

## ***IR & FX Linked Note para inversionistas colombianos***

**Julián Esteban Restrepo Montoya**

[jrestr62@eafit.edu.co](mailto:jrestr62@eafit.edu.co)

### **Resumen**

Los Productos Estructurados son instrumentos financieros que son construidos para cumplir ciertas condiciones y objetivos de rentabilidad y riesgo que tenga su operador o inversionista. Este documento presenta la construcción de un producto estructurado de tasas de interés y tasa de cambio (IR & FX por sus siglas en inglés) para inversionistas Colombianos, que maximiza la rentabilidad y garantiza la protección del capital. La construcción de este instrumento se realiza a través de la inversión en el Mercado de renta fija internacional, Operación en el mercado a plazo y de opciones sobre la tasa de cambio peso colombiano (Cop) por dólar (Usd). Además de esto, se presenta la metodología de valoración y cálculo de probabilidad del mismo, anexando un ejercicio práctico que presentan los resultados del instrumento y finalmente conclusiones y recomendaciones para la aplicación del mismo. En definitiva se encuentra un producto que puede modificar la forma de estructurar inversiones en Colombia, abriendo espacio para nuevos instrumentos que potencialicen los rendimientos y controlen los riesgos de una inversión.

**Palabras clave:** Productos Estructurados, Derivados Financieros, Estrategias de Inversión, *IR & FX Linked Notes*.

### ***Abstract***

*Structured products are financial instruments that are built to meet certain conditions and objectives of their operator or investor in terms of return and risk. This paper presents the construction of a structured product of interest rate (IR) and foreign exchange (FX) to colombian investors, maximizing return and capital protection guarantees. The construction of this instrument is done through investing in the international bond market, including operation in forward and options exchange rate Colombian peso to dollar market. Besides this, the valuation methodology and calculation of probability of this is manifest, appending a practical exercise presenting the results of the instrument and finally the conclusions and recommendations to implement the product. Definitely there is a product that can change the way of structuring investments in Colombia, making room for new instruments potentializing yields and control risks of an investment.*

**Keywords:** *Structured Products, Financial Derivatives, Investment Strategies, IR & FX Linked Notes.*

## 1 Introducción

Según (Fabozzi, Davis, & Choudhry, 2006) la definición de productos estructurados es amplia y variable y en muchas ocasiones no todas las personas están de acuerdo con la misma. Sin embargo estos proponen que los instrumentos Estructurados implican técnicas empleadas con el objetivo de satisfacer las necesidades de un operador o del propietario de un activo, en relación al fondeo, liquidez, transferencias de riesgo o cualquier otra necesidad que no puede ser satisfecha por un instrumento existente en el mercado. Por lo tanto, para satisfacer esta necesidad, las técnicas y los productos existentes, deben ser modificados y acoplados en uno nuevo hecho a la medida.

(Mascareñas, 1995) realiza una segmentación de los tipos de productos estructurados en términos de generaciones y establece tres tipos: primera, segunda y tercera generación. Los de la primera cuentan en su estructura un índice de tipos de interés variable, la fecha de vencimiento del índice de tipos de interés variable debe coincidir con la frecuencia de los pagos y liquidaciones del producto estructurado, el índice de tipos variables debe estar referenciado en la misma moneda en la que se denomina el producto estructurado y El producto estructurado puede contener *caps* y/o *floors* sobre el índice subyacente pero no opciones exóticas o no convencionales. En los de segunda, las fechas de liquidación del índice y del producto no coinciden, el interés pagado por el activo financiero es función de la combinación de varios índices, se incluyen opciones exóticas, el índice o índices utilizado como referencia no tienen por qué estar denominados en la misma moneda que los cupones pagados y generalmente tiene altos niveles de apalancamiento. Finalmente en los de tercera, los cupones son indexados en divisas o a activos físicos o ligados a índices de renta variable o de renta fija.

En (Narayanaswamy, 2006) , (MTN-i, 2014) y (Bloomberg Briefs 03.20.14, 2014) se presenta como a nivel internacional esta área se encuentra bastante desarrollada, en donde el sector financiero emite y comercializa de manera masiva este tipo de instrumentos. En Colombia la situación del mercado financiero es distinta, este es dominado por los activos en renta fija, operaciones en el mercado al contado (*Spot*) y los derivados apenas presentan un leve apetito según (Uribe Escobar, 2011).

Entendiendo lo presentado, en Colombia un inversionista solo tendría la oportunidad de realizar inversiones en los mercados financieros tradicionales utilizando instrumentos de Renta Fija, Acciones, Divisas y Futuros, de manera separada y no un producto que le permita controlar a su gusto niveles de riesgo y de rentabilidad en sus inversiones.

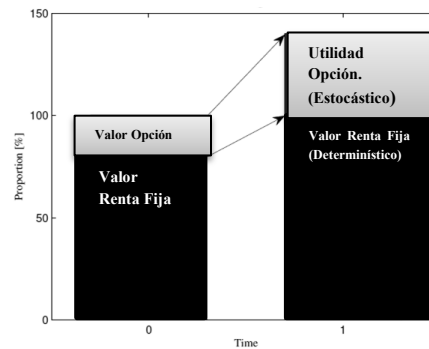
Como solución a lo anterior, el objetivo de este documento es crear un Instrumento de segunda generación, que le permita al inversionista local realizar operaciones de manera controlada en rentabilidad y riesgo, generando mejoras en esta relación, con respecto a lo que ofrece el mercado financiero colombiano de manera particular. Por tanto y buscando cumplir el objetivo, el instrumento tendrá exposición al comportamiento de la renta fija cero cupón a nivel internacional en dólares, que la fecha de vencimiento del activo cero cupón coincida con el momento de liquidación del producto estructurado, que tenga exposición a la volatilidad del mercado de la tasa de cambio peso colombiano (Cops) por dólar (Usd) a través de operaciones a plazo (*forward*) y con opciones estándar (*plain vanilla*) de tipo europeo y que finalmente la liquidación de utilidades se realice en pesos colombianos. Utilizando las herramientas que actualmente poseería cualquier inversor nacional, a través de los productos que en estos momentos se ofrecen en el mercado financiero colombiano. Presentando también una metodología para su valoración y el cálculo de probabilidad de éxito.

En el segundo capítulo del documento se presenta como se compone el producto, que posiciones deben realizarse, como es la liquidación de utilidades y el comportamiento del mismo en términos de rentabilidad y riesgo. Posteriormente, en la sección tres se presenta la metodología para la valoración del instrumento,

aplicando los conceptos y teorías de valoración de opciones de (Black & Scholes, 1973) (Merton, 1973) y posteriormente ajustadas para la operación con opciones sobre tasas de cambio por (Garman & Kohlhagen, 1983). En el cuarto apartado se describe el procedimiento para el cálculo de probabilidad de éxito del producto. En el quinto capítulo se presentan a través de un caso práctico los escenarios de posibles resultados, valoración del producto bajo unos supuestos establecidos y la probabilidad de éxito del ejercicio. Finalmente, en la sección seis se presentan las conclusiones y recomendaciones para la implementación del producto.

## 2 Construcción del Producto Estructurado

En (Hveem, 2011) se define que la forma más común para la construcción de un producto estructurado es la combinación de un bono cero cupón y una opción. Los tipos de opciones utilizados varían y usualmente se utilizan opciones *plain vanilla* sobre cierto índice, acción ó moneda. Estos activos normalmente son llamados *Equity Linked Notes (ELN)* y como solo la opción está expuesta al mercado, los instrumentos son normalmente con el capital garantizado. En este caso se llamará *IR & FX Linked Notes*, porque no serán sobre acciones (*Equity*), sino sobre tasas de interés (*Interest Rates-IR*) y tasas de cambio (*Foreign Exchange-FX*).



**Figura 1.** Estructura de un producto estructurado, el tiempo  $t = 0$  es el momento de la emisión y  $T = 1$  es el tiempo del vencimiento, el pago del bono es determinístico y el pago de la opción es estocástico. Fuente: (Hveem, 2011)

Según (Hveem, 2011) el mayor valor del producto estructurado es contribuido por el bono cero cupón y la relación entre el monto invertido en el instrumento cero cupón y la opción depende del precio en el cual es emitido el título. Por tanto en momentos en donde se presenten tasas de interés bajas, el monto disponible para la inversión en opciones podría ser relativamente bajo y se puede complicar el esquema de estructuración, al solo poder comprar opciones muy fuera del dinero (*Out the money -OTM*) o existe la alternativa de no garantizar el capital al 100% sino algo menor. Esto con el fin de poder tener mayor cantidad de recursos para la adquisición de opciones que estén en el dinero (*At The Money-ATM*) o dentro del dinero (*In The Money-ITM*) y que el instrumento tenga mayor probabilidad de éxito.

Para la construcción del producto, involucraremos la operación en 4 mercados diferentes en un mismo momento y con igual vencimiento, combinando operaciones con perfil especulador y coberturista con el objetivo de poder definir una rentabilidad mínima posible, protegiendo el capital y teniendo la posibilidad de obtener rentabilidades diferenciales. Los mercados en los que se operará son los siguientes:

- Cambiario Cops por Usd al contado (*Spot*).
- Renta fija internacional cero cupón.
- *forward* en el mercado cambiario Cops por Usd.
- Opciones *plain vanilla* europeas en el mercado cambiario Cops por Usd.

## 2.1 Componentes del producto estructurado.

Posición larga especulativa de contado (Spot) en el mercado cambiario Cops por Usd. Esta operación tiene como objetivo pasar la cantidad de pesos colombianos que se tienen disponibles ( $Vnom_{Cops_0}$ ) para la operación, a dólares ( $Vnom_{Usd}$ ), a través de la tasa de cambio *spot* que se encuentre en el momento inicial del producto ( $Spot_{Cops/Usd_0}$ ) y poder realizar las inversiones en el mercado de renta fija internacional cero cupón.

$$Vnom_{Usd} = \frac{Vnom_{Cops_0}}{Spot_{Cops/Usd_0}} \quad (1)$$

Posición larga especulativa en el mercado de renta fija internacional cero cupón calificado AAA. En esta negociación se busca realizar una inversión que permita obtener los recursos necesarios para fondear la operación con opciones que generará la palanca de rentabilidad sobre el capital.

No se invertirá todo el capital en dólares obtenido por la compra en el mercado *Spot* de tasa de cambio de pesos colombianos por dólar ( $Vnom_{Usd}$ ), sino que solo se invertirá el precio en el momento inicial ( $P_0$ ) de un título de renta fija internacional cero cupón o un certificado de depósito (*Cd*) calificado AAA, el cual según (Fabozzi, 2003) es hallado trayendo a valor presente el valor nominal disponible en dólares ( $Vnom_{Usd}$ ) con la tasa de interés de mercado ( $r_n$ ) para inversiones al plazo definido ( $n$ ), de tal manera que al vencimiento del producto obtengamos el mismo monto de valor nominal ( $Vnom_{Usd}$ ) y nos quede disponible una parte del capital inicial que será invertido en opciones *Call* ó *Put* ( $O_{C-P}$ ) sobre la tasa de cambio peso colombiano por dólar. Finalmente, tendremos un porcentaje del valor nominal en dólares ( $Vnom_{Usd}$ ) que será invertido en un *Cd* ( $\%P_0$ ) y otro que se utilizará comprando una opción sobre la tasa de cambio Cops por Usd ( $\%O_{C-P}$ ).

$$P_0 = Vnom_{Usd} \left[ \frac{1}{(1+r_n)^n} \right] \quad (2)$$

$$O_{C-P} = Vnom_{Usd} - P_0 \quad (3)$$

$$\%P_0 = \frac{P_0}{Vnom_{Usd}} \quad (4)$$

$$\%O_{C-P} = \frac{O_{C-P}}{Vnom_{Usd}} \quad (5)$$

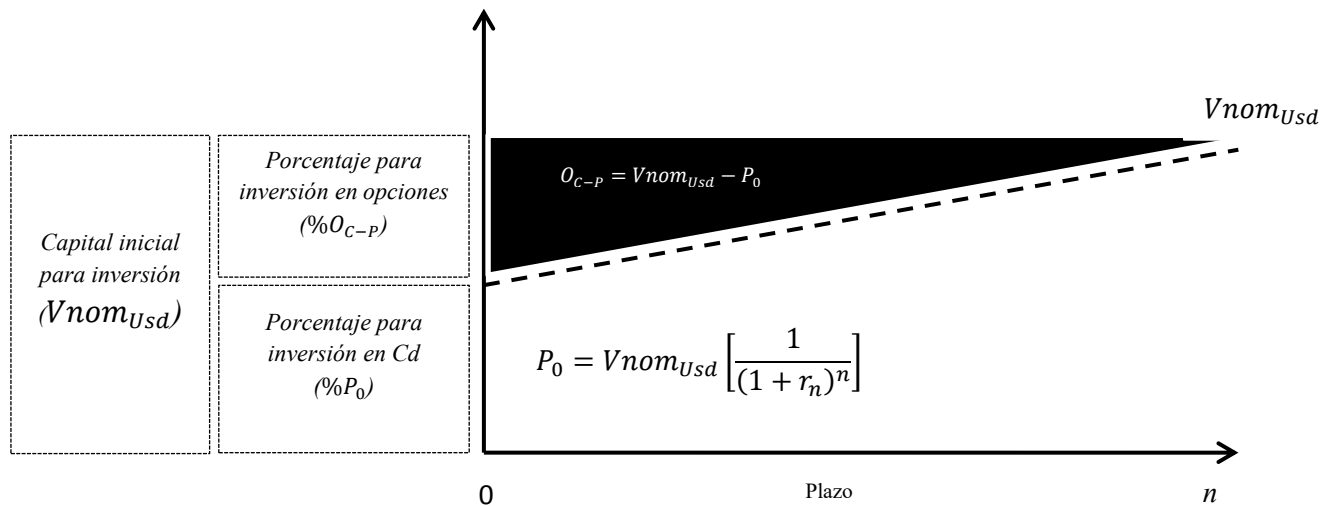


Figura 2. Estructura de Inversión. Fuente: Elaboración Propia

Posición corta coberturista en el mercado de forward en el mercado de tasa de cambio Cops por Usd. En esta operación se busca cubrir el precio al que se venderá el valor nominal en Usd ( $Vnom_{Usd}$ ) en el momento  $n$ , para obtener finalmente su valor correspondiente en Cops ( $Vnom_{Cops_n}$ ). Es decir se buscará cubrirse y asegurar una devaluación ( $Dev_{bid}$ ) que permita tener una utilidad fija para el peor escenario que se pueda presentar en la simulación de rentabilidades del producto. Para esto se recurrirá al mercado *forward* Cops por Usd y se negociará una tasa de cambio para el momento  $n$ . Esta negociación se realizará a través de un Intermediario del Mercado Cambiario (*IMC*) que opere dentro del país y con el cual se deberá contar con un cupo disponible para realizar operaciones de derivados lo suficientemente amplio como para ejecutar la negociación del valor nominal al final del plazo.

Aplicando la metodología de (Hull, 2012) pero en términos discretos, debido a que así operan los *IMC* en Colombia para determinar los precios de los contratos *forward* sobre divisas, presentado en (Brijaldo Rojas & Stozitzky Otalora, 2004) y explicado a nivel internacional por (Knop, 2013).

El precio del *forward* para el momento  $n$  ( $fwd_{Cops/Usd_n}$ ) corresponde a llevar al tiempo  $n$  la tasa de cambio *spot* que se encuentre en el momento inicial del producto ( $Spot_{0Cops/Usd}$ ) a través de la tasas de devaluación de compra ( $Dev_{bidCops/Usd}$ ) que se encuentre en ese momento operando en el mercado. Esta tasa es equivalente a la diferencia que hay entre las tasas a la cual el *IMC* se podrá endeudar e invertir los recursos que administra para el tiempo  $n$ . Para este caso se endeudará a la tasa de interés en Usd ( $r_{Usd}$ ) por la cantidad de dólares necesarios para comprar a la tasa  $Spot_{0Cops/Usd}$  los pesos colombianos correspondientes, que serán invertidos a la tasa de interés en Cops ( $r_{Cops}$ ) para el periodo  $n$ . Esta diferencia de tasas de interés menos un margen de intermediación bancario (*Mib*) arrojará la tasa de devaluación que se utilizará para definir la cantidad de Cops a entregar al vendedor de Usd, que corresponderá a la tasa de cambio negociada a futuro  $fwd_{Cops/Usd_n}$  multiplicada por  $Vnom_{Usd}$ , lo cual finalmente arrojará el valor correspondiente en Cops ( $Vnom_{Cops_n}$ ) en el momento  $n$ .

$$fwd_{Cops/Usd_n} = Spot_{Cops/Usd_0} \times \left(1 + Dev_{bidCops/Usd}\right)^n \quad (6)$$

$$Dev_{bidCops/Usd} = \left[ \frac{(1+r_{Cops})}{(1+r_{Usd}) \times (1+Mib)} \right] - 1 \quad (7)$$

$$Vnom_{Cops_n} = Vnom_{Usd} \times fwd_{Cops/Usd_n} \quad (8)$$

Posición larga especulativa en el mercado de opciones *plain vanilla* de tipo europeo en el mercado de tasa de cambio Cops por Usd. Con base en los recursos que quedan disponibles del capital inicial, luego de la inversión en *Cd* ( $O_{C-P}$ ), se realizará una compra de una opción *Put* ó *Call Plain Vanilla* europea *Non Delivery* o sin entrega sobre el dólar, cuyo costo máximo sea  $O_{C-P}$ , deberá tener el mismo vencimiento que las operaciones anteriores y el capital sobre el cual se realizará la operación ( $Vnom_{Opción}$ ) dependerá de los precios de las opciones que  $O_{C-P}$  pueda comprar.

El producto se establecerá con opciones europeas. Debido a que si se realiza con otro tipo, el producto sufrirá variaciones en el sentido que toda la estructura no tendrá el mismo vencimiento y no sería posible garantizar el capital, ni algún tipo o nivel de rendimiento.

