



Universidad EAFIT

Escuela de Economía y Finanzas
Departamento de Economía

Estimación de la eficiencia en inversión pública en educación: Un caso de estudio para
Medellín

Trabajo de grado

para optar por el título de

Economista

Presenta:

Maria Camila Palacio Lara
Rafael Ignacio Urbina Hincapié

Asesor:

Dr. Gustavo Adolfo García Cruz

Medellín, Colombia
2021

Dedicatoria

A nuestros padres,
Beatriz Hincapié, Miguel Solano,
Marlene Lara y Carlos Palacio
por formarnos como grandes personas
y profesionales para el futuro.

Abstract

This research estimates the efficiency of public education expenditure for the 16 communes of the city of Medellín, using a two-step semi-parametric model. In the first stage, a data enveloping analysis (DEA) method is used to estimate the efficiency scores, using the average results of the standardized tests Saber 11 as the output. Then, in the second stage, those efficiency values are used to calculate the effects of non-discretionary variables on efficiency. Among the results, we found the inefficiency scores of the communes are linked to variables like per capita income, the number of public schools and, to a lesser extent, the homicide rate per 100,000 inhabitants. Furthermore, we found none of the communes was efficient in relative terms.

Key words: public expenditure, education, efficiency, DEA.

Resumen

Esta investigación estima la eficiencia del gasto público en educación para las 16 comunas de la ciudad de Medellín, utilizando un modelo semiparamétrico en dos etapas. En la primera etapa, es utilizado un método de análisis envolvente de datos (DEA) para obtener los puntajes de eficiencia usando como producto los resultados promedio de las pruebas estandarizadas Saber 11. Después, durante la segunda etapa se utilizan los valores obtenidos para calcular los efectos de variables no discrecionales en la eficiencia. Entre los resultados, fue encontrado que la ineficiencia de las comunas está asociada a variables como el ingreso per cápita, la cantidad de instituciones educativas públicas y en menor medida a la tasa de homicidios por cada cien mil habitantes. Además, en términos relativos se encontró que ninguna de ellas es eficiente en cuanto al gasto público.

Palabras claves: gasto público, educación, eficiencia, DEA.

Índice

1. Introducción	4
2. Revisión de literatura	4
3. Datos	7
4. Metodología	9
4.1. Modelo DEA	9
4.2. Modelo Tobit	10
4.3. Bootstrap y variables no discretionales	10
5. Resultados	11
5.1. Resultados de eficiencia del DEA	11
5.2. Efecto de las variables no discretionales en la eficiencia	13
6. Conclusiones	14
7. Anexos	17

1. Introducción

En los últimos años la educación ha ido ganando importancia como uno de los motores para el desarrollo económico y la mejora en términos de calidad de vida de poblaciones históricamente marginadas. Tanto es así, que en los Objetivos de Desarrollo Sostenible, acordados en el 2015 por las Naciones Unidas y los cuales deben ser cumplidos para el 2030, el objetivo número 4 es “Garantizar una educación inclusiva, equitativa y de calidad que promueva las oportunidades de aprendizaje durante toda la vida para todos”, ya que el acceso a la educación deriva beneficios económicos como la aparición de oportunidades laborales deseables, mejores salarios y mayores niveles de productividad; y sociales, que conllevan sociedades más equitativas, inclusivas y mejor informadas en la toma de decisiones diarias (ONU, 2021). Sin embargo, a pesar de que se ha convertido en un derecho fundamental, el acceso a esta y la calidad brindada no son suficientes, especialmente en los países en vía de desarrollo, los cuales suelen tener poblaciones rurales apartadas, desigualdad de acceso, baja cobertura del nivel de secundaria, desventajas competitivas en el número de profesores y bajos niveles de inversión privada.

Es por ello que los gobiernos destinan una proporción de su presupuesto hacia la educación, con el fin de disminuir brechas, mejorar la calidad educativa y lograr una mayor cobertura entre quienes no pueden acceder a la educación privada ya sea por recursos o por factores externos a ello. Sin embargo, a pesar de que la inversión pública en educación ha ido tomando peso a través de los años con el fin de generar un mayor impacto en la calidad educativa y aumentar la cobertura e infraestructura, los montos destinados no siempre son eficientes, ya sea por razones políticas que involucran corrupción; factores del entorno económico de los habitantes; o simplemente los programas en los que está basado el sistema no están siendo efectivos.

Con el fin de brindar mayor evidencia sobre la eficiencia del gasto público en educación, este estudio pretende analizar el caso de las comunas de Medellín (Colombia). Lo anterior, utilizando los resultados promedio de las pruebas Saber 11, como evidencia del desempeño educativo y estimando un modelo de Análisis Envolventes de Datos (DEA) para calcular la eficiencia relativa del gasto en educación por comuna. Además, en una segunda etapa se estima un modelo truncado utilizando variables no discrecionales, como el ingreso per cápita, las instituciones educativas y la tasa de homicidios por cada cien mil habitantes, con el fin de encontrar el efecto que estas tienen sobre los puntajes de eficiencia de las comunas.

Los hallazgos muestran que ninguna de las comunas de Medellín es eficiente en el gasto en educación, sin embargo, la Comuna 11 – Laureles Estadio es la que presenta el puntaje más cercano a ello y es la referencia de las demás comunas. Por otro lado, la Comuna 10- La Candelaria es la que peor desempeño tiene durante los cuatro años analizados, por lo que es necesario establecer estrategias de mejora sobre esta comuna para mejorar la asignación del gasto. En cuanto a la segunda etapa, los efectos de las variables no discrecionales sobre la eficiencia resultaron ser los esperados, el ingreso per cápita y las instituciones educativas tienen un efecto positivo sobre ella, mientras que la tasa de homicidios empeora los puntajes de eficiencia de las comunas.

Este trabajo está dividido en 6 partes. En la segunda sección se realiza una breve revisión de literatura, la cual compila distintos trabajos que han abordado el tema; en la tercera sección son presentados los datos; la cuarta sección, presenta la metodología utilizada para el desarrollo investigativo; la quinta sección expone resultados obtenidos; y por último en la sexta sección son presentados algunos comentarios finales como conclusión.

2. Revisión de literatura

Desde la aparición de obras como Barro (1990) y Romer (1994), el interés por la educación como parte del desarrollo tecnológico y como medio para alcanzar un mayor crecimiento económico ha tomado importancia, principalmente en modelos de crecimiento endógenos. Barro (1990) es uno de los primeros autores en fijar las bases del gasto público en el caso de este tipo de modelos, incluyendo las distorsiones impositivas del gobierno, gastos productivos dirigidos hacia tecnología y otros; dejando evidencia de que el gasto público puede aumentar el consumo y crecimiento económico. Por otro lado, Romer (1994), habla de la inversión privada y la productividad total factorial, comparando las diferencias entre la inversión pública y privada. En este punto, el autor argumenta que la inversión pública hace parte de un conjunto más general mientras que la inversión privada (específica) valora más la eficiencia de la firma y la producción.

Es entonces, como la educación genera cambios no solo económicos sino también sociales que crean sociedades más equitativas y mejor informadas, y hace necesario la inversión por parte del gobierno en

este tipo de rubros para alcanzar a poblaciones que podrían encontrarse en desventajas económicas. Angelopoulos, Malley, y Philippopoulos (2007) examinan la importancia del gasto en educación pública bajo externalidades de capital humano. Lo anterior, usando un modelo de equilibrio general dinámico donde el capital humano era el motor para el crecimiento endógeno en el largo plazo y el gasto del gobierno en educación estaba dado por externalidades en este mismo. Los autores encuentran que la inversión pública en educación promueve el crecimiento y el bienestar; y que los efectos positivos en el bienestar del gasto en educación son a través de las externalidades del capital humano.

En esa misma línea, Barrientos (2020) realizó un estudio en los países de la zona andina, conformada por Bolivia, Colombia, Ecuador y Perú para el periodo 2000 a 2015, en el cual buscaba determinar si el gasto público en educación generó algún tipo de externalidad en el crecimiento económico de estos países. En el documento la autora encontró que efectivamente este generó externalidades positivas sobre el crecimiento económico, a pesar de que cada uno de los Estados de la zona andina se desarrollara bajo contextos sociales y políticos diferentes. Para ella, el vínculo entre la educación y el crecimiento económico, entre otras cosas, dependerá del tipo de políticas sociales implementadas y las características del mercado laboral.

Sin embargo, el efecto de la inversión gubernamental en educación en todos los países no es el mismo, por lo que la literatura ha encontrado importante analizar la eficiencia del gasto público en educación a un nivel multi-país para comparar su influencia en la calidad educativa. Herrera y Pang (2005), hacen un estudio que abarca 140 países, en el cual miden la eficiencia del gasto público para países en vía de desarrollo, implementando un modelo semiparamétrico de Análisis Envolvente de Datos (DEA). Encuentran que los países con niveles más altos de gasto tienen puntajes de eficiencia más bajos y que la urbanización está asociada positivamente con los puntajes de eficiencia, pero que la distribución del ingreso tiene un efecto negativo en ellos.

