

No. 12-16

2012

EFECTO DE RESTRICCIONES DE VAR SOBRE COBERTURAS EN MERCADOS ELÉCTRICOS

Alfredo Trespalacios Carrasquilla

Juan Fernando Rendón García

Javier Orlando Pantoja Robayo

Documentos de trabajo

Economía y Finanzas

Centro de Investigaciones Económicas y Financieras (CIEF)



**UNIVERSIDAD
EAFIT**
Abierta al mundo

Efecto de Restricciones de VaR sobre Coberturas
en Mercados Eléctricos
Sub-optimal Allocation under VaR Constraints in
Electricity Markets

Alfredo Trespalacios Carrasquilla, MSc *

Juan Fernando Rendón García, MSc **

Javier Orlando Pantoja Robayo, PhD ***

11 de noviembre de 2012

Resumen

En este trabajo se analiza el efecto que tienen las restricciones de VaR sobre la selección de la cantidad de contratos forward en un mercado eléctrico y el momento en que se debe realizar la operación de cobertura cuando un agente busca maximizar el valor esperado de su beneficio ajustado por riesgo y enfrenta incertidumbre por volumen. Se asume un mercado eléctrico cuyo precio spot presenta características de estacionalidad y reversión a la media y que el precio de los contratos forward exhibe una prima de riesgo (*Forward Risk Premium*).

Palabras Claves: Mercado eléctrico, cobertura, instrumentos derivados, VaR
JEL: C41, G11, Q40

*Ingeniero Electricista Facultad de Minas, Universidad Nacional de Colombia; Magíster en Finanzas Universidad EAFIT; Profesional Mercado Energía Mayorista, Empresas Públicas de Medellín-Colombia; Catedrático Universidad EAFIT; atrespal@eafit.edu.co, alfredo.trespalacios@epm.com.co

**Ingeniero de Producción Universidad EAFIT; Magíster en Finanzas Universidad EAFIT; Profesor tiempo completo Instituto Tecnológico Metropolitano; Perteneciente al grupo de investigación en riesgos -ITM-; Catedrático Universidad de Antioquia;jrendon5@eafit.edu.co

***PhD en Administración, Universidad HEC EAFIT; Profesor de la Escuela de Administración, Universidad EAFIT; jpantoja@eafit.edu.co

1. Introducción

Las operaciones de coberturas en mercados eléctricos presentan características diferentes a las de otros mercados. Por un lado la falta de liquidez en las operaciones hacen que las decisiones que toman los agentes sean irreversibles en la práctica; por otro lado, las restricciones de almacenamiento que presenta el activo, dificultan la valoración teórica de los productos y hacen que la incertidumbre por volumen a transar en spot tenga mayores efectos en el flujo de caja que para otro tipo de activos financieros o bienes primarios. En la literatura es común encontrar estrategias de coberturas para diferentes productos financieros y *commodities* en los que el volumen expuesto a riesgo es tratado como una variable determinística. Como ejemplo Hull (2009) presenta un esquema de cobertura óptimo a través de futuros para acciones y divisas donde la fuente de incertidumbre se concentra en los movimientos del precio spot y de los futuros, ignorando la incertidumbre del volumen a transar en spot. Huisman et al. (2007) propone la selección del portafolio de cobertura de agentes de un mercado eléctrico minimizando el costo de sus compras de energía pero donde las cantidades de energía a transar son determinísticas.

Näsäkkälä and Keppo (2005) considera la incertidumbre sobre el volumen de energía expuesto a riesgo de spot y propone un esquema de cobertura utilizando contratos forward, que busca la maximización de la función de utilidad del agente; sin embargo ignora la existencia de la prima de riesgo de contratos forward. Esta prima de riesgo, se presenta en los mercados eléctricos debido a la incompletitud del mercado y ha sido estudiada por Lucia and Schwartz (2002), Furió and Meneu (2009), Longstaff and Wang (2004) y Pantoja (2009).

La existencia de la prima de riesgo, puede generar incentivos para que agentes neutrales al riesgo transen cantidades en contratos forward que pongan en peligro sus pagos ante el mercado como se explica en Trespalacios et al. (2012), por esto debe incluirse restricciones adicionales a los esquemas de cobertura evitando sobreapalancamientos de agentes en particular que puedan representar un riesgo sistémico para el mercado. Así mismo, al interior de las compañías se debería implementar controles a la gestión de los equipos de negociación, buscando garantizar la no toma de posiciones que puedan poner en riesgo la sostenibilidad de largo plazo de la empresa. El hecho de que las personas encargadas de las transacciones en el mercado tengan el incentivo a maximizar su función de utilidad y sus resultados se evalúen en el corto plazo (digamos un año en el caso del cumplimiento de las metas de la empresa con respecto a presupuestos) puede no ser coherente con las metas de largo plazo de la dirección o los mismos accionistas.

Para el sector bancario Basilea propone medidas de control de exposición a riesgo de mercado basado en el valor en riesgo (VaR por sus siglas en inglés) y exige que este sea calculado diariamente. Mauro (1999) propone implementar el VaR como política de administración de riesgo en el sector energético y explica cómo hacer algunas estimaciones al respecto. La correcta medición de los indi-

cadores de riesgo deberán partir de una apropiada parametrización de las series de tiempo del precio spot y volúmenes de energía, capturando especialmente la existencia de eventos extremos. Col utiliza la metodología de Lucia and Schwartz (2002) para examinar la distribución de probabilidad de los residuales del precio spot de energía eléctrica en Alemania los cuales son medidos con respecto a una media de largo plazo; busca una distribución de probabilidad que se ajuste estrechamente a estos, encuentra que el precio spot de energía eléctrica se ajusta mejor a una *t-student* que a la distribución normal. Para el caso de Colombia Trespalcios et al. (2012), aplicando la misma metodología logra eliminar la existencia de las colas pesadas en los residuales, incorporando en el modelo de media de largo plazo el efecto en media y varianza del fenómeno de El Niño con intensidad fuerte.

