



# **Estimación de la distribución espacial del ingreso intra-urbano de Medellín y su área metropolitana, usando imágenes satelitales diurnas.**

Jessica Patricia Salazar Vásquez <sup>1</sup>

**Asesores:**

Jorge Eduardo Patiño Quinchía <sup>2</sup>  
Jairo Alejandro Gómez Escobar <sup>3</sup>  
Juan Carlos Duque Cardona <sup>4</sup>

Tesis de maestría  
Programa de maestría en Matemáticas Aplicadas  
Departamento de Ciencias Matemáticas  
Escuela de Ciencias  
Universidad EAFIT

Febrero, 2021

---

<sup>1</sup>jpsalazarv@eafit.edu.co, estudiante de maestría en Matemáticas Aplicadas, grupo de investigación RiSE, Departamento de Ciencias Matemáticas, Escuela de Ciencias, Universidad EAFIT

<sup>2</sup>jpatinoq@eafit.edu.co, director de tesis, grupo de investigación RiSE, Universidad EAFIT

<sup>3</sup>jairo.alejandro.gomez@ieee.org, codirector de tesis, Universidad Icesi

<sup>4</sup>jduquec1@eafit.edu.co, codirector de tesis, grupo de investigación RiSE, Universidad EAFIT

**Resumen**

Contar con información del ingreso distribuido espacialmente a escala intraurbana puede ayudar en los procesos de planeación de las ciudades. El Producto Interno Bruto (PIB) es una medida del ingreso que permite conocer a grandes rangos el desempeño económico de un territorio en un periodo determinado. El objetivo de esta investigación es desarrollar un marco metodológico para desagregar el ingreso al interior de las ciudades, inicialmente en Medellín y que pueda ser replicable en cualquier ciudad del mundo. En esta tesis se estima un modelo de clasificación basado en aprendizaje automático (*machine learning*) para predecir los niveles de ingresos intraurbanos a partir de información recopilada con expertos. En la estimación se usan variables extraídas de procesamiento de imágenes satelitales y geodatos espaciales abiertos, y se usan herramientas computacionales de código abierto. En esta investigación se concluyó que es posible estimar el PIB desagregado a escala intraurbana con un tamaño de píxel de  $10\text{ m} \times 10\text{ m}$ . Las variables que aportan mayor poder explicativo a la estimación son las de textura y las obtenidas a partir de la malla vial. Es posible mejorar el método en una investigación futura, que se debe enfocar en la captura de información de expertos, y en explorar la posibilidad de usar una aproximación basada en objetos en lugar de píxeles.

**Keywords** estimación de ingreso · distribución espacial de ingreso intraurbano · procesamiento de imágenes de sensores remotos · aprendizaje automático

## Índice

<b>1. Introducción</b>	<b>8</b>
<b>2. Revisión de literatura</b>	<b>9</b>
<b>3. Marco teórico</b>	<b>11</b>
3.1. Producto Interno Bruto . . . . .	11
3.2. Sistemas de Referencia de Coordenadas . . . . .	12
3.3. Imágenes satelitales . . . . .	16
3.4. Procesamiento de imágenes de sensores remotos . . . . .	18
3.5. Rasterización . . . . .	19
3.6. Ventana deslizante . . . . .	20
3.7. Biblioteca Python Autotuning . . . . .	20
<b>4. Área de estudio y datos</b>	<b>22</b>
4.1. Área de estudio . . . . .	22
4.1.1. Área urbana de Medellín y su área metropolitana . . . . .	22
4.2. Datos . . . . .	23
4.2.1. Sentinel 2 . . . . .	23
4.2.2. OpenStreetMap (OSM) . . . . .	23
4.2.3. GHS Urban Centre Database . . . . .	23
4.2.4. WorldPop . . . . .	25
4.3. Construcción de variables de características del terreno . . . . .	26
4.3.1. Preprocesamiento de las imágenes satelitales para la corrección de presencia de nubes . . . . .	26
4.3.2. Vector Espectral de Diferencias Normalizado . . . . .	26
4.3.3. Variables de detección de bordes . . . . .	29
4.3.4. Variables de textura . . . . .	29
4.3.5. Características de la malla vial . . . . .	30
<b>5. Metodología</b>	<b>34</b>
5.1. Selección de la extensión urbana . . . . .	35
5.2. Panel de expertos . . . . .	35
5.3. Preparación de datos de entrada para los modelos de clasificación . . . . .	38
5.4. Ajuste del modelo matemático de clasificación . . . . .	39
5.5. Modelo de clasificación de bosques aleatorios . . . . .	40
5.6. Criterio de desempate de las categorías de los niveles de ingresos . . . . .	41

5.7. Proceso de conversión de niveles de ingreso a PIB distribuido espacialmente . . . .	41
5.8. Métricas de desempeño . . . . .	42
<b>6. Resultados</b>	<b>42</b>
<b>7. Análisis de resultados</b>	<b>50</b>
<b>8. Conclusiones</b>	<b>51</b>

## Índice de figuras

1.	Mediciones esféricas de latitud y longitud. Fuente: tomado de (ESRI, 2016c). . . . .	12
2.	Proyección de coordenadas desde una superficie esférica tridimensional a una superficie plana. Fuente: tomado de (USGS, 2021) . . . . .	13
3.	Ejemplo de conversión a zonas UTM. Fuente: tomado de (Manchuk, 2009) . . . . .	15
4.	Imagen digital - (a) datos de sensor, (b) acercamiento de la imagen, (c) imagen en escala de grises. Fuente: tomado de Tempfli et al. (2009). . . . .	17
5.	Imagen digital para cada banda de sensor espectral. En cada banda los valores de números digitales (DN-values) quedan almacenados en una matriz fila-columna. Fuente: tomado de Tempfli et al. (2009). . . . .	18
6.	Ejemplo de una imagen satelital diurna en una zona de la ciudad de Medellín. . . . .	19
7.	Imprecisión de forma en el modelo de representación ráster. La división del espacio en unidades cuadradas impide la representación fiel de entidades como las curvas presentadas en rojo. Fuente: tomado de Olaya (2014). . . . .	20
8.	Ilustración de ventana deslizante. . . . .	20
9.	Algoritmo de Autotuning. Fuente: tomado de (Gómez et al., 2019). . . . .	21
10.	Resolución espacial de las bandas de la imagen satelital Sentinel 2. Fuente: (European Space Agency ESA, 2020). . . . .	24
11.	Esquema conceptual del procesamiento de datos para construir la base de datos de centros urbanos. Fuente: European Commission and Joint Research Centre (2018). . . . .	25
12.	Compuesto multitemporal Sentinel-2 del área de estudio. . . . .	27
13.	Variables de detección de bordes. (a) Compuesto de color verdadero, (b) Gradiente, (c) Sobel y (d) Touzi. . . . .	29
14.	Variables de textura Haralick Simples. (a) uniformidad de textura, (b) medida de intensidad de aleatoriedad, (c) correlación de un píxel con su vecindario, (d) medida de textura de homogeneidad, (e) contraste de intensidad de un píxel y su vecindario, (f) agrupamiento de sombra, (g) agrupamiento de prominencia y (h) correlación Haralick. En esta imagen se utiliza el mismo encuadre del compuesto de color verdadero de 1km×1km ubicado sobre el mismo lugar que el de la Figura 13. . . . .	31
15.	Variables de textura Haralick Avanzadas. (a) media, (b) textura de heterogeneidad, (c) disimilaridad, (d) suma de promedio, (e) suma de varianzas, (f) suma de entropía, (g) diferencia de entropías, (h) diferencia de varianzas, (i) información de medidas de correlación IC1 y (j) información de medidas de correlación IC2. En esta imagen se utiliza el mismo encuadre del compuesto de color verdadero de 1km×1km ubicado sobre el mismo lugar que el de la Figura 13. . . . .	31
16.	Variables de textura Haralick de Orden Superior. (a) medidas de nitidez de textura, (b) medidas de aspereza de textura, (c) no uniformidad de nivel de gris, (d) no uniformidad de longitud de ejecución, (e) medida de homogeneidad de nitidez de textura, (f) énfasis en niveles de gris bajos, (g) énfasis en ejecución de niveles de gris altos, (h) énfasis en niveles bajos de gris en distancias cortas, (i) énfasis en niveles altos de gris de corto plazo y (j) énfasis en niveles bajos de gris de distancias largas. En esta imagen se utiliza el mismo encuadre del compuesto de color verdadero de 1 km×1 km ubicado sobre el mismo lugar que el de la Figura 13. . . . .	32

17.	Variables de textura estructurales. (a) promedio ponderado del conjunto de características estructurales y (b) desviación estándar del conjunto de características estructurales. En esta imagen se utiliza el mismo encuadre del compuesto de color verdadero de 1 km×1 km ubicado sobre el mismo lugar que el de la Figura 13. . . .	32
18.	Variables características de las vías. (a) malla vial con buffer de 5 metros, (b) vías primarias con buffer de 5 metros, (c) densidad de intersecciones y (d) densidad de vías. En esta imagen se utiliza el mismo encuadre del compuesto de color verdadero de 1km×1km ubicado sobre el mismo lugar que el de la Figura 13. . . . .	34
19.	Densidad de vías por píxel. Fuente: (ESRI, 2016a) . . . . .	34
20.	Densidad de intersecciones por píxel. Fuente: (ESRI, 2016b) . . . . .	35
21.	Diagrama de flujo metodológico. . . . .	36
22.	Polígonos de extensión urbana de Colombia, resaltando el área urbana de la ciudad de Medellín y su área metropolitana, según GHS. . . . .	37
23.	World Imagery, servicio de mapa web (wms) de ESRI usado como mapa de base en la herramienta online para capturar la información de expertos. . . . .	38
24.	Ejemplo de cómo se construye la matriz de entrada para los clasificadores aplicando una ventana deslizante sobre cada uno de los ráster con los atributos de entrada. . .	39
25.	Moda del estrato socioeconómico por manzana de Medellín y su área metropolitana, según Censo 2018. . . . .	43
26.	Número de niveles de ingresos desagregados por los expertos. . . . .	44
27.	Ingresos per cápita por nivel de ingresos según expertos. . . . .	44
28.	Resultados del proceso de categorización por niveles de ingreso realizados por los expertos del panel. . . . .	47
29.	Proporción de importancia de cada uno de los 30 atributos considerados en la estimación. Gráfico que ilustra el nivel de importancia para un experto representativo en sus niveles bajo, medio y alto. . . . .	48
30.	Estimación de la distribución espacial del ingreso en Medellín y su área metropolitana.	49

**Índice de cuadros**

1.	Las 10 ciudades de Colombia con mayor valor del PIB, según GHS. . . . .	22
2.	Descripción de variables de detección de bordes. . . . .	30
3.	Descripción de variables de textura . . . . .	33
4.	30 atributos resultantes de la eliminación recursiva de la biblioteca Python Autotuning. Donde IDEN es el índice de diferencias espectrales normalizado. . . . .	46
5.	Métricas de desempeño por nivel de ingresos . . . . .	50

## 1. Introducción

Las Naciones Unidas estiman que para 2050 dos tercios de la población mundial vivirá en las ciudades y el crecimiento urbano se producirá principalmente en aquellas ciudades de países en desarrollo (United Nations, 2018a). Cabe mencionar que cuando el crecimiento urbano es rápido se excede la capacidad de los gobiernos locales para dotar las ciudades de servicios e infraestructura, dando lugar a problemas de congestión, desigualdad y segregación residencial (Duque et al., 2019). Por ello, tener información del ingreso de la población distribuida espacialmente o al menos información aproximada ayudaría en los procesos de planeación de las ciudades para asignar recursos e inversiones en infraestructura, lo que minimizaría algunos problemas del crecimiento urbano acelerado.

El Producto Interno Bruto (PIB) es una medida de ingreso que refleja el valor de la actividad económica que permite conocer a grandes rasgos el desempeño económico de un territorio en un periodo determinado (De Gregorio, 2012). Con respecto al territorio en la actualidad el PIB se mide en unidades espaciales agregadas: a nivel país y a nivel provincia, región, departamento o estado, aun cuando la actividad económica y la productividad económica se concentra más en las zonas urbanas que en las rurales (Fallah et al., 2011). Investigaciones previas han desagregado espacialmente el PIB usando mallas regulares con celdas cuadradas de 1 km de lado (Han et al., 2011; Kummú et al., 2018). Sin embargo, hasta el momento no se encuentran trabajos en la literatura científica que aborden la desagregación espacial del PIB a escala intraurbana con datos abiertos.

La ausencia de mediciones o estimaciones de la distribución espacial de ingresos a nivel intraurbano es una limitante para muchas investigaciones, sobre todo en las ciudades de países en vías de desarrollo. América Latina es una región de países subdesarrollados con ingresos medios según la clasificación para 2019 y 2020 del Banco Mundial (The World Bank Group, 2020). Adicionalmente, las ciudades latinoamericanas se caracterizan por tener un alto nivel de desigualdad socioeconómica (DiVirgilio and Perelman, 2014; Comisión Económica para América Latina y el Caribe (Cepal), 2016) y es una de las regiones más urbanizadas en el planeta, con el 81 % de su población localizada en las ciudades (United Nations, 2018b). Desde 1985 la región tuvo un proceso de rápida urbanización sin planificación y con dificultades para garantizar condiciones adecuadas de calidad de vida (Inostroza et al., 2013; UN-Habitat, 2011).

Las investigaciones en las que se ha intentado distribuir espacialmente el ingreso con datos abiertos lo han hecho con una malla regular con cuadrículas de aproximadamente 1 km  $\times$  1 km. Por lo tanto, no se logra una desagregación de la distribución espacial del ingreso a escala intraurbana y los resultados tienden a asemejarse más a la distribución poblacional (Kummú et al., 2018). Lo anterior se debe a que dichas investigaciones usan imágenes satelitales nocturnas que tienen baja resolución espacial y no son adecuadas para hacer estimaciones en ciudades pequeñas (Engstrom et al., 2017). En Latinoamérica no se cuenta con mediciones que permitan desagregar espacialmente los ingresos al interior de las ciudades, ni que sean actualizadas periódicamente. En general, las mediciones que se emplean en la región usan información de encuestas y censos que son demasiado costosos y en la mayoría de los casos no brindan resultados de ingresos a escala intraurbana (Comisión Económica para América Latina y el Caribe (Cepal), 2018). Adicionalmente, existen pocos estudios que usen imágenes satelitales y geodatos espaciales abiertos, y que los combinen con datos de estadísticas nacionales, encuestas y/o censos para estimar la distribución espacial de ingresos (Hersh et al., 2020; Engstrom et al., 2017).

El objetivo de esta investigación es desarrollar un marco metodológico que permita desagregar la distribución espacial del ingreso a escala intraurbana, usando datos abiertos de Medellín y su área metropolitana como caso de estudio y que sea replicable en cualquier ciudad del mundo. Para este propósito se diseñó e implementó una metodología en la cual se estima un modelo de clasificación basado en aprendizaje automático para predecir los ingresos intraurbanos a partir de información aportada por un grupo de expertos que conocen la ciudad. Adicionalmente, se usan

geodatos espaciales abiertos como las medidas de morfología urbana capturadas desde una imagen satelital y otros conjuntos de geodatos que aportan información relevante en la estimación del PIB desagregado espacialmente a escala intraurbana. En esta investigación se implementan técnicas de procesamiento de imágenes de sensores remotos y aprendizaje automático para estimar el ingreso distribuido espacialmente con alta resolución espacial.

El uso de imágenes satelitales y otros datos espaciales se justifica en la suposición de que la apariencia física de la morfología urbana se relaciona con las características de la población, debido a que la apariencia de una ciudad desde el aire es el reflejo de la sociedad que la habita. Así mismo, cada ciudad cuenta con sus propias dinámicas y las personas que habitan en asentamientos similares tienen condiciones socioeconómicas similares (Taubenbock et al., 2009; Jain, 2008). Por esto cobra importancia el uso de geodatos espaciales abiertos que tienen cobertura mundial. De acuerdo con Engstrom et al. (2017), las imágenes satelitales diurnas se consideran altamente predictivas ya que explican cerca del 60 % de las estimaciones de pobreza que indican condiciones de ingresos desfavorables, mientras que las imágenes satelitales nocturnas sólo explican el 15 % y las encuestas de hogares son insuficientes para obtener resultados a escala intraurbana.

Esta investigación es importante para los hacedores de política porque les permitirá conocer la distribución espacial del ingreso intraurbano, lo que ayuda a tomar decisiones más acertadas y a diseñar intervenciones que permitan reducir la desigualdad económica al interior de las ciudades. En las ciudades es donde se concentra la mayor proporción de productividad económica y donde se concentra la mayor proporción de la población, lo que genera mayor aporte al PIB. Por ello, contar con un método que permita una desagregación espacial del PIB al interior de las ciudades reflejará la realidad de la distribución de ingresos en el espacio y contribuirá al alcance de los Objetivos de Desarrollo Sostenible (ODS). Específicamente, a los ODS 10 y 11. El ODS 10 apunta a la reducción de las desigualdades con las metas *10.1 De aquí a 2030, lograr progresivamente y mantener el crecimiento de los ingresos del 40 % más pobre de la población a una tasa superior a la media nacional* y *10.4 Adoptar políticas, especialmente fiscales, salariales y de protección social, y lograr progresivamente una mayor igualdad*. El ODS 11 apunta a la sostenibilidad de las ciudades con la meta *11.3 De aquí a 2030, aumentar la urbanización inclusiva y sostenible y la capacidad para la planificación y la gestión participativas, integradas y sostenibles de los asentamientos humanos en todos los países*. Tener un marco metodológico que se pueda implementar en cualquier área urbana del mundo permitirá hacer diagnósticos y análisis comparativos que ayuden a las ciudades a ser más sostenibles y equitativas. Este marco metodológico también puede servir para otras investigaciones que requieren este tipo de información como es el caso de evaluaciones de accesibilidad, justicia ambiental y desigualdad económica, entre otras.

Este trabajo se divide en ocho secciones. La Sección 1 corresponde a la introducción de este trabajo. La Sección 2 expone la revisión de literatura. La Sección 3 presenta el marco teórico con las temáticas aprendidas en la maestría, que son la base teórica de esta investigación. La Sección 4 introduce y explica el área de estudio y cada uno de los datos que se usaron para la estimación. En la Sección 5 se explica la metodología que se siguió. En las Secciones 6 y 7 se presentan los resultados obtenidos y el análisis de resultados. Finalmente, en la Sección 8 se presentan las conclusiones de esta investigación.

## **2. Revisión de literatura**

En la última década se presenta un auge en el uso de imágenes satelitales en investigaciones que estiman variables socioeconómicas. Entre las investigaciones se encuentran temas relacionados con criminalidad (Patino et al., 2014), desigualdad económica (Elvidge et al., 2012), asentamientos informales (Duque et al., 2017, 2013), crecimiento urbano (Gómez et al., 2019), usos del suelo (Grippa et al., 2018; Hu et al., 2016), seguridad alimentaria (Brown, 2015; Kouadio et al., 2014), prevención de desastres (Rashed et al., 2007), estimación de la población desagregada espacialmente

(Lloyd et al., 2019), desarrollo humano (Elvidge et al., 2012), emisión de dióxido de carbono (Shi et al., 2016; Ghosh et al., 2010) y justicia ambiental (Weigand et al., 2019), entre otros. Este auge se da gracias a un creciente desarrollo de algoritmos de Inteligencia Artificial y de procesamiento de imágenes de sensores remotos, adicional al incremento en la disponibilidad de imágenes satelitales (Patino and Duque, 2013). La mayoría de estos estudios parten de la premisa de que la apariencia de un territorio desde el cielo es el reflejo de la sociedad que la habita (Jain, 2008), para relacionar diferentes variables socioeconómicas de la población y algunas características físicas de las áreas urbanas medidas a partir de imágenes satelitales.

Estudios previos indican que la cantidad de luz emitida en una ciudad es un proxy de su nivel de ingresos (Yue et al., 2014). Se han realizado estimaciones de ingreso a partir de imágenes satelitales nocturnas (Shi et al., 2014; Yue et al., 2014; Zhao et al., 2017; Clark et al., 2018; Sutton et al., 2007), cuyos resultados tienen bajas resoluciones espaciales. En el mejor de los casos lograron estimaciones con tamaño de píxel de 250 m de lado (Yue et al., 2014). Las estimaciones con baja resolución espacial dificultan la desagregación del ingreso al interior de las ciudades. Por otro lado, en Hersh et al. (2020) encontraron que el uso de imágenes satelitales nocturnas para estimaciones del PIB capturan solo el 15 % de la variación del ingreso. Dichos autores concluyeron que las imágenes satelitales nocturnas están fuertemente relacionadas con la densidad poblacional, mientras que su relación con la riqueza humana es limitada.

Otro tipo de investigaciones que miden los ingresos son aquellas relacionadas con la estimación de pobreza, las cuales usan imágenes satelitales diurnas y explican cerca del 60 % de variación de la pobreza (Hersh et al., 2020). Estas imágenes tienen la ventaja de que permiten calcular los contrastes de las superficies impermeables o áreas construidas que son más acertados para realizar estimaciones relacionadas a los ingresos y a la pobreza en las ciudades (Hersh et al., 2020; Zhao et al., 2019). Hersh et al. (2020) concluyen que las investigaciones relacionadas con estimaciones de pobreza son más precisas cuando se combinan datos de Censo o encuestas con imágenes satelitales diurnas, ya que la información de encuestas únicamente no es suficiente para realizar dichas estimaciones.

Duque et al. (2015) y Weeks et al. (2007) evalúan el potencial de las imágenes satelitales diurnas de alta resolución espacial para realizar estimaciones de pobreza. Las estimaciones son validadas y comparadas con los resultados del índice de asentamientos informales (UN-HABITAT, 2006), calculado a partir de datos de censo en las unidades espaciales de análisis censales. Los resultados de estos trabajos indican que la pobreza intraurbana puede estimarse usando imágenes satelitales y entre las variables que proveen mayor aporte en la estimación están las métricas de textura y estructura. Concluyen que usar imágenes satelitales para estimar pobreza tiene la ventaja de ser menos costoso que la estimación con datos censales y permite la estimación a escala intraurbana en ciudades de países que no realizan censo.

Ajami (2018) encontró que las imágenes satelitales diurnas de muy alta resolución espacial son una buena fuente de datos para estimaciones de características socioeconómicas y por ser datos con cobertura global permiten replicar estimaciones en diferentes ciudades del mundo. Las estimaciones de características socioeconómicas se realizan a partir de datos en censo en la mayoría de las ciudades. De hecho, en Engstrom et al. (2015) encontraron que existe una alta correlación entre las características del suelo obtenidas con imágenes satelitales y las variables socioeconómicas obtenidas a partir de datos censales.