Afonso y Aubyn (2006) realizan un estudio similar al anterior, sin embargo, se enfoca especialmente en el gasto en provisión educativa de 25 países miembros de la OCDE, incluyendo variables de desempeño como lo son las pruebas PISA. Entre sus hallazgos está que existen factores más importantes, los cuales el gobierno no tiene bajo su control como el contexto familiar y el ingreso de los padres. Asimismo, Arias y Torres (2018) quienes buscaban medir la eficiencia del gasto público en educación secundaria en 37 países desarrollados y en vías de desarrollo usando variables monetarias y no monetarias, encontraron evidencia robusta que soporta la idea de que el desempeño educativo en los países en vía de desarrollo puede mejorar si son usados los recursos de manera eficiente, pero reconocen que este puede no ser el único problema que tienen.

En el caso de los estudios realizados únicamente para un país Cunningham, Cunningham, Halim, y Yount (2019) en la India, encuentran a través de una estimación por datos panel con efectos fijos, que variables como aumentar la cantidad de matrículas; inversión en infraestructura; libros uniformes y almuerzos gratis; y al menos una mujer como profesora de la institución, tienen efectos positivos sobre la calidad educativa. Además, Sobhee (2006) en Mauricio, buscaba encontrar los efectos que existen en la eficiencia y la equidad cuando se lleva a cabo inversión pública en educación centrándose principalmente en los cambios en el coeficiente de Gini, el cual en los resultados aumenta en primera instancia, pero luego decrece debido a la hipótesis de Kuznets.

Un estudio realizado en Brasil a nivel nacional por Moraes, Manoel, Dias, y Mariano (2020), utiliza mínimos cuadrados para estimar la eficiencia de la inversión en educación básica en el país, tomando como variable dependiente el índice de desenvolvimiento de educación básica (IDEB). Los resultados a los que llegan les permiten concluir que la inversión en educación realizada por los Estados efectivamente sí explica parcialmente los resultados del índice de desenvolvimiento de la educación básica, pero después de superado cierto tope, el gasto deja de tener efecto sobre el desempeño educativo. Por otro lado, Outeiro, Oliveira, y Oliveira (2020), realizan un trabajo en este mismo país pero específicamente para el Estado de Pará, tomando en cuenta una muestra de 39 distritos de 144. Usan una metodología DEA para verificar si la asignación del gasto público en la educación pública es eficiente, encontrando que los distritos sí están asignando los recursos recibidos para primaria, pero es necesario poner mayores esfuerzos para mejorar la educación, ya que no siempre el que más invierte es el que distribuye mejor los recursos o conlleva a los mejores resultados.

En Argentina, Epele, Chalela, y Puig (2013) analizan la eficiencia relativa del gasto público educativo de las jurisdicciones de este país en la educación primaria, usando dos métodos no paramétricos que son el Free Disposal Hull (FDH) y el DEA. Esto lo realizan para el periodo 2003-2010 tomando como insumo el gasto real por alumno en educación primaria y como productos la inversa de la tasa de repitencia en el nivel primario y los resultados de las pruebas ONE en matemáticas y lengua de 6° grado. Los autores encuentran que Buenos Aires, Córdoba y Santa Fe y la Ciudad Autónoma de Buenos Aires (CABA) son

los territorios más eficientes en términos relativos.

Ahondando específicamente en el caso colombiano, León y Gutiérrez (2015) estudian la convergencia relativa o absoluta entre los departamentos colombianos a través de las teorías de crecimiento. Los autores utilizan datos de panel con efectos fijos para capturar las características inherentes de cada departamento, encontrando que existe convergencia relativa entre estos, pero es demasiado baja como para tener un horizonte de convergencia establecido. Por otro lado, Barrera y Gaviria (2003) estudian la eficiencia de los colegios colombianos usando un modelo de DEA, con el propósito de entender que conduce a la productividad escolar y cuánto se gana en esta cuando es incrementada la eficiencia. Inicialmente lo realizan para el caso de Bogotá, pero viendo la disparidad y la importancia extienden su investigación a nivel nacional. Entre las conclusiones a las que llegan para el caso de Bogotá es que en promedio incrementar la proporción de inversión en educación resulta en una ineficiencia, ya que un aumento en el gasto no necesariamente implica mejor eficiencia en la producción de resultados de exámenes o en la cobertura. Lo anterior diferencia a la capital del resto del país, ya que el dinero importa en la producción de calidad y cantidad.

Por otra parte, Piñeros (2010) calcula la eficiencia relativa por departamentos en la provisión y calidad educativa a través de la metodología DEA para los años 2002 y 2009. El autor encuentra que, en cuanto a la cobertura, la mayoría de departamentos ha mejorado su eficiencia, pero los avances de esta en cuanto a calidad educativa son pocos. Benavides-Chamorro (2013), quien también realiza su estudio a nivel departamental, estima los niveles de eficiencia y los determinantes de la calidad educativa para Colombia; encontrando que los departamentos más alejados del centro del país obtienen los peores resultados en eficiencia mientras que con los cercanos pasa lo contrario, esto explicado posiblemente por factores socioeconómicos y políticos.

Entre los estudios realizados usando múltiples municipios, Iregui-Bohórquez, Melo-Becerra, y Ramos-Forero (2006) realizan una introducción a los problemas y el funcionamiento del sector educativo en Colombia y miden el impacto sobre el rendimiento académico de factores asociados al colegio y el entorno socioeconómico de los estudiantes usando una frontera estocástica. Estos encuentran que en el país las variables relacionadas con la infraestructura de los colegios y el entorno socioeconómico de los estudiantes tiene un impacto positivo y significativo sobre los logros académicos de estos; por lo que en términos de eficiencia los colegios privados gozan de entornos más favorables porque se centran en alumnos con mayores ingresos y mejores contextos sociales. Además, Galvis-Aponte (2015) evalúa la eficiencia del gasto municipal con recursos del Sistema General de Participaciones, utilizando como metodología DEA. En su investigación encuentra que las capitales y municipios más densos tienen niveles de eficiencia más altos que zonas menos pobladas; así como también resulta una ventaja para los municipios estar situados cerca de las capitales, ya que facilita la movilidad de profesores y resulta en una mayor oferta.

A propósito de unidades geográficas más pequeñas, los casos de estudio a nivel ciudad en la literatura colombiana son escasos. Un ejemplo de ello es Gaviria y Barrientos (2001), quienes, a pesar de no hablar específicamente de la eficiencia del gasto público, estudian los efectos del entorno familiar y las características del plantel sobre el rendimiento escolar en Bogotá, tomando como base los resultados de las pruebas ICFES de 1999. Reconocen que, aunque las pruebas fueron modificadas en el año 2000, las cifras que utilizan siguen siendo vigentes y contienen información importante sobre los determinantes del desempeño de los alumnos. Encuentran al finalizar su investigación que la educación de los padres afecta el rendimiento académico de sus hijos y que este efecto se transmite principalmente a través de la calidad del plantel; además de que la diferencias entre planteles inciden notablemente en el rendimiento.

Jiménez (2019) analiza la eficiencia de la inversión pública, su efecto en la cobertura y calidad educativa del bachillerato durante el periodo 2010 a 2016 en Cartagena, a través de una metodología DEA. Este expresa que debido a la ausencia de datos sobre las calificaciones de las pruebas Saber y el cambio de metodología durante ese periodo, recurrió a analizar la calidad educativa por medio de las tasas de repitencia y deserción en las instituciones oficiales. En el estudio encuentra que en 4 de los 7 años analizados hubo mejores porcentajes en cuanto a la eficiencia del gasto público en cobertura y expresa la necesidad de implementar en la ciudad una política educativa enfocada al largo plazo que permita continuar con los proyectos creados en cambios de administración.

La presente investigación busca realizar un aporte a la literatura, a través de un estudio que toma como unidad de medida las comunas que conforman la ciudad de Medellín para calcular la eficiencia del gasto público en educación utilizando los resultados de las pruebas Saber 11. Además de abordar en una segunda etapa variables no discrecionales, las cuales pueden afectar de manera positiva o negativa los puntajes de eficiencia obtenidos, cubriendo así vacíos en la literatura nacional y sirviendo de ejemplo para futuras investigaciones que involucren unidades de medida más pequeñas, como otras ciudades del país.

