dot{v}_0/f_z} &= \frac{1}{B} \sum_{n=1}^3 \left(\frac{|M_n A_n|}{f_n/f_z} \right) \\ \frac{\alpha_m}{2\pi\dot{v}_0/\rho_x f_z} &= \frac{1}{B} \sum_{n=1}^3 \left(\frac{|N_n A_n|}{f_n/f_z} \right) \end{aligned} \quad (3.72)$$

The maximum accelerations of the center-of-gravity of the supported body are

$$\begin{aligned} \frac{\ddot{y}_{cm}}{2\pi f_z \dot{v}_0} &= \frac{1}{B} \sum_{n=1}^3 \left(|A_n| \frac{f_n}{f_z} \right) \\ \frac{\ddot{z}_{cm}}{2\pi f_z \dot{v}_0} &= \frac{1}{B} \sum_{n=1}^3 \left(|M_n A_n| \frac{f_n}{f_z} \right) \\ \frac{\ddot{\alpha}_m}{2\pi f_z \dot{v}_0 / \rho_x} &= \frac{1}{B} \sum_{n=1}^3 \left(|N_n A_n| \frac{f_n}{f_z} \right) \end{aligned} \quad (3.73)$$

where the subscript m denotes maximum value and

$$\begin{aligned} M_n &= \frac{1}{1 - (f_n/f_z)^2} \left[\frac{\sum k_y}{\sum k_z} - \left(\frac{f_n}{f_z} \right)^2 \right] \frac{\sum k_z a_y}{\sum k_y a_z} \\ N_n &= \frac{\left[\frac{\sum k_y}{\sum k_z} - \left(\frac{f_n}{f_z} \right)^2 \right] \rho_x \sum k_z}{\sum k_y a_z} \\ A_n &= M_{n+1} N_{n+2} - M_{n+2} N_{n+1} \\ B &= \left| \sum_{n=1}^3 M_n (N_{n+1} - N_{n+2}) \right| \end{aligned} \quad (3.74)$$

The fictitious natural frequency f_z is defined for mathematical purposes by Eq. (3.37). The numerical values of the subscript numbers $n, n + 1, n + 2$ denote the three natural frequencies in the coupled mode of the y_c, z_c, α motions determined from Eq. (3.36). These natural frequencies are arbitrarily assigned the values $n = 1, 2, 3$. When $n + 1$

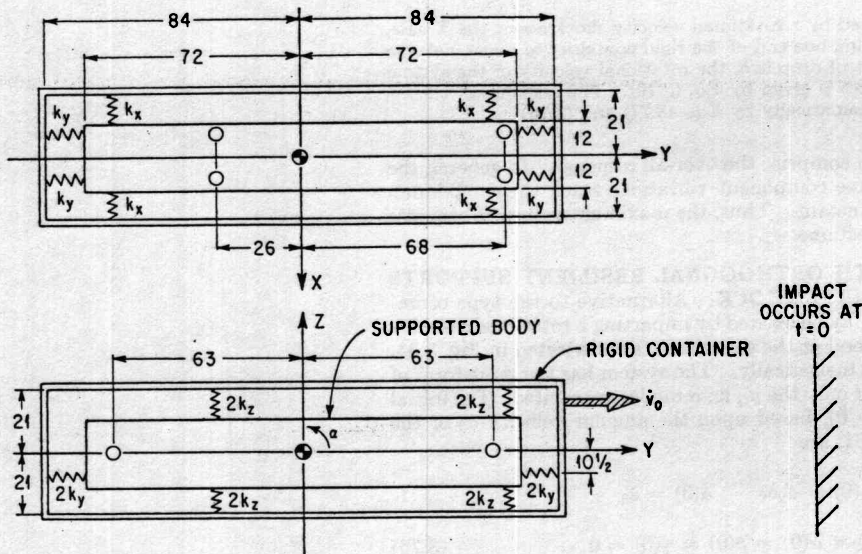


FIG. 3.30. Example of a rigid body supported within a rigid container by resilient elements with YZ a plane of symmetry. Excitation is by a translational velocity shock in the Y direction. Prior to impact the entire system moves with constant velocity \dot{v}_0 and without relative motion. The rigid container impacts inelastically against the wall shown at the right, and y_c, z_c, α motions of the internally supported body result, as described mathematically by Eqs. (3.72) and (3.73).

3-40 VIBRATION OF A RESILIENTLY SUPPORTED RIGID BODY

or $n + 2$ equals 4, use 1 instead; when $n + 2$ equals 5, use 2 instead. Maximum displacements and accelerations may be calculated for other points in the supported rigid body by using Eqs. (3.1) except that each of the terms must be made numerically additive. For example, the maximum value of the y displacement at the point b having the Z coordinate b_z is

$$y_{bm} = y_{cm} + |b_z| \alpha_m \quad (3.75)$$

since $\gamma = 0$.

Since the system is assumed undamped, the response of the suspended body in terms of displacement or acceleration consists of a superposition of three sinusoidal components at the three natural frequencies in the coupled y_c, z_c, α mode. The absolute values of terms appear in Eq. (3.75) because the maximum response is the sum of the amplitudes

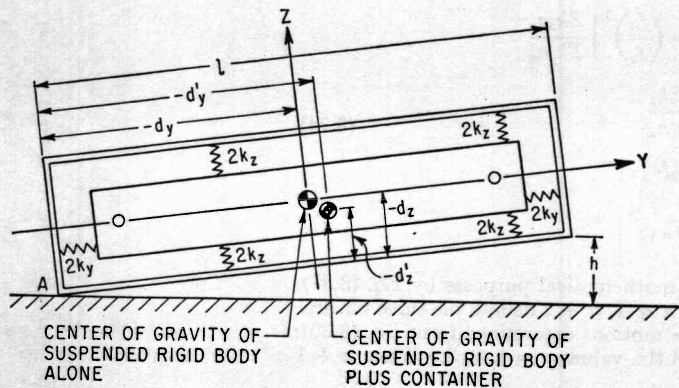


Fig. 3.31. System shown in Fig. 3.30 excited by a rotational velocity shock about the X axis. The shock is induced by lifting and dropping one end of the rigid container to make inelastic impact with the foundation. If the height of drop is h , the rotational velocity of the system about the corner A at the instant of impact is given by Eq. (3.79). The response of the resiliently supported body is described mathematically by Eqs. (3.77) and (3.78).

of the three component vibrations which comprise the over-all response. In general, the maximum response occurs when the three component vibrations reach their maximum positive or negative values at the same instant. Thus, the maximum values of response apply both in positive and negative directions.

ONE PLANE OF SYMMETRY WITH ORTHOGONAL RESILIENT SUPPORTS EXCITED BY A ROTATIONAL VELOCITY SHOCK. Alternative to the type of impact illustrated in Fig. 3.30, the system may be excited by imparting a rotational velocity shock (e.g., by lifting and dropping one end of the container), as illustrated in Fig. 3.31. It is assumed that the container impacts inelastically. The system has the same form of symmetry as that shown in Fig. 3.30, and only the y_c, z_c, α modes are excited. The initial conditions at the instant of impact ($t = 0$), based upon the angular velocity $\dot{\alpha}_0$ of the rigid container about point A in Fig. 3.31, are

$$\begin{aligned} \dot{y}_c(0) &= -d_z \dot{\alpha}_0 & \dot{z}_c(0) &= d_y \dot{\alpha}_0 & \dot{\alpha}(0) &= \dot{\alpha}_0 \\ x_c(0) &= y_c(0) = z_c(0) = \alpha(0) = \beta(0) = \gamma(0) = 0 \\ \dot{x}_c(0) &= \dot{\beta}(0) = \dot{\gamma}(0) = 0 \end{aligned} \quad (3.76)$$

Note that d_y and d_z are negative quantities. The initial conditions in Eqs. (3.76) are based on the assumption that motion of the rigid body relative to the container during the fall is negligible compared to that which occurs after the impact. The maximum dis-

placements of the center-of-gravity of the supported body are

$$\begin{aligned}\frac{y_{cm}}{2\pi\rho_x\dot{\alpha}_0/f_z} &= \frac{1}{B} \sum_{n=1}^3 \left[\left| \frac{d_z}{\rho_x} A_n + \frac{d_y}{\rho_x} (N_{n+1} - N_{n+2}) + (M_{n+2} - M_{n+1}) \right| \frac{f_z}{f_n} \right] \\ \frac{z_{cm}}{2\pi\rho_x\dot{\alpha}_0/f_z} &= \frac{1}{B} \sum_{n=1}^3 \left[\left| M_n \left(\frac{d_z}{\rho_x} A_n + \frac{d_y}{\rho_x} (N_{n+1} - N_{n+2}) + (M_{n+2} - M_{n+1}) \right) \right| \frac{f_z}{f_n} \right] \quad (3.77) \\ \frac{\alpha_m}{2\pi\dot{\alpha}_0/f_z} &= \frac{1}{B} \sum_{n=1}^3 \left[\left| N_n \left(\frac{d_z}{\rho_x} A_n + \frac{d_y}{\rho_x} (N_{n+1} - N_{n+2}) + (M_{n+2} - M_{n+1}) \right) \right| \frac{f_z}{f_n} \right]\end{aligned}$$

The maximum accelerations of the center-of-gravity of the supported body are

$$\begin{aligned}\frac{\ddot{y}_{cm}}{2\pi\rho_x f_z \dot{\alpha}_0} &= \frac{1}{B} \sum_{n=1}^3 \left[\left| \frac{d_z}{\rho_x} A_n + \frac{d_y}{\rho_x} (N_{n+1} - N_{n+2}) + (M_{n+2} - M_{n+1}) \right| \frac{f_n}{f_z} \right] \\ \frac{\ddot{z}_{cm}}{2\pi\rho_x f_z \dot{\alpha}_0} &= \frac{1}{B} \sum_{n=1}^3 \left[\left| M_n \left(\frac{d_z}{\rho_x} A_n + \frac{d_y}{\rho_x} (N_{n+1} - N_{n+2}) + (M_{n+2} - M_{n+1}) \right) \right| \frac{f_n}{f_z} \right] \quad (3.78) \\ \frac{\ddot{\alpha}_m}{2\pi f_z \dot{\alpha}_0} &= \frac{1}{B} \sum_{n=1}^3 \left[\left| N_n \left(\frac{d_z}{\rho_x} A_n + \frac{d_y}{\rho_x} (N_{n+1} - N_{n+2}) + (M_{n+2} - M_{n+1}) \right) \right| \frac{f_n}{f_z} \right]\end{aligned}$$

where d_z and d_y are the Z and Y coordinates, respectively, of the edges of the container, as shown in Fig. 3.31, and the other quantities are the same as those appearing in Eqs. (3.72) and (3.74). The maximum response at any point in the suspended body can be found in the manner of Eq. (3.75).

The rotational velocity $\dot{\alpha}_0$ of the container about the corner A in Fig. 3.31 may be induced by lifting the opposite end to a height h and dropping it. The resulting velocity $\dot{\alpha}_0$ is

$$\dot{\alpha}_0 = \left\{ \frac{2g}{\rho_A^2} \left[\frac{h}{l} d_y' + d_z' \sqrt{1 - \left(\frac{h}{l} \right)^2} - d_z' \right] \right\}^{1/2} \quad (3.79)$$

where g is the acceleration of gravity, ρ_A is the radius of gyration of the rigid body plus container about the corner A, h is the initial elevation of the raised end of the container, l is the length of the container, and d_y' and d_z' are the Y and Z coordinates, respectively, of the edges of the container with respect to the center-of-gravity of the assembly of rigid body plus container (see Fig. 3.31).

Example 3.3. The rigid body shown in Fig. 3.31 weighs 1,500 lb and has a radius of gyration $\rho_x = 42$ in. with respect to the X axis. The resilient supporting elements apply forces parallel to their longitudinal axes *only*. Each element with its longitudinal axis in the X or Y direction has a stiffness of $k_x = k_y = 500$ lb/in. Each element whose longitudinal axis extends in the Z direction has a stiffness $k_z = 1,000$ lb/in. The resilient elements are positioned as shown in Fig. 3.30, and $l = 168$ in., $d_y = d_y' = -84$ in., $d_z = d_z' = -21$ in., $\rho_A = 308$ in. The rotational velocity shock results from a height of drop $h = 36$ in.

The fictitious natural frequency f_z is obtained from Eq. (3.37), yielding $f_z = 7.22$ cps. From Eq. (3.36) or Fig. 3.14, the natural frequencies in the y_c , z_c , α mode are $f_1 = 3.58$ cps, $f_2 = 6.02$ cps, and $f_3 = 9.75$ cps. From Eqs. (3.74), it is determined that $M_1 \simeq 0$, $M_2 = 11.7$, $M_3 = -15.3$, $N_1 = -0.1$, $N_2 = 7.1$, $N_3 = 25.1$, $A_1 = 402$, $A_2 = 2$, $A_3 = 1$, $B = 405$. Sample calculations for M_1 and A_1 are

$$M_1 = \frac{1}{1 - (3.58/7.22)^2} \left[\frac{4(500)}{8(1,000)} - \left(\frac{3.58}{7.22} \right)^2 \right] \frac{4(1,000)(68 - 26)}{4(500)(-10.5)} = -0.04$$

$$A_1 = M_2 N_3 - M_3 N_2 = (11.7)(25.1) - (-15.3)(7.1) = 402$$

From Eq. (3.79), $\dot{\alpha}_0 = 0.38$ rad/sec. Then Eqs. (3.78) give the maximum acceleration of the

center-of-gravity in the Y direction of the supported body as follows:

$$\ddot{y}_{cm} = \frac{2\pi\rho_z f_z \ddot{a}_0}{B} \left[\begin{array}{l} \left| \frac{d_z}{\rho_z} A_1 + \frac{d_y}{\rho_z} (N_2 - N_3) + (M_3 - M_2) \right| \frac{f_1}{f_z} \\ + \left| \frac{d_z}{\rho_z} A_2 + \frac{d_y}{\rho_z} (N_3 - N_1) + (M_1 - M_3) \right| \frac{f_2}{f_z} \\ + \left| \frac{d_z}{\rho_z} A_3 + \frac{d_y}{\rho_z} (N_1 - N_2) + (M_2 - M_1) \right| \frac{f_3}{f_z} \end{array} \right]$$

$$= \frac{724 \text{ in./sec}^2}{405} \left[\begin{array}{l} \left| \frac{-21}{42} (402) + \frac{-84}{42} (7.1 - 25.1) + (-15.3 - 11.7) \right| \frac{3.58}{7.22} \\ + \left| \frac{-21}{42} (2) + \frac{-84}{42} (25.1 + 0.1) + (0 + 15.3) \right| \frac{6.02}{7.22} \\ + \left| \frac{-21}{42} (1) + \frac{-84}{42} (-0.1 - 7.1) + (11.7 - 0) \right| \frac{9.75}{7.22} \end{array} \right]$$

$$= 286 \text{ in./sec}^2 = 0.74g$$

In a similar manner:

$$z_{cm} = 1,580 \text{ in./sec}^2 = 4.09g$$

$$\ddot{\alpha}_m = 45.9 \text{ rad/sec}^2$$

REFERENCES

1. Marks, L. S., and T. Baumeister: "Mechanical Engineer's Handbook," 6th ed., p. 6-6, McGraw-Hill Book Company, Inc., New York, 1958.
2. Housner, G. W., and D. E. Hudson: "Applied Mechanics-Dynamics," 2d ed., chap. 7, D. Van Nostrand Company, Inc., Princeton, N. J., 1959.
3. Boucher, R. W., D. A. Rich, H. L. Crane, and C. E. Matheny: *NACA Tech. Note* 3084, 1954.
4. Woodward, C. R.: "Handbook of Instructions for Experimentally Determining the Moments and Products of Inertia of Aircraft by the Spring Oscillation Method," *WADC Tech. Rept.* 55-415, June 1955.
5. Rubin, S.: *SAE Preprint* 197, 1957.
6. Macduff, J. N.: *Product Eng.*, **17**:106, 154 (1946).
7. Vane, F. F.: "A Guide for the Selection and Application of Resilient Mountings to Ship-board Equipment—Revised," *David W. Taylor Model Basin Rept.* 880, February, 1958, p. 98.
8. Smollen, L. E.: *J. Acoust. Soc. Amer.*, **40**:195 (1966).
9. Ref. 7, p. 50.
10. Crede, C. E.: "Vibration and Shock Isolation," p. 68, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1951.
11. Ref. 7, pp. 37-49.
12. Ref. 10, pp. 53-58.
13. Lewis, R. C., and K. Unholtz: *Trans. ASME*, **69**:813 (1947).
14. Klein, E., R. S. Ayre, and I. Vigness: "Fundamentals of Guided Missile Packaging," *Dept. Defense (U.S.) Rept.* RD 219/3, July, 1955, appendix 8, pp. 49-52.
15. Ref. 10, p. 73.
16. Taylor, E. S., and K. A. Browne: *J. Aeronaut. Sci.*, **6**:43 (1938).
17. Browne, K. A.: *Trans. SAE*, **44**:185 (1939).
18. Derby, T. F.: "Decoupling the Three Translational Modes from the Three Rotational Modes of a Rigid Body Supported by Four Corner-Located Isolators," *Shock and Vibration Bull.* 43, pt. 4, June 1973, pp. 91-108.
19. Ref. 10, p. 50.
20. Himelblau, H.: "A Reliable Approach to Protecting Fragile Equipment from Aircraft Vibration," *North American Aviation, Inc., Rept.* NA-56-1030, 1957, pp. 16, 86.
21. Ref. 20, pp. 22, 95.
22. Ref. 10, pp. 43, 61.
23. Himelblau, H.: *Product Eng.*, **23**:151 (1952).
24. Ref. 14, chap. 11, November, 1955.
25. Ref. 2, appendix IV.

1

Introduction

A structure is a combination of parts fastened together to create a supporting framework, which may be part of a building, ship, machine, space vehicle, engine or some other system.

Before the Industrial Revolution started, structures usually had a very large mass because heavy timbers, castings and stonework were used in their fabrication; also the vibration excitation sources were small in magnitude so that the dynamic response of structures was extremely low. Furthermore, these constructional methods usually produced a structure with very high inherent damping, which also gave a low structural response to dynamic excitation. Over the last 200 years, with the advent of relatively strong lightweight materials such as cast iron, steel and aluminium, and increased knowledge of the material properties and structural loading, the mass of structures built to fulfil a particular function has decreased. The efficiency of engines has improved and, with higher rotational speeds, the magnitude of the vibration exciting forces has increased. This process of increasing excitation with reducing structural mass and damping has continued at an increasing pace to the present day when few, if any, structures can be designed without carrying out the necessary vibration analysis, if their dynamic performance is to be acceptable.

The vibration that occurs in most machines, structures and dynamic systems is undesirable, not only because of the resulting unpleasant motions, the noise and the dynamic stresses which may lead to fatigue and failure of the structure or machine, but also because of the energy losses and the reduction in performance that accompany the vibrations. It is therefore essential to carry out a vibration analysis of any proposed structure.

There have been very many cases of systems failing or not meeting performance targets because of resonance, fatigue or excessive vibration of one component or another.

Because of the very serious effects that unwanted vibrations can have on dynamic systems, it is essential that vibration analysis be carried out as an inherent part of their design; when necessary modifications can most easily be made to eliminate vibration or at least to reduce it as much as possible.

It is usually much easier to analyse and modify a structure at the design stage than it is to modify a structure with undesirable vibration characteristics after it has been built. However, it is sometimes necessary to be able to reduce the vibration of existing structures brought about by inadequate initial design, by changing the function of the structure or by changing the environmental conditions, and therefore techniques for the analysis of structural vibration should be applicable to existing structures as well as to those in the design stage. It is the solution to vibration problems that may be different depending on whether or not the structure exists.

To summarize, present-day structures often contain high-energy sources which create intense vibration excitation problems, and modern construction methods result in structures with low mass and low inherent damping. Therefore careful design and analysis is necessary to avoid resonance or an undesirable dynamic performance.

1.1 THE CAUSES AND EFFECTS OF STRUCTURAL VIBRATION

There are two factors that control the amplitude and frequency of vibration in a structure: the excitation applied and the response of the structure to that particular excitation. Changing either the excitation or the dynamic characteristics of the structure will change the vibration stimulated.

The excitation arises from external sources such as ground or foundation vibration, cross winds, waves and currents, earthquakes and sources internal to the structure such as moving loads and rotating or reciprocating engines and machinery. These excitation forces and motions can be periodic or harmonic in time, due to shock or impulse loadings, or even random in nature.

The response of the structure to excitation depends upon the method of application and the location of the exciting force or motion, and the dynamic characteristics of the structure such as its natural frequencies and inherent damping level.

In some structures, such as vibratory conveyors and compactors, vibration is encouraged, but these are special cases and in most structures vibration is undesirable. This is because vibration creates dynamic stresses and strains which can cause fatigue and failure of the structure, fretting corrosion between contacting elements and noise in the environment; also it can impair the function and life of the structure or its components (see Fig. 1.1).

1.2 THE REDUCTION OF STRUCTURAL VIBRATION

The level of vibration in a structure can be attenuated by reducing either the excitation, or the response of the structure to that excitation or both (see Fig. 1.2). It is sometimes possible, at the design stage, to reduce the exciting force or motion by changing the equipment responsible, by relocating it within the structure or by isolating it from the structure so that the generated vibration is not transmitted to the supports. The structural response can be altered by changing the mass or stiffness of the structure, by moving the

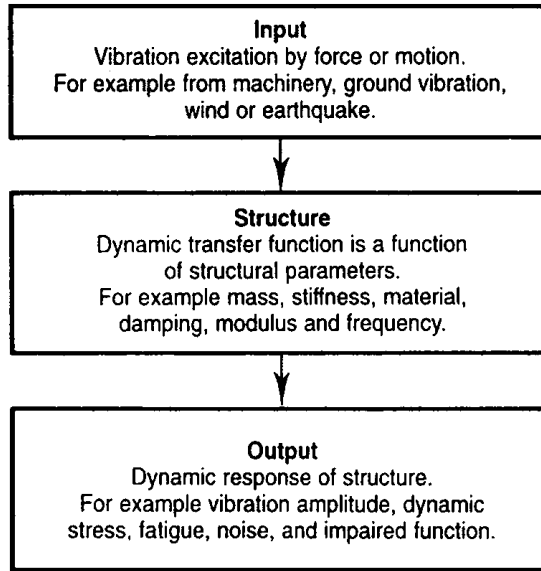


Fig. 1.1. Causes and effects of structural vibration.

source of excitation to another location, or by increasing the damping in the structure. Naturally, careful analysis is necessary to predict all the effects of any such changes, whether at the design stage or as a modification to an existing structure.