La operación se realizará en términos *Non Delivery*, debido a que no es de interés recibir el valor total del nominal de la cobertura, sino la diferencia entre la *TRM* en  $n$  (Tasa Representativa del Mercado, calculada el día de la valoración y publicada por la Superintendencia Financiera de Colombia), denotada por

$Spot_{Cops/Usd_n}$  y el precio de ejercicio de la opción ( $X_{Cops/Usd}$ ) establecido ó pactado anteriormente, multiplicado por el capital sobre el cual se realizó la negociación ( $Vnom_{OpciónUsd}$ ), con el fin de obtener la utilidad de este instrumento ( $U_{Opción}$ ).

Tomando las liquidaciones de utilidad de este instrumento ( $U_{Opción}$ ), definidas en (Bateson, 2011). Establecemos que en caso de adquirirse una opción *call*, esta le permite al comprador ejercer el derecho de obtener el activo subyacente a un valor pre negociado llamado precio de ejercicio ( $X_{Cops/Usd}$ ) en la fecha de vencimiento. Siempre y cuando en el momento  $n$   $Spot_{Cops/Usd_n} > X_{Cops/Usd}$ , de lo contrario esta expirara sin ser ejercida. Este tipo de opción es útil para un inversionista que opina que el mercado va al alza y siente que el activo subyacente incrementará su valor por encima de  $X_{Cops/Usd}$  para el momento del ejercicio de la opción.

$$U_{Opción Call} = Max(Spot_{Cops/Usd_n} - X_{Cops/Usd}, 0) \times Vnom_{OpciónUsd} \quad (9)$$

Por otro lado, el comprador de una opción *put* tiene el derecho de vender el activo subyacente al  $X_{Cops/Usd}$  en la fecha de vencimiento y esto se aplicará cuando en el momento  $n$   $X_{Cops/Usd} > Spot_{Cops/Usd_n}$ , de lo contrario no será atractivo para el tenedor ejercer la opción y está no será ejecutada. Este tipo de opción a diferencia de la anterior, será interesante para un inversionista que tiene una perspectiva a la baja del mercado y ve que el activo subyacente caerá por debajo de  $X_{Cops/Usd}$  para el vencimiento de la opción.

$$U_{Opción Put} = Max(X_{Cops/Usd} - Spot_{Cops/Usd_n}, 0) \times Vnom_{OpciónUsd} \quad (10)$$

Según lo anterior, la selección del tipo de opción o estrategia a utilizar dependerá del análisis de la serie de datos y de su esperanza de tendencia, definiendo una expectativa de volatilidad y tendencia para el comportamiento de la tasa de cambio peso colombiano por dólar para el momento  $n$ , el cual es el subyacente de las opciones a tomar. El objetivo en este caso es que haya una alta probabilidad de que la opción se ejerza al vencimiento, debido a que si se ejerce, la rentabilidad del producto crecería exponencialmente y sin límite. En caso contrario, la opción ó estrategia expirará sin ser ejercida y la máxima perdida será la prima cancelada, la cual equivale al capital disponible para la inversión en opciones  $O_{C-P}$ .

## 2.2 Análisis de Utilidad.

La utilidad del producto estructurado ( $U_{PE}$ ) estaría en función de la liquidación de la operación de cobertura del valor nominal en dólares  $Vnom_{Usd}$ , multiplicada por la tasa de cambio negociada a futuro  $fwd_{Cops/Usd_n}$  más la liquidación de la opción escogida para la construcción del producto. Que para el caso de la *Call* compradora, si la *TRM* al vencimiento ( $Spot_{Cops/Usd_n}$ ) es mayor que el precio de ejercicio ( $X_{Cops/Usd}$ ), se obtendrá un beneficio adicional al logrado, equivalente a la diferencia entre  $Spot_{Cops/Usd_n}$  y  $X_{Cops/Usd}$ , multiplicada por el capital sobre el cual se realizó la negociación de opciones ( $Vnom_{OpciónUsd}$ ); de lo contrario la utilidad del instrumento únicamente será la liquidación de la operación del *forward*, definida por  $Vnom_{Cops_n}$  y finalmente menos la cantidad de pesos colombianos disponibles inicialmente para la inversión ( $Vnom_{Cops_0}$ ).

De manera contraria, para las posiciones largas en opciones *Put*, si la *TRM* al vencimiento ( $Spot_{Cops/Usd_n}$ ) es menor que el precio de ejercicio ( $X_{Cops/Usd}$ ), se obtendrá un beneficio adicional al logrado, dado por la resta entre  $X_{Cops/Usd}$  y  $Spot_{Cops/Usd_n}$  y multiplicado por  $Vnom_{OpciónUsd}$ ; de lo contrario, de igual manera de la *Call*

la utilidad será la liquidación del *forward* menos la cantidad de pesos colombianos disponibles inicialmente para la inversión ( $Vnom_{Cops_0}$ ).

$$U_{PE_{Call}} = Vnom_{Cops_n} + U_{Opción\ Call} - Vnom_{Cops_0} \quad (11)$$

$$U_{PE_{Call}} = (Vnom_{Usd} \times fwd_{Cops/Usd_n}) + [Max(Spot_{Cops/Usd_n} - X_{Cops/Usd}, 0) \times Vnom_{OpciónUsd}] - Vnom_{Cops_0} \quad (12)$$

$$U_{PE_{Put}} = Vnom_{Cops_n} + U_{Opción\ Put} - Vnom_{Cops_0} \quad (13)$$

$$U_{PE_{Put}} = (Vnom_{Usd} \times fwd_{Cops/Usd_n}) + [Max(X_{Cops/Usd} - Spot_{Cops/Usd_n}, 0) \times Vnom_{OpciónUsd}] - Vnom_{Cops_0} \quad (14)$$

### 2.3 Análisis de Rendimiento.

Según la metodología de (Kolb, 1999) para el cálculo del rendimiento de instrumentos en términos efectivos anuales. Se define el siguiente método, que estará definido por la división entre la utilidad obtenida para el caso de la *Call*  $U_{PE_{Call}}$  o de la *Put*  $U_{PE_{Put}}$  sobre la cantidad de pesos colombianos disponibles inicialmente para la inversión  $Vnom_{Cops_0}$ , llevado a términos efectivos anuales de 365 días y finalmente multiplicado por 100%.

$$R e. a_{PE_{Call}} = \left[ \left( 1 + \frac{U_{PE_{Call}}}{Vnom_{Cops_0}} \right)^{\frac{365}{n}} - 1 \right] \times 100\% \quad (15)$$

$$R e. a_{PE_{Call}} \left\{ \begin{array}{l} \text{Si } \frac{Spot_{Cops}}{Usd_n} > \frac{X_{Cops}}{Usd} \\ \\ \text{Si } \frac{Spot_{Cops}}{Usd_n} < \frac{X_{Cops}}{Usd} \end{array} \right. = \left[ \left( 1 + \frac{\left( Vnom_{Usd} \times fwd_{Cops/Usd_n} \right) + \left[ \left( \frac{Spot_{Cops}}{Usd_n} - \frac{X_{Cops}}{Usd} \right) \times Vnom_{OpciónUsd} \right] - Vnom_{Cops_0}}{Vnom_{Cops_0}} \right)^{\frac{365}{n}} - 1 \right] \times 100\%$$

$$= \left[ \left( 1 + \frac{\left( Vnom_{Usd} \times fwd_{Cops/Usd_n} \right) - Vnom_{Cops_0}}{Vnom_{Cops_0}} \right)^{\frac{365}{n}} - 1 \right] \times 100\%$$

(16)

$$R e. a_{PEPut} = \left[ \left( 1 + \frac{UPEPut}{Vnom_{Cops_0}} \right)^{\frac{365}{n}} - 1 \right] \times 100\% \quad (17)$$

$$R e. a_{PEPut} \left\{ \begin{array}{l} \text{Si } \frac{Spot_{Cops}}{Usd_n} < \frac{X_{Cops}}{Usd} \\ \\ \text{Si } \frac{Spot_{Cops}}{Usd_n} > \frac{X_{Cops}}{Usd} \end{array} \right. = \left[ \left( 1 + \frac{\left( Vnom_{Usd} \times \frac{fd_{Cops}}{Usd_n} \right) + \left[ \left( X_{Cops/Usd} - \frac{Spot_{Cops}}{Usd_n} \right) \times Vnom_{OpciónUsd} \right] - Vnom_{Cops_0}}{Vnom_{Cops_0}} \right)^{\frac{365}{n}} - 1 \right] \times 100\% \quad (18)$$

$$= \left[ \left( 1 + \frac{\left( Vnom_{Usd} \times \frac{fd_{Cops}}{Usd_n} \right) - Vnom_{Cops_0}}{Vnom_{Cops_0}} \right)^{\frac{365}{n}} - 1 \right] \times 100\%$$

## 2.4 Análisis de Riesgo.

Riesgo según (Dionne, 2013) es una combinación de la probabilidad o frecuencia de un evento y de sus consecuencias, que usualmente genera resultados negativos y que puede ser medida por la volatilidad de los resultados con respecto a un valor esperado.

Para la evaluación de riesgo del instrumento, se analizará cada componente de manera independiente y en su conjunto con los demás en funcionamiento dentro del producto estructurado, teniendo en cuenta la correlación entre ellos, para lograr una visión detallada y general de la exposición que tiene el instrumento frente a un evento desfavorable.

La Posición larga especulativa de contado (Spot) en el mercado de tasa de cambio Cops por Usd. El riesgo de esta operación se presenta por la volatilidad ( $\delta$ ) de la tasa de cambio  $spot_{Spot_{Cops/Usd_0}}$ , que puede hacer que en determinado momento la compra realizada sea desfavorable y que los precios a los que se pueda adquirir el dólar sean menores en el futuro; es decir que el  $Spot_{Cops/Usd_0} > Spot_{Cops/Usd_t}$  y dependerá directamente del comportamiento de las fuerzas de oferta y demanda que intervienen en el mercado de tasa de cambio.

Posición larga especulativa en el mercado de renta fija internacional cero cupón calificado AAA. En esta inversión buscamos evitar el riesgo de contraparte y por esto es que se realiza la inversión en activos con la mejor calificación del mercado.

Por otro lado y según la Ecuación 2, existe el riesgo de la tasa de interés, el cual puede llegar a afectar la inversión. Debido a que se puede presentar que las tasas de interés de mercado ( $r_n$ ) para inversiones al plazo definido ( $n$ ) aumenten y el inversionista haya cerrado la negociación a una tasa inferior, comparada con la que están obteniendo otros que invierten al mismo plazo y en un activo comparable en términos de riesgo de contraparte.

Otro de los riesgos es el de liquidez, este aspecto es evaluado según la facilidad en la cual puedo volver liquida una inversión en cualquier momento. Este riesgo no es tan preocupante, en el sentido que normalmente los títulos cero cupón son activos de corto plazo y tienen un mercado que facilita su liquidez.

Posición corta coberturista en el mercado de *forward* en el mercado de tasa de cambio Cops por Usd. El tipo de riesgo que se presenta en este caso es similar al del primer elemento, solo que se presenta en sentido contrario. Ya que existe el riesgo que luego de haber cerrado la operación a un precio  $fwd_{Cops/Usd_n}$  en el momento inicial, posteriormente este evolucione, aumente de precio y finalmente quede vendido a futuro a una tasa inferior que la que obtuvieron otros inversores para el mismo plazo  $n$ . Como se puede ver en las Ecuaciones 6 y 7 el valor de  $fwd_{Cops/Usd_n}$  depende del comportamiento de  $Dev_{bid_{Cops/Usd}}$  y a su vez esta tiene una relación directa de cómo se comporten las tasas de interés a las cuales las entidades financieras podrán endeudarse o invertir en el mercado local  $r_{COP}$  o en el extranjero  $r_{Usd}$ .

De tal forma y según lo explicado por (Banco de la Republica de Colombia, 2015), la Junta Directiva del Banco de la Republica (JDBR) tiene el mandato constitucional en Colombia de mantener una inflación baja y estable, en coordinación con una política económica general y sus decisiones de tasa de interés se toman con base en el análisis del estado actual y perspectivas de la economía, así como de la evaluación del pronóstico y de las expectativas de inflación frente a la meta de largo plazo establecida. Por tanto el comportamiento de las tasas de interés en Colombia, estarán atadas a las decisiones que tome la JDBR con respecto a la inflación en el país.

Por otro lado, y basado en (Federal Reserve, 2015) se establece que el congreso americano instauró como objetivos generales de la política monetaria de la Reserva Federal (FED) de los Estados Unidos, el mantenimiento del máximo empleo, estabilidad en los precios y moderación de las tasas de interés de largo plazo. Es por esto que las decisiones de tasas de interés en Usd dependerán de las decisiones que tome la FED para mitigar desviaciones de la inflación con respecto a su objetivo y de las de la tasa de empleo de largo plazo.

Por lo anterior, la valorización o desvalorización de los precios a los que se podrá negociar  $fwd_{Cops/Usd_n}$  dependerá fundamentalmente de las decisiones de tasa de interés que tome la JDBR en Colombia y de la FED en Estados Unidos, para lograr las metas definidas y establecidas por su legislación.

Frente al riesgo de contraparte que existe en los instrumentos que se negocian en el mercado *forward*, es importante mencionar que para controlar este aspecto se recomienda realizar la operación con entidades bancarias calificadas como AAA.

El riesgo de liquidez de este instrumento es alto, debido a que las negociaciones *forward* difícilmente tienen mercado secundario, ya que estas son realizadas a la medida en términos de plazo y monto y será difícil encontrar a una persona que tenga la misma necesidad de operación en este instrumento en esos mismos términos.

Posición larga especulativa en el mercado de opciones *plain vanilla* de tipo europeo en el mercado de tasa de cambio Cops por Usd. De igual manera a la anterior posición, el riesgo de contraparte puede ser controlado al realizar la operación con entidades bancarias calificadas como AAA y también sufrirá los mismos embates con respecto al riesgo de liquidez, ya que el mercado de opciones en el mercado al mostrador (*Over The Counter – OTC*) son operaciones realizadas a la medida del inversor en términos de monto, plazo y precio de ejercicio y difícilmente se encontrará un tercero con la misma necesidad.

En las opciones, el riesgo de mercado estará dado por la variación de los precios de las opciones *Call* ( $C_n$ ) y *Put* ( $P_n$ ) en el momento  $t$  sobre la tasa de cambio. Esto explicado por las teorías de (Black & Scholes, 1973), posteriormente llevada al mercado de divisas por (Garman & Kohlhagen, 1983) y luego explicado por (Hull, 2012).

Según las teorías mencionadas, el precio de una opción *Call* ( $C_n$ ) estará en función de la tasa de cambio *spot* que se encuentre en el momento inicial del producto ( $Spot_{0Cops/Usd}$ ), multiplicado por el valor de la distribución normal de la variable  $N(d_{1n})$  y posteriormente por el valor presente de la tasa de interés en Estados Unidos  $e^{-r_{Usd} \times n}$  en términos anuales compuestos continuos. Luego de realizar este procedimiento, se le deberá descontar el producto del precio de ejercicio de la opción  $X_{Cops/Usd}$ , por el valor presente de la tasa de interés en pesos colombiano  $e^{-r_{Cop} \times n}$  y multiplicado por el valor de la distribución normal de la variable  $N(d_{2n})$ . Finalmente, el resultado deberá ser multiplicado por el valor nominal sobre el cual se realizó la negociación de la opción en dólares  $Vnom_{OpciónUsd}$ .

Por otro lado, el precio de una opción *Put* ( $P_n$ ) estará en función del precio de ejercicio de la opción  $X_{Cops/Usd}$ , multiplicado por el valor presente de la tasa de interés en pesos colombiano  $e^{-r_{Cop} \times n}$ , por el valor negativo de la distribución normal de la variable  $d_2$   $N(-d_{2n})$ . Todo lo anterior, menos la tasa de cambio *spot* que se encuentre en el momento inicial del producto ( $Spot_{0Cops/Usd}$ ), multiplicado por el valor negativo de la distribución normal de la variable  $d_1$   $N(-d_{1n})$  y posteriormente por el valor presente de la tasa de interés en Estados Unidos  $e^{-r_{Usd} \times n}$  en términos anuales compuestos continuos. Luego de realizar todos estos cálculos, de igual manera al cálculo del precio de la *Call* ( $C_n$ ), se deberá multiplicar el por el valor nominal sobre el cual se realizó la negociación de la opción en dólares  $Vnom_{OpciónUsd}$ .

El valor de la distribución normal de la variable  $d_1$  para el momento  $n$ , estarán en función del logaritmo natural de la división entre el  $Spot_{0Cops/Usd}$  y el precio de ejercicio de la opción  $X_{Cops/Usd}$ , más la diferencia en términos anuales compuestos continuos de las tasas de interés a las cuales las entidades financieras podrán invertir en Colombia y en Estados Unidos, más la volatilidad al cuadrado ( $\delta^2$ ) de la serie histórica de la tasa de cambio dividida por 2 y finalmente multiplicado por el tiempo al vencimiento ( $n$ ). Posteriormente, el resultado de estos cálculos deberá ser dividido por la volatilidad de la serie histórica de la tasa de cambio, por la raíz cuadrada del tiempo para el vencimiento.