Arribas-Bel et al. (2017) combinan el uso características de imágenes de muy alta resolución espacial con técnicas de inteligencia artificial para estimar un índice de pobreza ambiental. Se calcularon variables espectrales, textura y estructura para entrenar modelos de clasificación de inteligencia artificial. Se encontró que los modelos tipo bosques aleatorios funcionan mejor que los modelos regresión de aumento de gradiente, regresión con retardo espacial y regresión lineal por mínimos cuadrados ordinarios (*Ordinary Least Squares - OLS*). El índice de pobreza estimado con datos de imagen satelital lo comparan con los datos de censo. Mientras que Masaki et al. (2020) realiza estimaciones de pobreza y bienestar no monetario con la mayor desagregación espacial posible al

combinar geodatos de alta resolución con datos de encuesta de hogares. Igualmente, implementan diferentes modelos de estimación para buscar mayor precisión en los resultados, comparando con los datos censales para dos ciudades. Ambas investigaciones concluyen que los datos obtenidos de imágenes satelitales son menos costosos que los datos obtenidos a partir de encuestas para realizar estimaciones de pobreza y bienestar con una mayor desagregación espacial. Estos autores coinciden en que a medida que se realicen mejoras metodológicas y de capacidad de software, los resultados serán aún más precisos.

Hasta el momento, las investigaciones que han realizado estimaciones directamente de la distribución espacial del PIB o medidas asociadas a los niveles de ingreso a partir de datos libres arrojan resultados con una resolución espacial muy amplia que sólo permite hacer análisis a nivel nacional y regional, ya que usan imágenes satelitales nocturnas con tamaño de píxel de aproximadamente 1 km (Sutton et al., 2007). El método que se propone en este trabajo está orientado a obtener una desagregación espacial de PIB mucho más fina al usar datos con un tamaño de píxel de 10 m de lado. Tener una estimación con alta resolución espacial permitirá a las autoridades y a los hacedores de política identificar contrastes de ingreso al interior de las ciudades y a hacer agregaciones en diferentes escalas de análisis intraurbano que sean útiles para la toma de decisiones de ordenamiento y focalización de inversiones por ejemplo a nivel de manzanas, barrios, sectores, etc.

### 3. Marco teórico

El marco teórico que se presenta a continuación expone los conceptos sobre los cuales se desarrolló esta tesis. Estos conceptos se adquirieron en la Maestría en Matemáticas Aplicadas en el énfasis de Estudios Espaciales. Específicamente, esta sección hace una breve descripción del Producto Interno Bruto (PIB) que corresponde al fenómeno que se quiere estimar mediante una desagregación espacial intraurbana. En esta sección también se explican brevemente los Sistemas de Referencia de Coordenadas (SCR) y su importancia en el trabajo con geodatos; las imágenes satelitales que son el insumo principal de los geodatos en esta tesis; el procesamiento de imágenes de sensores remotos, y el proceso de rasterización. Estos conceptos permiten comprender el manejo de los datos cuando se representan como imágenes. Finalmente, en este marco teórico se explica el funcionamiento del software libre Orfeo ToolBox (OTB), el concepto de ventana deslizante, y el propósito y funcionamiento de la biblioteca Autotuning de Python.

#### 3.1. Producto Interno Bruto

El Producto Interno Bruto (PIB) representa toda la producción de la economía que se realiza dentro de los límites administrativos de un país o territorio, independientemente de si la producción es de propiedad nacional o extranjera. Existen tres maneras distintas de medir el PIB, la primera medición se basa en información de gastos, que se refiere al gasto en bienes y servicios de los diferentes agentes económicos y se mide como se muestra en la Ecuación 1. La segunda medición se basa en información de producto, que se refiere al valor de la producción final de la economía, por eso el PIB no mide todo lo que se produce, sino el valor agregado que es medido como se muestra en la Ecuación 2. La tercera medición se basa en información de ingresos que supone una economía cerrada en la que no hay exportaciones ni importaciones y se representa en la Ecuación 1 con  $X$  y  $M$  iguales a 0 (De Gregorio, 2012). Cabe mencionar que los ingresos en una economía terminan distribuyéndose entre los habitantes de dicha economía, ya que la producción de bienes y servicios es equivalente a lo que ganan los productores por producir bienes y servicios. Entonces el ingreso en una familia es una parte del ingreso total y el total de familias agrupan el ingreso agregado de dicha economía.

$$Y = C + I + G + X - M \quad (1)$$

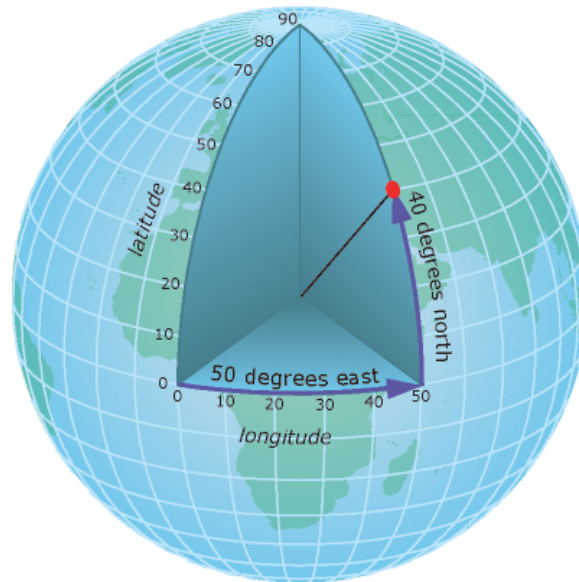


Figura 1: Mediciones esféricas de latitud y longitud. Fuente: tomado de (ESRI, 2016c).

$Y$ : producto interno bruto (PIB).

$C$ : consumo.

$I$ : inversión.

$G$ : gasto de gobierno.

$X$ : exportaciones.

$M$ : importaciones.

$$\text{Valor Agregado} = \text{Valor Bruto de la Producción} - \text{Compras Intermedias} \quad (2)$$

Valor Bruto de la Producción: es el valor total de la producción, incluyendo insumos intermedios.

### 3.2. Sistemas de Referencia de Coordenadas

En el estudio de fenómenos espaciales es fundamental entender los Sistemas de Referencia de Coordenadas (SCR) porque permiten llevar los geodatos a sistemas de coordenadas idénticos para poder hacer operaciones y comparaciones evitando errores de ubicación. Los sistemas de coordenadas geográficas indican la ubicación de cualquier lugar del planeta en medidas de grados, minutos y segundos de longitud y latitud (Olaya, 2014). La longitud es una medida en grados que indica qué tan cerca o lejos está el punto de interés del meridiano de Greenwich en sentido este-oeste, y varía entre 0 para los puntos localizados sobre ese meridiano hasta 180 hacia el oriente y -180 hacia el occidente. La latitud es también una medida en grados que indica qué tan cerca o lejos está el punto de interés de la línea del Ecuador, y varía entre 0 en la misma línea ecuatorial hasta 90 en el Polo Norte y -90 en el Polo Sur.

Como se ilustra en la Figura 1, para describir la posición de una determinada ubicación geográfica se usan las mediciones esféricas de longitud y latitud. Sin embargo muchas técnicas estadísticas requieren del cálculo de distancias entre dos puntos y las mediciones esféricas de longitud y latitud no proporcionan unidades de medición uniformes para distancia. Sólo en la línea ecuatorial la distancia de un grado de longitud es equivalente a la distancia de un grado de latitud. Además, la curvatura de la tierra dificulta los cálculos de distancia y superficie. La medición de distancias entre dos ubicaciones usando longitud y latitud es muy compleja a nivel de computo y requiere de

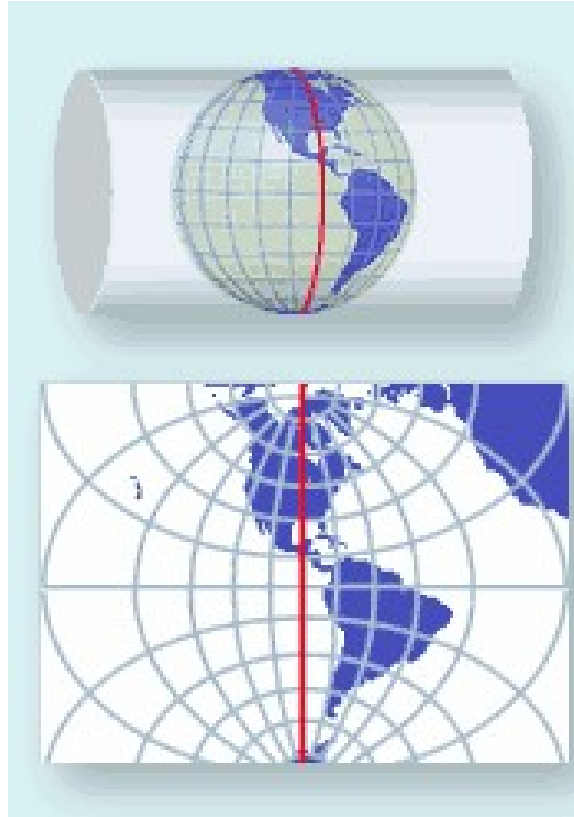


Figura 2: Proyección de coordenadas desde una superficie esférica tridimensional a una superficie plana. Fuente: tomado de (USGS, 2021)

trigonometría esférica (Lu et al., 2014). Mientras que un sistema de coordenadas cartesianas o planas incorpora precisiones como la curvatura o la altura en algunos lugares de la Tierra y permite realizar cálculos de distancia entre dos ubicaciones de manera más sencilla usando el teorema de Pitágoras o mediciones de regla para distancias lineales. Para transformar un sistema de coordenadas esféricas a un sistema de coordenadas cartesianas se requiere una proyección de coordenadas desde una superficie esférica tridimensional (la del planeta) a una superficie completamente plana (la del mapa, ver Figura 2). Existen docenas de diferentes proyecciones que varían entre sí por las propiedades y modos de construcción (Bugayevskiy and Snyder, 1995). Dos de las conversiones más conocidas para transformación de sistema de coordenadas esféricas a cartesianas son la proyección Mercator y la proyección Lambert. En esta investigación se usa el sistema Universal Transversal de Mercator (UTM) para realizar las proyecciones a un sistema de coordenadas planas.

Las proyecciones de mapa a través de coordenadas cartesianas permiten describir la ubicación y la forma geográfica mediante dos ejes: horizontal (x) que representa el este y el oeste, y vertical (y) que representa el norte y el sur. De este modo, un sistema de coordenadas proyectadas se define sobre una superficie plana que permite hacer mediciones de distancia en metros y de áreas en metros cuadrados, sin tener variaciones por las diferentes alturas (las alturas se miden sobre el nivel medio del mar). El sistema Universal Transversal de Mercator (UTM) es un sistema de coordenadas proyectadas en el que se divide el globo en 60 zonas de  $6^\circ$  de longitud. El origen de cada zona se sitúa en el meridiano central de la zona y en la línea del Ecuador y las coordenadas son modificadas para eliminar la posibilidad de que tengan valores negativos.

A continuación se muestra el proceso de transformación de coordenadas geográficas a coordenadas proyectadas del sistema UTM (Fotheringham et al., 2000). Inicialmente, se realiza una conversión

de las medidas de latitud y longitud en unidades de grados sexagesimales a unidades de grados decimales (Ecuaciones 3 y 4) y luego a radianes (Ecuaciones 5 y 6). Se entiende que la latitud tiene signo positivo (+) si la ubicación está por encima de la línea ecuatorial y tiene el signo negativo (-) cuando está por debajo de la línea ecuatorial. Por su parte la longitud es positiva (+) cuando el punto se encuentra en el este de la línea de meridiano de Greenwich y negativa (-) cuando se ubica en el oeste del meridiano.

$$\Phi = \left( \text{grados de longitud} + \frac{\text{minutos}}{60} + \frac{\text{segundos}}{3600} \right) \quad (3)$$

$\Phi$ : valor de la latitud en grados decimales.

$$\Lambda = \left( \text{grados de latitud} + \frac{\text{minutos}}{60} + \frac{\text{segundos}}{3600} \right) \quad (4)$$

$\Lambda$ : valor de la longitud en grados decimales.

$$\varphi = \left( \frac{\Phi}{180} \right) * \pi \quad (5)$$

$\varphi$ : valor de la latitud en radianes.

$$\lambda = \left( \frac{\Lambda}{180} \right) * \pi \quad (6)$$

$\lambda$ : valor de la longitud en radianes.

Una vez obtenidos los valores de longitud en grados sexagesimales, se calcula el Huso o zona UTM donde están ubicadas las coordenadas geográficas que se van a transformar. La Ecuación 7 muestra la fórmula de cálculo de Huso. La Tierra que tiene una forma elipsoidal queda dividida en 60 Husos de 6° cada uno. Del resultado obtenido se considera el valor absoluto del resultado, es decir que el valor positivo. Seguidamente, se obtiene el valor del meridiano central, que es medido a partir del Huso (ver Ecuación 8). Posteriormente, se calcula la distancia angular existente entre la longitud de un punto y el meridiano central del Huso, como se muestra en la Ecuación 9. La Figura 3 ilustra un ejemplo de conversión una de las sesenta a zonas UTM que pasa de coordenadas geográficas a planas.

$$Huso = \left( \frac{\Lambda}{6} + 31 \right) \quad (7)$$

$$\lambda_0 = ((Huso * 6) - 183) \quad (8)$$

$$\Delta\lambda = \left( \lambda - \lambda_0 * \frac{\pi}{180} \right) \quad (9)$$

Se realizan cálculos sobre la geometría de elipsoide. Donde  $a$  es el semieje mayor de la elipse y  $b$  es el semieje menor de la elipse. La Ecuación 10 muestra el cálculo del parámetro conocido como excentricidad menor y la Ecuación 11 muestra el cálculo del parámetro conocido como el radio de curvatura polar, que se usan más adelante en la conversión a coordenadas planas UTM.

$$e' = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{b} \quad (10)$$

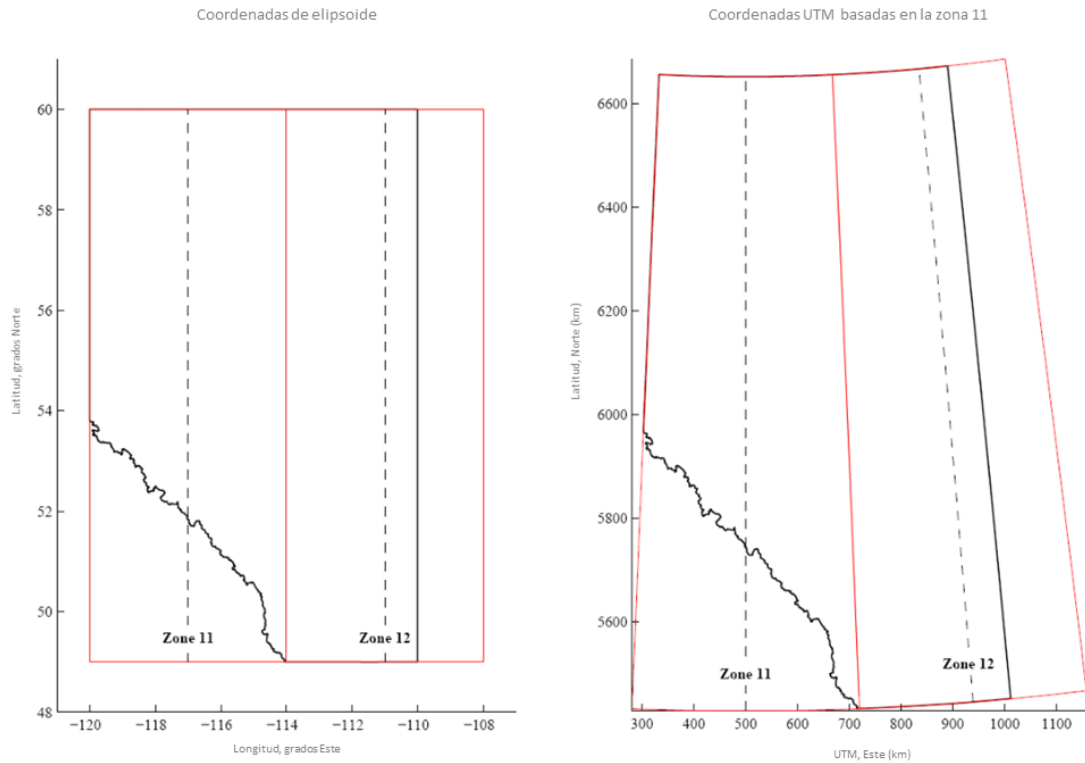


Figura 3: Ejemplo de conversión a zonas UTM. Fuente: tomado de (Manchuk, 2009)

$$c = \frac{a^2}{b} \quad (11)$$

Entre las Ecuaciones 12 y 25 que calculan los parámetros que están vinculados de manera secuencial para obtener valores de coordenadas geográficas en coordenadas planas.

$$A = \cos(\varphi) * \text{sen}(\Delta\lambda) \quad (12)$$

$$\xi = \frac{1}{2} * \ln \left[ \frac{1 - A}{1 + A} \right] \quad (13)$$

$$\eta = \arctan \left( \frac{\tan(\varphi)}{\cos(\Delta\lambda)} - \varphi \right) \quad (14)$$

$$v = \frac{c}{\sqrt{(1 + \epsilon'^2 * \cos(\varphi))^{(0,5)}}} * 0,9996 \quad (15)$$

$$\zeta = \frac{\epsilon'^2}{2} * \xi^2 * \cos^2(\varphi) \quad (16)$$

$$A_1 = \text{sen}(2 * \varphi) \quad (17)$$

$$A_2 = A_1 * \cos^2(\varphi) \quad (18)$$

$$J_2 = \left( \varphi + \frac{A_1}{2} \right) \quad (19)$$

$$J_4 = \left( \frac{3 * J_2 + A_2}{4} \right) \quad (20)$$

$$J_6 = \left( \frac{5 * J_4 + A_2 * \cos^2(\varphi)}{3} \right) \quad (21)$$

$$\alpha = \left( \frac{3}{4} * \epsilon'^2 \right) \quad (22)$$

$$\beta = \frac{5}{3} * \alpha^2 \quad (23)$$

$$\gamma = \frac{35}{27} * \alpha^3 \quad (24)$$

$$\beta_0 = (0,9996 * c * (\varphi - \alpha * J_2 + \beta * J_4 - \gamma * J_6)) \quad (25)$$

Finalmente, se calculan las proyecciones a sistemas de coordenadas planas UTM. En la Ecuación 26 se muestra la forma de cálculo de la coordenada asociada al eje X. Mientras que la Ecuación 27 muestra la forma como se calcula la coordenada asociada al eje Y. Si la coordenada geográfica se ubica en el hemisferio sur se adiciona al eje de las ordenadas el valor de -10000000 para obtener el valor de la coordenada plana (Aponte Saravia, 2018).

$$X = \left( \xi * v \left( 1 + \frac{\zeta}{3} \right) + 500000 \right) \quad (26)$$

$$Y = \eta * v(1 + \zeta) + \beta_0 \quad (27)$$

X, Y: coordenadas proyectadas.

### 3.3. Imágenes satelitales

La Figura 4 muestra un ejemplo de una imagen digital en escala de grises. Este tipo de imágenes digitales se puede representar matemáticamente como una matriz de elementos conocidos como píxeles que toman un valor de intensidad discreto. Una imagen satelital es como una foto tomada desde un satélite que orbita el planeta. Una imagen a color se puede representar mediante tres matrices alineadas espacialmente, una por cada canal o banda, como se muestra en la Figura 5. Cada banda está situada en una parte específica del espectro electromagnético en la porción visible asociada a los colores azul, verde y rojo, con longitudes de onda entre 400 y 700 nanómetros. Debe indicarse que las imágenes satelitales usualmente tienen información en otras porciones del espectro electromagnético, como el infrarrojo cercano y el infrarrojo térmico, con intervalos de longitudes de onda entre 700 y 12,500 nanómetros (Olaya, 2014; Tempfli et al., 2009).

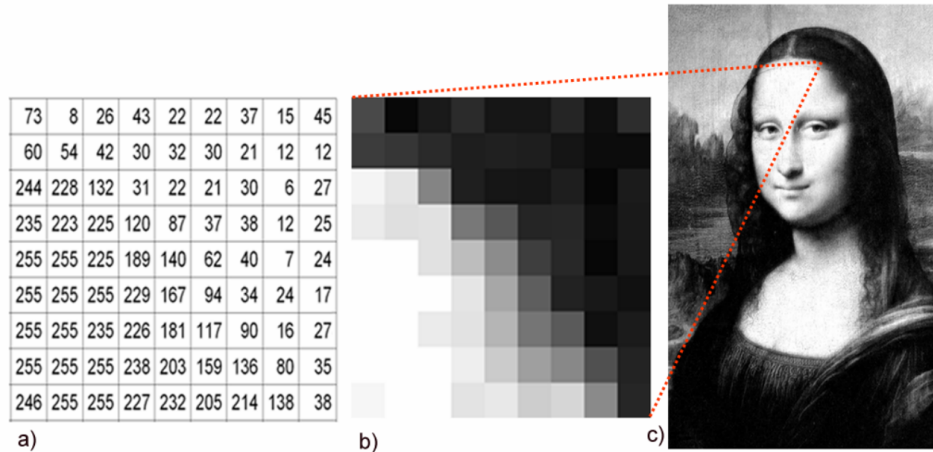


Figura 4: Imagen digital - (a) datos de sensor, (b) acercamiento de la imagen, (c) imagen en escala de grises. Fuente: tomado de Tempfli et al. (2009).

Los satélites llevan instrumentos o sensores que miden radiación electromagnética que viene del sistema atmosférico de la Tierra. Existen dos tipos grandes de imágenes satelitales: las imágenes ópticas o de sensores pasivos, y las imágenes de radar o de sensores activos. Las primeras capturan la radiación solar que rebota en la superficie terrestre, y las segundas envían su propia señal electromagnética y capturan la parte de esa señal que rebota en la superficie y vuelve al satélite. Las imágenes ópticas cuentan en general con más bandas en diferentes porciones del espectro electromagnético que las imágenes de radar, lo que permite el cálculo de un mayor número de índices espectrales, identificar diferentes coberturas del terreno, y ya se han usado ampliamente en aplicaciones urbanas. En este trabajo se usan imágenes ópticas del sensor Sentinel-2, ya que estas son las imágenes satelitales gratuitas con mayor resolución espacial disponibles en la actualidad (píxel de 10 metros) y tienen cobertura global (ver explicación detallada en la Sección 4.2.1). Las investigaciones en las cuales se usan imágenes satelitales diurnas requieren un preprocesamiento para corregir las distorsiones o pérdidas de información causadas por el ruido en los datos debido a las condiciones atmosféricas, la presencia de nubes y sombra de nubes, la presencia de humo proveniente de la contaminación y la no ortogonalidad. Por su parte, entre las imágenes satelitales nocturnas gratuitas con mejor resolución espacial están las DMSP-OLS con tamaño de píxel de aproximadamente  $1 \text{ km} \times 1 \text{ km}$  y las VIIRS con tamaño de píxel de aproximadamente  $500 \text{ m} \times 500 \text{ m}$ .

