

**Estudio de un modelo poblacional y de la  
presencia de criaderos de Aedes Aegypti  
en el municipio de Bello, Antioquia  
Informe Final  
Práctica Investigativa III**

Manuela Bastidas  
Olga Lucía Quintero

Ingeniería Matemática  
Universidad EAFIT  
Medellín, 2013

# Índice general

<b>1</b>	<b>Modelo poblacional de Aedes Aegypti.</b>	<b>4</b>
1.1	Formulación matemática . . . . .	5
1.1.1	Parámetros . . . . .	6
1.1.1.1	Tasas ambientales . . . . .	6
1.1.1.2	Tasas de mortalidad, emergencia y oviposición . . . . .	7
1.2	Linealización y análisis . . . . .	9
1.2.1	Forma canónica controlable . . . . .	11
1.2.2	Forma canónica observable . . . . .	13
1.3	Sensibilidad a temperaturas extremas. . . . .	16
1.3.1	Temperatura extrema $T = 30^{\circ}\text{C}$ . . . . .	16
1.3.1.1	Forma canónica controlable . . . . .	18
1.3.1.2	Forma canónica observable . . . . .	18
1.3.2	Temperatura extrema $T = 10^{\circ}\text{C}$ . . . . .	19
1.3.2.1	Forma canónica controlable . . . . .	20
1.3.2.2	Forma canónica observable . . . . .	21
<b>2</b>	<b>Estudio de la presencia de criaderos de Aedes Aegypti</b>	<b>22</b>
2.1	Análisis de los datos . . . . .	22
2.1.1	Clustering . . . . .	23
2.1.1.1	Fuzzy C-means . . . . .	24
2.1.2	Resultados Clustering . . . . .	24
2.1.3	Relación temporal Casos - Criaderos . . . . .	28
2.1.4	Datos Landsat . . . . .	30
<b>3</b>	<b>Conclusiones</b>	<b>34</b>
3.1	Conclusiones . . . . .	34
3.2	Trabajo Futuro . . . . .	35

# Introducción

La fiebre del dengue es una enfermedad viral que se transmite a través de la picadura de la hembra del mosquito *Aedes aegypti*, que debe estar infectado con el virus. El mosquito es portador, y por lo tanto infectante, después de 8 a 12 días de haberse alimentado con sangre de una persona infectada con el virus y permanece infectante el resto de su vida.

El *Aedes aegypti* es una especie diurna, con mayor actividad de picadura dos horas después de la puesta de sol y varias horas antes del amanecer. Vive y deposita sus huevos en los alrededores e interior de las casas, en recipientes utilizados para el almacenamiento de agua para las necesidades domésticas y en jarrones, tarros, neumáticos viejos y otros objetos que hagan las veces de envase de agua (todo esto se denotará como criadero de vectores en lo siguiente). La capacidad de vuelo de éstos vectores es de aproximadamente 100 metros, por lo que el mosquito que pica es el mismo que uno ha “criado”.

El dengue en Colombia representa un problema prioritario en salud pública debido a la reemergencia e intensa transmisión con tendencia creciente, el comportamiento de ciclos epidémicos cada dos o tres años, el aumento en la frecuencia de brotes de dengue grave, la circulación simultánea de diferentes serotipos, la infestación por *A. aegypti* de más de 90 % del territorio nacional situado por debajo de los 2.200 msnm, y la urbanización de la población por problemas de violencia.

En particular ésta enfermedad es endémica de los municipios de Medellín y Bello, es decir, el dengue es una enfermedad infecciosa que afectan de forma permanente, o en determinados períodos a esta región del área metropolitana de Medellín, ya que se entiende por endémica una enfermedad que persiste durante un tiempo determinado en un lugar concreto y que afecta o puede afectar a un número importante de personas.

Es relevante realizar estudios de causa, implicación y efecto de éste tipo de enfermedades tanto desde el enfoque matemático dotado del modelamiento global de las poblaciones de vectores y de infectados como desde el enfoque explicativo que se obtiene a través del procesamiento de datos todo esto desde el enfoque sistemático de la biología computacional que es una de las ramas de las ciencias que más fuerza a tomado durante los últimos años y se define como el uso de algoritmos para facilitar el entendimiento de problemas biológicos.

Este trabajo tiene entonces dos objetivos globales importantes:

- Realizar un análisis básico del un modelo de poblacional de *Aedes aegypti* bajo las condiciones que se conocen en el área metropolitana de Medellín (En particular la temperatura media del municipio de Bello) con el fin de conocer más afondo el comportamiento de los vectores para reconocer posibles interacciones de éstos con la población.
- Determinar o evidenciar la relación existente entre las apariciones de criaderos de vectores de *Aedes aegypti* reportados en el municipio de Bello, Antioquia, y la aparición de casos de dengue (personas infectadas) reportadas en la misma área, teniendo en cuenta condiciones climáticas y geográficas que puedan relacionarlos de manera más directa.

De manera puntual, este trabajo se propone bajo el marco del grupo de investigación de modelado matemático de la Universidad Eafit y con el fin de acercar el Instituto de Biología de la Universidad de Antioquia a los grupos de investigación del Departamento de Ciencias Básicas y Humanidades de la Universidad Eafit para fomentar los lazos investigativos y tener una dinámica que permita avanzar en la investigación en áreas relacionadas con la biología computacional, aprovechando las bases multidisciplinarias de la formación en Ingeniería matemática.

Además se propone ésta investigación como continuación y complemento del trabajo de la estudiante de Ingeniería matemática Ana Echavarría [1], donde se estudia la relación de varios factores climáticos y geográficos con la aparición de casos de dengue y que se realizó con el fin de complementar matemáticamente la tesis doctoral en Biología realizada por Sair Arboleda [4] donde se propone un mapeo general de la aparición de casos de dengue.

Los resultados de este proyecto, primero, darán paso a la verificación de varias hipótesis sobre modelos teóricos poblacionales de *Aedes aegypti* y además pretenden realizar o verificar otras hipótesis sobre la relación de la aparición de criaderos de mosquitos transmisores dengue y los casos de la enfermedad, apoyados en la determinación de influencias de factores climáticos o geográficos significativos.

Además, se espera que los resultados de esta investigación permitan fundamentar la realización de un modelo de predicción espacio-temporal de epidemias del dengue en el Valle de Aburrá.

Por todo lo anterior este trabajo se divide como sigue, en el primer capítulo se propone estudiar desde el enfoque de los sistemas lineales un modelo poblacional de *Aedes aegypti* y se hace un estudio básico del mismo, además de consideraciones sobre la sensibilidad de los resultados a diferentes temperaturas extremas. Luego en el segundo capítulo se hace el estudio de los criaderos, se usan técnicas de clustering para procesar los datos que se tienen de la secretaría de salud y se relacionan estos resultados con los casos y los datos de Landsat, por último se presentan algunas conclusiones y una propuesta de trabajo futuro.

# Capítulo 1

## Modelo poblacional de *Aedes Aegypti*.

Un modelo poblacional es un tipo de modelo matemático que se aplica al estudio de la dinámica de una población. Éstos modelos permiten una mejor comprensión de cómo son las complejas interacciones de una población y sus procesos.

El modelado de las interacciones dinámicas en la naturaleza proporciona la comprensión de como la población cambia con el tiempo o como se relacionan los individuos entre sí, con el medio y con otras poblaciones. Los modelos de población se utilizan en muchas ocasiones para comprender la propagación de parásitos, virus, y enfermedades, en particular el modelo poblacional propuesto en [2] propone una estructura poblacional que guía el entendimiento del ciclo de vida de los vectores *Aedes aegypti* dependiendo de la temperatura, es decir, se considera la temperatura como parte fundamental de las transiciones entre los estados que definen la población.

Se estudiara entonces el modelo poblacional de *Aedes aegypti* que se plantea en [2] y determina que el ciclo de vida de un mosquito presenta cuatro etapas: huevo, larva, pupa y adulto. En el caso de *Aedes aegypti* las tres primeras etapas se llevan a cabo en o cerca agua mientras que el aire es el medio para la etapa adulta.

Los huevos son puestos en superficies mojadas, justo por encima del nivel del agua (oviposición), se sabe que los vectores *Aedes aegypti* prefieren pequeños recipientes como latas, baldes, macetas, botellas, jarras, urnas y contenedores de agua de lluvia (que son los criaderos que se estudian más adelante). A pesar de que la eclosión de los huevos es espontánea y puede ocurrir en cualquier tiempo, se estimula en gran medida por las inundaciones, por lo tanto, es más probable que se produzca la eclosión después de la lluvia. Luego las larvas mudan cerca de cuatro veces en un período de unos pocos días (dependiendo de la temperatura) que culmina en la fase de pupa; tanto la larva y pupa son etapas activas, pero sólo comen las larvas. El estado de pupa dura entre un día y un par de semanas

(dependiendo de la temperatura). Al final de la etapa el adulto emerge de la piel de la crisálida y ésta etapa adulta del mosquito se considera que dura en promedio once días en el medio ambiente urbano.