Finalmente, el valor de la distribución normal de la variable  $d_2$ , será dado por la diferencia entre  $d_1$  y la volatilidad de la serie histórica de la tasa de cambio, multiplicada por la raíz cuadrada del tiempo.

$$C_n = [Spot_{Cops/Usd_0} \times N(d_{1n}) \times e^{-r_{Usd} \times n} - X_{Cops/Usd} \times e^{-r_{Cop} \times n} \times N(d_{2n})] \times Vnom_{OpciónUsd} \quad (19)$$

$$P_n = [X_{Cops/Usd} \times e^{-r_{Cop} \times n} \times N(-d_{2n}) - Spot_{Cops/Usd_0} \times N(-d_{1n}) \times e^{-r_{Usd} \times n}] \times Vnom_{OpciónUsd} \quad (20)$$

$$d_{1n} = \frac{\ln\left(\frac{Spot_{Cops/Usd_0}}{X_{Cops/Usd}}\right) + (r_{Cop} - r_{Usd} + \frac{\delta^2}{2}) \times (n)}{\delta \times \sqrt{(n)}} \quad (21)$$

$$d_{2n} = \frac{\ln\left(\frac{Spot_{Cops/Usd_0}}{X_{Cops/Usd}}\right) + (r_{Cop} - r_{Usd} - \frac{\delta^2}{2}) \times (n)}{\delta \times \sqrt{(n)}} \quad (22)$$

$$d_{2n} = d_{1n} - \delta \times \sqrt{n} \quad (23)$$

En conclusión, la valorización o desvalorización de los precios de las opciones *Call* ( $C_n$ ) y *Put* ( $P_n$ ) en el momento  $t$ , dependerá al igual que el forward de las decisiones de tasa de interés que tome la JDBR en Colombia y de la FED en Estados Unidos, para lograr las metas definidas y establecidas por su legislación,

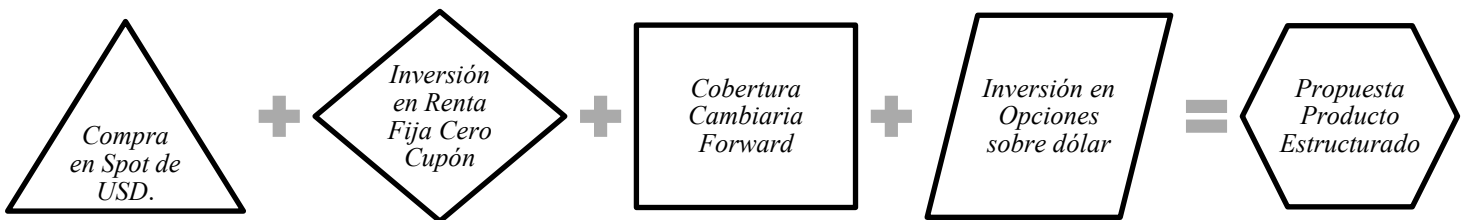
más el comportamiento de la oferta y demanda, con respecto al precio *spot* de la tasa de cambio  $Spot_{Cops/Usd_0}$  y al de la volatilidad de la serie histórica de la tasa de cambio( $\delta$ ).

Como se puede observar, cada instrumento tiene sus riesgos. Sin embargo cuando estos actúan y se utilizan en conjunto, los riesgos son controlables y es posible neutralizar unos con otros. Por ejemplo, al mezclar la compra en *spot* de dólares, con una cobertura corta en *forward* sobre la misma moneda, logramos neutralizar el efecto que pueda llegar a tener en el futuro las variaciones en el precio *spot* y del *forward* por efecto del movimiento en las fuerzas de oferta y demanda en el mercado y de las decisiones que puedan tomar los bancos centrales con respecto a sus tasas de interés. Esto debido a que al realizar la compra de dólares en el *spot*, ya se conoce en cuanto se venderán en el futuro y podrá ser calculable a través de la diferencia entre el precio del  $fwd_{Cops/Usd_n}$  y el  $Spot_{Cops/Usd_0}$ , multiplicado por el valor nominal sobre el cual se realizó la operación  $Vnom_{Usd}$ . De tal forma que desde el inicio se sabrá cuanto será la utilidad o pérdida por esta negociación.

$$U_{fwd-spot} = [fwd_{Cops/Usd_n} - Spot_{Cops/Usd_0}] \times Vnom_{Usd} \quad (24)$$

Por tanto y según lo anterior, los riesgos de mercado de la compra en *spot* de dólares se neutralizan con la posición de cobertura corta en el mercado *forward* y es calculable desde el inicio de la operación la utilidad o pérdida que se tendría fruto de la negociación. Por otro lado, el riesgo de mercado de la inversión en instrumentos de renta fija cero cupón seguirá existiendo. Pero será irrelevante, debido a que según la concepción de vencimiento que tiene el producto, esta inversión no se deberá liquidar antes de su maduración y por no tener cupones, la valorización o desvalorización de las tasas de interés de los instrumentos de renta fija para el plazo  $n$  no afectarán los intereses del inversionista en el producto. Finalmente para el caso de las opciones, el riesgo de mercado si afectará la estructura del producto, dado que dependiendo del ejercicio o no de la opción, se generará una palanca de rentabilidad y utilidades para el inversionista y según lo explicado anteriormente en la ecuación 12 y 14, el ejercicio o no de la opción dependerá para el caso de la *Call* compradora, que la *TRM* al vencimiento ( $Spot_{Cops/Usd_n}$ ) sea mayor que el precio de ejercicio ( $X_{Cops/Usd}$ ), de lo contrario no se ejercerá y la opción expirará sin ser ejercida y la máxima utilidad y rentabilidad del instrumento estará dada por la liquidación de la operación del *forward*.

De manera contraria, para las posiciones largas en opciones *Put*, si la *TRM* al vencimiento ( $Spot_{Cops/Usd_n}$ ) es menor que el precio de ejercicio ( $X_{Cops/Usd}$ ) se ejercerá la opción, de lo contrario, de igual manera de la *Call*, la opción morirá sin ser ejercida y no existirá la palanca de rentabilidad y utilidad buscada.



**Figura 3.** Estructura Producto Estructurado. Fuente: Elaboración Propia

### 3 Valoración del Producto Estructurado.

La valoración de este producto en cualquier momento antes del vencimiento estará compuesta por la sumatoria de los precios a mercado de cada uno de los instrumentos financieros que lo componen al momento de la evaluación.

Es importante aclarar que este instrumento por su estructuración no tendrá mercado secundario de sus componentes. Es decir, no es des-integrable y solo podrá ser comercializado como un producto único y absoluto. Esto debido a que todos los elementos que componen la estructura cumplen con una función para el plazo que tendrá al final, los cuales serán controlar el riesgo y potencializar la rentabilidad, en caso del ejercicio de la opción.

Esta valoración solo se propone en términos de llevar un control contable de la operación y del valor general del instrumento, puesto que el resultado real solo se verá en el momento de su vencimiento, cuando la opción o estructura de opciones expire o sea ejecutada.

Valoración de la Posición Larga Especulativa en dólar en el Mercado Spot en el momento  $t$  ( $VSpot_t$ ). El valor contable y a mercado de esta operación va a estar en función de la diferencia del valor de la TRM de cada día y el valor al que se negoció inicialmente. Por tanto, se deberá tomar el valor de la TRM correspondiente para el día que se desea valorar ( $Spot_{Cops/Usd_t}$ ) y restarle el precio al cual se realizó la posición larga inicialmente ( $Spot_{Cops/Usd_0}$ ) y multiplicarlo por el valor nominal de la operación ( $VNom$ ), de tal manera que se obtenga el valor de la utilidad o pérdida de esta compra.

$$V Spot_t = (Spot_{Cops/Usd_t} - Spot_{Cops/Usd_0}) \times Vnom_{Usd} \quad (25)$$

Valoración Posición Larga Especulativa en Instrumentos de Renta Fija Cero Cupón en el momento  $t$  ( $VRf_t$ ). El valor de esta operación se encuentra en función de la curva ó estructura de tasas de interés de corto plazo o cero cupón a la cual se encuentran negociándose los instrumentos de renta fija con calificación AAA y al vencimiento de la operación. Este valor se obtendrá hallando la diferencia entre el valor presente del valor nominal del instrumento con la tasa a la cual se adquirió ( $r_n$ ) ó se emitió el instrumento inicialmente, contra el valor presente del mismo capital pero con la tasa cero cupón ( $r_{n-t}$ ) de ese momento ( $t$ ) en el mercado para ese tipo de instrumentos para el plazo  $n$ .

$$VRf_t = \left\{ \left[ \frac{1}{(1+r_{n-t})^{(n-t)}} \right] - \left[ \frac{1}{(1+r_n)^{(n-t)}} \right] \right\} \times Vnom_{Usd} \quad (26)$$

Valoración Posición Corta Coberturista sobre dólar en el mercado Forward en el momento  $t$  ( $Vfwd_t$ ). El valor de esta posición está en función de la diferencia de las tasas de cambio *forward*, las cuales dependerán de manera directa del comportamiento y evolución de la devaluación de compra ( $Dev_{bid_{Cops/Usd_{n-t}}}$ ) para el plazo de la estructura ( $n$ ) en el momento de la valoración  $t$  ( $fwd_{Cops/Usd_{n-t}}$ ) y a la cual se cerró a *forward* inicialmente  $fwd_{Cops/Usd_n}$  traídas a valor presente con la devaluación de compra ( $Dev_{bid_{Cops/Usd_{n-t}}}$ ) para el plazo de la estructura ( $n$ ) en el momento de la valoración  $t$  y la estructura de plazo inicial ( $n$ ) del instrumento y multiplicado finalmente por el Valor Nominal del instrumento ( $Vnom_{Usd}$ ).

$$Vfwd_t = (fwd_{Cops/Usd_n} - fwd_{Cops/Usd_{n-t}}) \times (1 + Dev_{bid_{Cops/Usd_{n-t}}})^{-(n-t)} \times Vnom_{Usd} \quad (27)$$

$$Vfwd_t = \left\{ \left[ Spot_{Cops/Usd_0} \times \left( 1 + Dev_{bid_{Cops/Usd_n}} \right)^n - Spot_{Cops/Usd_t} \times \left( 1 + Dev_{bid_{Cops/Usd_{n-t}}} \right)^{(n-t)} \right] \times \left( 1 + Dev_{bid_{Cops/Usd_{n-t}}} \right)^{-(n-t)} \right\} \times Vnom_{Usd} \quad (28)$$

Valoración Posición Larga ó Estrategias de Trading Especulativa en Opciones sobre Dólar en el momento  $t$  ( $VCall_t$ ) y ( $VPut_t$ ). Para la valoración de esta posición hay varios métodos, en este instrumento utilizaremos el Modelo de *Black-Scholes-Merton* (Black & Scholes, 1973) (Merton, 1973) y posteriormente ajustado para la operación con opciones sobre tasas de cambio por (Garman & Kohlhagen, 1983) y explicado por (Hull, 2012), el cual es el que utilizan los *IMC* para valorar las opciones a precios de mercado y es el más utilizado a nivel mundial.

El valor de una Posición en Opciones dependerá de la diferencia que se presente entre el precio de la opción comprada inicialmente ( $C_n$  o  $P_n$ ) para el vencimiento de la estructura y el precio que tiene una ( $C_{n-t}$  o  $P_{n-t}$ ) en el momento de la evaluación ( $t$ ) con las mismas características de precio de ejercicio ( $X_{Cops/Usd}$ ) y plazo ( $n$ ), multiplicado por el principal ( $Vnom_{OpciónUsd}$ ) sobre el cual se realizó la operación.

De esta manera y aplicando la metodología de valoración mencionada. El valor de las opciones *Call* dependerá de la Tasa de Cambio Spot del momento en la que está siendo valorada la opción ( $Spot_{Cops/Usd_t}$ ), multiplicada por la función de la distribución de probabilidad acumulativa de una distribución normal estandarizada ( $N(d_{1_{n-t}})$ ) para el momento en que está siendo valorada hasta el vencimiento de la estructura y estos términos son multiplicados por el exponencial de la tasa de interés libre de riesgo cero cupón en moneda extranjera en términos compuestos continuos para el plazo evaluado en valor presente ( $e^{-r_{Usd_{n-t}} \times (n-t)}$ ) y al resultado de estas operaciones se les debe descontar el valor presente del precio de ejercicio utilizando el valor de la tasa de interés local libre de riesgo cero cupón en términos compuestos continuos para el plazo de la estructura ( $X_{Cops/Usd} \times e^{-r_{Cops_{n-t}} \times (n-t)}$ ) y a su vez multiplicada por la función de la distribución de probabilidad acumulativa de una distribución normal estandarizada ( $N(d_{2_{n-t}})$ ). Posteriormente a estos valores se les descontará el precio de la opción que fue comprada inicialmente y que fue calculada a través del precio *spot* inicial ( $Spot_{Cops/Usd_0}$ ), multiplicado por la función de la distribución de probabilidad acumulativa de una distribución normal estandarizada ( $N(d_{1_n})$ ) para el momento inicial y hasta el vencimiento de la estructura y todos estos términos traídos a valor presente con la tasa de interés libre de riesgo cero cupón en moneda extranjera en términos compuestos continuos para el mismo plazo evaluado ( $e^{-r_{Usd_n} \times (n)}$ ) y de igual manera a la valoración anterior, se le debe descontar nuevamente el precio de ejercicio en valor presente con la tasa de interés libre de riesgo cero cupón en moneda local en términos compuestos continuos ( $X_{Cops/Usd} \times e^{-r_{Cops_n} \times (n)}$ ), adicionalmente se debe multiplicar por la función de la distribución de probabilidad acumulativa de una distribución normal estandarizada ( $N(d_{2_n})$ ). Finalmente toda la diferencia debe ser multiplicada por el principal ( $Vnom_{OpciónUsd}$ ) sobre el cual se realizó inicialmente la operación.

Para la definición de las funciones de la distribución de probabilidad acumulativa normales estandarizadas  $N(d_{1_{n-t}})$ ,  $N(d_{2_{n-t}})$ ,  $N(d_{1_n})$ ,  $N(d_{2_n})$ , se deberán tener en cuenta, además de las anteriores variables, el cálculo de la desviación ó volatilidad ( $\delta$ ) del activo subyacente del plazo histórico que fue determinado para el análisis y con el cual se puede inferir el comportamiento del precio de la tasa de cambio.

Para la valoración de las opciones *Put* se deberá realizar el mismo procedimiento mencionado que con las *Call*, pero se trocarán los términos ingresando las funciones de la distribución de probabilidad acumulativa normales estandarizadas de manera negativa  $N(-d_{2_{n-t}})$ ,  $N(-d_{1_{n-t}})$ ,  $N(-d_{2_n})$ ,  $N(-d_{1_n})$ .

$$VCall_t = \{C_{n-t} - C_n\} \times Vnom_{OpciónUsd} \quad (29)$$

$$VCall_t = \left\{ \left[ Spot_{Cops/Usd_t} \times N(d_{1_{n-t}}) \times e^{-r_{Usd_{n-t}} \times (n-t)} - X_{Cops/Usd} \times e^{-r_{Cops_{n-t}} \times (n-t)} \times N(d_{2_{n-t}}) \right] - \left[ Spot_{Cops/Usd_0} \times N(d_{1_n}) \times e^{-r_{Usd_n} \times n} - X_{Cops/Usd} \times e^{-r_{Cops_n} \times n} \times N(d_{2_n}) \right] \right\} \times Vnom_{OpciónUsd} \quad (30)$$

$$VPut_t = \{P_{n-t} - P_n\} \times Vnom_{OpciónUsd} \quad (31)$$

$$VPut_t = \left\{ \left[ X_{Cops/Usd} \times e^{-r_{Cops_{n-t}} \times (n-t)} \times N(-d_{2_{n-t}}) - Spot_{Cops/Usd_t} \times N(-d_{1_{n-t}}) \times e^{-r_{Usd_{n-t}} \times (n-t)} \right] - \left[ X_{Cops/Usd} \times e^{-r_{Cops_n} \times n} \times N(-d_{2_n}) - Spot_{Cops/Usd_0} \times N(-d_{1_n}) \times e^{-r_{Usd_n} \times n} \right] \right\} \times Vnom_{OpciónUsd} \quad (32)$$

$$d_{1_{n-t}} = \frac{\ln\left(\frac{Spot_{Cops/Usd_t}}{X_{Cops/Usd}}\right) + \left(r_{Cops_{n-t}} - r_{Usd_{n-t}} + \frac{\delta^2}{2}\right) \times (n-t)}{\delta \times \sqrt{(n-t)}} \quad (33)$$

$$d_{2_{n-t}} = \frac{\ln\left(\frac{Spot_{Cops/Usd_t}}{X_{Cops/Usd}}\right) + \left(r_{Cops_{n-t}} - r_{Usd_{n-t}} - \frac{\delta^2}{2}\right) \times (n-t)}{\delta \times \sqrt{(n-t)}} \quad (34)$$

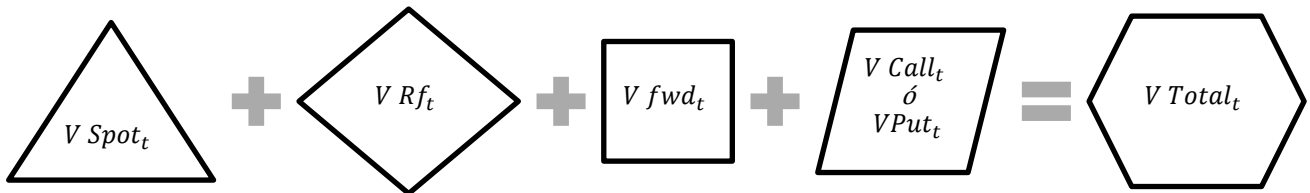
$$d_{2_{n-t}} = d_{1_{n-t}} - \delta \times \sqrt{(n-t)} \quad (35)$$

$$d_{1_n} = \frac{\ln\left(\frac{Spot_{Cops/Usd_0}}{X_{Cops/Usd}}\right) + \left(r_{Cops_n} - r_{Usd_n} + \frac{\delta^2}{2}\right) \times n}{\delta \times \sqrt{n}} \quad (36)$$

$$d_{2_n} = \frac{\ln\left(\frac{Spot_{Cops/Usd_0}}{X_{Cops/Usd}}\right) + \left(r_{Cops_n} - r_{Usd_n} - \frac{\delta^2}{2}\right) \times n}{\delta \times \sqrt{n}} \quad (37)$$

$$d_{2_n} = d_{1_n} - \delta \times \sqrt{n} \quad (38)$$

De tal manera que el valor a mercado y contable y total del producto estructurado va a estar dado por la sumatoria de las valoraciones individuales de cada instrumento que lo conforman:



**Figura 4.** Valoración Propuesta para Producto Estructurado. Fuente: Elaboración Propia.

#### 4 Cálculo de la Probabilidad de Éxito del Producto Estructurado.

Para el cálculo de probabilidad ( $P$ ) de éxito del instrumento asumimos los supuestos tomados por (García, 2012) y en (Biger & Hull, 1983) para presentar la aplicación del modelo Black & Scholes y Merton en el mercado colombiano. En el cual los precios de la *TRM* siguen un proceso estocástico denominado Movimiento Browniano Geométrico (MBG). De esta forma el precio cambia suavemente y sin saltos,

indicando que los rendimientos se distribuyen normalmente. Esto hace que el cambio en el precio de la TRM ( $dS$ ) sea igual a su rendimiento de largo plazo ( $\mu$ ) que se distribuye de manera normal, por el cambio del tiempo más una volatilidad ( $\delta$ ).

$$dS = \mu S dt + \delta S dz \quad dz \sim N(0, dt) \quad (39)$$

Según (Garcia, 2012) este es el modelo más utilizado en la mayoría de las plataformas de negociación de diferentes entidades bancarias y *brokers dealers* reconocidos a nivel internacional y son aquellos que se toman para la implementación del modelo de Black & Scholes y Merton y que se están asumiendo para el cálculo de la probabilidad de éxito del presente instrumento, los cuales cumplen con la labor de estandarizar y homogenizar las condiciones en las que, tanto demandante como oferente se encuentran.

