

ANEXOS

1 MANUAL DE USUARIO DE LA MACRO “ANÁLISIS ESTADÍSTICO DE SERIES DE CAUDALES “

1.1 OBJETIVO

El objetivo principal de esta herramienta es permitir el análisis de series de tiempo hidroclimatológicas. Dicho análisis se centra en la aplicación de conceptos estadísticos básicos a la información proveniente de las entidades que monitorean estas variables (principalmente IDEAM y EPM).

Para lograr este objetivo se construyó esta macro en Excel, que tiene como objetivo principal ahorrar tiempo y facilitar el análisis completo de las variables, mejorando la toma de decisiones. Se decidió implementar Excel como plataforma de programación dada la versatilidad, amplia difusión del software, y que no se incurre en gastos adicionales de licenciamiento en plataformas de programación.

Inicialmente, se procederá a crear una macro que permita identificar los datos anormalmente extremos (Outliers), con base a las teorías propuestas en este proyecto de grado. Así mismo, se diseñará un macro que logre facilitar el análisis de la tendencia de las series y su respectiva dependencia del tiempo.

Adicionalmente se presentará un macro, que realice una comparación de la media en dos fracciones de la misma serie y así demostrar que la serie conserva la misma tendencia.

Si se desea entrar más a fondo en la metodologías utilizadas para la realización de estas macros, se pueden encontrar detalladas en el proyecto de grado “Aplicabilidad de la Transformada Rápida de Fourier ” , en la cual se sustenta metodológicamente la macro y su respectivo manual de usuario.

1.2 PROCEDIMIENTO

1.2.1 Menú principal

Al abrir el archivo Excel de nombre “**AnalisisEstadísticoDeSeries**” se encuentra este menú, donde hace referencia al proyecto de grado por el cual el programa fue realizado, se indican el nombre de los que realizaron dicho proyecto y construyeron las macros de dicho programa.

Recuerde habilitar el contenido de la hoja de cálculo, para así poder utilizar las aplicaciones sin tener problemas de habilitación de macros, a continuación se presenta dicho menú en la Figura 1—1.



Figura 1—1 Menú principal para el procesamiento de información de estación hidroclimatológicas

Finalmente, se inicia el análisis dando click al botón **INICIAR ANÁLISIS**

1.2.2 INFORMACIÓN BASE

Al iniciar el análisis el programa abre la hoja de información base, en la cual, se debe ingresar los datos necesarios de la serie a la que se le aplicaran las metodologías de análisis estadísticos, la plantilla de ingreso de la información base se muestra en la Figura 1—2.

	C	D	E	F	G	H	I	J
1	INGRESE LA SERIE DE CAUDALES CON LAS FECHAS Y AÑOS CORRESPONDIENTES (en el espacio blanco)							
2	AÑO	MES	DIA	CAUDAL	FECHA			
3	1965	1	1	524.00	01/01/1965	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px; text-align: center;">BORRAR SERIE</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px; text-align: center;">OUTLIERS</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px; text-align: center;">CAMBIO A #</div>		
4	1965	1	2	532.00	02/01/1965			
5	1965	1	3	539.00	03/01/1965			
6	1965	1	4	547.00	04/01/1965			
7	1965	1	5	555.00	05/01/1965			
8	1965	1	6	562.00	06/01/1965			
9	1965	1	7	570.00	07/01/1965			
10	1965	1	8	578.00	08/01/1965			
11	1965	1	9	585.00	09/01/1965			
12	1965	1	10	593.00	10/01/1965			
13	1965	1	11	600.00	11/01/1965			
14	1965	1	12	608.00	12/01/1965			
15	1965	1	13	616.00	13/01/1965			
16	1965	1	14	623.00	14/01/1965			
17	1965	1	15	631.00	15/01/1965			
18	1965	1	16	638.00	16/01/1965			

Figura 1—2Información Base

En el espacio blanco se ingresa los datos correspondientes al año, mes y día de cada dato, y seguidamente el caudal correspondiente. Los meses pueden ser ingresados en letras, ya que se diseñó una macro que cambia estos automáticamente a números presionando el botón **CAMBIO A #**.

Luego de tener los datos completos y de manera adecuada en la hoja de cálculo se procede a iniciar el análisis estadístico de la misma, inicialmente se analizar los outliers dando click en el botón **OUTLIERS**.

1.2.3 OUTLIERS

Al iniciar el análisis de Outliers, el programa lleva automáticamente los datos de los caudales ingresados en el numeral anterior a una plantilla diseñada para el análisis de Outliers, como lo muestra la Figura 1—3.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1		12,189.00	378	10	3	1130	252	SI	NO		
2		Muestra	Dixon	Lm	Em	Studentize d Deviates	Rosner	ELIMINAR			
3		524.00						NO			
4		532.00						NO			
5		539.00						NO			
6		547.00						NO			
7		555.00						NO			
8		562.00						NO			
9		570.00						NO			
10		578.00						NO			
11		585.00						NO			
12		593.00						NO			
13		600.00						NO			
14		608.00						NO			
15		616.00						NO			
16		623.00						NO			
17		631.00						NO			

Borrar

Encontrar
Outliers

Eliminar
Outliers

Siguiente

Figura 1—3Plantilla de Análisis de Outliers.