Recapitulando, Näsäkkälä and Keppo (2005), Pantoja (2012) y Trespalcios et al. (2012) analizan esquemas de cobertura que deben considerar agentes que participan en mercados eléctricos y que enfrentan incertidumbre en el volumen de energía que transarán en spot. Por su parte Näsäkkälä and Keppo (2005) y Trespalcios et al. (2012) proponen esquemas de cobertura basados en la maximización de la función de utilidad de media varianza, proponen no sólo la razón de cobertura adecuada sino también el momento en que la operación de cobertura debe realizarse (*timing* de la cobertura), la diferencia de estos dos trabajos radica en que el segundo considera que en el mercado de contratos forward se cobra una prima de riesgo. Pantoja (2012) propone una solución cerrada al problema de la razón de cobertura cuando la fuente de incertidumbre no solo es el volumen transado en spot sino también el precio y las condiciones climáticas agregando restricciones de VaR. En el actual trabajo se presenta el efecto que tiene la incorporación de una restricción de VaR en la toma de decisiones de cobertura del agente, presentando bajo qué condiciones se encuentran decisiones subóptimas.

2. Modelo matemático

A continuación se presentan los supuestos acerca de los movimientos del precio de los contratos forward, el volumen que el agente transará en spot (que es el sujeto a la operación de cobertura) en el momento T y el beneficio obtenido por el agente.

2.1. Precio Forward

El precio de los contratos forward corresponde al derivado por Lucia and Schwartz (2002) y se presenta en la ecuación 1. Parte del supuesto de que el precio spot P_t es igual a $f(t) + x_t$ donde $f(t)$ es una función completamente determinística y x_t es un proceso de reversión a la media con media de largo plazo igual a cero y velocidad de reversión κ como en 2. El periodo de valoración es t , el periodo de madurez T y la prima de riesgo de largo plazo que cobra el mercado es α . Como se explica en Lucia and Schwartz (2002), dw_x corresponde al diferencial de un proceso de Wiener.

$$\begin{aligned} F(t) &= f(T) + x_t e^{-\kappa(T-t)} + \alpha(1 - e^{-\kappa(T-t)}) & (1) \\ dx_t &= -\kappa x_t \cdot dt + \sigma \cdot dw_x & (2) \end{aligned}$$

Se aprecia como este precio está explicado por tres componentes : Una determinística representada por $f(T)$, la persistencia de las distorsiones de corto plazo cuyo valor depende de $x_t e^{-\kappa(T-t)}$ y la prima de riesgo forward $\alpha(1 - e^{-\kappa(T-t)})$.

A partir de 1, Trespalacios et al. (2012) hallan la ecuación diferencial estocástica 3 que describe el movimiento del precio del contrato forward. Esta ecuación permite encontrar las posibles trayectorias que tendrá el precio forward con vencimiento en T durante el tiempo $t \in [t_o, T]$ cuando se cuenta con información hasta el momento t_o .

$$\begin{aligned} dF(t) &= \mu_F(t) \cdot dt + \sigma e^{-\kappa(T-t)} \cdot dw_x & (3) \\ \mu_F(t) &= -\alpha \cdot \kappa \cdot e^{-\kappa(T-t)} \end{aligned}$$

La forma cerrada para el precio forward es:

$$F(t) = F(t_0) + M_F(t) + \int_{t_0}^t \sigma e^{-\kappa(T-s)} dw_x(s) \quad (4)$$

Donde $M_F(t)$ es una función determinística que puede ser interpretada como un ajuste a la prima de riesgo forward que cobra el mercado cuando faltan $T - t$ periodos para el periodo de madurez:

$$M_F(t) = -\alpha \left[e^{-\kappa(T-t)} - e^{-\kappa(T-t_0)} \right] \quad (5)$$

En Trespalcios et al. (2012) se presenta una explicación de cómo se encontró dicho comportamiento del precio del contrato forward y algunas derivaciones adicionales como la varianza y el valor esperado en función del tiempo. En la figura 1 se presenta una simulación con cien mil trazas del comportamiento del precio para 12 meses adelante, el valor promedio de las trazas y el intervalo de confianza de más y menos una desviación estándar. Para esta simulación se asumió una prima de largo plazo igual a 10, velocidad de reversión a la media igual a 0,57 y $\sigma = 5,19$. Los valores de σ y κ con los que se hizo dicha simulación fueron calibrados con el precio spot en Colombia; para el caso de la prima de riesgo de largo plazo, esta se selecciona de forma arbitraria pero coherente a valores de rangos encontrados por Pantoja (2009). Debido a que α es positiva, se presenta que el precio esperado cae conforme transcurre el tiempo y de acuerdo con la velocidad de reversión esta caída, que es exponencial, será más o menos rápida.

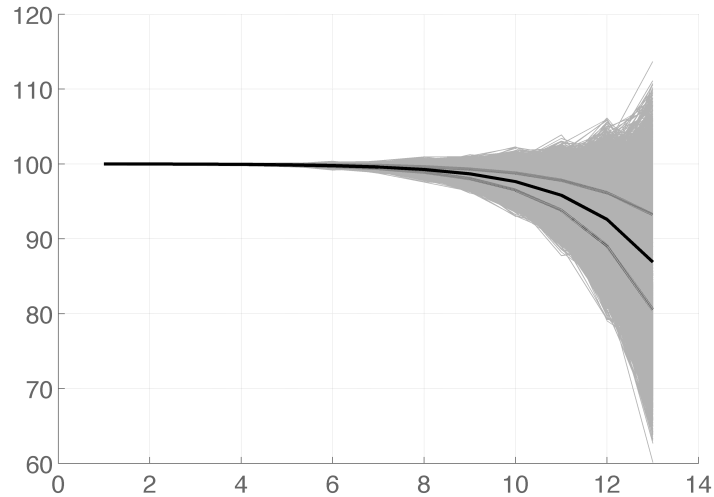


Figura 1: Simulación movimiento del contrato forward con promedio y rango de más y menos una desviación estándar. En eje x: Meses, y:Precio.