Por lo anterior y aplicando la teoría de Ito's Lemma con la propiedad Lognormal, explicada por (Hull, 2012). Definimos que el cambio en el  $\ln(\text{Spot}_{Cops/Usd_n})$  entre el momento inicial (0) y el vencimiento (n) esta normalmente distribuido con media  $(\mu - \frac{\delta^2}{2}) \times n$  y varianza  $\delta^2 \times n$ .

$$\ln(\text{Spot}_{Cops/Usd_n}) \sim N \left[ \ln(\text{Spot}_{Cops/Usd_0}) + \left( \mu - \frac{\delta^2}{2} \right) \times n, \delta^2 \times n \right] \quad (40)$$

De tal forma y según las fórmulas de utilidad del producto estructurado número 12 y 14, en donde se muestra que el instrumento tiene una palanca de utilidad siempre y cuando la opción *Call* o *Put* es ejercida. Por tanto, se determina que el producto con *Call* tiene éxito si al vencimiento (momento  $n$ ), el  $\text{Spot}_{Cops/Usd_n} > X_{Cops/Usd}$  y cuando es con *Put*  $X_{Cops/Usd} > \text{Spot}_{Cops/Usd_n}$ . Si no se presenta esta situación, el instrumento no tendrá éxito y solo arrojará una utilidad equivalente a la diferencia entre el valor inicial invertido en pesos colombianos  $Vnom_{Cops_0}$  y el obtenido por la multiplicación entre  $Vnom_{Usd}$  y  $fwd_{Cops/Usd_n}$ , pero nunca arrojará una pérdida. Lo cual permite proteger el capital y manejar los siguientes escenarios de utilidad:

$$PE_{Call} \begin{cases} P \left[ \text{Spot}_{\frac{Cops}{Usd_n}} > X_{\frac{Cops}{Usd}} \right] \rightarrow \text{Probabilidad Producto Estructurado Exitoso} \\ U_{PE_{Call}} = \left( Vnom_{Usd} \times fwd_{\frac{Cops}{Usd_n}} \right) + \left[ \left( \text{Spot}_{\frac{Cops}{Usd_n}} - X_{\frac{Cops}{Usd}} \right) \times Vnom_{OpciónUsd} \right] - Vnom_{Cops_0} \\ P \left[ \text{Spot}_{\frac{Cops}{Usd_n}} < X_{\frac{Cops}{Usd}} \right] \rightarrow \text{Probabilidad Producto Estructurado No Exitoso} \\ U_{PE_{Call}} = \left( Vnom_{Usd} \times fwd_{\frac{Cops}{Usd_n}} \right) - Vnom_{Cops_0} \end{cases} \quad (41)$$

$$PE_{Put} \begin{cases} P \left[ \text{Spot}_{\frac{Cops}{Usd_n}} < X_{\frac{Cops}{Usd}} \right] \rightarrow \text{Probabilidad Producto Estructurado Exitoso} \\ U_{PE_{Put}} = \left( Vnom_{Usd} \times fwd_{\frac{Cops}{Usd_n}} \right) + \left[ \left( X_{\frac{Cops}{Usd}} - \text{Spot}_{\frac{Cops}{Usd_n}} \right) \times Vnom_{OpciónUsd} \right] - Vnom_{Cops_0} \\ P \left[ \text{Spot}_{\frac{Cops}{Usd_n}} > X_{\frac{Cops}{Usd}} \right] \rightarrow \text{Probabilidad Producto Estructurado No Exitoso} \\ U_{PE_{Put}} = \left( Vnom_{Usd} \times fwd_{\frac{Cops}{Usd_n}} \right) - Vnom_{Cops_0} \end{cases} \quad (42)$$

## 5 Caso Práctico.

### 5.1 Construcción del Producto Estructurado.

Para la construcción del producto estructurado se asume como supuesto que un inversionista conservador colombiano posee 2.500'000.000 de pesos colombianos ( $Vnom_{Cops_0}$ ) que desea invertir a 180 días ( $n$ ) en un instrumento que proteja el capital y apostándole a utilidades diferenciales según el comportamiento de la  $TRM$  al cabo del vencimiento de la inversión. Adicional a esto se realizan los supuestos que no existen costos transaccionales ni tributarios para realizar la operación y la situación del mercado es la siguiente:

La tasa de cambio *spot* que se encuentra en el momento inicial del producto ( $Spot_{Cops/Usd_0}$ ) es de  $\$2.500 \frac{Cops}{Usd}$ , la tasa de interés para un  $Cd$  primario cero cupón calificado AAA ( $r_n$ ) para el plazo de 180 días se encuentra cotizándose al 2%e.a, la curva de devaluaciones de compra ( $Dev_{bid_{Cops/Usd}}$ ) se encuentra al 3,2001% e. a, dado que la entidad se podrá endeudar a una tasa de interés en Usd ( $r_{Usd}$ ) de 0,250313%e.a e invertir a la tasa de interés en Cops ( $r_{Cops}$ ) de 3,458461%e.a para 180 días, incluyendo un margen de intermediación bancario ( $Mib$ ) de 0% e.a, las volatilidades ( $\delta$ ) para las Opciones *Call* se encuentran a 8,345912% anual y para las *Put* a 7,972032% anual.

Posición larga especulativa de contado (*Spot*) en el mercado cambiario Cops por Usd. A través de esta posición se compran los dólares necesarios para realizar la inversión en el producto estructurado, por tanto a través de la ecuación número 1 se determina la cantidad de dólares que se obtendrán:

$$Vnom_{Usd} = \frac{Vnom_{Cops_0}}{Spot_{Cops/Usd_0}} \quad (43)$$

$$Vnom_{Usd} = \frac{\$2.500'000.000 \text{ Cops}}{\$2.500 \frac{Cops}{Usd}} \quad (44)$$

$$Vnom_{Usd} = \$1.000.000_{Usd} \quad (45)$$

Posición larga especulativa en el mercado de renta fija internacional cero cupón calificado AAA. Con el millón de dólares se realiza la inversión en un título de renta fija internacional cero cupón calificado AAA, con tasa del 2%e.a para un plazo de 180 días por valor de  $\$990.281,8502_{Usd}$ .

$$P_0 = Vnom_{Usd} \left[ \frac{1}{(1+r_n)^n} \right] \quad (46)$$

$$P_0 = \$1.000.000_{Usd} \left[ \frac{1}{(1+2\%e.a)^{\frac{180}{365}}} \right] \quad (47)$$

$$P_0 = \$990.281,8502_{Usd} \quad (48)$$

Con el dinero restante se realizará la inversión en una opción europea *plain vanilla* con vencimiento en 180 días por valor de  $\$9.718,1498_{Usd}$ .

$$O_{C-P} = Vnom_{Usd} - P_0 \quad (49)$$

$$O_{C-P} = \$1.000.000_{Usd} - \$990.281,8502_{Usd} \quad (50)$$

$$O_{C-P} = \$9.718,1498_{Usd} \quad (51)$$

De esta manera se tendrá una proporción de inversión dentro del producto estructurado sobre el capital inicial en dólares de 99,0282% en el *Cd* cero cupón con calificación AAA a 180 días y del 0,9718% en una opción que buscará generar la palanca de utilidad y rentabilidad al instrumento.

$$\%P_0 = \frac{P_0}{Vnom_{Usd}} \quad (52)$$

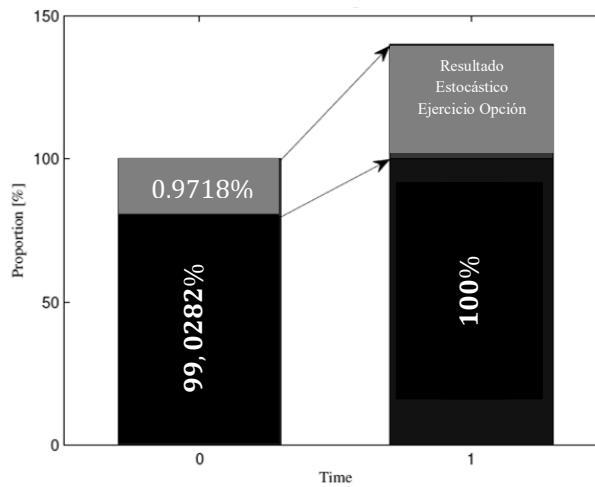
$$\%P_0 = \frac{\$990.281,8502_{Usd}}{\$1.000.000_{Usd}} \quad (53)$$

$$\%P_0 = 99,0282\% \quad (54)$$

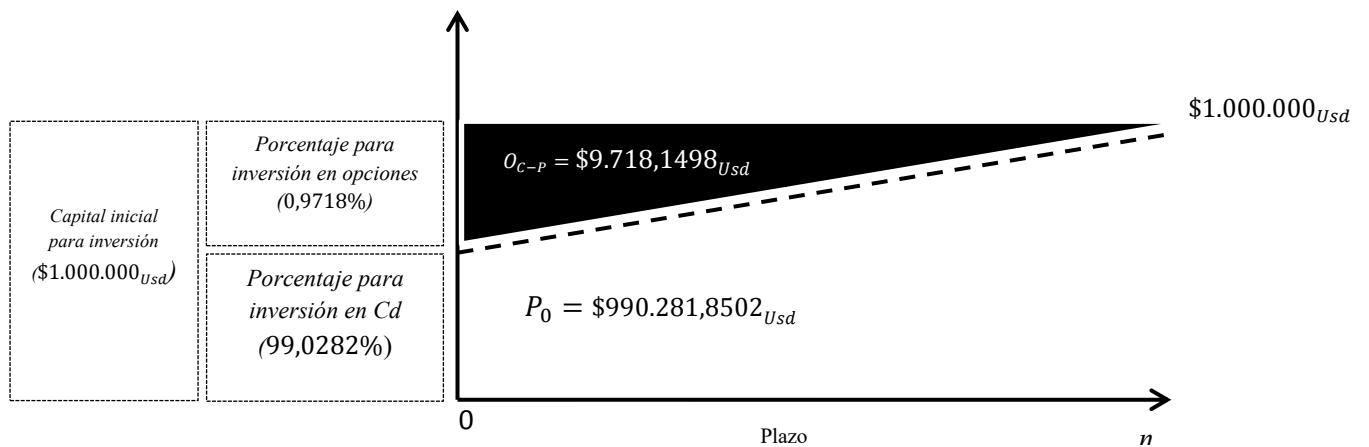
$$\%O_{C-P} = \frac{O_{C-P}}{Vnom_{Usd}} \quad (55)$$

$$\%O_{C-P} = \frac{\$9.718,1498_{Usd}}{\$1.000.000_{Usd}} \quad (56)$$

$$\%O_{C-P} = 0,9718\% \quad (57)$$



**Figura 5.** Estructura de un producto estructurado, el tiempo  $t = 0$  es el momento de la emisión y  $T = 1$  es el tiempo del vencimiento, el pago del bono es determinístico y el pago de la opción es estocástico. Fuente: Elaboración propia, tomando como base el realizado por (Hveem, 2011)



**Figura 6.** Estructura de Inversión. Fuente: Elaboración Propia

Según los cálculos anteriores, el inversionista deberá invertir 990.281,8502USD al 2%e.a por 180 días para obtener nuevamente el 1.000.000, por tanto no será necesario comprar los 2.500.000.000 Cops en dólares, sino solo:

$$\$990.281,8502_{Usd} \times \$2.500 \frac{Cops}{Usd} = \$2.475.704.625,46_{Cops}$$

Es decir, quedaría un saldo disponible para inversión en dólares por:

$$\$2.500.000.000_{Cops} - \$2.475.704.625,46_{Cops} = \$24.295.374,54_{Cops} \approx \$9.718,1498_{Usd}$$

Posición corta coberturista en el mercado de forward en el mercado de tasa de cambio Cops por Usd. Como buscamos cubrir el precio al que se venderá el \$1.000.000<sub>Usd</sub> en 180 días, se realizará un *forward* sobre la tasa de cambio Cops por Usd con un Intermediario del Mercado Cambiario (IMC) que opere dentro del país y con el cual se deberá contar con un cupo disponible para realizar operaciones de derivados para el valor y tasa de interés mencionado. Adicional esto y como estamos asumiendo que no hay costos transaccionales el *Mib* es cero.

$$Dev_{bid_{Cops/Usd}} = \left[ \frac{(1+r_{Cops})}{(1+r_{Usd}) \times (1+Mib)} \right] - 1 \quad (58)$$

$$Dev_{bid_{Cops/Usd}} = \left[ \frac{(1+3,458461\%e.a)}{(1+0,250313\%e.a) \times (1+0\% e.a)} \right] - 1 \quad (59)$$

$$Dev_{bid_{Cops/Usd}} = 3,2001\% e.a \quad (60)$$

$$fwd_{Cops/Usd_n} = Spot_{Cops/Usd_0} \times \left( 1 + Dev_{bid_{Cops/Usd}} \right)^n \quad (61)$$

$$fwd_{Cops/Usd_n} = \$2.500 \frac{Cops}{Usd} \times (1 + 3,2001\%e.a)^{\frac{180}{365}} \quad (62)$$

$$fwd_{Cops/Usd_n} = \$2.539,138826 \frac{Cops}{Usd} \quad (63)$$

$$Vnom_{Cops_n} = Vnom_{Usd} \times fwd_{Cops/Usd_n} \quad (64)$$

$$Vnom_{Cops_n} = \$1.000.000_{Usd} \times \$2.539,138826 \frac{Cops}{Usd} \quad (65)$$

$$Vnom_{Cops_n} = \$2.539.138.826_{Cops} \quad (66)$$

Posición larga especulativa en el mercado de opciones *plain vanilla* de tipo europeo en el mercado de tasa de cambio Cops por Usd. Tomando los 24.295.374,54 <sub>Cops</sub> o \$9.718,1498<sub>Usd</sub> disponibles ( $O_{C-P}$ ), podremos invertir comprando opciones sobre dólar de tipo *Call* ó *Put plain vanilla* europeas *non delivery*, cuyo costo sea máximo del valor mencionado, tenga un tamaño lo suficientemente amplio como para que no se arrojen niveles *Strikes* fuera de mercado ó sea tan corto que no genere rentabilidades atractivas y a un plazo de 180 días. Este tamaño podrá variar para lo cual se cotizará con la mesa de dinero una opción que satisfaga las condiciones de rentabilidad final del producto. Para este caso se realizará sobre el 50% de la posición total, ósea \$500.000<sub>Usd</sub>.

Realizando, las cotizaciones y valoraciones pertinentes de las opciones que cumplan que tenga un nominal ( $Vnom_{OpciónUsd}$ ) de \$500.000 dólares y que tenga un costo máximo de \$24.295.374,54<sub>Cops</sub> o \$9.718,1498<sub>Usd</sub>, arrojando el precio de ejercicio al cual se realizará la operación. El valor del strike arrojado a través de la Metodología (Black & Scholes, 1973) es:

<b><u>Opción Call</u></b>		<b><u>Opción Put</u></b>	
Nominal	\$500.000 USD	Nominal	\$500.000
Spot	\$2.500 $\frac{Cops}{Usd}$	Spot	\$2.500 $\frac{Cops}{Usd}$
Volatilidad	8,345912% Anual	Volatilidad	7,972032% Anual
Interés Local	3,4% a.cc	Interés Local	3,4% a.cc
Interés Extranjero	0,25% a.cc	Interés Extranjero	0,25% a.cc
Devaluación	3,15% a.cc	Devaluación	3,15% a.cc
Prima	\$24.295.374,54 <sub>Cops</sub> ≈ \$ 9.718,1498 <sub>Usd</sub>	Prima	\$24.295.374,54 <sub>Cops</sub> ≈ \$ 9.718,1498 <sub>Usd</sub>
<b>Strike Call</b>	<b>\$2. 560, 79<math>\frac{Cops}{Usd}</math></b>	<b>Strike Put</b>	<b>\$2. 524, 27<math>\frac{Cops}{Usd}</math></b>

Para aplicar el modelo de (Black & Scholes, 1973) debemos convertir las tasas de discretas a anuales compuestas continuas, dado que el modelo trabaja en términos logarítmicos y para esto debemos utilizar la siguiente formulación definida por (Hull, 2012):

$$r_{a.cc} = m \times \ln \left( 1 + \frac{R}{m} \right) \quad (67)$$

En donde,  $m$  será la periodicidad del pago en términos anuales, con respecto a los términos en que se encuentre la tasa y  $R$  será una tasa en términos nominales vencida.

$$r_{Cops\ a.cc} = 1 \times \ln \left( 1 + \frac{3,458461\%}{1} \right) \quad (68)$$

$$r_{Cops\ a.cc} = 3,4\% \ a.\ cc \quad (69)$$

$$r_{Usd\ a.cc} = 1 \times \ln \left( 1 + \frac{0,250313\%e.a}{1} \right) \quad (70)$$

$$r_{Usd\ a.cc} = 0,25\% \ a.\ cc \quad (71)$$

Dado que la entidad se podrá endeudar a una tasa de interés en Usd ( $r_{Usd}$ ) de 0,25% a. cc e invertir a la tasa de interés en Cops ( $r_{Cops}$ ) de 3,4% a. cc para 180 días, la devaluación será de 3.15% a. cc. y se aplicará el modelo de (Black & Scholes, 1973) para hallar los precios de las opciones.