Diferente a la columna en la que se localiza los caudales de la serie, la plantilla tiene 5 columnas que corresponden a cada una de las teorías de Outliers que se utilizaron para el proyecto de grado. Y por último, consta de una columna en la cual el usuario más adelante tomara la decisión de eliminar el dato considerado extremadamente anómalo por las metodologías, según su criterio.

Inicialmente se presiona el botón de comando **ENCONTRAR OUTLIERS**, esta macro en procede a preguntar por medio de una ventana emergente el número de años de registro, para luego realizar las metodologías y marcar con un “X” los datos considerados Outliers según cada teoría. Es importante mencionar que estas macro requiere algún tiempo para su ejecución, se le recomienda al usuario que tenga paciencia con este procedimiento, dado que es el que más tarda de los análisis a realizar, pero si desea por algún motivo detener el funcionamiento del mismo simplemente debe presionar la tecla **ESC** de su computador y finalizara el funcionamiento de la macro.

Posteriormente a la búsqueda de outlier se procede a eliminarlos, este procedimiento es totalmente a criterio del usuario, el cual, se debe basar en las “X” señaladas por cada una de las metodologías del bucador de outliers, para este fin, la plantilla permite al usuario mediante un menú desplegable decidir qué datos de la muestra desea eliminar, simplemente debe seleccionar SI o NO, Si para eliminar este valor y No para dejarlo igual.

Luego, al activar el botón **ELIMINAR OUTLIERS** estos datos no son eliminados, si no, reemplazados por el promedio de los datos que se encuentran por encima y por debajo del dato, para así, garantizar que no se generen más espacios en blanco en la muestra.

Finalmente, los datos son mostrados en una columna aparte y se continúa con el análisis activando el botón **SIGUIENTE** como lo muestra la Figura 1—4

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
		12,189.00	378	10	3	1130	252	SI	NO			0	
		Muestra	Dixon	Lm	Em	Studentize d Deviates	Rosner	ELIMINAR				Muestra Sin Outliers	
2		524.00						NO				524.00	
3		532.00						NO				532.00	
4		539.00						NO				539.00	
5		547.00						NO				547.00	
6		555.00						NO				555.00	
7		562.00						NO				562.00	
8		570.00						NO				570.00	
9		578.00						NO				578.00	
10		585.00						NO				585.00	
11		593.00						NO				593.00	
12		600.00						NO				600.00	
13		608.00						NO				608.00	
14		616.00						NO				616.00	
15		623.00						NO				623.00	
16		631.00						NO				631.00	
17		638.00						NO				638.00	
18		646.00						NO				646.00	
19		674.00						NO				674.00	
20		644.00						NO				644.00	
21		621.00						NO				621.00	
22		613.00						NO				613.00	

Figura 1—4Muestra sin Outliers.

En la hoja se puede apreciar el botón **BORRAR**, el cual elimina las “X” ya marcadas en análisis anteriores, para así realizar una nueva búsqueda de outliers.

1.2.4 ANÁLISIS DE MEDIA

Luego de terminar la identificación y eliminación de outliers, el programa presenta la serie depurada en un menú que permitirá continuar con el análisis, tal como lo muestra la Figura 1—5.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
	SERIE DE CAUDALES SIN OUTLIERS									
1										
2	AÑO	MES	DIA	CAUDAL	FECHA					
3	1984	1	1	1119.00	01/01/1984					
4	1984	1	2	1222.00	02/01/1984					
5	1984	1	3	1243.00	03/01/1984					
6	1984	1	4	1465.00	04/01/1984					
7	1984	1	5	1464.00	05/01/1984					
8	1984	1	6	1529.00	06/01/1984					
9	1984	1	7	1612.00	07/01/1984					
10	1984	1	8	1818.00	08/01/1984					
11	1984	1	9	1923.00	09/01/1984					
12	1984	1	10	1846.50	10/01/1984					
13	1984	1	11	1770.00	11/01/1984					
14	1984	1	12	1530.00	12/01/1984					
15	1984	1	13	1461.00	13/01/1984					
16	1984	1	14	1399.00	14/01/1984					
17	1984	1	15	1347.00	15/01/1984					
18	1984	1	16	1279.00	16/01/1984					

Figura 1—5 Serie de Caudales Depurada.

Antes de proseguir se debe determinar el número de años de registro reales, para esto, se oprime el botón **AÑOS REALES**, esta macro pregunta el número de años de registro supuesto y automáticamente devuelve el número de años reales en la celda en blanco, este procedimiento se ilustra en la Figura 1—6.