3. Datos

Para este estudio fueron utilizados datos de las 16 comunas que conforman la ciudad de Medellín, los cuales fueron obtenidos de diversas fuentes de información contenidas en el cuadro 3 de los Anexos. Los 5 corregimientos fueron excluidos debido a que continúan siendo poblaciones con características rurales y algunas de las variables contenían datos atípicos en comparación al promedio de las comunas, causando heterogeneidades en la muestra. Por otro lado, originalmente se quería analizar el periodo 2016 al 2019, pero debido a la ausencia de datos del ingreso per cápita por comunas a partir del año 2018, en la segunda etapa solo serán consideradas observaciones del 2016 y 2017, teniendo claro que los resultados obtenidos no deben ser generalizados para los demás años, pero dan pie a la consideración e importancia de esta variable en futuras investigaciones. ¹

El Cuadro 1 resume la estadística descriptiva de todas las variables seleccionadas.

Cuadro 1:

Estadística descriptiva de las variables utilizadas 2016-2019

	Promedio	Desviación Estandar	Mínimo	Máximo
Puntajes Saber 11 (2016-2019)	261.7	20.3	227.96	316.1
Ingreso Per cápita* (2016-2017)	1,139,189	926,157.2	438,488.4	4,305,156
Presupuesto* (2016-2019)	50,179,779,863.19	18,800,000,000	12,290,974,859.68	92,365,470,906.00
Homicidios por cien mil habitantes (2016-2019)	25.1	25.95	5.09	125.99
Instituciones Oficiales (2016-2019)	12.25	5.4	2	23

*Cifras reales a precios del 2018.

Fuente: Elaboración propia.

Como variable dependiente en la primera etapa se utilizan los resultados promedio de las pruebas Saber 11 por comuna, las cuales son elaboradas por el ICFES y evalúan competencias como matemáticas, lengua castellana, ciencias sociales y competencias ciudadanas, ciencias naturales e inglés. Los resultados de este tipo de pruebas estandarizadas suelen ser utilizados en la literatura como indicadores de desempeño y calidad educativa (Gaviria y Barrientos, 2001; Barrera y Gaviria, 2003; Crouch y Fasih, 2004; Afonso y Aubyn, 2006; Iregui-Bohórquez y cols., 2006; Benavides-Chamorro, 2013; Galvis-Aponte, 2015; Arias y Torres, 2018; Gutiérrez-Garrido y Acuña-Duarte, 2019), debido a que es de suponer que el desempeño de un estudiante en un examen es bueno si la educación que recibe también lo es.

Por otro lado, el presupuesto en educación por comuna es utilizado como único insumo en el DEA. La variable fue construida a partir de los reportes de inversión por comunas de los años 2016 a 2019 publicados por la Alcaldía de Medellín en la página de datos abiertos de la ciudad (MEData) y calculada a partir de los rubros que son destinados a la Secretaría de Educación, siendo excluidos los gastos destinados a educación superior y la primera infancia. ²

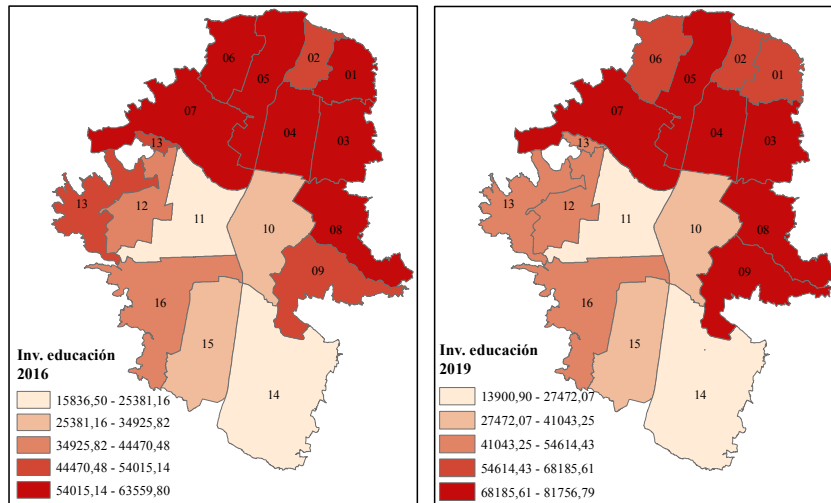
¹La decisión de tomar el Ingreso per cápita, a pesar de no estar disponible para todos los años, viene dada por la importancia y el uso que le han dado múltiples autores en la literatura para determinar efectos sobre la eficiencia educativa, ver Afonso y Aubyn (2006); Sobhee (2006) y Arias y Torres (2018).

²Para mayor información de los rubros ir al cuadro 4 localizado en Anexos.

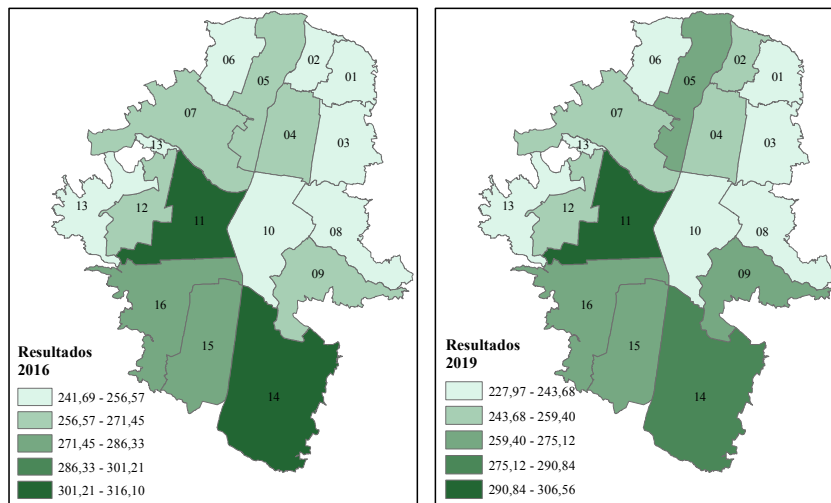
Figura 1:

Comparativo entre inversión en educación y resultados promedio de las pruebas Saber 11 por Comuna 2016 y 2019

Inversión pública en educación por comuna (en millones de pesos)



Resultados promedio prueba Saber 11 por comuna



Fuente: Elaboración propia.

En la figura 1 se pueden observar cuatro mapas, los cuales contienen información sobre el gasto público en educación en millones de pesos y los resultados promedio de las pruebas Saber 11 durante los periodos 2016 y 2019. Al analizarlos detalladamente, se puede ver que las comunas con mayor inversión pública en educación tienen los puntajes más bajos en las pruebas Saber 11, a excepción de la Comuna 5 - Castilla, la cual tiene puntajes relativamente buenos en comparación a las demás que la rodean. Por otro lado, las comunas con menores presupuestos, como lo son la Comuna 11 - Laureles Estadio, Comuna 14 - El poblado, Comuna 15 - Guayabal y Comuna 16 - Belén, son las que mejor desempeño en las pruebas Saber 11 tienen. Lo anterior da cuenta de una relación negativa, ya que en la figura 4 localizada en anexos, se puede ver que el presupuesto en educación ha tenido una tendencia entre constante y positiva en la mayoría de las comunas, mientras que los resultados promedios de las pruebas Saber 11 han ido disminuyendo en el tiempo para todas; lo cual no debería estar sucediendo si la inversión en educación

estuviera siendo lo suficientemente eficiente y estuviera impactando el desempeño educativo.

Por último, durante la segunda etapa se utilizan variables no discrecionales, es decir, que no son controladas directamente por el gobierno en el corto plazo. En la investigación fueron seleccionadas para ello el ingreso per cápita de la unidad de gasto, instituciones educativas y homicidios por cada cien mil habitantes. Esta última a pesar de no haber sido utilizada previamente en la literatura fue incluida ya que puede afectar la percepción de seguridad de los hogares y evitar la ejecución de programas y distribución del presupuesto eficientemente.³

4. Metodología

4.1. Modelo DEA

En cuanto al proceso metodológico, se utiliza el modelo de Análisis envolvente de datos, o *Data Envelopment Analysis (DEA)*, el cual se popularizó a partir del trabajo seminal de Charnes, Cooper, y Rhodes (1978). Este permite calcular las eficiencias relativas a partir de métodos de programación lineal y realizar análisis sobre como maximizar los inputs y los outputs para así encontrar puntos óptimos en la frontera de posibilidades de producción. En el presente estudio, el único input es el gasto del gobierno en educación y el único output son los resultados de las pruebas Saber 11.