$$C_n = [Spot_{Cops/Usd_0} \times N(d_{1_n}) \times e^{-r_{Usd} \times n} - X_{Cops/Usd} \times e^{-r_{Cops} \times n} \times N(d_{2_n})] \times Vnom_{OpciónUsd} \quad (72)$$

$$P_n = [X_{Cops/Usd} \times e^{-r_{Cops} \times n} \times N(-d_{2_n}) - Spot_{Cops/Usd_0} \times N(-d_{1_n}) \times e^{-r_{Usd} \times n}] \times Vnom_{OpciónUsd} \quad (73)$$

$$d_{1_n} = \frac{\ln \left( \frac{Spot_{Cops/Usd_0}}{X_{Cops/Usd}} \right) + (r_{Cops} - r_{Usd} + \frac{\delta^2}{2}) \times (n)}{\delta \times \sqrt{(n)}} \quad (74)$$

$$d_{2_n} = \frac{\ln \left( \frac{Spot_{Cops/Usd_0}}{X_{Cops/Usd}} \right) + (r_{Cops} - r_{Usd} - \frac{\delta^2}{2}) \times (n)}{\delta \times \sqrt{(n)}} \quad (75)$$

$$d_{2_n} = d_{1_n} - \delta \times \sqrt{n} \quad (76)$$

## Opción Call

$$d_{1n} = \frac{\ln\left(\frac{\$2.500\frac{Cops}{Usd}}{\$2.560,79\frac{Cops}{Usd}}\right) + \left(3,4\% a.cc - 0,25\% a.cc + \frac{8,345912\%^2}{2}\right) \times \left(\frac{180}{365}\right)}{8,345912\% \times \sqrt{\left(\frac{180}{365}\right)}} \quad (77)$$

$$d_{1n} = \frac{-0,006773324}{8,345912\% \times \sqrt{\left(\frac{180}{365}\right)}} \quad (78)$$

$$d_{1n} = -0,115568171 \quad (79)$$

$$d_{2n} = -0,115568171 - 8,345912\% \times \sqrt{\left(\frac{180}{365}\right)} \quad (80)$$

$$d_{2n} = -0,174177078 \quad (81)$$

$$C_n = \left[ \$2.500\frac{Cops}{Usd} \times N(-0,115568171) \times e^{-0,25\% a.cc \times \frac{180}{365}} - \$2.560,79\frac{Cops}{Usd} \times e^{-3,4\% a.cc \times \frac{180}{365}} \times N(-0,174177078) \right] \times \$500.000_{Usd} \quad (82)$$

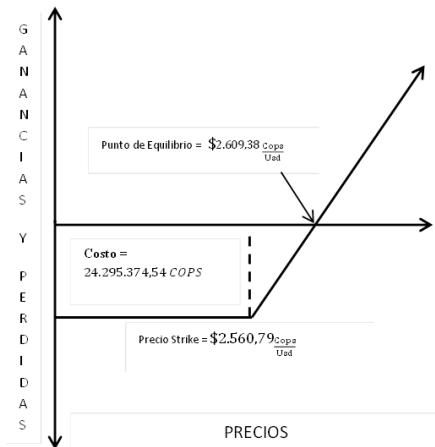
$$C_n = \left[ \$2.500\frac{Cops}{Usd} \times 0,45399739 \times e^{-0,25\% a.cc \times \frac{180}{365}} - \$2.560,79\frac{Cops}{Usd} \times e^{-3,4\% a.cc \times \frac{180}{365}} \times 0,43086315 \right] \times \$500.000_{Usd} \quad (83)$$

$$C_n = [48,590770] \times \$500.000_{Usd} \quad (84)$$

$$C_n = 24.295.374,54_{Cops} \quad (85)$$

$$U_{Opción Call} = \text{Max}\left(\text{Spot}_{Cops/Usd_n} - X_{Cops/Usd}, 0\right) \times Vnom_{OpciónUsd} \quad (95)$$

$$U_{Opción Call} = \text{Max}\left(\text{Spot}_{Cops/Usd_n} - \$2.560,79\frac{Cops}{Usd}, 0\right) \times \$500.000_{Usd} \quad (96)$$



**Figura 7.** Posición Larga en Call sobre Dólar. Fuente: Elaboración Propia

## Opción Put

$$d_{1n} = \frac{\ln\left(\frac{\$2.500\frac{Cops}{Usd}}{\$2.524,27\frac{Cops}{Usd}}\right) + \left(3,4\% a.cc - 0,25\% a.cc + \frac{7,972032\%^2}{2}\right) \times \left(\frac{180}{365}\right)}{7,972032\% \times \sqrt{\left(\frac{180}{365}\right)}} \quad (86)$$

$$d_{1n} = \frac{0,007440134}{7,972032\% \times \sqrt{\left(\frac{180}{365}\right)}} \quad (87)$$

$$d_{1n} = 0,1328991 \quad (88)$$

$$d_{2n} = 0,1328991 - 7,972032\% \times \sqrt{\left(\frac{180}{365}\right)} \quad (89)$$

$$d_{2n} = 0,0769157 \quad (90)$$

$$P_n = \left[ \$2.524,27\frac{Cops}{Usd} \times e^{-3,4\% a.cc \times \frac{180}{365}} \times N(-0,0769157) - \$2.500\frac{Cops}{Usd} \times N(-0,1328991) \times e^{-0,25\% a.cc \times \frac{180}{365}} \right] \times \$500.000_{Usd} \quad (91)$$

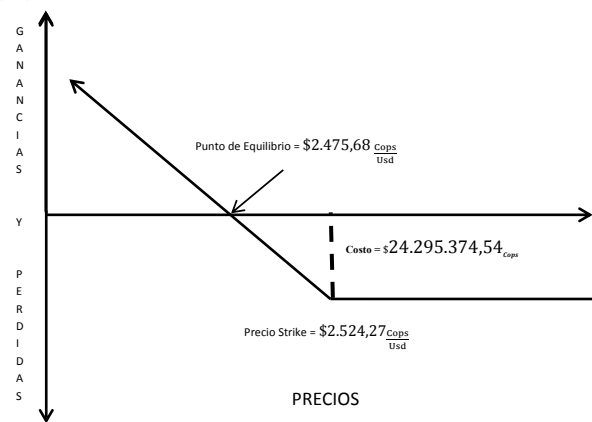
$$P_n = \left[ \$2.524,27\frac{Cops}{Usd} \times e^{-3,4\% a.cc \times \frac{180}{365}} \times 0,4693453 - \$2.500\frac{Cops}{Usd} \times 0,4471366 \times e^{-0,25\% a.cc \times \frac{180}{365}} \right] \times \$500.000_{Usd} \quad (92)$$

$$P_n = [48,590749] \times \$500.000_{Usd} \quad (93)$$

$$P_n = 24.295.374,54_{Cops} \quad (94)$$

$$U_{Opción Put} = \text{Max}\left(X_{Cops/Usd} - \text{Spot}_{Cops/Usd_n}, 0\right) \times Vnom_{OpciónUsd} \quad (97)$$

$$U_{Opción Put} = \text{Max}\left(\$2.524,27\frac{Cops}{Usd} - \text{Spot}_{Cops/Usd_n}, 0\right) \times \$500.000_{Usd} \quad (98)$$



**Figura 8.** Posición Larga en Put sobre Dólar. Fuente: Elaboración Propia

Continuando con el análisis y teniendo en cuenta las liquidaciones de utilidad de las opciones ( $U_{Opción}$ ) para el caso de la *Call* y aplicando las formulas número 9 y 10, encontramos que si el precio al vencimiento  $Spot_{Cops/Usd_n} > \$2.560,79 \frac{Cops}{Usd}$  la opción se ejercerá, de lo contrario expirará sin ser ejercida. Por otro lado, para la *Put* si el precio  $Spot_{Cops/Usd_n} < \$2.524,27 \frac{Cops}{Usd}$  la opción se ejercerá y de igual manera a la *Call*, si no se cumple esta condición la *Put* no será ejercida.

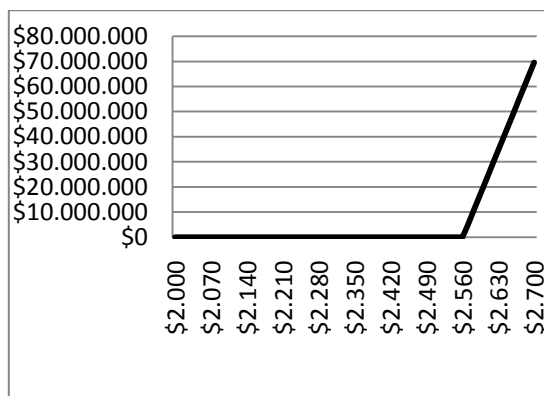
Por lo anterior y con el objeto de simular el comportamiento de cada opción al vencimiento se presentan los siguientes escenarios del  $Spot_{Cops/Usd_n}$ .

**Tabla 1.** Simulación de Resultados de la Liquidación al Vencimiento de la Opción *Call*. Fuente: Elaboración Propia

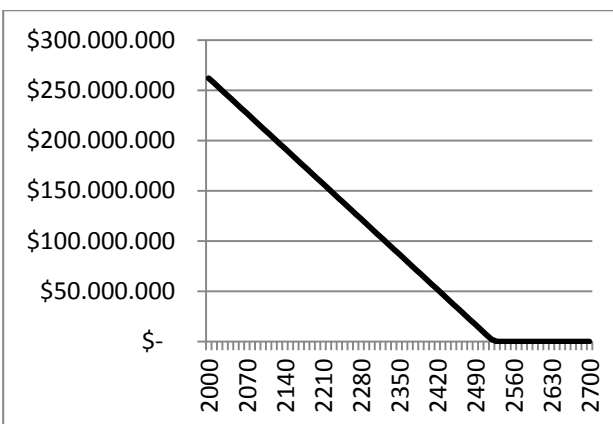
Spot al Vencimiento	Liquidación
\$ 2.000	\$ -
\$ 2.560	\$ -
\$ 2.570	\$ 4.605.000
\$ 2.580	\$ 9.605.000
\$ 2.590	\$ 14.605.000
\$ 2.600	\$ 19.605.000
\$ 2.610	\$ 24.605.000
\$ 2.620	\$ 29.605.000
\$ 2.630	\$ 34.605.000
\$ 2.640	\$ 39.605.000
\$ 2.650	\$ 44.605.000
\$ 2.660	\$ 49.605.000
\$ 2.670	\$ 54.605.000
\$ 2.680	\$ 59.605.000
\$ 2.690	\$ 64.605.000
\$ 2.700	\$ 69.605.000

**Tabla 2.** Simulación de Resultados de la Liquidación al Vencimiento de la Opción *Put*. Fuente: Elaboración Propia

Spot al Vencimiento	Liquidación
2390	\$ 67.135.000
2400	\$ 62.135.000
2410	\$ 57.135.000
2420	\$ 52.135.000
2430	\$ 47.135.000
2440	\$ 42.135.000
2450	\$ 37.135.000
2460	\$ 32.135.000
2470	\$ 27.135.000
2480	\$ 22.135.000
2490	\$ 17.135.000
2500	\$ 12.135.000
2510	\$ 7.135.000
2520	\$ 2.135.000
2530	\$ -
2700	\$ -



**Ilustración 1.** Estructura de Ganancias y Pérdidas de la Posición Larga en *Call* al Vencimiento. Fuente: Elaboración Propia



**Ilustración 2.** Estructura de Ganancias y Pérdidas de la Posición Larga en *Put* al Vencimiento. Fuente: Elaboración Propia

### Resultados del Producto con Opción Call:

Al realizar todo el acoplamiento de la estructura obtenemos lo siguiente:

- 1°. Al final obtendremos fruto de la inversión en el Cd 1.000.000 de dólares.
- 2°. El 1.000.000 de dólares será vendido al cabo de 180 días a una tasa de  $\$2.539,138826 \frac{Cops}{Usd}$  y obtendremos  $\$2.539.138.826_{Cops}$ .
- 3°. Si realizamos el cálculo de la rentabilidad obtenida por esta operación, obtendremos:

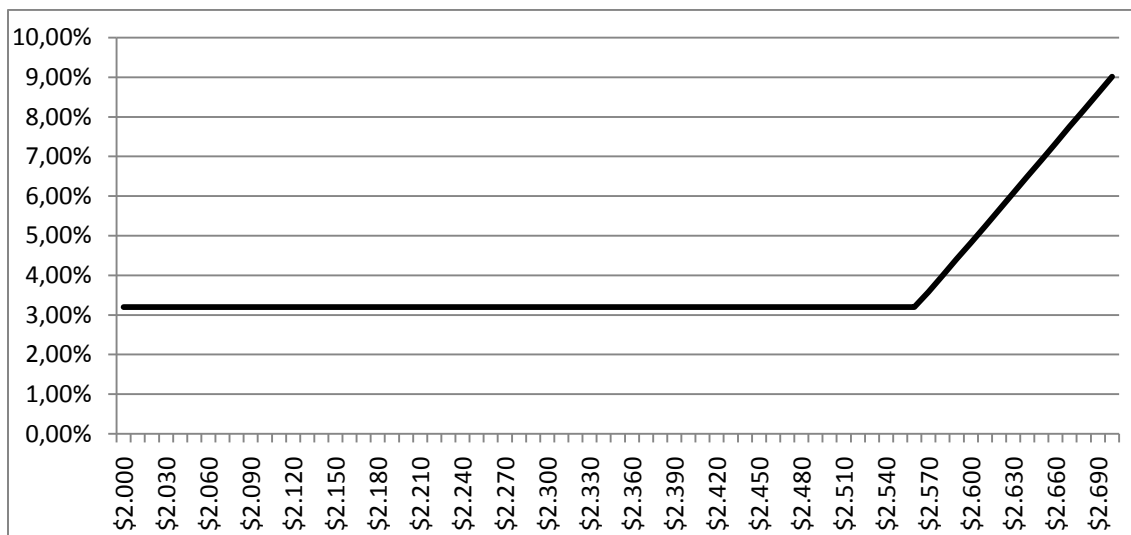
$$Rentabilidad Efectiva Anual = \left( \frac{\$2.539.138.826_{Cops}}{\$2.500.000.000_{Cops}} \right)^{\frac{365}{180}} - 1 = 3,20\% e. a$$

- 4°. Es decir, obtendremos sintéticamente como rentabilidad la tasa de devaluación con la cual realizamos la operación *forward*, con la cual se realizó el aseguramiento de la tasa de venta.
- 5°. En caso que la Opción Europea *Non Delivery*, se ejecute por efectos que al vencimiento la tasa Spot se ubique por encima de la tasa *Strike* pactada, se le generará al instrumento una palanca de rentabilidad que potenciará el resultado del instrumento. La simulación es la siguiente:

**Tabla 3.** Resultado Simulación de Rentabilidades. Fuente: Elaboración Propia.

Spot al Vto	Liquidación	Final CDT	Neto	Rentabilidad
2000	\$ -	\$ 2.539.138.826	\$ 2.539.138.826	3,20%
2560	\$ -	\$ 2.539.138.826	\$ 2.539.138.826	3,20%
2570	\$ 4.605.000	\$ 2.539.138.826	\$ 2.543.743.826	3,58%
2580	\$ 9.605.000	\$ 2.539.138.826	\$ 2.548.743.826	3,99%
2590	\$ 14.605.000	\$ 2.539.138.826	\$ 2.553.743.826	4,41%
2600	\$ 19.605.000	\$ 2.539.138.826	\$ 2.558.743.826	4,82%
2610	\$ 24.605.000	\$ 2.539.138.826	\$ 2.563.743.826	5,24%
2620	\$ 29.605.000	\$ 2.539.138.826	\$ 2.568.743.826	5,65%
2630	\$ 34.605.000	\$ 2.539.138.826	\$ 2.573.743.826	6,07%
2640	\$ 39.605.000	\$ 2.539.138.826	\$ 2.578.743.826	6,49%
2650	\$ 44.605.000	\$ 2.539.138.826	\$ 2.583.743.826	6,91%
2660	\$ 49.605.000	\$ 2.539.138.826	\$ 2.588.743.826	7,33%
2670	\$ 54.605.000	\$ 2.539.138.826	\$ 2.593.743.826	7,75%
2680	\$ 59.605.000	\$ 2.539.138.826	\$ 2.598.743.826	8,17%
2690	\$ 64.605.000	\$ 2.539.138.826	\$ 2.603.743.826	8,59%
2700	\$ 69.605.000	\$ 2.539.138.826	\$ 2.608.743.826	9,02%

- 6°. Según los resultados obtenidos, el producto estructurado de inversión, tendrá la bondad de no tener posibilidad de incurrir en pérdidas en ningún momento, garantizando una rentabilidad mínima al inversionista del 3,20% en pesos y que podrá ser potencializada hacia el infinito, dependiendo si es ejercida la Opción *Call* Europea *Non Delivery*.