The image shows two screenshots of an Excel spreadsheet. The top screenshot shows a dialog box titled 'N años' with a text input field containing '26' and buttons for 'Aceptar' and 'Cancelar'. Below the dialog box are three buttons: 'MEDIA', 'CARRERAS', and 'Wilconxon'. The bottom screenshot shows the same spreadsheet with the dialog box closed. A new button 'AÑOS REALES' is visible, and a cell labeled 'Años Reales' contains the value '21'. The spreadsheet data is as follows:

	A	B	C	D	E
1	SERIE DE CAUDALES SIN OUTLIERS				
2	AÑO	MES	DIA	CAUDAL	FECHA
3	1984	1	1	1119.00	01/01/1984
4	1984	1	2	1222.00	02/01/1984
5	1984	1	3	1243.00	03/01/1984
6	1984	1	4	1465.00	04/01/1984
7	1984	1	5	1464.00	05/01/1984
8	1984	1	6	1529.00	06/01/1984
9	1984	1	7	1612.00	07/01/1984
10	1984	1	8	1818.00	08/01/1984
11	1984	1	9	1923.00	09/01/1984
12	1984	1	10	1846.50	10/01/1984
13	1984	1	11	1770.00	11/01/1984
14	1984	1	12	1530.00	12/01/1984
15	1984	1	13	1461.00	13/01/1984
16	1984	1	14	1399.00	14/01/1984

Figura 1—6 Plantilla de años reales.

Al obtener los años reales de registro de la serie, es posible proceder con el análisis de la media dando click en el botón **MEDIA**. Este análisis comprende los conceptos de la metodología de la media móvil y media fija en intervalos de un año, dos años y n años, los cuales pregunta la macro y define el usuario.

Como resultado la macro presenta unas tablas donde compila los resultados de las medias móviles y fijas cada año, dos años y n años, así como las gráficas de estos valores las cuales cuentan con una línea de tendencia lineal, la cual ayuda a observar

si existe alguna tendencia creciente o decreciente de la serie anual de caudales. Para terminar el análisis y volver al menú se oprime el botón **VOLVER**. En la Figura 1—7 se detalla este procedimiento.

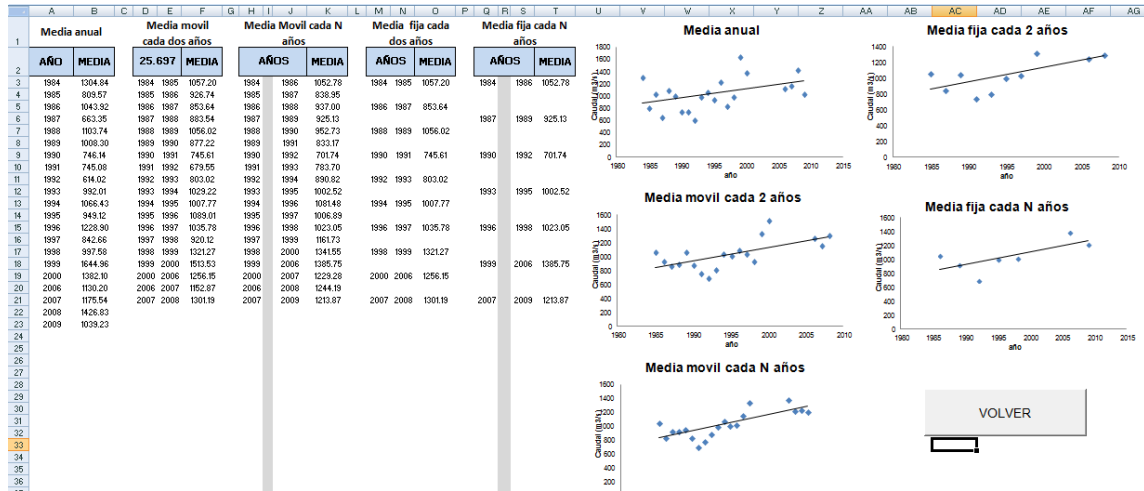


Figura 1—7 Plantilla de análisis de Media.

1.2.5 CARRERAS

Con el fin de determinar si la serie depende del tiempo, se aplica esta metodología llamada carreras, la cual, determina si la serie de se comporta al azar o tiene una dependencia del tiempo, para realizar este análisis se presiona el botón **CARRERAS**. En primer lugar, el programa muestra una ventana con el mensaje que informa si la serie depende del tiempo o no, a esta ventana se le da aceptar; luego como lo muestra la Figura 1—8, se presenta una tabla con los valores de la serie y los parámetros estadísticos que definen la prueba.