El dengue se transmite únicamente por hembras adultas (dado que las hembras de los mosquitos requieren sangre para completar la ovogénesis) que son antropófagos aunque pueden también picar a otros vertebrados (además de los humanos). En este proceso de alimentación, la hembra ingiere sangre con virus de algún humano infectado, después los virus se desarrollan dentro del mosquito y se reinyecta (mezclada con la saliva del mosquito) en la sangre comidas posteriores. Las hembras adultas ponen un promedio de 63 huevos en cada oviposición. Los cambios de número de acuerdo con el peso de las mujeres y otros factores. El ciclo es gonotrófico regulado por la temperatura y es más largo para la primera oviposición que para las subsiguientes y es ésta la razón por la cual se distingue entre las hembras adultas en su primer ciclo de gonotrófico, ( hembras A1 ), y en los posteriores ciclos ( hembras A2 ).

## 1.1 Formulación matemática

El modelo poblacional considera cinco poblaciones diferentes: huevos (E), larvas (L), pupas (P), adultos femeninos que no han puesto huevos (A1) y adultos femeninos que han puesto huevos (A2).

La evolución de las cinco poblaciones se ve afectada por diez eventos posibles diferentes: la muerte de los huevos al incubarse, huevos, la muerte de las larvas, pupas, la muerte de las pupas, emergencia de adultos, la muerte de los adultos jóvenes (A1), la muerte de los adultos A2, la oviposición de las hembras A1 y la oviposición de las hembras A2. La evolución de la población es modelada por un (dependiendo del estado) proceso Poisson [2] donde la probabilidad del estado (E, L, P, A1, A2) evoluciona en el tiempo.

$$\begin{aligned}
 \frac{dE}{dt} &= egn \cdot (ovr1 \cdot A1 + ovr2 \cdot A2) - me \cdot E - elr \cdot (1 - \gamma(L)) \cdot E \\
 \frac{dL}{dt} &= elr \cdot (1 - \gamma(L)) \cdot E - ml \cdot L - \alpha \cdot L^2 - lpr \cdot L \\
 \frac{dP}{dt} &= lpr \cdot L - mp \cdot P - par \cdot P \\
 \frac{dA1}{dt} &= par \cdot ef \cdot \frac{P}{2} - ma \cdot A1 - ovr1 \cdot A1 \\
 \frac{dA2}{dt} &= ovr1 \cdot A1 - ma \cdot A2
 \end{aligned} \tag{1.1}$$

donde:

- $egn$  : Número promedio de huevos que se ponen en una oviposición.
- $ovr1$  y  $ovr2$  : Coeficiente del ciclo gonotrofico (diariamente) para adultos femeninos en estados 1 y 2.

- $me$  : Mortalidad de los huevos.
- $elr$  : Tasa de eclosión.
- $\gamma(L)$  : Eclosión inivida por larvas.
- $ml$  : Mortalidad de larvas.
- $\alpha$  : Mortalidad de larvas densamente dependiente.
- $lpr$  : Tasa de pupación.
- $mp$  : Mortalidad de pupas.
- $par$  : Coeficiente de paso entre pupas y adultos.
- $ef$  : Factor de emergencia.
- $ma$  : Mortalidad de adultos.

Todo estos parámetros dependenden de la temperatura (que aquí se considerará como la temperatura media del territorio a estudiar - Área metropolitana de Medellín) y de variaciones del ambiente.

### 1.1.1 Parámetros

#### 1.1.1.1 Tasas ambientales

Todas las tasas ambientales que considera el modelo y que corresponden a la eclosión de huevos, pupación, emergencia de adultos y ciclos gonotróficos son resultado de análisis hechos desde la termodinámica donde se establece que los procesos naturales de maduración son controlados por una enzima que se activa en ránkos de temperatura, la enzima es desactivada entre la menor temperatura  $T_L$  y la mayor  $T_H$  que se denotrán  $T$  como una temperatura absoluta.

El modelo establece entonces que la naturaleza estocástica de este tipo de planteamientos es controlada por un proceso de Poisson con tasa  $R_D(T)$

$$R_D(T) = R_D(298^\circ K) \frac{\left(\frac{T}{298^\circ K}\right) \exp\left(\left(\frac{\Delta H_A}{R}\right) \left(\frac{1}{298^\circ K} - \frac{1}{T}\right)\right)}{1 + \exp\left(\left(\frac{\Delta H_H}{R}\right) \left(\frac{1}{T_{1/2}} - \frac{1}{T}\right)\right)} \quad (1.2)$$

Donde

- $\Delta H_A$  y  $\Delta H_H$  : Son las entalpías termodinámicas características del organismo.
- $R$  : Constante universal de los gases.
- $T_{1/2}$  : Es el medio de la temperatura de desactivación de la enzima.

En la Tabla 1.1 se muestran los coeficientes termodinámicos de la maduración enzimática y luego en la Tabla 1.2 se muestra el cálculo de los parámetros ambientales (como se propone antes) para la temperatura media que es de interés ( $T = 22^\circ\text{C}$ ).

Parámetro	$R_D(298^\circ\text{K})$	$\Delta H_A$	$\Delta H_H$	$T_{1/2}$
elr	0.24	10798	100000	14184
lpr	0.2088	26018	55990	304.6
par	0.384	14931	-472379	148
ovr1	0.216	15725	1756481	447.2
ovr2	0.372	15725	1756481	447.2

Table 1.1: Coeficientes termodinámicos de la maduración enzimática.

Parámetro	$R_D(T = 22^\circ\text{C})$
elr	0.1993
lpr	0.0670
par	0.2981
ovr1	0.1655
ovr2	0.2851

Table 1.2: Parámetros - Tasas ambientales

### 1.1.1.2 Tasas de mortalidad, emergencia y oviposición

- Oviposición: El número de huevos que pone una hembra adulta es proporcional a su peso (46.5eggs/mg) . En general una hembra de tres días de vida pesa 1.35 mg, de donde resulta

$$egn = 63 \tag{1.3}$$

- Mortalidad:

- Mortalidad de huevos: Se elige el parámetro de mortalidad de los huevos independiente de la temperatura como

$$me = 0.01 \tag{1.4}$$

- Mortalidad de larvas: Se considerarán mortalidad de larvas solo por causas naturales y estrictamente dependiente de la temperatura, se propone (valido en el rango de temperatura  $T$ )

$$ml = 0.01 + 0.9725 \exp \frac{-(T - 278)}{2.7035} \tag{1.5}$$

(c) Mortalidad de pupas: La mortalidad intrínseca de pupas se considera

$$mp = 0.01 + 0.9725 \exp \frac{-(T - 278)}{2.7035} \quad (1.6)$$

(d) Mortalidad de adultas: La mortalidad de adultas se considera independiente a la temperatura y se toma como

$$ma = 0.09 \quad (1.7)$$

3. Emergencia: Se considera que aproximadamente el 83% de las pupas en maduración emergen a mosquitos adultos, de ahí que el factor de emergencia de mosquitos sea

$$ef = 0.83 \quad (1.8)$$

## 1.2 Linealización y análisis

Analizaremos el sistema lineal asociado a las ecuaciones de estado del modelo poblacional para conocer más a fondo las relaciones existentes entre las poblaciones y poder determinar, puntos de operación o equilibrio, además de analizar posibles estrategias de control u observación de cada etapa.

Sea el jacobiano del sistema

$$\frac{dM}{dt} = J_*M = \begin{bmatrix} (-elr - me) & 0 & 0 & (egn \cdot ovr1) & (egn \cdot ovr2) \\ elr & -(ml + lpr) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & lpr & -(mp + par) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & (par \cdot \frac{ef}{2}) & -(ma + ovr1) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & ovr1 & -ma \end{bmatrix} M \quad (1.9)$$

El jacobiano está evaluado en el punto del sistema equivalente a  $(E, L, P, A1, A2) = (\bar{E}, 0, \bar{P}, \bar{A1}, \bar{A2})$  que supone un equilibrio trivial en el sistema.

Ahora bien, al calcular  $\det(J - \lambda I)$  se obtienen los siguientes valores y vectores propios.

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= 0.2221 \\ \lambda_2 &= -0.1452 + 0.3612i \\ \lambda_3 &= -0.1452 - 0.3612i \\ \lambda_4 &= -0.4916 \\ \lambda_5 &= -0.3837 \end{aligned} \quad (1.10)$$

En este punto resulta útil un análisis de los valores propios y dibujarlos facilita éste entendimiento.

Dado que no todas las raíces del sistema están en el semiplano negativo no se puede asegurar que el sistema es estable, aunque dado que la mayoría de ellas es negativo, es posible decir que es estable en la mayoría de las direcciones.

Es importante resaltar que las raíces más cercanas al eje imaginario dominarán la dinámica de la respuesta mientras que aquellas que estén más alejadas dejarán de influir en la respuesta del sistema rápidamente.

En general la cercanía o lejanía de las raíces del origen de coordenadas en la Figura 1. no es muy dicente al determinar la sub o sobreamortiguación del sistema.

Ahora bien, dado que existe un valor propio con parte real menor a cero y los demás tienen parte real menor a cero, se puede asegurar que el punto de equilibrio (trivial) propuesto, es un punto de silla en una dirección.