Suppose, for example, it is required to increase the natural frequency of a simple system by a factor of two. It is shown in Chapter 2 that the natural frequency of a body of mass m supported by a spring of stiffness k is $(1/2\pi) \cdot \sqrt{k/m}$ Hz, so that a doubling of this

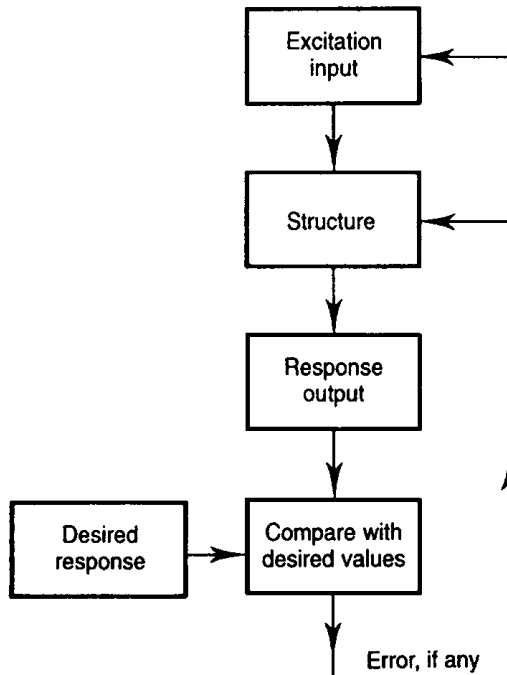


Fig. 1.2. Reduction of structural vibration.

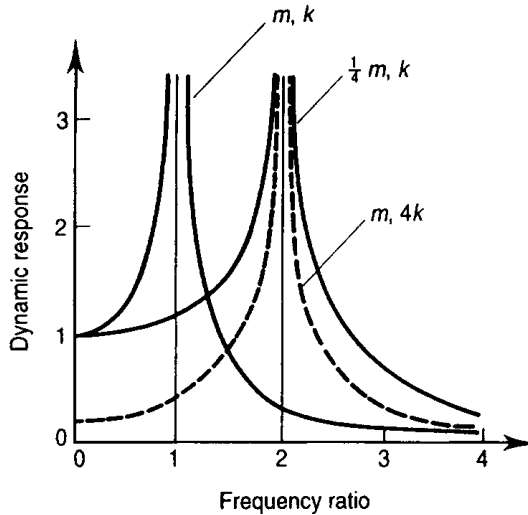


Fig. 1.3. Effect of mass and stiffness changes on dynamic response.

frequency can be achieved either by reducing m to $\frac{1}{4}m$ or by increasing k to $4k$. The effect of these changes on the dynamic response is shown in Fig. 1.3. Whilst both changes have the desired effect on the natural frequency, it is clear that the dynamic responses at other frequencies are very different.

The Dynamic Transfer Function (DTF) becomes very large and unwieldy for complicated structures, particularly if all damping sources and non-linearities are included. It may be that at some time in the future all structural vibration problems will be solved by a computer program that uses a comprehensive DTF (Fig. 1.4). At present, however, analysis techniques usually limit the scope and hence the size of the DTF in some way such as by considering a restricted frequency range or by neglecting damping or non-linearities. Structural vibration research is currently aimed at a large range of problems from bridge and vehicle vibration through to refined damping techniques and measurement methods.

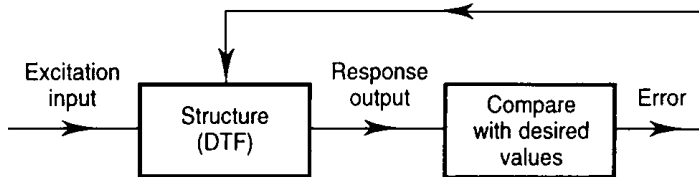


Fig. 1.4. Feedback to modify structure to achieve desired levels.

1.3 THE ANALYSIS OF STRUCTURAL VIBRATION

It is necessary to analyse the vibration of structures in order to predict the natural frequencies and the response to the expected excitation. The natural frequencies of the structure must be found because if the structure is excited at one of these frequencies resonance occurs, with resulting high vibration amplitudes, dynamic stresses and noise levels. Accordingly resonance should be avoided and the structure designed so that it is not encountered during normal conditions; this often means that the structure need only be analysed over the expected frequency range of excitation.

Although it may be possible to analyse the complete structure, this often leads to a very complicated analysis and the production of much unwanted information. A simplified mathematical model of the structure is therefore usually sought that will, when analysed, produce the desired information as economically as possible and with acceptable accuracy. The derivation of a simple mathematical model to represent the dynamics of a real structure is not easy, if the model is to produce useful and realistic information. It is often desirable for the model to predict the location of nodes in the structure. These are points of zero vibration amplitude and are thus useful locations for the siting of particularly delicate equipment. Also, a particular mode of vibration cannot be excited by forces applied at one of its nodes.

Vibration analysis can be carried out most conveniently by adopting the following three-stage approach:

Stage I. Devise a mathematical or physical model of the structure to be analysed.

Stage II. From the model, write the equations of motion.

Stage III. Evaluate the structure response to a relevant specific excitation.

These stages will now be discussed in greater detail.

1.3.1 Stage I. The mathematical model

Although it may be possible to analyse the complete dynamic structure being considered, this often leads to a very complicated analysis, and the production of much unwanted information. A simplified mathematical model of the structure is therefore usually sought that will, when analysed, produce the desired information as economically as possible and with acceptable accuracy. The derivation of a simple mathematical model to represent the dynamics of a real structure is not easy, if the model is to give useful and realistic information.

All real structures possess an infinite number of degrees of freedom; that is, an infinite number of coordinates are necessary to specify completely the position of the structure at any instant of time. A structure possesses as many natural frequencies as it has degrees of freedom, and if excited at any of these natural frequencies a state of resonance exists, so that a large amplitude vibration response occurs. For each natural frequency the structure has a particular way of vibrating so that it has a characteristic shape, or mode of vibration, at each natural frequency.

Fortunately it is not usually necessary to calculate all the natural frequencies of a structure; this is because many of these frequencies will not be excited and in any case they may give small resonance amplitudes because the damping is high for that particular mode of vibration. Therefore, the analytical model of a dynamic structure need have only a few degrees of freedom, or even only one, provided the structural parameters are chosen so that the correct mode of vibration is modelled. It is never easy to derive a realistic and useful mathematical model of a structure, because the analysis of particular modes of vibration is usually sought, and the determination of the relevant structural motions and parameters for the mathematical model needs great care.

However, to model any real structure a number of simplifying assumptions can often be made. For example, a distributed mass may be considered as a lumped mass, or the effect of damping in the structure may be ignored, particularly if only resonance frequencies are

needed or the dynamic response required at frequencies well away from a resonance. A non-linear spring may be considered linear over a limited range of extension, or certain elements and forces may be ignored completely if their effect is likely to be small. Furthermore, the directions of motion of the mass elements are usually restrained to those of immediate interest to the analyst.

Thus the model is usually a compromise between a simple representation that is easy to analyse but may not be very accurate, and a complicated but more realistic model which is difficult to analyse but gives more useful results. Some examples of models derived for real structures are given below, whilst further examples are given throughout the text.

The swaying oscillation of a chimney or tower can be investigated by means of a single degree of freedom model. This model would consider the chimney to be a rigid body resting on an elastic soil. To consider bending vibration in the chimney itself would require a more refined model such as the four degree of freedom system shown in Fig. 1.5. By giving suitable values to the mass and stiffness parameters a good approximation to the first bending mode frequency, and the corresponding mode shape, may be obtained. Such a model would not be sufficiently accurate for predicting the frequencies of higher modes; to accomplish this a more refined model with more mass elements and therefore more degrees of freedom would be necessary.

Vibrations of a machine tool can be analysed by modelling the machine structure by the two degree of freedom system shown in Fig. 1.6. In the simplest analysis the bed can be considered to be a rigid body with mass and inertia, and the headstock and tailstock are each modelled by lumped masses. The bed is supported by springs at each end as shown. Such a model would be useful for determining the lowest or fundamental natural frequency of vibration. A refinement to this model, which may be essential in some designs of machine where the bed cannot be considered rigid, is to consider the bed to be a flexible beam with lumped masses attached as before.

To analyse the torsional vibration of a radio telescope when in the vertical position a five degree of freedom model, as shown in Fig. 1.7, can be used. The mass and inertia of

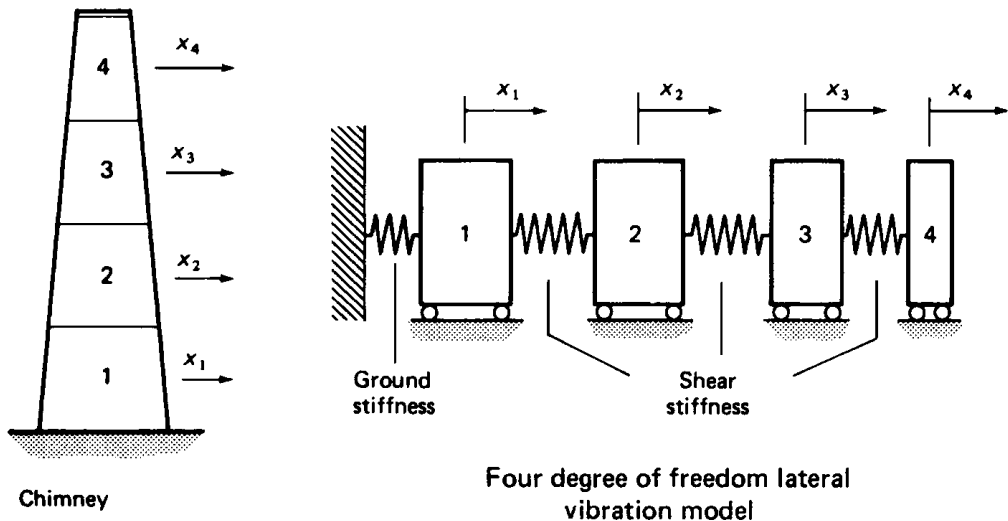


Fig. 1.5. Chimney vibration analysis model.

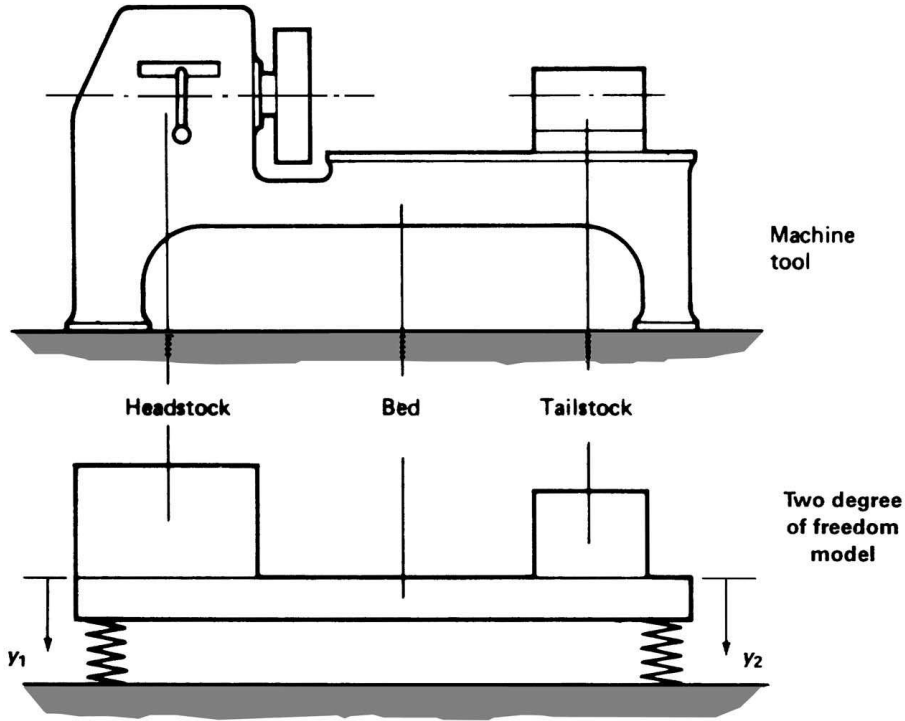


Fig. 1.6. Machine tool vibration analysis model.

the various components may usually be estimated fairly accurately, but calculation of the stiffness parameters at the design stage may be difficult; fortunately the natural frequencies are proportional to the square root of the stiffness. If the structure, or a similar one, is already built, the stiffness parameters can be measured. A further simplification of the model would be to put the turret inertia equal to zero, so that a three degree of freedom model is obtained. Such a model would be easy to analyse and would predict the lowest natural frequency of torsional vibration with fair accuracy, provided the correct inertia and stiffness parameters were used. It could not be used for predicting any other modes of vibration because of the coarseness of the model. However, in many structures only the lowest natural frequency is required, since if the structure can survive this frequency it will be able to survive other natural frequencies too.

None of these models include the effect of damping in the structure. Damping in most structures is very low so that the difference between the undamped and the damped natural frequencies is negligible. It is only necessary to include the effect of damping in the model if the response to a specific excitation is sought, particularly at frequencies in the region of a resonance.

1.3.1.1 The model parameters

Because of the approximate nature of most models, whereby small effects are neglected and the environment is made independent of the system motions, it is usually reasonable to assume constant parameters and linear relationships. This means that the coefficients in the equations of motion are constant and the equations themselves are linear: these are real

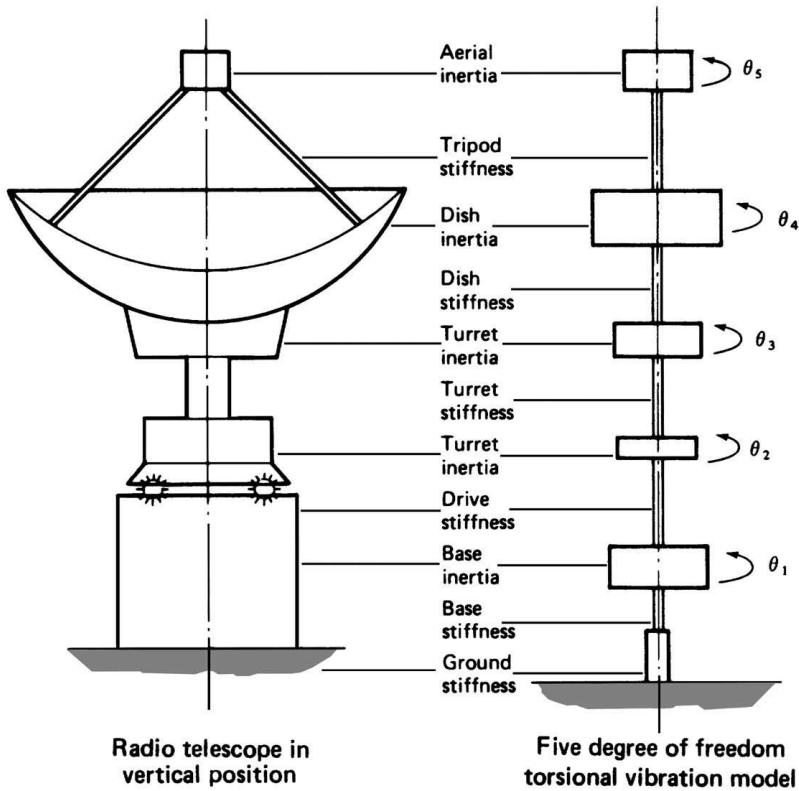


Fig. 1.7. Radio telescope vibration analysis model.

aids to simplifying the analysis. Distributed masses can often be replaced by lumped mass elements to give ordinary rather than partial differential equations of motion. Usually the numerical value of the parameters can, substantially, be obtained directly, from the system being analysed. However, model system parameters are sometimes difficult to assess, and then an intuitive estimate is required, engineering judgement being of the essence.

It is not easy to create a relevant mathematical model of the structure to be analysed, but such a model does have to be produced before Stage II of the analysis can be started. Most of the material in subsequent chapters is presented to make the reader competent to carry out the analyses described in Stages II and III. A full understanding of these methods will be found to be of great help in formulating the mathematical model referred to above in Stage I.

1.3.2 Stage II. The equations of motion

Several methods are available for obtaining the equations of motion from the mathematical model, the choice of method often depending upon the particular model and personal preference. For example, analysis of the free-body diagrams drawn for each body of the model usually produces the equations of motion quickly, but it can be advantageous in some cases to use an energy method such as the Lagrange equation.

From the equations of motion the characteristic or frequency equation is obtained, yielding data on the natural frequencies, modes of vibration, general response and stability.

1.3.3 Stage III. Response to specific excitation

Although Stage II of the analysis gives much useful information on natural frequencies, response and stability, it does not give the actual response of the structure to specific excitations. It is necessary to know the actual response in order to determine such quantities as dynamic stress or noise for a range of inputs, either force or motion, including harmonic, step and ramp. This is achieved by solving the equations of motion with the excitation function present.

Remember:

Stage I.	Model
Stage II.	Equations
Stage III.	Excitation

1.4 OUTLINE OF THE TEXT

A few examples have been given above to show how real structures can be modelled, and the principles of their analysis. To be competent to analyse these models it is first necessary to study the analysis of damped and undamped, free and forced vibration of single degree of freedom structures such as those discussed in Chapter 2. This not only allows the analysis of a wide range of problems to be carried out, but is also essential background to the analysis of structures with more than one degree of freedom, which is considered in Chapter 3. Structures with distributed mass, such as beams and plates, are analysed in Chapter 4.

The damping that occurs in structures and its effect on structural response is described in Chapter 5, together with measurement and analysis techniques for damped structures, and methods for increasing the damping in structures. Techniques for reducing the excitation of vibration are also discussed. These chapters contain a number of worked examples to aid the understanding of the techniques described, and to demonstrate the range of application of the theory.

Methods of modelling and analysis, including computer methods of solution are presented without becoming embroiled in computational detail. It must be stressed that the principles and analysis methods of any computer program used should be thoroughly understood before applying it to a vibration problem. Round-off errors and other approximations may invalidate the results for the structure being analysed.

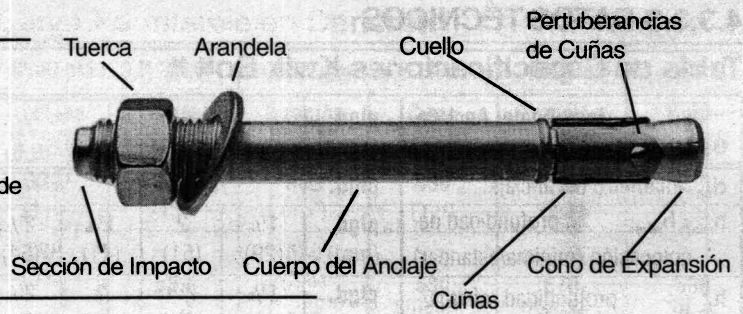
Chapter 6 is devoted entirely to a comprehensive range of problems to reinforce and expand the scope of the analysis methods. Chapter 7 presents the worked solutions and answers to many of the problems contained in Chapter 6. There is also a useful bibliography and index.

4.3.3

Anclaje de Expansión Kwik Bolt II

4.3.3.1 DESCRIPCIÓN DEL PRODUCTO

El Kwik Bolt es un anclaje tipo perno de expansión con una sola cuña que actúa como tres cuñas independiente si es necesario para proveer rendimiento consistente en una gran variedad de aplicaciones de medianas a fuertes. Los materiales base aplicables incluyen el concreto, concreto liviano y bloque relleno de mezcla de cemento.



Características del Producto

- Se puede cargar inmediatamente
- Identificación de longitud en todos los anclajes
- Puede instalarse en agujeros sin fondo
- Apropiado para colocar a través del material a fijar
- Tuerca a prueba de remoción (HTN) disponible por separado
- Buen rendimiento en perforaciones de brocas de diamante de tolerancia coincidente
- Las perturbancias en las cuñas previenen que el anclaje de vueltas durante la instalación
- Sección de impacto previene el daño a la rosca durante la instalación

Especificaciones de Guía

Anclaje de Expansión	Los anclajes de expansión serán del tipo perno con una cuña de tres secciones y enchapados en zinc de acuerdo con ASTM B 633. Los anclajes cumplirán con la descripción en Federal Specification FF-S-325, Grupo II, Tipo 4, Clase I para anclajes de expansión de concreto. Los anclajes serán Hilti Kwik Bolt II como suministrado por Hilti Fastening Systems, P.O. Box 21148, Tulsa, OK 74121.
Instalación	Los anclajes serán instalados en agujeros perforados con brocas Hilti con punta de carburo o con brocas de diamante con tolerancia coincidente. Los anclajes serán instalados según las recomendaciones del fabricante.