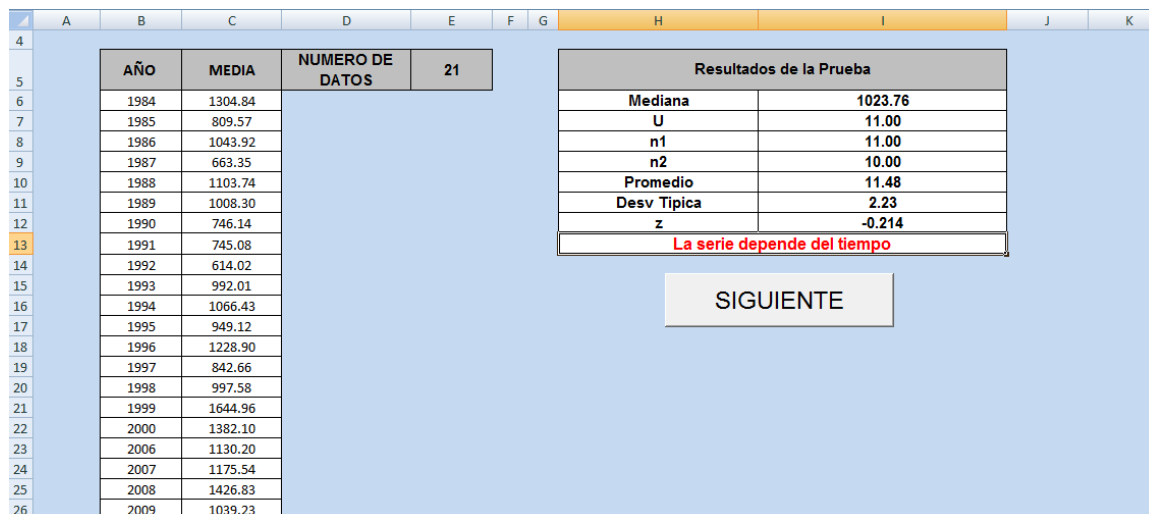


Figura 1—8 Plantilla de resultados de carreras.

Para continuar con el análisis de la serie se oprime el botón **SIGUIENTE**.

1.2.6 WILCONXON SUMA DE RANGOS.

Esta metodología tiene el fin de comparar dos fracciones de la serie, para luego comparar si las medias tienen la misma tendencia, es decir, evalúa un posible cambio en la media a partir de una época seleccionada. Para iniciar el análisis se activa oprimiendo el botón **WILCONXON**, inmediatamente se despliega una ventana donde el usuario debe ingresar el número de años reales de la serie. El programa procede a fraccionar la serie en cada uno de los años, para así, determinar si la serie partida en dos a partir de cada año conserva la misma tendencia. Finalmente como lo muestra la Figura 1—9, la macro llena una tabla de resultados mostrando si conserva o no la misma tendencia en cada partición, y además, presenta los estadísticos que definen prueba.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1														
2		AÑO	MEDIA			Conservan la misma tendencia	Mediana	Varianza	n1	n2	z		SIGUIENTE	
3		1966	1080.06			SI	18.50	10.39	1	35	-0.82			
4		1967	629.66			SI	37.00	14.48	2	34	-1.73			
5		1968	652.08			NO	55.50	17.47	3	33	-2.26			
6		1969	591.01			NO	74.00	19.87	4	32	-2.87			
7		1970	636.14			NO	92.50	21.86	5	31	-3.32			
8		1975	2606.86			NO	111.00	23.56	6	30	-2.33			
9		1976	1178.16			NO	129.50	25.02	7	29	-2.38			
10		1977	1191.41			NO	148.00	26.28	8	28	-2.36			
11		1978	1167.22			NO	166.50	27.37	9	27	-2.47			
12		1979	1837.66			SI	185.00	28.31	10	26	-1.84			
13		1980	1021.80			NO	203.50	29.12	11	25	-2.18			
14		1981	1569.88			SI	222.00	29.80	12	24	-1.78			
15		1982	1193.81			SI	240.50	30.36	13	23	-1.79			
16		1983	1030.70			NO	259.00	30.82	14	22	-2.11			
17		1984	1607.19			SI	277.50	31.16	15	21	-1.72			
18		1985	1181.72			SI	296.00	31.41	16	20	-1.81			
19		1986	1266.56			SI	314.50	31.56	17	19	-1.79			
20		1987	1123.11			NO	333.00	31.61	18	18	-1.99			
21		1988	1515.04			SI	351.50	31.56	19	17	-1.73			
22		1989	1389.26			SI	370.00	31.41	20	16	-1.62			
23		1990	1094.27			SI	388.50	31.16	21	15	-1.88			
24		1991	1077.06			NO	407.00	30.82	22	14	-2.21			
25		1992	933.59			NO	425.50	30.36	23	13	-2.68			
26		1993	1473.05			NO	444.00	29.80	24	12	-2.55			
27		1994	1474.88			NO	462.50	29.12	25	11	-2.39			
28		1995	1466.70			NO	481.00	28.31	26	10	-2.30			

Figura 1—9 Plantilla de resultados de Wilconxon Suma de rangos

Para terminar el análisis se acciona el botón **SIGUIENTE**, el cual regresa al menú de análisis de media de la serie, si por algún motivo el usuario desea seleccionar otro año de partición de la serie para esta prueba, vuelve a dar click en el botón **WILCONXON** y repite el procedimiento anterior.

2 MANUAL DE USUARIO DE LA MACRO “ANÁLISIS FRECUENCIAS POR MEDIO DE LA FFT “

2.1 OBJETIVO

El objetivo principal de esta herramienta es permitir el análisis de series de tiempo hidroclimatológicas. Dicho análisis se centra en la aplicación de conceptos básicos de la transformada rápida de Fourier (FFT) a la información proveniente de las entidades que monitorean estas variables (principalmente IDEAM y EPM).