Ahora con la linealización propuesta y el punto de equilibrio el modelo lineal de la población de *Aedes aegypti* resulta ser

$$\frac{dE}{dt} = (-me - elr) \cdot E + egn \cdot (ovr1 \cdot A1 + ovr2 \cdot A2) + u_1$$

$$\begin{aligned}
 \frac{dL}{dt} &= elr \cdot E - (ml + lpr) \cdot L + u_2 \\
 \frac{dP}{dt} &= lpr \cdot L - (mp + par) \cdot P + u_3 \\
 \frac{dA1}{dt} &= \frac{(par \cdot ef)}{2} \cdot P - (ma + ovr1) \cdot A1 + u_4 \\
 \frac{dA2}{dt} &= ovr1 \cdot A1 - ma \cdot A2 + u_4 \\
 Y &= Cx(t)
 \end{aligned}
 \tag{1.11}$$

Donde cada una de las entradas de control  $u_i$  corresponde a la fumigación, eliminación o desaparición del estado  $i$ .

La matriz  $C$  es variable y depende de las salidas que se quieran obtener (observar), en adelante se realizarán los análisis para:

$$\begin{aligned}
 C_1 &= (1, 0, 0, 0, 0) \\
 C_2 &= (0, 1, 0, 0, 0) \\
 C_3 &= (0, 0, 1, 0, 0) \\
 C_4 &= (0, 0, 0, 1, 0) \\
 C_5 &= (0, 0, 0, 0, 1)
 \end{aligned}
 \tag{1.12}$$

Además si simultaneamente se esperaría observar todos los estados el análisis corresponde a

$$C_T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

En la Figura 1.1 se muestra la evolución de los 5 estados del sistema lineal (a temperatura  $T = 22^\circ$ ) sin considerar entradas de control y como se esperaría es claro el aumento de la población de mosquitos Aedes y se esperaría un crecimiento proporcional del número de casos de dengue.

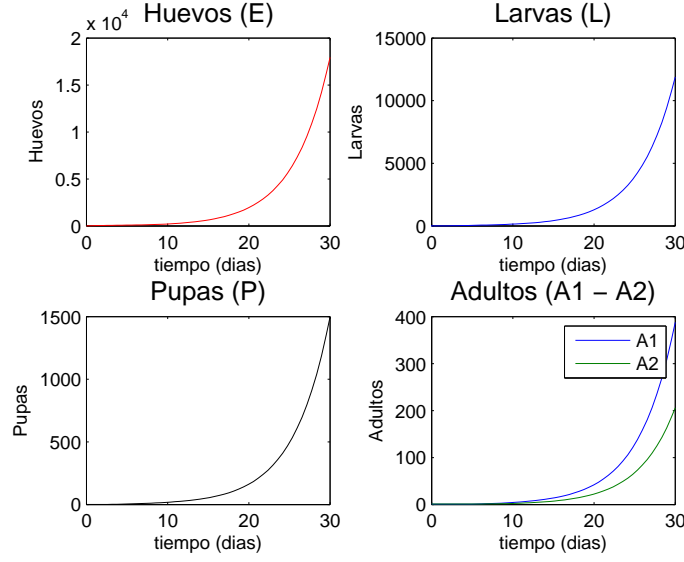


Figure 1.1: Estados (Modelo lineal) - Simulación T=22°C

### 1.2.1 Forma canónica controlable

El modelo presentado se puede escribir de la siguiente manera

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) \end{aligned} \quad (1.13)$$

es decir

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \frac{dE}{dt} \\ \frac{dL}{dt} \\ \frac{dP}{dt} \\ \frac{dA1}{dt} \\ \frac{dA2}{dt} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} (-elr - me) & 0 & 0 & (egn \cdot ovr1) & (egn \cdot ovr2) \\ elr & -(ml + lpr) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & lpr & -(mp + par) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & (par \cdot \frac{ef}{2}) & -(ma + ovr1) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & ovr1 & -ma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E \\ L \\ P \\ A1 \\ A2 \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} [u_1 \ u_2 \ u_3 \ u_4 \ u_4] \end{aligned} \quad (1.14)$$

$$y(t) = C_i \begin{bmatrix} E \\ L \\ P \\ A1 \\ A2 \end{bmatrix}$$

Sea  $S$  la matriz de controlabilidad y  $M$  la matriz definida a partir de los coeficientes de la ecuación característica

$$\begin{aligned} P(\lambda) &= a_5\lambda^5 + a_4\lambda^4 + a_3\lambda^3 + a_2\lambda^2 + a_1\lambda + a_0 \\ P(\lambda) &= -\lambda^5 - 0.9435\lambda^4 - 0.3354\lambda^3 - 0.0554\lambda^2 + 0.0130\lambda + 0.0064 \end{aligned} \quad (1.15)$$

Entonces

$$\begin{aligned} S &= [B \ AB \ A^2B \ A^3B \ A^4B] \\ S &= \begin{bmatrix} 1 & 28.1821 & -5.9172 & 0.7625 & -0.0047 \\ 1 & 0.1206 & 5.6080 & -1.6211 & 0.2796 \\ 1 & -0.2428 & 0.0833 & 0.3501 & -0.2172 \\ 1 & -0.1318 & 0.0036 & 0.0094 & 0.0409 \\ 1 & 0.0755 & -0.0286 & 0.0032 & 0.0013 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (1.16)$$

y por otra parte

$$\begin{aligned} M &= \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & 1 \\ a_1 & a_2 & a_3 & 1 & 0 \\ a_1 & a_2 & 1 & 0 & 0 \\ a_1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0.0130 & -0.0554 & -0.3354 & -0.9435 & 1 \\ -0.0554 & -0.3354 & -0.9435 & 1 & 0 \\ -0.3354 & -0.9435 & 1 & 0 & 0 \\ -0.9435 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (1.17)$$

Se define  $P = SM$  como la transformación de similitud de la forma canónica controlable obteniendo

$$P = SM = \begin{bmatrix} -0.2878 & -3.1623 & -32.8424 & 27.2386 & 1 \\ -0.0655 & -7.0081 & 5.1589 & -0.8229 & 1 \\ -0.5490 & 0.2975 & -0.0230 & -1.1863 & 1 \\ 0.0512 & -0.0052 & -0.2074 & -1.0753 & 1 \\ 0.0167 & -0.0506 & -0.4353 & -0.8680 & 1 \end{bmatrix} \quad (1.18)$$

Ahora bien, el determinante  $\det(P) = 2.6497 \neq 0$  entonces  $P$  es no singular y existe su inversa.

Entonces se reescribe el sistema

$$\begin{aligned}
 \tilde{A} &= P^{-1}AP \\
 \tilde{A} &= \begin{bmatrix} -1.8870 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -2.4511 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -3.0563 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -3.7842 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -4.7004 & -0.0130 & 0.0554 & 0.3354 & 0.9435 \end{bmatrix} \\
 \tilde{B} &= P^{-1}B \\
 \tilde{B} &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{1.19}$$

Y para cada  $C_i$

$$\begin{aligned}
 \tilde{C} &= C_1P = [-0.2878 \quad -3.1623 \quad -32.8424 \quad 27.2386 \quad 1] \\
 &= C_2P = [-0.0655 \quad -7.0081 \quad 5.1589 \quad -0.8229 \quad 1] \\
 &= C_3P = [-0.5490 \quad 0.2975 \quad -0.0230 \quad -1.1863 \quad 1] \\
 &= C_4P = [0.0512 \quad -0.0052 \quad -0.2074 \quad -1.0753 \quad 1] \\
 &= C_5P = [0.0167 \quad -0.0506 \quad -0.4353 \quad -0.8680 \quad 1] \\
 &= C_T P = \begin{bmatrix} -0.2878 & -3.1623 & -32.8424 & 27.2386 & 1 \\ -0.0655 & -7.0081 & 5.1589 & -0.8229 & 1 \\ -0.5490 & 0.2975 & -0.0230 & -1.1863 & 1 \\ 0.0512 & -0.0052 & -0.2074 & -1.0753 & 1 \\ 0.0167 & -0.0506 & -0.4353 & -0.8680 & 1 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{1.20}$$

De esto puede verse que, como  $P^{-1}$  existe, lo que significa que  $S^{-1}$  existe, el sistema es completamente controlable, lo cual quiere decir que cada variable del proceso se puede controlar para llegar a un cierto objetivo en tiempo finito, a través de las entradas de control  $u_i$ .

### 1.2.2 Forma canónica observable

Sea  $V$  la matriz de observabilidad y  $M$  definida de la misma forma que se definió para la forma canónica controlable, de esta forma:

$$V = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ CA^3 \\ CA^4 \end{bmatrix} \tag{1.21}$$

Entonces, para cada matriz  $C_i$  obtenemos una matriz de observabilidad como sigue:

$$\begin{aligned}
 V_1 &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.2093 & 0 & 0 & 10.4295 & 17.9619 \\ 0.0438 & 0 & 1.2904 & -1.8749 & -5.3765 \\ -0.0092 & 0.0865 & -0.6318 & 0.0461 & 1.2710 \\ 0.0192 & -0.0492 & 0.2015 & 0.1030 & -0.2791 \end{bmatrix} \\
 V_2 &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0.1993 & -0.0787 & 0 & 0 & 0 \\ -0.0574 & 0.0062 & 0 & 2.0789 & 3.5803 \\ 0.0133 & -0.0005 & 0.2572 & -0.5374 & -1.3536 \\ -0.0029 & 0.0173 & -0.1462 & 0.0515 & 0.3599 \end{bmatrix} \\
 V_3 &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0670 & -0.3099 & 0 & 0 \\ 0.0134 & -0.0260 & 0.0960 & 0 & 0 \\ -0.0080 & 0.0085 & -0.0297 & 0.1394 & 0.2400 \\ 0.0034 & -0.0027 & 0.0265 & -0.0792 & -0.1651 \end{bmatrix} \\
 V_4 &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0.1237 & -0.2555 & 0 \\ 0 & 0.0083 & -0.0700 & 0.0653 & 0 \\ 0.0017 & -0.0053 & 0.0298 & -0.0167 & 0 \\ -0.0014 & 0.0024 & -0.0113 & 0.0215 & 0.0297 \end{bmatrix} \\
 V_5 &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0.1655 & -0.0900 \\ 0 & 0 & 0.0205 & -0.0572 & 0.0081 \\ 0 & 0.0014 & -0.0134 & 0.0160 & -0.0007 \\ 0.0003 & -0.0010 & 0.0061 & -0.0042 & 0.0001 \end{bmatrix} \\
 V_T &= \begin{bmatrix} I_5 \\ A \\ A^2 \\ A^3 \\ A^4 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{1.22}$$