**Ilustración 3.** Simulación de Rentabilidades Producto Estructurado con Posición Larga en *Call*. Fuente: Elaboración Propia

Resultados del Producto con Opción *Put*:

Al realizar todo el acoplamiento de la estructura obtenemos lo siguiente:

- 1°. Al final obtendremos fruto de la inversión en el Cd 1.000.000 de dólares.
- 2°. El 1.000.000 de dólares será vendido al cabo de 180 días a una tasa de  $\$2.539,138826 \frac{Cops}{Usd}$  y obtendremos  $\$2.539.138.826_{Cops}$ .
- 3°. Si realizamos el cálculo de la rentabilidad obtenida por esta operación, obtendremos:

$$Rentabilidad\ Efectiva\ Anual = \left( \frac{\$2.539.138.826_{Cops}}{\$2.500.000.000_{Cops}} \right)^{\frac{365}{180}} - 1 = 3,20\% e. a$$

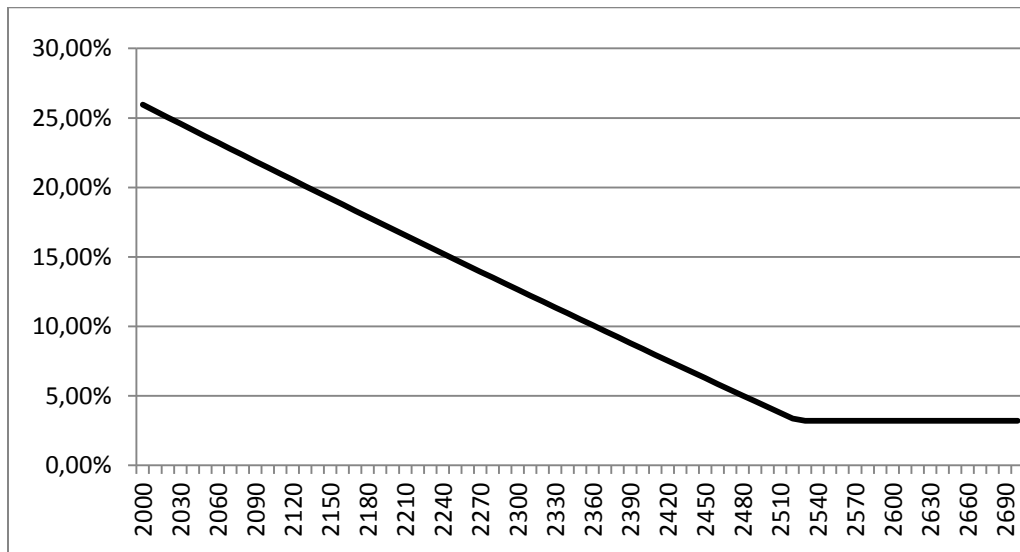
- 4°. Es decir, obtendremos sintéticamente como rentabilidad la tasa de devaluación con la cual realizamos la operación *forward*, con la cual se realizó el aseguramiento de la tasa de venta.
- 5°. En caso que la Opción Europea *Non Delivery*, se ejecute por efectos que al vencimiento la tasa Spot se ubique por encima de la tasa *Strike* pactada, se le generará al instrumento una palanca de rentabilidad que potencializará el resultado del instrumento. La simulación es la siguiente:

**Tabla 4.** Resultado Simulación de Rentabilidades. Fuente: Elaboración Propia

Spot al Vto	Liquidación	Final CDT	Neto	Rentabilidad
2380	\$ 72.135.000	\$ 2.539.138.826	\$ 2.611.273.826	9,23%
2390	\$ 67.135.000	\$ 2.539.138.826	\$ 2.606.273.826	8,81%
2400	\$ 62.135.000	\$ 2.539.138.826	\$ 2.601.273.826	8,39%
2410	\$ 57.135.000	\$ 2.539.138.826	\$ 2.596.273.826	7,96%
2420	\$ 52.135.000	\$ 2.539.138.826	\$ 2.591.273.826	7,54%
2430	\$ 47.135.000	\$ 2.539.138.826	\$ 2.586.273.826	7,12%
2440	\$ 42.135.000	\$ 2.539.138.826	\$ 2.581.273.826	6,70%

2450	\$	37.135.000	\$ 2.539.138.826	\$ 2.576.273.826	6,28%
2460	\$	32.135.000	\$ 2.539.138.826	\$ 2.571.273.826	5,87%
2470	\$	27.135.000	\$ 2.539.138.826	\$ 2.566.273.826	5,45%
2480	\$	22.135.000	\$ 2.539.138.826	\$ 2.561.273.826	5,03%
2490	\$	17.135.000	\$ 2.539.138.826	\$ 2.556.273.826	4,62%
2500	\$	12.135.000	\$ 2.539.138.826	\$ 2.551.273.826	4,20%
2510	\$	7.135.000	\$ 2.539.138.826	\$ 2.546.273.826	3,79%
2520	\$	2.135.000	\$ 2.539.138.826	\$ 2.541.273.826	3,38%
2530	\$	-	\$ 2.539.138.826	\$ 2.539.138.826	3,20%
2700	\$	-	\$ 2.539.138.826	\$ 2.539.138.826	3,20%

- 6°. De igual manera al anterior, el producto no tendrá pérdidas en ningún momento, asegurando una rentabilidad mínima de 3,20% en pesos y que podrá ser potencializada hacia el infinito, dependiendo si es ejercida la Opción *Put Europea Non Delivery*.



**Ilustración 4.** Simulación de Rentabilidades Producto Estructurado con Posición Larga en Put. Fuente: Elaboración Propia.

## 5.2 Valoración del Producto Estructurado.

Para realizar la valoración del instrumento tendremos como supuesto que se valorará al cabo de 90 días, las tasas de interés para activos cero cupón AAA con vencimiento dentro de 90 días se negocian en el mercado al 1% e.a ( $r_{n-t}$ ), la TRM para el día de la evaluación ( $Spot_{Cops/Usd_t}$ ) es de  $2.526,56 \frac{COPS}{USD}$ , la curva de devaluaciones de compra para *forward* de 90 días es ( $Dev_{bid_{Cops/Usd_{n-t}}}$ ) se encuentra al 3,665585%e.a, dado que la entidad se podrá endeudar a una tasa de interés en Usd ( $r_{Usd}$ ) de 0,250313%e.a e invertir a la tasa de interés en Cops ( $r_{Cops}$ ) de 3,925073%e.a para 90 días, incluyendo un margen de intermediación bancario (*Mib*) de 0% e.a, las volatilidades ( $\delta$ ) para las Opciones *Call* se encuentran a 10,5462% anual y para las *Put* a 10,5462% anual.

Valoración de la Posición Larga Especulativa en dólar en el Mercado Spot.

$$V Spot_t = \left( Spot_{Cops/Usd_t} - Spot_{Cops/Usd_0} \right) \times Vnom_{Usd} \quad (99)$$

$$V Spot_t = \left( \$2.526,56 \frac{COPS}{USD} - \$2.500 \frac{COPS}{USD} \right) \times \$990.281,8502_{Usd} \quad (100)$$

$$V Spot_t = \$26.301.885,941312_{Cops} \quad (101)$$

Valoración Posición Larga Especulativa en Instrumentos de Renta Fija Cero Cupón.

$$V Rf_t = \left\{ \left[ \frac{1}{(1+r_{n-t})^{(n-t)}} \right] - \left[ \frac{1}{(1+r_n)^{(n-t)}} \right] \right\} \times Vnom_{Usd} \quad (102)$$

$$V Rf_t = \left\{ \left[ \frac{1}{(1+1\%e.a)^{\left(\frac{90}{365}\right)}} \right] - \left[ \frac{1}{(1+2\%e.a)^{\left(\frac{90}{365}\right)}} \right] \right\} \times \$1.000.000_{Usd} \quad (103)$$

$$V Rf_t = \{ [0,9975] - [0,9951] \} \times \$1.000.000_{Usd}$$

$$V Rf_t = \{ 0,0024 \} \times \$1.000.000_{Usd}$$

$$V Rf_t = \$2.370,9379_{Usd}$$

$$V Rf_t = \$2.370,9379_{Usd} \times \$2.526,56 \frac{Cops}{Usd}$$

$$V Rf_t = \$5.990.316,8606_{Cops}$$

Valoración Posición Corta Coberturista sobre dólar en el mercado Forward.

$$Vfwd_t = \left[ fwd_{Cops/Usd_n} - fwd_{Cops/Usd_{n-t}} \right] \times \left( 1 + Dev_{bid_{Cops/Usd_{n-t}}} \right)^{(n-t)} \times Vnom \quad (104)$$

$$Vfwd_t = \left\{ \left[ Spot_{Cops/Usd_0} \times \left( 1 + Dev_{bid_{Cops/Usd_n}} \right)^n - Spot_{Cops/Usd_t} \times \left( 1 + Dev_{bid_{Cops/Usd_{n-t}}} \right)^{(n-t)} \right] \times \left( 1 + Dev_{bid_{Cops/Usd_{n-t}}} \right)^{-(n-t)} \right\} \times Vnom \quad (105)$$

$$Vfwd_t = \left\{ \left[ \$2.500 \frac{COPS}{USD} \times \left( 1 + 3,2001\% e.a \right)^{\frac{180}{365}} - \$2.526,56 \frac{COPS}{USD} \times \left( 1 + 3,665585\% e.a \right)^{\left(\frac{90}{365}\right)} \right] \times \left( 1 + 3,665585\% e.a \right)^{\left(\frac{90}{365}\right)} \right\} \times \$1.000.000_{Usd} \quad (106)$$

$$Vfwd_t = \left\{ \left[ \$2.539,139 \frac{COPS}{USD} - \$2.549,0873 \frac{COPS}{USD} \right] \times 0,991162 \right\} \times \$1.000.000_{Usd}$$

$$Vfwd_t = \left\{ \left[ -9,9483 \frac{COPS}{USD} \right] \times 0,991162 \right\} \times \$1.000.000_{Usd}$$

$$Vfwd_t = \left\{ -9,860382 \frac{COPS}{USD} \right\} \times \$1.000.000_{Usd}$$

$$Vfwd_t = -9.860.382,58_{Cops}$$

Valoración Posición Larga en Opciones sobre Dólar.

**Opción Call**

Nominal	\$500.000 USD
Spot	\$2.526,56
Volatilidad	10,5462%
Interés Local	3,85% a.cc
Interés Extranjero	0,25% a.cc
Devaluación	3,60% a.cc
Strike OPC	\$2.560,79
Prima	\$24.295.374,54 <sub>Cops</sub>

**Opción Put**

Nominal	\$500.000 USD
Spot	\$2.526,56
Volatilidad	10,5462%
Interés Local	3,85% a.cc
Interés Extranjero	0,25% a.cc
Devaluación	3,60% a.cc
Strike OPC	\$2.524,27
Prima	\$24.295.374,54 <sub>Cops</sub>

Nuevamente para aplicar el modelo de (Black & Scholes, 1973) debemos convertir las tasas de discretas a anuales compuestas continuas, a través de la ecuación 42:

$$r_{a.cc} = m \times \ln\left(1 + \frac{R}{m}\right) \quad (107)$$

$$r_{Cops\ a.cc} = 1 \times \ln\left(1 + \frac{3,925073\%}{1}\right) \quad (108)$$

$$r_{Cops\ a.cc} = 3,85\% \ a.\ cc \quad (109)$$

$$r_{Usd\ a.cc} = 1 \times \ln\left(1 + \frac{0,250313\%e.a}{1}\right) \quad (110)$$

$$r_{Usd\ a.cc} = 0,25\% \ a.\ cc \quad (111)$$

El IMC se podrá endeudar a una tasa de interés en Usd ( $r_{Usd}$ ) de 0,25% a. cc e invertir a la tasa de interés en Cops ( $r_{Cops}$ ) de 3,85% a. cc para 90 días, la devaluación será de 3.6% a. cc. y se aplicará el modelo de (Black & Scholes, 1973) para hallar los precios de las opciones y valorar la posición utilizando las ecuaciones número 29, 30, 31, 32.

**Valoración Opción Call**

$$VCall_t = \{C_{n-t} - C_n\} \times Vnom_{OpciónUsd} \quad (112)$$

$$VCall_t = \left\{ \left[ Spot_{Cops/Usd_t} \times N(d_{1n-t}) \times e^{-r_{Usd_{n-t}} \times (n-t)} - X_{Cops/Usd} \times e^{-r_{Cops_{n-t}} \times (n-t)} \times N(d_{2n-t}) \right] - \left[ Spot_{Cops/Usd_0} \times N(d_{1n}) \times e^{-r_{Usd_n} \times n} - X_{Cops/Usd} \times e^{-r_{Cops_n} \times n} \times N(d_{2n}) \right] \right\} \times Vnom_{OpciónUsd} \quad (113)$$

**Valoración Opción Call**

$$d_{1n-t} = \frac{\ln\left(\frac{Spot_{Cops/Usd_t}}{X_{Cops/Usd}}\right) + \left(r_{Cops_{n-t}} - r_{Usd_{n-t}} + \frac{\delta^2}{2}\right) \times (n-t)}{\delta \times \sqrt{(n-t)}} \quad (116)$$

$$d_{2n-t} = \frac{\ln\left(\frac{Spot_{Cops/Usd_t}}{X_{Cops/Usd}}\right) + \left(r_{Cops_{n-t}} - r_{Usd_{n-t}} - \frac{\delta^2}{2}\right) \times (n-t)}{\delta \times \sqrt{(n-t)}} \quad (117)$$

$$d_{2n-t} = d_{1n-t} - \delta \times \sqrt{(n-t)} \quad (118)$$

**Valoración Opción Put**

$$VPut_t = \{P_{n-t} - P_n\} \times Vnom_{OpciónUsd} \quad (114)$$

$$VPut_t = \left\{ \left[ X_{Cops/Usd} \times e^{-r_{Cops_{n-t}} \times (n-t)} \times N(-d_{2n-t}) - Spot_{Cops/Usd_t} \times N(-d_{1n-t}) \times e^{-r_{Usd_{n-t}} \times (n-t)} \right] - \left[ X_{Cops/Usd} \times e^{-r_{Cops_n} \times n} \times N(-d_{2n}) - Spot_{Cops/Usd_0} \times N(-d_{1n}) \times e^{-r_{Usd_n} \times n} \right] \right\} \times Vnom_{OpciónUsd} \quad (115)$$

$$d_{1n-t} = \frac{\ln\left(\frac{2.526,56}{2.560,79}\right) + \left(3,85\% - 0,25\% + \frac{10,5462\%^2}{2}\right) \times \left(\frac{90}{365}\right)}{10,5462\% \times \sqrt{(90/365)}} \quad (119)$$

$$d_{1n-t} = \frac{-0,003209164}{0,052368583} \quad (120)$$

$$d_{1n-t} = -0,0612803 \quad (121)$$

$$d_{2n-t} = -0,0612803 - 0,052368583 \quad (122)$$

$$d_{2n-t} = -0,1136489 \quad (123)$$

$$VCall_t = \left\{ \left[ 2.526,56 \times N(-0,0612803) \times e^{-0,25\% \times \left(\frac{90}{365}\right)} - 2.560,79 \times e^{-3,85\% \times \left(\frac{90}{365}\right)} \times N(-0,1136489) \right] \times 500.000 - [24.295.374,54_{COPS}] \right\} \quad (124)$$

$$VCall_t = \left\{ \left[ 2.526,56 \times 0,47556798 \times e^{-0,25\% \times \left(\frac{90}{365}\right)} - 2.560,79 \times e^{-3,85\% \times \left(\frac{90}{365}\right)} \times 0,45475805 \right] \times 500.000 - [24.295.374,54_{COPS}] \right\} \quad (125)$$

$$VCall_t = \{ [47,273539] \times 500.000 - [24.295.374,54_{COPS}] \} \quad (126)$$

$$VCall_t = [ \$23.636.769,54_{COPS} ] - [24.295.374,54_{COPS}] \quad (127)$$

$$VCall_t = -\$658.605_{Cops} \quad (128)$$

### Valoración Opción Put

$$d_{1n-t} = 0,2130042 \quad (131)$$

$$d_{1n-t} = \frac{\ln\left(\frac{2.526,56}{2.524,27}\right) + \left(3,85\% - 0,25\% + \frac{10,5462\%^2}{2}\right) \times \left(\frac{90}{365}\right)}{10,5462\% \times \sqrt{(90/365)}} \quad (129)$$

$$d_{2n-t} = 0,2130042 - 0,052368583 \quad (132)$$

$$d_{1n-t} = \frac{0,011154728}{0,052368583} \quad (130)$$

$$d_{2n-t} = 0,1606356 \quad (133)$$

$$VPut_t = \left\{ \left[ 2.524,27 \times e^{-3,85\% \times (90/365)} \times N(-0,1606356) - 2.526,56 \times N(-0,2130042) \times e^{-0,25\% \times (90/365)} \right] \times 500.000 - [24.295.374,54] \right\} \quad (134)$$

$$VPut_t = \left\{ \left[ 2.524,27 \times e^{-3,85\% \times (90/365)} \times 0,4361902 - 2.526,56 \times 0,4156618 \times e^{-0,25\% \times (90/365)} \right] \times 500.000 - [24.295.374,54] \right\} \quad (135)$$

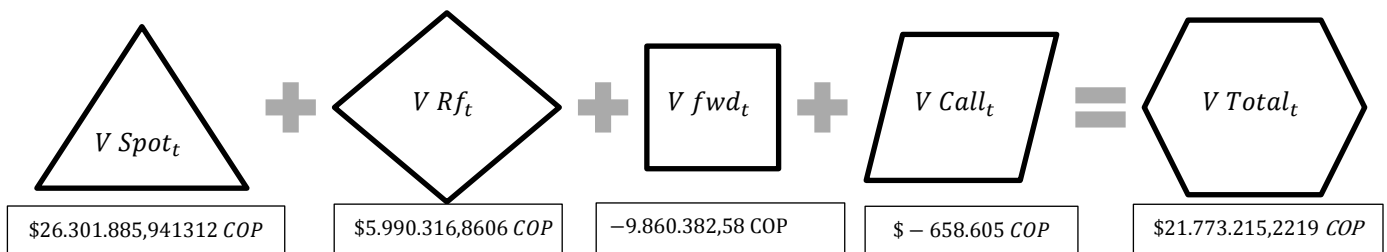
$$VPut_t = \{ [41,111343] \times 500.000 - [24.295.374,54] \} \quad (136)$$

$$VPut_t = [ \$20.555.671,28_{COPS} ] - [24.295.374,54_{COPS}] \quad (137)$$

$$VPut_t = -\$3.739.703,26_{Cops} \quad (138)$$

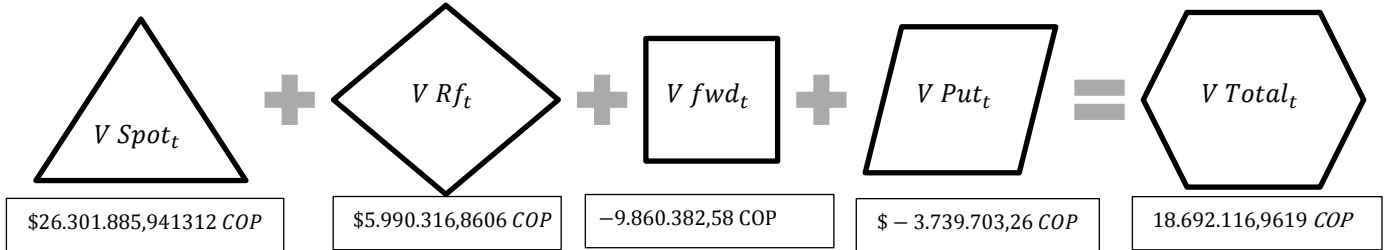
### Valoración Consolidada Producto Estructurado con Posición Larga Call.