Para lograr este objetivo se construyó esta macro en Excel, que tiene como objetivo principal ahorrar tiempo y facilitar el análisis completo de las variables, mejorando la toma de decisiones. Se decidió implementar Excel como plataforma de programación dada la versatilidad, amplia difusión del software, y que no se incurre en gastos adicionales de licenciamiento en plataformas de programación.

Se procedió a crear una macro que permita identificar las frecuencias características de una señal que depende del tiempo por medio de la transformada rápida de Fourier, con base a la teoría propuesta en este proyecto de grado. Esta macro ilustra la componente real e imaginaria de las amplitudes de Fourier y presenta varios graficos detallados del espectro de Fourier.

Si se desea entrar más a fondo en la metodologías utilizadas para la realización de estas macros, se pueden encontrar detalladas en el proyecto de grado “Aplicabilidad de la Transformada Rápida de Fourier ”, en la cual se sustenta metodológicamente la macro y su respectivo manual de usuario.

2.2 PROCEDIMIENTO

2.2.1 Menú principal

Al abrir el archivo Excel de nombre *“AnálisisFourier”* se encuentra este menú, donde hace referencia al proyecto de grado por el cual el programa fue realizado, se indican el nombre de los que realizaron dicho proyecto y construyeron las macros de dicho programa.

Recuerde habilitar el contenido de la hoja de cálculo, para así poder utilizar las aplicaciones sin tener problemas de habilitación de macros, a continuación se presenta dicho menú en la Figura 1—1.



Figura 2—1 Menú principal para el procesamiento de información de estación hidroclimatológicas

Finalmente, se inicia el análisis dando click al botón **INICIAR ANÁLISIS**

2.2.2 INFORMACIÓN BASE

Al iniciar el análisis el programa abre la hoja de información base, en la cual, se debe ingresar los datos necesarios de la serie a la que se le aplicaran las metodologías de la transformada rápida de Fourier, la plantilla de ingreso de la información base se muestra en la Figura 1—2.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	INGRESE EL PERIODO CONTINUO MAS LARGO LA SERIE DE CAUDALES CON LAS FECHAS Y AÑOS CORRESPONDIENTES (en el sombreado gris)									
2										
3		AÑO	MES	DIA	CAUDAL	FECHA				
4		1966	12	6	2293.00	06/12/1966	<div style="text-align: center; margin-bottom: 20px;">FFT</div> <div style="text-align: center; margin-bottom: 20px;">Cambio a #</div> <div style="text-align: center; border: 1px solid black; width: 50px; height: 20px; margin: 0 auto;"></div>			
5		1966	12	7	2185.00	07/12/1966				
6		1966	12	8	2233.00	08/12/1966				
7		1966	12	9	2283.00	09/12/1966				
8		1966	12	10	2293.00	10/12/1966				
9		1966	12	11	2268.00	11/12/1966				
10		1966	12	12	2295.00	12/12/1966				
11		1966	12	13	2558.00	13/12/1966				
12		1966	12	14	2425.00	14/12/1966				
13		1966	12	15	2360.00	15/12/1966				
14		1966	12	16	2316.00	16/12/1966				
15		1966	12	17	2288.00	17/12/1966				
16		1966	12	18	2438.00	18/12/1966				
17		1966	12	19	2351.00	19/12/1966				
18		1966	12	20	2406.00	20/12/1966				
19		1966	12	21	2620.00	21/12/1966				
20		1966	12	22	2103.00	22/12/1966				
21		1966	12	23	2073.00	23/12/1966				
22		1966	12	24	1994.00	24/12/1966				
23		1966	12	25	1974.00	25/12/1966				

Figura 2—2Información Base

En el espacio gris se ingresa los datos correspondientes al año, mes y día de cada dato, y seguidamente el caudal correspondiente. Los meses pueden ser ingresados en letras, ya que se diseñó una macro que cambia estos automáticamente a números presionando el botón **CAMBIO A #**.

Luego de tener los datos completos y de manera adecuada en la hoja de cálculo se procede a iniciar el análisis de la FFT de la misma, inicialmente se analizar los outliers dando click en el botón **FFT**.

2.2.3 TRASFORMADA RÁPIDA DE FOURIER

Al iniciar el análisis de la transformada rápida de Fourier el programa pregunta mediante una ventana emergente el intervalo de tiempo en horas entre los caudales. Se procede con ingresar este requerimiento y oprimir el botón aceptar. Luego de procesar la información automáticamente, la macro presenta una hoja de resultados donde arroja las componentes reales e imaginarias de la amplitud de Fourier y algunos parámetros importantes de la metodología como lo son el delta de tiempo, delta de frecuencia, Frecuencia de Nyquis, cantidad de datos originales y cantidad de datos con

los que se realizó el análisis. Este proceso se muestra en la Figura 2—3 y la Figura 2—4 a continuación.