Las imágenes satelitales son una buena alternativa para realizar investigaciones urbanas porque su disponibilidad ha aumentado, mientras que su costo ha disminuido, y cada año aparecen nuevos repositorios gratuitos. Otra ventaja que tiene esta fuente de información es que los satélites toman imágenes del mismo sitio periódicamente, lo que permite analizar cambios en el tiempo. Las aplicaciones más frecuentes en estudios socioeconómicos con estos datos en las zonas urbanas son el análisis de coberturas del terreno y usos del suelo, crecimiento urbano, análisis de la calidad de vida, estimación de precios de viviendas, e identificación de asentamientos vulnerables, entre otros (Patino and Duque, 2013). Las imágenes satelitales nocturnas han sido usadas en diferentes estudios para estimar la desagregación de riqueza o pobreza, pero los resultados son de baja resolución espacial (Engstrom et al., 2017), mientras que las imágenes satelitales ópticas diurnas pueden generar resultados de mayor resolución espacial y permiten medir y analizar diferentes características del terreno. En la Figura 6 se muestra un ejemplo de una imagen satelital diurna en una zona de la ciudad. Estos geodatos tienen el potencial de sustituir los datos de encuestas en lo que respecta a estimaciones desagregadas espacialmente de ingresos, bienestar económico, pobreza, identificación de zonas marginales y desigualdad económica. No obstante, Hersh et al. (2020) utilizó de manera complementaria la imagen satelital diurna y datos de encuesta para estimar





Figura 6: Ejemplo de una imagen satelital diurna en una zona de la ciudad de Medellín.

que provee índices de diferencias espectrales de a dos bandas de la imagen que se usan para resaltar ciertos elementos del paisaje como la presencia de vegetación, de cuerpos de agua, de zonas construidas, entre otros. También se calcularon las variables de presencia de bordes, y las variables de textura y estructura, que sirven para describir cuantitativamente el patrón espacial de los objetos observados en la imagen.

### 3.5. Rasterización

Cuando los geodatos están en formatos diferentes, primero se deben convertir a un formato común para usarlos en mediciones y estimaciones conjuntas. Uno de los formatos de interés en esta investigación es el ráster, donde la información de una variable se representa en una malla regular en la que cada elemento se denomina píxel. A diferencia de una imagen digital convencional, el ráster incluye unos metadatos que permiten la georreferenciación de cada elemento. El formato ráster tiene la ventaja de que se puede procesar mediante diversos algoritmos reportados en la literatura, pero una de sus principales críticas es que se pierden detalles de la información durante el proceso de discretización espacial de información continua (puntos, líneas, o polígonos que pueden ser curvos) a cuadrículas fijas (Olaya, 2014). Como se muestra en la Figura 7 el proceso de rasterización permite pasar de la geometría de la escena a una matriz de píxeles con información de la ubicación. En el caso de las imágenes, estas se capturan directamente en formato ráster con información de diferentes bandas, donde cada banda corresponde a una matriz de píxeles (Tempfli et al., 2009).

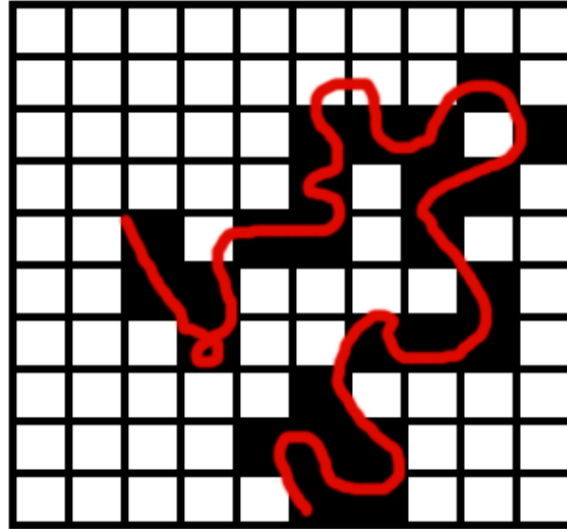


Figura 7: Imprecisión de forma en el modelo de representación ráster. La división del espacio en unidades cuadradas impide la representación fiel de entidades como las curvas presentadas en rojo. Fuente: tomado de Olaya (2014).

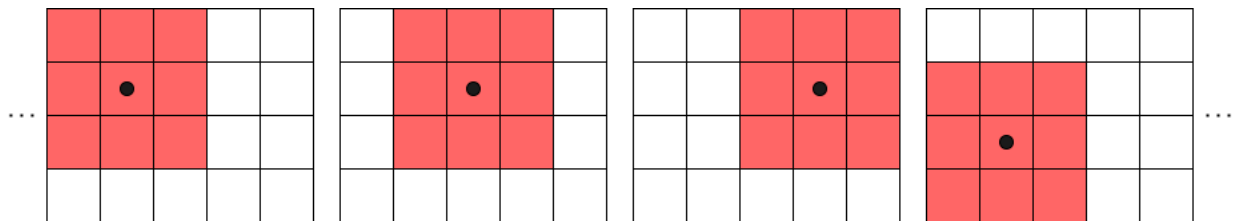


Figura 8: Ilustración de ventana deslizante.

### 3.6. Ventana deslizante

Una ventana deslizante es una región rectangular con tamaños de ancho y alto fijos que se desliza a través de una imagen para obtener características de la vecindad de cada píxel. Normalmente, se toma la región cubierta por la ventana y se aplica una operación matemática que usa los valores de todos los píxeles cubiertos por ella, y su resultado se asigna al píxel central de la misma (Tempfli et al., 2009). En esta investigación se tomaron todos los valores de los píxeles dentro de la ventana y de este modo se aumentó el conjunto de datos o atributos para la estimación asociada al píxel central. La ventana se desliza un píxel en cada ocasión, haciendo un recorrido de izquierda a derecha, y de arriba a abajo en la imagen como se ilustra en la Figura 8, donde cada celda rectangular representa un píxel y los rectángulos rojos representan la ventana seleccionada. Al algoritmo se le debe indicar la imagen a analizar, el tamaño de los pasos que indica cuántos píxeles se avanza en dirección  $X$  e  $Y$ , y el tamaño de la ventana en el cual se define su ancho y el alto. La ventana deslizante tiene un papel importante en el procesamiento de imágenes, pues permite capturar las dependencias espaciales de una variable.

### 3.7. Biblioteca Python Autotuning

Autotuning es una biblioteca de Python que desarrolló el Grupo de investigación RiSE para obtener los mejores regresores o clasificadores a partir de un conjunto de datos y una secuencia de modelos e hiperparámetros que se definen con antelación. La biblioteca de Autotuning encuentra cuál es el

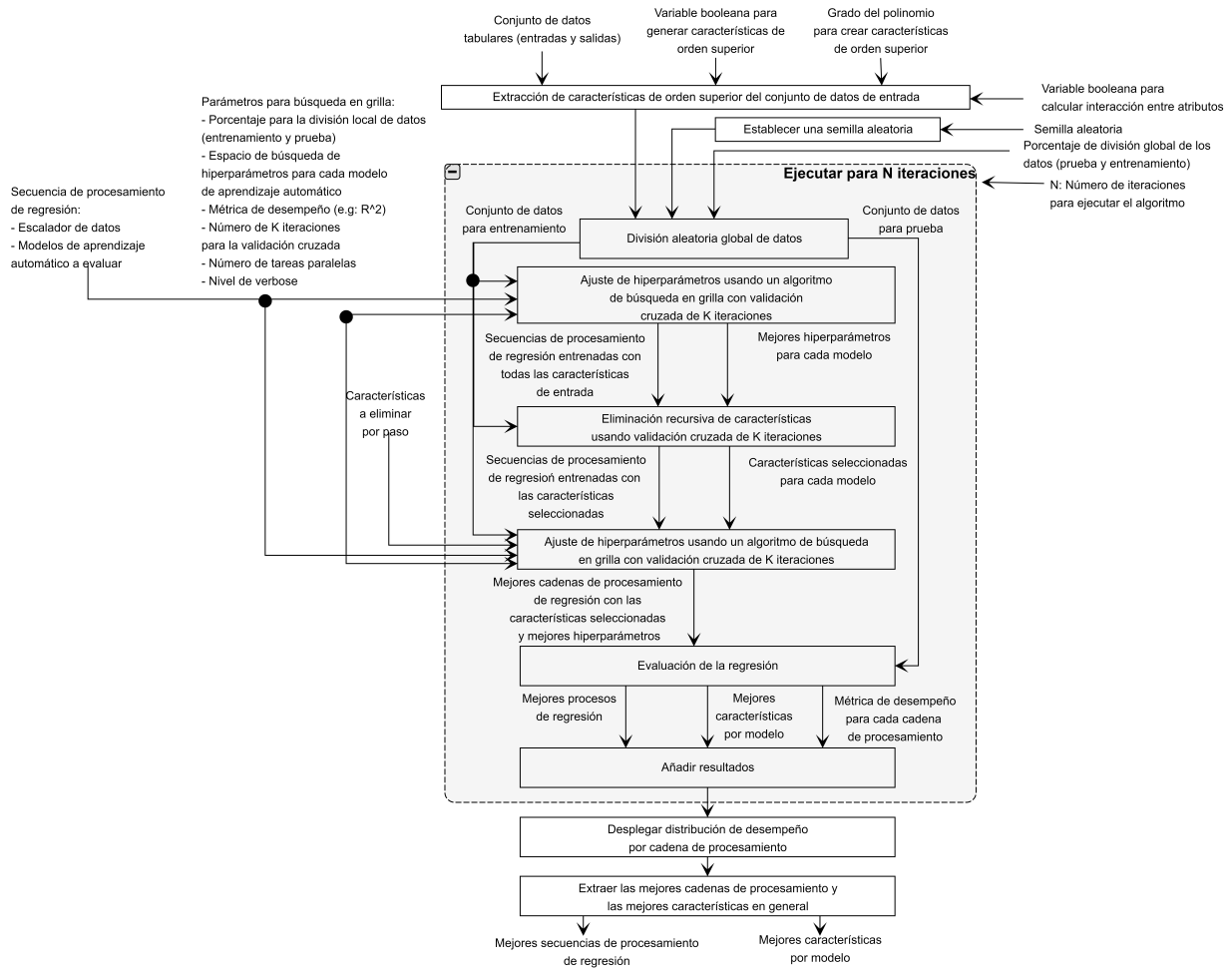


Figura 9: Algoritmo de Autotuning. Fuente: tomado de (Gómez et al., 2019).

mejor modelo de clasificación o de regresión, cuáles son las variables relevantes en la estimación, y cuáles son los hiperparámetros óptimos. Este algoritmo de autoajuste produce características de orden superior y maneja diferentes particiones de datos para evaluar el desempeño realizando validación cruzada y pruebas globales, y así encontrar los mejores hiperparámetros de las secuencias de procesamiento combinando un escalador de datos con un modelo de aprendizaje automático, como se muestra en la Figura 9.

Dicho proceso se repite muchas veces utilizando diferentes divisiones de datos para crear una distribución de rendimiento de cada modelo en un conjunto de prueba local. Finalmente, el algoritmo sugiere la secuencia de procesamiento más exitosa y los atributos que utilizó. La biblioteca se encuentra disponible en el repositorio GitHub del grupo RiSE<sup>5</sup>. Esta biblioteca se implementó en una investigación previa (Gómez et al., 2019), en la cual se usan técnicas de aprendizaje automático para estimar el crecimiento urbano a partir de datos espacio temporales.

<sup>5</sup>en el enlace [https://github.com/Rise-group/urban\\_growth\\_framework](https://github.com/Rise-group/urban_growth_framework)

Cuadro 1: Las 10 ciudades de Colombia con mayor valor del PIB, según GHS.

<b>Ciudad</b>	<b>Valor PIB</b>
Bogotá	\$ 136.708.988.928
Medellín	\$ 34.405.883.904
Cali	\$ 25.747.800.064
Barranquilla	\$ 14.722.866.176
Bucaramanga	\$ 13.680.445.440
Cartagena	\$ 7.218.802.176
Villavicencio	\$ 6.590.969.344
Pereira	\$ 4.286.580.480
Valledupar	\$ 3.435.021.824
Manizales	\$ 3.152.411.904

#### 4. Área de estudio y datos

Esta sección describe el área de estudio, los datos y el procesamiento de datos para la obtención de variables. Vale la pena resaltar que los datos usados son conjuntos de geodatos abiertos que permitirán estimar el PIB distribuido espacialmente a escala intraurbana en Medellín y su área metropolitana. Los geodatos que se usan en esta investigación son una imagen satelital Sentinel 2 (European Space Agency ESA, 2015), la malla vial de OpenStreetMap (OSM) (OpenStreetMap, 2017), los polígonos de extensión urbana e información del Producto Interno Bruto (PIB) de la base de datos de centros urbanos del proyecto de asentamientos humanos globales (Urban Centre Database del Global Human Settlement - GHS) (Florczyk et al., 2019), y los conteos poblacionales de WorldPop que tienen una resolución espacial de 100 metros (Sorichetta et al., 2015).

##### 4.1. Área de estudio

###### 4.1.1. Área urbana de Medellín y su área metropolitana

En esta investigación se escogió como caso de estudio la ciudad de Medellín, la segunda ciudad más grande de Colombia con una población de 2.43 millones (DANE, 2018). Según los datos de centros urbanos del GHS (Florczyk et al., 2019), Medellín es la segunda ciudad con el mayor valor del PIB de acuerdo con el ranking de las 10 ciudades con mayores ingresos en el país (ver Tabla 1). Medellín se ubica en un estrecho valle, y tiene un río que atraviesa la ciudad de sur a norte. La mayoría de los barrios se ubican sobre las pendientes de las montañas del este y oeste. Medellín es una ciudad con un alto crecimiento urbano por factores como el desarrollo industrial y oportunidades laborales. Gracias a estos factores, Medellín tiene una diversidad intraurbana importante con matices y contrastes espaciales que la hacen atractiva para esta investigación.

Para la ciudad de Medellín se cuenta con información de estratos socioeconómicos desagregados espacialmente a escala intraurbana, lo que permite validar los resultados que se obtengan en esta estimación. Los estratos socioeconómicos en Colombia se representan como una medida categórica entre 1 y 6 que está asociada al nivel socioeconómico. Cada categoría tiene un grupo de viviendas con características físicas o productivas similares y en dichas viviendas habitan personas con condiciones socioeconómicas comparables. Las categorías 1 a 3 corresponden a niveles de estrato entre bajo y medio, y las categorías 4 a 6 corresponden a niveles de estrato entre medio y alto (DANE, 2015).

## 4.2. Datos

### 4.2.1. Sentinel 2

Las imágenes Sentinel 2 son imágenes satelitales ópticas gratuitas y de alta resolución espectral, con tres bandas en el espectro visible que permiten realizar estudios de monitoreo de coberturas vegetales y usos del suelo, y con nueve bandas en las porciones del espectro del infrarrojo cercano, térmico y de onda corta que permiten realizar monitoreos precisos de coberturas del suelo, calidad del aire y atmosférica, entre otros. Las imágenes satelitales Sentinel 2 iniciaron para Europa y luego se extendieron a nivel global. La misión Copernicus Sentinel 2 comprende dos satélites idénticos en la misma órbita, ubicados a una distancia de  $180^\circ$  el uno del otro. Esta configuración permite tener imágenes satelitales del mundo entero cada 5 días, es decir tienen una alta frecuencia de revisita.

Las imágenes satelitales Sentinel 2 tienen trece bandas con información multispectral como se muestra en la Figura 10, donde cada banda es sensible a diferentes longitudes de onda del espectro electromagnético, que incluyen las bandas del espectro visible y de infrarrojo (Olaya, 2014). Las bandas del espectro visible incluyen tres con longitudes de onda entre 490 y 665 nanómetros (nm). La banda de infrarrojo cercano por su parte, se ubica en longitudes de onda de 842 nm. Estas imágenes tienen una resolución espacial de  $10 \text{ m} \times 10 \text{ m}$ . Por su parte, las cuatro bandas de borde rojo cuyas longitudes de onda están entre 705 y 865 nm, y las dos bandas infrarrojas de onda corta con longitudes de onda de 1610 y 2190 nm tienen una resolución espacial de  $20 \text{ m} \times 20 \text{ m}$ . Finalmente, las tres bandas de corrección atmosférica correspondientes a longitudes de onda de 443, 940 y 1375 nm tienen una resolución espacial de  $60 \text{ m} \times 60 \text{ m}$ .

En esta investigación se usa la API para Python de la plataforma Google Earth Engine (GEE) (Gorelick et al., 2017) para buscar y descargar una imagen satelital Sentinel 2 apropiada. Se usó la plataforma GEE para crear una imagen compuesta libre de nubes a partir de todas las imágenes capturadas en el periodo comprendido entre el 1 de enero y el 31 de diciembre de 2019 que cubra toda el área de estudio, como se muestra en la Sección 4.3.1.

### 4.2.2. OpenStreetMap (OSM)

Los geodatos espaciales abiertos de OpenStreetMap (OSM) (OpenStreetMap, 2017) son datos recopilados por los usuarios de OSM en todo el mundo y proveen información de vías peatonales, ciclorutas y vías vehiculares. Son los usuarios de OSM quienes contribuyen a la construcción de la base de datos con la información vial de casi todo el territorio mundial. Para poner a disposición los datos para los usuarios de todo el mundo el servicio emplea un sistema de coordenadas geográficas WGS84 (EPSG:4326). OpenStreetMap cuenta con una cobertura de aproximadamente el 80 % de la malla vial mundial (Barrington-Leigh and Millard-Ball, 2017). Para usar los geodatos abiertos de OpenStreetMap, en esta investigación se usó la biblioteca Python OSMnx (Boeing, 2017) que permite la descarga de geodatos de redes de carreteras delimitados por límites administrativos o polígonos de interés. La biblioteca OSMnx permite descargar, proyectar, visualizar y analizar la red vial desde Python. En este trabajo se realiza la descarga para el recuadro que contiene la extensión geográfica del área urbana de la ciudad de Medellín y su área metropolitana.

### 4.2.3. GHS Urban Centre Database

El GHS Urban Centre Database GHS-UCDB (Florczyk et al., 2019) es un producto de un proyecto de la Comisión Europea - Global Human Settlement (GHS) - que produce información espacial global, basado en analítica y conocimiento de la presencia humana en el planeta. Para ello, usan información de la distribución espacial de las áreas construidas y la densidad de población según el lugar de residencia. Ambos factores se observan en el tiempo y en unidades espaciales uniformes para monitoreo de asentamientos. El GHS provee geodatos espaciales abiertos de la extensión de los

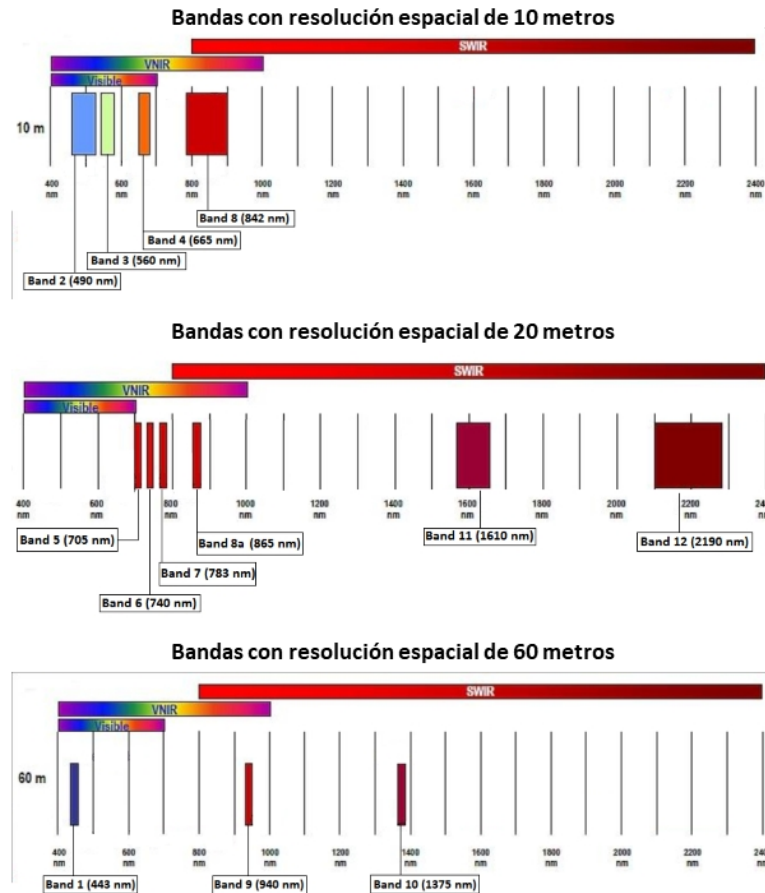


Figura 10: Resolución espacial de las bandas de la imagen satelital Sentinel 2. Fuente: (European Space Agency ESA, 2020).

asentamientos urbanos, con sistema de coordenadas geográficas WGS84 (EPSG:4326) (European Commission and Joint Research Centre, 2018).

El GHS usa procesamiento de imágenes satelitales de sensores remotos como principal fuente de información para delimitar las extensiones urbanas de grandes ciudades en todo el mundo. La delimitación de ciudades se realiza a través de métodos de procesamiento de datos de clasificación supervisada automática usando la colección de datos satelitales Landsat. Las extensiones urbanas delimitadas por el GHS representan datos de centros urbanos que tienen alta densidad poblacional ( $>1.500 \text{ hab/km}^2$ ) e incluyen las ciudades de más de 10.000 habitantes (European Commission and Joint Research Centre, 2018). En la Figura 11 se muestra el esquema con el proceso de extracción y agregación de información para la construcción de la base de datos de centros urbanos. En el esquema se observa que los datos de la imagen satelital se usan para estimar áreas construidas mediante un modelo de clasificación automática. Con los datos de censo estiman la población distribuida espacialmente, y combinan las estimaciones de áreas construidas con población para delimitar los centros urbanos. Luego se asocia información complementaria a cada centro urbano delimitado: del nombre de la ciudad, información geográfica, calidad de aire e información de agua y suelo, etc.

En esta investigación se usa el GHS Urban Centre Database GHS-UCDB que contiene la delimitación de centros urbanos para el año 2015, el cual usa el grado de urbanización definido como celdas de cuadrícula contiguas con alta densidad poblacional de al menos 1500 habitantes por  $\text{km}^2$ .