Así mismo en 1 se puede ver como a medida que aumenta el tiempo, así lo hará la varianza del precio del contrato forward en este punto debe hacerse énfasis en que el comportamiento de esta varianza no será igual al comportamiento asumido en la mayoría de los activos financieros que es una función lineal del tiempo. Por otro lado, el movimiento del precio forward conserva el criterio de convergencia con el spot al momento del vencimiento (este criterio es ampliamente expuesto por Hull (2009)) y por tanto la varianza del precio del forward en ese instante de tiempo coincidirá con la varianza del precio spot; de hecho a nivel general, las distribuciones del precio spot y forward serán idénticas en T . Una vista en tres dimensiones, como la que aparece en 2, permite apreciar cómo el histograma del precio forward se modifica.

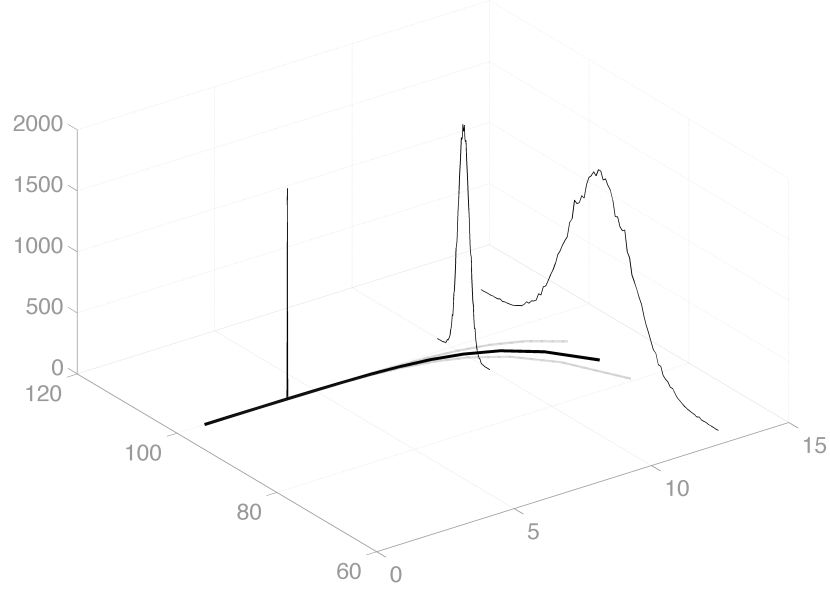


Figura 2: Simulación movimiento del contrato forward con histogramas. En ejes x, y y z: meses, precio y frecuencia absoluta.

2.2. Volumen transado en spot

Para cada momento t , se asume que la expectativa de volumen a transar (transacción que puede ser asociada a consumo o producción de la energía) por el agente i en el periodo T es $q^i(t)$. Näsäkkälä and Keppo (2005) proponen el modelo estocástico 6.

$$dq^i(t) = q^i(t) [\sigma_{qx}^i \cdot dw_x + \sigma_q^i \cdot dw_q^i] \quad (6)$$

Para el instante t la varianza de la estimación de volumen a transar para el agente i es igual a la suma de los cuadrados de los parámetros σ_{qx}^i y σ_q^i los cuales son determinísticos y acotados. Para el momento t_0 la expectativa de volumen inicial es $q^i(t_0) = q_0^i$. La esperanza y la varianza condicionadas se presentan en Trespalacios et al. (2012) La correlación instantánea entre el precio forward y el volumen se presenta en la ecuación 7:

$$\rho_{qx}^i = \frac{\sigma_{qx}^i}{\sqrt{(\sigma_q^i)^2 + (\sigma_{qx}^i)^2}} \quad (7)$$

Así como se hizo para el precio forward, en las figuras 3 y 4 se presentan cien mil trazas del movimiento de las expectativas de cantidades a transar en spot. Los

valores de los parámetros son irrelevantes a esta altura del documento y fueron seleccionados para evidenciar el comportamiento lognormal de esta variable. Los parámetros del volumen transado dependen de características específicas del agente i .

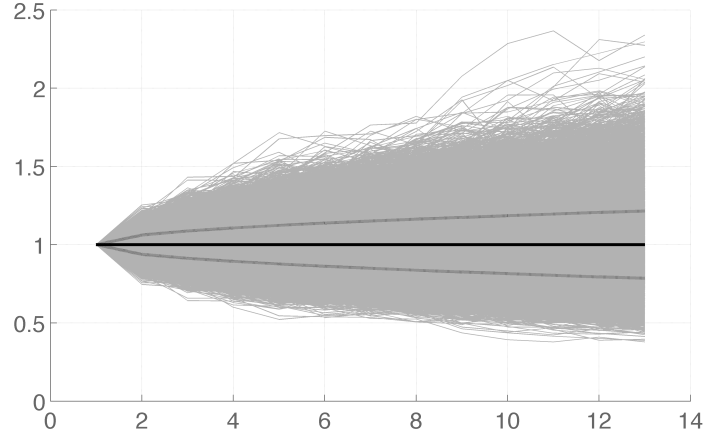


Figura 3: Simulación movimiento de la expectativa de cantidad de energía a transar en spot con rango de más y menos una desviación estándar. En eje x: Meses, y:Cantidad.