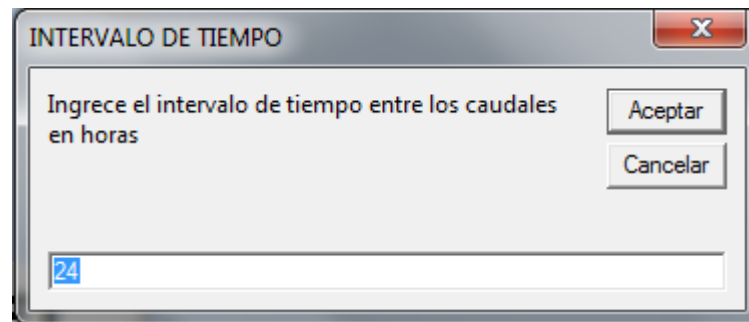


Figura 2—3. Intervalo de tiempo.

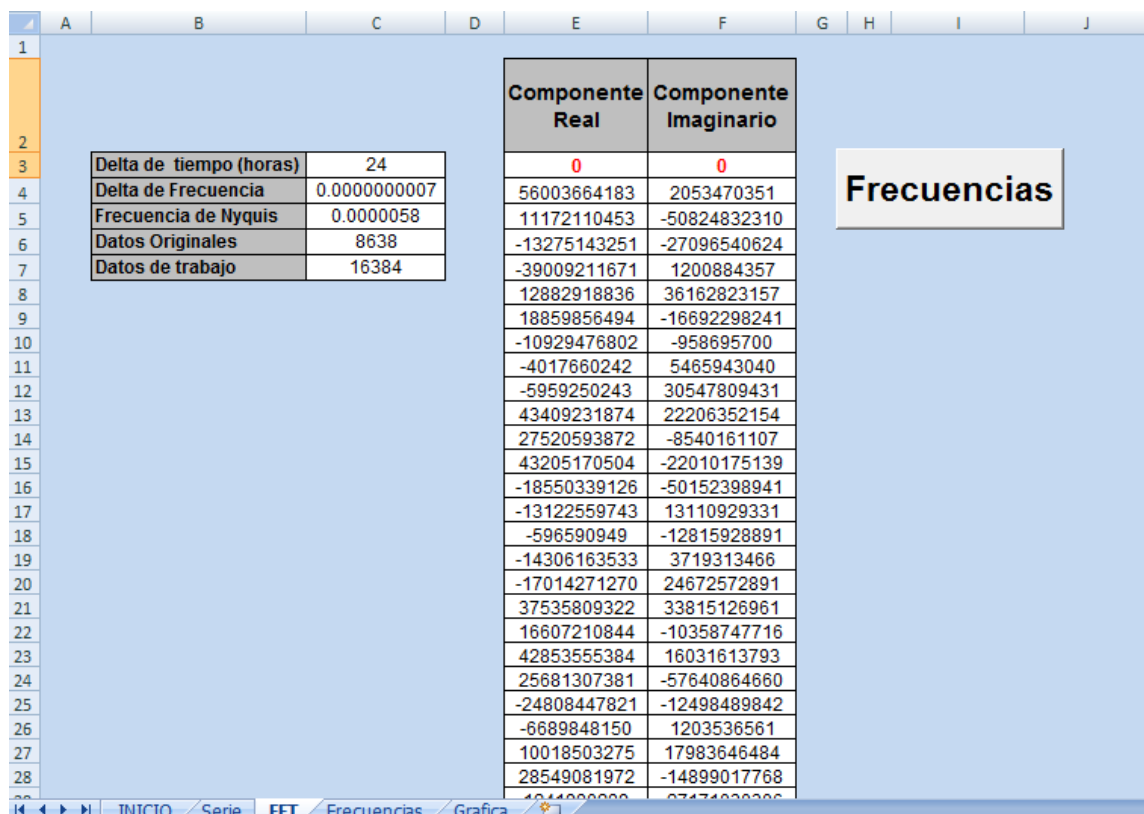


Figura 2—4. Componentes reales e imaginarias de la amplitud de Fourier.

Para continuar con el análisis se oprime el botón **FRECUENCIAS**, el programa muestra una siguiente hoja que permite observar una tabla donde presenta las frecuencias de la señal con sus respectivas amplitudes y fases. Adicionalmente, la hoja presenta la gráfica de las frecuencias vs las amplitudes que es a lo que se denomina espectro de Fourier. En realidad en la hoja se presentan dos graficas que hacen referencia a dicho

espectro, la primera corresponde a su grafico normal donde se puede observar su simetría, y la segunda se detalla la grafica en escala logarítmica en el eje de las frecuencias como se puede visualizar en la Figura 2—5.