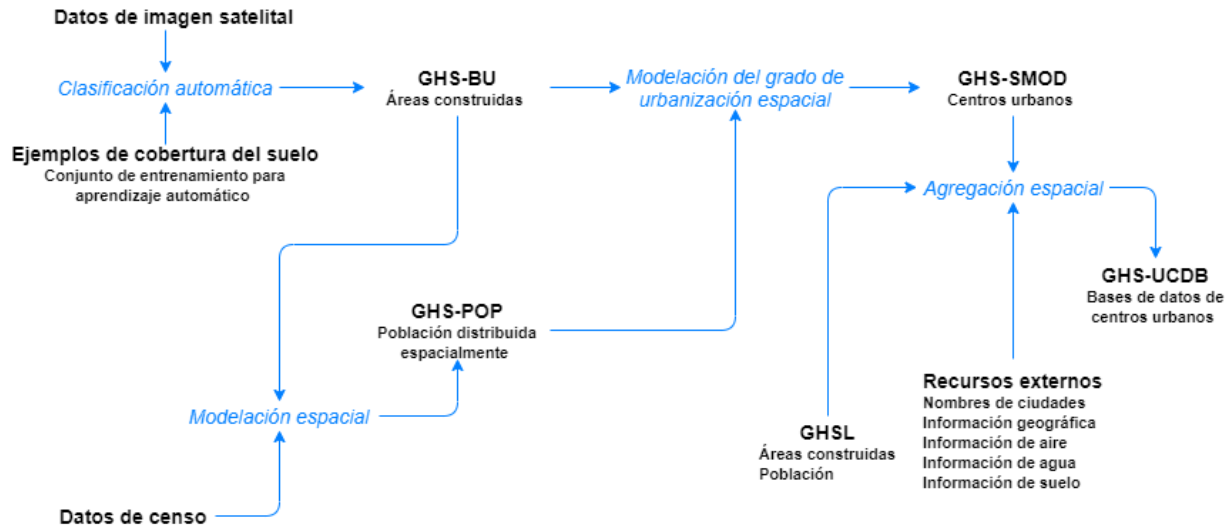


Figura 11: Esquema conceptual del procesamiento de datos para construir la base de datos de centros urbanos. Fuente: European Commission and Joint Research Centre (2018).

La delimitación se obtuvo a partir de análisis de imágenes satelitales y cuenta con un conjunto de variables geográficas, socioeconómicas y ambientales entre las que se encuentra la estimación del valor del Producto Interno Bruto (PIB), asociado a cada uno de los polígonos de extensión urbana. Es la estimación del valor del PIB con poder de paridad adquisitivo a precios del dólar estadounidense de 2011, donde el poder de paridad adquisitivo permite la comparabilidad entre las ciudades (Maeso Fernández, 1997). Este conjunto de datos tiene cobertura global, que permitirá replicar la metodología propuesta en este trabajo en la mayoría de las ciudades del mundo ya que provee delimitaciones de la extensión urbana de todas las áreas urbanas con más de 1500 habitantes por km<sup>2</sup>. En esta investigación se usa el polígono con la extensión urbana de la ciudad de Medellín y su área metropolitana, en Colombia.

#### 4.2.4. WorldPop

WorldPop es una base de datos que provee información global de la distribución de población en cuadrículas con una resolución espacial de 100 m × 100 m. Este conjunto de datos provee conteos poblacionales con alta precisión y detalle espacial proyectados en un sistema de coordenadas geográficas WGS84. Para generar estos datos, los creadores usan datos de entrada de censo en unidades espaciales administrativas y otros datos geoespaciales que procesan con técnicas de procesamiento de imágenes de sensores remotos para distribuir los conteos de población en píxeles de 100 metros de lado (Lloyd et al., 2019).

Los conjuntos de datos de WorldPop son de acceso gratuito y están disponibles para descargar en formato GeoTiff. WorldPop también pone a disposición conjuntos de datos con los conteos poblacionales a nivel nacional y subnacional en el período 2000 - 2020. WorldPop genera dos estimaciones para cada año, la primera es la distribución poblacional resultante del método de bosques aleatorios para todos los países del mundo, mientras que la segunda estimación se ajusta adicionalmente para que coincida con las estimaciones oficiales de población de las Naciones Unidas (United Nations, 2019). Para esta investigación se usa el dataset "Individual Countries 2000-2020 UN Adjusted (100 m resolution)" correspondiente a la estimación ajustada por las cifras oficiales de población de las Naciones Unidas.

### 4.3. Construcción de variables de características del terreno

Para alimentar los modelos matemáticos de aprendizaje automático se construyeron una serie de variables de entrada (o exógenas) para capturar características del terreno haciendo uso de técnicas de procesamiento de imágenes de sensores remotos. Inicialmente se corrige la imagen para obtener un compuesto libre de nubes y luego se extrae información mediante la construcción de variables de entrada que sirven como atributos para la estimación, que se generan a partir de las bandas de la imagen compuesta. A continuación, se exponen los atributos que se construyen y que se usan durante el entrenamiento del modelo de aprendizaje automático para desagregar espacialmente el ingreso intraurbano de la ciudad de Medellín y su área metropolitana. Entre los atributos que se calculan a partir de la imagen satelital están el Vector Espectral de Diferencias Normalizado (NDSV), las variables de textura y las variables de detección de bordes. También se calculan datos de densidad de vías y densidad de intersecciones viales a partir de la malla vial obtenida de OpenStreetMap.

#### 4.3.1. Preprocesamiento de las imágenes satelitales para la corrección de presencia de nubes

El preprocesamiento de imágenes satelitales busca mejorar la imagen para obtener una escena completa del territorio sin ruido, lista para hacer análisis y extraer información. Por ejemplo, una desventaja en el procesamiento de imágenes de sensores remotos ópticos es la presencia de nubes y sus sombras, ya que dificultan la visualización del territorio. En esta investigación se realiza un proceso para obtener una imagen compuesta libre de nubes en el área de estudio usando el programa Google Earth Engine (GEE). GEE es un programa que publica y provee catálogos de datos espaciales con imágenes de sensores remotos de diferentes programas satelitales a nivel mundial y permite procesar estas imágenes en un mismo entorno. La plataforma incluye capacidad de cómputo en los servidores de Google y permite implementar técnicas que generen mediciones de alto impacto social, tales como estimaciones de deforestación, monitoreo climático, seguridad alimentaria, protección ambiental, entre otros. Una ventaja importante de usar GEE es que incorpora diversas rutinas que facilitan la descarga de geodatos en extensiones geográficas específicas y simplifican su procesamiento (Gorelick et al., 2017).

El flujo de trabajo para corregir la presencia de nubes y sus sombras se basa en el cálculo de un puntaje de calidad que se denomina Porcentaje de Cobertura de Nubes (PCN) de cada píxel de la imagen. Un PCN cercano a uno indica una cobertura casi completa de nubes en el píxel, mientras que un valor cercano a cero indica una cobertura de nubes casi nula. En este proyecto se seleccionaron los píxeles que cubrían todo el área de interés con el menor PCN, usando los metadatos de las imágenes (Schmitt et al., 2019). Sin embargo, luego de aplicar este procedimiento, algunos píxeles quedan sin información útil y por ello se usa una estrategia que busca estimar su valor con información de otras imágenes que cubran el mismo sitio tomadas del mismo satélite en una fecha diferente. Este proceso se realiza sobre una colección de imágenes multitemporal (varias imágenes tomadas en fechas diferentes) y al final se consolida una imagen compuesta. La unión de imágenes del compuesto multitemporal se hace buscando información en fechas cercanas a partir del mosaico de imágenes de satélite y técnicas de agregación multitemporal. En esta investigación el periodo de tiempo seleccionado para construir el compuesto multitemporal de imágenes fue entre el 1 de enero y el 31 de diciembre de 2019. Usando la interfaz de programación de Google Earth Engine para Python, se creó un compuesto multitemporal Sentinel-2 libre de nubes y sombras para el polígono de interés del año 2019 y se descargó la imagen en formato ráster que se muestra en la Figura 12.

#### 4.3.2. Vector Espectral de Diferencias Normalizado

El Vector Espectral de Diferencias Normalizado (NDSV) se usa para capturar información de diferentes elementos del terreno que se registran bien en los índices de diferencia normalizada, tales



Figura 12: Compuesto multitemporal Sentinel-2 del área de estudio.

como la presencia de vegetación, la presencia del contenido de agua en el suelo y la presencia de superficies impermeables o construidas, entre otros. Un índice de diferencias espectrales normalizado es un parámetro que se calcula a partir de los valores de reflectividad en distintas longitudes de onda de dos bandas de una imagen. Un ejemplo de estos índices es el Índice de Vegetación de Diferencia Normalizada (NDVI), el cual es ampliamente utilizado en el análisis de imágenes pues permite detectar la presencia de vegetación en una zona, ya que las diferencias en las longitudes de onda se interpretan con relación a la actividad fotosintética. El NDVI permite extraer información relativa a la vegetación, minimizando ruido por factores como el suelo o la atmósfera (Olaya, 2014). El NDVI se construye con las bandas rojo e infrarrojo cercano, como se muestra en la Ecuación 28.

$$NDVI = \frac{NIR - Red}{NIR + Red} \quad (28)$$

*NIR*: banda infrarrojo cercano.

*Red*: banda rojo.

El vector de diferencias espectrales normalizado (NDSV) es un vector en el cual cada elemento es un índice de diferencias espectrales normalizado. Cada elemento del vector registra el contraste existente entre las dos bandas a partir de las cuales se calculó el índice de diferencias espectrales normalizado. La idea básica del NDSV es extraer la información contenida en las bandas multiespectrales, removiendo errores y ambigüedades debido a diferencias en tiempo, espacio, adquisición, entre otros. Las ventajas de calcular el NDSV es que produce datos intrínsecamente normalizados y consistentes globalmente. La información de cada índice brinda la oportunidad de analizar la contribución de diferentes características en áreas urbanas. Calcular el NDSV en vez de uno o varios índices de diferencias espectrales normalizados minimiza el riesgo de ambigüedad y el vector puede usarse como una entrada para cualquier clasificador espectral (Patel et al., 2015).

Como se muestra en la Ecuación 29 cada elemento del vector se calcula como la razón entre la diferencia de la banda  $i$  con la banda  $j$  en la imagen satelital y la suma de la banda  $i$  con la banda  $j$  en la imagen satelital, donde  $i$  es diferente de  $j$ . El NDSV incluye en un sólo vector todos los índices normalizados con todas las combinaciones posibles de las bandas de la imagen satelital, exceptuando aquellos que son los recíprocos de las bandas para construir el índice y que en ese orden arrojan resultados idénticos con signo contrario. Por ende, el NDSV contiene en sus elementos únicamente los índices espectrales de diferencias normalizados cuando no se ha calculado el índice recíproco (Angiuli and Trianni, 2014). El NDSV calculado a partir de las 12 bandas de la imagen satelital Sentinel 2 y debido a la simetría de la definición, es un vector con una dimensión de 66 imágenes en formato ráster, cada elemento del vector es un índice de diferencias espectrales normalizado. La Ecuación 30 muestra la forma en que se calcula el vector, donde cada elemento del vector contiene un índice entre dos bandas, la banda  $i$  y la banda  $j$  con  $i$  diferente de  $j$ .

$$NDSV_{i,j} = \frac{b_i - b_j}{b_i + b_j} \quad (29)$$

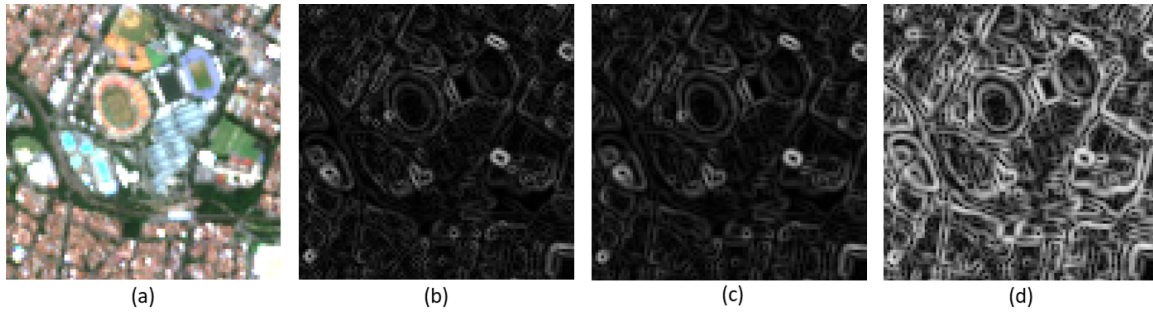


Figura 13: Variables de detección de bordes. (a) Compuesto de color verdadero, (b) Gradiente, (c) Sobel y (d) Touzi.

$$NDSV = \begin{bmatrix} \frac{b_1 - b_2}{b_1 + b_2} \\ \frac{b_1 - b_3}{b_1 + b_3} \\ \vdots \\ \frac{b_1 - b_{12}}{b_1 + b_{12}} \\ \frac{b_2 - b_3}{b_2 + b_3} \\ \vdots \\ \frac{b_{11} - b_{12}}{b_{11} + b_{12}} \end{bmatrix} \quad (30)$$

### 4.3.3. Variables de detección de bordes

La detección de bordes se entiende como la identificación de transiciones de niveles de gris que son significativamente diferentes y proporcionan información valiosa acerca de las fronteras de los objetos y puede ser usada para segmentar o reconocer objetos en una imagen (Ordoñez and Oñate, 2016). El proceso de detección de bordes que se lleva a cabo consiste en convertir la imagen a escala de grises, filtrar la imagen para eliminar el ruido y aplicar los detectores de bordes ya sea Gradiente, Sobel o Touzi (Argyle, 1971). El detector de bordes Gradiente esta basado en la primera derivada y proporciona las variaciones existentes en la imagen, la derivada es mayor cuando más grandes son las variaciones. El detector de bordes Sobel es formulado usando máscaras de convolución y este operador es más sensible a la detección de bordes diagonales. El detector de bordes Touzi esta basado en un filtro que minimiza la pérdida de información de textura. En esta investigación se realiza la detección de bordes sobre la banda roja del espectro visible, que se usa para la detección de estructuras de origen humano. Para ello, se utiliza la herramienta de uso libre Orfeo ToolBox (OTB Development Team, 2018) para calcular las variables de detección de bordes Gradiente, Sobel y Touzi (ver Tabla 2 y Figura 13).

### 4.3.4. Variables de textura

La textura de la imagen es una propiedad muy útil que sirve para identificar y diferenciar los objetos presentes en la imagen. Las variables de textura contienen información acerca de la distribución espacial de la variación de intensidad de color en una banda (Haralick et al., 1973). En esta investigación se calculan variables de textura Haralick y variables de textura estructurales. Las primeras variables de textura de una imagen se extraen usando filtros espaciales basados en análisis de textura Haralick (Haralick et al., 1973), correspondiente a un modelo estadístico de segundo orden. Entre las variables de textura Haralick que se calcularon se encuentran las simples, las

Cuadro 2: Descripción de variables de detección de bordes.

Tipo de variable	Variables	Descripción
Detección de bordes	Gradiente	Calcula la magnitud del gradiente de la imagen en cada píxel para detección de bordes.
	Sobel	Usa el operador Sobel para calcular el gradiente de la imagen y luego encontrar la magnitud de su vector gradiente para detección de bordes.
	Touzi	esta basado en un filtro que minimiza la pérdida de información de textura.

avanzadas y las de orden superior. Para realizar el cálculo de las variables de textura se usa la banda rojo reescalada de la imagen satelital Sentinel 2, de tal manera que se resalte la heterogeneidad en el terreno.

Las variables de textura miden diferentes aspectos de una escena espacial, de acuerdo con los valores de intensidad de una imagen que abarca una región de análisis. En esta investigación las variables de textura se usan para encontrar diferentes patrones espaciales del área urbana de interés. Las variables de textura Haralick simples que se calcularon son uniformidad de textura, medida de intensidad de aleatoriedad, medida de correlación de un píxel con su vecindario, medida de textura de homogeneidad, contraste de intensidad entre un píxel y su vecindario, agrupamiento de sombra, el agrupamiento de prominencia, y correlación Haralick. En la Tabla 3 se mencionan las variables de textura Haralick simples y en la Figura 14 se muestran estas variables para un área de 1 km dentro del área de estudio.

Las variables de textura Haralick Avanzadas describen la heterogeneidad, la disimilaridad, la suma de promedio, la suma de varianza, la suma de la entropía, la diferencia de entropías y la diferencia de varianzas, entre otras. La Tabla 3 presenta una descripción breve de las variables de textura avanzadas y la Figura 15 muestra estas variables. Por su parte, las variables de textura Haralick de orden superior explican medidas de nitidez de textura, medidas de aspereza de textura, no uniformidad de nivel de gris, no uniformidad de longitud de ejecución, medida de homogeneidad de nitidez de textura, énfasis en niveles de gris bajos, énfasis en ejecución de niveles de gris altos, énfasis en niveles bajos de gris en distancias cortas, énfasis en niveles altos de gris de corto plazo y énfasis en niveles bajos de gris de distancias largas. En la Tabla 3 se hace una descripción de las variables de textura Haralick de Orden Superior y en la Figura 16 se muestran dichos atributos de textura.

Por último, las variables de textura estructurales arrojan medidas de aleatoriedad o regularidad de la distribución en el espacio de los elementos dentro de una escena. Estas son variables que se calculan a partir de la distribución de líneas dentro de la escena (Huang et al., 2007). En este trabajo se calculan dos variables de textura estructurales a partir de la banda roja reescalada de la imagen satelital Sentinel 2. La primera es el promedio ponderado y la segunda es la desviación estándar del conjunto de características estructurales. En la Tabla 3 se hace una breve descripción de las dos variables de textura estructurales y las dos variables seleccionadas se muestran en la Figura 17.

#### 4.3.5. Características de la malla vial

En esta investigación se usa la biblioteca OSMnx de Python (Boeing, 2017) para descargar la red vial de carreteras de OpenStreetMap a partir de un polígono que contiene las coordenadas de referencia que abarca el área de estudio. A partir de la malla vial se construyen cuatro variables que

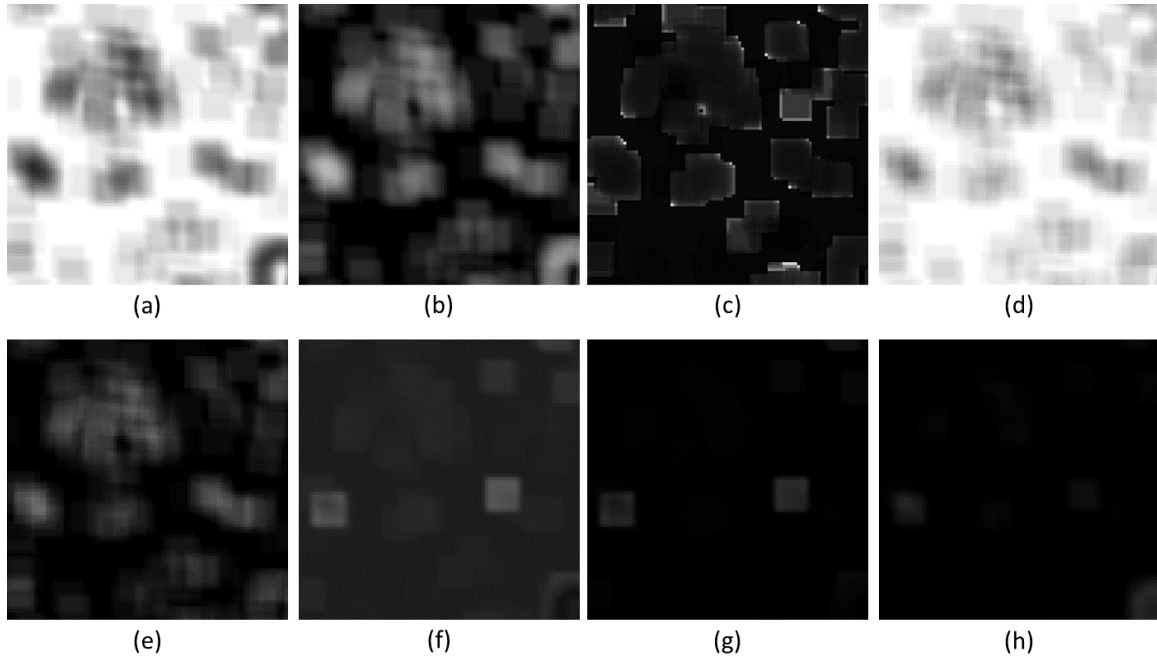


Figura 14: Variables de textura Haralick Simples. (a) uniformidad de textura, (b) medida de intensidad de aleatoriedad, (c) correlación de un píxel con su vecindario, (d) medida de textura de homogeneidad, (e) contraste de intensidad de un píxel y su vecindario, (f) agrupamiento de sombra, (g) agrupamiento de prominencia y (h) correlación Haralick. En esta imagen se utiliza el mismo encuadre del compuesto de color verdadero de  $1\text{km} \times 1\text{km}$  ubicado sobre el mismo lugar que el de la Figura 13.

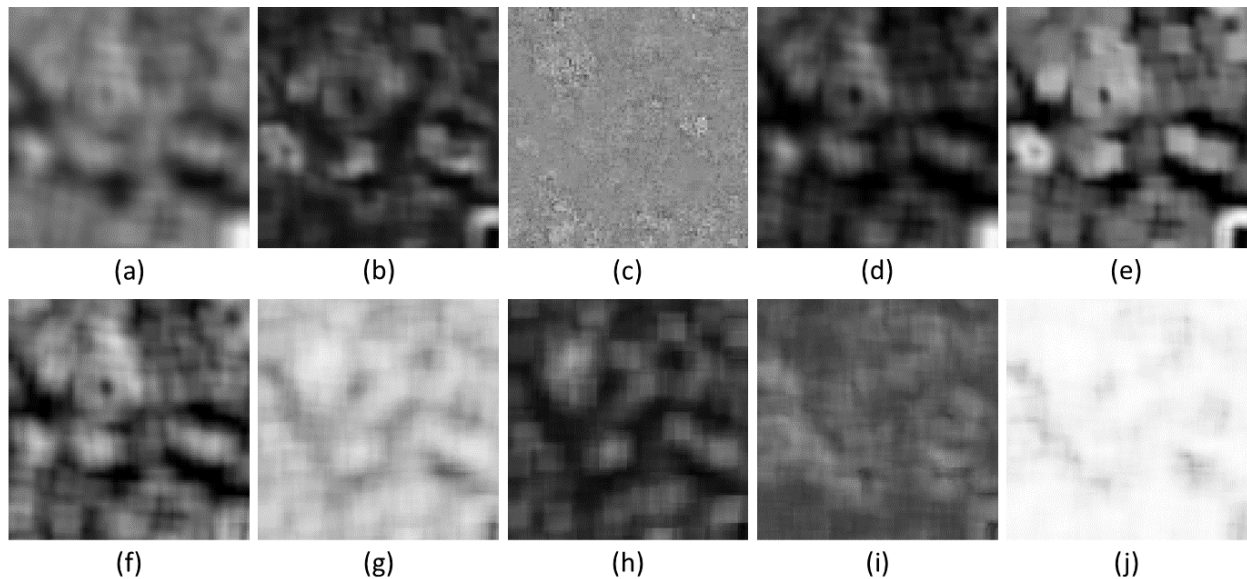


Figura 15: Variables de textura Haralick Avanzadas. (a) media, (b) textura de heterogeneidad, (c) disimilaridad, (d) suma de promedio, (e) suma de varianzas, (f) suma de entropía, (g) diferencia de entropías, (h) diferencia de varianzas, (i) información de medidas de correlación IC1 y (j) información de medidas de correlación IC2. En esta imagen se utiliza el mismo encuadre del compuesto de color verdadero de  $1\text{km} \times 1\text{km}$  ubicado sobre el mismo lugar que el de la Figura 13.