2.3. Beneficio

Se asume que los agentes tienen acceso al mercado spot y la cobertura de riesgo se realiza a través del mercado de contratos forward en el cual sólo es aplicable una estrategia del tipo *buy and hold*. Así, el flujo de caja del agente i para el periodo T está dado por 8. La función de utilidad $S(\cdot)$ del agente corresponde a la de media-varianza que se explica en Bodie et al. (2009) y aparece en 9.

$$\pi^i = P_T \cdot q^i(T) + \eta \cdot q^i(\tau) \cdot [F(\tau) - P_T] \quad (8)$$

$$S(\eta, \tau) = E_{t_0}[\pi^i(\eta, \tau)] - \lambda^i \cdot Var_{t_0}[\pi^i(\eta, \tau)] \quad (9)$$

3. La normalidad del Beneficio

Para incorporar las restricciones de VaR al sistema, se analiza la normalidad del beneficio del agente, para esto se realizó prueba de χ^2 a una serie de

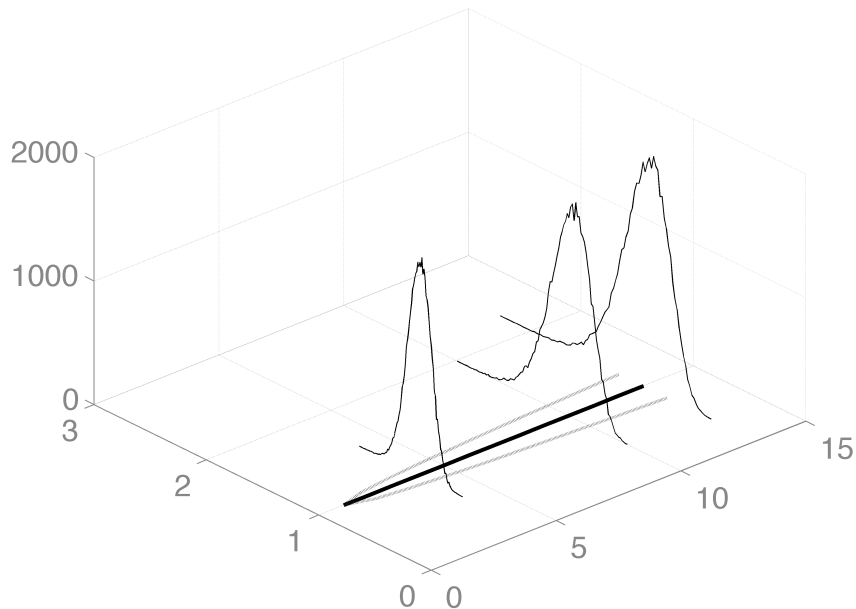


Figura 4: Simulación movimiento de la expectativa de cantidad de energía a transar en spot con histogramas. En ejes x, y y z: meses, cantidad y frecuencia absoluta.

simulaciones con parámetros de diferentes agentes del mercado colombiano. En ninguna de las pruebas realizadas se logró rechazar la hipótesis nula de normalidad. En el cuadro 1 se presenta los resultados a una de las sensibilidades realizadas. Este caso se construyó con $T = 12$; $\kappa = 0,57$; $\sigma = 5,19$; $\rho_{qx} = 70\%$

Debido a los resultados encontrados en esta sección, se considera apropiado el uso de la relación 10, para la estimación del VaR.

4. VaR del beneficio

Mauro (1999) describe el VaR (*Value at Risk*) como la máxima pérdida esperada en una actividad debido a un movimiento adverso en el precio. Si bien tomaremos gran parte de esta definición, nos preocuparemos no por los movimientos adversos en el precio sino por los movimientos adversos en el flujo de caja del agente que está interesado en realizar la cobertura; Así, si en épocas de precios bajos se está transando un alto volumen en spot no será tan perjudicial para el beneficio del agente como aquellos momentos donde se presenten precios bajos y poco volumen de transacciones.

Cuadro 1: Prueba de normalidad al beneficio del agente

τ	$\eta = 0$		$\eta = 0,5$		$\eta = 0,8$		$\eta = 0,9$		$\eta = 1$		$\eta = 1,1$		$\eta = 1,2$	
	χ^2	P	χ^2	P	χ^2	P	χ^2	P	χ^2	P	χ^2	P	χ^2	P
1	7E-4	1	0	1	0.01	1	0.01	1	0.01	1	0	1	8E-5	1
6	7E-4	1	0	1	0	1	0	1	0	1	7E-4	1	1E-4	1
8	7E-4	1	0	1	0	1	0	1	0	1	6E-4	1	4E-4	1
10	7E-4	1	0	1	0	1	0	1	9E-4	1	8E-4	1	7E-4	1
12	7E-7	1	7E-4	1	7E-04	1	7E-4	1	7E-4	1	7E-4	1	7E-4	1

4.1. Cálculo del VaR

El Valor en Riesgo puede ser calculado de dos forma: Paramétrica y no paramétrica. Para la primera Mauro (1999) explica que la metodología más simple corresponde a la del supuesto de normalidad. para el caso de las no paramétricas la obtención del percentil correspondiente al VaR puede hacerse mediante simulación de montecarlo y para esto es necesario utilizar la descripción de VaR que propone Meucci (2007). Para la realización de esta investigación se han utilizado ambas metodologías, pero solo se enuncia en el documento cuándo se realizaron aproximaciones paramétricas bajo el supuesto de normalidad, en caso de que no se especifique la metodología utilizada, el lector debe asumir que fue mediante simulación de montecarlo.

Asumiendo normalidad, con σ_π correspondiente a la raíz cuadrada de la varianza del portafolio al momento de vencimiento, el VaR correspondiente al percentil $p\%$ estará dado por 10

$$VaR_{p\%} = E[\pi] - z_{p\%} \cdot \sigma_\pi \quad (10)$$

Para estimar el VaR por simulación de montecarlo, se considera que el VaR está dado por el cuantil a cierto nivel, para el caso específico de esta investigación 5%.

4.2. Sensibilidades al VaR

En esta sección se presenta el comportamiento del VaR del beneficio del agente ante modificaciones en las variables de gestión del agente. En la figura 5 se muestran varias curvas VaR vs η cuando varía la correlación entre el precio spot y las cantidades; esta simulación se contruyó con $F_0 = 100$ $\kappa = 0,57$, $\sigma = 5,19$, $\alpha = 0$, $\tau = 1$, $q_0^i = 1$ y desviación estándar de las expectativas de las cantidades al final del periodo 15%.