La eficiencia relativa se define como una proporción entre el output: pruebas Saber 11, multiplicada por su ponderación; sobre el input, gasto del gobierno en educación, multiplicado por su ponderación. Por ende, se tiene en el presente estudio que: y_j es el resultado promedio de las pruebas Saber 11, para la comuna j y x_j es el gasto del gobierno en educación de la comuna j . Luego, tanto u_r como v_i son las ponderaciones, siendo u_r la ponderación para el output r y v_i la del input i , que para este caso debido a que solo se utiliza un output y un input sería, u_1 y v_1 . Por otro lado h_k será entonces la eficiencia relativa de la comuna k , que se define como DMU_k y este valor estará acotado de la siguiente forma: $h_k \leq 1$ en el modelo que se muestra a continuación.

La forma básica del modelo DEA está expresada como se ve a continuación (Martič, Novakovič, y Baggia, 2009):

$$\text{Max } h_k = \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{rk}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ik}}$$

Sujeto a:

$$\frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{rj}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}} \leq 1, \quad j = 1, 2, \dots, j_k, \dots, n$$

Donde:

$$u_r \geq \epsilon, \quad r = 1, 2, \dots, s$$

$$v_i \geq \epsilon, \quad i = 1, 2, \dots, m$$

Reescribiendo el problema como:

$$\begin{aligned} & \text{Max}_{x\lambda\delta_i} \\ S.A \quad & \delta_i y_i \leq \mathbf{Y}\lambda \\ & x_i \geq \mathbf{X}\lambda \\ & n\mathbf{1}'\lambda = 1 \\ & \lambda \geq 0 \end{aligned} \tag{1}$$

Entonces en caso de que $h_k = 1$, la comuna es eficiente a la hora de destinar los insumos otorgados por el municipio para obtener una mayor calidad educativa y por ende, puede obtener mejores resultados en las pruebas Saber 11, mientras que si pasa lo contrario, sí $h_k < 1$, la comuna será relativamente ineficiente en la forma que destina sus insumos, así que no está ganando calidad educativa para generar

³Autores como Koppensteiner y Menezes (2019) y Cole y Gramajo (2009) tratan temas de la influencia de la violencia y el crimen en la educación.

el mejor desempeño posible en las pruebas Saber 11. En general se espera obtener resultados que se encuentren cerca de la frontera de producción.

Cabe destacar que cuando se reescribe el modelo como en (1), la definición de eficiencia relativa cambia, y ahora $h_k \geq 1$, sin embargo, la comuna sigue siendo eficiente cuando $h_k = 1$, sin embargo, si $h_k > 1$ se dice que la comuna k es relativamente ineficiente.

En el modelo DEA existen dos acercamientos populares que se deben tener en cuenta a la hora de la estimación: Input oriented y Output oriented. Según Martič y cols. (2009), existen dos acercamientos al análisis de los modelos DEA. El primero es el “output oriented” y el segundo es el “input oriented”. En el primer caso se toma en cuenta un modelo que quiere maximizar el output (pruebas Saber 11) controlando por medio de los inputs (Gasto del gobierno en educación), con el fin de encontrar el valor más alto posible de las pruebas Saber 11 sin alterar el gasto del gobierno. En el segundo, el modelo trata de conseguir el mismo resultado de las pruebas Saber 11, pero maximizando el uso del gasto del gobierno en educación, de esta manera utilizando la menor cantidad de insumos para conseguir el mismo resultado en las pruebas. Para el presente estudio es considerado el modelo output oriented ya que se quiere encontrar el mayor desempeño posible en las Pruebas Saber con los insumos que se destinan en los periodos seleccionados.

El siguiente paso es corregir los errores que han sido registrados previamente en la literatura, ya que el modelo DEA ha sido criticado en gran parte porque puede entregar resultados sesgados en muestras pequeñas (Afonso y Aubyn, 2006), sin embargo se profundiza en este tema en la subsección Bootstrap y variables no discretionales.

4.2. Modelo Tobit

Debido a que las unidades en el presente caso son comunas de la ciudad de Medellín, es importante capturar las características que diferencian a cada comuna; estas deben de ser aspectos que el gobierno no pueda modificar en el corto plazo y sean meramente condiciones de la comuna, de forma que son variables no discretionales. Además, estas variables permiten profundizar en el análisis sobre los determinantes de la eficiencia de cada comuna. Es por lo anterior que se tiene en cuenta una segunda etapa en la estimación, la cual es un modelo truncado hacia la izquierda en el punto uno.

Procesos similares, como los estudios realizados por Afonso y Aubyn (2006) y Arias y Torres (2018) han utilizado Tobit en su segunda etapa. En este ejercicio se toman los puntajes de eficiencia como variable dependiente, y como regresores las variables no discretionales, como se muestra en la ecuación (2)

$$\hat{\delta}_i = z_i\beta + \epsilon_i \quad (2)$$

Donde $\hat{\gamma}_i$ es el valor estimado de la eficiencia en educación de cada Comuna i calculado en la primera etapa, z_i es el vector de variables no discretionales para cada Comuna i, y β es el coeficiente asociado a cada una de las variables no discretionales que muestra el efecto de estas.

Cabe notar, que existe una segunda fuente de sesgo en el modelo, y por ende se debe encontrar una solución para ello. Lo anterior se produce por el tamaño de la muestra y que las variables no discretionales z_i se encuentran correlacionadas con el error ϵ_i . Esto proviene principalmente de la correlación que existe entre las variables no discretionales y los outputs del modelo DEA, que se sabe, fueron los datos utilizados para calcular los puntajes de eficiencia obtenidos (Afonso y Aubyn, 2006). Es por lo mencionado que se debe implementar un bootstrap que estime β y σ_ϵ para corregir el problema de correlación. El procedimiento llevado a cabo se explica en la siguiente subsección.

4.3. Bootstrap y variables no discretionales

En esta subsección fueron corregidos los problemas que existen tanto en el modelo DEA como en el tobit que fueron mencionados en las subsecciones anteriores.

El modelo DEA puede tener problemas de correlación serial, como lo hacen notar Afonso y Aubyn (2006). Esto se debe a que cualquier perturbación que haya en las observaciones que se encuentran muy cerca de la frontera, puede generar que las demás observaciones se acerquen o alejen de la frontera más de lo que deberían, lo que al final quiere decir que las comunas no se encuentran en el lugar que deberían.

En el modelo tobit, ϵ_i esta correlacionado con z_i , sin embargo, a medida que la muestra se hace más grande, la correlación tiende a desaparecer. Debido a lo mencionado inicialmente, se vuelve necesario seguir los pasos metodológicos que propone Simar y Wilson (2007), los cuales se presentan a continuación:

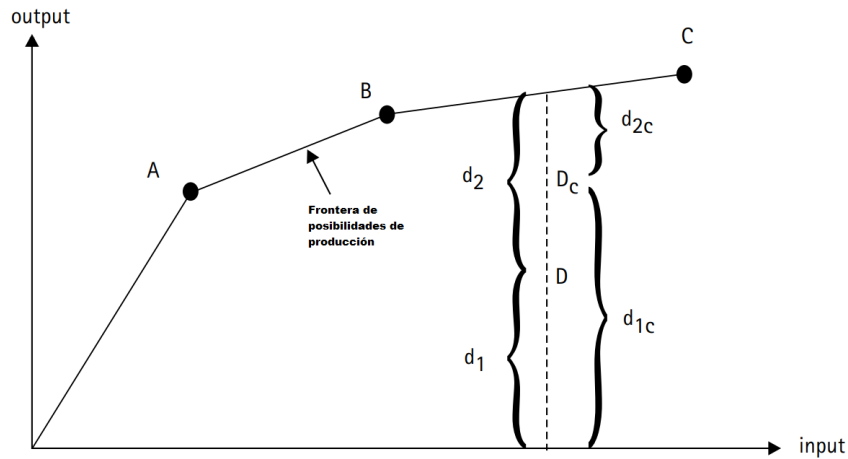
1. Estimación de δ_i resolviendo (1).
2. Obtener los valores $\hat{\delta}_i$ corregidos por sesgo por medio de bootstrap (preferiblemente con dos mil iteraciones).
3. Estimación de (2) por medio de un modelo de regresión truncada con el método de máxima verosimilitud.
4. Realización de bootstrap, preferiblemente con dos mil iteraciones, para tobit, encontrando los valores estimados de $\hat{\beta}$ y $\hat{\sigma}_\epsilon$.

De esta manera entonces se pueden obtener resultados que corrigen la correlación serial que existe en el modelo lineal⁴, y así obtener resultados robustos de acuerdo a lo que otros autores han encontrado (Afonso y Aubyn, 2006; Arias y Torres, 2018).

En la figura 2 se puede ver la frontera que envuelve los DMU's, los cuales para este caso son las comunas de Medellín, de allí que el modelo sea nombrado DEA y todos los resultados de eficiencia deben estar por debajo de la frontera de posibilidades de producción. Cabe destacar que en el gráfico tanto *A*, *B* y *C* son eficientes ya que se encuentran sobre la frontera, mientras que, el DMU *D*, no lo es; esto puede atribuirse a unas malas características de entorno en este. Si el DMU *D*, mejorara sus condiciones podría acercarse a la frontera y la corrección de estos factores exógenos se calcularía como el puntaje en D_c menos el puntaje en *D* (Arias y Torres, 2018).