Con éstas se determina  $Q_i = (V_i M)^{-1}$  y luego para cada  $i = 1 \dots 5$  es posible transformar el sistema lineal de la siguiente manera

$$\begin{aligned}
 \tilde{A} &= Q_i^{-1} A Q_i \\
 \tilde{B} &= Q_i^{-1} B \\
 \tilde{C} &= C_i Q_i
 \end{aligned} \tag{1.23}$$

De la misma manera que en la forma canónica controlable, como la matriz  $V_i$  es invertible (para todo  $i = 1 \dots 5$ ) con determinantes diferentes de cero para todos los casos:

$$\begin{aligned}\det(V_1) &= 0.0484 \\ \det(V_2) &= 0.0030 \\ \det(V_3) &= 3.5820 \times 10^{-6} \\ \det(V_4) &= 5.0383 \times 10^{-8} \\ \det(V_5) &= 1.2743 \times 10^{-9}\end{aligned}\tag{1.24}$$

Así el sistema además de ser controlable es completamente observable. Entonces cada variable de estado del sistema afecta alguna de las salidas y se puede obtener información sobre las variables de estado de las mediciones de las salidas y las entradas, esto es, dada cualquier entrada existe un tiempo finito tal que del conocimiento de la entrada en un tiempo  $t$ , las matrices  $A$ ,  $B$  y  $C$  además de la salida  $Y(t)$  para  $t$  son suficientes para determinar las variables de estado en el tiempo inicial.

Por otra parte la observabilidad completa y simultanea del sistema no es posible, dado que la matriz  $V_T$  no es invertible (nisiquiera resulta ser cuadrada) es decir, la correspondencia entre las salidas y entradas con todos los estados simultaneamente no es suficiente para determinarlos en ningún tiempo finito.

### 1.3 Sensibilidad a temperaturas extremas.

En definitiva del análisis anterior se obtienen resultados importantes para comprender las interacciones entre los estados o etapas de la aparición de *Aedes aegypti*, pero además de eso es relevante evaluar en valores extremos el comportamiento de la población con el fin de obtener análisis de sensibilidad y determinar una influencia clara de la temperatura en los procesos.

#### 1.3.1 Temperatura extrema $T = 30^\circ\text{C}$

En primer lugar, se calculan los parámetros (que dependen de la temperatura) de la misma manera que antes y resultan como se muestra en la Tabla 1.3.

En general, como es de esperarse la variabilidad en los valores de los parámetros no representa diferencias radicales entre la temperatura media ( $T = 22^\circ\text{C}$ ) y la temperatura extrema mayor, pero de igual forma se considera que pequeños cambios en los parámetros podría causar diferencias grandes en el comportamiento general de la población.

Parámetro	
elr	0.3328
lpr	0.1421
par	0.5995
ovr1	0.3450
ovr2	0.5942
egn	63
me	0.0100
ml	0.0101
mp	0.0101
ef	0.8300
ma	0.0900

Table 1.3: Parámetros  $T = 30^\circ\text{C}$

Utilizando la linealización propuesta antes, con los nuevos valores de los parámetros al calcular  $\det(J - \lambda I)$  se obtienen los siguientes valores y vectores propios.

$$\begin{aligned}
 \lambda_1 &= 0.4813 \\
 \lambda_2 &= -0.2403 + 0.7056i \\
 \lambda_3 &= -0.2403 + 0.7056i \\
 \lambda_4 &= -0.963 \\
 \lambda_5 &= -0.6940
 \end{aligned}
 \tag{1.25}$$

Igual que antes, los valores propios son todos menos uno menores que cero,

es decir, el análisis es equivalente y se dice que el punto de equilibrio propuesto corresponde a un punto de silla en una dirección.

Luego se obtiene la linealización el punto de equilibrio de antes y después el análisis de observabilidad y controlabilidad se realiza de la misma manera pero ahora considerando el polinomio característico como sigue:

$$\begin{aligned}
 P(\lambda) &= a_5\lambda^5 + a_4\lambda^4 + a_3\lambda^3 + a_2\lambda^2 + a_1\lambda + a_0 \\
 P(\lambda) &= -\lambda^5 - 1.6296\lambda^4 - 0.9730\lambda^3 - 0.2609\lambda^2 + 0.2252\lambda + 0.1736 \quad (1.26)
 \end{aligned}$$

En la Figura 1.2 se muestra la evolución de los 5 estados del sistema lineal (a temperatura  $T = 30^\circ$ ) sin considerar entradas de control y como se esperaría es claro el aumento de la población de mosquitos Aedes y se esperaría un crecimiento proporcional del número de casos de dengue.

En este punto es importante resaltar que es notorio de manera cualitativa que si se compara el crecimiento de poblaciones en la simulación a temperatura  $T = 30^\circ\text{C}$  y  $T = 22^\circ\text{C}$ , se puede asegurar que para la mayor temperatura el aumento sustancial de cada uno de los estados de los mosquitos es evidente y contribuye a una posible mayor expansión de la enfermedad, es decir, se evidencia que a más temperatura mejores condiciones de desarrollo de los mosquitos y más probabilidad de epidemia de dengue.

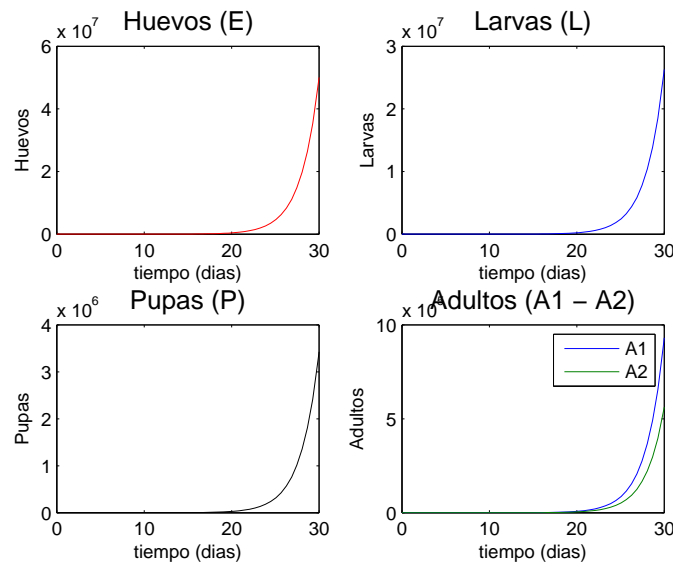


Figure 1.2: Estados (Modelo lineal) - Simulación  $T=30^\circ\text{C}$

**1.3.1.1 Forma canónica controlable**

Sea  $S$  la matriz de controlabilidad y  $M$  la matriz definida a partir de los coeficientes de la ecuación característica

$$S = [B \ AB \ A^2B \ A^3B \ A^4B]$$

$$M = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & 1 \\ a_1 & a_2 & a_3 & 1 & 0 \\ a_1 & a_2 & 1 & 0 & 0 \\ a_1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.2252 & -0.2609 & -0.9730 & -1.6296 & 1 \\ -0.2609 & -0.9730 & -1.6296 & 11 & 0 \\ -0.9730 & -1.6296 & 1 & 0 & 0 \\ -1.6296 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{1.27}$$

y nuevamente, se define  $P = SM$  como la transformación de similitud de la forma canónica controlable y el determinante  $\det(P) = 2.0716 \times 10^3 \neq 0$  entonces  $P$  es no singular y existe su inversa, lo que significa que  $S^{-1}$  existe entonces el sistema es completamente controlable, lo cual quiere decir que cada variable del proceso se puede controlar para llegar a un cierto objetivo en tiempo finito, a través de las entradas de control  $u_i$ .

**1.3.1.2 Forma canónica observable**

Sea  $V$  la matriz de observabilidad y  $M$  definida de la misma forma que se definió para la forma canónica controlable, de esta forma:

$$V = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ CA^3 \\ CA^4 \end{bmatrix}$$

entonces para cada matriz  $C_i$  hay una  $V_i$  asociada.

De la misma manera que antes, la matriz  $V_i$  es invertible (para todo  $i = 1...5$ ) es decir, tienen determinantes diferentes de cero para todos los casos:

$$\begin{aligned} \det(V_1) &= 33.4128 \\ \det(V_2) &= 1.0025 \\ \det(V_3) &= 0.0031 \\ \det(V_4) &= 4.5619 \times 10^{-5} \\ \det(V_5) &= 1.4669 \times 10^{-6} \end{aligned} \tag{1.28}$$

Así de nuevo el sistema además de ser controlable es completamente observable.