Listados/Aprobaciones

- Underwriters Laboratory No. 203 "Pipe Hangers" (diámetros de 3/8"-3/4")
- International Conference of Building Officials (ICBO): Reporte de Evaluación No. 4627
- Southern Building Code Congress (SBCCI) Reporte No. 8913
- City of Los Angeles (COLA) Reporte de Investigación No. 24946
- De acuerdo a la descripción en Federal Specification FF-S-325, Group II, Type 4, Class 1
- Factory Mutual (FM) KB II 3/8" x 2 1/4" con acoplador de varilla
- Metro Dade County Approval 93-0224.04

4.3.3.2 ESPECIFICACIONES DE MATERIALES

Pernos de Acero al Carbón KB II cumple los requisitos ASTM A510 con composición química de AISI 1038 con la excepción de los avellanados KB II; KB II 1" x 6", KB II 1" x 9" y KBII 1" x 12" que cumple con los requisitos ASTM A108 con composición química de ADISI 11L41

Las cuñas son manufacturadas de acero al carbón AISI 1010, excepto los KBII 3/4" x 12", KB II 1" x 6", KBII 1" x 9" y las cuñas KB II 1" x 12" que cumplen los requisitos de la composición química del AISI 304

Las tuercas son acero de carbón que cumplen los requisitos del ASTM A 563 Grado A y cumplen los requisitos dimensionales del ANSI B18.2.2

Las arandelas son acero de carbón según el SAE 1005-1033 y cumple los requisitos dimensionales de ANSI 18.22.1 Tipo A Sencillo

Todas las piezas de acero de carbón son enchapadas en zinc de acuerdo con ASTM B633, Tipo III, Fe/Zn5

Los pernos de acero inoxidable KBII cumple con ASTM A276 o con ASTM A493 con composición química de ya bien AISI 304 o 316 1/4" a 9/16" sobre 9/16"

Las cuñas de acero son del mismo grado del material que los pernos o superior

Las tuercas son de acero inoxidable según ASTM F594 con composición química de ya bien AISI 304 o 316 y cumplen con los requisitos dimensionales del ANSI B 18.2.2 de acuerdo con el material del perno

Las arandelas son AISI 304 y 316 de Acero inoxidable que cumple con ASTM A240 y cumplen con el material del perno

Nota: Los KB II con sus tuercas y arandelas en pedidos especiales pueden variar de los materiales estándar.

PROPIEDADES MECÁNICAS	
f _y ksi (MPa)	min. f _u ksi (MPa)
41 (282)	75 (517)
75 (517)	90 (620)
N/A	N/A
N/A	N/A
N/A	N/A
N/A	N/A
76 (524)	90 (620)
64 (441)	76 (524)

Anclaje de Expansión Kwik Bolt II

4.3.3

4.3.3.3 DATOS TÉCNICOS

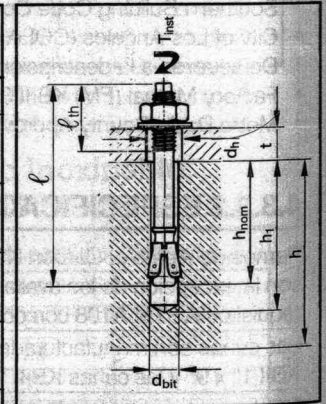
Tabla de Especificaciones Kwik Bolt II

Tamaño del Anclaje		plgd. (mm)	1/4 (6.4)	3/8 (9.5)	1/2 (12.7)	5/8 (15.9)	3/4 (19.1)	1 (25.4)	
Detalles									
d _{bit} : diámetro del anclaje ¹		plgd.	1/4	3/8	1/2	5/8	3/4	1	
h _{min} / h _{nom} : profundidad de colocación (mínima/estándar)		plgd. (mm)	1 1/8 (29) 2 (51)	1 5/8 (41) 2 1/2 (64)	2 1/4 (57) 3 1/2 (89)	2 3/4 (70) 4 (102)	3 1/4 (83) 4 3/4 (121)	4 1/2 (114) 6 (152)	
h _i : profundidad mínima/estándar del agujero		plgd. (mm)	1 3/8 (35) 2 1/4 (57)	2 (51) 2 7/8 (73)	2 3/4 (70) 4 (102)	3 3/8 (86) 4 5/8 (118)	4 (102) 5 1/2 (140)	5 1/2 (140) 7 (178)	
ℓ: longitud del anclaje min.-max. otras longitudes disponibles		plgd. (mm)	1 3/4 (44) 4 1/2 (114)	2 1/4 (57) 7 (178)	2 3/4 (70) 7 (178)	3 3/4 (95) 10 (254)	4 1/4 (108) 12 (305)	6 (152) 12 (305)	
ℓ _m : longitud de rosca std./extra larga		plgd. (mm)	3/4 (19) 3 (76)	7/8 / 1 1/8 (22/28) 4 (102)	1 1/4 (32) 4 (102)	1 1/2 (38) 3 1/2 / 4 1/2 (89/114)	1 1/2 (38) 3 1/2 / 4 1/2 (89/114)	2 1/4 (57) 4 1/2 (114)	
d _a : diámetro del agujero en la placa		plgd. (mm)	5/16 (7.9)	7/16 (11.1)	9/16 (14.3)	1 1/16 (17.5)	1 3/16 (20.6)	1 1/8 (28.6)	
T _{inst} : Torque ² de instalación recomendado Valores Guía pie lb (Nm)	Concreto Normal	Acero Inoxidable	h _{min}	4 (5.4)	20 (27.0)	40 (54.1)	85 (115)	150 (203)	235 (318)
		h _{nom}	7 (9.5)	30 (40.5)	75 (101)	110 (149)	200 (270)	450 (608)	
	Acero al Carbón	h _{min}	4 (5.4)	20 (27.0)	40 (54.1)	85 (115)	150 (203)	250 (338)	
		h _{nom}	7 (9.5)	25 (33.8)	65 (87.8)	110 (149)	235 (318)	450 (608)	
	Concreto Liviano	Acero al Carbón	h _{min}	4 (5.4)	15 (20.3)	25 (33.8)	65 (87.8)	135 (182)	—
		h _{nom}	4 (5.4)	20 (27.0)	30 (40.5)	75 (101)	150 (203)	—	
	Bloque Relleno de Mortero	Acero al Carbón	h _{min}	4 (5.4)	15 (20.3)	25 (33.8)	65 (87.8)	120 (162)	—
		h _{nom}	4 (5.4)	20 (27.0)	30 (40.5)	75 (101)	130 (176)	—	
h: espesor mínimo del material base			3" (76 mm) o 1.3 h _a , cualquier de los números que sea mayor						

1. Broca de perforación Hilti con punta de carburo o brocas de diamantes HILTI DD-B de tolerancia coincidente (disponibles en diámetros desde 1/2" a 1"). 2. No aplique ningún tipo de lubricante a las roscas antes de darle torque al anclaje.

Cuadro de Especificaciones de los Avellanados, de los Acopladores de Varilla y los HCKB

Tamaño del Anclaje		plgd. (mm)	1/4 Avellanado (6.4)	3/8 Avellanado (9.5)	3/8 Acopladora (9.5)	1/4 HCKB (6.4)
Detalles						
d _{bit} : diámetro del anclaje ¹		plgd.	1/4	3/8	3/8	1/4
h _{min} / h _{nom} : profundidad de colocación (mínima/estándar)		plgd. (mm)	1 1/8 (29) 2 (51)	1 5/8 (41) 2 1/2 (64)	1 5/8 (41)	1 7/16 (37)
h _i : profundidad mínima/estándar del agujero		plgd. (mm)	1 3/8 (35) 2 1/4 (57)	2 (51) 2 7/8 (73)	2 (51)	1 1/2 (38)
ℓ: longitud del anclaje min.-max.		plgd. (mm)	1 3/4 (44) 5 (127)	2 1/4 (57) 5 (127)	2 1/4 (127)	2 1/4 (127)
ℓ _m : longitud de rosca std./extra larga otras longitudes disponibles		plgd. (mm)	3/4 (19.1) 3 (76)	7/8 / 1 1/8 (22/28) 4 (102)	7/8 (22)	N.A.
d _a : diámetro del agujero en la placa		plgd. (mm)	5/16 (7.9)	7/16 (11.1)	7/16 (11.1)	5/16 (7.9)
T _{inst} : Torque ¹ de instalación recomendado Valores Guía pies lb (Nm)	Concreto Normal	Acero Inoxidable	h _{min}	4 (5.4)	20 (27.0)	—
		h _{nom}	7 (9.5)	30 (40.5)	—	
	Acero al Carbón	h _{min}	4 (5.4)	20 (27.0)	20 (27.0)	
		h _{nom}	7 (9.5)	25 (33.8)	—	
	Concreto Liviano	Acero al Carbón	h _{min}	4 (5.4)	15 (20.3)	20 (27.0)
		h _{nom}	4 (5.4)	20 (27.0)	—	
	Bloque Relleno de Mortero	Acero al Carbón	h _{min}	4 (5.4)	15 (20.3)	20 (27.0)
		h _{nom}	4 (5.4)	20 (27.0)	—	
h: espesor mínimo del material base			3" (76 mm) or 1.3 h _a , cualquier de los números que sea mayor			



Carga de Tracción y Corte Combinada

$$\left(\frac{N_d}{N_{rec}}\right)^{5/3} + \left(\frac{V_d}{V_{rec}}\right)^{5/3} \leq 1.0$$

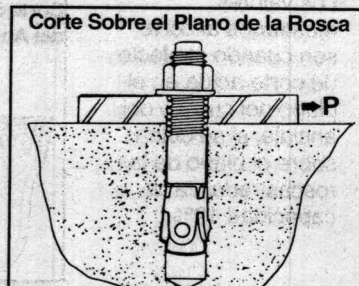
(Refiérase a la Sección 4.1.3)

1. No aplique cualquier tipo de lubricante a las rosca antes de darle torque.

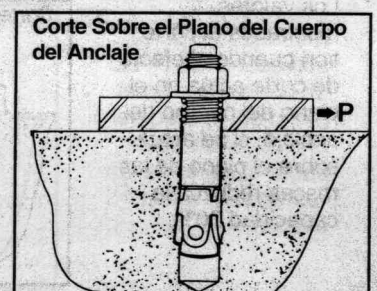
4.3.3
Anclaje de Expansión Kwik Bolt II
Kwik Bolt II Acero al Carbón Capacidad de Carga Permisible en Concreto

Diámetro del Anclaje plgd. (mm)	Profundidad de Colocación plgd. (mm)	2000 psi (13.8 MPa)		3000 psi (20.7 MPa)		4000 psi (27.6 MPa)		6000 psi (41.4 MPa)	
		Tracción lb (kN)	Corte lb (kN)	Tracción lb (kN)	Corte lb (kN)	Tracción lb (kN)	Corte lb (kN)	Tracción lb (kN)	Corte lb (kN)
1/4 (6.4)	1 1/8 (29)	270 (1.2)	430 (1.9)	330 (1.5)	430 (1.9)	380 (1.7)	430 (1.9)	470 (2.1)	430 (1.9)
	2* (51)	560 (2.5)	530 (2.4)	590 (2.6)	530 (2.4)	630 (2.8)	530 (2.4)	670 (3.0)	530 (2.4)
	3 3/4* (95)	670 (3.0)		670 (3.0)		670 (3.0)			
3/8 (9.5)	1 1/8 (41)	530 (2.4)	990 (4.4)	650 (2.9)	1040 (4.6)	750 (3.3)	1100 (4.9)	850 (3.8)	1100 (4.9)
	2 1/2* (64)	1200 (5.3)	1470 (6.5)	1290 (5.7)	1470 (6.5)	1370 (6.1)	1470 (6.5)	1550 (6.9)	1470 (6.5)
	4 1/4* (108)	1330 (5.9)		1390 (6.2)		1440 (6.4)			
1/2 (12.7)	2 1/4 (57)	1170 (5.2)	1940 (8.6)	1310 (5.8)	1970 (8.8)	1450 (6.4)	1970 (8.8)	1730 (7.7)	1970 (8.8)
	3 1/2* (89)	1870 (8.3)	2450 (10.9)	2130 (9.5)	2450 (10.9)	2400 (10.7)	2450 (10.9)	2800 (12.5)	2450 (10.9)
	6* (152)	2080 (9.3)		2310 (10.3)		2530 (11.3)			
5/8 (15.9)	2 3/4 (70)	1600 (7.1)	3070 (13.7)	1870 (8.3)	3070 (13.7)	2130 (9.5)	3070 (13.7)	2670 (11.9)	3070 (13.7)
	4** (102)	2400 (10.7)	3840 (17.1)	2850 (12.7)	3840 (17.1)	3290 (14.6)	3840 (17.1)	4190 (18.6)	3840 (17.1)
	7** (178)	3200 (14.2)		3470 (15.4)		3730 (16.6)			
3/4 (19.1)	3 1/4 (83)	1970 (8.8)	4140 (18.4)	2320 (10.3)	4140 (18.4)	2670 (11.9)	4140 (18.4)	3200 (14.2)	4140 (18.4)
	4 3/4** (121)	2930 (13.0)	5120 (22.8)	4130 (18.4)	5120 (22.8)	4800 (21.4)	5120 (22.8)	5870 (26.1)	5120 (22.8)
	8** (203)	4000 (17.8)		4930 (21.9)		5870 (26.1)			
1 (25.4)	4 1/2 (114)	3330 (14.8)	7070 (31.4)	4050 (18.0)	7600 (33.8)	4670 (20.8)	8140 (36.2)	5070 (22.6)	9200 (40.9)
	6 (152)	4930 (21.9)	9200 (40.9)	6000 (26.7)	9200 (40.9)	7070 (31.4)	9200 (40.9)	8400 (37.4)	
	9 (229)	6670 (29.7)		7670 (34.1)		8670 (38.6)		10670 (47.5)	

* Los valores mostrados al corte son cuando el efecto de corte actúa en el plano del cuerpo del anclaje, si se actúa sobre el plano de las roscas reduzca la capacidad 20%.



** Los valores mostrados al corte son cuando el efecto de corte actúa en el plano del cuerpo del anclaje, si se actúa sobre el plano de las roscas reduzca la capacidad 12%.



Todos los demás valores mostrados son para un plano de corte que actúe sobre el cuerpo o las roscas.

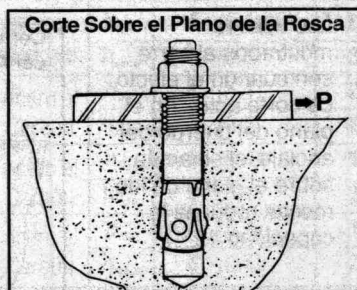
Anclaje de Expansión Kwik Bolt II

4.3.3

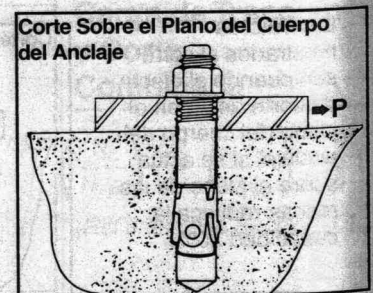
Kwik Bolt II Acero al Carbón Capacidad de Carga Ultima en Concreto

Diámetro del Anclaje plgd. (mm)	Profundidad de Colocación plgd. (mm)	2000 psi (13.8 MPa)		3000 psi (20.7 MPa)		4000 psi (27.6 MPa)		6000 psi (41.4 MPa)	
		Tracción lb (kN)	Corte lb (kN)	Tracción lb (kN)	Corte lb (kN)	Tracción lb (kN)	Corte lb (kN)	Tracción lb (kN)	Corte lb (kN)
1/4 (6.4)	1 1/8 (29)	1000 (4.4)	1600 (7.1)	1230 (5.5)	1600 (7.1)	1430 (6.4)	1600 (7.1)	1750 (7.8)	1600 (7.1)
	2* (51)	2100 (9.3)	2000 (8.9)	2225 (9.9)	2000 (8.9)	2350 (10.5)	2000 (8.9)	2500 (11.1)	2000 (8.9)
	3 3/4* (95)	2500 (11.1)		2500 (11.1)		2500 (11.1)			
3/8 (9.5)	1 3/8 (41)	2000 (8.9)	3700 (16.5)	2450 (10.9)	3900 (17.3)	2825 (12.6)	3900 (17.3)	3200 (14.2)	3900 (17.3)
	2 1/2* (64)	4500 (20.0)	5500 (24.5)	4825 (21.5)	5500 (24.5)	5150 (22.9)	5500 (24.5)	5800 (25.8)	5500 (24.5)
	4 1/4* (108)	5000 (22.2)		5200 (23.1)		5400 (24.0)			
1/2 (12.7)	2 1/4 (57)	4400 (19.6)	7250 (32.2)	4925 (21.9)	7360 (32.7)	5450 (24.2)	7360 (32.7)	6500 (28.9)	7360 (32.7)
	3 1/2* (89)	7000 (31.1)	9200 (40.9)	8000 (35.6)	9200 (40.9)	9000 (40.0)	9200 (40.9)	10500 (46.7)	9200 (40.9)
	6* (152)	7800 (34.7)		8650 (38.5)		9500 (402.3)			
5/8 (15.9)	2 3/4 (70)	6000 (26.7)	11500 (51.2)	7000 (31.1)	11500 (51.2)	8000 (35.6)	11500 (51.2)	10000 (44.5)	11500 (51.2)
	4** (102)	9000 (40.0)	14200 (63.2)	10670 (47.5)	14200 (63.2)	12350 (54.9)	14200 (63.2)	15700 (69.8)	14200 (63.2)
	7** (178)	12000 (53.4)		13000 (57.8)		14000 (62.3)			
3/4 (19.1)	3 1/4 (83)	7400 (32.9)	15500 (68.9)	8700 (38.7)	15500 (68.9)	10000 (44.5)	15500 (68.9)	12000 (53.4)	15500 (68.9)
	4 3/4** (121)	11000 (48.9)	19200 (85.4)	15500 (68.9)	19200 (85.4)	18000 (80.1)	19200 (85.4)	22000 (97.9)	19200 (85.4)
	8** (203)	15000 (66.7)		18500 (82.3)		22000 (97.9)		23700 (105.4)	
1 (25.4)	4 1/2 (114)	12500 (55.6)	26500 (117.9)	15200 (67.6)	28500 (126.8)	17500 (77.8)	30500 (135.7)	19000 (84.5)	34500 (153.5)
	6 (152)	18500 (82.3)	34500 (153.5)	22500 (100.1)	34500 (153.5)	26500 (117.9)	34500 (153.5)	31500 (140.1)	
	9 (229)	25000 (111.2)		28750 (127.9)		32500 (144.6)		40000 (177.9)	

* Los valores mostrados al corte son cuando el efecto de corte actúa en el plano del cuerpo del anclaje, si se actúa sobre el plano de las roscas reduzca la capacidad 20%.



** Los valores mostrados al corte son cuando el efecto de corte actúa en el plano del cuerpo del anclaje, si se actúa sobre el plano de las roscas reduzca la capacidad 12%.



Todos los demás valores mostrados son para un plano de corte que actúe sobre el cuerpo o las roscas.