Figura 2:

Frontera estocástica con variables no discretionales



Fuente: Afonso y Aubyn (2006, p.481).

5. Resultados

5.1. Resultados de eficiencia del DEA

En esta sección se analizan los resultados obtenidos en el DEA después de ser corregido a través de un bootstrap para evitar sesgos⁵. Este fue realizado utilizando solo un insumo y un producto, siendo estos el gasto en educación y los resultados promedio de las pruebas Saber 11 respectivamente. Vale la pena recordar que los resultados se encuentran acotados de 1 a infinito, es decir, entre más cerca se encuentre el puntaje a 1 más eficiente es la comuna, mientras que si pasa lo contrario tenderá a ser menos eficiente la inversión pública en educación.

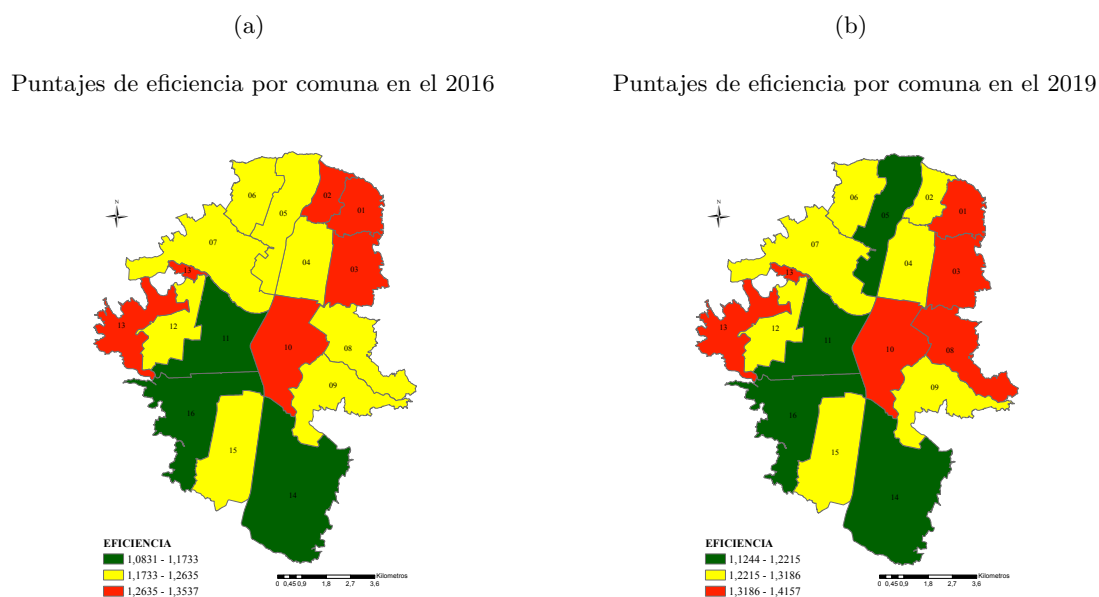
Los resultados contenidos en el cuadro 6 de los Anexos, muestran que los puntajes de las comunas han empeorado con el tiempo, es decir, que el gasto público en educación se volvió menos eficiente durante

⁴En Simar y Wilson (2007) se ahonda más en las particularidades del bootstrap, el número de iteraciones, la forma en la que se debe llevar a cabo y algunos ejemplos.

⁵Ir a Anexos para ver comparativo entre resultados del modelo DEA sin corregir y el corregido.

Figura 3:

Puntajes de eficiencia por comuna



Fuente: Elaboración propia.

Fuente: Elaboración propia.

el 2016 al 2019. En promedio, el cambio en los puntajes de eficiencia de las comunas se situó en 4,48 %, siendo el mayor cambio en pérdida de eficiencia en la Comuna 7 - Robledo, la cual estuvo alrededor del 7,33 % y el menor en la Comuna 2 - Santa Cruz con 2,2 % entre el 2016 y el 2019.

Por otro lado, en la figura 3a y 3b se puede observar una clasificación de las comunas según sus puntajes de eficiencia en el año 2016 y 2019 respectivamente, siendo las de color verde las que más se acercan relativamente a la eficiencia, las amarillas puntajes medios y las de color rojo las comunas con los peores puntajes y que necesitan vigilancia. Geográficamente se puede observar que no existe una distribución clara de donde se concentran los mejores puntajes, a pesar de que existe una tendencia hacia el centro - sur de la ciudad durante el 2016, pero que cambia durante el 2019 con la inclusión de la Comuna 5- Castilla a esta categoría. Por el contrario, lo anterior si existe para los puntajes menos eficientes, los cuales se encuentran en su mayoría hacia el nororiente de la ciudad, viéndose más claro durante el 2019. Por último, los puntajes medios se concentran hacia en noroccidente de Medellín.

El territorio más cercano a ser totalmente eficiente es la Comuna 11 - Laureles Estadio, la cual tiene el puntaje más cercano a 1 en todos los años analizados, a excepción del 2018, donde la Comuna 14 - El poblado logró obtener mejores resultados. Después de Laureles Estadio, en el ranking le siguen la Comuna 14 previamente mencionada y la Comuna 16 - Belén en tercer lugar, obteniendo todas las anteriores un incremento promedio del 3,53 % en los puntajes de ineficiencia del 2016 al 2019. Uno de los argumentos que podría explicar por qué tienen mejores puntajes, es que en estas comunas existe mayor presencia de colegios privados, por lo que las instituciones educativas públicas deben procurar obtener mejores resultados académicos para ser equiparables con otros competidores en calidad educativa, lo que influye en la eficiencia del gasto público y aporta al control de la asignación adecuada del presupuesto.

Por otra parte, el territorio con peor puntaje es la Comuna 10 - La Candelaria, la cual mantiene esta posición para todos los periodos analizados, a pesar de haber reportado una mejora para el 2017. Después de esta le siguen la Comuna 3 - Manrique y la Comuna 1- Popular, las cuales tienen un crecimiento promedio en sus puntajes de ineficiencia (incluyendo La Candelaria) del 5,33 %. Con base en lo anterior, es evidente la necesidad de incrementar la vigilancia del gasto y el efecto sobre estas comunas, ya que, a pesar de haber un empeoramiento generalizado en toda la ciudad, estas han mantenido los peores puntajes desde el 2016 al 2019. No descartando la posibilidad de que lo anterior también este asociado a otros factores como contextos socioeconómicos difíciles y bajo compromiso social, que están impidiendo que el presupuesto sea eficaz en la educación.

Ya entre las pocas comunas que lograron cambiar su ranking entre el 2016 y el 2019, el cual se puede ver en el cuadro 6 en los Anexos, se encuentran la Comuna 15- Guayabal y la Comuna 2- Santa Cruz,

pasando la primera del puesto octavo al sexto y la segunda del treceavo al décimo. Lo anterior no significa que estas hayan tenido mejores resultados de eficiencia, simplemente es que no tuvieron grandes cambios en su puntaje o que otras comunas empeoraron sus resultados, como es el caso de la Comuna 7 – Robledo y Comuna 8 – Villa Hermosa, quienes tomaron el octavo y treceavo lugar respectivamente. En cuanto al resto, mantuvieron los mismos lugares en el 2019 frente al 2016.

Adicionalmente, según los resultados, la Comuna 11 - Laureles Estadio funciona como un referente para las demás, es decir, estas últimas la usan como modelo a seguir en la forma de asignar sus presupuestos. Al principio del estudio se planteó la posibilidad de transferencia de eficiencia entre comunas, sin embargo, no existe evidencia clara de la existencia de ello, ya que el efecto de tener la Comuna 10 al lado de la 11, debería actuar de manera positiva sobre ella, pero esto no parece ocurrir según los puntajes obtenidos. Por otro lado, es importante resaltar que los montos de inversión altos no necesariamente son un factor para mejorar la eficiencia, por el contrario, en este caso las tres Comunas con los puntajes más cercanos a la eficiencia cuentan con presupuestos a la educación más bajos que los de la mayoría. Entonces, la estrategia debe ser como invertir, no cuanto invertir en educación para llegar al mismo resultado: calidad educativa.