Bajo estos supuestos, el producto se estaría valorando con una utilidad de \$21.499.795,8019 Cop, compuesto de la siguiente forma:



Valoración Consolidada Producto Estructurado con Posición Larga Put.

A diferencia de la valoración consolidada anterior, el producto se estaría valorando con una utilidad de \$18.418.697,5419 Cop, compuesto de la siguiente forma:



**5.3 Cálculo de la Probabilidad de Éxito del Producto Estructurado.**

Para realizar este procedimiento se tomará para el análisis la serie de precios de la TRM tomada de (Banco de la Republica de Colombia, 2015) y como periodo de análisis se seleccionará el rango de precios entre el 1 de Enero de 2015 y 6 de Julio de 2015. Con estos datos se calculará la probabilidad de éxito de ambas estrategias, asumiendo que faltan 180 días para su vencimiento.

Aplicando la teoría de Ito's Lemma con la propiedad Lognormal, explicada por (Hull, 2012) y según el análisis de la serie de precios realizado, definimos una media de rendimiento sobre la TRM de  $\mu = 19,541464\%$  anual y una desviación de  $\delta = 14,460376\%$  anual.

$$\ln(Spot_{Cops/Usd_n}) \sim N[E[\ln(Spot_{Cops/Usd_n})], \delta^2 \times n] \quad (139)$$

$$\ln(Spot_{Cops/Usd_n}) \sim N\left[\ln(Spot_{Cops/Usd_0}) + \left(\mu - \frac{\delta^2}{2}\right) \times n, \delta^2 \times n\right] \quad (140)$$

$$\ln(Spot_{Cops/Usd_n}) \sim N\left[\ln\left(\$2.500 \frac{COPS}{USD}\right) + \left(19,541464\% - \frac{14,460376\%^2}{2}\right) \times \frac{180}{365}, 14,460376\%^2 \times \frac{180}{365}\right] \quad (141)$$

$$\ln(Spot_{Cops/Usd_n}) \sim N\left[\ln\left(\$2.500 \frac{COPS}{USD}\right) + (18,495952\%) \times \frac{180}{365}, 14,460376\%^2 \times \frac{180}{365}\right] \quad (142)$$

$$\ln(Spot_{Cops/Usd_n}) \sim N\left[\ln\left(\$2.500 \frac{COPS}{USD}\right) + 9,121291\%, 14,460376\%^2 \times \frac{180}{365}\right] \quad (143)$$

$$\ln(Spot_{Cops/Usd_n}) \sim N[7,915259, 0,010312] \quad (144)$$

Con el 95% de probabilidad de una variable normalmente distribuida. Es decir, tomando un valor de 1,96 desviaciones estándar de la media, con una desviación de  $\delta = \sqrt{0,010312} = 0,10154802$ , el precio de la TRM  $\ln(Spot_{Cops/Usd_n})$  según la serie de valores tomados para el análisis será de:

$$E[\ln(Spot_{Cops/Usd_n})] - 1,96 \times \delta < \ln(Spot_{Cops/Usd_n}) < E[\ln(Spot_{Cops/Usd_n})] + 1,96 \times \delta \quad (145)$$

$$7,915259 - 1,96 \times 0,10154802 < \ln(\text{Spot}_{\text{Cops}/\text{Usd}_n}) > 7,915259 + 1,96 \times 0,10154802 \quad (146)$$

$$7,716224881 < \ln(\text{Spot}_{\text{Cops}/\text{Usd}_n}) > 8,114293119 \quad (147)$$

$$e^{7,716224881} < \ln(\text{Spot}_{\text{Cops}/\text{Usd}_n}) > e^{8,114293119} \quad (148)$$

$$\$2.244,470423_{\text{Cops}/\text{Usd}} < \ln(\text{Spot}_{\text{Cops}/\text{Usd}_n}) > \$3.341,894428_{\text{Cops}/\text{Usd}} \quad (149)$$

Con una probabilidad del 95% la *TRM* para dentro de 180 días se ubicará entre un valor de  $\$2.244,470423_{\text{Cops}/\text{Usd}}$  y  $\$3.341,894428_{\text{Cops}/\text{Usd}}$ .

De tal forma evaluaremos cual es la probabilidad (*P*) que la *Call* y la *Put* se ejerza o expiren sin ser ejercida y de esta manera encontraremos la probabilidad de éxito del producto estructurado, generando un rendimiento esperado superior al mínimo asegurado.

$$PE_{\text{Call}} \begin{cases} P \left[ \frac{\text{Spot}_{\text{Cops}}}{\text{Usd}_n} > \frac{X_{\text{Cops}}}{\text{Usd}} \right] \rightarrow \text{Probabilidad Producto Estructurado Exitoso} \\ U_{PE_{\text{Call}}} = \left( Vnom_{\text{Usd}} \times fwd_{\frac{\text{Cops}}{\text{Usd}_n}} \right) + \left[ \left( \frac{\text{Spot}_{\text{Cops}}}{\text{Usd}_n} - \frac{X_{\text{Cops}}}{\text{Usd}} \right) \times Vnom_{\text{OpciónUsd}} \right] - Vnom_{\text{Cops}_0} \\ P \left[ \frac{\text{Spot}_{\text{Cops}}}{\text{Usd}_n} < \frac{X_{\text{Cops}}}{\text{Usd}} \right] \rightarrow \text{Probabilidad Producto Estructurado No Exitoso} \\ U_{PE_{\text{Call}}} = \left( Vnom_{\text{Usd}} \times fwd_{\frac{\text{Cops}}{\text{Usd}_n}} \right) - Vnom_{\text{Cops}_0} \end{cases} \quad (150)$$

$$P \left[ \frac{\text{Spot}_{\text{Cops}}}{\text{Usd}_n} > \frac{X_{\text{Cops}}}{\text{Usd}} \right] = 1 - N \left[ \ln \left( \frac{X_{\text{Cops}}}{\text{Usd}} \right), E \left[ \ln(\text{Spot}_{\text{Cops}/\text{Usd}_n}) \right], \delta \right]$$

$$P \left[ \frac{\text{Spot}_{\text{Cops}}}{\text{Usd}_n} > \frac{X_{\text{Cops}}}{\text{Usd}} \right] = 1 - N \left[ \ln(\$2.560,79_{\text{Cops}/\text{Usd}}), 7,915259, 0,10154802 \right]$$

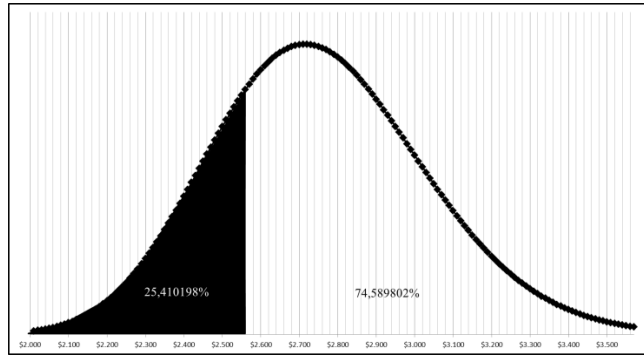
$$P \left[ \frac{\text{Spot}_{\text{Cops}}}{\text{Usd}_n} > \frac{X_{\text{Cops}}}{\text{Usd}} \right] = 1 - N \left[ 7,848071084, 7,915259, 0,10154802 \right]$$

$$P \left[ \frac{\text{Spot}_{\text{Cops}}}{\text{Usd}_n} > \frac{X_{\text{Cops}}}{\text{Usd}} \right] = 1 - 25,4101979\%$$

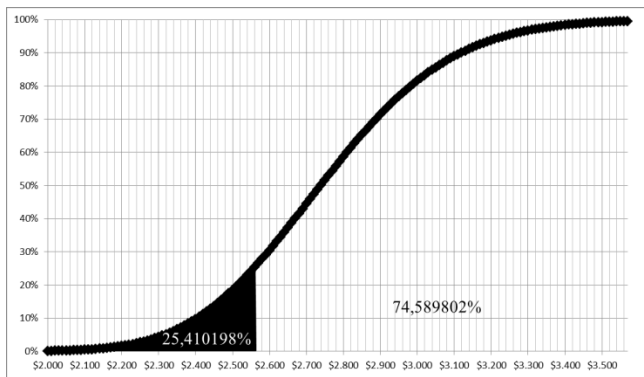
$$P \left[ \frac{\text{Spot}_{\text{Cops}}}{\text{Usd}_n} > \frac{X_{\text{Cops}}}{\text{Usd}} \right] = 74,5898021\%$$

$$P \left[ \frac{\text{Spot}_{\text{Cops}}}{\text{Usd}_n} < \frac{X_{\text{Cops}}}{\text{Usd}} \right] = 25,4101979\%$$

Según los cálculos realizados el producto estructurado con *Call* tendrá una probabilidad de generar una palanca de utilidad y rendimiento del **74,5898021%** y de solo obtener como utilidad o rendimiento el diferencial generado entre el *Spot* al cual se compró inicialmente los dólares y la tasa *forward* a la cual se están vendiendo al vencimiento una probabilidad de **25,4101979%**.



**Ilustración 5.** Distribución de probabilidad de éxito del producto estructurado con *Call*. Fuente: Elaboración Propia.



**Ilustración 6.** Distribución de probabilidad de éxito acumulada del producto estructurado con *Call*. Fuente: Elaboración Propia.

**Tabla 5.** Simulación de Utilidades, Rentabilidades y Probabilidad de Éxito del Producto Estructurado con *Call*.

Spot al Vto	Liquidación	Final CDT	Neto	Rentabilidad e.a	Probabilidad de Ocurrencia Acumulativa	Probabilidad de Ocurrencia
\$ 2.000	\$ -	\$ 2.539.138.826	\$ 2.539.138.826	3,20%	0,098193%	
\$ 2.010	\$ -	\$ 2.539.138.826	\$ 2.539.138.826	3,20%	0,115750%	0,017557%
\$ 2.550	\$ -	\$ 2.539.138.826	\$ 2.539.138.826	3,20%	24,096006%	1,188956%
\$ 2.560	\$ -	\$ 2.539.138.826	\$ 2.539.138.826	3,20%	25,312909%	1,216904%
\$ 2.570	\$ 4.605.000	\$ 2.539.138.826	\$ 2.543.743.826	3,58%	26,556459%	1,243550%
\$ 2.580	\$ 9.605.000	\$ 2.539.138.826	\$ 2.548.743.826	3,99%	27,825264%	1,268805%
\$ 2.590	\$ 14.605.000	\$ 2.539.138.826	\$ 2.553.743.826	4,41%	29,117848%	1,292584%
\$ 2.600	\$ 19.605.000	\$ 2.539.138.826	\$ 2.558.743.826	4,82%	30,432657%	1,314809%
\$ 2.610	\$ 24.605.000	\$ 2.539.138.826	\$ 2.563.743.826	5,24%	31,768065%	1,335408%
\$ 2.620	\$ 29.605.000	\$ 2.539.138.826	\$ 2.568.743.826	5,65%	33,122381%	1,354316%
\$ 2.630	\$ 34.605.000	\$ 2.539.138.826	\$ 2.573.743.826	6,07%	34,493857%	1,371476%
\$ 2.640	\$ 39.605.000	\$ 2.539.138.826	\$ 2.578.743.826	6,49%	35,880694%	1,386837%
\$ 2.650	\$ 44.605.000	\$ 2.539.138.826	\$ 2.583.743.826	6,91%	37,281052%	1,400358%
\$ 2.660	\$ 49.605.000	\$ 2.539.138.826	\$ 2.588.743.826	7,33%	38,693056%	1,412004%
\$ 2.670	\$ 54.605.000	\$ 2.539.138.826	\$ 2.593.743.826	7,75%	40,114806%	1,421750%
\$ 2.680	\$ 59.605.000	\$ 2.539.138.826	\$ 2.598.743.826	8,17%	41,544383%	1,429577%
\$ 2.690	\$ 64.605.000	\$ 2.539.138.826	\$ 2.603.743.826	8,59%	42,979856%	1,435474%
\$ 2.700	\$ 69.605.000	\$ 2.539.138.826	\$ 2.608.743.826	9,02%	44,419296%	1,439440%
\$ 2.710	\$ 74.605.000	\$ 2.539.138.826	\$ 2.613.743.826	9,44%	45,860776%	1,441480%
\$ 2.720	\$ 79.605.000	\$ 2.539.138.826	\$ 2.618.743.826	9,87%	47,302383%	1,441607%
\$ 2.730	\$ 84.605.000	\$ 2.539.138.826	\$ 2.623.743.826	10,29%	48,742224%	1,439842%
\$ 2.740	\$ 89.605.000	\$ 2.539.138.826	\$ 2.628.743.826	10,72%	50,178437%	1,436212%
\$ 2.750	\$ 94.605.000	\$ 2.539.138.826	\$ 2.633.743.826	11,15%	51,609189%	1,430752%
\$ 2.760	\$ 99.605.000	\$ 2.539.138.826	\$ 2.638.743.826	11,57%	53,032692%	1,423503%
\$ 2.770	\$ 104.605.000	\$ 2.539.138.826	\$ 2.643.743.826	12,00%	54,447204%	1,414512%
\$ 2.780	\$ 109.605.000	\$ 2.539.138.826	\$ 2.648.743.826	12,43%	55,851035%	1,403831%
\$ 2.790	\$ 114.605.000	\$ 2.539.138.826	\$ 2.653.743.826	12,86%	57,242554%	1,391519%
\$ 2.800	\$ 119.605.000	\$ 2.539.138.826	\$ 2.658.743.826	13,30%	58,620192%	1,377638%
\$ 2.810	\$ 124.605.000	\$ 2.539.138.826	\$ 2.663.743.826	13,73%	59,982447%	1,362255%
\$ 2.820	\$ 129.605.000	\$ 2.539.138.826	\$ 2.668.743.826	14,16%	61,327889%	1,345442%
\$ 2.830	\$ 134.605.000	\$ 2.539.138.826	\$ 2.673.743.826	14,60%	62,655162%	1,327273%
\$ 2.840	\$ 139.605.000	\$ 2.539.138.826	\$ 2.678.743.826	15,03%	63,962986%	1,307824%
\$ 2.850	\$ 144.605.000	\$ 2.539.138.826	\$ 2.683.743.826	15,47%	65,250163%	1,287177%

Para el caso del producto estructurado con *Put* se realizará el mismo procedimiento:

$$PE_{Put} \begin{cases} P \left[ \frac{Spot_{Cops}}{Usd_n} < \frac{X_{Cops}}{Usd} \right] \rightarrow \text{Probabilidad Producto Estructurado Exitoso} \\ U_{PE_{Put}} = \left( Vnom_{Usd} \times fwd_{Cops} \right) + \left[ \left( X_{Cops/Usd} - Spot_{Cops} \right) \times Vnom_{OpciónUsd} \right] - Vnom_{Cops_0} \\ P \left[ \frac{Spot_{Cops}}{Usd_n} > \frac{X_{Cops}}{Usd} \right] \rightarrow \text{Probabilidad Producto Estructurado No Exitoso} \\ U_{PE_{Put}} = \left( Vnom_{Usd} \times fwd_{Cops} \right) - Vnom_{Cops_0} \end{cases}$$

(151)

$$P \left[ \frac{Spot_{Cops}}{Usd_n} < \frac{X_{Cops}}{Usd} \right] = N \left[ \ln \left( \frac{X_{Cops}}{Usd} \right), E[\ln(Spot_{Cops/Usd_n})], \delta \right]$$

$$P \left[ \frac{Spot_{Cops}}{Usd_n} < \frac{X_{Cops}}{Usd} \right] = N[\ln(\$2.524,27_{Cops/Usd}), 7,915259, 0,10154802]$$

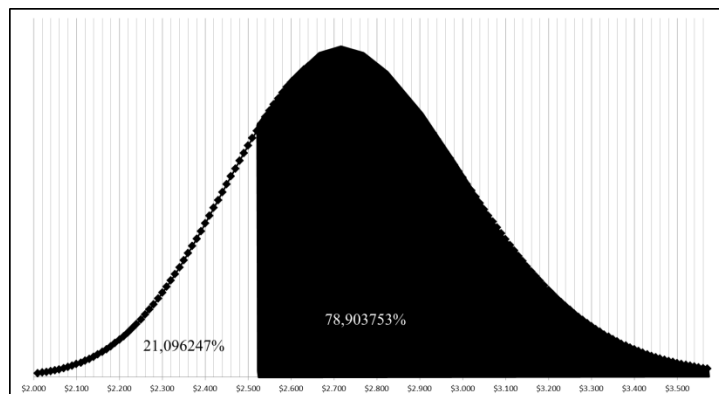
$$P \left[ \frac{Spot_{Cops}}{Usd_n} < \frac{X_{Cops}}{Usd} \right] = N[7,833707, 7,915259, 0,10154802]$$

$$P \left[ \frac{Spot_{Cops}}{Usd_n} < \frac{X_{Cops}}{Usd} \right] = 21,096247\%$$

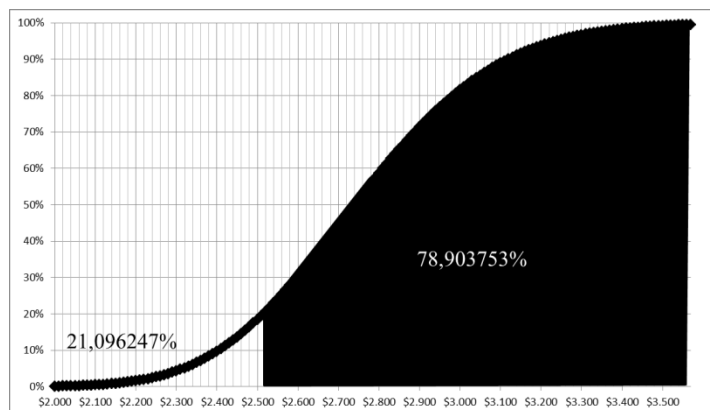
$$P \left[ \frac{Spot_{Cops}}{Usd_n} > \frac{X_{Cops}}{Usd} \right] = 1 - 21,096247\%$$

$$P \left[ \frac{Spot_{Cops}}{Usd_n} > \frac{X_{Cops}}{Usd} \right] = 78,903753\%$$

El producto estructurado con *Put* poseerá un beneficio y rentabilidad mayor al asegurado con una probabilidad de **21,096247%** y de solo obtener el valor asegurado del **78,903753%**



**Ilustración 7.** Distribución de probabilidad de éxito del producto estructurado con *Put*. Fuente: Elaboración Propia.