4.3.3

Anclaje de Expansión Kwik Bolt II

Kwik Bolt II AISI 304 y 316 Acero Inoxidable Capacidad de Carga Permisible en Concreto

Diámetro del Anclaje plgd. (mm)	Profundidad de Colocación plgd. (mm)	2000 psi (13.8 MPa)		3000 psi (20.7 MPa)		4000 psi (27.6 MPa)		6000 psi (41.4 MPa)	
		Tracción lb (kN)	Corte lb (kN)	Tracción lb (kN)	Corte lb (kN)	Tracción lb (kN)	Corte lb (kN)	Tracción lb (kN)	Corte lb (kN)
1/4 (6.4)	1 1/8 (29)	240 (1.1)	560 (2.5)	330 (1.5)	570 (2.5)	350 (1.6)	590 (2.6)	370 (1.6)	590 (2.6)
	2 (51)	470 (2.1)	590 (2.6)	550 (2.4)	590 (2.6)	550 (2.4)		550 (2.4)	
	3 3/4 (95)	550 (2.4)							
3/8 (9.5)	1 5/8 (41)	430 (1.9)	880 (3.9)	490 (2.2)	1010 (4.5)	550 (2.4)	1150 (5.1)	670 (3.0)	1230 (5.5)
	2 1/2 (64)	930 (4.1)	1330 (5.9)	1090 (4.8)	1330 (5.9)	1250 (5.6)	1330 (5.9)	1440 (6.4)	1330 (5.9)
	4 1/4 (108)	1070 (4.8)		1330 (5.9)		1440 (6.4)			
1/2 (12.7)	2 3/4 (57)	850 (3.8)	1810 (8.1)	1070 (4.8)	1850 (8.2)	1280 (5.7)	1890 (8.4)	1330 (5.9)	2220 (9.9)
	3 1/2 (89)	1330 (5.9)	2220 (9.9)	1730 (7.7)	2220 (9.9)	2130 (9.5)	2220 (9.9)	2400 (10.7)	
	6 (152)	1470 (6.5)		1880 (8.4)		2290 (10.2)		2720 (12.1)	
5/8 (15.9)	2 3/4 (70)	1250 (5.6)	2800 (12.5)	1600 (7.1)	3070 (13.7)	1810 (8.1)	3330 (14.8)	1920 (8.5)	3330 (12.5)
	4 (102)	1870 (8.3)	3330 (14.8)	2400 (10.7)	3330 (14.8)	2930 (13.0)		3200 (14.2)	
	7 (178)	2400 (10.7)		3010 (13.4)		3650 (16.2)		3650 (16.2)	
3/4 (19.1)	3 3/4 (83)	1550 (6.9)	2880 (12.8)	1950 (8.7)	3310 (14.7)	2350 (10.5)	3730 (16.6)	2610 (11.6)	4800 (21.4)
	4 3/4 (121)	2510 (11.2)	4510 (20.1)	3250 (14.5)	4650 (20.7)	3870 (17.2)	4800 (21.4)	4670 (20.8)	
	8 (203)	2930 (13.0)	4800 (21.4)	3870 (17.2)	4800 (21.4)	4530 (20.2)		5120 (22.8)	
1 (25.4)	4 1/2 (114)	3120 (13.9)	6080 (27.0)	3870 (17.2)	6770 (30.1)	4610 (20.5)	7470 (33.2)	4800 (21.4)	7470 (33.2)
	6 (152)	4400 (19.6)	7470 (33.2)	6400 (28.5)	7470 (33.2)	7200 (32.0)		7330 (32.6)	
	9 (229)	5600 (24.9)		8000 (35.59)		9390 (41.77)		9390 (41.8)	

Anclaje de Expansión Kwik Bolt II

4.3.3

Kwik Bolt II AISI 304 y 316 Acero Inoxidable Capacidad de Carga Ultima en Concreto

Diámetro del Anclaje plgd. (mm)	Profundidad de Colocación plgd. (mm)	2000 psi (13.8 MPa)		3000 psi (20.7 MPa)		4000 psi (27.6 MPa)		6000 psi (41.4 MPa)	
		Tracción lb (kN)	Corte lb (kN)	Tracción lb (kN)	Corte lb (kN)	Tracción lb (kN)	Corte lb (kN)	Tracción lb (kN)	Corte lb (kN)
1/4 (6.4)	1 1/8 (29)	900 (4.0)	2100 (9.3)	1250 (5.6)	2150 (9.6)	1300 (5.8)		1400 (6.2)	
	2 (51)	1750 (7.8)	2200 (9.8)	2070 (9.2)	2200 (9.8)	2070 (9.2)	2200 (9.8)	2070 (9.2)	2200 (9.8)
	3 3/4 (95)	2070 (9.2)						2070 (9.2)	
3/8 (9.5)	1 5/8 (41)	1600 (7.1)	3300 (14.7)	1825 (8.1)	3800 (16.9)	2050 (9.1)	4300 (19.1)	2500 (11.1)	4600 (20.5)
	2 1/2 (64)	3500 (15.6)	5000 (22.2)	4100 (18.2)	5000 (22.2)	4700 (20.9)	5000 (22.2)	5400 (24.0)	5000 (22.2)
	4 1/4 (108)	4000 (17.8)						5000 (22.2)	
1/2 (12.7)	2 1/4 (57)	3200 (14.2)	6800 (30.2)	4000 (17.8)	6950 (30.9)	4800 (21.4)	7100 (31.6)	5000 (22.2)	
	3 1/2 (89)	5000 (22.2)	8340 (37.1)	6500 (28.9)	8340 (37.1)	8000 (35.6)	8340 (37.1)	9000 (40.0)	8340 (37.1)
	6 (152)	5500 (24.5)						7050 (31.4)	
5/8 (15.9)	2 3/4 (70)	4700 (20.9)	10500 (4.7)	6000 (26.7)	11500 (51.2)	6800 (30.2)		7200 (32.0)	
	4 (102)	7000 (31.1)	12500 (55.6)	9000 (40.0)	12500 (55.6)	11000 (48.9)	12500 (55.6)	12000 (53.4)	12500 (55.6)
	7 (178)	9000 (40.0)						11300 (50.3)	
3/4 (19.1)	3 1/4 (83)	5800 (25.8)	10800 (48.0)	7300 (32.5)	12400 (55.2)	8800 (39.1)	14000 (62.3)	9800 (43.6)	
	4 3/4 (121)	9400 (41.8)	16900 (75.2)	12200 (54.3)	17450 (77.6)	14500 (64.5)	18000 (80.1)	17500 (77.8)	18000 (80.1)
	8 (203)	11000 (48.9)						18000 (80.1)	
1 (25.4)	4 1/2 (114)	11700 (52.0)	22800 (101.4)	14500 (64.5)	25400 (113.0)	17300 (77.0)		18000 (80.1)	
	6 (152)	16500 (73.4)	28000 (124.5)	24000 (106.8)	28000 (124.5)	27000 (120.1)	28000 (124.5)	27500 (122.3)	28000 (124.5)
	9 (229)	21000 (93.4)						30000 (133.5)	

4.3.3

Anclaje de Expansión Kwik Bolt II

Kwik Bolt II Acero al Carbón Capacidad de Carga Permisible en Concreto Liviano

Diámetro del Anclaje plgd. (mm)	Profundidad de Colocación plgd. (mm)	Corte		Tracción	
		2000 psi (13.8 MPa) lb (kN)	3000 psi (20.7 MPa) lb (kN)	2000 psi (13.8 MPa) lb (kN)	3000 psi (20.7 MPa) lb (kN)
1/4 (6.4)	1 1/8 (29)	400 (1.8)	225 (1.0)	295 (1.3)	350 (1.6)
	≥2* (51)	500 (2.2)	325 (1.4)	390 (1.7)	450 (2.0)
3/8 (9.5)	1 5/8 (41)	775 (3.5)	425 (1.9)	530 (2.4)	625 (2.8)
	≥2 1/2* (64)	1375 (6.1)	625 (2.8)	810 (3.6)	975 (4.3)
1/2 (12.7)	2 1/4 (57)	1400 (6.2)	725 (3.2)	920 (4.1)	1100 (4.9)
	≥3 1/2* (89)	2300 (10.2)	1100 (4.9)	1360 (6.1)	1600 (7.1)
5/8 (15.9)	2 3/4 (70)	2500 (11.1)	1125 (5.0)	1350 (6.0)	1550 (6.9)
	≥4** (102)	3550 (15.8)	1650 (7.3)	1990 (8.9)	2300 (10.2)
3/4 (19.1)	3 1/4 (83)	3250 (14.5)	1575 (7.0)	1905 (8.5)	2200 (9.8)
	≥4 3/4** (121)	4700 (20.9)	2200 (9.8)	2750 (12.2)	3250 (14.5)

* Los valores mostrados al corte son cuando el efecto de corte actúa en el plano del cuerpo del anclaje, si actúa sobre el plano de las roscas reduce la capacidad 20%.

** Los valores mostrados al corte son cuando el efecto de corte actúa en el plano del cuerpo del anclaje, si actúa sobre el plano de las roscas reduce la capacidad 12%.

Kwik Bolt II Acero al Carbón Capacidad de Carga Permisible en Unidades de Mampostería con Relleno 1,3,4,5,6

Diámetro del Anclaje plgd. (mm)	Profundidad de Colocación ² plgd. (mm)	Distancia del Borde plgd. (mm)	Tracción lb (kN)	Corte lb (kN)
1/4 (6.4)	2 (51)	≥12 (304.8)	410 (1.8)	570 (2.5)
		4 (101.6)		
3/8 (9.5)	2 1/2 (64)	≥12 (304.8)	725 (3.2)	1050 (4.7)
		4 (101.6)		
1/2 (12.7)	3 1/2 (89)	≥12 (304.8)	975 (4.3)	1400 (6.2)
		4 (101.6)		
5/8 (15.9)	4 (102)	≥12 (304.8)	1100 (4.9)	1050 (4.7)
		4 (101.6)		
3/4 (19.1)	4 3/4 (121)	≥16 (406.4)	1450 (6.5)	1050 (4.7)
		4 (101.6)		
3/4 (19.1)	4 3/4 (121)	12 (304.8)	1620 (7.2)	2120 (9.4)
		≥16 (406.4)		

1. Valores son para unidades de mampostería de concreto liviano, mediano o de peso normal de acuerdo con ASTM C 90 con mortero de 2000 psi de acuerdo con ASTM C474.
2. Profundidad de colocación se mide desde el borde externo de la cara de la unidad de la mampostería.
3. Valores son para anclajes colocados en la células del mortero, la junta, el tejido de cruce, o cualquier combinación arriba mencionada.
4. Para anclajes instalados en la junta "t", o la junta de la cabeza, reduce los valores por 20%.
5. Valores para distancia al borde entre 4 a 12 pulgadas y entre 12 y 16 pulgadas se pueden calcular por interpolación lineal.
6. Los anclajes son limitados a uno por unidad de célula.

Kwik Bolt II Avellanado Capacidad de Carga Permisible en Concreto

Diámetro del Anclaje plgd. (mm)	Material del Perno	Profundidad de Colocación plgd. (mm)	3000 psi (20.7 MPa)	
			Tracción lb (kN)	Corte* lb (kN)
1/4 (6.4)	Acero al Carbon	1 1/8 (29)	450 (2.0)	350 (1.6)
	Acero Inoxidable		480 (2.1)	500 (2.2)
3/8 (9.5)	Acero al Carbon	1 5/8 (41)	810 (3.6)	750 (3.3)
	Acero Inoxidable		880 (3.9)	1330 (5.9)

HCKB (Hilti Kwik Bolt de Techo) Capacidad de Carga Permisible

Diámetro del Anclaje plgd.	Profundidad del Colocación plgd. (mm)	3000 psi (20.7 MPa) Concreto de Peso Normal		3000 psi (20.7 MPa) Concreto de Peso Liviano	
		Tracción lb (kN)	Corte lb (kN)	Tracción lb (kN)	Corte lb (kN)
1/4 (6.4)	1 7/16 (37)	675 (3.0)	155 (0.69)	465 (2.1)	145 (0.65)

* Valores de corte para planos de corte actuando a través de las roscas del perno.

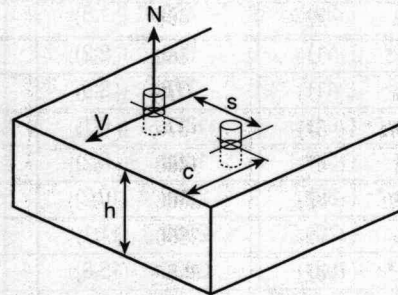
Anclaje de Expansión Kwik Bolt II

4.3.3

Guía de Distancias entre Anclajes y Distancias al Borde (véa la Sección 4.1.3 de Tecnología de Anclajes)

Factores de Influencia: Profundidad Mínima de Colocación

Tamaño del Anclaje (mm)	plgd.	1/4	3/8	1/2	5/8	3/4	1
	(mm)	(6.4)	(9.5)	(12.7)	(15.8)	(19.1)	(25.4)
h_{min}	plgd.	1 1/8	1 5/8	2 1/4	2 3/4	3 3/4	4 1/2
	(mm)	(29)	(41)	(59)	(70)	(83)	(114)

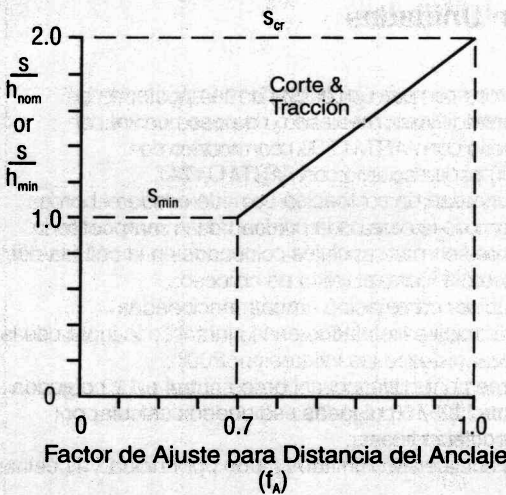


Profundidad Estándar de Colocación

Tamaño del Anclaje (mm)	plgd.	1/4	3/8	1/2	5/8	3/4	1
	(mm)	(6.4)	(9.5)	(12.7)	(15.8)	(19.1)	(25.4)
h_{nom}	plgd.	2	2 1/2	3 1/2	4	4 3/4	6
	(mm)	(51)	(64)	(89)	(102)	(121)	(152)

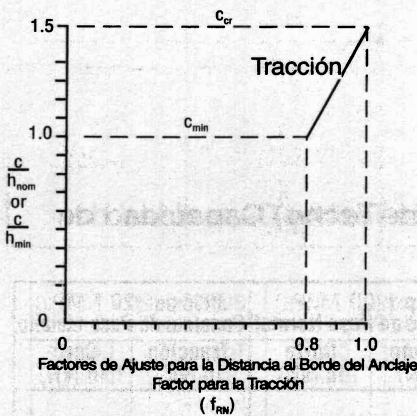
1. Para anclajes s y c con profundidad de colocación actual entre las profundidades listadas, utilice el interpolación lineal.
2. Para anclajes s y c con profundidad de colocación más profunda que la profundidad mayor anotada, utilice el valor mayor para la profundidad listada.

Factores de Ajuste para Distancias entre Anclajes

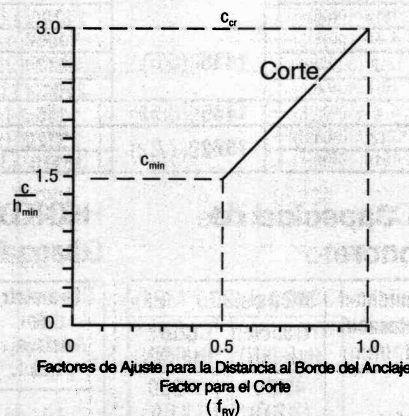


- s = Distancia entre anclajes actual
- h_{min} = Profundidad de colocación mínima
- h_{nom} = Profundidad de colocación estándar
- f_A = Factor de ajuste del anclaje para corte y tracción
- $S_{min} = 1.0 h_{nom}$ } para $h_{ef} \geq h_{nom}$
- $S_{cr} = 2.0 h_{nom}$ }
- $S_{min} = 1.0 h_{min}$ } para $h_{min} < h_{ef} < h_{nom}$
- $S_{cr} = 2.0 h_{min}$ }

Factores de Ajuste para la Distancia al Borde



- c = Distancia actual al borde
- h_{min} = Profundidad de colocación mínima
- h_{nom} = Profundidad de colocación estándar
- f_{RN} = Factor de ajuste de la distancia para la tracción
- $C_{cr} = 1.5 h_{nom}$ } for $h_{ef} \geq h_{nom}$
- $C_{min} = 1.0 h_{nom}$ }
- $C_{cr} = 1.5 h_{min}$ } for $h_{min} \leq h_{ef} < h_{nom}$
- $C_{min} = 1.0 h_{min}$ }



- c = Distancia actual al borde
- h_{min} = Profundidad de colocación mínima
- h_{nom} = Profundidad de colocación estándar
- f_{RV} = Factor de ajuste de la distancia para la tracción
- $C_{cr} = 3.0 h_{min}$ } for $h_{ef} \geq h_{min}$
- $C_{min} = 1.5 h_{min}$ }

4.3.3

Anclaje de Expansión Kwik Bolt II

Influencia de la Distancia entre Anclajes y Distancia al Borde f_A, f_R (h_{min} = profundidad mínima de colocación)

Factores de Ajuste de Carga (Dist. entre Anclaje) f_A							Factores de Ajuste de Carga (Distancia al Borde) f_R												
Tracción/Corte							Tracción f_{RN}					Corte f_{RV}							
Espacio S plgd. (mm)	Diámetro de Anclaje						Distancia del Borde C plgd. (mm)	Diámetro de Anclaje						Diámetro de Anclaje					
	1/4	3/8	1/2	5/8	3/4	1		1/4	3/8	1/2	5/8	3/4	1	1/4	3/8	1/2	5/8	3/4	1
1 1/8 (29)	.70						1 1/8 (29)	.80											
1 5/8 (41)	.83	.70					1 5/8 (41)	.97	.80					.50					
2 (51)	.93	.77					2 (51)	1.0	.89					.59					
2 1/4 (57)	1.0	.82	.70				2 1/4 (57)		.95	.80				.67					
2 1/2 (64)		.86	.73				2 1/2 (64)		1.0	.84				.74	.51				
2 3/4 (70)		.91	.77	.70			2 3/4 (70)			.89	.80			.81	.56				
3 1/4 (83)		1.0	.83	.75	.70		3 1/4 (83)			.98	.87	.80		.96	.67				
3 3/4 (95)			.90	.81	.75		3 3/4 (95)		1.0	.95	.86			1.0	.77	.56			
4 1/2 (114)			1.0	.89	.82	.70	4 1/2 (114)			1.0	.95	.80			.92	.67	.54		
5 (127)				.95	.86	.73	5 (127)				1.0	.84			1.0	.74	.61	.51	
5 1/2 (140)				1.0	.91	.77	5 1/2 (140)					.89				.81	.67	.56	
6 (152)					.95	.80	6 (152)					.93				.89	.73	.61	
6 1/2 (165)					1.0	.83	6 1/2 (165)					.98				.97	.79	.67	
7 (178)						.87	7 (178)					1.0			1.0	.85	.72	.52	
8 (203)						.93	8 (203)									.97	.82	.59	
9 (229)						1.0	9 (229)									1.0	.92	.67	
							10 (254)										1.0	.74	
							12 (305)											.89	
							14 (356)												1.0

$f_A = 0.3 \frac{S}{h_{min}} + 0.40$
 for $S_{cr} > S > S_{min}$

$f_{RN} = 0.4 \frac{C}{h_{min}} + 0.40$
 for $C_{cr} > C > C_{min}$

$f_{RV} = 0.333 \frac{C}{h_{min}}$
 for $C_{cr} > C > C_{min}$

Influencia de la Distancia entre Anclajes y Distancia al Borde f_A, f_R (h_{nom} = profundidad estándar de colocación)

Factores de Ajuste de Carga (Dist. entre Anclaje) f_A							Factores de Ajuste de Carga (Distancia al Borde) f_R												
Tracción/Corte							Tracción f_{RN}					Corte f_{RV}							
Distancia plgd. (mm)	Diámetro de Anclaje						Distancia del Borde C plgd. (mm)	Diámetro de Anclaje						Diámetro de Anclaje					
	1/4	3/8	1/2	5/8	3/4	1		1/4	3/8	1/2	5/8	3/4	1	1/4	3/8	1/2	5/8	3/4	1
2 (51)	.70						2 (51)	.80						.59					
2 1/4 (57)	.74						2 1/4 (57)	.85						.67					
2 1/2 (64)	.78	.70					2 1/2 (64)	.90	.80					.74	.51				
2 3/4 (70)	.81	.73					2 3/4 (70)	.95	.84					.81	.56				
3 1/4 (83)	.89	.79					3 1/4 (83)	1.0	.92					.96	.67				
3 3/4 (95)	.96	.85	.72				3 3/4 (95)		1.0	.83				1.0	.77	.56			
4 1/2 (114)	1.0	.94	.79	.74			4 1/2 (114)			.91	.85				.92	.67	.54		
5 (127)		1.0	.83	.78	.72		5 (127)			.97	.90	.82			1.0	.74	.61	.51	
5 1/2 (140)			.87	.81	.75		5 1/2 (140)			1.0	.95	.86				.81	.67	.56	
6 (152)			.91	.85	.78	.70	6 (152)				1.0	.91	.80			.89	.73	.61	
6 1/2 (165)			.96	.89	.81	.73	6 1/2 (165)					.95	.83			.97	.79	.67	
7 (178)			1.0	.93	.84	.75	7 (178)					1.0	.87			1.0	.85	.72	.52
8 (203)				1.0	.91	.80	8 (203)						.93				.97	.82	.59
9 (229)					.97	.85	9 (229)						1.0				1.0	.92	.67
10 (254)						1.0	10 (254)											1.0	.74
12 (305)							12 (305)												.89
14 (356)							14 (356)												1.0
16 (406)							16 (406)												
18 (457)							18 (457)												

$f_A = 0.3 \frac{S}{h_{nom}} + 0.40$
 for $S_{cr} > S > S_{min}$

$f_{RN} = 0.4 \frac{C}{h_{nom}} + 0.40$
 for $C_{cr} > C > C_{min}$

$f_{RV} = 0.333 \frac{C}{h_{min}}$
 for $C_{cr} > C > C_{min}$

Anclaje de Expansión Kwik Bolt II

4.3.3

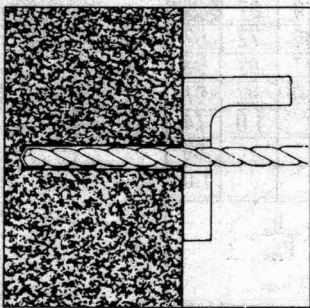
4.3.3.4 KWIK BOLT II INSTRUCCIONES DE INSTALACIÓN

Sistema de Identificación de Longitudes del Sistema Kwik Bolt

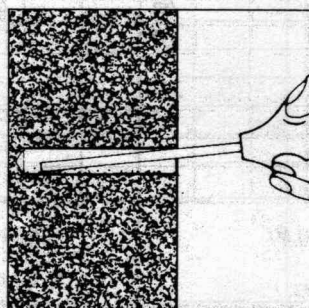
Troquelado en el Anclaje	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
Desde	1 1/2	2	2 1/2	3	3 1/2	4	4 1/2	5	5 1/2	6	6 1/2	7	7 1/2	8	8 1/2	9	9 1/2	10	11	12	13	14	15	16	17	18
Longitud del Anclaje plgd. Hasta Pero No Incluye	2	2 1/2	3	3 1/2	4	4 1/2	5	5 1/2	6	6 1/2	7	7 1/2	8	8 1/2	9	9 1/2	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19

Troquelado en el Anclaje	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
From	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40				
Longitud del Anclaje plgd. Hasta Pero No Incluye	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41				

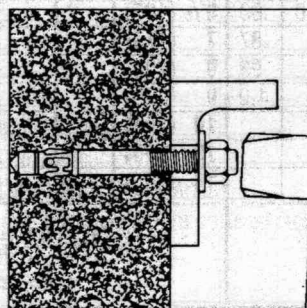
Kwik Bolt Instrucciones de Instalación



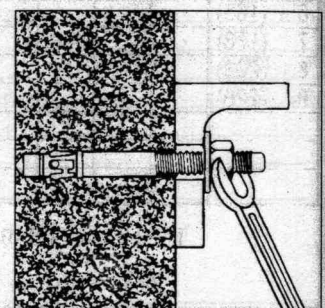
1. Simplemente perforo un agujero del diámetro del anclaje Hilti a utilizar, con o sin perforar a través del material a fijar. El Kwik Bolt II trabaja en un agujero de mayor profundidad sin problemas.