Cuando la correlación es positiva se sugiere la necesidad de transar contratos forward por encima de las expectativas de volumen del momento inicial y cuando la correlación es negativa se deberán transar contratos forward por debajo de las expectativas iniciales de cantidades. Esto se presenta cuando la función objetivo es la de maximizar VaR como se muestra en la figura 5 y para cuando la función

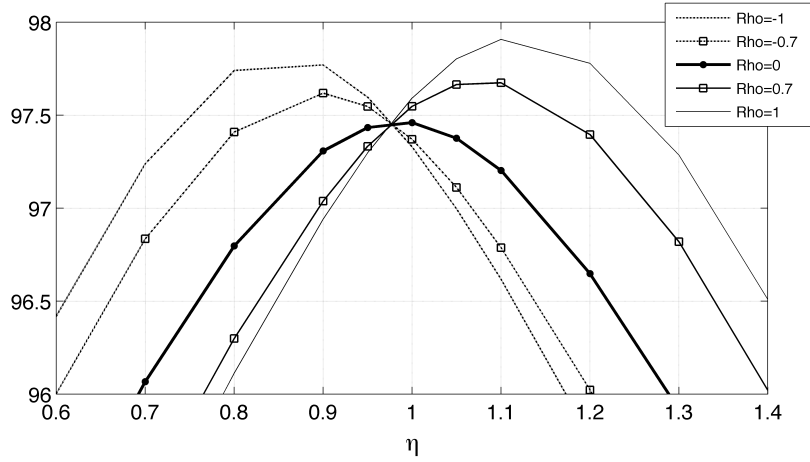


Figura 5: VaR vs η para diferentes correlaciones

objetivo es maximizar la función de utilidad del agente o minimizar la varianza del portafolio como se encontró en Trespalacios et al. (2012)

En la figura 6 se muestran varias curvas VaR vs η cuando varía a la prima de riesgo cuando la correlación es cero y demás parámetros no especificados corresponden a los de la figura 5. Como se puede apreciar, una prima de riesgo positiva sugiere una transacción en contratos forward por encima del volumen esperado ($\eta > 1$) y una prima de riesgo negativa sugiere una transacción en contratos forward por debajo del volumen esperado ($\eta < 1$) cuando la correlación considerada es cero.

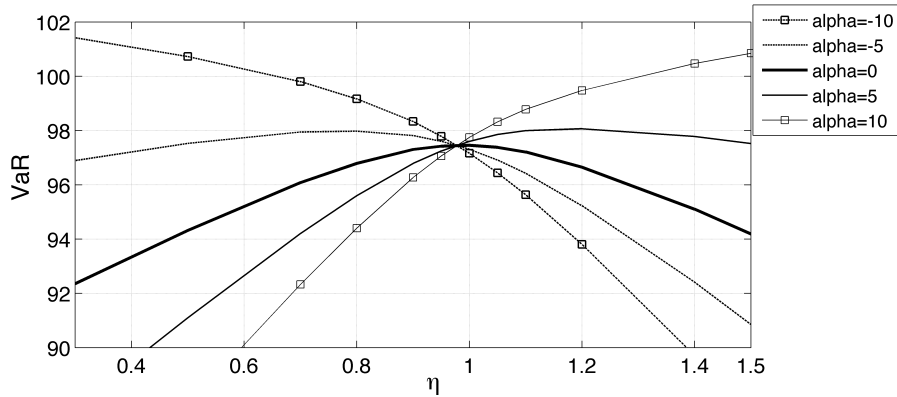


Figura 6: VaR vs η para diferentes primas de riesgo α

En la figura 7 se presenta la sensibilidad del VaR al momento cuando se hará la transacción τ , la correlación y la prima de riesgo. Si bien todas estas

variables mueven el VaR del portafolio, se aprecia una alta dependencia de este con la prima de riesgo de largo plazo. Una prima de riesgo positiva sugiere que a medida que se postergue la operación de cobertura, el VaR caerá, caso contrario ocurre con una prima de riesgo negativa. Si bien el nivel de correlación afecta el valor del VaR, este no logra modificar la tendencia alcista o bajista de la gráfica VaR vs τ

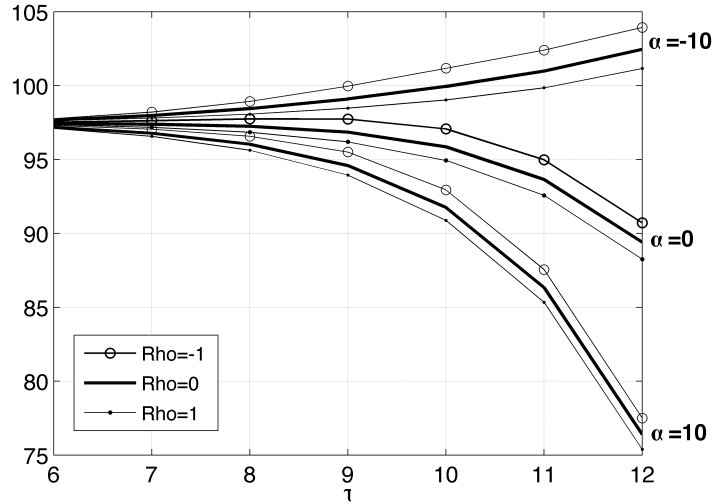


Figura 7: VaR vs τ para diferentes correlaciones y prima de riesgo

5. Estrategia de cobertura

Las variables de gestión, aquellas sobre el cual se asume que el agente seleccionará para definir su adecuado nivel de cobertura son la razón de cobertura η y el momento en el futuro en el cual se debe hacer la operación de cobertura (*timing*) τ . Se asume que para el periodo T el agente i busca maximizar el valor esperado ajustado por riesgo de su beneficio que corresponde a la función de utilidad $S(\cdot)$; De esta forma η y τ deben ser la solución al problema de optimización planteado en 11. En las simulaciones realizadas para las gráficas que se presentan en esta sección, a menos que se especifique lo contrario, se consideraron los siguientes parámetros: $T = 12$, $\rho = 70\%$ $\alpha = 5$ y volatilidad total del volumen igual a 5%.