5.2. Efecto de las variables no discrecionales en la eficiencia

En esta sección se discuten los resultados del modelo de regresión truncada. Después de hacer las estimaciones del modelo de regresión tobit, se obtienen cuatro modelos que sirven para explicar el impacto de las variables no discrecionales en la eficiencia del gasto público en educación de las comunas. Cabe destacar, que el modelo 1 y modelo 3, son los modelos sin corregir, mientras que el modelo 2 y modelo 4 son los modelos corregidos por sesgos. Además, los regresores que se muestran en el cuadro 2, fueron elegidos partir de la revisión de otros estudios como Afonso y Aubyn (2006), Iregui-Bohórquez y cols. (2006), Galvis-Aponte (2015), Arias y Torres (2018) y los datos disponibles para esta investigación. En la interpretación del modelo se debe tener en cuenta que, cuando los coeficientes son negativos, existe una mejoría en la eficiencia por cada unidad adicional de la variable x , lo anterior se debe a que la eficiencia $\hat{\delta}_i \geq 1$ y entre más cercana a 1, más eficiente es. Por otro lado, en términos generales, cabe destacar que la corrección por bootstrap muestra estimaciones con grados de significancia menores que los de su contra parte. Esto se debe a que después de las dos mil iteraciones en el bootstrap, el modelo encuentra los resultados de $\hat{\beta}$ y $\hat{\sigma}_\epsilon$ ajustados, y por ende se obtienen resultados más robustos, corrigiendo problemas de correlación.

Ya a propósito del análisis, la variable ingreso, es ampliamente aceptada por la literatura como una de las variables no discrecionales más importantes a la hora de evaluar la eficiencia en educación (Afonso y Aubyn, 2006 y Arias y Torres, 2018). Para el caso de esta investigación, al estimar los cuatro modelos, se puede observar que en todos ellos la variable es significativa por lo menos al 5% y se obtienen coeficientes negativos con valores cercanos a cero, esto debido a que los valores de eficiencia tienen cambios pequeños por naturaleza y de esta manera las variables no necesitan tener coeficientes muy grandes para que los cambios se vean reflejados. Entonces, las comunas con un ingreso per cápita mayor tienen mejores puntajes de eficiencia, y por ende, mejores condiciones socioeconómicas que deberían generar mejores estándares educativos.

Respecto a la tasa de homicidios por cada cien mil habitantes, se observa que un homicidio más, genera un incremento en la variable dependiente de eficiencia, por lo cual, entre más homicidios haya en la comuna, más ineficiente será el presupuesto educativo sobre ella. Este resultado tiene sentido y se puede ver reflejado en otros artículos como Cole y Gramajo (2009) y Koppensteiner y Menezes (2019), donde los autores muestran la relación negativa que existe entre homicidios o violencia, y educación. Cabe destacar que la variable homicidios deja de ser significativa cuando se corrige en el modelo 2, esto hace pensar que la escasez de datos no permite encontrar una significancia mayor, lo que conlleva tener que descartar la variable Simar y Wilson (2007). Por último, en la variable instituciones educativas, se puede observar un coeficiente negativo y significativo en los cuatro modelos, con una significancia estadística de al menos el 10%. En este caso, entre mayor número de instituciones educativas tenga la comuna, mejor será el puntaje de eficiencia de la misma. A propósito de la literatura, en esta se ha debatido el efecto de los insumos sobre la eficiencia educativa y aunque hay resultados inconclusos, hay estudios que argumentan que las mejoras en material educativo o planta física tienden a mejorar la calidad en algunos casos (Glewwe y Kremer, 2006 y Cunningham y cols., 2019).

Cuadro 2:

Tabla de resultados del modelo tobit 2016-2017

	1	2	3	4
Ingreso per cápita(cientos de miles de pesos)	-6.37e-03 (0.000)***	-6.02e-03 (0.004)***	-6.83e-03 (0.000)***	-6.43e-03 (0.04)**
Homicidios	0.0009469 (0.000)***	0.0008916 (0.3)		
Instituciones educativas	-0.00425 (0.013)**	0.00449 (0.027)**	-0.00482 (0.017)**	-0.00517 (0.06)*
Intercepto	1.3252 (0.000)***	1.3455 (0.000)***	1.3602 (0.000)***	1.3675 (0.000)***
Observaciones	32	32	32	32

*p<0.1;**p<0.05;***p<0.01

Fuente: Elaboración propia.

6. Conclusiones

En este estudio fue estimada la eficiencia del gasto público en educación de la ciudad de Medellín, tomando como evidencia los resultados promedio de las pruebas Saber 11 de cada comuna durante el periodo 2016 al 2019. Para ello, fue utilizado un modelo de Análisis Envolventes de Datos (DEA), usando como único insumo el presupuesto destinado a educación para cada comuna y como producto los resultados promedios en las pruebas Saber 11. Además, en una segunda etapa, se procedió a la estimación de un tobit utilizando variables no discretas, como el ingreso per cápita, las instituciones educativas y la tasa de homicidios por cada cien mil habitantes, con el fin de encontrar el efecto que estas tenían sobre la eficiencia. Vale la pena mencionar que debido a la ausencia de datos del ingreso per cápita por comunas, esta última etapa solo pudo ser realizada para los años 2016 a 2017, impidiendo evaluar el impacto en años más recientes, pero dejando una posibilidad a futuros estudios en los cuales se pueda contar con la totalidad de los datos o un proxy de ellos.

Los resultados de la primera etapa indican que ninguna de las comunas de la ciudad es relativamente eficiente para ninguno de los años analizados. Sin embargo, la Comuna 11- Laureles Estadio es la más cercana a serlo con el puntaje más próximo a 1, y la cual según el modelo funciona como referencia para las demás comunas. Después le siguen la Comuna 14 – El Poblado y la Comuna 15 – Belén, las cuales al igual que la primera cuentan con la presencia de un mayor número de colegios privados y mejores condiciones socioeconómicas, por lo que su buen desempeño podría atribuirse a un intento de las instituciones públicas por ser equiparables con sus competidores en calidad educativa, lo que puede influir de manera indirecta en la eficiencia del gasto público y aportar al control de la asignación adecuada del presupuesto. Por otro lado, la Comuna 10 – La Candelaria es el territorio con los peores puntajes durante los cuatro años analizados, lo cual lanza un mensaje de alerta y hace necesario establecer estrategias de mejora sobre esta comuna para la asignación del gasto, ya que, a comparación de otras comunas con resultados poco satisfactorios, su presupuesto es bajo al igual que los puntajes que ha obtenido en las pruebas Saber 11 en los últimos años.

Respecto a los hallazgos del modelo de regresión truncada, la relación entre las variables seleccionadas y los puntajes de eficiencia fue la esperada. Un ejemplo de lo anterior, es la relación positiva que ejerce el ingreso sobre la eficiencia del gasto público, como había sido comprobado anteriormente en otras investigaciones y que hace necesario generar estrategias que a largo plazo promuevan no solo la inversión en educación, sino también el mejoramiento en las condiciones socioeconómicas de las comunas. Por otro lado, la inclusión de la tasa de homicidios refleja que puede llegar a ser un factor importante, ya que, las variables de crimen usualmente tienen un efecto negativo sobre la educación (Cole y Gramajo, 2009; Koppensteiner y Menezes, 2019), y para este caso se encontró que el puntaje de eficiencia estaba relacionado negativamente con el número de homicidios en la comuna. Por último, cabe destacar que las

comunas de la ciudad de Medellín son heterogéneas en cuanto a la cantidad de instituciones educativas se refiere, por lo que a pesar de que en este estudio se registran indicios de un efecto positivo sobre la eficiencia, es necesario que otros estudios determinen en que comunas o en qué casos se cumple que a mayor número de instituciones se vuelve una comuna más eficiente y en qué casos no es así.

Por último, durante el gobierno anterior, la Alcaldía de Medellín dentro de su plan de desarrollo “Medellín Cuenta Con Vos 2016-2019” lanzó la estrategia SaberES, la cual buscaba el mejoramiento de la calidad educativa de la ciudad a través de la gestión de distintos programas con los que se pretendía mejorar el desempeño de los estudiantes en pruebas estandarizadas de los estudiantes de instituciones educativas y facilitar su acceso a instituciones de educación superior (Secretaría de educación de Medellín, s.f). Para futuros estudios, sería interesante realizar una evaluación de impacto sobre este tipo de programas y la incidencia que han tenido en las diferentes comunas, utilizando a su vez la eficiencia del gasto público en educación con el fin de verificar su efectividad y lograr un panorama más amplio de lo que ocurre en la ciudad. Adicionalmente, durante este estudio hubo limitaciones de datos en cuanto a ciertas variables por la unidad de medida utilizada, sin embargo, se recomienda a futuras investigaciones verificar el efecto de otras variables sobre los puntajes de eficiencia de las comunas.