**Ilustración 8.** Distribución de probabilidad de éxito acumulada del producto estructurado con *Put*. Fuente: Elaboración Propia.

Spot al Vto	Liquidación	Final CDT	Neto	Rentabilidad e.a	Probabilidad de Ocurrencia Acumulativa	Probabilidad de Ocurrencia
2230	\$ 147.135.000	\$ 2.539.138.826	\$ 2.686.273.826	15,69%	2,150081%	0,217859%
2240	\$ 142.135.000	\$ 2.539.138.826	\$ 2.681.273.826	15,25%	2,387237%	0,237155%
2250	\$ 137.135.000	\$ 2.539.138.826	\$ 2.676.273.826	14,82%	2,644800%	0,257564%
2260	\$ 132.135.000	\$ 2.539.138.826	\$ 2.671.273.826	14,38%	2,923890%	0,279089%
2270	\$ 127.135.000	\$ 2.539.138.826	\$ 2.666.273.826	13,95%	3,225622%	0,301732%
2280	\$ 122.135.000	\$ 2.539.138.826	\$ 2.661.273.826	13,52%	3,551107%	0,325486%
2290	\$ 117.135.000	\$ 2.539.138.826	\$ 2.656.273.826	13,08%	3,901444%	0,350337%
2300	\$ 112.135.000	\$ 2.539.138.826	\$ 2.651.273.826	12,65%	4,277711%	0,376267%
2310	\$ 107.135.000	\$ 2.539.138.826	\$ 2.646.273.826	12,22%	4,680961%	0,403249%
2320	\$ 102.135.000	\$ 2.539.138.826	\$ 2.641.273.826	11,79%	5,112212%	0,431251%
2330	\$ 97.135.000	\$ 2.539.138.826	\$ 2.636.273.826	11,36%	5,572444%	0,460232%
2340	\$ 92.135.000	\$ 2.539.138.826	\$ 2.631.273.826	10,94%	6,062590%	0,490146%
2350	\$ 87.135.000	\$ 2.539.138.826	\$ 2.626.273.826	10,51%	6,583528%	0,520938%
2360	\$ 82.135.000	\$ 2.539.138.826	\$ 2.621.273.826	10,08%	7,136076%	0,552549%
2370	\$ 77.135.000	\$ 2.539.138.826	\$ 2.616.273.826	9,66%	7,720986%	0,584910%
2380	\$ 72.135.000	\$ 2.539.138.826	\$ 2.611.273.826	9,23%	8,338933%	0,617947%
2390	\$ 67.135.000	\$ 2.539.138.826	\$ 2.606.273.826	8,81%	8,990515%	0,651582%
2400	\$ 62.135.000	\$ 2.539.138.826	\$ 2.601.273.826	8,39%	9,676242%	0,685727%
2410	\$ 57.135.000	\$ 2.539.138.826	\$ 2.596.273.826	7,96%	10,396535%	0,720293%
2420	\$ 52.135.000	\$ 2.539.138.826	\$ 2.591.273.826	7,54%	11,151716%	0,755182%
2430	\$ 47.135.000	\$ 2.539.138.826	\$ 2.586.273.826	7,12%	11,942010%	0,790294%
2440	\$ 42.135.000	\$ 2.539.138.826	\$ 2.581.273.826	6,70%	12,767534%	0,825524%
2450	\$ 37.135.000	\$ 2.539.138.826	\$ 2.576.273.826	6,28%	13,628299%	0,860765%
2460	\$ 32.135.000	\$ 2.539.138.826	\$ 2.571.273.826	5,87%	14,524206%	0,895906%
2470	\$ 27.135.000	\$ 2.539.138.826	\$ 2.566.273.826	5,45%	15,455040%	0,930835%
2480	\$ 22.135.000	\$ 2.539.138.826	\$ 2.561.273.826	5,03%	16,420477%	0,965437%
2490	\$ 17.135.000	\$ 2.539.138.826	\$ 2.556.273.826	4,62%	17,420074%	0,999597%
2500	\$ 12.135.000	\$ 2.539.138.826	\$ 2.551.273.826	4,20%	18,453275%	1,033202%
2510	\$ 7.135.000	\$ 2.539.138.826	\$ 2.546.273.826	3,79%	19,519411%	1,066136%
2520	\$ 2.135.000	\$ 2.539.138.826	\$ 2.541.273.826	3,38%	20,617699%	1,098288%
2530	\$ -	\$ 2.539.138.826	\$ 2.539.138.826	3,20%	21,747245%	1,129546%
2540	\$ -	\$ 2.539.138.826	\$ 2.539.138.826	3,20%	22,907049%	1,159804%
3990	\$ -	\$ 2.539.138.826	\$ 2.539.138.826	3,20%	99,989452%	0,001077%
4000	\$ -	\$ 2.539.138.826	\$ 2.539.138.826	3,20%	99,990432%	0,000980%

Por lo anterior, el producto estructurado se deberá construir con una posición larga en *Call*, ya que tiene mayor probabilidad de ser exitoso (74,5898021%), que aquel que se construya con la *Put* (21,096247%). Esto debido a la tendencia esperada que tendrá la *TRM* para los próximos 180 días, según la serie de precios analizada.

## 6 Conclusiones y Recomendaciones.

En este documento se ha trabajado la construcción, valoración y cálculo de probabilidad de éxito de un producto estructurado, analizando aspectos como la composición del producto, que posiciones deben realizarse, como es la liquidación de utilidades y el comportamiento del mismo en términos de rentabilidad y riesgo. Además de la aplicación de diferentes teorías de valoración de instrumentos financieros y especialmente de derivados y se han utilizado modelos estadísticos para definir la probabilidad de éxito del

instrumento. Con base en esto último se define la estructura que debería tener el producto, de tal manera que tenga una mayor probabilidad de ser exitoso, en términos de generación de mayor rentabilidad y utilidad para el inversionista.

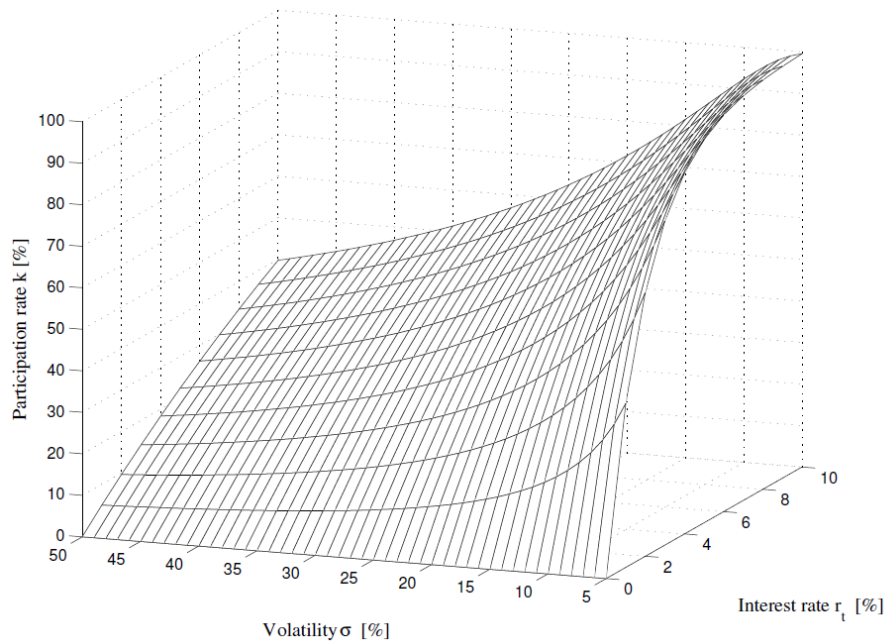
El presente estudio presenta que es posible construir un producto estructurado competitivo con respecto a lo que usualmente obtendría un inversionista tradicional en el mercado colombiano. Esto debido a que según las condiciones actuales de la economía presentado en (Banco de la República de Colombia, 2015), un inversor podría invertir su dinero a 180 días a una tasa en pesos colombianos de 4,70% e.a., teniendo un costo de oportunidad de sus recursos al no invertir en un Certificado de Depósito a Término (*Cdt*) tradicional, sino en el producto estructurado equivalente a  $1,453488\%e.a \left( \frac{(1+4,70\%)}{(1+3,20\%)} - 1 \right)$ , dado que el instrumento construido arroja una rentabilidad mínima de 3,20%e.a, pero obteniendo la posibilidad de lograr rentabilidades diferenciales y superiores, según los escenarios simulados. De tal forma que lo único que se está arriesgando actualmente sería el costo de oportunidad mencionado.

Por otro lado, el documento se enfoca de manera considerable en ofrecer un producto con capital garantizado, debido a que en términos generales el inversionista colombiano es escéptico frente a instrumentos financieros diferentes a los tradicionales y se encuentra en la parte inicial de la curva de aprendizaje en el uso y manejo de los derivados como estructura financiera. Al definir la estructura con capital y cierta rentabilidad asegurada, se genera un atractivo interesante que apoyaría la gestión comercial para que el inversionista deposite los recursos en este producto sin mayores temores.

Continuando con la comercialización, es fundamental que el inversionista tenga totalmente claras las condiciones con las cuales se construyó el producto, de manera que conozca que el instrumento y sus componentes tendrán un único momento de vencimiento y no podrán ser descontadas antes de ese momento en el mercado secundario de manera separada, ya que esto rompería el resultado esperado para el mismo. De tal forma, el producto solo podrá ser comercializado como un elemento único e ilíquido hasta su madurez, el cual tendrá unos escenarios de utilidad y rentabilidad, dependiendo de cómo se comporte la tasa de cambio, pero que asegurará un nivel mínimo, que será el beneficio final para el inversor en caso que no se ejerza la opción que se encuentra dentro de la estructura, de lo contrario se obtendrán rendimientos superiores a los encontrados a nivel nacional.

Además de lo anterior, es importante mencionar la relación entre las variables que pueden afectar la palanca de rentabilidad y utilidad del producto. Para esto (Hveem, 2011) relaciona la participación del capital inicial invertido en la opción dentro del producto estructurado, el cual dentro del documento identificamos como  $\%O_{C-P}$  y que en la siguiente ilustración se presenta como  $k$ , la volatilidad de la opción identificada dentro del estudio como  $\delta$  y la tasa de interés cero cupón del instrumento de renta fija internacional definida como  $r_n$ , pero en la ilustración como  $r_t$ .

Como se puede observar en la ilustración 9, mientras más participación tenga la opción sobre el capital inicial, menor sea la volatilidad con la cual se calcule el precio de la opción y mayor sea la tasa de interés de los títulos cero cupón a nivel internacional, mayor será la palanca de rentabilidad y utilidad sobre el producto estructurado y será cada vez más atractivo invertir en él. Esto debido a que al tener mayores tasas de interés cero cupón para las inversiones en instrumentos de renta fija internacional, menor será la cantidad de dinero necesaria para invertir y mantener el valor del capital. Sin embargo, mayor será el disponible para invertir en opciones y a razón que la volatilidad de la *TRM* disminuya, los precios de las opciones serán menores, lo cual permitirá adquirir unas opciones que se encuentren más dentro del dinero o *ITM* y que posean mayores probabilidades de ser ejercidas al vencimiento, de tal forma que en el resultado final podamos obtener unos escenarios cada vez más favorables de utilidad y rentabilidad y con una mayor probabilidad de éxito.



**Ilustración 9** Superficie de relacionamiento entre la tasa de interés  $r_t$ , la volatilidad  $\delta$  y la tasa de participación de la opción sobre el capital inicial  $k$ . Fuente: (Hveem, 2011)

De manera contraria, si no se cumplen las condiciones anteriores y se presenta un escenario de tasas de interés internacionales cero cupón bajas, alta volatilidad de la TRM, es decir altos precios para las opciones y como resultado de esto una baja participación del capital disponible para inversión en opciones. El instrumento solo podrá construirse de manera atractiva si se realiza sobre un capital lo suficientemente grande, que permita que esta baja participación para inversión en opciones, arroje un valor suficiente para adquirir una opción sobre un capital, que en el resultado final de las simulaciones permita obtener unas rentabilidades superiores y seductoras, frente a lo que puede recibir un inversionista en el mercado local a través de un Cdt para el mismo plazo.

Este último escenario, es el que se nos presenta en el caso práctico, en donde tenemos unas tasas para la inversión en instrumentos de renta fija cero cupón bajas e inferiores a las locales en Cops, una volatilidad relativamente alta, que hace que las opciones tengan unos precios altos y por tanto una participación para la inversión en opciones baja. De tal forma, estas dificultades debieron ser sorteadas, tomando un capital relativamente alto de \$1.000 Millones de Cops como nominal inicial para la operación, de manera que se pudieran realizar compras de opciones sobre un principal de \$500.000 Usd, que generará un efecto diferencial en la simulación de utilidades y rentabilidades al vencimiento.

Finalmente, la dirección de inversión de este instrumento viene del mercado local al internacional, dado que las tasas de interés en Colombia son mayores que las encontradas en el extranjero y esto resulta en una devaluación positiva, generando el efecto que la tasa de cambio *forward* sea mayor que la que se ubica en el *spot*, lo cual garantiza una condición fundamental para el éxito del producto, el cual es que se asegure vender los dólares más caros que a lo que se compraron originalmente y define la utilidad o rentabilidad mínima del instrumento. De lo contrario, si se encuentra una coyuntura en la cual las tasas en el extranjero son mayores que las locales, la dirección del producto deberá cambiar y dirigirse del mercado internacional al local, buscando garantizar nuevamente que la tasa a la que se vendan los dólares, continúe siendo mayor que a la cual se compran y se certifique una rentabilidad mínima al inversionista.

## 7 Bibliografía.

- [1]. Banco de la Republica de Colombia. (6 de Julio de 2015). *Banco de la Republica de Colombia*. Obtenido de Tasa de cambio del peso colombiano (TRM): <http://www.banrep.gov.co/es/trm>
- [2]. Banco de la Republica de Colombia. (11 de Julio de 2015). *EL PROCESO DE TOMA DE DECISIONES DE POLÍTICA MONETARIA, CAMBIARIA Y CREDITICIA DEL BANCO DE LA REPÚBLICA*. Obtenido de Política Monetaria: La estrategia de inflación objetivo en Colombia: [http://www.banrep.gov.co/sites/default/files/paginas/anexo\\_re\\_transparencia.pdf](http://www.banrep.gov.co/sites/default/files/paginas/anexo_re_transparencia.pdf)
- [3]. Banco de la República de Colombia. (19 de Julio de 2015). *Tasas de captación semanales y mensuales*. Obtenido de Tasas de captación semanales - DTF, CDT 180 días, CDT 360 días y TCC: <http://www.banrep.org/es/df>
- [4]. Bateson, D. R. (2011). *FINANCIAL DERIVATIVE INVESTMENTS - An Introduction to Structured Products*. London: Imperial College Press.
- [5]. Biger, N., & Hull, J. (1983). *The Valuation of Currency Options*. York: Financial Management Association.
- [6]. Black, F., & Scholes, M. (1973). The pricing of options and corporate liabilities. *Journal of Political Economy*, 637–654.
- [7]. Bloomberg Briefs 03.20.14. (2014). *Structured Notes*. Bloomberg.
- [8]. Brijaldo Rojas, C. E., & Stozitzky Otorora, S. (2004). *Estudio de factibilidad para la implementación del forward de divisas en dólares como herramienta de cobertura para los clientes de la mesa de dinero corporativa de Davivienda*. Bogota D.C: Pontificia Universidad Javeriana.
- [9]. Dionne, G. (2013). *Risk Management: History, Definition and Critique*. March: Interuniversity Reasearch Centre on Enterprise Networks, Logistics and Transportation.
- [10]. Fabozzi, F. J., Davis, H. A., & Choudhry, M. (2006). *Introduction to Structured Finance*. Hoboken, New Jersey: John Wiley & Sons, Inc.
- [11]. Federal Reserve. (11 de Julio de 2015). *Board of Governors of The Federal Reserve System*. Obtenido de at are the Federal Reserve's objectives in conducting monetary policy?: [http://www.federalreserve.gov/faqs/money\\_12848.htm](http://www.federalreserve.gov/faqs/money_12848.htm)
- [12]. Garcia, G. (2012). Variables del Modelo BSM en el Mercado Colombiano. *E&E Revista Civilizar*, 96-106.

- [13]. Garman, M. B., & Kohlhagen, S. W. (1983). Foreign currency option values. *Journal of International Money and Finance*, 231-237.
- [14]. Hull, J. C. (2012). *Options, Futures and other Derivatives*. Boston, United States of America: Prentice Hall Pearson.
- [15]. Hveem, M. (2011). *Portfolio management using structured -The capital guarantee puzzle*. Stockholm: Royal Institute of Technology.
- [16]. Knop, R. (2013). *Manual de Instrumentos Derivados - Cuatro décadas de Black-Scholes*. Madrid: Editorial Empresa Global.
- [17]. Kolb, R. W. (1999). *Investments*. Miami: Scott, Foresman and Co.
- [18]. Mascareñas, J. (1995). Productos Financieros Estructurados: Análisis y estudio de su cobertura. *Actualidad Financiera No. 31*, F-1155 a F-1173.
- [19]. Merton, R. (1973). Theory of rational option pricing. *The Bell Journal of Economics and Management Science*, 141-183.
- [20]. MTN-i. (2014). *Global & European Award & MTN Year Book*. London: MTN-i.
- [21]. Narayanaswamy, R. (2006). An Odyssey in Structured Finance. Is Structured Finance a Panacea for the Financial Markets? *Crisil Young Thought Leader* (pág. 25). Bangalore: IIM Bangalore.