Por otra parte la observabilidad completa y simultanea del sistema no es posible, dado que la matriz  $V_T$  no es invertible (nisiquiera resulta ser cuadrada) es decir, la correspondencia entre las salidas y entradas con todos los estados simultaneamente no es suficiente para determinarlos en ningún tiempo finito.

**1.3.2 Temperatura extrema  $T = 10^\circ\text{C}$**

Ahora se realiza el análisis general para temperaturas mucho menores de donde también pueden resultar conclusiones relevantes sobre las interacciones de la población, en primer lugar, se calculan los parámetros (que dependen de la temperatura) de la misma manera que antes y resultan como se muestra en la Tabla 1.4.

En general, como es de esperarse la variabilidad en los valores de los parámetros no representa diferencias radicales entre la temperatura media ( $T = 22^\circ\text{C}$ ) y la temperatura extrema menor, pero de igual forma se considera que pequeños cambios en los parámetros podría causar diferencias grandes en el comportamiento general de la población.

Parámetro	
elr	0.0876
lpr	0.0103
par	0.0972
ovr1	0.0510
ovr2	0.0878
egn	63
me	0.0100
ml	0.1547
mp	0.1547
ef	0.8300
ma	0.0900

Table 1.4: Parámetros  $T = 30^\circ\text{C}$

Utilizando la linealización propuesta antes, con los nuevos valores de los parámetros al calcular  $\det(J - \lambda I)$  se obtienen los siguientes valores y vectores propios.

$$\begin{aligned}
 \lambda_1 &= -0.2754 \\
 \lambda_2 &= -0.0243 \\
 \lambda_3 &= -0.1349 + 0.0883i \\
 \lambda_4 &= -0.1349 + 0.0883i \\
 \lambda_5 &= -0.1761
 \end{aligned}
 \tag{1.29}$$

A diferencia de los casos anteriores, a temperaturas mucho menores es evidente que todos los valores propios del sistema tienen parte real negativa, lo que ahora significa estabilidad total (no punto de silla como en las temperaturas anteriores) del sistema en el punto de equilibrio trivial.

Luego se obtiene la linealización el punto de equilibrio de antes y después el análisis de observabilidad y controlabilidad se realiza de la misma manera pero ahora considerando el polinomio característico como sigue:

$$\begin{aligned}
 P(\lambda) &= a_5\lambda^5 + a_4\lambda^4 + a_3\lambda^3 + a_2\lambda^2 + a_1\lambda + a_0 \\
 P(\lambda) &= -\lambda^5 - 0.7457\lambda^4 - 0.2139\lambda^3 - 0.0296\lambda^2 - 0.0019\lambda + 3.0697 \times 10^{-5}
 \end{aligned}$$

En la Figura 1.3 se muestra la evolución de los 5 estados del sistema lineal (a temperatura  $T = 10^\circ$ ) sin considerar entradas de control y de manera contraria a las temperaturas mayores analizadas antes, en este caso las condiciones para la transición entre estados (a pupas y a adultos) se ven afectadas directamente por la temperatura, es notorio que si se compara el crecimiento de poblaciones en la simulación a temperatura  $T = 10^\circ\text{C}$  y  $T = 22^\circ\text{C}$ , se puede asegurar que para la menor temperatura la estabilización o decrecimiento natural de cada uno de los estados terminaría contribuyendo a una posible extinción de la enfermedad, es decir, se evidencia que a menos temperatura se dificultan las condiciones de desarrollo de los mosquitos y menor probabilidad de epidemia de dengue.

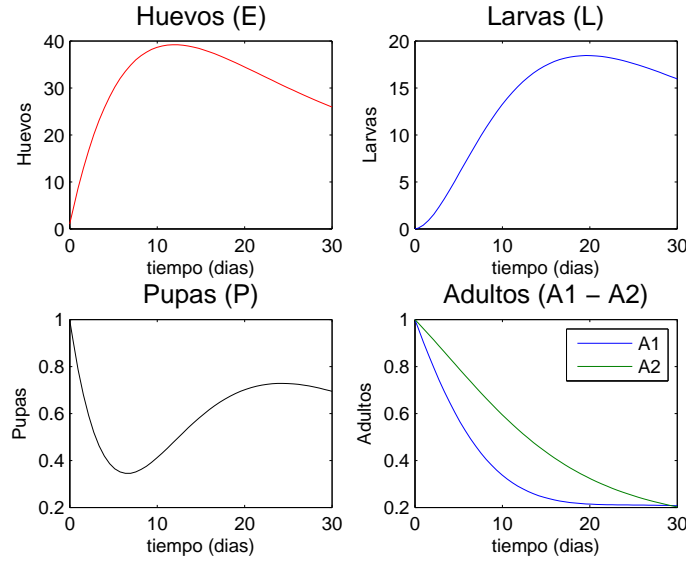


Figure 1.3: Estados (Modelo lineal) - Simulación  $T=10^\circ\text{C}$

**1.3.2.1 Forma canónica controlable**

Sea  $S$  la matriz de controlabilidad y  $M$  la matriz definida a partir de los coeficientes de la ecuación característica

$$S = [B \ AB \ A^2B \ A^3B \ A^4B]$$

$$M = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & 1 \\ a_1 & a_2 & a_3 & 1 & 0 \\ a_1 & a_2 & 1 & 0 & 0 \\ a_1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.0019 & -0.0296 & -0.2139 & -0.7457 & 1 \\ -0.0296 & -0.2139 & -0.7457 & 1 & 0 \\ -0.2139 & -0.7457 & 1 & 0 & 0 \\ -0.7457 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (1.31)$$

y nuevamente, se define  $P = SM$  como la transformación de similitud de la forma canónica controlable y el determinante  $\det(P) = 1.0619 \times 10^{-5} \neq 0$  entonces  $P$  es no singular y existe su inversa, lo que significa que  $S^{-1}$  existe entonces el sistema es completamente controlable, lo cual quiere decir que cada variable del proceso se puede controlar para llegar a un cierto objetivo en tiempo finito, a través de las entradas de control  $u_i$ .

### 1.3.2.2 Forma canónica observable

Sea  $V$  la matriz de observabilidad y  $M$  definida de la misma forma que se definió para la forma canónica controlable, de esta forma:

$$V = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ CA^3 \\ CA^4 \end{bmatrix}$$

entonces para cada matriz  $C_i$  hay una  $V_i$  asociada.

De la misma manera que antes, la matriz  $V_i$  es invertible (para todo  $i = 1...5$ ) es decir, tienen determinantes diferentes de cero para todos los casos:

$$\begin{aligned} \det(V_1) &= -1.0724 \times 10^{-7} \\ \det(V_2) &= -3.7107 \times 10^{-7} \\ \det(V_3) &= 4.9789 \times 10^{-12} \\ \det(V_4) &= 1.2355 \times 10^{-13} \\ \det(V_5) &= 4.1379 \times 10^{-15} \end{aligned} \quad (1.32)$$

Así de nuevo el sistema además de ser controlable es completamente observable.

Por otra parte la observabilidad completa y simultanea del sistema no es posible, dado que la matriz  $V_T$  no es invertible (nisiquiera resulta ser cuadrada) es decir, la correspondencia entre las salidas y entradas con todos los estados simultaneamente no es suficiente para determinarlos en ningún tiempo finito.

## Capítulo 2

# Estudio de la presencia de criaderos de *Aedes Aegypti*

Como se discutió antes el dengue es una enfermedad infecciosa causada por el virus del dengue y transmitida por mosquitos (*Aedes aegypti*).

Es una infección muy extendida que se presenta en todas las regiones tropicales y subtropicales del planeta y en los últimos años la transmisión ha aumentado de manera predominante en zonas urbanas y semiurbanas y se ha convertido en un importante problema de salud pública.

La prevención y el control del dengue dependen exclusivamente de las medidas eficaces de lucha contra el vector transmisor y esto es importante dado que en particular el municipio de Bello en Antioquia es uno de los municipios que mas casos presenta en Colombia.

La predicción de la aparición criaderos de *Aedes aegypti* sería entonces la manera optima de controlar y de prevenir epidemias.

La metodología que se propone para analizar las apariciones de criaderos (como se definieron al inicio) son en principio las técnicas de agrupamiento con las que se pretende relacionar en espacio (longitud y latitud) y en el tiempo (semanas epidemiológicas) cada aparición de criaderos con el fin de relacionarlos luego con la aparición de casos y lograr encontrar segmentaciones que tengan explicaciones desde la teoría de los fenomenos biológicos y que además puedan ser relacionados de manera global con las condiciones climáticas y geográficas del mismo espacio y tiempo.

### 2.1 Análisis de los datos

La secretaría de salud y las entidades encargadas del control de enfermedades se encargan de los estudios epidemiológicos o de aparición de enfermedades o de condiciones de propagación de enfermedades (en este caso criaderos).

En lo siguiente se hará el análisis más básico de frecuencia de aparición (o medición según se quiera entender) de criaderos de vectores *Aedes aegypti*

## CAPÍTULO 2. ESTUDIO DE LA PRESENCIA DE CRIADEROS DE AEDES AEGYPTI 3

teniendo en cuenta que se analizan los datos de criaderos durante las 52 semanas de cada año durante los años 2008, 2010, 2011 y 2012, y es aquí donde se plantea en primer problema, los datos inexistentes del 2009 generan un déficit del conocimiento de las interacciones en un largo lapso de tiempo y esto podría generar sesgo en los datos, además los hace incomparables (almenos en ese rango) con los datos de la aparición de casos.