2. Limpie el agujero con el soplador.

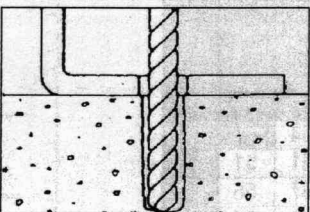


3. Coloque el anclaje Hilti Kwik Bolt II y martíllelo hasta que penetren por los menos seis roscas bajo la superficie utilizando un martillo de 2 lb. Hilti.

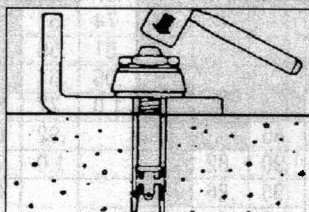


4. Apriete hasta el torque recomendado con una llave de torque o si no dispone de llave, gire la tuerca desde la posición de ajuste con la mano de 2 a 3 vueltas.

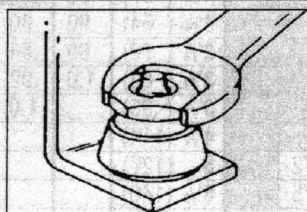
Sistema de Seguridad HTN Hilti- Instrucciones de Instalación



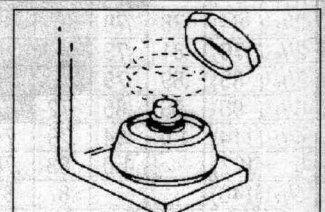
1. Taladre el agujero de igual tamaño al anclaje con o sin el material a fijar colocado. Limpie el agujero con el soplador.



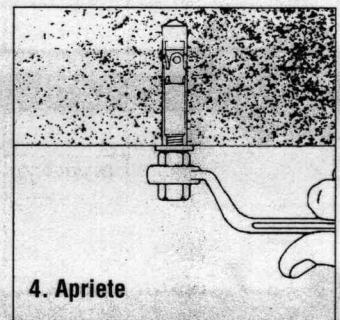
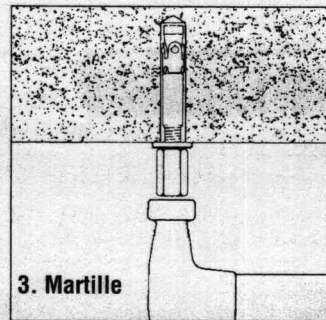
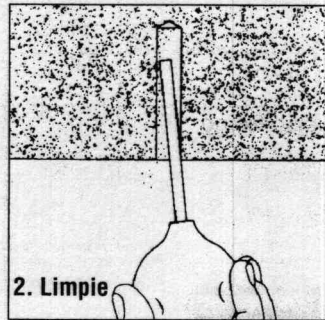
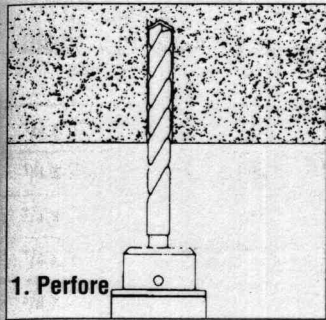
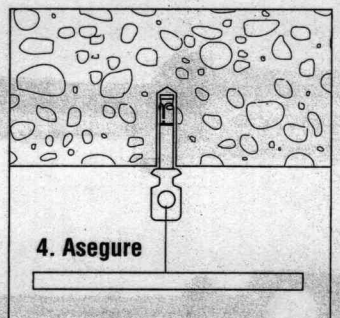
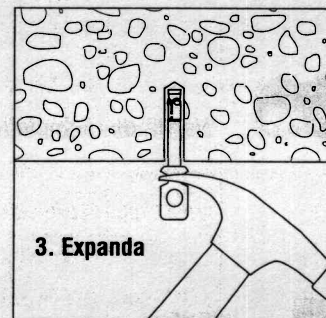
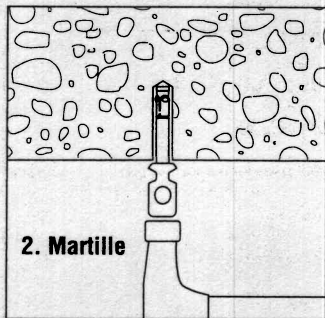
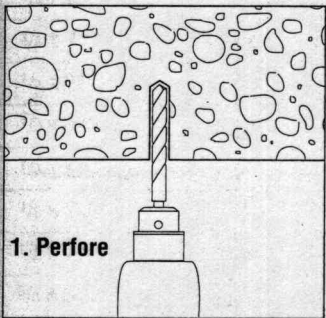
2. Coloque la camisa protectora y la tuerca de seguridad para que la sección de impacto sea expuesta. Martíllelo hasta que cubra el perno y que solo queden por los menos seis roscas arriba de la superficie.



3. Apriete hasta que se rompa la tuerca con una llave común y quede separada de la manga (tuerca) de seguridad.



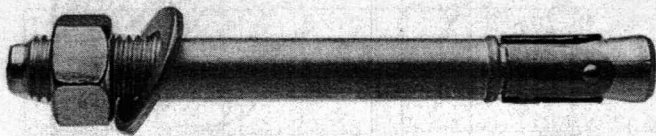
4. Libere el tope del anclaje retirando la tuerca y la manga.

4.3.3**Anclaje de Expansión Kwik Bolt II****Instrucciones de Instalación Kwik Bolt II Con Acoplador****Instrucciones de Instalación Hilti Kwik Bolt de Techo (HCKB)**

Anclaje de Expansión Kwik Bolt II

4.3.3

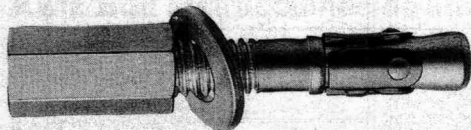
4.3.3.5 INFORMACIÓN DE PEDIDO



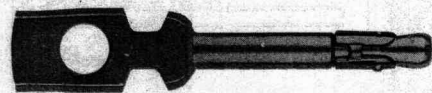
Versión Perno



Versión Perno Rosca Extra



Varilla con Acoplador



HCKB

Sistema de Tuerca de Seguridad Hilti (HTN)

Descripción	Use Perno en Plgd.	Empotramiento	No. de Artículo	Cant./Caja	Use Con	Torque (pie/lb)
12 HTN-M	1/2	$\geq h_{\min}$	00071690	50	HKBII 1/2"	40
12 HTN-SD	1/2	$\geq h_{\text{nom}}$	00071691	50	HKBII 1/2"	65
12 HTN-CSM	1/2	$\geq h_{\min}$	00248311	50	HKBII 1/2"	65
58 HTN-SD	5/8	$\geq h_{\text{nom}}$	00071699	25	HKBII 5/8"	110

Herramienta de Romoción HTN

Descripción	No. de Artículo	Para Tamaño HTN
Herramienta de Romoción HTN 38	00070973	3/8
Herramienta de Romoción HTN 1258	00260212	1/2 & 5/8



Estándar



Cónico

4.3.3

Anclajes de Expansión Kwik Bolt II

Descripción Diámetro x Longitud plgd. (mm)	Longitud de Rosca plgd. (mm)	Roscas por plgd.	Cant./Caja	Numero de Artículo					
				Acero de Carbón	Acero Inoxidable 304	Acero Inoxidable 316	Con Acoplador Acero al Carbón	HCKB	
1/4 x 1 3/4	3/4 (19)	20	100	00045359	00230984	—	—	—	
1/4 x 2 1/4	3/4 (19)	20		00045360	00230985	00238483	—	00229630	
1/4 x 3 1/4	3/4 (19)	20		00045361	00230986	00238484	—	—	
1/4 x 4 1/2 ³	3 (76)	20		00045378	00045404	—	—	—	
3/8 x 2 1/4	7/8 (22)	16		00045362	00230394	—	00045438	—	
3/8 x 3	7/8 (22)			00045363	00230395	00238486	—	—	
3/8 x 3 3/4	1 1/8 (28)			00045364	00230396	00238487	—	—	
3/8 x 5	1 1/8 (28)	16		50	00045365	00230397	—	—	—
3/8 x 7 ³	4 (101)		00242538		—	—	—	—	
1/2 x 2 3/4	1 1/4 (32)	13	50	00045366	00229232	—	—	—	
1/2 x 3 3/4				00045367	00229233	00238491	—	—	
1/2 x 4 1/2				00045368	00229077	00238493	—	—	
1/2 x 5 1/2				00045369	00229234	00238492	—	—	
1/2 x 7 ³	4 (101)	11	25	00045379	00229235	—	—	—	
5/8 x 3 3/4	1 1/2 (38)			00045370	00045394	00045475	—	—	
5/8 x 4 3/4				00045371	00045395	00045476	—	—	
5/8 x 6				00045372	00045396	00045477	—	—	
5/8 x 7				00045373	—	—	—	—	
5/8 x 8 1/2 ³	3 1/2 (89)			00045380	00045407	—	—	—	
5/8 x 10 ³	4 1/2 (114)	00045381	00045408	—	—	—			
3/4 x 4 3/4 ¹	1 1/2 (38)	10	20	00045374	00045398	00045479	—	—	
3/4 x 5 1/2				00045375	00045399	00045480	—	—	
3/4 x 7				00045376	00045400	—	—	—	
3/4 x 8			3 1/2 (89)	10	00045377	00045401	—	—	—
3/4 x 10 ³					00045382	00045409	00045490	—	—
3/4 x 12 ³					00045415	00045410	—	—	—
1 x 6	2 1/4 (57)	8	5	00045412	00045402	00045483	—	—	
1 x 9	2 1/4 (57)			00045413	00045403	—	—	—	
1 x 12 ³	4 1/2 (114)			00045416	00045411	—	—	—	

1. Con arandela 2" O.D.
2. Cabeza Ranurada Redondeada disponibles bajo pedido especial. Póngase en contacto con el Dept. de Servicios al Cliente de Hilti.
3. Versión de rosca extra larga.

DISEÑO DE MÁQUINAS

CLASE 20 - RODAMIENTOS – Cálculos y Ejemplos

Teoría de Vida 10

Esta teoría y a la vez procedimiento de diseño, se basa en la siguiente fórmula fundamental:

$$L_{10} = \left(\frac{C}{P} \right)^n$$

Donde:

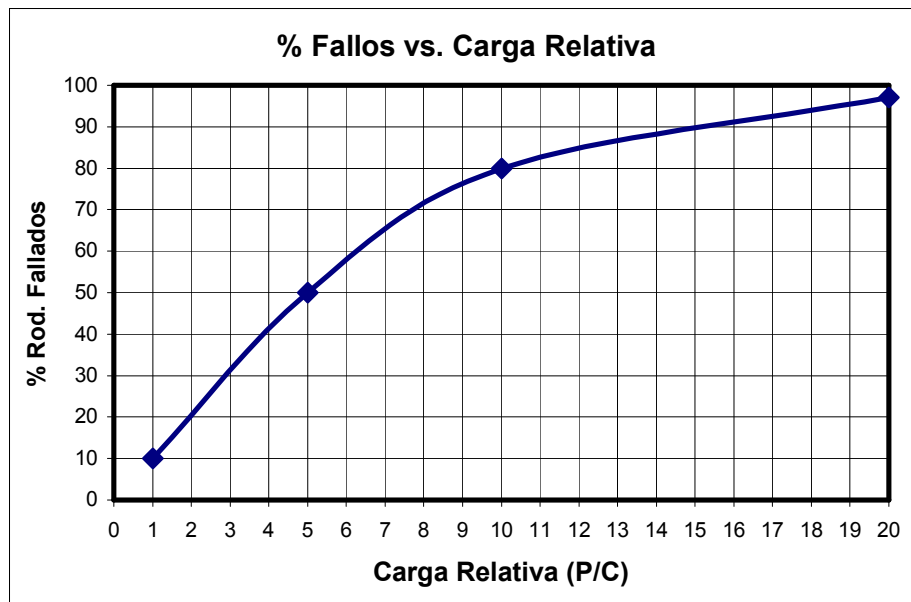
L_{10} : vida esperada en millones de revoluciones con una confiabilidad del 90%

C: carga básica dinámica radial que produce una vida de un millón de revoluciones en la pista interior.

P: carga dinámica radial aplicada

n: coeficiente; $n=3$ para rodamientos de bolas y $n=10/3$ para rodillos.

Esta ecuación expresa que debido a defectos en su proceso de fabricación y en ausencia de otras causas, experimental y estadísticamente se obtiene que el 10% de los rodamientos falla prematuramente antes del millón de ciclos cuando se aplica una carga $P = C$ (confiabilidad del 90%) según lo expresa la siguiente figura:



Confiabilidad	a_L
90%	1,00
95%	0,62
96%	0,53
97%	0,44
98%	0,33
99%	0,21

Figura 1. Correlación entre porcentaje de fallos y carga relativa.

Nótese que para $P=5C$ han fallado el 50%, mientras que para $10C$ sobrevive el 20% y que a $20C$ todavía quedan algunos. Para fines prácticos de diseño se ha establecido un coeficiente de corrección de vida a_L , en función del porcentaje de confiabilidad deseado:

$$L = a_L \cdot \left(\frac{C}{P} \right)^n$$

L: vida esperada en millones de revoluciones (corregida)

a_L : coeficiente de confiabilidad

Existen además otros factores que afectan la vida útil esperada del rodamiento, tales como materiales de fabricación de rodamientos y lubricantes no estándares para los cuales existen modelos de cálculo según el fabricante.

Procedimiento de selección de rodamientos a carga radial

- Calcular el diámetro mínimo del eje según la teoría de fatiga, esfuerzos y deflexiones.
- Calcular fuerzas en los apoyos (P).
- Calcular el número de revoluciones esperadas para el rodamiento (L).
- Escoger el porcentaje de confiabilidad para determinar el coeficiente de corrección.
- Escoger el tipo de rodamiento según el tipo y magnitud de carga: bolas o rodillos; radial, axial o combinado.
- Despejar la carga básica (C) de la ecuación de vida.
- Buscar los rodamientos con diámetro interno (d) igual al del eje.
- De estos seleccionar el más pequeño que cumpla con C.
- Verificar velocidad límite y carga estática límite (C_0).
- Diseñar alojamientos a partir de la geometría del rodamiento.

La carga estática límite se define como aquella que produce una deformación permanente igual a 0.0001 del diámetro del elemento rodante, bien sea en el mismo o en la pista; esto equivale a unos 4.6 GPa en promedio.

Ejemplo:

Seleccionar rodamiento para un eje de 20 mm. de diámetro, que soporte una carga radial dinámica de 200 kgf. (1960N) y que dure al menos 5 años con una frecuencia de uso de 200 días/año, 8 horas/día a 520 rpm.; la carga estática es 45kgf. (441N).

Solución:

Calcular la vida esperada:

$$L = 5 \text{ años} \cdot 200 \frac{\text{día}}{\text{año}} \cdot 8 \frac{\text{horas}}{\text{día}} \cdot 60 \frac{\text{min}}{\text{hora}} \cdot 520 \frac{\text{rev}}{\text{min}} = 294'600.000 \text{ revoluciones}$$

Despejar carga básica, suponiendo rodamiento de bolas:

$$C = L^{1/3} \cdot P = (249.6)^{1/3} \cdot 1960N = 13041.69N$$

Del catálogo de rodamientos, se tiene que para el 6304:

$$C = 15900N \quad \checkmark \quad C_0 = 7800N \quad \checkmark \quad \omega_{msc} = 13000 \text{ rpm} \quad \checkmark$$

Procedimiento de selección de rodamientos con carga combinada (radial + axial)

La principal variación respecto al procedimiento anterior es la de hallar una carga dinámica radial equivalente P en términos de las cargas reales aplicadas radial y axialmente. La ecuación es la siguiente:

$$P = X \cdot V \cdot Fr + Y \cdot Fa$$

Donde:

P:	carga radial equivalente	V:	factor de rotación
Fr:	fuerza radial aplicada	X:	factor radial
Fa:	fuerza axial aplicada	Y:	factor axial

El factor de rotación sirve para corregir la situación de desgaste de acuerdo con la condición de carga estática o rotatoria. Si el anillo interior es el que gira $V=1.0$; si es el exterior $V=1.2$. Para rodamientos autoalineantes, $V=1.0$ en ambos casos.

Los factores X y Y dependen de la geometría del rodamiento, incluyendo el número de bolas y el diámetro de las mismas. Para hallarlos se recurre a una tabla (ver anexo), para lo cual se debe calcular el cociente Fa/C_0 al que corresponde un valor de referencia e que se debe comparar con la razón $Fa/V \cdot Fr$.

Si $\frac{Fa}{V \cdot Fr} \leq e$, entonces $X = 1$ y $Y = 0$; si $\frac{Fa}{V \cdot Fr} > e$, entonces $X = 0.56$ y Y se saca de la siguiente tabla:

Factores X y Y para rodamientos radiales bajo carga combinada

Tipo Rodamiento		De una hilera				De doble hilera				e
	$\frac{Fa}{C_0}$	$\frac{Fa}{V \cdot Fr} > e$		$\frac{Fa}{V \cdot Fr} \leq e$		$\frac{Fa}{V \cdot Fr} > e$		$\frac{Fa}{V \cdot Fr} \leq e$		
		X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	
De bola de contacto radial	0.014	0.56	2.30	1	0	0.56	2.30	1	0	0.19
	0.028		1.99				1.99			0.22
	0.056		1.71				1.71			0.26
	0.084		1.55				1.55			0.28
	0.110		1.45				1.45			0.30
	0.170		1.31				1.31			0.34
	0.280		1.15				1.15			0.38
	0.420		1.04				1.04			0.42
	0.560		1.00				1.00			0.44
Contacto angular	□	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	e
	20°	0.43	1.00	1	1.09	0.70	1.63	1	1.09	0.57
	25°	0.41	0.87		0.92	0.67	1.44		0.92	0.68
	30°	0.39	0.76		0.78	0.63	1.24		0.78	0.80
	35°	0.37	0.66		0.66	0.60	1.07		0.66	0.965
	40°	0.35	0.57		0.55	0.57	0.93		0.55	1.14
De bolas autoalineantes		0.40	$0.40 \cdot \cot(\alpha)$	1	$0.42 \cdot \cot(\alpha)$	0.65	$0.65 \cdot \cot(\alpha)$	1	$0.42 \cdot \cot(\alpha)$	$1.5 \cdot \tan(\alpha)$
De rodillos autoalineantes		0.40	$0.40 \cdot \cot(\alpha)$	1	$0.45 \cdot \cot(\alpha)$	0.67	$0.67 \cdot \cot(\alpha)$	1	$0.45 \cdot \cot(\alpha)$	$1.5 \cdot \tan(\alpha)$

Procedimiento

- Calcular el diámetro mínimo del eje según la teoría de fatiga, esfuerzos y deflexiones.
- Calcular fuerzas en los apoyos (F_a y F_r).
- Calcular el número de revoluciones esperadas para el rodamiento (L).
- Escoger el porcentaje de confiabilidad para determinar el coeficiente de corrección.
- Escoger el tipo de rodamiento según el tipo y magnitud de carga: bolas o rodillos; radial, axial o combinado.
- Buscar el rodamiento más pequeño con diámetro interno (d) igual al del eje (rodamiento de prueba).
- Tomar el valor de C_0 correspondiente.
- Calcular V, X, Y y P.
- Despejar la carga básica (C) de la ecuación de vida y compararla con la del rodamiento. Si no cumple volver a iterar con un rodamiento más grande, hasta que cumpla.
- Verificar velocidad límite.
- Diseñar alojamientos a partir de la geometría del rodamiento.

Ejemplo:

En cierta aplicación se requiere el uso de rodamientos radiales de bolas de una sola hilera, y para su selección se ha determinado que la carga dinámica radial máxima es de 2500 N, mientras que la axial (producida por el piñón helicoidal que impulsa el eje) es de 450 N. El eje es de 40 mm. de diámetro y gira a 900 rpm, en una

máquina que operará durante dos turnos diarios de 8 horas, 250 días al año, durante al menos 7 años. Se recomienda un factor de confiabilidad de 95%. Se pide seleccionar el rodamiento más pequeño (por razones de espacio y costo) que cumpla con los requerimientos del diseño.

Solución:

Para el diámetro del eje en cuestión, se tienen las siguientes posibilidades:

d (mm)	D (mm)	B (mm)	C (N)	C ₀ (N)	V _{max} (rpm)	Designación
40	52	7	4940	3450	11000	61808
40	62	12	13800	9300	10000	61908
40	68	9	13300	9150	9500	16008
40	68	15	16800	11600	9500	6008
40	80	18	30700	19000	8500	6208
40	90	23	41000	24000	7500	6308
40	110	27	63700	36500	6700	6408

Calcular vida esperada:

$$L = 7 \text{ años} \cdot 250 \frac{\text{día}}{\text{año}} \cdot 16 \frac{\text{horas}}{\text{día}} \cdot 60 \frac{\text{min}}{\text{hora}} \cdot 900 \frac{\text{rev}}{\text{min}} = 1.512'000.000 \text{ revoluciones}$$

Iterar sobre C₀ para diferentes rodamientos. Para el 6308 C₀ = 24000 N:

$$\frac{Fa}{C_0} = \frac{450}{24000} = 0.01875 \rightarrow e \approx 0.2; \quad \text{con } V=1.0, \quad \frac{Fa}{V \cdot Fr} = \frac{450}{2500} = 0.18 < e \rightarrow X = 1 \text{ y } Y = 0$$

$$P = 1.0 \cdot 1.0 \cdot 2500 + 0 = 2500N$$

Despejar carga básica (para una confiabilidad del 95%, a_L = 0.62):

$$C = \left(\frac{L}{a_L} \right)^{1/3} \cdot P = \left(\frac{1512}{0.62} \right)^{1/3} \cdot 2500N = 33651N$$

Del catálogo de rodamientos, se tiene que para el 6308:

$$C = 41000N \quad \checkmark \quad \omega_{msc} = 7500 \text{ rpm} \quad \checkmark$$

BIBLIOGRAFÍA

- NORTON, Robert. Diseño de Máquinas: capítulo 10.
- OCHOA, Juan José. Notas de clase del curso de Diseño de Máquinas.
- SHIGLEY, Joseph. Diseño en Ingeniería Mecánica: capítulo 11.
- SKF. Catálogo General de Rodamientos.