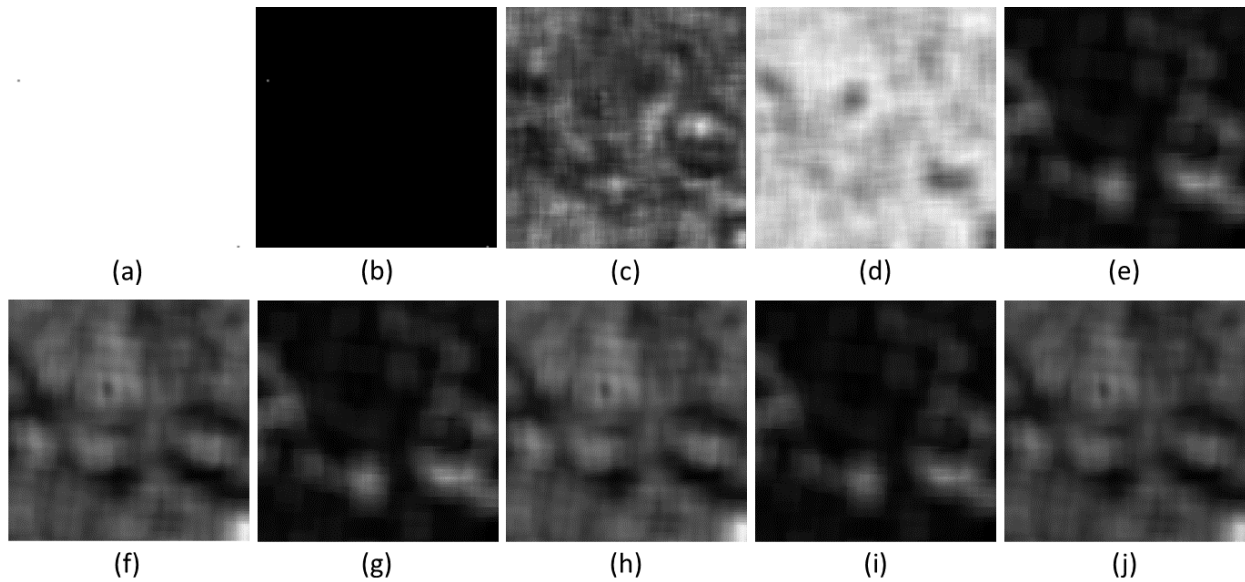


Figura 16: Variables de textura Haralick de Orden Superior. (a) medidas de nitidez de textura, (b) medidas de aspereza de textura, (c) no uniformidad de nivel de gris, (d) no uniformidad de longitud de ejecución, (e) medida de homogeneidad de nitidez de textura, (f) énfasis en niveles de gris bajos, (g) énfasis en ejecución de niveles de gris altos, (h) énfasis en niveles bajos de gris en distancias cortas, (i) énfasis en niveles altos de gris de corto plazo y (j) énfasis en niveles bajos de gris de distancias largas. En esta imagen se utiliza el mismo encuadre del compuesto de color verdadero de  $1 \text{ km} \times 1 \text{ km}$  ubicado sobre el mismo lugar que el de la Figura 13.

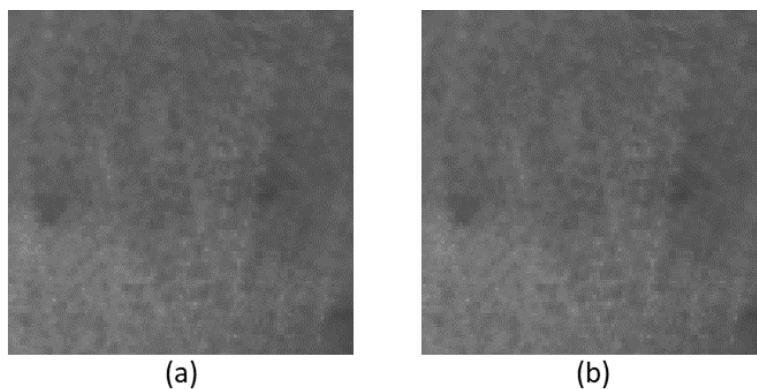


Figura 17: Variables de textura estructurales. (a) promedio ponderado del conjunto de características estructurales y (b) desviación estándar del conjunto de características estructurales. En esta imagen se utiliza el mismo encuadre del compuesto de color verdadero de  $1 \text{ km} \times 1 \text{ km}$  ubicado sobre el mismo lugar que el de la Figura 13.

Cuadro 3: Descripción de variables de textura

<b>Tipo de variable</b>	<b>Variables</b>
Textura simple	Uniformidad de textura Imagen de medida de intensidad de aleatoriedad Medida de correlación de un píxel con su vecindario Medida de textura de homogeneidad Contraste de intensidad entre un píxel y su vecindario Agrupamiento de sombra Agrupamiento de prominencia Correlación Haralick
Textura avanzadas	Media Medida de textura de heterogeneidad Disimilaridad Suma de promedios Suma de varianzas Suma de entropía Diferencia de entropías Diferencia de varianzas Información de medidas de correlación IC1 Información de medidas de correlación IC2
Textura de orden superior	Medidas de nitidez de textura Medidas de aspereza de textura No uniformidad de nivel de gris No uniformidad de longitud de ejecución Medida de homogeneidad de nitidez de textura Énfasis en niveles bajos de gris Énfasis en ejecución de niveles de gris altos Énfasis en niveles bajos de gris en distancias cortas Énfasis en niveles altos de gris de corto plazo Énfasis en niveles bajos de gris de distancias largas
Textura estructurales	Promedio ponderado del conjunto de características estructurales Desviación estándar del conjunto de características estructurales

se muestran en la Figura 18. Una variable binaria donde 1 corresponde a la existencia de vías y 0 a la no existencia de vías, para esta variable se realiza un buffer de 5 metros en todas las vías dentro del polígono de interés. La segunda consiste en una variable binaria de vías primarias y secundarias, a las cuales se les realizó un buffer de 5 metros. Otra variable construida es la densidad vial, la cual se calcula con la capa de red de vías y un radio de 250 metros a partir del centroide de cada píxel y el resultado se asigna a cada píxel de 10 metros de lado. La última variable que se calculó fue la densidad de intersecciones viales, medida a partir de la capa de nodos que indica en qué puntos de las vías existen intersecciones y se usa un radio de 250 metros a partir del centroide del píxel para asignar el resultado de densidad de intersección a cada píxel.

La densidad vial aporta información geográfica de lugares con mayor o menor presencia de la red vial y se calcula como la suma de la longitud de vías en una zona determinada, dividida por el área de la zona en cuestión. Este proceso se realiza de manera iterativa con una ventana deslizante (ver Sección 3.6) en cada píxel dentro del área de estudio (ESRI, 2016a), como se muestra en la Figura 19. Por su parte, en la Figura 20 se muestra la densidad de intersecciones viales que se

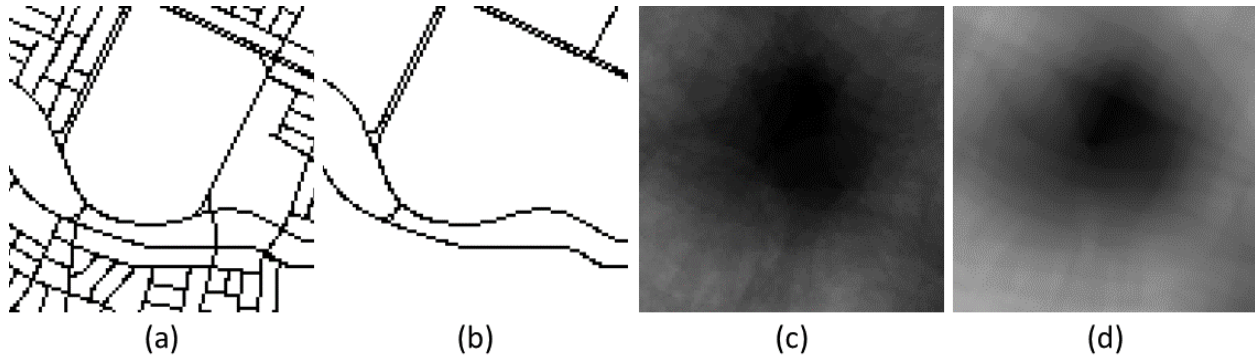


Figura 18: Variables características de las vías. (a) malla vial con buffer de 5 metros, (b) vías primarias con buffer de 5 metros, (c) densidad de intersecciones y (d) densidad de vías. En esta imagen se utiliza el mismo encuadre del compuesto de color verdadero de 1km×1km ubicado sobre el mismo lugar que el de la Figura 13.

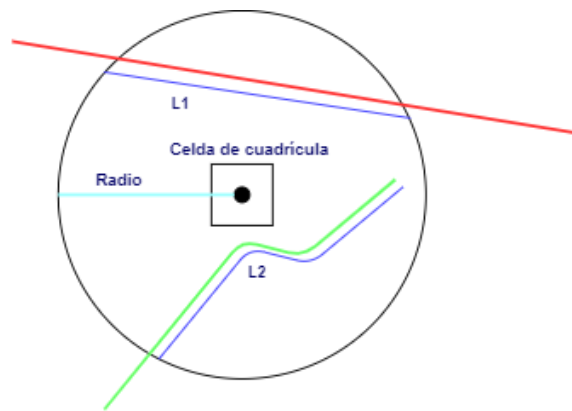


Figura 19: Densidad de vías por píxel. Fuente: (ESRI, 2016a)

calcula como la suma de intersecciones en el círculo o área definida alrededor del píxel por un radio determinado (ESRI, 2016b).

## 5. Metodología

En esta investigación la estimación de la distribución intraurbana del ingreso se basa en la combinación de geodatos espaciales abiertos, procesamiento de imágenes satelitales, información de expertos y herramientas computacionales abiertas. La Figura 21 muestra el diagrama de flujo de trabajo que se implementa con los procesos generales aplicados a los datos de entrada para la construcción del conjunto de datos de esta investigación. También se recopila información de expertos que clasifican el ingreso intraurbano en la ciudad, y a partir de la información espacial se estima un modelo de clasificación usando aprendizaje automático (*machine learning*), con el cual se hacen pronósticos de la distribución espacial de ingresos por cada uno de los expertos. Finalmente, se combinan las predicciones de los clasificadores de los expertos con geodatos poblacionales y la estimación del PIB para obtener resultados más robustos de la desagregación espacial de ingresos en el área urbana de la ciudad.

El diagrama metodológico fue construido siguiendo el método de Lewis (2020). En el diagrama se observan cuatro grandes bloques de trabajo. El primer bloque de trabajo hace referencia a la

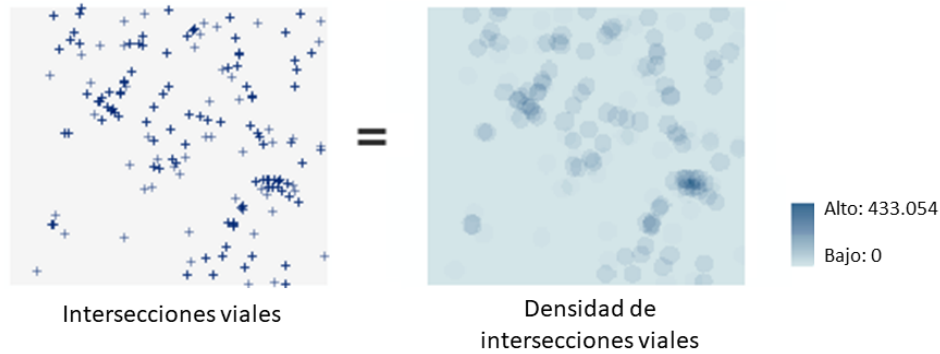


Figura 20: Densidad de intersecciones por píxel. Fuente: (ESRI, 2016b)

identificación de la extensión urbana de interés. El segundo bloque se refiere a un panel virtual de expertos para clasificar los diferentes niveles de ingresos a nivel espacial al interior de la ciudad y para estimar el ingreso per cápita de un individuo representativo en cada nivel de ingresos clasificado. El tercer bloque hace referencia a la construcción de una variable de salida intermedia representada mediante una matriz binaria de ceros y unos, con las clasificaciones por nivel de ingresos intraurbanos para cada experto, y la construcción de una matriz con todos los atributos de características espaciales del terreno que fueron construidas como se detalla en la Sección 4.3, que conjuntamente conforman la estructura de datos que se usa en esta investigación. El cuarto bloque hace referencia a los modelos matemáticos de clasificación que se entrenan para desagregar espacialmente el PIB a escala intraurbana. Posteriormente, se asignan los valores de ingresos per cápita en cada nivel desagregado y se normaliza por la población y el valor del PIB de la extensión urbana de la ciudad, con el cual se obtienen resultados monetarios de la desagregación espacial del PIB para cada experto. Finalmente, se calculan métricas que combinan los resultados de todos los expertos, para obtener una estimación agregada de ingresos distribuidos espacialmente a nivel intraurbano y se hace una evaluación de resultados a través de métricas de desempeño. A continuación, se explica con mayor detalle los bloques de trabajo del diagrama de flujo metodológico.

### 5.1. Selección de la extensión urbana

Para la delimitación de la extensión urbana se usa la base de datos de centros urbanos del proyecto de asentamientos humanos globales *Urban Centre Database - Global Human Settlement (GHS)* (Florczyk et al., 2019) (ver Sección 4.2.3). El GHS provee información que permite describir y analizar la presencia humana en el planeta, basada en dos factores de distribución espacial: densidad de áreas construidas y densidad de población residente urbana. El GHS ofrece datos de cobertura global, de cobertura multi-temporal y con una fina resolución espacial, a través del uso de datos de imágenes satelitales, censos e información geográfica construida por usuarios (European Commission and Joint Research Centre, 2018).

En esta investigación se descargó la base de datos de centros urbanos de GHS del año 2015. Posteriormente se filtraron únicamente los polígonos con las extensiones urbanas de Colombia y luego se usó el polígono correspondiente a la ciudad de Medellín y su área metropolitana como se muestra en la Figura 22. Otra de las razones por las que se usa GHS es que la base de datos de centros urbanos contiene información adicional del PIB correspondiente al área urbana delimitada.

### 5.2. Panel de expertos

Debido al aislamiento social preventivo y obligatorio por la pandemia de Covid-19 se implementó un panel virtual de expertos para obtener información de niveles de ingresos desagregados al interior

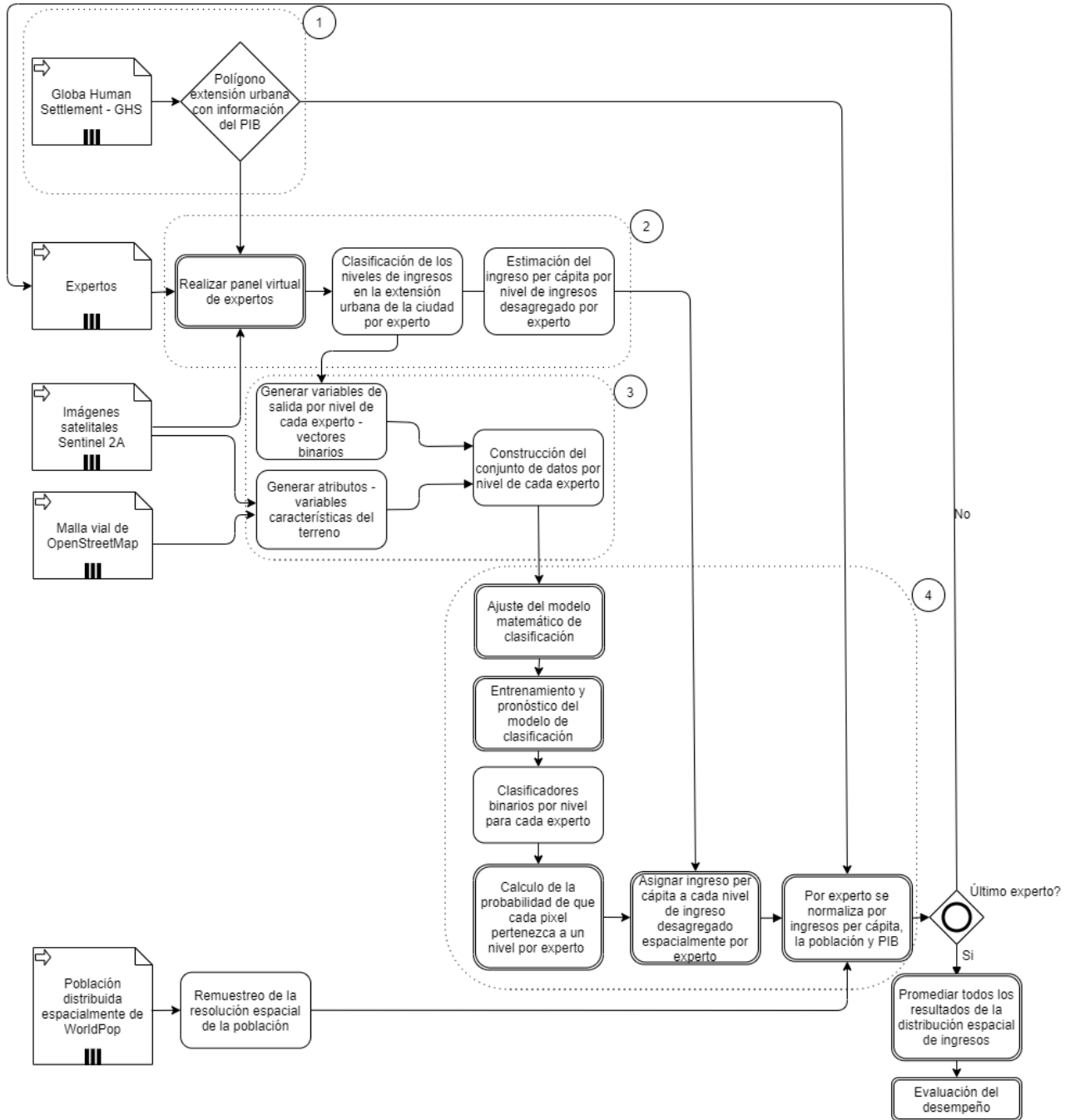


Figura 21: Diagrama de flujo metodológico.

de la ciudad para realizar la estimación de un modelo de clasificación. Se identificó un grupo de expertos académicos y del sector público de la ciudad para participar en el panel. Estos expertos deben ser personas con conocimiento en el territorio y de las características socioeconómicas de la población de la ciudad. Luego se realizó una invitación personalizada a cada uno mediante una carta, explicando la importancia y el alcance de esta investigación y se envió el enlace que les permite el acceso al formulario del panel virtual. El formulario se creó en la plataforma Google Forms, e incluye una descripción del propósito de esta investigación, sus responsables, y las instrucciones para su diligenciamiento. En el formulario se incluye un video en el que se explicaba cómo usar la

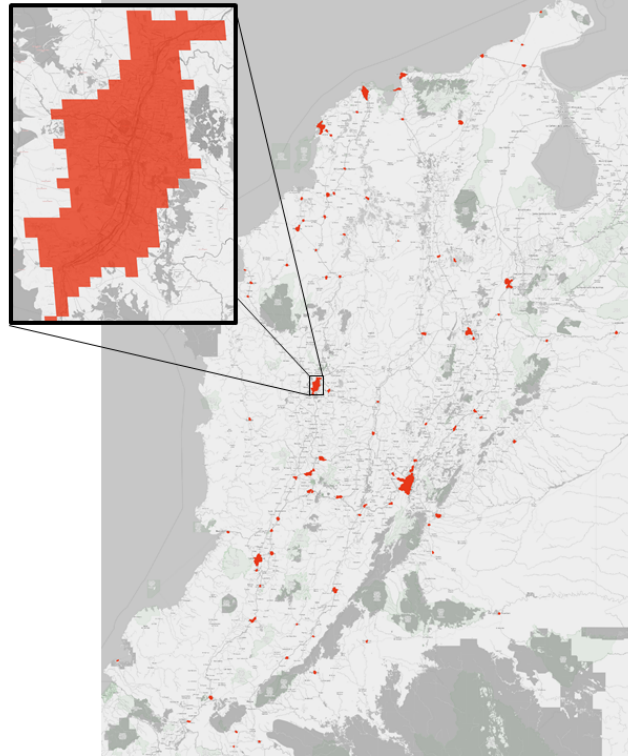


Figura 22: Polígonos de extensión urbana de Colombia, resaltando el área urbana de la ciudad de Medellín y su área metropolitana, según GHS.

herramienta para dibujar polígonos y exportarlos con la información geográfica asociada<sup>6</sup>. En este formulario se recopila información en tres etapas que se explican a continuación.

En la primera etapa los expertos deben indicar en cuántos niveles diferentes creen que están desagregados espacialmente los ingresos dentro del área urbana de la ciudad. En la segunda etapa del formulario, los expertos dibujan los polígonos dentro del área urbana de la ciudad de Medellín y su área metropolitana, que consideran pertenecen a cada nivel de ingresos. Para ello, en el formulario se les proporciona las instrucciones para dibujar los polígonos, descargar y cargar los archivos correspondientes. Esto se hace usando una visualización de mapa base satelital de alta resolución del servicio de ArcGIS Online. Este mapa interactivo web se implementa usando la biblioteca Folium de Python<sup>7</sup>. En la visualización se observa un polígono delimitado con borde amarillo que corresponde al área urbana de la ciudad de Medellín y su área metropolitana, como se muestra en la Figura 23. Esta herramienta les permite a los expertos tener una visión detallada del terreno, con funciones de acercamiento y alejamiento de la imagen satelital de manera dinámica. También les permite dibujar zonas que consideran pertenecen a cada nivel de ingresos intraurbanos, y les permite exportar los archivos en formato geojson por cada nivel de ingresos.