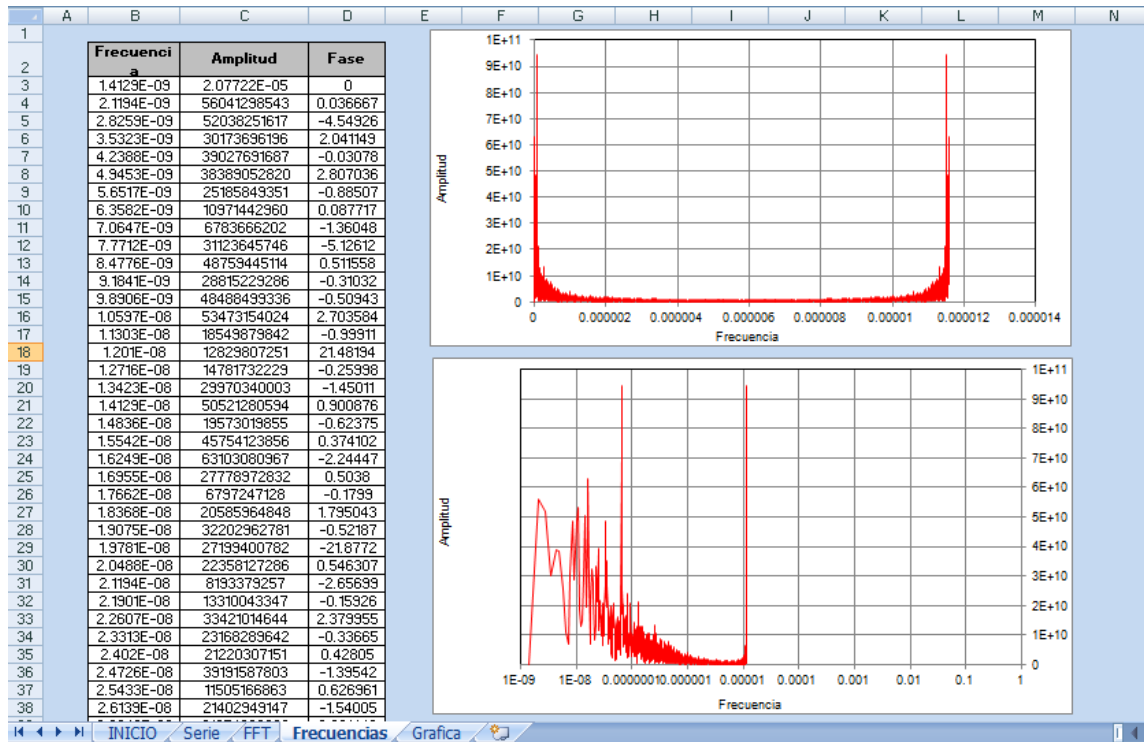


Figura 2—5. Espectros de Fourier.

Finalmente, como lo muestra la Figura 2—6, el programa permite visualizar la gráfica del espectro de Fourier en la escala logarítmica en la última hoja del documento llamada “Grafica”, para así lograr tener una visualización clara para facilitar y agilizar el análisis.

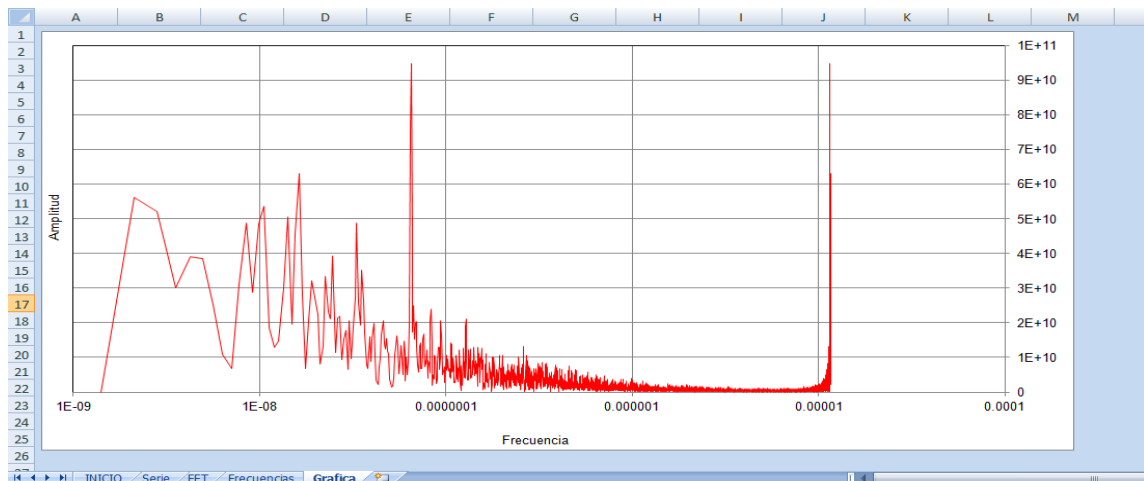


Figura 2—6. Espectro de Fourier escala logarítmica.