En la Figura 2.1 se muestra la gráfica de frecuencias (número de criaderos sensados) respecto a las semanas epidemiológicas, es evidente la ausencia de mediciones durante el periodo correspondiente al año 2009 y además es evidente que aunque se esperaría una frecuencia realmente alta en las semanas correspondientes al año 2010, dado que en ese año hubo una epidemia de dengue en la región y la cantidad de casos fue radicalmente mayor a los anteriores, en las apariciones de criaderos no se evidencia un aumento significativo.

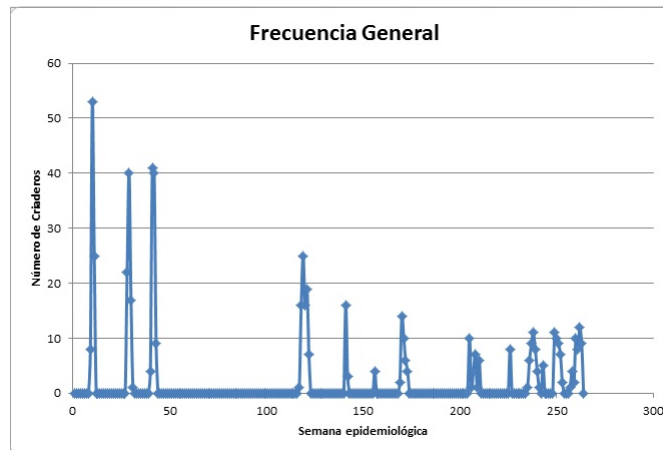


Figure 2.1: Frecuencia de mediciones de criaderos de *Aedes aegypti* en Bello

### 2.1.1 Clustering

Un algoritmo de agrupamiento es un procedimiento de agrupación de una serie de datos de acuerdo con un criterio. Esos criterios son por lo general distancia o similitud.

Generalmente, los datos de un mismo grupo (o clústers) comparten propiedades comunes. El conocimiento de los grupos puede permitir una descripción sintética de un conjunto de datos multidimensional complejo, y se consigue sustituyendo la descripción de todos los elementos de un grupo por la de un representante característico del mismo.

Para agrupar los datos de los criaderos de *Aedes aegypti* se eligió el método de clustering Fuzzy C-Means dado que, por las características del problema se quiere tener libertad de elegir la cantidad de grupos que serán explicativos y además se tienen resultados más contundentes al explicar similitudes entre la aparición de criaderos.

### 2.1.1.1 Fuzzy C-means

Este algoritmo de agrupamiento se basa en la teoría de agrupamiento difuso donde cada punto tiene un grado de pertenencia a grupos, en lugar de pertenecer completamente a un solo clúster. Por lo tanto, los puntos en el borde de un clúster, pueden estar en el grupo con un menor grado que los puntos en el centro del clúster. En fuzzy c-means, el centro de gravedad de un grupo es la media de todos los puntos, ponderados por su grado de pertenencia al clúster.

Lo que se plantea entonces es determinar el grado de pertenencia del dato  $i$  a determinado grupo (cluster) minimizando

busca minimizar la siguiente función objetivo:

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^c u_{ij}^m d^2(x_i, v_j)$$

donde  $u_{ij}$  es el grado de pertenencia del dato  $i$  al cluster  $j$  y  $d(x_i, v_j)$  es la distancia del documento  $i$  al centroide del cluster  $j$ .

Este algoritmo considera como parámetros la cantidad de particiones o grupos  $c$  y  $m > 1$  que es la ponderación o exponente del grado de pertenencia.

### 2.1.2 Resultados Clustering

En las Figuras 2.3 - 2.5 se muestran los resultados del agrupamiento de los criaderos para cada año.

Las gráficas a continuación contienen en el plano XY el mapa del municipio de Bello (recordando que las latitudes y longitudes están normalizadas) es decir, la posición en el plano indica la ubicación espacial de cada criadero y por otra parte el eje Z corresponde al eje temporal (donde están normalizadas las 52 semanas epidemiológicas del año), en azul se encuentra cada uno de los criaderos que han sido sensados y los círculos rojos representan los centros de los clusters encontrados.

Estos resultados se obtuvieron agrupando para cada año los datos con 1 hasta 10 centros, los que se muestran a continuación son los resultados que fueron más explicativos y tuvieron más sentidos desde la perspectiva del investigador, para el año 2008 la cantidad de grupos elegidos fue  $C = 9$ , para el año 2010 la cantidad de grupos elegidos fue  $C = 5$ , para el año 2011 la cantidad de grupos elegidos fue  $C = 6$  y para el año 2012 la cantidad de grupos elegidos fue  $C = 5$ .