Analysis of analisis estructural Modelo completo MK15_v3.ipt

Author: macevedo
Analysis Created: jueves, 12 de octubre de 2006 17:59:52
Analysis Last Modified: jueves, 12 de octubre de 2006 22:35:03
Report Created: jueves, 12 de octubre de 2006 22:53:56
Database: C:\- TRABAJO\Proyectos_BANCADA TORIN\BANCADA TORIN_MEMORY2 DISEÑO DE PRODUCTO\PREDISEÑO\CALCULOS\analisis estructural Modelo completo MK15_v3.ipa
Software: [Autodesk Inventor Professional 11.0](#)
[ANSYS Technology](#)



Introduction

Autodesk Inventor Professional Stress Analysis was used to simulate the behavior of a mechanical part under structural loading conditions. ANSYS technology generated the results presented in this report.

Do not accept or reject a design based solely on the data presented in this report. Evaluate designs by considering this information in conjunction with experimental test data and the practical experience of design engineers and analysts. A quality approach to engineering design usually mandates physical testing as the final means of validating structural integrity to a measured precision.

Additional information on AIP Stress Analysis and ANSYS products for Autodesk Inventor is available at <http://www.ansys.com/autodesk>.

Geometry and Mesh

The Relevance setting listed below controlled the fineness of the mesh used in this analysis. For reference, a setting of -100 produces a coarse mesh, fast solutions and results that may include significant uncertainty. A setting of +100 generates a fine mesh, longer solution times and the least uncertainty in results. Zero is the default Relevance setting.

TABLE 1
analisis estructural Modelo completo
MK15_v3.ipt Statistics

Bounding Box Dimensions	830, mm 3000 mm 1869 mm
Part Mass	2292 kg
Part Volume	2,924e+008 mm ³
Mesh Relevance Setting	-59

Nodes	100679
Elements	48211

Bounding box dimensions represent lengths in the global X, Y and Z directions.

Material Data

The following material behavior assumptions apply to this analysis:

- Linear - stress is directly proportional to strain.
- Constant - all properties temperature-independent.
- Homogeneous - properties do not change throughout the volume of the part.
- Isotropic - material properties are identical in all directions.

TABLE 2
Steel, High Strength Low Alloy

Young's Modulus	2,e+005 MPa
Poisson's Ratio	0,287
Mass Density	7,84e-006 kg/mm ³
Tensile Yield Strength	275,8 MPa
Tensile Ultimate Strength	448, MPa

Loads and Constraints

The following loads and constraints act on specific regions of the part. Regions were defined by selecting surfaces, cylinders, edges or vertices.

TABLE 3
Load and Constraint Definitions

Name	Type	Magnitude	Vector
Contrapeso	Surface Force	2,502e+004 N	-1,706e-011 N 0, N -2,502e+004 N
Cabina y pasajeros	Surface Force	3,709e+004 N	-6,706e-012 N 2,647e-027 N -3,709e+004 N
Carga lateral	Surface Force	3000 N	-3000 N 0, N 0, N
Viga Soporte A (lado cabina)	Surface Fixed Constraint	0, mm	Unconstrained Unconstrained 0, mm
Viga Soporte B (lado contrapeso)	Surface Fixed Constraint	0, mm	Unconstrained Unconstrained 0, mm

Radial Direction: Fixed
Axial Direction: Fixed

Name	Type	Magnitude	Vector
Expansión A-1	Pin Constraint	Tangential Direction: Fixed	N/A
Expansión A-2	Pin Constraint	Radial Direction: Fixed Axial Direction: Fixed Tangential Direction: Fixed	N/A
Expansión A-3	Pin Constraint	Radial Direction: Fixed Axial Direction: Fixed Tangential Direction: Fixed	N/A
Expansión B-1	Pin Constraint	Radial Direction: Fixed Axial Direction: Fixed Tangential Direction: Fixed	N/A
Expansión B-2	Pin Constraint	Radial Direction: Fixed Axial Direction: Fixed Tangential Direction: Fixed	N/A
Expansión B-3	Pin Constraint	Radial Direction: Fixed Axial Direction: Fixed Tangential Direction: Fixed	N/A

TABLE 4
Constraint Reactions

Name	Force	Vector	Moment	Moment Vector
Viga Soporte A (lado cabina)	1,8e+004 N	104,2 N -2547 N 1,782e+004 N	2,363e+006 N·mm	2,361e+006 N·mm 4,256e+004 N·mm -8,044e+004 N·mm
Viga Soporte B (lado contrapeso)	4,193e+004 N	479,8 N 2454 N 4,186e+004 N	2,901e+006 N·mm	-2,122e+006 N·mm -1,976e+006 N·mm 7,214e+004 N·mm
Expansión A-1	9028 N	-467,9 N -9010 N 304,8 N	1,031e+004 N·mm	2017 N·mm -382,4 N·mm -1,01e+004 N·mm
Expansión A-2	977,2 N	605,3 N 765,7 N -46,84 N	592,2 N·mm	-447,5 N·mm 275,9 N·mm 272,6 N·mm
Expansión A-3	5750 N	519,8 N -5725 N 121,3 N	8882 N·mm	761,9 N·mm 99,92 N·mm 8848 N·mm
Expansión B-1	7035 N	197,5 N 7031 N 149,7 N	1,116e+004 N·mm	-959,2 N·mm -159,8 N·mm 1,112e+004 N·mm

Name	Force	Vector	Moment	Moment Vector
Expansión B-2	1089 N	912, N -593,9 N -46,58 N	406, N·mm	258,1 N·mm 269,9 N·mm -159,4 N·mm
Expansión B-3	7636 N	1233 N 7533 N 211, N	1,117e+004 N·mm	-1667 N·mm 13,82 N·mm -1,104e+004 N·mm

Note: vector data corresponds to global X, Y and Z components.

Results

The table below lists all structural results generated by the analysis. The following section provides figures showing each result contoured over the surface of the part.

Safety factor was calculated by using the maximum equivalent stress failure theory for ductile materials. The stress limit was specified by the tensile yield strength of the material.

TABLE 5
Structural Results

Name	Minimum	Maximum
Equivalent Stress	7,786e-003 MPa	90,94 MPa
Maximum Principal Stress	-19,6 MPa	105,5 MPa
Minimum Principal Stress	-96,35 MPa	25,57 MPa
Deformation	0, mm	1,22 mm
Safety Factor	3,033	N/A

Figures

FIGURE 1
Equivalent Stress

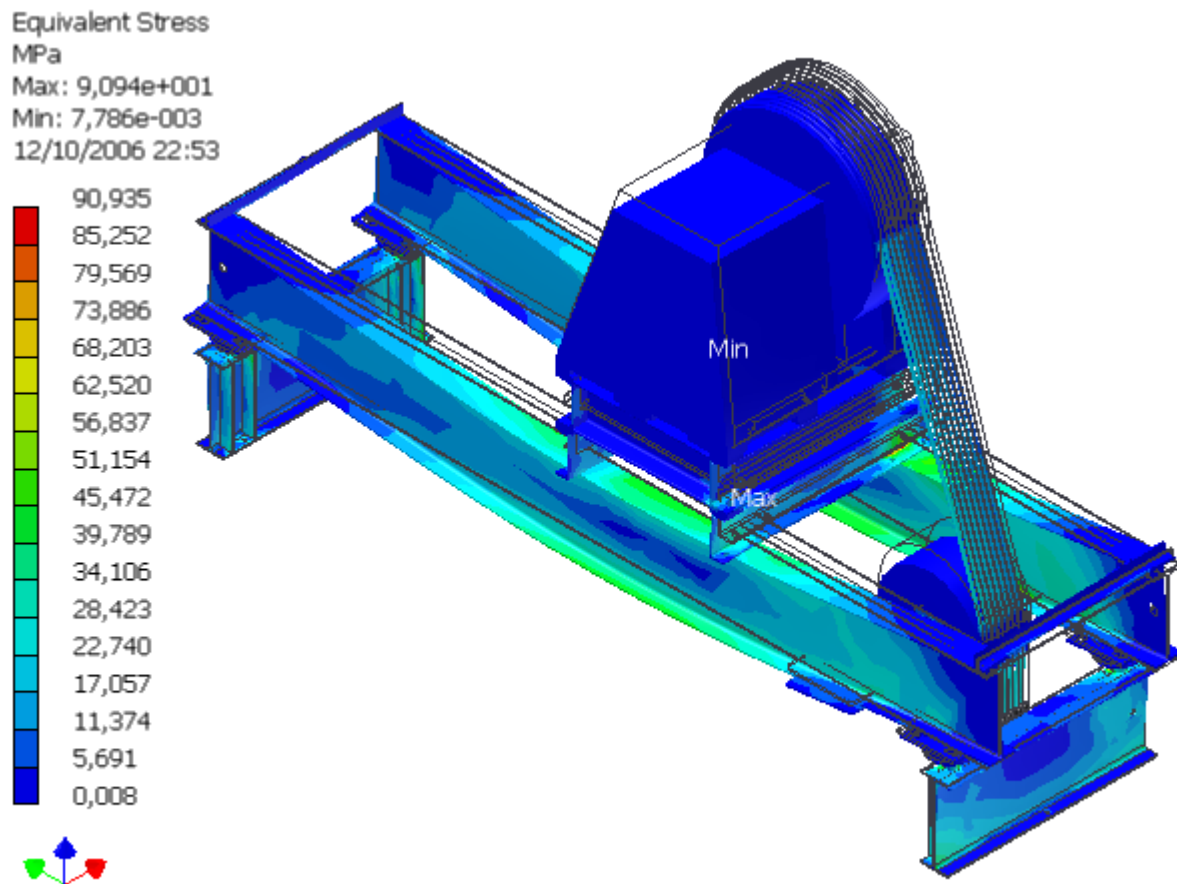


FIGURE 2
Maximum Principal Stress

Maximum Principal Stress
MPa
Max: 1,055e+002
Min: -1,960e+001
12/10/2006 22:53

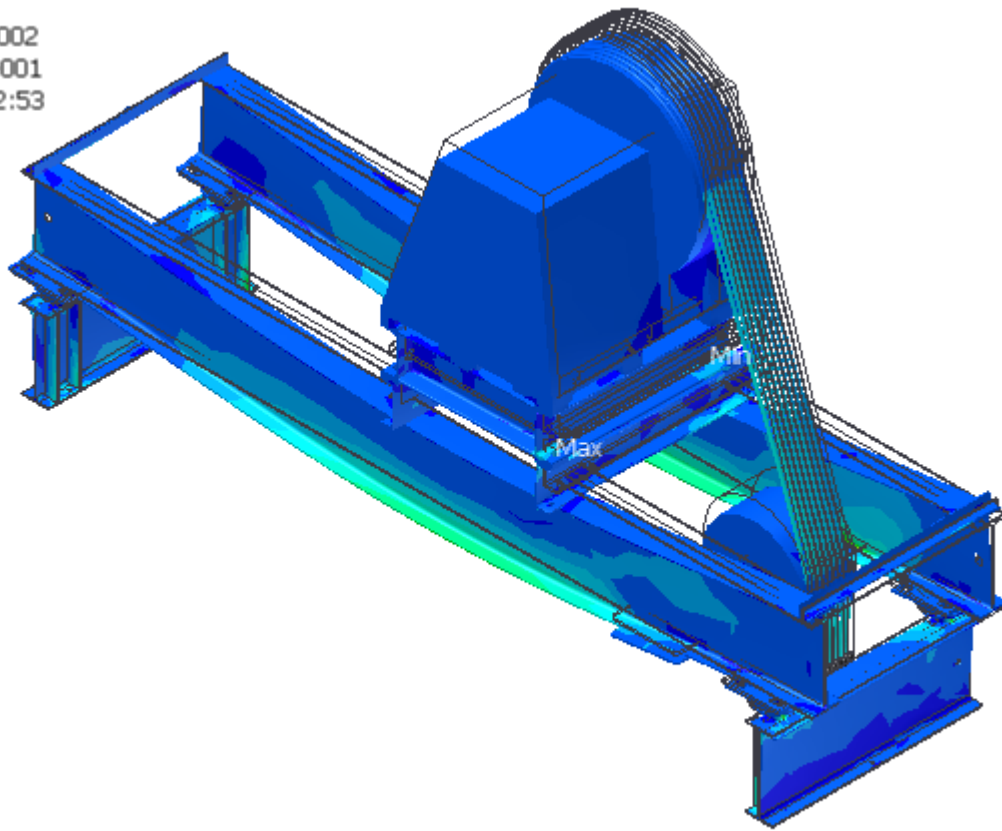
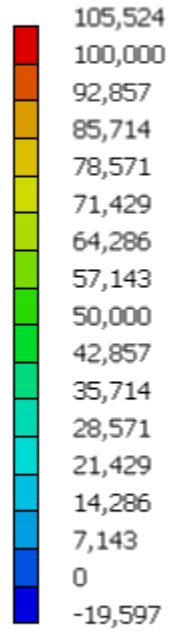


FIGURE 3
Minimum Principal Stress

Minimum Principal Stress
MPa
Max: 2,557e+001
Min: -9,635e+001
12/10/2006 22:53

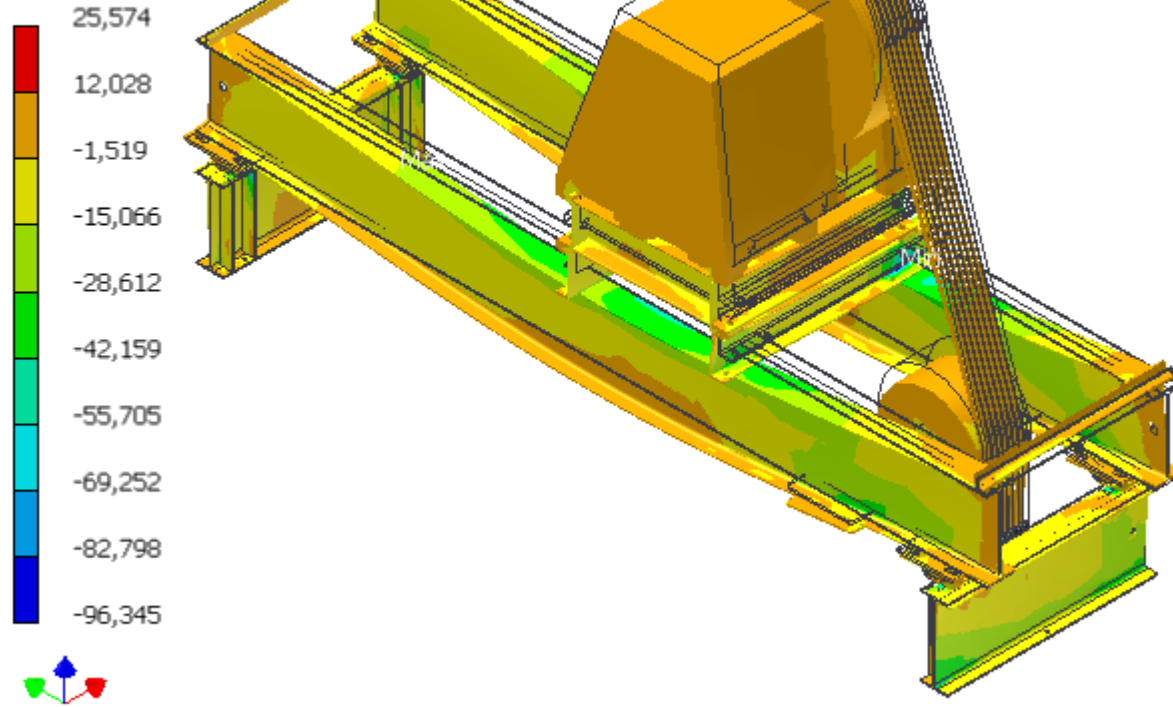


FIGURE 4
Deformation

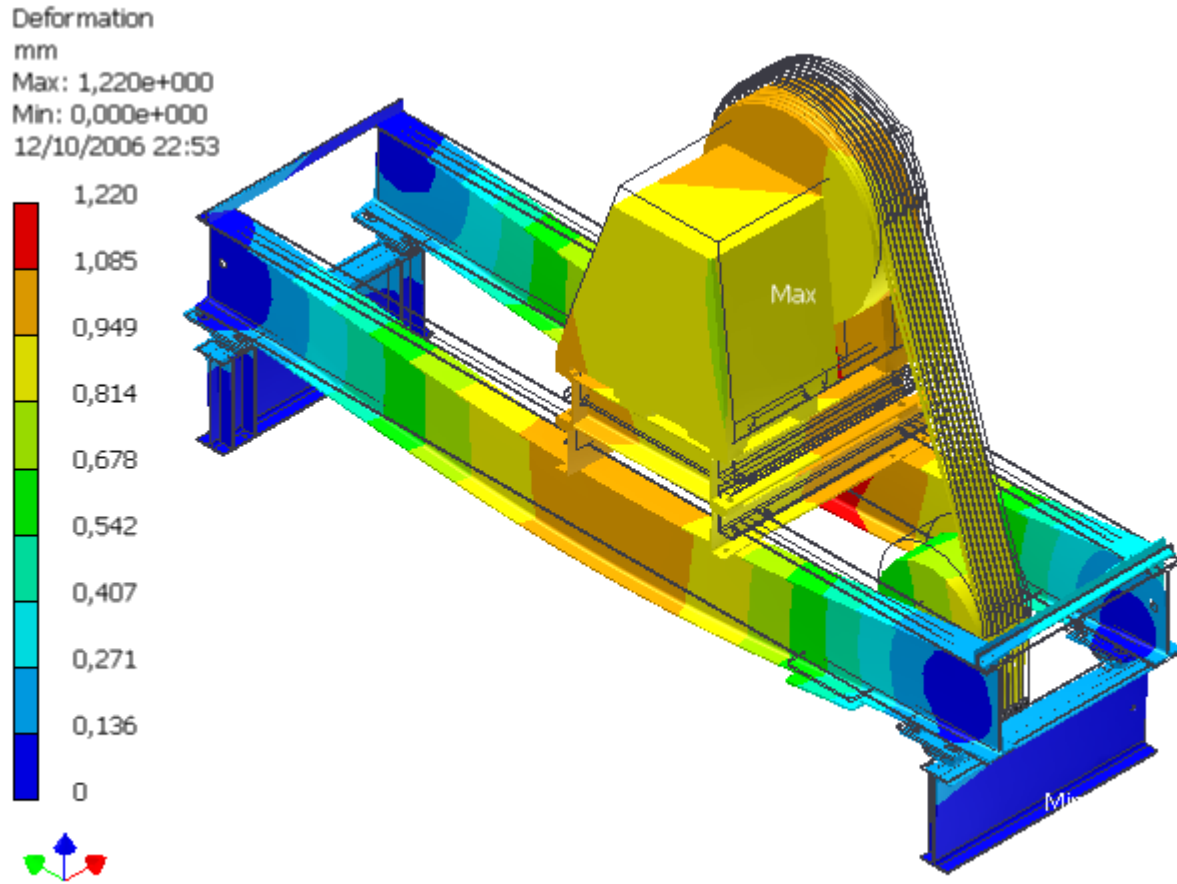
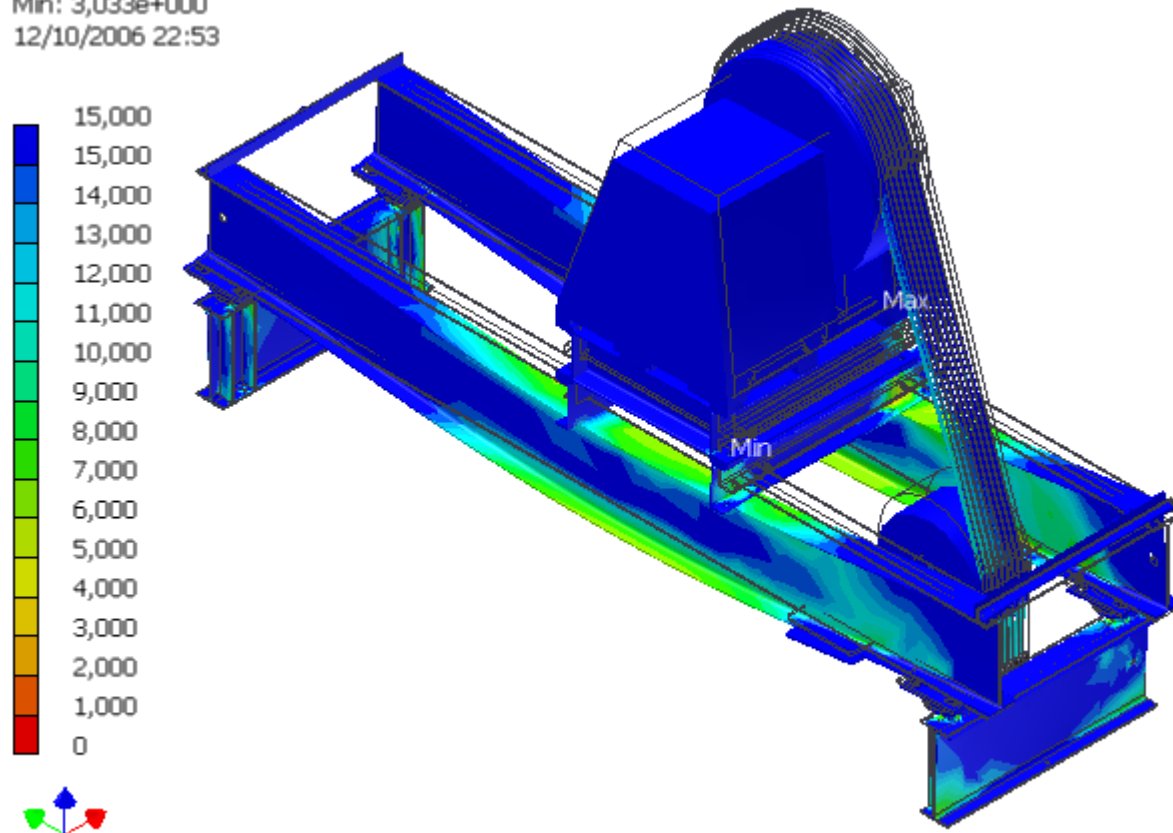


FIGURE 5
Safety Factor

Safety Factor
Min: 3,033e+000
12/10/2006 22:53



Analysis of VIGA DE SOPORTE S_001

Author: macevedo
Analysis Created: jueves, 12 de octubre de 2006 23:02:25
Analysis Last Modified: jueves, 12 de octubre de 2006 23:02:25
Report Created: jueves, 12 de octubre de 2006 23:18:31
Database: C:\- TRABAJO\Proyectos_BANCADA TORIN\BANCADA TORIN_MEMORY2 DISEÑO DE PRODUCTO\PREDISEÑO\PERFILES\VIGA DE SOPORTE S_001.ipa
Software: [Autodesk Inventor Professional 11.0](#)
[ANSYS Technology](#)



Introduction

Autodesk Inventor Professional Stress Analysis was used to simulate the behavior of a mechanical part under structural loading conditions. ANSYS technology generated the results presented in this report.