5.1. Cobertura sin restricciones

El esquema de cobertura sin restricciones corresponde a la solución del problema de optimización 11

$$\max_{\eta, \tau} S = E_{t_0}[\pi^i] - \lambda^i \cdot Var_{t_0}[\pi^i] \quad (11)$$

La solución a este problema permite explicar cómo los agentes que presentan una mayor volatilidad en el volumen esperado tienden a postergar la operación de cobertura para lograr mejores estimaciones de su consumo o generación futura y que a medida que aumenta la correlación se incrementa la cantidad necesaria de contratos forward para lograr una adecuada compensación del riesgo asumido. Por otro lado Una correlación negativa es una cobertura natural del flujo de caja del portafolio. Además cuando la correlación es positiva, la estrategia de cobertura sugiere la anticipación de la transacción.

Otro resultado importante que subyace al planteamiento del esquema de cobertura sin restricciones es que dependiendo del signo de la prima de riesgo de largo plazo, un agente estará interesado en anticipar o postergar la cobertura; por ejemplo, si la prima de riesgo es positiva será conveniente vender en contratos forward para el periodo de vencimiento más lejano posible.

En la figura 8 se muestra el conjunto de posibles combinaciones de riesgo y beneficio para portafolios dependiendo del valor de τ . El eje vertical corresponde al valor esperado del flujo de caja y el eje horizontal a su varianza. Para cada τ es eficiente la selección de portafolios que logren mayor valor esperado que el portafolio obtenido para mínima varianza. Además no es posible definir un nivel óptimo de cobertura para todos los agentes ya que el nivel de aversión a riesgo del tomador de decisiones es importante al momento de planear la estrategia; sin embargo, es posible generar un rango de razón cobertura que cubra un rango de valores de λ^i . En el caso particular de la figura presentada, se observa que con el hecho de adelantar la cobertura, se pueden obtener portafolios que dominan a los que están más cercanos al momento de maduración. Un agente que posea una posición larga en el subyacente deberá realizar la operación de cobertura en $\tau = 1$ y la cantidad de contratos forward dependerá de su nivel de aversión al riesgo.

5.2. Cobertura con restricción de VaR

En Trespalacios et al. (2012) se presentó cómo un agente neutral al riesgo, esto es con $\lambda^i = 0$, estará dispuesto a transar tantos contratos forward como le sea posible y el valor esperado de su flujo de caja coincidiría con la prima de riesgo del mercado al momento de realizar la compra o venta de los contratos forward. Esta situación puede convertirse en un incentivo para que algunos agentes no controlen sus posiciones en riesgo y por tanto podrían lograr apalancamientos lo suficientemente alto como para exponer el propio mercado a un riesgo sistémico por el no cumplimiento de obligaciones en casos donde "lo esperado no sea lo ocurrido".

En Colombia por ejemplo ya se han presentado casos de quiebra de comercializadores de energía eléctrica que debido a los altos precios en el spot durante la ocurrencia de eventos extremos (como el fenómeno de El Niño) no han podido cumplir con compras en spot para honrar los contratos forward, generando pérdidas económicas irrecuperables a otros agentes en el mercado. Para estos casos y otros que se puedan considerar, es necesaria la incorporación de restricciones adicionales en los esquemas de cobertura que usen los agentes; estas podrían

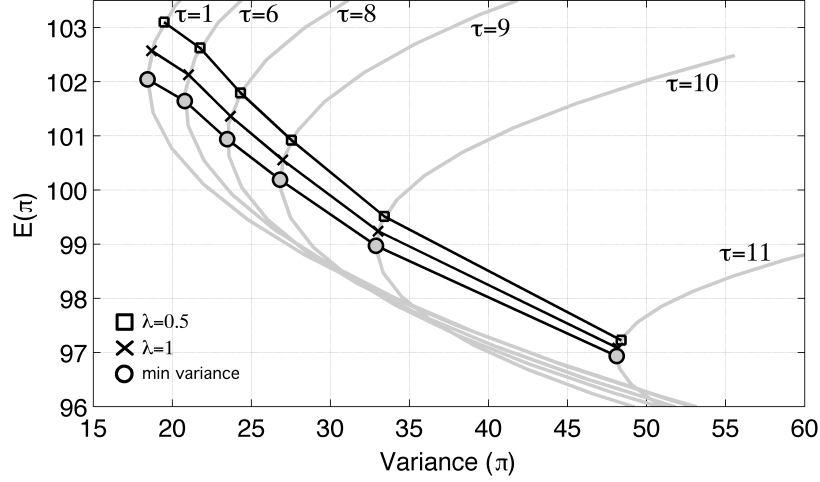


Figura 8: Conjunto de posibles portafolios

ser impuestas por un regulador, una cámara de riesgo o por políticas definidas al interior en las compañías. Si a la decisión de cobertura se le incorpora una restricción tipo VaR como la que propone Basilea para las corporaciones bancarias, estas no corresponderán necesariamente a la maximización de la función de utilidad del equipo encargado de las transacciones en el mercado eléctrico de cada compañía. En ese caso, la decisión en el esquema de cobertura serán los argumentos que resuelvan el problema 12.

$$\begin{aligned} \max_{\eta, \tau} \quad & E_{t_0}[\pi^i] - \lambda^i \cdot Var_{t_0}[\pi^i] \\ \text{s.a} \quad & \\ & VaR_{5\%} \leq VaR^* \end{aligned} \quad (12)$$

Donde VaR^* es el nivel mínimo de VaR permitido en el portafolio.

En la figura 9, la zona sombreada corresponde a la región infactible cuando se selecciona un nivel de $VaR^*=90$; esto es la región en donde posiblemente un agente desee estar ubicado pero por la restricción impuesta en el VaR no le será posible. la curva isoVaR se construye con la ecuación 10 para un percentil del 5%.

A continuación en 10 se presenta la intersección de las diferentes zonas analizadas. Las función de utilidad del agente llevará a que este tome decisiones en la zona a cuadros, que corresponde a aquellos puntos que contienen un valor esperado por encima de la línea de mínima varianza; sinembargo por la restricción de VaR, solo será adecuado ubicarse en lo que se presenta en la gráfica como la zona de decisión adecuada.