CAPÍTULO 2. ESTUDIO DE LA PRESENCIA DE CRIADEROS DE AEDES AEGYPTI<sup>25</sup>

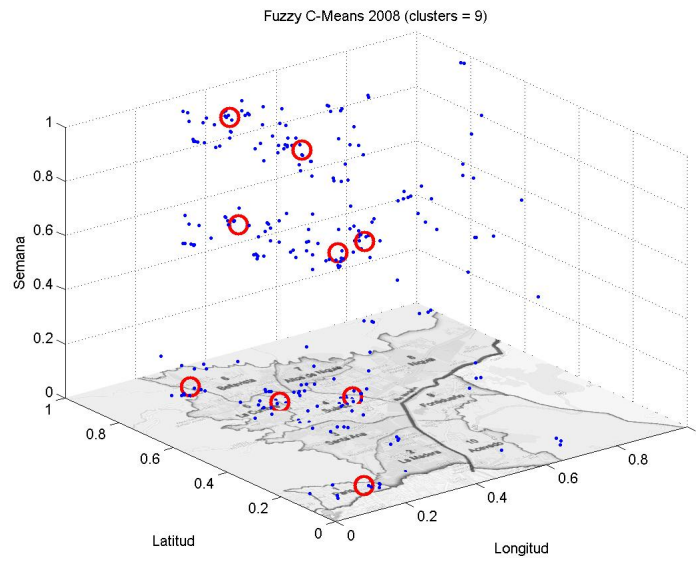


Figura 2.2: Clustering (Fuzzy C-Means) - Datos 2008

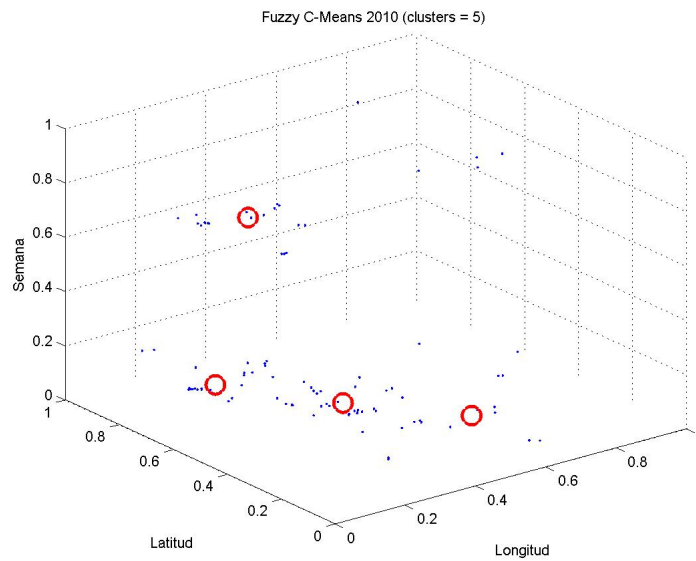


Figura 2.3: Clustering (Fuzzy C-Means) - Datos 2010

CAPÍTULO 2. ESTUDIO DE LA PRESENCIA DE CRIADEROS DE AEDES AEGYPTI

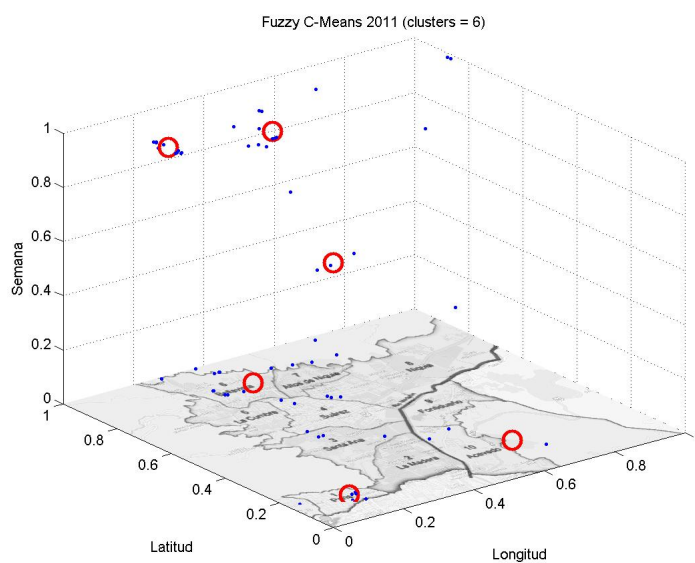


Figura 2.4: Clustering (Fuzzy C-Means) - Datos 2011

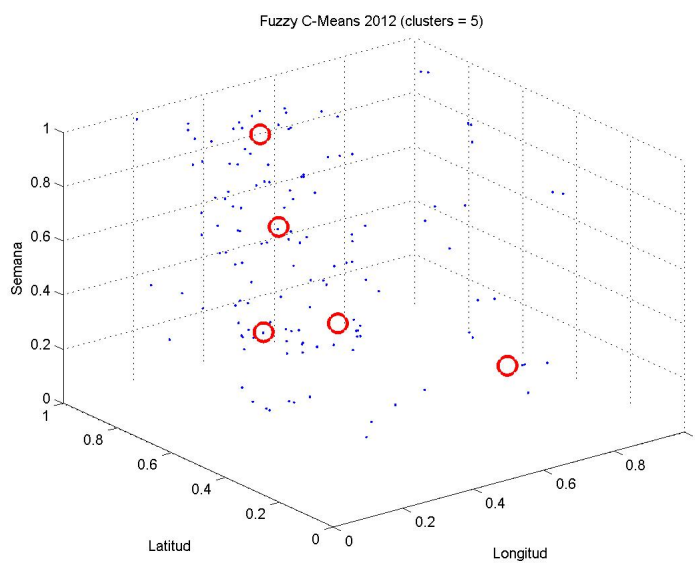


Figura 2.5: Clustering (Fuzzy C-Means) - Datos 2012

Además del análisis segmentado por años, resulta mucho más explicativo

## CAPÍTULO 2. ESTUDIO DE LA PRESENCIA DE CRIADEROS DE AEDES AEGYPTI 7

hablar de manera general del agrupamiento de los criaderos, es decir, se toma el tiempo como todas las semanas epidemiológicas entre el 2008 y el 2012, para esto se encontraron explicativos 11 clusters y en la Figura 2.6 se muestra (con la misma metodología que antes) la representación gráfica de los datos y de los centros.

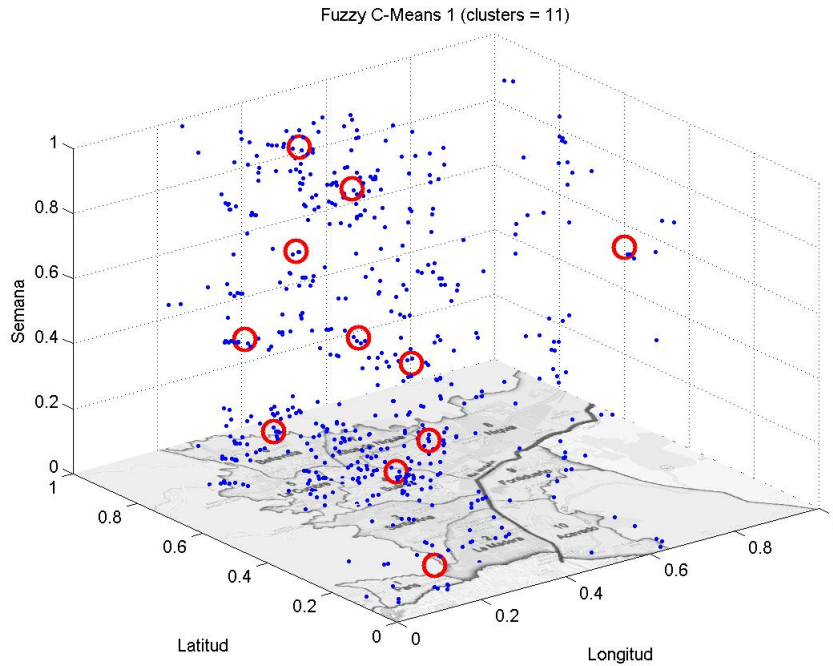


Figura 2.6: Clustering (Fuzzy C-Means) - Datos 2008-2012

De los resultados anteriores se puede asegurar que la ubicación de los criaderos de *Aedes Aegypti* (al igual que de casos según [1]) se aleja de la ruta del río medellín que cruza el municipio, es decir, en la orilla del río el reporte de criaderos y casos es menor, la explicación lógica de este fenómeno es que aunque son zonas húmedas, hay menos población y por ende menos probabilidades de transmisión de enfermedades.

Además es posible asegurar que tanto los casos como los criaderos se pueden dividir en dos grandes grupos, uno en el valle y otro en la parte alta del municipio y que es resultado de una agrupación menos segmentada y más general de los datos.

### 2.1.3 Relación temporal Casos - Criaderos

Con los resultados anteriores es posible construir una relación entre las apariciones de casos y de criaderos, en las siguientes figuras se grafica la variable temporal de cada uno de los centros de 10 clusters (se eligió ese número de cluster para poder analizar los resultados sin sesgos en el número de agrupaciones).

Además las bandas de color en las figuras 2.7 a 2.9 muestran los meses en los que se conocen los datos georeferenciados de Landsat y que corresponden a la información de la tabla 2.11.

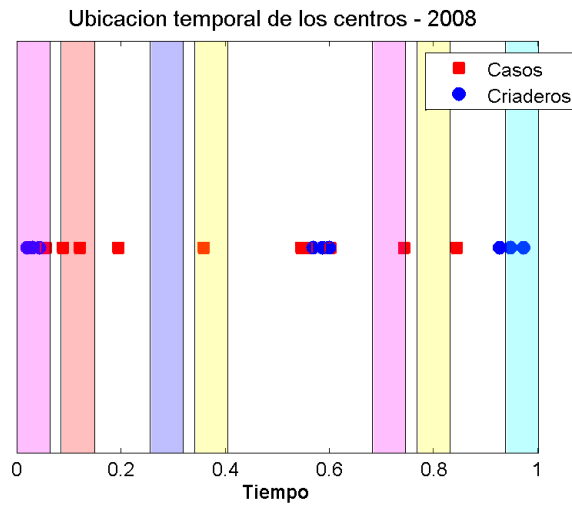


Figure 2.7: Comparación temporal de centros - Año 2008

CAPÍTULO 2. ESTUDIO DE LA PRESENCIA DE CRIADEROS DE AEDES AEGYPTI

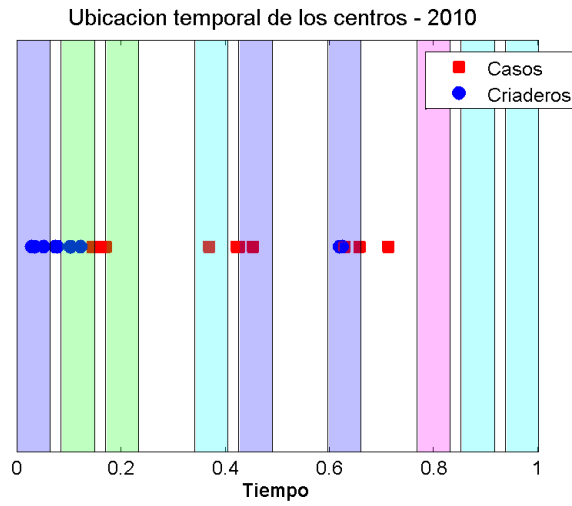


Figure 2.8: Comparación temporal de centros - Año 2010

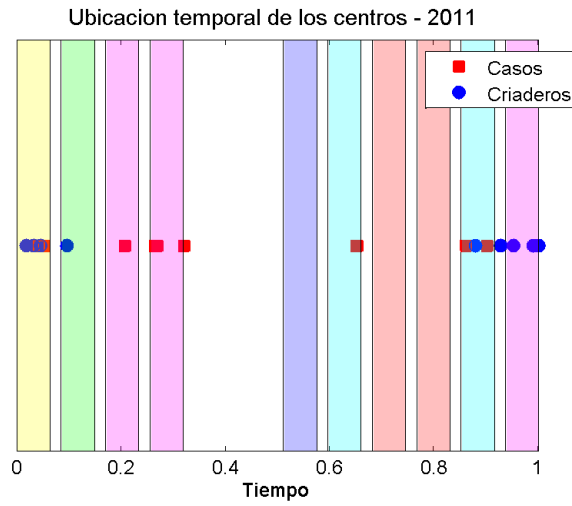


Figure 2.9: Comparación temporal de centros - Año 2011

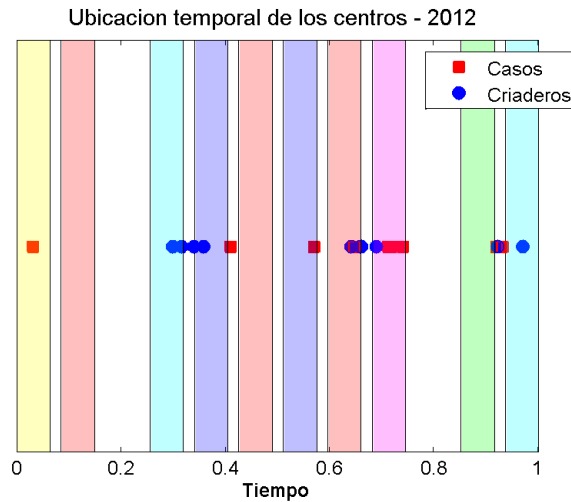


Figure 2.10: Comparación temporal de centros - Año 2012

En este punto es importante aclarar que aunque las figuras anteriores proporcionan información valiosa acerca de la manera en la que interactúan criaderos y casos, se considera un grave problema de investigación la partición de los datos (la ausencia de datos de 2009) y el sesgo que produce en los datos la crisis de salud que se presentó en el 2010 y que refleja el estudio de casos, sin embargo teniendo en cuenta que en los criaderos se encuentran estados inmaduros y que se considera un tiempo promedio de crecimiento de mosquitos hasta el estado adulto de aproximadamente 7 días, en las figuras 2.7 - 2.10 es claro que se podría relacionar al inicio o al fin de cada año la presencia de al menos un centro de criaderos con al menos un centro de casos o más ya que se asume que el mosquito se infecta de dengue un día después emerger y el periodo de incubación extrínseca es de 14 días, entonces los casos que se pueden asociar a un criadero cercano en la vecindad de hasta 200m son los aledaños en 3 o 5 semanas.