Agradecimientos

Nos gustaría agradecerle a la Universidad EAFIT por la formación brindada y permitirnos investigar temas relevantes para la sociedad. Por otro lado, agradecer a nuestro asesor Gustavo Adolfo García Cruz por todos los comentarios realizados previos a la entrega de este informe investigativo. Por último, a Medellín Como Vamos por habernos dado la oportunidad de ahondar sobre este tema y proveernos parte de los datos utilizados.

Referencias

- Afonso, A., y Aubyn, M. (2006). Cross-country efficiency of secondary education provision: A semi-parametric analysis with non-discretionary inputs. *Economic modelling*, 23(3), 476-491.
- Angelopoulos, K., Malley, J., y Philippopoulos, A. (2007). Public education expenditure, growth and welfare.
- Arias, J., y Torres, A. (2018). Economic efficiency of public secondary education expenditure: how different are developed and developing countries? *Desarrollo y Sociedad*(80), 119-154.
- Barrera, F., y Gaviria, A. (2003). Efficiency of colombian schools.
- Barrientos, C. (2020). Externalidades del gasto público destinado a la educación en el crecimiento económico. *Revista Innova Educación*, 2(1), 114-131.
- Barro, R. J. (1990). Government spending in a simple model of endogeneous growth. *Journal of political economy*, 98(5, Part 2), S103-S125.
- Benavides-Chamorro, D. (2013). Eficiencia del gasto público en educación en colombia. un análisis a nivel departamental para los años 2005 y 2010 (tesis de pregrado). *Universidad del Valle. Santiago de Cali*.
- Charnes, A., Cooper, W., y Rhodes, E. (1978). Measuring the efficiency of decision making units. *European journal of operational research*, 2(6), 429-444.
- Cole, J. H., y Gramajo, A. M. (2009). Homicide rates in a cross-section of countries: evidence and interpretations. *Population and Development Review*, 35(4), 749-776.
- Crouch, L., y Fasih, T. (2004). Patterns in educational development: Implications for further efficiency analysis. *World Bank, Human Development Network, Washington, DC*.
- Cunningham, C., Cunningham, S. A., Halim, N., y Yount, K. M. (2019). Public investments in education and children's academic achievements. *The Journal of Development Studies*, 55(11), 2365-2381.
- DANE, y DNP. (2012). Misión para el empalme de las series de empleo, pobreza y desigualdad.
- Departamento Administrativo de Planeación, D. (2021). Ingreso per cápita promedio de la unidad de gasto.
- Epele, N., Chalela, L., y Puig, J. (2013). Gasto público en educación: explorando la eficiencia relativa de los gobiernos subnacionales argentinos. *Anales de las XLVIII Jornadas de la AAEP, Santa Fe*.
- Galvis-Aponte, L. A. (2015). La eficiencia del gasto público en educación en colombia. *Economía Región*, 9(2), 75-98.
- Gaviria, A., y Barrientos, J. (2001). Calidad de la educación y rendimiento académico en bogotá. *Coyuntura social*, 24, 111-127.
- Glewwe, P., y Kremer, M. (2006). Schools, teachers, and education outcomes in developing countries. *Handbook of the Economics of Education*, 2, 945-1017.
- Gutiérrez-Garrido, F. M., y Acuña-Duarte, A. A. (2019). Gasto municipal en educación y su efecto en la distribución de ingresos a nivel local en chile. *Ecos de Economía*, 23(49), 4-28.
- Herrera, S., y Pang, G. (2005). *Efficiency of public spending in developing countries: an efficiency frontier approach* (Vol. 3645). World Bank Publications.
- ICFES. (2021). Resultados pruebas saber 11 instituciones educativas. Descargado de <https://www.icfes.gov.co/resultados-saber>
- Iregui-Bohórquez, A. M., Melo-Becerra, L. A., y Ramos-Forero, J. E. (2006). Evaluación y análisis de eficiencia de la educación en colombia. *Borradores de Economía*(381).
- Jiménez, R. S. (2019). Eficiencia de la inversión pública en la educación en cartagena de indias dt y c. colombia (tesis de pregrado). *Universidad de Cartagena. Cartagena de Indias*.
- Koppensteiner, M. F., y Menezes, L. (2019). Violence and human capital investments.
- León, G., y Gutiérrez, H. B. (2015). Inversión pública en colombia y sus efectos sobre el crecimiento y la convergencia departamental. *Dimensión Empresarial*, 13(1), 57-72.
- Martič, M., Novakovič, M., y Baggia, A. (2009). Data envelopment analysis-basic models and their utilization. *Organizacija: Journal of Management, Informatics and Human Resources*, 42(2), 37-43.
- MEDData. (2021). Inversión por comunas y corregimientos medellín. Descargado de [Medata.gov.co](https://www.medata.gov.co)
- Moraes, J., Manoel, M. V., Dias, B. F. B., y Mariano, S. R. H. (2020). Organizational practices in high performance public schools in brazil. *REICE: Revista Iberoamericana sobre Calidad, Eficacia y Cambio en Educación*, 18(1), 5-25.
- ONU. (2021). Educación de calidad: ¿por qué es importante? Descargado de https://www.un.org/sustainabledevelopment/es/wp-content/uploads/sites/3/2016/10/4.Spanish.Why_it_Matters.pdf

- Outeiro, G. M., Oliveira, L., y Oliveira, L. A. (2020). Comparative analysis on the efficiency of public expenditure in education in municipalities of southeast par . *Refas-Revista Fatec Zona Sul*, 6(3), 1-12.
- Piñeros, J. D. (2010). Descentralización, gasto público y sistema educativo oficial colombiano: un análisis de eficiencia y calidad (tesis de maestr a). *Universidad Nacional de Colombia. Bogotá*.
- Romer, P. M. (1994). The origins of endogenous growth. *Journal of Economic perspectives*, 8(1), 3-22.
- Secretaría de educación de Medellín, s. (s.f). Saberes. Descargado de <https://testing.medellin.edu.co/saberes>
- Simar, L., y Wilson, P. W. (2007). Estimation and inference in two-stage, semi-parametric models of production processes. *Journal of econometrics*, 136(1), 31-64.
- Sobhee, S. K. (2006). On the efficiency and equity effects of public sector investment in education in mauritius. *Canadian Journal of Development Studies/Revue canadienne d' tudes du développement*, 27(3), 353-364.
- Subdirecci n de Información, M. (2021). Tasa de homicidios por cada cien mil habitantes.

7. Anexos

Cuadro 3:

Descripción de variables utilizadas

Clasificación	Variable	Origen	Descripción de la variable	Cálculo
Crimen	Homicidios por cada cien mil habitantes (Anual)	Subdirección de Información (2021) - Municipio de Medellín. Cortesía de Medellín Como Vamos	Número de asesinatos por cada cien mil habitantes en las comunas	Número de homicidios cometidos en un año dividido entre el número de habitantes de la comuna y multiplicado por cien.
Educación	Instituciones educativas	Elaboración propia con base en datos de la Alcaldía de Medellín	Número de instituciones oficiales por comuna. No est�n incluidas las que son administradas por privados pero financiadas por el Estado	Fueron calculadas a partir de las instituciones que reportaron matriculados desde el 2016 en cualquier grado que tuvieran habilitado y filtradas según la comuna de ubicación. El margen de error esta entre más menos una institución, sin embargo, se mantienen cerca del reporte general de las existentes en Medellín. Además, puede haber variaciones debido a que algunas tienen doble sede.
Monetaria	Presupuesto destinado a educación	MEDData (2021)	Suma de dinero destinada por el municipio en miles de millones de pesos. Para el caso de estudio fueron eliminados rubros referentes a educación superior y primera infancia.	Suma de los rubros reportados. En la mayor parte de las comunas corresponde a gastos administrativos, mejoras estructurales y programas de apoyo a la educación.
Educación	Puntajes Promedio Pruebas Saber 11	ICFES (2021). Cortesía de Medellín Como Vamos	Puntaje promedio obtenido por los estudiantes de instituciones públicas de cada comuna de la ciudad	Promedio simple de los resultados
Monetaria	Ingreso per-cápita promedio de la unidad de gasto	Departamento Administrativo de Planeación (2021) con base a la Gran Encuesta Integrada de Hogares (GEIH). Cortesía de Medellín Como Vamos	Valor del ingreso corriente disponible de la unidad de gasto imputado por la propiedad de la vivienda, y dividido por el número de personas que la conforman DANE y DNP (2012).	Promedio de los datos obtenidos entre los encuestados por comuna

Fuente: Elaboración propia.