Debe indicarse que en esta etapa cada experto debe adjuntar en el formulario tantos archivos como niveles considera que están desagregados los ingresos al interior de la ciudad. Se definió que el nivel 1 corresponde al nivel de ingresos más bajo y los siguientes niveles reflejan mayores ingresos de acuerdo con la Ecuación 31. La variable de respuesta se construye con la información de los polígonos dibujados y clasificados por los expertos con los diferentes niveles de ingresos. Esta

<sup>6</sup>El formulario del panel virtual de expertos se encuentra disponible en el siguiente enlace: <https://forms.gle/3m2LyAtjXzQomGcE8>

<sup>7</sup>puede verse en el enlace <https://jessicasalazar.github.io/Panel-expertos/medellin.html>

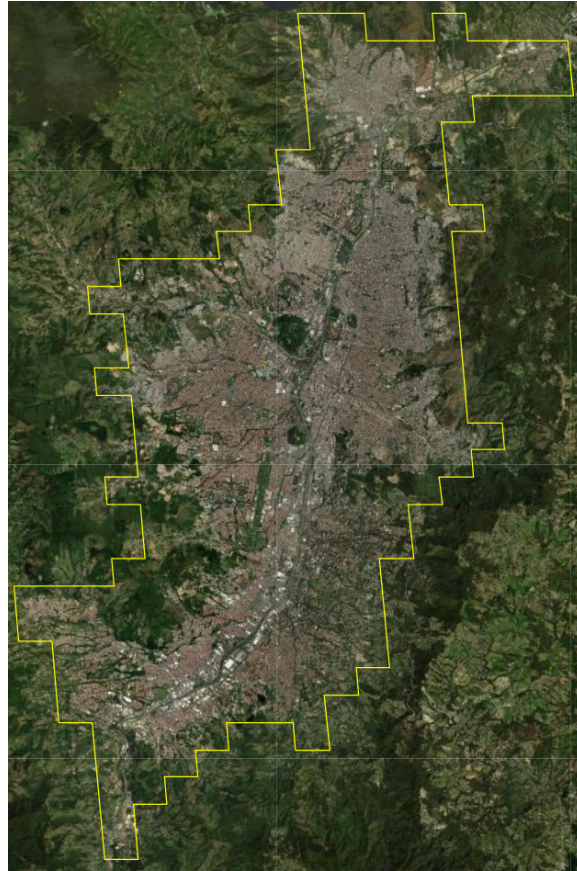


Figura 23: World Imagery, servicio de mapa web (wms) de ESRI usado como mapa de base en la herramienta online para capturar la información de expertos.

información se usa para entrenar los modelos de clasificación. La información recopilada de los expertos se obtiene en formato vectorial y se rasteriza para facilitar su procesamiento.

$$\text{Nivel } 1 < \text{Nivel } 2 < \dots < \text{Nivel } N \quad (31)$$

En la tercera etapa, los expertos estiman de forma aproximada el valor promedio de ingresos per cápita para cada uno de los niveles de ingresos que definen en el primer paso. En esta estimación los expertos indican de manera indirecta la curva de ingresos que muestra su noción de desigualdad económica en la ciudad. Esta información permite asignar una valoración monetaria a la distribución espacial de ingreso intraurbano de Medellín y su área metropolitana.

### 5.3. Preparación de datos de entrada para los modelos de clasificación

El conjunto de datos para cada clasificador se diferencia entre variables de entrada y variables de salida. Para las variables de salida de interés, se construye una matriz para cada experto con tantas filas como píxeles dibujados y tantas columnas como niveles clasificados. En la Ecuación 32 se muestran la forma como se organizan los datos resultantes de la clasificación de todos los niveles de ingresos para cada experto, donde  $K$  corresponde al número de píxeles contenidos dentro de

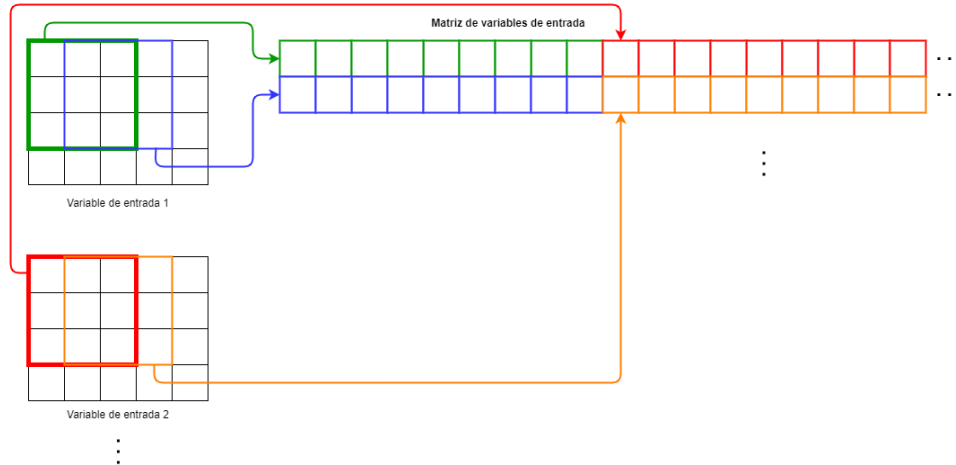


Figura 24: Ejemplo de cómo se construye la matriz de entrada para los clasificadores aplicando una ventana deslizante sobre cada uno de los ráster con los atributos de entrada.

los dibujos realizados por el experto y  $N$  es el número de niveles de ingresos considerado por el experto.

$$\text{Resultado de clasificación del experto } i_{(K,N)} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 1 & \cdots & 0 \end{bmatrix} \quad (32)$$

$K$ : número de píxeles en la imagen.  
 $N$ : número de niveles de ingresos en la ciudad.  
 $i$ : subíndice para el experto  $i$ .

Para las variables de entrada al clasificador se construye una matriz que contiene las ventanas deslizantes construidas para todas las variables (ver Sección 3.6). En esta investigación se utilizaron ventanas deslizantes de tamaños de  $3 \times 3$ ,  $5 \times 5$ ,  $7 \times 7$  y  $15 \times 15$  píxeles. Cada una de las variables de entrada se organiza en una matriz de entrada como se muestra en la Figura 24.

#### 5.4. Ajuste del modelo matemático de clasificación

En esta investigación se utiliza la biblioteca Autotuning de Python (ver Sección 3.7) para realizar la eliminación recursiva de atributos y el ajuste de hiperparámetros en un conjunto predeterminado de modelos de clasificación que se usan frecuentemente en aprendizaje automático. El conjunto de modelos de clasificación en aprendizaje automático que exploramos con la biblioteca Autotuning fueron: el modelo de clasificación de bosques aleatorios y el modelo de clasificación de árboles extremadamente aleatorios. En los modelos de clasificación basados en árboles de decisión una rama es definida como las posibles decisiones que se pueden tomar en un momento determinado y un nodo es definido como un punto en el cual debe tomarse una decisión.

Los hiperparámetros que exploramos con la biblioteca Autotuning en el modelo de clasificación de bosques aleatorios son: máximo de profundidad de 5 o 6 divisiones de las ramas de cada árbol de decisión, mínimo de muestras divididas de 4 o 5 requeridas para dividir un nodo interno, 100 árboles en el bosque y ponderador balanceado que usa los valores de la variable de salida para ajustar los pesos automáticamente a las categorías de los datos. Mientras que los hiperparámetros que explora

el programa en el modelo de clasificación de árboles extremadamente aleatorios son: máximo de profundidad de 7 u 8, mínimo de muestras divididas de 2 o 4, 100 árboles en el bosque y ponderador balanceado. La métrica *fl weighted* es usada en el algoritmo Autotuning para hacer la evaluación de desempeño y elegir el mejor modelo. La biblioteca Autotuning facilita la elección de un modelo de clasificación y de los atributos que se incluyeron en la estimación con las características del terreno. Esta biblioteca arrojó como resultado que el mejor modelo matemático de clasificación es el de bosques aleatorios.

### 5.5. Modelo de clasificación de bosques aleatorios

Los métodos estadísticos de aprendizaje automático basados en árboles engloban un conjunto de técnicas supervisadas no paramétricas que consiguen clasificar los predictores sin necesidad de realizar mucho preprocesamiento de los datos, ni que se cumplan ciertas condiciones como ajustar una distribución específica. Esta metodología se puede implementar en predictores numéricos, categóricos y binarios. Los bosques aleatorios combinan la idea de *Bagging* de Breiman (Hastie et al., 2009) y la selección aleatoria de atributos para construir una selección de árboles de decisión con variación controlada y estimación insesgada. El término *Bagging* es el diminutivo de *bootstrap aggregation*, que es una técnica para reducir la varianza de una función de predicción estimada que trabaja muy bien en procedimientos de alta-varianza y bajo-sesgo, tales como los árboles de decisión (Pal, 2005; Rodríguez-Galiano et al., 2012).

Como se mencionó previamente, el modelo de clasificación de bosques aleatorios se basa en aprendizaje supervisado. El cual consiste en una combinación de clasificadores basados en árboles de decisión, donde cada uno depende de un vector aleatorio a partir de muestras de datos seleccionados al azar y ligeramente diferentes (Hastie et al., 2009). En este modelo, se crean de manera iterativa árboles de decisión con diferentes parámetros o umbrales sobre los mismos datos. Posteriormente, se combinan los resultados mediante la Ecuación 33. Los bosques aleatorios se consideran como uno de los métodos más eficientes de predicción. Ya que usando promedios mejora la precisión de la predicción final, mitigando en gran parte el sobreajuste (*overfitting*).

$$\hat{f}_{rf}^B(x) = \frac{1}{B} \sum_{b=1}^B T(x; \Theta_b) \quad (33)$$

$B$ : variables aleatorias en la estimación.

$T$ : es un árbol del bosque aleatorio dados unos parámetros y una muestra aleatoria.

$\Theta_b$ : características del  $b$ -ésimo árbol del bosque aleatorio a partir de los umbrales establecidos.

El modelo de clasificación de bosques aleatorios se realiza usando como datos de salida los niveles de ingresos dibujados por los expertos. Adicional a los niveles de ingresos dibujados por cada experto se generan unos puntos ancla que son iguales para todos los expertos. Los puntos ancla corresponden a zonas verdes, suelo desnudo y en general a zonas de la ciudad seleccionadas aleatoriamente en las cuales no hay población residente y por lo tanto son zonas que no deberían ser clasificadas en ningún nivel de ingresos. En el modelo de clasificación de bosques aleatorios se usa como datos de entrada las variables características del terreno construidas en esta investigación. En la estimación se usan sólo las variables resultantes del proceso de eliminación recursiva de Autotuning.

En esta investigación se entrenan clasificadores binarios para cada nivel de ingresos por cada experto. El número de niveles de ingresos clasificados depende de la cantidad de niveles que cada experto desagrega en la ciudad. En ese orden se realiza el entrenamiento de cada clasificador binario de cada nivel de ingresos teniendo en cuenta los píxeles contenidos en los dibujos del experto junto con los píxeles de los puntos ancla, estos últimos equivalen a nivel cero. Cada clasificador binario

es 1 si pertenecen al nivel de clasificación y 0 en caso contrario. Luego se pronostica con el modelo de clasificación entrenado para cada nivel de ingresos sobre toda el área de estudio. Finalmente, se procede a combinar los resultados de los clasificadores binarios de manera tal que cada píxel pertenezca a una categoría.

### 5.6. Criterio de desempate de las categorías de los niveles de ingresos

En este trabajo es posible que hayan píxeles cuyo pronóstico pertenece a más de un nivel de ingresos por cada experto debido a la naturaleza del proceso de aprendizaje de cada clasificador. Lo anterior indica que una zona dada del territorio puede pertenecer a más de un nivel de ingreso con diferentes valores de confianza. En los píxeles con pronóstico de más de un nivel de ingresos se usa la función *Softmax* para convertir valores de confianza a cantidades que pueden interpretarse como probabilidades y la suma de las probabilidades es igual a 1. Esta función es una generalización de la función logística para múltiples dimensiones y se expresa matemáticamente mediante la Ecuación 34. Esta función arroja la probabilidad de pertenecer a cada nivel de ingresos que tenga empate en determinado píxel. Luego se usa una ventana deslizante (ver Sección 3.6) de 31x31 para calcular la proporción de píxeles vecinos que pertenecen a cada uno de los niveles de empate. La función *Argmax* se usa para determinar el nivel con mayor probabilidad de pertenencia al píxel. Después de este proceso pueden existir algunos píxeles que tienen dos niveles de ingresos con la misma probabilidad y se hace necesario un último criterio de desempate. En este trabajo se decidió elegir el nivel de ingresos más bajo para esos casos.

$$\sigma = \frac{e^{z_i}}{\sum_{j=1}^k e^{z_j}} \quad (34)$$

$z_i$ : salida de la clasificación  $i$ .

$k$ : total de clasificaciones.

Al finalizar los procesos de pronóstico y de la aplicación de las funciones *Softmax* y *Argmax*, cada píxel queda representado por un nivel de ingresos para cada uno de los expertos. Sin embargo, estos niveles no son necesariamente comparables entre los diferentes expertos, y por ello se requiere un proceso adicional para que se puedan utilizar de forma conjunta. El proceso mediante el cual se llevan los resultados discretos de cada experto a resultados continuos, que volverá los resultados de todos los expertos comparables, se explica a continuación.

### 5.7. Proceso de conversión de niveles de ingreso a PIB distribuido espacialmente

Luego de tener los resultados de clasificación en niveles de ingreso por cada experto, se debe distribuir espacialmente el PIB, y para ello se aplican dos etapas de procesamiento. En la primera etapa se reemplaza el nivel categórico de ingreso arrojado por el clasificador por el valor promedio del ingreso per cápita en pesos colombianos, definidos por cada experto durante el panel. En la segunda etapa se multiplica píxel a píxel el resultado previo por el mapa de población obtenido de Worldpop (ver Sección 4.2.4), que fue remuestreado con tamaño de píxel de 10 m × 10 m. En este punto se normaliza el mapa resultante dividiendo el valor de cada píxel en el polígono de interés por la sumatoria de los valores de todos los píxeles del polígono y después se multiplica el mapa normalizado por el valor escalar correspondiente al PIB de toda el área urbana obtenido de GHS. De esta forma para cada experto se tiene un mapa distribuido en el que cada píxel representa pesos colombianos y cuya suma corresponde al PIB agregado del área urbana en cuestión. Finalmente, las estimaciones de todos los expertos se combinan mediante un promedio ponderado proporcional al número de píxeles clasificado por cada experto y se normalizó teniendo en cuenta a todos los expertos.

## 5.8. Métricas de desempeño

Para hacer pruebas de validación a la estimación de la distribución de ingreso de Medellín y su área metropolitana desagregados a escala intraurbana se usan datos del Censo de Colombia de 2018 (DANE, 2018). El censo provee datos espaciales a nivel de manzanas de la moda del estrato socioeconómico de las viviendas de la manzana. Los estratos son niveles socioeconómicos que están desagregados en categorías del 1 al 6, el estrato 1 corresponde al nivel más bajo de ingresos y el estrato 6 corresponde al nivel más alto. El mapa de estratos socioeconómicos se muestra en la Figura 25.

Debido a que el mapa de ingresos de Medellín y su área metropolitana desagregado a escala intraurbana tiene una estimación en valores monetarios del PIB, se hizo necesario convertirlo en valores categóricos de 1 a 6, con categoría 1 para los niveles más bajos y categoría 6 para los niveles más altos del PIB, esto se hace para que sea comparable con el mapa de estratos socioeconómicos del censo. Para ello, se establecen umbrales basado en percentiles que están distribuidos para los primeros tres niveles entre el percentil 0 y la media, y para los últimos tres niveles entre la media y el percentil 100, con el fin de agrupar el mapa de distribución espacial de ingreso intraurbano en 6 categorías.

Luego, se usa el mapa vectorial de manzanas del DANE (2018) para enmascarar el mapa de las seis categorías de distribución de ingresos, para dejar únicamente los píxeles que correspondan a manzanas según el censo. De esta manera se tiene un número idéntico de píxeles en ambos mapas, a partir de los cuales se realizan dos métricas de desempeño para evaluar las categorías que coinciden en ambos mapas. La primera métrica que se usa es denominada Intersección Sobre Unión (*Intersection Over Union*), que es la tasa entre la intersección de los píxeles que coinciden en la misma categoría y la unión de los píxeles que se interseccionaron más aquellos que no lo hicieron pero que pertenecen a dicha categoría, como se muestra en la Ecuación 35. La segunda métrica es el porcentaje de precisión que es la tasa entre los píxeles que coinciden en la misma categoría y el total de píxeles que pertenecen a la categoría específica en el mapa de estratos como se muestra en la Ecuación 36.

$$IoU_i = \frac{\text{Área de } I_i \cap \text{Área de } E_i}{\text{Área de } I_i \cup \text{Área de } E_i} \quad (35)$$

$$\text{Porcentaje de acertividad}_i = \frac{\text{Área de } I_i \cap \text{Área de } E_i}{\text{Área de } E_i} \quad (36)$$

$I_i$ : es el mapa de ingresos desagregado a escala intraurbana de la categoría  $i$ ,  $\forall i = \{1, 2, \dots, 6\}$ .  
 $E_i$ : es el mapa de estratos socioeconómicos del censo 2018 del estrato  $i$ ,  $\forall i = \{1, 2, \dots, 6\}$ .

## 6. Resultados

En este apartado se describen los resultados obtenidos en cada uno de los grandes bloques presentados en el diagrama de flujo metodológico. Para el panel virtual de expertos se logró identificar 26 expertos reconocidos por su experiencia y conocimiento de la ciudad de Medellín. Luego se enviaron invitaciones personalizadas a cada experto solicitando su participación en el panel. De los 26 invitados, 10 expertos aceptaron participar en el panel. Según este grupo de expertos, los ingresos al interior de la ciudad están desagregados entre 3 y 9 niveles, como se muestra en la Figura 26. La mayoría de los expertos (4 expertos) coincidieron que los ingresos intraurbanos están desagregados en 4 niveles.

Adicionalmente, se obtuvieron las estimaciones del ingreso per cápita promedio para cada uno de los niveles de ingreso desagregado por cada experto. En la Figura 27 se muestran los resultados de

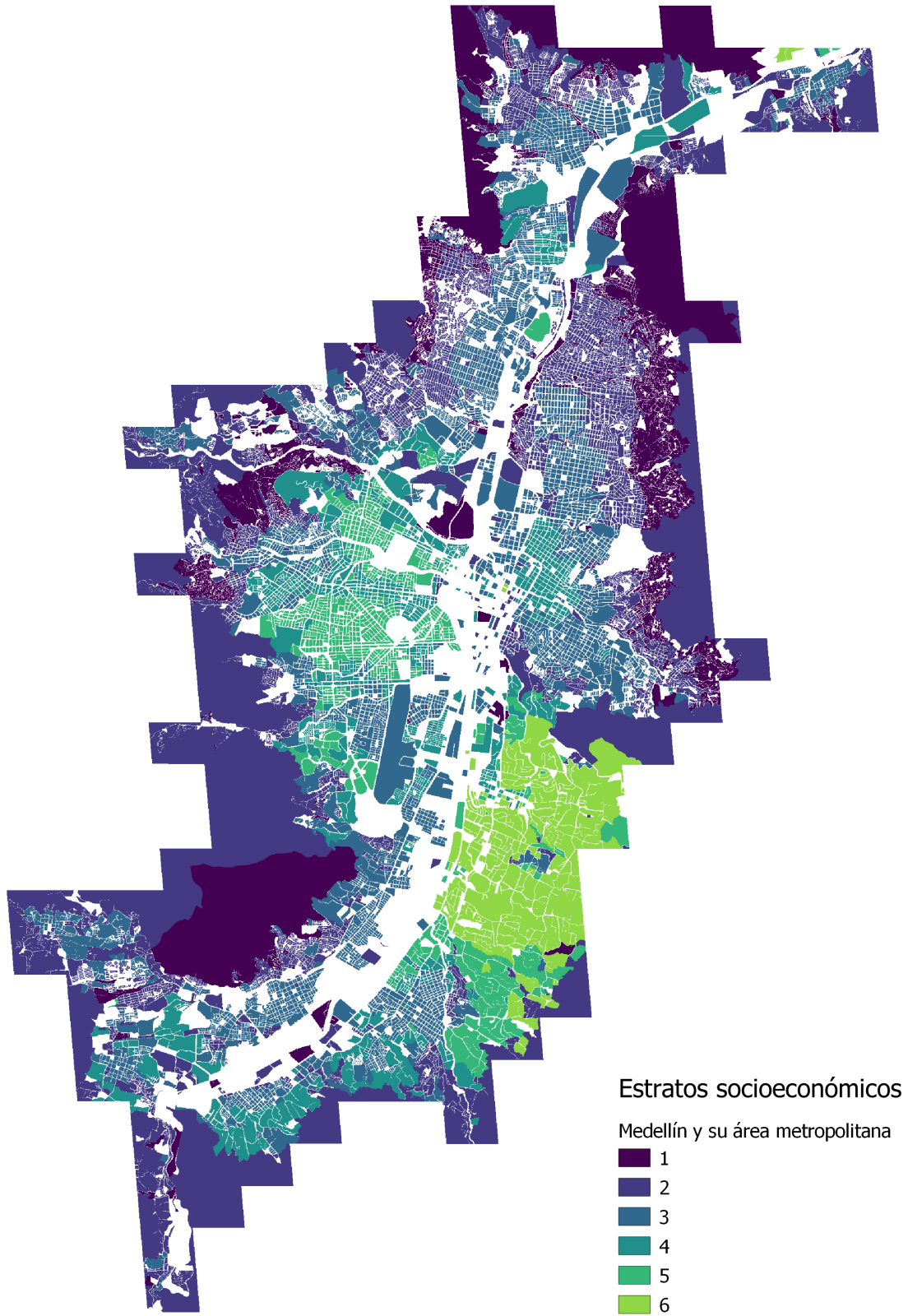


Figura 25: Moda del estrato socioeconómico por manzana de Medellín y su área metropolitana, según Censo 2018.

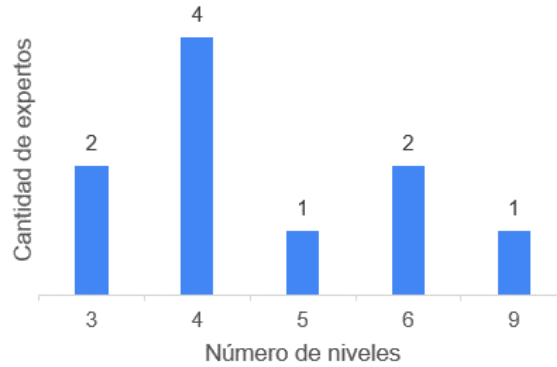


Figura 26: Número de niveles de ingresos desagregados por los expertos.

la estimación de ingreso per cápita por experto. La curva de ingresos de cada experto da cuenta de la estimación aproximada del valor promedio de ingresos per cápita para cada uno de los niveles de ingresos, y en general muestran que las brechas de ingresos son más amplias en los niveles más altos en comparación a los más bajos, indicando desigualdad económica. Sin embargo, en el caso del Experto 1 y el Experto 9 se puede ver que el crecimiento en la estimación de ingresos per cápita de un nivel a otro tiende a ser lineal.