En la figura 11 se presentan las posibles combinaciones de riesgo-recompensa que se pueden lograr en el portafolio y diferentes líneas de restricción de VaR.

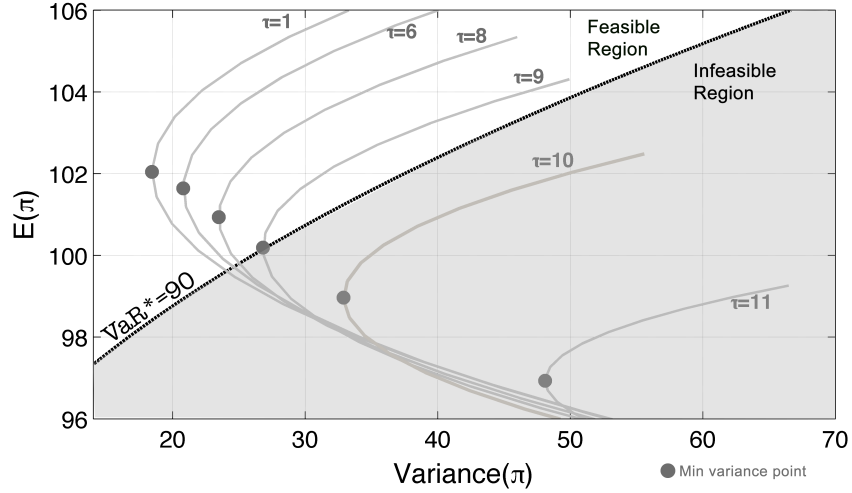


Figura 9: Conjunto de posibles portafolios con regiones factible e infactible

Supongamos un agente que sea averso al riesgo, este tendrá el claro incentivo de seleccionar el portafolio que corresponde a $\tau = 1$ y ubicarse en el punto de mínima varianza; para este caso, solo el VaR* de 94 se convertiría en una restricción efectiva y forzaría al agente a asumir un poco más de riesgo que el que inicialmente deseaba, claro está que a cambio le permite una posición con mayor beneficio. La restricción de VaR puede llevar a los agentes a asumir más riesgo del que desearían, este resultado que puede parecer contraituitivo se observa principalmente en aquellos casos donde la prima de riesgo es positiva, los equipos encargados de definir políticas de riesgo, deberán considerar esta posibilidad al momento de definir restricciones en esquemas de coberturas y definir un nivel de VaR* que mantenga una adecuada flexibilidad para el equipo de gestión de coberturas, ampliando los posibles rangos de η y τ donde poder actuar, pero debe evitar aumentos excesivos en volatilidad, pérdidas importantes en la esperanza del portafolio y movimientos en la dirección opuesta a la minimización del riesgo.

la forma que logra la figura 11 depende en principio de todas las variables involucradas en este documento y por tanto lograr una generalización en el esquema de cobertura está por fuera del alcance de esta metodología.

5.3. Costo de oportunidad

Cuando el portafolio seleccionado no corresponde a aquel que maximiza la función de utilidad del agente, diremos como lo discute ampliamente Meucci (2007) que estamos ante una decisión subóptima. Considérese que el vector $d_{opt} = (\eta_{opt}, \tau_{opt})$ corresponde a la solución al problema de cobertura sin restricciones, ver ecuación 11 y que el vector $d_{dec} = (\eta_{dec}, \tau_{dec})$ corresponde a la decisión finalmente tomada, que para efectos de este trabajo es la solución del

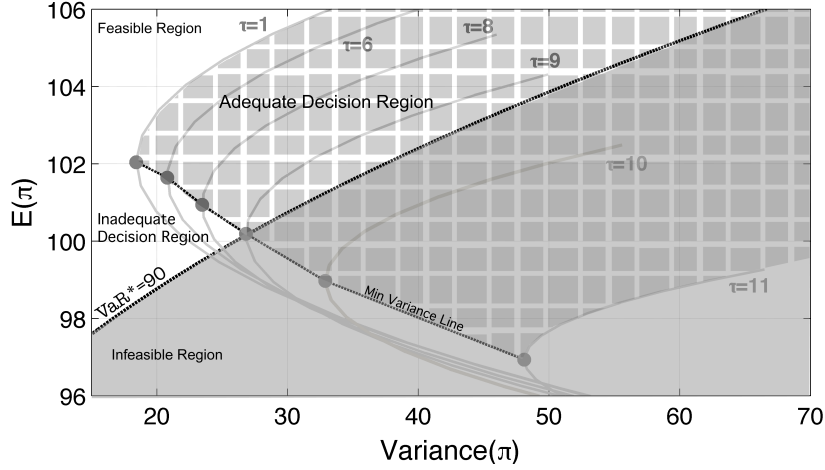


Figura 10: Intersección de región infactible con toma de decisiones sin restricción

problema de optimización con restricciones, ver ecuación 12. Cuando los vectores d_{opt} y d_{dec} no sean iguales, se está presentando que la decisión tomada no corresponde al interés del agente, bien sea porque la decisión final lo está obligando a ubicarse en un punto con mayor varianza o menor utilidad de la inicialmente deseada. A esta pérdida de satisfacción Meucci (2007) la define como el costo de oportunidad (CO), correspondiendo a la resta entre la función de utilidad evaluada en el punto óptimo (deseado) y la función de utilidad evaluada en el punto decidido como se muestra en la ecuación 13 , que para nuestro caso obedece únicamente al efecto de la restricción de VaR.

$$CO(d_{dec}) = S(d_{opt}) - S(d_{dec}) \quad (13)$$

El costo de oportunidad que se presenta en 13 no toma valores negativos toda vez que d_{opt} maximiza el valor de la utilidad $S(\cdot)$ del agente.

En el cuadro 2 se presenta el costo de oportunidad al que se enfrentaría un agente ante diferentes restricciones de VaR; los parámetros para la simulación del precio forward, así como del modelo de volúmenes son acordes con calibraciones realizadas en el mercado colombiano. $S(d_{VaRref})$ corresponde a la función de utilidad del agente en caso de tomar una decision que iguale el VaR de referencia VaR*. Todos estos casos fueron seleccionados de tal forma que la restricción de VaR fuera operativa.