Cuadro 4:

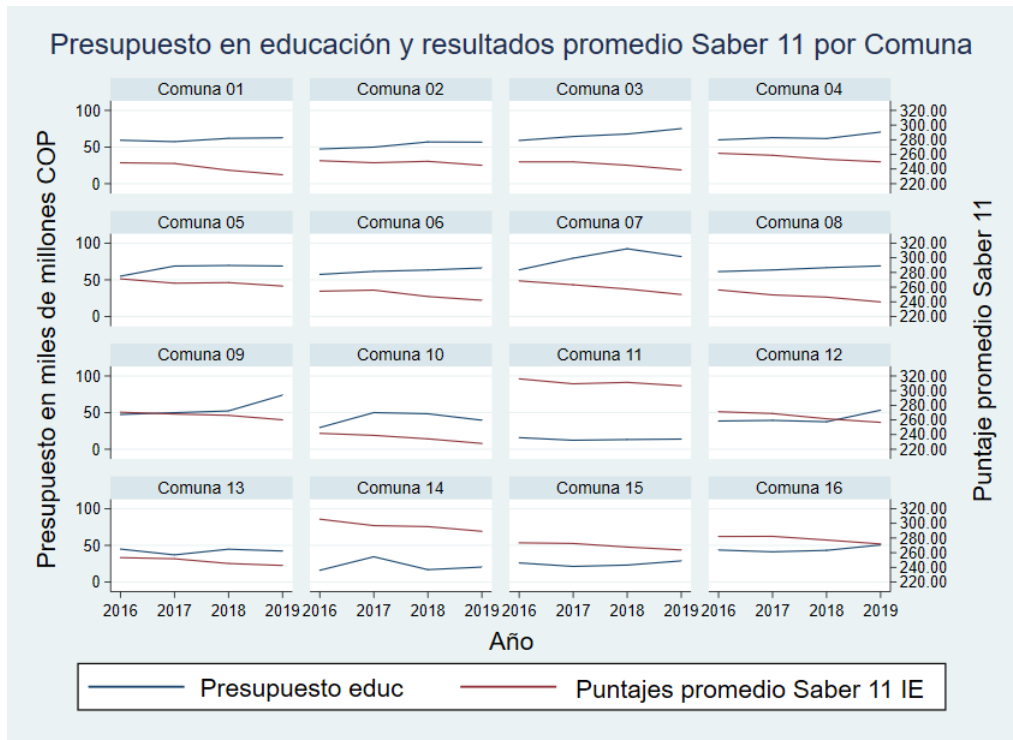
Resumen de rubros de inversión en educación

Rubros
Adecuación y mantenimiento de infraestructura educativa
Aportes para la gratuidad educativa
Apoyo administrativo a instituciones educativas
Atención a poblaciones con necesidades educativas especiales, discapacidad y talentos excepcionales
Atención integral a la primera infancia en educación inicial y apoyo a los procesos pedagógicos en la educación básica y secundaria
Contratación de la prestación de servicios educativos
Desarrollo de estrategias para la inclusión en el sistema escolar
Desarrollo de estrategias para la permanencia en el sistema escolar y PAE
Desarrollo humano y bienestar laboral de maestros, maestras y directivos
Desarrollo institucional para fortalecer la gestión educativa
Desarrollo plan de lectura y bibliotecas escolares
Desarrollo y fortalecimiento de las capacidades cognitivas
Dotación de Mobiliario escolar
Dotación en las instituciones públicas
Educación con pertinencia y calidad para estudiantes
Educación de calidad para los habitantes (diferentes comunas)
Estrategias para el acceso y la permanencia en la educación de los niños, niñas y jóvenes
Formación de docentes, agentes educativos y estudiantes
Formación para la evaluación por competencias
Fortalecimiento a la educación formal
Fortalecimiento de la escuela como entorno protector
Fortalecimiento de las tecnologías de la información
Fortalecimiento institucional para la descentralización educativa
Fortalecimiento institucional, asesoría pedagógica y planes de mejoramiento
Fortalecimiento y continuidad de prácticas ambientales y educación complementaria
Implementación de bachillerato internacional
Implementación de la educación complementaria
Implementación de planes de desarrollo educativos
Insuficiencia en la calidad educativa
Jornada complementaria
Laboratorio de la calidad de la educación
Mejoramiento de la calidad educativa (múltiples acciones)
Olimpiadas del conocimiento
Pago de arrendamientos de inmuebles para instituciones educativas
Pago de estímulos a docentes catorcenales
Pago de personal docente
Pago de servicios públicos de instituciones educativas
Pago del personal administrativo de instituciones educativas
Premios Ciudad de Medellín a la calidad de la educación
Promoción y apoyo a los procesos pedagógicos en las instituciones educativas

Fuente: Elaboración propia.

Figura 4:

Evolución de la Inversión pública en educación y resultados promedio de las pruebas Saber 11 por Comuna 2016 - 2019



Fuente: Elaboración propia.

Cuadro 5:

Resultados de la estimación del modelo DEA sin corrección

DMU	2016	2017	2018	2019	Ranking 2016	Ranking 2019	Variación 2016 - 2019
Comuna 1- Popular	1.271576569	1.276607478	1.32595875	1.360867432	15	15	7.02 %
Comuna 2 - Santa Cruz	1.257398217	1.271506852	1.2617764	1.289798653	13	10	2.58 %
Comuna 3 - Manrique	1.265708915	1.265631313	1.289111804	1.323700998	14	14	4.58 %
Comuna 4 - Aranjuez	1.208773058	1.221618212	1.248049767	1.265148889	9	9	4.66 %
Comuna 5 - Castilla	1.164806114	1.19092238	1.187317093	1.208813138	5	5	3.78 %
Comuna 6 - Doce de Octubre	1.242360867	1.234847695	1.278642325	1.305300094	11	12	5.07 %
Comuna 7 - Robledo	1.177028082	1.200817188	1.227628923	1.264128047	8	8	7.40 %
Comuna 8 - Villa Hermosa	1.233597505	1.267369338	1.282974963	1.318048441	10	13	6.85 %
Comuna 9 - Buenos Aires	1.168536588	1.178976219	1.187251146	1.214897354	7	6	3.97 %
Comuna 10 - La Candelaria	1.307875994	1.322851147	1.349623993	1.386557077	16	16	6.02 %
Comuna 11 - Laureles Estadio	1	1	1	1.019418276	1	1	1.94 %
Comuna 12 - La América	1.165495063	1.176367609	1.208456267	1.231506893	6	7	5.66 %
Comuna 13 - San Javier	1.247928713	1.255583471	1.288694282	1.302823486	12	11	4.40 %
Comuna 14 - El Poblado	1.033724826	1.06434704	1.069282996	1.092881651	2	2	5.72 %
Comuna 15 - Guayabal	1.155774632	1.1594978	1.180832994	1.198340278	4	4	3.68 %
Comuna 16 - Belén	1.120468772	1.119583182	1.139847743	1.162481233	3	3	3.75 %

Fuente: Elaboración propia.

Cuadro 6:

Resultados de la estimación del modelo DEA corregido

DMU	2016	2017	2018	2019	Ranking 2016	Ranking 2019	Variación 2016-2019
Comuna 1- Popular	1.285374193	1.291023833	1.339707594	1.374848185	15	15	6.96 %
Comuna 2 - Santa Cruz	1.276481799	1.2890689	1.276161327	1.304591788	13	10	2.20 %
Comuna 3 - Manrique	1.279527488	1.278416851	1.301813549	1.336437634	14	14	4.45 %
Comuna 4 - Aranjuez	1.221763387	1.234141084	1.261026788	1.277467654	9	9	4.56 %
Comuna 5 - Castilla	1.178763222	1.20258754	1.198910217	1.220650135	4	4	3.55 %
Comuna 6 - Doce de Octubre	1.256382348	1.247724843	1.291673974	1.318302321	11	11	4.93 %
Comuna 7 - Robledo	1.189004371	1.212290335	1.239271006	1.27617366	6	8	7.33 %
Comuna 8 - Villa Hermosa	1.246519033	1.280275933	1.295715999	1.330947775	10	13	6.77 %
Comuna 9 - Buenos Aires	1.18618203	1.19527045	1.202544384	1.22662159	5	5	3.41 %
Comuna 10 - La Candelaria	1.35370014	1.341052841	1.369296975	1.415667542	16	16	4.58 %
Comuna 11 - Laureles Estadio	1.083124697	1.171032324	1.120331527	1.124444024	1	1	3.81 %
Comuna 12 - La América	1.191419377	1.201361475	1.236765074	1.24690886	7	7	4.66 %
Comuna 13 - San Javier	1.268627122	1.285704132	1.310210222	1.326984839	12	12	4.60 %
Comuna 14 - El Poblado	1.117744194	1.093703524	1.149109688	1.156251554	2	2	3.45 %
Comuna 15 - Guayabal	1.204398628	1.222615653	1.23885644	1.241978943	8	6	3.12 %
Comuna 16 - Belén	1.140084618	1.141393489	1.160163202	1.178200772	3	3	3.34 %

Fuente: Elaboración propia.