Do not accept or reject a design based solely on the data presented in this report. Evaluate designs by considering this information in conjunction with experimental test data and the practical experience of design engineers and analysts. A quality approach to engineering design usually mandates physical testing as the final means of validating structural integrity to a measured precision.

Additional information on AIP Stress Analysis and ANSYS products for Autodesk Inventor is available at <http://www.ansys.com/autodesk>.

Geometry and Mesh

The Relevance setting listed below controlled the fineness of the mesh used in this analysis. For reference, a setting of -100 produces a coarse mesh, fast solutions and results that may include significant uncertainty. A setting of +100 generates a fine mesh, longer solution times and the least uncertainty in results. Zero is the default Relevance setting.

TABLE 1
VIGA DE SOPORTE S_001.ipt Statistics

Bounding Box Dimensions	800, mm 102,3 mm 345,5 mm
Part Mass	23,42 kg
Part Volume	2,98e+006 mm ³
Mesh Relevance Setting	0
Nodes	10532
Elements	5210

Bounding box dimensions represent lengths in the global X, Y and Z directions.

Material Data

The following material behavior assumptions apply to this analysis:

- Linear - stress is directly proportional to strain.
- Constant - all properties temperature-independent.
- Homogeneous - properties do not change throughout the volume of the part.
- Isotropic - material properties are identical in all directions.

TABLE 2
Steel, Mild

Young's Modulus	2,2e+005 MPa
Poisson's Ratio	0,275
Mass Density	7,86e-006 kg/mm ³
Tensile Yield Strength	207, MPa
Tensile Ultimate Strength	345, MPa

Loads and Constraints

The following loads and constraints act on specific regions of the part. Regions were defined by selecting surfaces, cylinders, edges or vertices.

TABLE 3
Load and Constraint Definitions

Name	Type	Magnitude	Vector
Carga (MK15)	Surface Force	3,105e+004 N	0, N 0, N -3,105e+004 N
Apoyo	Surface Fixed Constraint	0, mm	Unconstrained Unconstrained 0, mm
Expansiones	Surface Fixed Constraint	0, mm	0, mm 0, mm 0, mm

TABLE 4
Constraint Reactions

Name	Force	Vector	Moment	Moment Vector
Apoyo	3,101e+004 N	5,304 N 4,269 N 3,101e+004 N	7,328e+005 N·mm	7,318e+005 N·mm -3,832e+004 N·mm -1133 N·mm
Expansiones	32,17 N	-6,125e-006 N -3,626e-006 N 32,17 N	4700 N·mm	1629 N·mm -4408 N·mm 4,91e-005 N·mm

Note: vector data corresponds to global X, Y and Z components.

Results

The table below lists all structural results generated by the analysis. The following section provides figures showing each result contoured over the surface of the part.

Safety factor was calculated by using the maximum equivalent stress failure theory for ductile materials. The stress limit was specified by the tensile yield strength of the material.

TABLE 5
Structural Results

Name	Minimum	Maximum
Equivalent Stress	1,224e-002 MPa	76,6 MPa
Maximum Principal Stress	-8,642 MPa	68,94 MPa
Minimum Principal Stress	-79,48 MPa	14,84 MPa
Deformation	0, mm	0,2855 mm
Safety Factor	2,702	N/A

Figures

FIGURE 1
Equivalent Stress

Equivalent Stress
MPa
Max: 7,660e+001
Min: 1,224e-002
12/10/2006 23:18

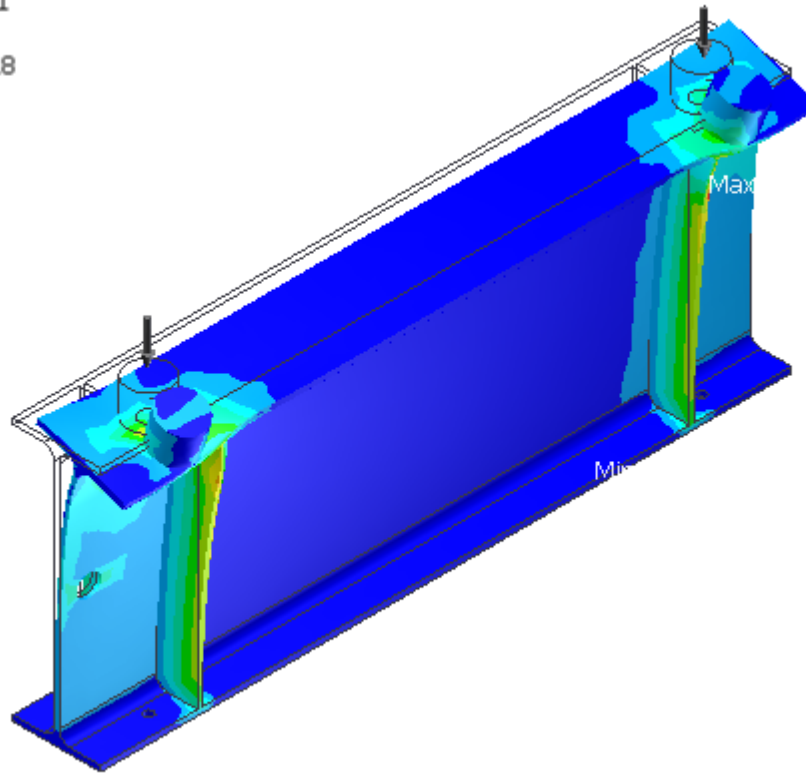
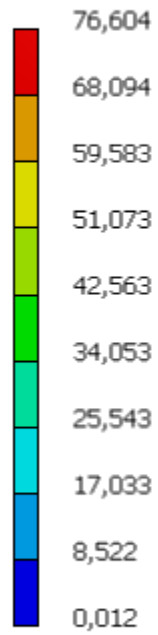


FIGURE 2
Maximum Principal Stress

Maximum Principal Stress
MPa
Max: 6,894e+001
Min: -8,642e+000
12/10/2006 23:18

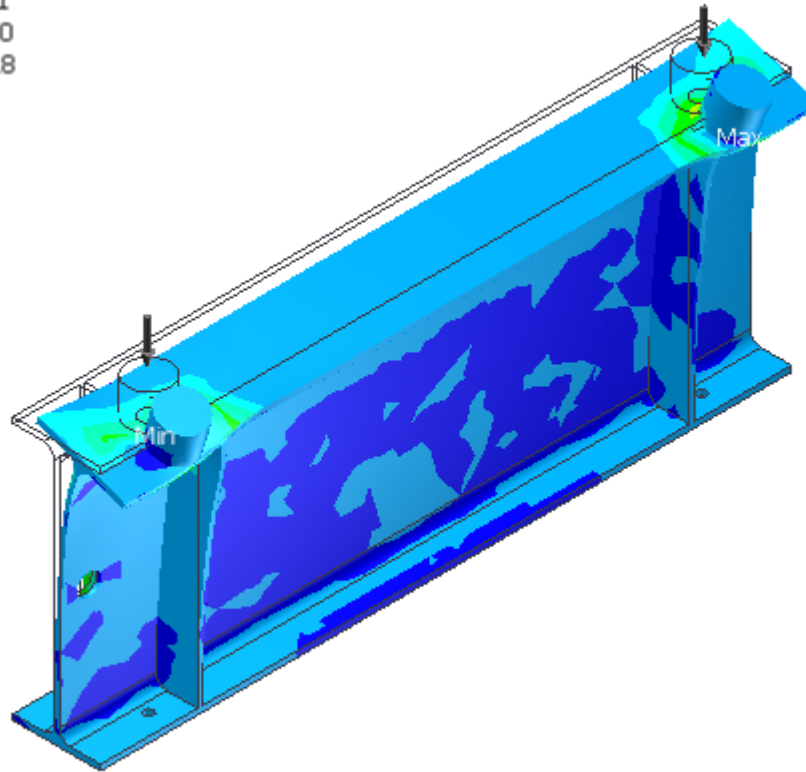
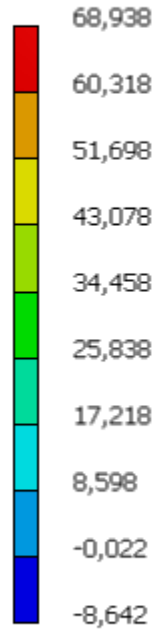


FIGURE 3
Minimum Principal Stress

Minimum Principal Stress
MPa
Max: 1,484e+001
Min: -7,948e+001
12/10/2006 23:18

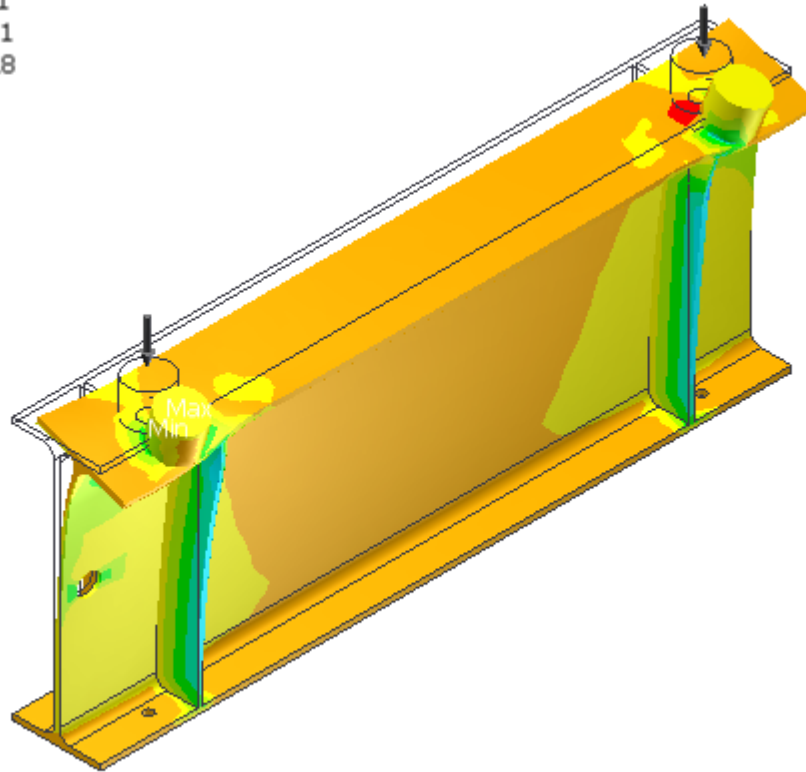
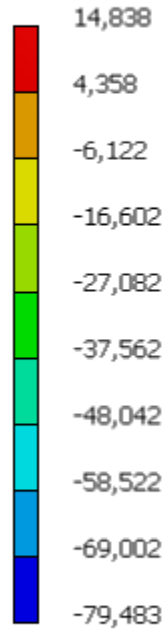


FIGURE 4
Deformation

Deformation
mm
Max: 2,855e-001
Min: 0,000e+000
12/10/2006 23:18

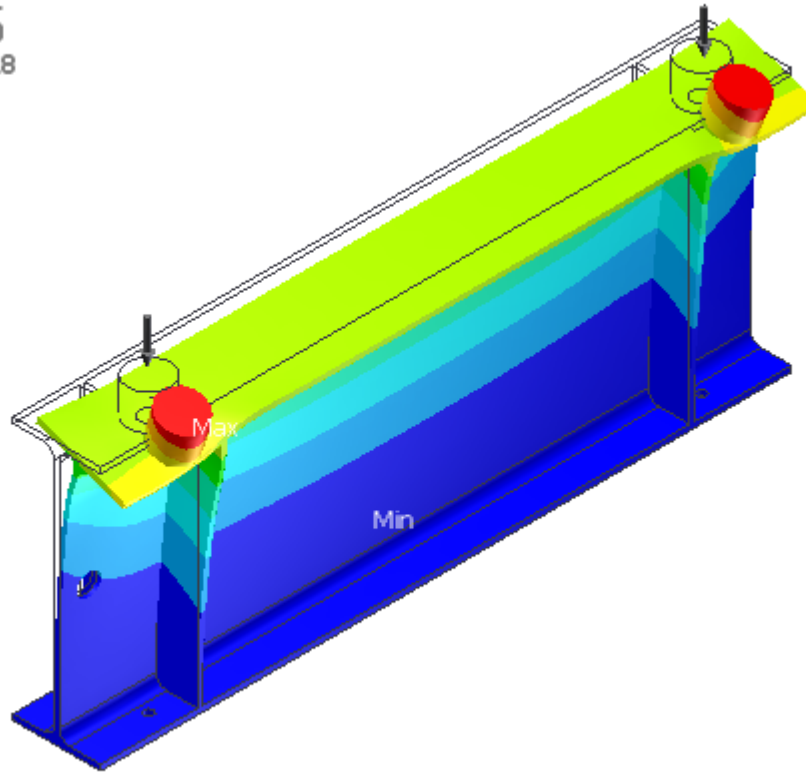
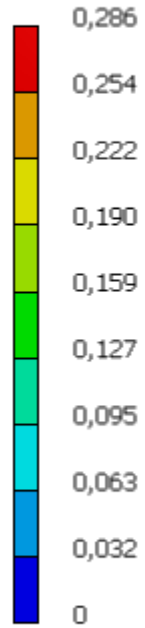
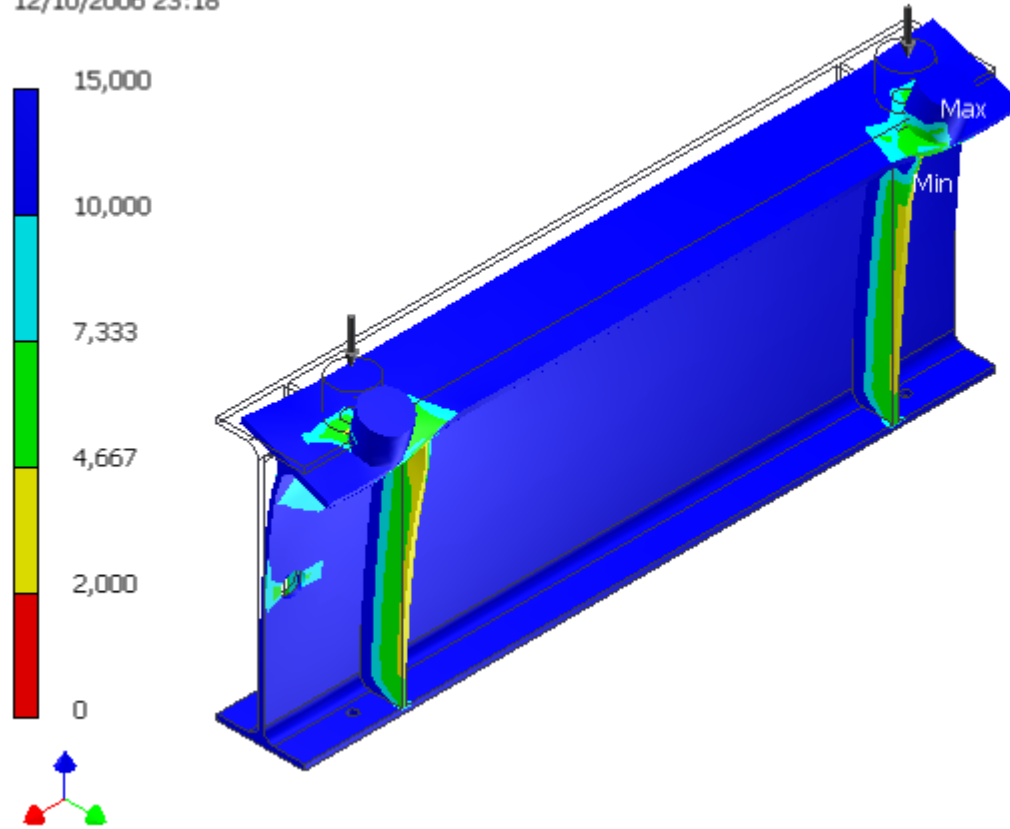


FIGURE 5
Safety Factor

Safety Factor
Min: 2,702e+000
12/10/2006 23:18



Analysis of ESQUEMATICO BANCADA.ipt

Author: macevedo
Analysis Created: jueves, 12 de octubre de 2006 23:48:33
Analysis Last Modified: viernes, 13 de octubre de 2006 0:42:05
Report Created: viernes, 13 de octubre de 2006 2:04:07
Database: C:\- TRABAJO\Proyectos_BANCADA TORIN\BANCADA TORIN_MEMORY\5 CALCULOS\FEA\ESQUEMATICO BANCADA.ipa
Software: [Autodesk Inventor Professional 11.0](#)
[ANSYS Technology](#)



Introduction

Autodesk Inventor Professional Stress Analysis was used to simulate the behavior of a mechanical part under structural loading conditions. ANSYS technology generated the results presented in this report.

Do not accept or reject a design based solely on the data presented in this report. Evaluate designs by considering this information in conjunction with experimental test data and the practical experience of design engineers and analysts. A quality approach to engineering design usually mandates physical testing as the final means of validating structural integrity to a measured precision.

Additional information on AIP Stress Analysis and ANSYS products for Autodesk Inventor is available at <http://www.ansys.com/autodesk>.

Geometry and Mesh

The Relevance setting listed below controlled the fineness of the mesh used in this analysis. For reference, a setting of -100 produces a coarse mesh, fast solutions and results that may include significant uncertainty. A setting of +100 generates a fine mesh, longer solution times and the least uncertainty in results. Zero is the default Relevance setting.

TABLE 1
ESQUEMATICO BANCADA.ipt Statistics

Bounding Box Dimensions	835, mm 2210 mm 861,5 mm
Part Mass	229,1 kg
Part Volume	2,914e+007 mm ³
Mesh Relevance Setting	-76
Nodes	64019
Elements	33054

Bounding box dimensions represent lengths in the global X, Y and Z directions.

Material Data

The following material behavior assumptions apply to this analysis:

- Linear - stress is directly proportional to strain.
- Constant - all properties temperature-independent.
- Homogeneous - properties do not change throughout the volume of the part.
- Isotropic - material properties are identical in all directions.

TABLE 2
Steel, Mild

Young's Modulus	2,2e+005 MPa
Poisson's Ratio	0,275
Mass Density	7,86e-006 kg/mm ³
Tensile Yield Strength	207, MPa
Tensile Ultimate Strength	345, MPa

Loads and Constraints

The following loads and constraints act on specific regions of the part. Regions were defined by selecting surfaces, cylinders, edges or vertices.

TABLE 3
Load and Constraint Definitions

Name	Type	Magnitude	Vector
CABINA	Surface Force	3,743e+004 N	1,309e-011 N
			9,599e-012 N
			-3,743e+004 N
CONTRAPESO	Surface Force	2,502e+004 N	9,912e-018 N
			1,356e-015 N
			-2,502e+004 N
Fixed Constraint 1	Surface Fixed Constraint	0, mm	0, mm
			0, mm
			0, mm

TABLE 4
Constraint Reactions

Name	Force	Vector	Moment	Moment Vector
Fixed Constraint 1	6,245e+004 N	4,847e-005 N	8,766e+006 N·mm	-8,532e+006 N·mm
		-2,01e-005 N		2,014e+006 N·mm
		6,245e+004 N		4,901e-002 N·mm

Note: vector data corresponds to global X, Y and Z components.

Results

The table below lists all structural results generated by the analysis. The following section provides figures showing each result contoured over the surface of the part.

Safety factor was calculated by using the maximum equivalent stress failure theory for ductile materials. The stress limit was specified by the tensile yield strength of the material.