6. Conclusiones

En este trabajo se analiza el efecto que tienen las restricciones de VaR sobre el esquema de cobertura que debe plantear un agente que desee maximizar la función de utilidad de media varianza.

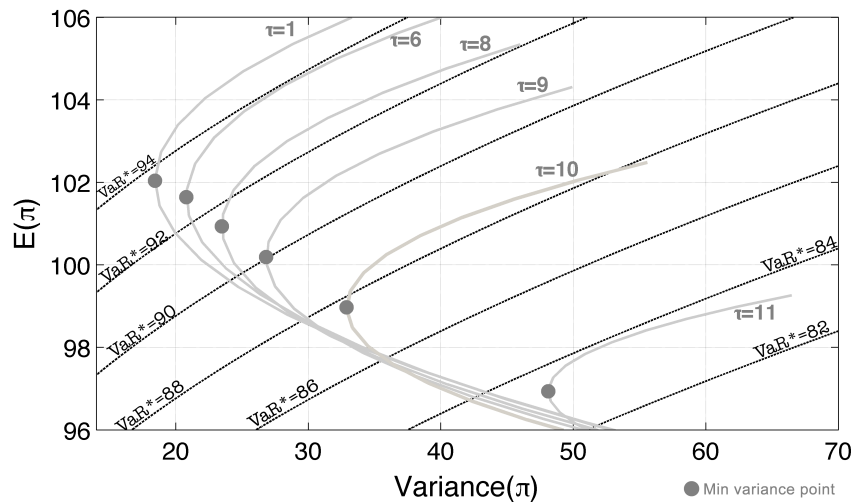


Figura 11: Conjunto de posibles portafolios y líneas de restricción de VaR

En caso de que el esquema de cobertura busque la maximización del VaR, tanto la razón de cobertura como el momento en que se debe hacer la transacción son afectados por la prima de riesgo. Una prima de riesgo positiva sugiere un nivel de transacciones de contratos forward por encima del volumen esperado y tiende a adelantar la cobertura. Una prima de riesgo negativa sugiere retrasar la operación de cobertura y una menor transacción en contratos forward que el volumen esperado. Si bien el nivel de correlación afecta el valor del VaR, este no logra modificar la tendencia alcista o bajista de la gráfica VaR vs τ

Cuando la función objetivo es la de maximizar la función de utilidad, la de minimizar varianza y la de maximizar VaR, se encuentra que cuando la correlación es positiva se sugiere la necesidad de transar contratos forward por encima de las expectativas de volumen del momento inicial y cuando la correlación es negativa se deberán transar contratos forward por debajo de las expectativas iniciales de cantidades.

La restricción de VaR logra modificar no solo la razón de cobertura sino también el momento cuando se realiza la cobertura, hablar de cuando la prima de riesgo es positiva y de cuando la prima de riesgo es negativa.

Una vez se ha definido el VaR mínimo de referencia el costo de oportunidad de los agentes, dependerá de la situación en la que se encuentra el mercado de contratos forward, afectándose en gran medida de la prima de riesgo.

Cuadro 2: Costo de oportunidad para varios casos $\rho = 70\%$, $\kappa = 0,57$, $\sigma = 5,19, \lambda = 1, T = 12, F_0 = 100$

VaR*	τ	α	$S(d_{opt})$	$S(d_{VaRref})$	CO
88	1	-5	75.14	70.91	4.23
90	1	-5	75.14	74.74	0.4
92	1	-5	75.14	41.66	33.48
94	1	-5	75.14	60.74	14.4
88	1	5	83.94	59.05	24.89
90	1	5	83.94	67.73	16.21
92	1	5	83.94	75.64	8.3
94	1	5	83.94	81.52	2.42
88	10	5	66.23	60.94	5.28
90	10	5	66.2	66.2	0
92	10	5	66.23	60.98	5.25
94	10	5	66.23	60.98	5.25
94	10	5	66.23	33.01	33.22
88	10	-5	66.66	34.5	32.16
90	10	-5	66.66	34.5	32.16
92	10	-5	66.66	34.5	32.16
94	10	-5	66.66	34.5	32.16
94	10	-5	66.66	58.02	8.64

Referencias

- Zvi Bodie, Alex Kane, and Alan J. Marcus. *Investments*. McGraw Hill, eighth edition, 2009.
- Dolores Furió and Vicente Meneu. Expectations and forward risk premium in the spanish deregulated power market. *Working Paper*, 2009.
- Ronald Huisman, Ronald Mahieu, and Felix Schlichter. Hedging exposure to electricity price risk in a value at risk framework. *ERIM REPORT SERIES RESEARCH IN MANAGEMENT*, 2007.
- John C. Hull. *Options, Futures and other Derivatives*. Pearson Prentice Hall, 2009.
- Francis Longstaff and Ashley Wang. Electricity forward prices: A high frequency empirical analysis. *The journal of finance*, August 2004.
- Julio J. Lucia and Eduardo S. Schwartz. Electricity prices and power derivatives: Evidence from the Nordic Power Exchange. *Review of Derivatives Research* 5, pages 5–50, 2002.

- Alessandro Mauro. Price risk management in the energy industry: The value at risk approach. *XXII Annual International Conference of the International Association for Energy Economics*, Junio 1999.
- Attilio Meucci. *Risk and Asset Allocation*. Springer Finance, 2007.
- Erkka Näsäkkälä and Jussi Keppo. Electricity load pattern hedging with static forward strategies. *Managerial Finance*, pages 116–137, 2005.
- Javier O. Pantoja. Modelling risk of electric power markets. *Working Paper*, 2009.
- Javier O. Pantoja. Optimal static hedging of energy price and volume risk: Closed-form results. *Working Paper*, 2012.
- Alfredo Trespalacios, Juan Fernando Rendón, and Javier O. Pantoja. Forward contracts based on hedging strategy in electric power markets. *Academia, Revista Latinoamericana de Administración*, 50:148–157, 2012.