#### 2.1.4 Datos Landsat

Se tomaron los datos satelitales de [3]. Estos datos fueron obtenidos por el sensor Enhanced Thematic Mapper plus (ETM+) a bordo de satélites Landsat 7. Las imágenes producidas están conformadas por una cuadrícula de 30 metros de lado, en la que se hace una lectura de 7 bandas situadas en diferentes zonas del espectro electromagnético, que dan cuenta de características climáticas de la superficie de la tierra.

El municipio de Bello se localiza en las franjas vertical 9 y horizontal 56, y para los años 2008, 2010, 2011 y 2012 se obtuvieron imágenes con baja contaminación por nubes.

Además de los datos de las bandas se utilizó la elevación del terreno como variable topográfica obtenida del Modelo de Elevación Digital (Digital Eleva-

## CAPÍTULO 2. ESTUDIO DE LA PRESENCIA DE CRIADEROS DE AEDES AEGYPTI

tion Model-DEM) desarrollado por la misión "Shuttle Radar Topography" de la NASA y se calculó el índice de vegetación de diferencia normalizado (NDVI) como se muestra

$$NDVI = \frac{Banda_4 - Banda_3}{Banda_4 + Banda_3}$$

Los datos de Landsat que se tienen corresponden a los años y a los meses como siguen

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2008	■	■		■	■				■	■		■
2010	■	■	■		■	■		■		■	■	■
2011	■	■	■	■			■	■	■	■	■	■
2012	■	■		■	■	■	■	■	■		■	■

Table 2.1: Datos Landsat

## CAPÍTULO 2. ESTUDIO DE LA PRESENCIA DE CRIADEROS DE AEDES AEGYPTI

Cada una de las Bandas que se tuvieron en cuenta tiene un significado y una manera particular de ser procesada, en las figuras 2.11 y 2.12 se muestra la explicación de las bandas y la gráfica de las 8 bandas (incluyendo NDVI) para uno de los meses que se conocen.

Banda	Longitud de Onda ( $\mu\text{m}$ )	Interpretación
Banda 1	0.450-0.515	Diferencia suelo y vegetación
Banda 2	0.525-0.605	Mapeo de vegetación y calidad de agua
Banda 3	0.630-0.690	Detección de la absorción de clorofila
Banda 4	0.750-0.900	Diferencia agua y tierra
Banda 5	1.550-1.750	Detección de la humedad del suelo y la vegetación
Banda 6	10.4-12.5	Temperatura
Banda 7	2.09-2.35	Mapeo geológico e identificación de minerales

Figure 2.11: Explicación datos Landsat

CAPÍTULO 2. ESTUDIO DE LA PRESENCIA DE CRIADEROS DE AEDES AEGYPTI3

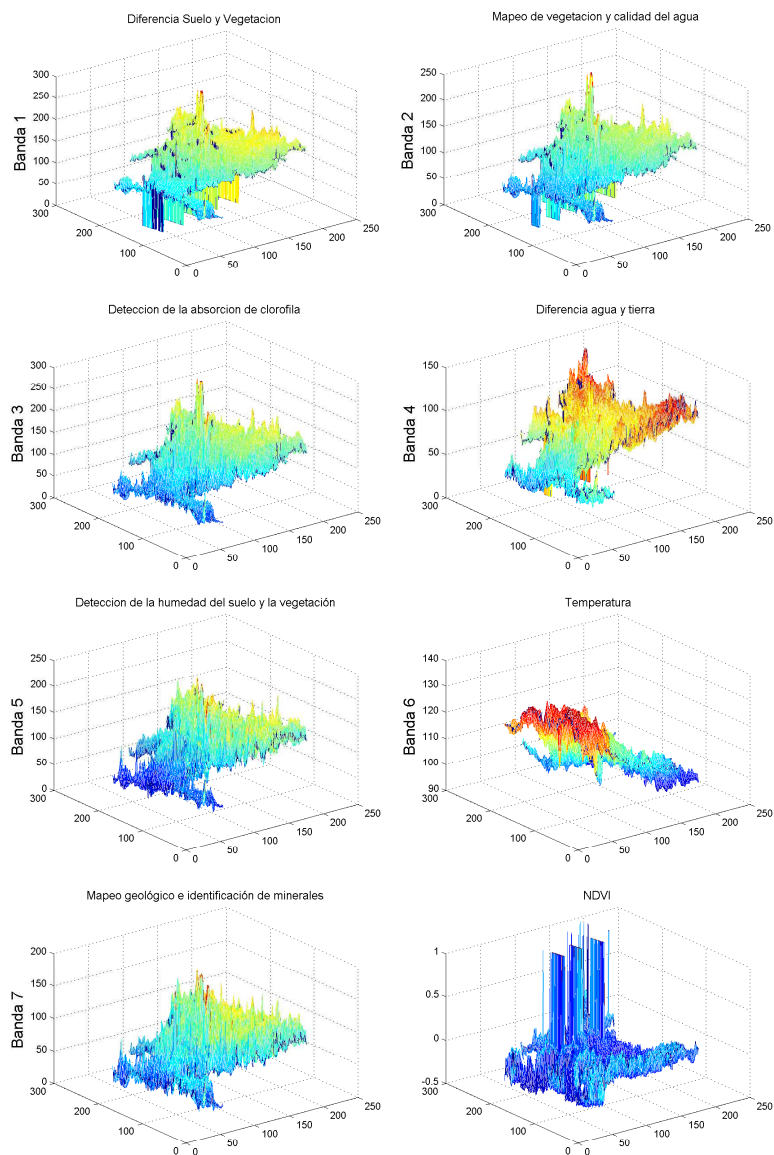


Figure 2.12: Gráficas 2008-1 Bandas Landsat

## Capítulo 3

# Conclusiones

### 3.1 Conclusiones

- Los modelos poblacionales analizados desde el enfoque sistémico cumplen con una cantidad de características relevantes, en este caso, es posible concluir que en la temperatura promedio del municipio de Bello, el modelo teórico estudiado se comporta de la manera esperada y además, luego del cálculo correspondiente de los parámetros el modelo cumple con características vitales que facilitan el análisis por parte del investigador.
- La observabilidad y la controlabilidad del sistema son propiedades del modelo teórico que no se pierden siquiera cuando se analizan puntos extremos del sistema aunque en éstos puntos el comportamiento del modelo poblacional si cambie significativamente y como se esperaba las interacciones de *Aedes aegypti* se vean directamente afectadas por pequeños cambios en la temperatura.
- Este trabajo puede ser considerado como una aproximación indicada de la presencia de los criaderos de *Aedes aegypti* en el municipio de Bello y como un indicador de la dirección en la que se deben encaminar las investigaciones en ésta área, donde primero (y muy importante) se deben suplir las ausencias de datos y los posibles errores de medición en los que se puede incurrir.
- La relación entre la aparición de casos y de criaderos de *Aedes aegypti* no es directa, en realidad, siquiera en magnitud o cantidad se puede arbitrariamente relacionar estos eventos, para esto se propone un trabajo mucho más elaborado y dado que ya se tiene muchos resultados de similitud y agrupación se esperaría que un sistema de lógica difusa pudiera caracterizar completamente el problema.

## 3.2 Trabajo Futuro

- Se propone desde el enfoque sistémico y matemático hacer un análisis aún más profundo del comportamiento continuo o discreto del modelo teórico y para esto se hace insuficiente el trabajo sobre el modelo linealizado o en ecuaciones de estado, entonces se espera en el futuro hacer los análisis correspondientes a la estabilidad y comportamiento del sistema desde la función de transferencia y las transformaciones de ésta.
- Se espera implementar un sistema de redes neuronales artificiales basadas en lógica difusa (ANFIS) que logre caracterizar y predecir localizaciones temporales de centros de criaderos y de casos respondiendo a las necesidades del medio, para esto es necesario conocer la ubicación más precisa de los datos georeferenciados de Landsat y con ellos hacer predicciones sobre la aparición de centros de criaderos que luego de una manera similar se puedan relacionar directamente con centros de casos.

# Bibliografía

- [1] Ana Echavarría Uribe. Estudio del area geograca apropiada para el desarrollo de un modelo de nicho ecologico del dengue en bello. *Universidad Eafit*, 2012.
- [2] Marcelo Oteroa, Hernan G. Solaria,, Nicolas Schweigmannb. A stochastic population dynamics model for aedes aegypti: Formulation and application to a city with temperate climate. *Bulletin of Mathematical Biology*, 68:1945–1974, 2006.
- [3] NASA. The landsat program [en línea].<http://landsat.gsfc.nasa.gov/>.
- [4] Sair Arboleda Sánchez. *Mapeo del riesgo de transmisión de fiebre por dengue en un área endémica de Colombia*. PhD thesis, Universidad de Antioquia. Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Medellín, 2011.