TABLE 5
Structural Results

Name	Minimum	Maximum
Equivalent Stress	1,207e-003 MPa	93,21 MPa
Maximum Principal Stress	-40,2 MPa	69,25 MPa
Minimum Principal Stress	-129,9 MPa	11,1 MPa
Deformation	0, mm	0,5367 mm
Safety Factor	2,221	N/A

Figures

FIGURE 1
Equivalent Stress

Equivalent Stress
MPa
Max: 9,321e+001
Min: 1,207e-003
13/10/2006 2:04

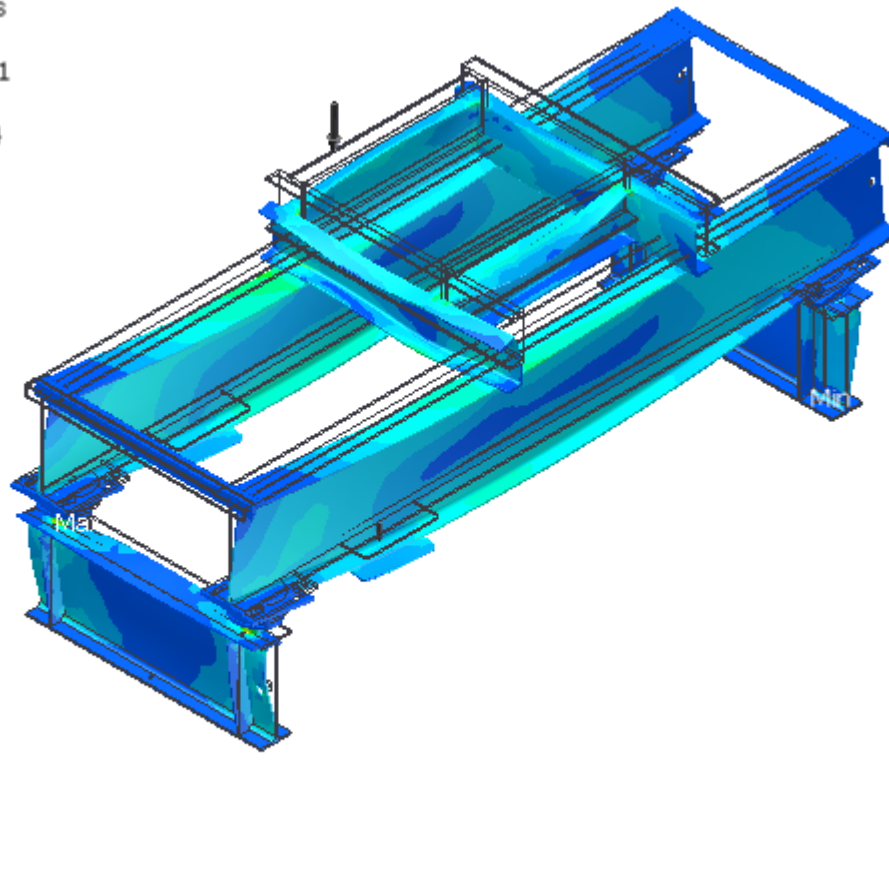
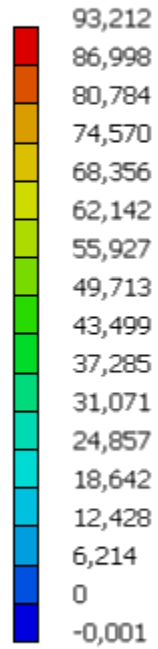


FIGURE 2
Maximum Principal Stress

Maximum Principal Stress
MPa
Max: 6,925e+001
Min: -4,020e+001
13/10/2006 2:04

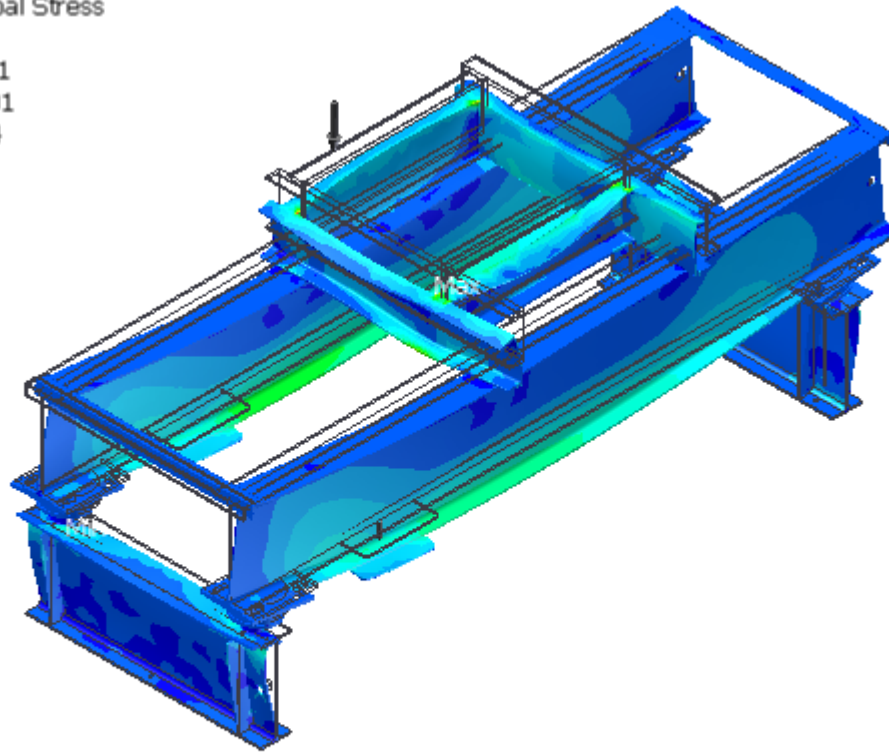
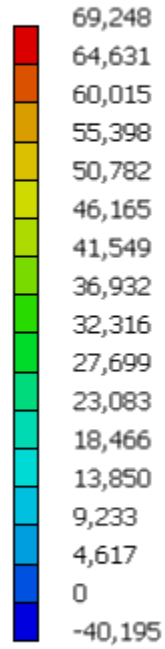


FIGURE 3
Minimum Principal Stress

Minimum Principal Stress
MPa
Max: 1,110e+001
Min: -1,299e+002
13/10/2006 2:04

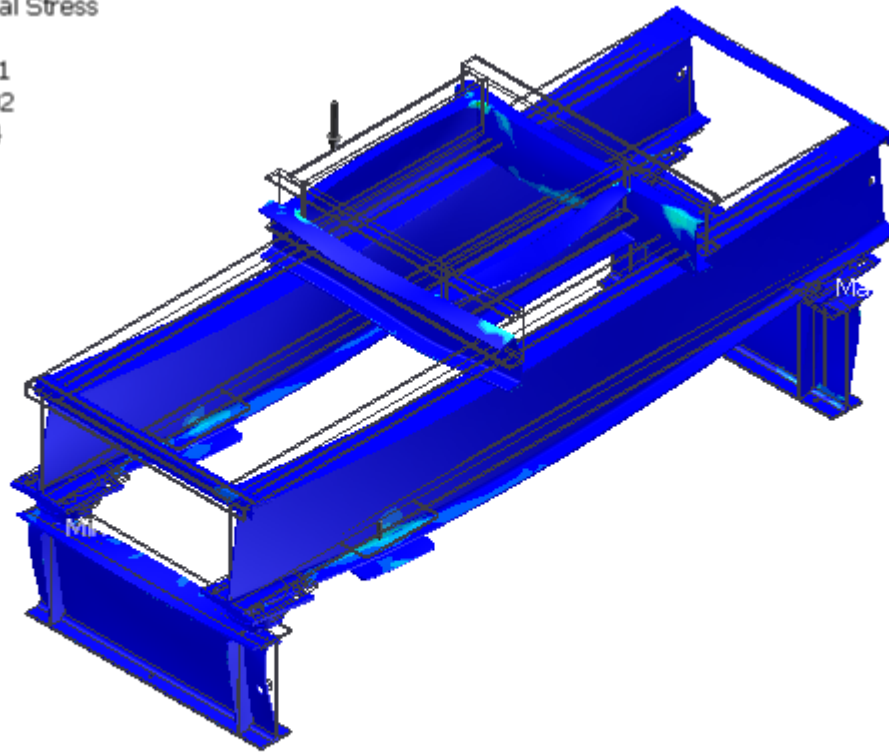
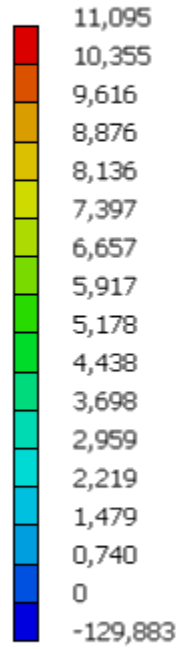


FIGURE 4
Deformation

Deformation
mm
Max: 5,367e-001
Min: 0,000e+000
13/10/2006 2:04

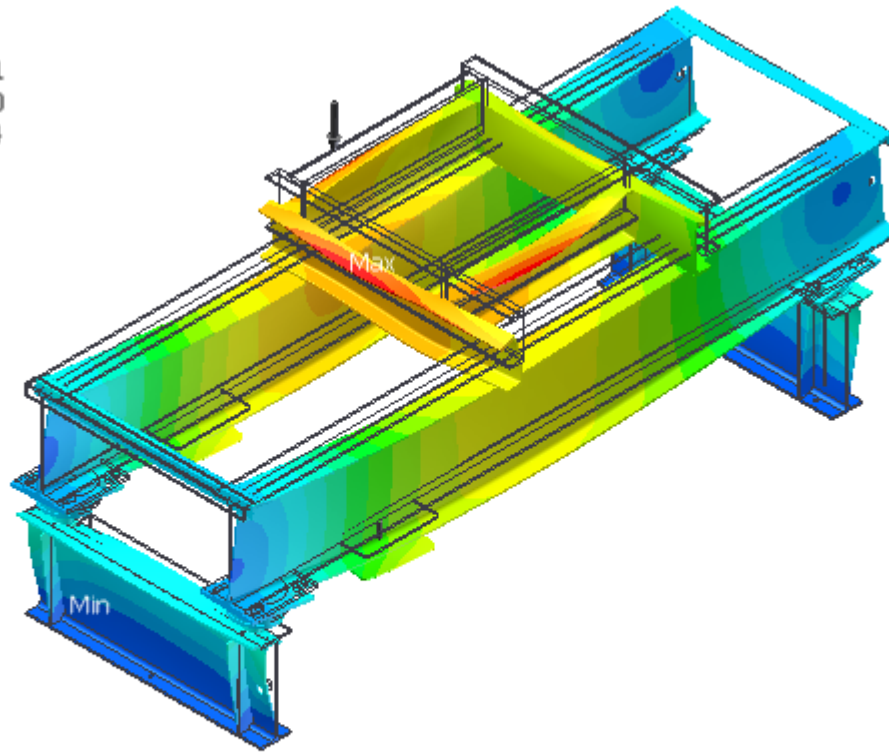
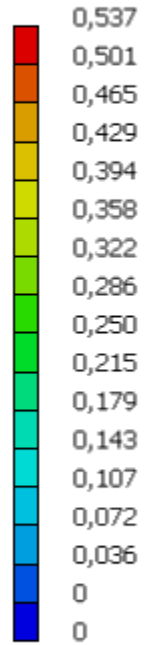
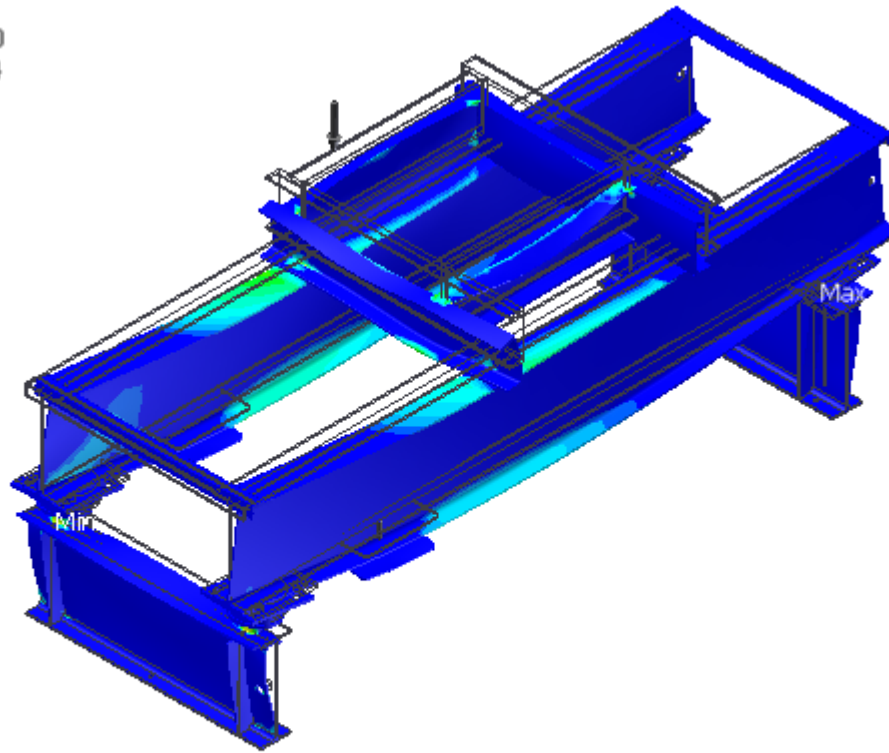
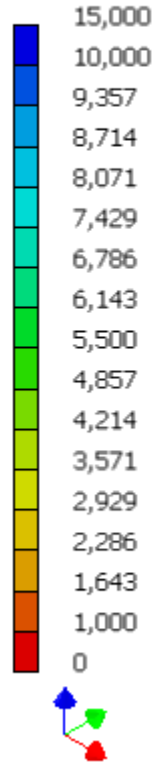


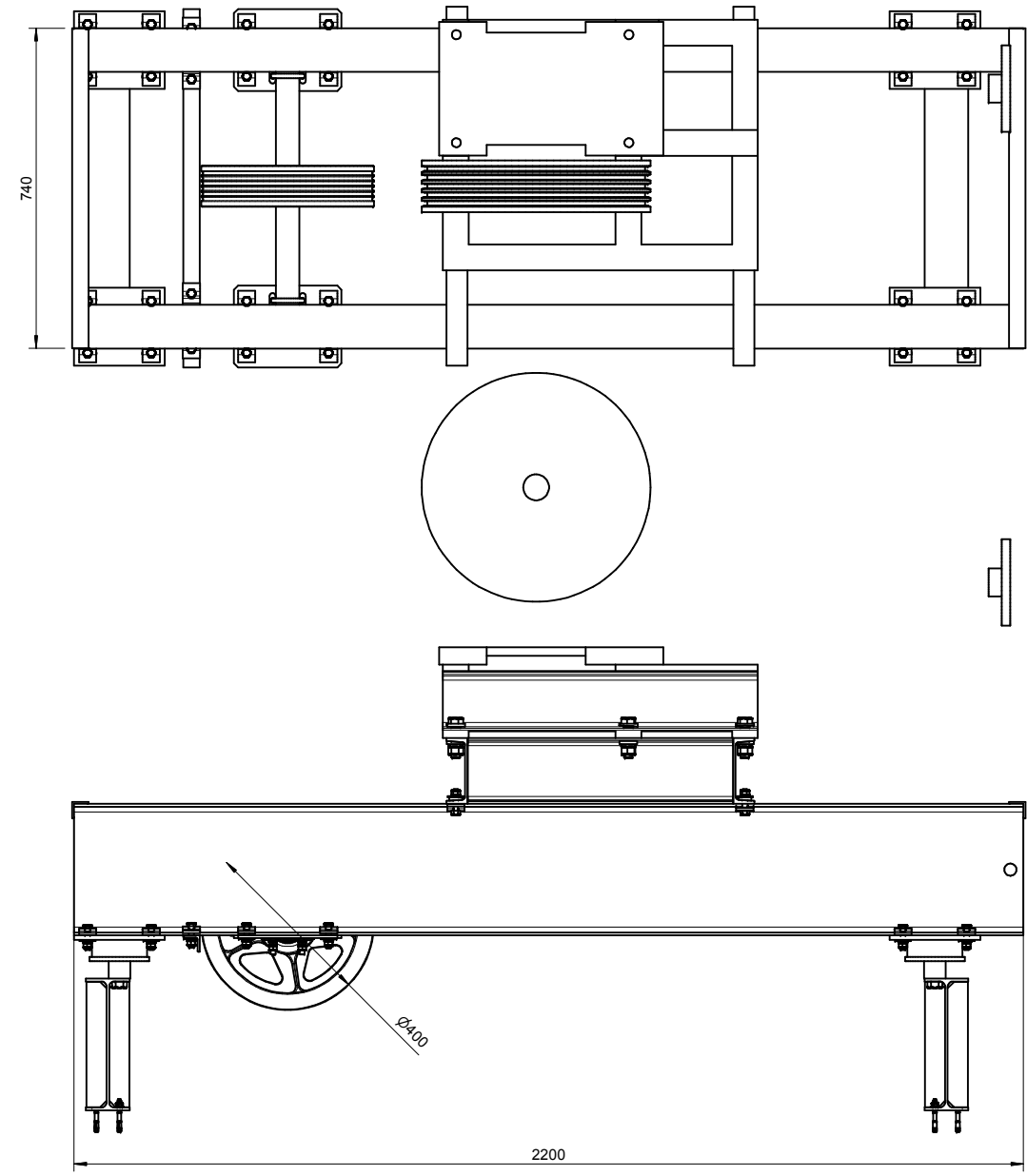
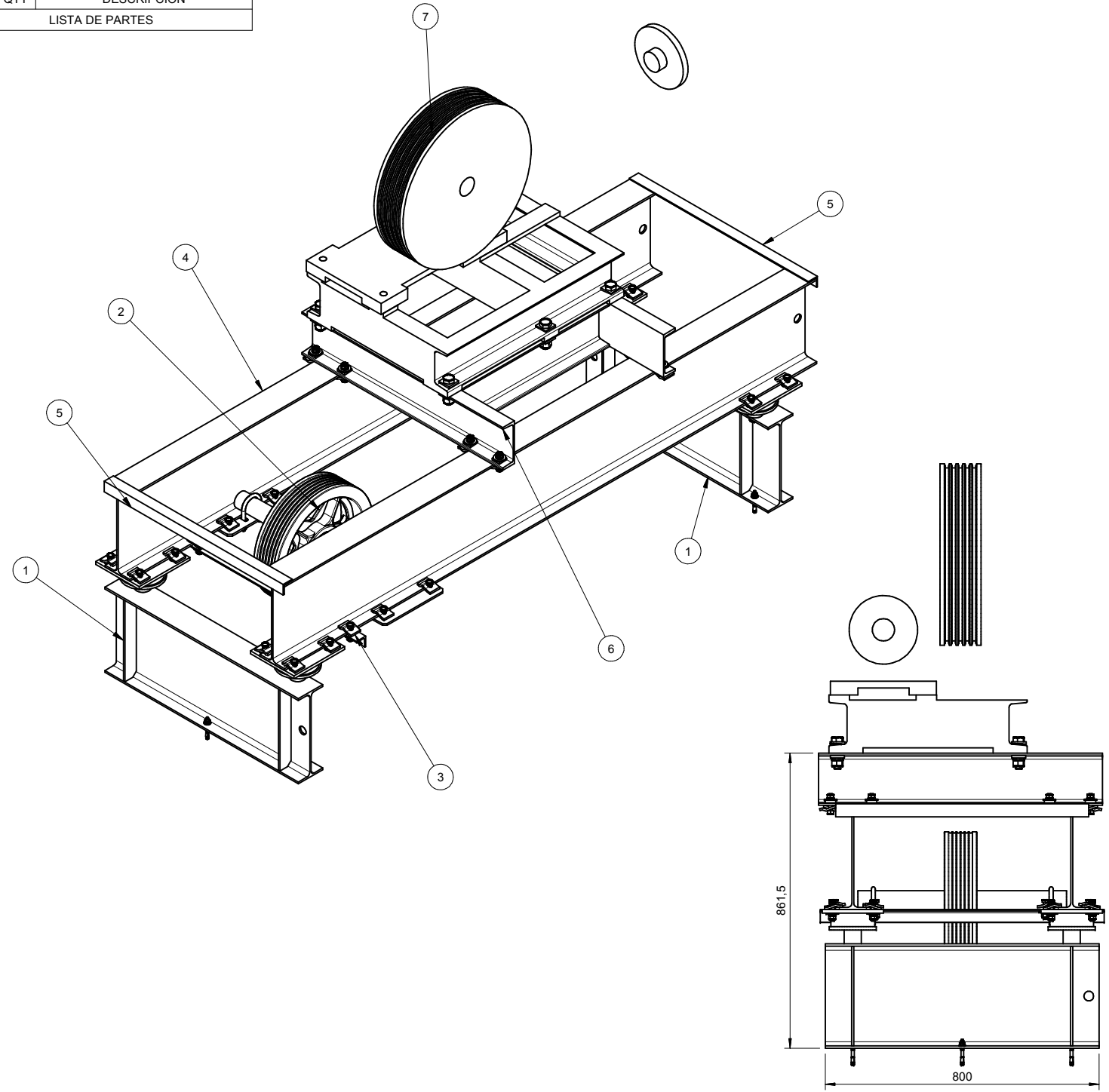
FIGURE 5
Safety Factor

Safety Factor
Min: 2,221e+000
13/10/2006 2:04



7	1	Maquina FYJ 200
6	1	Base de maquina FYJ200 referencia
5	2	ANGULO A_001
4	2	VIGA DE MAQUINA A_001
3	1	Angulo deslizante con bridas A_001
2	1	Sistema polea desviadora A_001
1	2	Viga de soporte S_001
ITEM	QTY	DESCRIPCION
LISTA DE PARTES		

6			
NOMBRE	QTY	FECHA	PROCESOS
			CORTE
			PUNZONADO
			DOBLEZ
			MECANIZADO
			SOLDADURA
			GALVANIZADO
			PULIDO
			ENSAMBLE
			PINTURA
			REF:
			OTRO ver nota



Medidas en mm
Tolerancia general ± 0.5 mm
○ Doble por encima
⊗ Doble por debajo

PROYECTO: BANCADA TORIN		CANTIDAD DE EQUIPOS	DISEÑO: MAV	MATERIAL:			DIMENSIONES: mm			
PARTE: Bancada TORIN		CANTIDAD X EQUIPO	DIBUJO: MAV	CODIGO KARDEX						
ARCHIVO: C:\- TRABAJO\Proyectos_BANCADA TORIN\BANCADA TORIN_MEMORY2 DISEÑO DE PRODUCTO\MAV - BANCADA TORIN V0\Bancada SF140.idw		CANTIDAD TOTAL	FECHA: 10/04/2006	CONSUMO MATERIAL		PLANO: 2	TAMAÑO: OFICIO	CÓDIGO DE PARTE		
				UNITARIO	TOTAL	DE: 2	ORDEN No.			