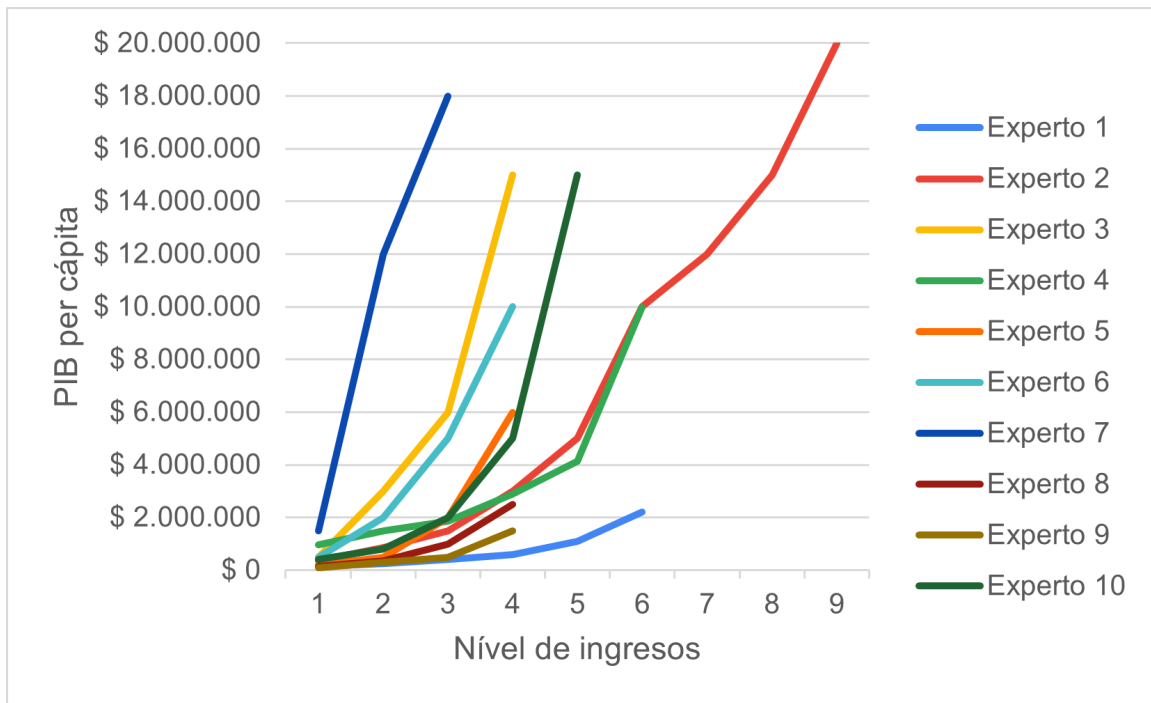


Figura 27: Ingresos per cápita por nivel de ingresos según expertos.

Por último, del panel virtual de expertos se obtienen los trazados de los polígonos representativos de cada uno de los niveles de ingresos correspondientes al territorio. El nivel 1 representa al lugar en la ciudad con nivel de ingresos más bajos y el nivel más alto corresponde a los lugares de la ciudad con mejores condiciones socioeconómicas. En la Figura 28 se muestran los resultados de los niveles de ingresos categorizados por cada uno de los expertos, que incluye un proceso en el cual se

cortan los polígonos que exceden o sobrepasan el polígono de referencia que abarca el área urbana de Medellín y su área metropolitana.

Como se observa en la Figura 28 los expertos coinciden en que el territorio periférico desde el centro hasta el norte de la ciudad corresponde a niveles socioeconómicos más bajos. Mientras que el suroriente de la ciudad corresponde al nivel socioeconómico más alto, sector que corresponde a la comuna 14 - El Poblado en la ciudad de Medellín y a gran parte del municipio de Envigado. Algunos de los expertos también coinciden en que la zona centroccidente de la ciudad corresponde a un nivel económico medio-alto, específicamente en la comuna 11 - Laureles-Estadio. En general, los expertos indican que los niveles de ingresos medios están ubicados en la zona central a lo largo del polígono urbano de la ciudad.

Cuadro 4: 30 atributos resultantes de la eliminación recursiva de la biblioteca Python Autotuning. Donde IDEN es el índice de diferencias espectrales normalizado.

Índice de regresores	Variable
1	Banda rojo de la imagen Sentinel 2.
2	Banda verde de la imagen Sentinel 2.
3	Banda azul de la imagen Sentinel 2.
4	IDEN entre las bandas 2 (azul) y 3 (verde).
5	IDEN entre las bandas 2 (azul) y 4 (rojo).
6	IDEN entre las bandas 2 (azul) y 5 (borde rojo 1).
7	IDEN entre las bandas 2 (azul) y 6 (borde rojo 2).
8	IDEN entre las bandas 2 (azul) y 7 (borde rojo 3).
9	IDEN entre las bandas 2 (azul) y 8 (infrarojo cercano).
10	IDEN entre las bandas 2 (azul) y 9 (vapor de agua).
11	IDEN entre las bandas 3 (verde) y 4 (rojo).
12	IDEN entre las bandas 3 (verde) y 5 (borde rojo 1).
13	IDEN entre las bandas 3 (verde) y 6 (borde rojo 2).
14	IDEN entre las bandas 3 (verde) y 7 (borde rojo 3).
15	IDEN entre las bandas 3 (verde) y 8 (infrarojo cercano).
16	IDEN entre las bandas 3 (verde) y 9 (vapor de agua).
17	IDEN entre las bandas 4 (rojo) y 5 (borde rojo 1).
18	IDEN entre las bandas 4 (rojo) y 6 (borde rojo 2).
19	IDEN entre las bandas 4 (rojo) y 7 (borde rojo 3).
20	IDEN entre las bandas 4 (rojo) y 8 (infrarojo cercano).
21	IDEN entre las bandas 4 (rojo) y 9 (vapor de agua).
22	IDEN entre las bandas 8 (infrarojo cercano) y 9 (vapor de agua).
23	IDEN entre las bandas 8 (infrarojo cercano) y 10 (infrarojo de onda corta 1).
24	IDEN entre las bandas 8 (infrarojo cercano) y 11 (infrarojo de onda corta 2).
25	Detección de bordes - Gradiente.
26	Textura avanzada - Heterogeneidad.
27	Textura avanzada - Suma de promedios.
28	Textura avanzada - Suma de entropía.
29	Densidad de intersecciones viales.
30	Densidad de vías.

Según los resultados obtenidos de usar la biblioteca Python Autotuning el mejor modelo a estimar es el modelo de clasificación de bosques aleatorios (Random Forest). Al usar los resultados de eliminación recursiva de variables se tiene una estimación óptima con 30 atributos que se muestran en la Tabla 4. Se puede observar que las variables usadas para la estimación corresponden a las bandas rojo, verde y azul de la imagen Sentinel 2, a diferentes índices de diferencias espectrales normalizados (IDEN) que hacen parte del vector de diferencias espectrales normalizado (NDSV), a una variable de detección de bordes, a varias variables de textura avanzadas, y a variables construidas a partir de la malla vial de OpenStreetMap.

Para cada uno de estos atributos se usa una ventana deslizante (ver Sección 3.6) de  $5 \times 5$  píxeles, que aumenta en 25 veces la dimensionalidad de cada atributo. Luego se realiza la predicción para cada nivel de ingresos por experto y se usan las funciones *Softmax* y *Argmax* para asignar a cada píxel un único nivel de ingresos, incluida la estimación de los puntos ancla. Posteriormente se asigna a cada nivel el PIB per cápita y se normalizó por la población y el PIB total. Finalmente, se realiza la agregación de los resultados de los expertos basada en un promedio ponderado. En la Figura 30

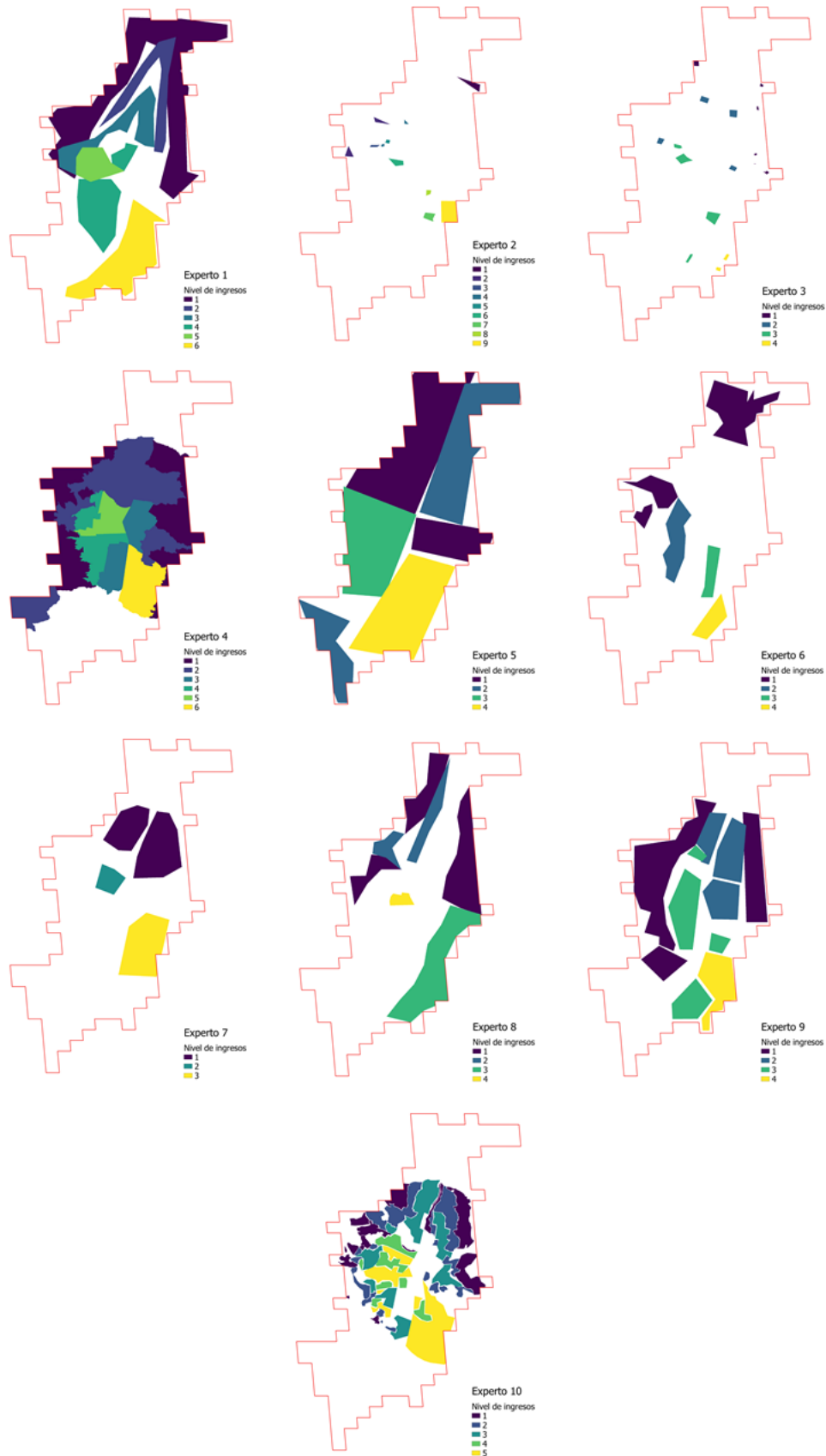


Figura 28: Resultados del proceso de categorización por niveles de ingreso realizados por los expertos del panel.

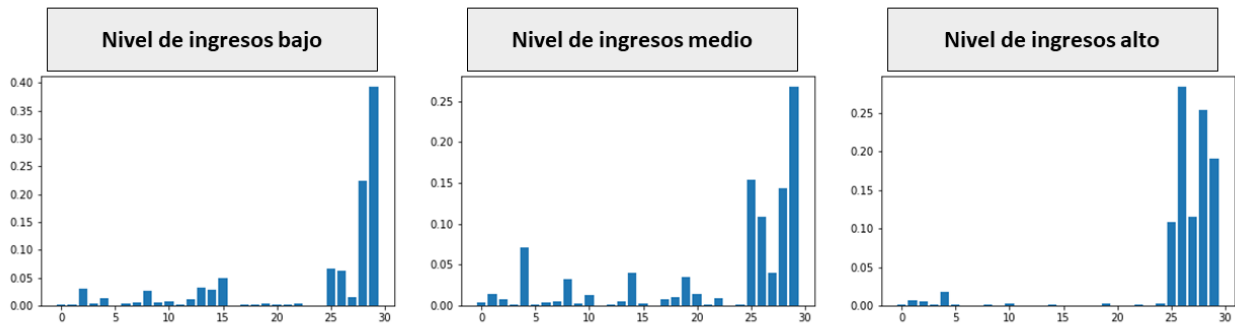


Figura 29: Proporción de importancia de cada uno de los 30 atributos considerados en la estimación. Gráfico que ilustra el nivel de importancia para un experto representativo en sus niveles bajo, medio y alto.

se muestran los resultados de la estimación de distribución espacial de ingresos en la ciudad de Medellín.

Una vez estimados los clasificadores de todos los niveles de ingresos para cada experto, se realizan los gráficos de importancia de atributos en la estimación del modelo matemático de clasificación. Los gráficos permiten identificar los atributos que aportan más información al modelo estimado. La sumatoria de todas las proporciones de importancia en la estimación es 1. Como mencionó previamente, la estructura de los atributos se organiza con una ventana deslizante de  $5 \times 5$ , cada atributo tiene una dimensionalidad aumentada en 25 veces, por lo tanto para obtener una proporción de importancia de cada atributo se realizó la sumatoria de los 25 elementos de cada ventana.

En la Figura 29 se muestran los gráficos de importancia de atributos representativos para niveles de ingresos bajos, medios y altos, estos gráficos corresponden a un experto representativo (el experto 1). Al generar los gráficos para todos los niveles de ingresos de cada experto, se observó que hay una tendencia similar en la importancia de atributos en los modelos de clasificación estimados. Los gráficos son generados usando la biblioteca Python Scikit Learn inmediatamente después de realizar el pronóstico en toda el área de estudio de todos los clasificadores de los niveles de ingresos para cada experto. Como se observa en la Figura 29 entre los diferentes niveles de ingresos toman mayor importancia en la estimación los últimos cinco atributos que son las variables de textura avanzadas y las densidades de vías y de intersecciones viales. Para los niveles de ingresos bajos y medios, se evidencia que hay otras variables que también toman importancia en la estimación como la banda rojo de la imagen Sentinel 2, los índice de diferencias espectrales normalizado entre las bandas azul y rojo de la imagen, y entre las bandas rojo e infrarojo cercano que es el NDVI, que indica la presencia de vegetación en cada píxel.

Posteriormente, se hace la evaluación de desempeño del modelo como se explica en la Sección 5.8. La tasa intersección sobre unión es una métrica cuyo denominador es muy grande y por ello se considera que los resultados de desempeño tienden a ser más pequeños. En la Tabla 5 se muestran los resultados de ambas métricas de desempeño con los píxeles que coinciden en el mismo nivel de ingresos y el mismo estrato socioeconómico.

Tal como se observa en la Tabla 5 los niveles de ingresos que tuvieron un comportamiento más cercano al del estrato según la métrica de Intersección Sobre Unión son el nivel 1 con 23,25 %, el nivel 2 con 19,66 %, el nivel 3 con 23,06 % y el nivel 6 con 20,97 %. Por su parte, Los niveles de ingresos con mejor desempeño en la métrica porcentaje de precisión son en primer lugar el nivel 6 (52,83 %), en segundo lugar el nivel 1 (49,06 %), en tercer lugar el nivel 3 (36,64 %) y en cuarto

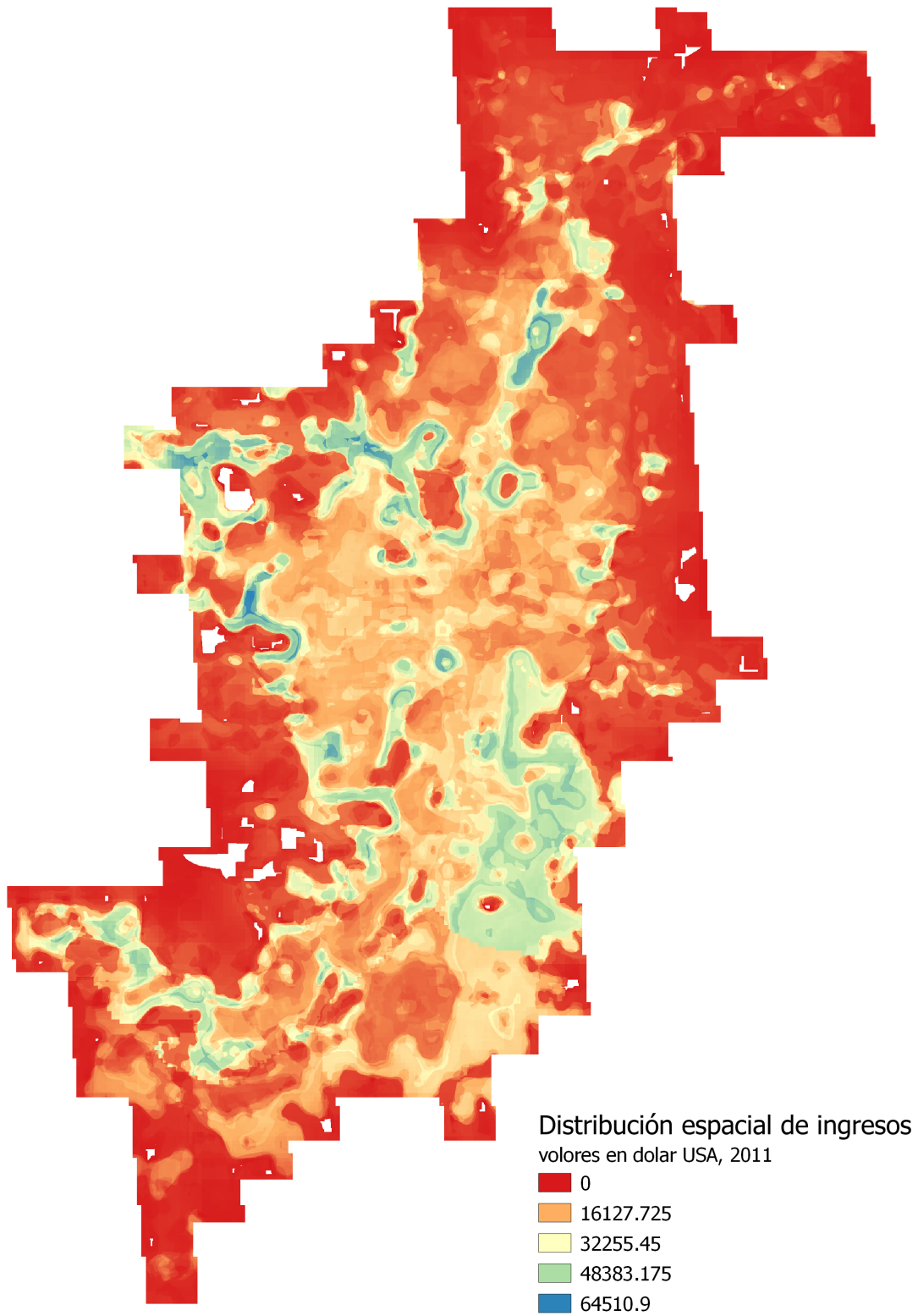


Figura 30: Estimación de la distribución espacial del ingreso en Medellín y su área metropolitana.

Cuadro 5: Métricas de desempeño por nivel de ingresos

Nivel de ingresos	Intersección sobre unión	Porcentaje de acertividad
Nivel 1	23,25 %	49,06 %
Nivel 2	19,66 %	30,66 %
Nivel 3	23,06 %	36,64 %
Nivel 4	7,27 %	14,82 %
Nivel 5	5,92 %	17,35 %
Nivel 6	20,97 %	52,83 %

lugar el nivel 2 (30,66 %). Se obtienen mejores resultados de desempeño en los niveles de ingresos 1, 2, 3 y 6.

## 7. Análisis de resultados

El mapa con la distribución espacial de ingreso intraurbano de la ciudad de Medellín y su área metropolitana de la Figura 30 muestra una desagregación espacial coherente con la distribución de ingresos. En la parte suroriental de la ciudad existen barrios de niveles socioeconómicos altos, mientras que, en la periferia norte tanto al este como al oeste, se ubican barrios de niveles socioeconómicos más bajos. En la estimación también se observan corredores lineales de ingresos altos como en el centro y occidente del mapa, dichos lugares tienen barrios en los que viven personas con niveles socioeconómicos más favorables que quienes residen fuera de dichos corredores. En la estimación se observa que las zonas periféricas del área de estudio corresponden en su mayoría a los niveles de ingresos más bajos y son zonas en la ciudad que tienden a ser asentamientos informales o espacios verdes en los límites del área urbana.

En la Tabla 5, se muestran las métricas de desempeño que surgen a partir de un ejercicio que combina datos espaciales de estratos socioeconómicos (DANE, 2018) y el resultado de la estimación de esta investigación en una escala equiparable. Se usaron los datos de estratos ya que Medellín es una ciudad en la cual se tiene dicha medición a través del Censo Nacional que se realiza cada 12 años aproximadamente. El último censo implementado fue en 2018. Las métricas de desempeño se realizan por nivel de ingresos y se observa mejor desempeño en los niveles bajos que en los altos, esto tanto en la métrica de intersección sobre unión como en la de porcentaje de precisión.

Uno de los aportes más importantes de esta investigación es que se estima el PIB a escala intraurbana, logrando un resultado de actividad económica al interior de la ciudad con alta resolución espacial de 10 metros. Así se obtienen resultados con la mayor desagregación espacial derivada de datos abiertos ya que en la literatura se encontraron estimaciones con tamaño de pixel de 1 km de lado (Zhao et al., 2017; Sorichetta et al., 2015). La estimación se hizo empleando datos espaciales libres (ver Sección 4.2) y herramientas computacionales abiertas que permiten su implementación en cualquier ciudad del mundo. El uso de datos y herramientas abiertas hacen de ésta una metodología innovadora con resultados que permiten desagregar el PIB a nivel intraurbano y puede ser implementada en aquellas ciudades que no tienen la capacidad para realizar este tipo de estimaciones. Además de ser una metodología que se puede replicar con alta periodicidad. Desde la política pública es útil tener esta estimación con imagen satelital gratuita porque ello implica que sea una estimación de bajo costo. Además, tener una estimación con alta resolución espacial permite tener los ingresos desagregados al interior de la ciudad con mayor detalle y permitirá evidenciar mejor los contrastes espaciales relacionados con el ingreso de los habitantes de la ciudad. Esta estimación aporta a los hacedores de políticas públicas en la toma de decisiones en términos de reducción de desigualdad económica y atención a poblaciones vulnerables por bajos niveles de ingresos, entre otras.

La estimación propuesta tiene la ventaja de que se realiza a partir de variables de características del terreno que se obtienen de procesar imágenes satelitales diurnas y malla vial. Estas imágenes sirven

para extraer métricas de áreas construidas que son buenos predictores de actividad económica. Por otra parte, el uso de la malla vial permite identificar los lugares que tienen las mejores condiciones económicas, pues estos sitios generalmente se caracterizan por tener vías más ordenadas (Engstrom et al., 2017). Sin embargo, en Medellín no es del todo cierto, pues las vías del Poblado (considerado un barrio de nivel socioeconómico alto) son de las menos ordenadas.

Para esta estimación se incorpora la clasificación de polígonos por parte de expertos que conocen las características socioeconómicas y espaciales de la ciudad. Dicha información permite entrenar modelos de aprendizaje automático que indican de manera muy acertada las clasificaciones de los niveles de ingresos. Esta metodología se acopla a las características particulares de las ciudades, pues permite realizar análisis comparativo entre diferentes urbes. El aporte de esta investigación frente a las realizadas previamente es la innovadora inclusión de las áreas etiquetadas por expertos conocedores de las características socioeconómicas en el territorio de la ciudad.

Las variables características del terreno que se muestran entre las Figuras 13 y 18 proveen un número importante de atributos para el entrenamiento de modelos analíticos para ciencias urbanas. Entre las variables que más explican los clasificadores de los expertos están las asociadas a la malla vial como la densidad de vías y la densidad de intersecciones. También se encontró que las características de textura tienen un importante poder explicativo en la estimación de variables económicas a una escala espacial con mayor detalle, similar a como se concluyó en las investigaciones de Masaki et al. (2020) y Arribas-Bel et al. (2017). Adicionalmente según las métricas de desempeño, esta estimación arroja patrones espaciales del PIB que concuerdan con ciertos patrones espaciales de los estratos socioeconómicos en la ciudad que se usó como caso de estudio.

Sin embargo, las precisiones no son muy altas, y pueden ser mejoradas realizando un proceso de optimización más robusto que permita establecer umbrales más acertados en lo que corresponde a la clasificación de cada nivel, en la conversión del mapa del PIB medido monetariamente a las seis categorías del PIB. También sería recomendable en una futura investigación tener en cuenta un mayor número de expertos, establecer tamaños mínimos en los trazados de los expertos que permitan mejoras en el procedimiento usado y hacer una revisión en la que se validen las estimaciones del PIB per cápita en cada nivel realizadas por cada experto. Vale la pena resaltar que el proceso que se elaboró para comparar los resultados de la estimación con la información de estrato socioeconómico es un proceso que conlleva a imprecisiones al categorizar el resultado estimado. Sin embargo, se realizó un análisis de resultados recorriendo la extensión urbana y se encontró similitud entre el mapa del PIB desagregado espacialmente a escala intraurbana y el mapa de estratos.

## 8. Conclusiones

En este trabajo se demuestra que es posible estimar la distribución espacial del PIB desagregado a escala intraurbana con un tamaño de pixel de  $10\text{ m} \times 10\text{ m}$ , ya que se usa como base una imagen satelital del programa Sentinel 2 con esa resolución espacial. Esta investigación encuentra que es posible desarrollar la metodología propuesta para estimar la distribución espacial del ingreso a escala intraurbana en otras ciudades del mundo, siempre y cuando se cuente con expertos que conozcan las dinámicas socioeconómicas y espaciales de la ciudad.

Para implementar este marco metodológico en otra ciudad se requiere de un grupo de expertos que tengan conocimiento espacial de las condiciones económicas de las personas que habitan dicha ciudad. Con estos datos se puede replicar el modelo de aprendizaje automático para obtener la distribución espacial de ingresos a nivel intraurbano. Esta es una estimación de bajo costo porque usa herramientas y datos espaciales libres, por lo cual se puede adoptar en ciudades de países en vía de desarrollo, e incluso en aquellas ciudades que no cuentan con datos derivados de encuestas o con datos censales.

Las investigaciones que estimaron la desagregación espacial del ingreso previamente logran un alcance a nivel nacional o regional, pero no a escala intraurbana. La mejora en la resolución espacial obtenida en esta investigación permite un mejor entendimiento de los factores urbanos que caracterizan la actividad económica. Información de la distribución espacial del ingreso a escala intraurbana permitirá tomar decisiones más acertadas para reducir la desigualdad económica.

En esta investigación se encontró que las estimaciones de los clasificadores pueden llegar a ser más precisas, cuando los expertos realizan dibujos más grandes de los niveles de ingresos a lo largo del territorio de la ciudad de estudio. También, pueden llegar a ser más precisas al tener en cuenta mayor número de expertos y al realizar un análisis de las estimaciones de los ingresos per cápita promedio en cada uno de los niveles para verificar que sean acordes a la realidad económica de la ciudad. En general, la oportunidad de mejora en esta investigación esta en una mejor capacitación y acompañamiento a los expertos. Vale la pena explorar la posibilidad de usar una aproximación basada en objetos ya sea en unidades espaciales tipo cuadrícula o manzanas urbanas, en lugar de píxeles.

Este tipo de investigación permitira desarrollar estudios que requieren de la distribución de ingresos como entrada para analizar otros fenomenos. Por ejemplo, si se contrasta la distribución de ingresos con respecto a la distribución de zonas verdes, se puede analizar la justicia ambiental en el territorio. Tambien se puede analizar la justicia en la distribución de otras variables como servicios de salud, seguridad y educación, entre otros. Para mejorar la robustez del método en desarrollos futuros se recomienda diseñar una partición geográfica de la ciudad para seleccionar las muestras de entrenamiento, validación y pruebas de manera que los distintos niveles de ingresos y características geográficas estén debidamente representados en cada partición, así como implementar y comparar una aproximación de una tarea de segmentación basada en aprendizaje profundo para corroborar la utilidad de estos modelos para su uso como herramientas de planeación urbana.

## **Agradecimientos**

Esta investigación se realizó en el marco del programa PEAK Urban, soportado por *UKRI's Global Challenge Research Fund, Grant Ref: ES/P011055/1*. Agradecimientos especiales a todos los expertos que hicieron parte del panel virtual por aportar su conocimiento de la ciudad en esta investigación. Algunos de los expertos son Carlos Medina Durango (Gerente del Banco de la República Medellín), David Tobón Orozco (Profesor e investigador de la Universidad de Antioquia), Edwar Calderón (Investigador Postdoctoral del programa GCRF PEAK en Urbam - EAFIT), Elkin Castaño Vélez (Profesor e investigador de la Universidad Nacional de Colombia sede Medellín), Gustavo García Cruz (Profesor asociado del Departamento de Economía de la Universidad EAFIT), Oscar Mejía (Coordinador ambiental Urbam - EAFIT) y Sergio Urán Ocampo (Director del Sistema de Información para la Seguridad y Convivencia de Medellín).

## Referencias

- Ajami, A. (2018). *Analysing the Relationship Between Image-Based Features and Socio- Economic Variations of Slums*. Master of science in geo-information science and earth observation, University of Twente.
- Angiuli, E. and Trianni, G. (2014). Urban Mapping in Landsat Images Based on Normalized Difference Spectral Vector. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, 11(3):661–665.
- Aponte Saravia, J. (2018). Conversión de coordenadas geográficas a coordenadas planas , mediante el proceso de Coticchia - Surace.
- Argyle, E. (1971). Techniques for edge detection. *IEEE proceedings*, 59:285–286.
- Arribas-Bel, D., Patino, J. E., and Duque, J. C. (2017). Remote sensing-based measurement of Living Environment Deprivation: Improving classical approaches with machine learning. *PLOS ONE*, 12(5):e0176684.
- Barrington-Leigh, C. and Millard-Ball, A. (2017). The world’s user-generated road map is more than 80 % complete. *PLOS ONE*, 12(8):e0180698.
- Boeing, G. (2017). OSMnx: New methods for acquiring, constructing, analyzing, and visualizing complex street networks. *Computers, Environment and Urban Systems*, 65:126–139.
- Brown, M. E. (2015). Satellite Remote Sensing in Agriculture and Food Security Assessment. *Procedia Environmental Sciences*, 29(Agri):307.
- Bugayevskiy, L. M. and Snyder, J. (1995). *Map Projections: A Reference Manual*, volume 53. CRC Press, 1 edition.
- Clark, H., Pinkovskiy, M., and Sala-i Martin, X. (2018). China’s GDP growth may be understated. *China Economic Review*, (May):2018.
- Comisión Económica para América Latina y el Caribe (Cepal) (2016). La matriz de la desigualdad social en América Latina. *Helvetica chirurgica acta*, 38(3):237–40.
- Comisión Económica para América Latina y el Caribe (Cepal) (2018). *Medición de la pobreza por ingresos*.
- DANE (2015). Enfoque Conceptual. *Plan Nacional de Restauración: restauración ecológica, rehabilitación y recuperación de áreas disturbadas*, page 98.
- DANE (2018). Censo Nacional de Población y Vivienda de 2018.
- De Gregorio, J. (2012). *Macroeconomía teoría y políticas*. Santiago de Chile.
- DiVirgilio, M. and Perelman, M. (2014). *Ciudades latinoamericanas. Desigualdad, segregación y tolerancia*, volume 0.
- Duque, J., Patino, J., and Betancourt, A. (2017). Exploring the Potential of Machine Learning for Automatic Slum Identification from VHR Imagery. *Remote Sensing*, 9(9):895.
- Duque, J. C., Lozano-Gracia, N., Patino, J. E., Restrepo, P., and Velasquez, W. A. (2019). Spatio-temporal dynamics of urban growth in Latin American cities: An analysis using nighttime light imagery. *Landscape and Urban Planning*, 191(January).
- Duque, J. C., Patino, J., Ruiz, L. A., and Pardo, J. E. (2013). Quantifying Slumness with Remote Sensing Data. *SSRN Electronic Journal*, (13).
- Duque, J. C., Patino, J. E., Ruiz, L. A., and Pardo-Pascual, J. E. (2015). Measuring intra-urban poverty using land cover and texture metrics derived from remote sensing data. *Landscape and Urban Planning*, 135:11–21.
- Elvidge, C. D., Baugh, K. E., Anderson, S. J., Sutton, P. C., and Ghosh, T. (2012). The Night Light Development Index (NLDI): a spatially explicit measure of human development from satellite data. *Social Geography*, 7(1):23–35.

- Engstrom, R., Hersh, J., and Newhouse, D. (2017). Poverty from Space: Using High-Resolution Satellite Imagery for Estimating Economic Well-Being. *World Bank Policy Research Working Paper*, (8284).
- Engstrom, R., Sandborn, A., Yu, Q., and Graesser, J. (2015). Assessing the relationship between spatial features derived from high resolution satellite imagery and census variables in Accra, Ghana. In *2015 IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS)*, volume 2015-Novem, pages 2544–2547. IEEE.
- ESRI (2016a). Cómo funciona la Densidad de líneas. accedido e(2020-12-01):<https://desktop.arcgis.com/es/arcmap/10.3/tools/sp>.
- ESRI (2016b). Densidad de puntos (Spatial Analyst). accedido e(2020-12-01):<https://pro.arcgis.com/es/pro-app/tool-reference/s>.
- ESRI (2016c). Sistema de coordenadas geográficas. accedido e(20/11/2020):<https://desktop.arcgis.com/es/arcmap/10.3/guide-bo>.
- European Commission and Joint Research Centre (2018). *Atlas of the Human Planet 2018 - A World of Cities*.
- European Space Agency ESA (2015). Copernicus Sentinel data.
- European Space Agency ESA (2020). Spatial Resolution. accedido e(19/11/2020):<https://sentinel.esa.int/web/sentinel/user-guides/>.
- Fallah, B. N., Partridge, M. D., and Olfert, M. R. (2011). Urban sprawl and productivity: Evidence from US metropolitan areas. *Papers in Regional Science*, 90(3):451–472.
- Florczyk, A. J., Melchiorri, M., Orbane, C., Schiavina, M., Maffenini, M., Politis, P., Sabo, S., Freire, S., Ehrlich, D., Kemper, T., Tommasi, P., Airaghi, D., and Zanchetta, L. (2019). *Description of the GHS Urban Centre Database 2015, Public Release 2019, Version 1.0*.
- Fotheringham, A. S., Brunsdon, C., and Charlton, M. (2000). *Quantitative geography. Perspectives on Spatial Data Analysis*. 6 edition.
- Ghosh, T., Elvidge, C. D., Sutton, P. C., Baugh, K. E., Ziskin, D., and Tuttle, B. T. (2010). Creating a Global Grid of Distributed Fossil Fuel CO2 Emissions from Nighttime Satellite Imagery. *Energies*, 3(12):1895–1913.
- Gómez, J. A., Patiño, J. E., Duque, J. C., and Passos, S. (2019). Spatiotemporal Modeling of Urban Growth Using Machine Learning. *Remote Sensing*, 12(1):109.
- Gorelick, N., Hancher, M., Dixon, M., Ilyushchenko, S., Thau, D., and Moore, R. (2017). Google Earth Engine: Planetary-scale geospatial analysis for everyone. *Remote Sensing of Environment*, 202:18–27.
- Grippa, T., Georganos, S., Zarougui, S., Bognounou, P., Diboulo, E., Forget, Y., Lennert, M., Vanhuyse, S., Mboga, N., and Wolff, E. (2018). Mapping Urban Land Use at Street Block Level Using OpenStreetMap, Remote Sensing Data, and Spatial Metrics. *ISPRS International Journal of Geo-Information*, 7(7):246.
- Han, X., Zhou, Y., Wang, S., Wang, L., and Hou, Y. (2011). Spatialization approach to 1km grid GDP based on remote sensing. In *2011 International Conference on Multimedia Technology, ICMT 2011*, pages 739–742. IEEE.
- Haralick, R. M., Shanmugam, K., and Dinstein, I. H. (1973). Textural features for image classification. *IEEE Transactions on systems, man, and cybernetics*, (6):610–621.
- Hastie, T., Tibshirani, R., and Friedman, J. (2009). *Springer Series in Statistics The Elements of Statistical Learning*, volume 27.
- Hersh, J., Engstrom, R., and Mann, M. (2020). Open data for algorithms: mapping poverty in Belize using open satellite derived features and machine learning. *Information Technology for Development*, 0(0):1–30.

- Hu, T., Yang, J., Li, X., and Gong, P. (2016). Mapping Urban Land Use by Using Landsat Images and Open Social Data. *Remote Sensing*, 8(2):151.
- Huang, X., Zhang, L., and Li, P. (2007). An Adaptive Multiscale Information Fusion Approach for Feature Extraction and Classification of IKONOS Multispectral Imagery Over Urban Areas. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, 4(4):654–658.
- Inostroza, L., Baur, R., and Csaplovics, E. (2013). Urban sprawl and fragmentation in Latin America: A dynamic quantification and characterization of spatial patterns. *Journal of Environmental Management*, 115:87–97.
- Jain, S. (2008). Remote sensing application for property tax evaluation. *International Journal of Applied Earth Observation and Geoinformation*, 10(1):109–121.
- Kouadio, L., Newlands, N., Davidson, A., Zhang, Y., and Chipanshi, A. (2014). Assessing the Performance of MODIS NDVI and EVI for Seasonal Crop Yield Forecasting at the Ecodistrict Scale. *Remote Sensing*, 6(10):10193–10214.
- Kummu, M., Taka, M., and Guillaume, J. H. A. (2018). Gridded global datasets for Gross Domestic Product and Human Development Index over 1990–2015. *Scientific Data*, 5(1):180004.
- Lewis, L. (2020). Understanding BPMN Diagrams and Symbols.
- Lloyd, C. T., Chamberlain, H., Kerr, D., Yetman, G., Pistolesi, L., Stevens, F. R., Gaughan, A. E., Nieves, J. J., Hornby, G., MacManus, K., Sinha, P., Bondarenko, M., Sorichetta, A., and Tatem, A. J. (2019). Global spatio-temporally harmonised datasets for producing high-resolution gridded population distribution datasets. *Big Earth Data*, 3(2):108–139.
- Lu, B., Charlton, M., Harris, P., and Fotheringham, A. S. (2014). Geographically weighted regression with a non-Euclidean distance metric: a case study using hedonic house price data. *International Journal of Geographical Information Science*, 28(4):660–681.
- Maeso Fernández, F. (1997). Análisis multivariante de la paridad de poder adquisitivo. *Revista de Economía Aplicada*, 5(15):49–69.
- Manchuk, J. G. (2009). Conversion of Latitude and Longitude to UTM Coordinates. *CCG Annual Report*, 11:2–5.
- Masaki, T., Newhouse, D., Rudra Silwal, A., Bedada, A., and Engstrom, R. (2020). Small Area Estimation of Non-Monetary Poverty with Geospatial Data. (World Development Report 2021 Background):47pp.
- Olaya, V. (2014). *Sistemas de Información Geográfica*.
- OpenStreetMap (2017). Planet dump retrieved from <https://planet.osm.org>.
- Ordoñez, J. F. and Oñate, L. (2016). DETECTOR DE BORDES DE IMÁGENES USANDO UN MICROCONTROLADOR ARM. *Ingenius*, (16):30.
- OTB Development Team (2018). Orfeo ToolBox 6.6.0.
- Pal, M. (2005). Random forest classifier for remote sensing classification. *International Journal of Remote Sensing*, 26(1):217–222.
- Patel, N. N., Angiuli, E., Gamba, P., Gaughan, A., Lisini, G., Stevens, F. R., Tatem, A. J., and Trianni, G. (2015). Multitemporal settlement and population mapping from Landsat using Google Earth Engine. *International Journal of Applied Earth Observation and Geoinformation*, 35(PB):199–208.
- Patino, J. E. and Duque, J. C. (2013). A review of regional science applications of satellite remote sensing in urban settings. *Computers, Environment and Urban Systems*, 37(1):1–17.
- Patino, J. E., Duque, J. C., Pardo-Pascual, J. E., and Ruiz, L. A. (2014). Using remote sensing to assess the relationship between crime and the urban layout. *Applied Geography*, 55:48–60.

- Rashed, T., Weeks, J., Couclelis, H., and Herold, M. (2007). An integrative GIS and remote sensing model for place-based urban vulnerability analysis. In *Integration of GIS and Remote Sensing*, pages 199–233.
- Rodriguez-Galiano, V. F., Ghimire, B., Rogan, J., Chica-Olmo, M., and Rigol-Sanchez, J. P. (2012). An assessment of the effectiveness of a random forest classifier for land-cover classification. *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing*, 67(1):93–104.
- Schmitt, M., Hughes, L. H., Qiu, C., and Zhu, X. X. (2019). AGGREGATING CLOUD-FREE SENTINEL-2 IMAGES WITH GOOGLE EARTH ENGINE. *ISPRS Annals of Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences*, IV-2/W7(2/W7):145–152.
- Shi, K., Chen, Y., Yu, B., Xu, T., Chen, Z., Liu, R., Li, L., and Wu, J. (2016). Modeling spatiotemporal CO<sub>2</sub> (carbon dioxide) emission dynamics in China from DMSP-OLS nighttime stable light data using panel data analysis. *Applied Energy*, 168:523–533.
- Shi, K., Yu, B., Huang, Y., Hu, Y., Yin, B., Chen, Z., Chen, L., and Wu, J. (2014). Evaluating the ability of NPP-VIIRS nighttime light data to estimate the gross domestic product and the electric power consumption of China at multiple scales: A comparison with DMSP-OLS data. *Remote Sensing*, 6(2):1705–1724.
- Sorichetta, A., Hornby, G. M., Stevens, F. R., Gaughan, A. E., Linard, C., and Tatem, A. J. (2015). High-resolution gridded population datasets for Latin America and the Caribbean in 2010, 2015, and 2020. *Scientific Data*, 2:1–12.
- Sutton, P., Elvidge, C., and Ghosh, T. (2007). Estimation of gross domestic product at sub-national scales using nighttime satellite imagery. *International Journal of Ecological Economics & Statistics*, 8(S07):5–21.
- Taubenbock, H., Wurm, M., Setiadi, N., Gebert, N., Roth, A., Strunz, G., Birkmann, J., and Dech, S. (2009). Integrating remote sensing and social science. In *2009 Joint Urban Remote Sensing Event*, pages 1–7. IEEE.
- Tempfli, K., Kerle, N., Huurneman, G. C., Janssen, L. L. F., Bakker, W. H., Feringa, W., Gieske, A. S. M., Gorte, B. G. H., Grabmaier, K. A., Hecker, C. A., Horn, J. A., Huurneman, G. C., Janssen, L. L. F., Kerle, N., Meer, F. D. V. D., Parodi, G. N., Pohl, C., Reeves, C. V., Ruitenbeek, F. J. V., Schetselaar, E. M., Tempfli, K., Weir, M. J. C., Westinga, E., and Woldai, T. (2009). *Principles of Remote Sensing - An introductory textbook*. 4th edition.
- The World Bank Group (2020). World Bank Country and Lending Groups.
- UN-HABITAT (2006). *State of the World's Cities in 2006/7*.
- UN-Habitat (2011). Global Report on Human Settlements 2011. Cities and Climate Change United Nations Human Settlements Programme. Technical report, EarthScan, London, Washington D.C.
- United Nations (2018a). 68 % of the world population projected to live in urban areas by 2050, says UN.
- United Nations (2018b). World Urbanization Prospects: The 2018 Revision [key facts]. Technical report, United Nations DESA / Population Division.
- United Nations (2019). World Population Prospects 2019: Highlights.
- USGS (2021). Cylindrical projection. tangent and secant equatorial aspect.
- Weeks, J. R., Hill, A., Stow, D., Getis, A., and Fugate, D. (2007). Can we spot a neighborhood from the air? Defining neighborhood structure in Accra, Ghana. *GeoJournal*, 69(1-2):9–22.
- Weigand, M., Wurm, M., Dech, S., and Taubenböck, H. (2019). Remote sensing in environmental justice research-a review. *ISPRS International Journal of Geo-Information*, 8(1).
- Yue, W., Gao, J., and Yang, X. (2014). Estimation of Gross Domestic Product using multi-sensor remote sensing data: a case study in Zhejiang Province, East China. *Remote Sensing*, 6:7260–7275.

- Zhao, N., Liu, Y., Cao, G., Samson, E. L., and Zhang, J. (2017). Forecasting China's GDP at the pixel level using nighttime lights time series and population images. *GIScience and Remote Sensing*, 54(3):407–425.
- Zhao, X., Yu, B., Liu, Y., Chen, Z., Li, Q., Wang, C., and Wu, J. (2019). Estimation of Poverty Using Random Forest Regression with Multi-Source Data: A Case Study in Bangladesh. *Remote Sensing*, 11(4):375.