3 TABLAS TEORÍA

Tabla 3-1 Valores críticos estadísticos de Dixon

n	5% Level	1% Level	n	5% Level	1% Level
3	.941	.988	14	.546	.641
4	.765	.889	15	.525	.616
5	.642	.780	16	.507	.595
6	.560	.698	17	.490	.577
7	.507	.637	18	.475	.561
8	.554	.683	19	.462	.547
9	.512	.635	20	.450	.535
10	.477	.597	21	.440	.524
11	.576	.679	22	.430	.514
12	.546	.642	23	.421	.505
13	.521	.615	24	.413	.497
			25	.406	.489

Fuente: Dixon (1953)

Tabla 3-2 Valores críticos de la prueba de Rosner

n	$i + 1$	0.05	0.01	n	$i + 1$	0.05	0.01
25	1	2.82	3.14	31	1	2.92	3.25
	2	2.80	3.11		2	2.91	3.24
	3	2.78	3.09		3	2.89	3.22
	4	2.76	3.06		4	2.88	3.20
	5	2.73	3.03		5	2.86	3.18
	10	2.59	2.85		10	2.76	3.06
26	1	2.84	3.16	32	1	2.94	3.27
	2	2.82	3.14		2	2.92	3.25
	3	2.80	3.11		3	2.91	3.24
	4	2.78	3.09		4	2.89	3.22
	5	2.76	3.06		5	2.88	3.20
	10	2.62	2.89		10	2.78	3.09
27	1	2.86	3.18	33	1	2.95	3.29
	2	2.84	3.16		2	2.94	3.27
	3	2.82	3.14		3	2.92	3.25
	4	2.80	3.11		4	2.91	3.24
	5	2.78	3.09		5	2.89	3.22

n	$i + 1$	0.05	0.01	n	$i + 1$	0.05	0.01
	10	2.65	2.93		10	2.80	3.11
28	1	2.88	3.20	34	1	2.97	3.30
	2	2.86	3.18		2	2.95	3.29
	3	2.84	3.16		3	2.94	3.27
	4	2.82	3.14		4	2.92	3.25
	5	2.80	3.11		5	2.91	3.24
	10	2.68	2.97		10	2.82	3.14
29	1	2.89	3.22	35	1	2.98	3.32
	2	2.88	3.20		2	2.97	3.30
	3	2.86	3.18		3	2.95	3.29
	4	2.84	3.16		4	2.94	3.27
	5	2.82	3.14		5	2.92	3.25
	10	2.71	3.00		10	2.84	3.16
30	1	2.91	3.24	36	1	2.99	3.33
	2	2.89	3.22		2	2.98	3.32
	3	2.88	3.20		3	2.97	3.30
	4	2.86	3.18		4	2.95	3.29
	5	2.84	3.16		5	2.94	3.27
	10	2.73	3.03		10	2.86	3.18
37	1	3.00	3.34	44	1	3.08	3.43
	2	2.99	3.33		2	3.07	3.41
	3	2.98	3.32		3	3.06	3.40
	4	2.97	3.30		4	3.05	3.39
	5	2.95	3.29		5	3.04	3.38
	10	2.88	3.20		10	2.98	3.32
38	1	3.01	3.36	45	1	3.09	3.44
	2	3.00	3.34		2	3.08	3.43
	3	2.99	3.33		3	3.07	3.41
	4	2.98	3.32		4	3.06	3.40
	5	2.97	3.30		5	3.05	3.39
	10	2.89	3.22		10	2.99	3.33
39	1	3.03	3.37	46	1	3.09	3.45
	2	3.01	3.36		2	3.09	3.44
	3	3.00	3.34		3	3.08	3.43
	4	2.99	3.33		4	3.07	3.41
	5	2.98	3.32		5	3.06	3.40
	10	2.91	3.24		10	3.00	3.34
40	1	3.04	3.38	47	1	3.10	3.46
	2	3.03	3.37		2	3.09	3.45
	3	3.01	3.36		3	3.09	3.44
	4	3.00	3.34		4	3.08	3.43
	5	2.99	3.33		5	3.07	3.41
	10	2.92	3.25		10	3.01	3.36
41	1	3.05	3.39	48	1	3.11	3.46
	2	3.04	3.38		2	3.10	3.46
	3	3.03	3.37		3	3.09	3.45
	4	3.01	3.36		4	3.09	3.44
	5	3.00	3.34		5	3.08	3.43
	10	2.94	3.27		10	3.03	3.37
42	1	3.06	3.40	49	1	3.12	3.47
	2	3.05	3.39		2	3.11	3.46
	3	3.04	3.38		3	3.10	3.46
	4	3.03	3.37		4	3.09	3.45
	5	3.01	3.36		5	3.09	3.44
	10	2.95	3.29		10	3.04	3.38

n	$i + 1$	0.05	0.01	n	$i + 1$	0.05	0.01	
43	1	3.07	3.41	50	1	3.13	3.48	
	2	3.06	3.40		2	3.12	3.47	
	3	3.05	3.39		3	3.11	3.46	
	4	3.04	3.38		4	3.10	3.46	
	5	3.03	3.37		5	3.09	3.45	
	10	2.97	3.30	10	3.05	3.39		
60	1	3.20	3.56	200	1	3.61	3.98	
	2	3.19	3.55		2	3.60	3.98	
	3	3.19	3.55		3	3.60	3.97	
	4	3.18	3.54		4	3.60	3.97	
	5	3.17	3.53		5	3.60	3.97	
	10	3.14	3.49	10	3.59	3.96		
70	1	3.26	3.62	250	1	3.67	4.04	
	2	3.25	3.62		5	3.67	4.04	
	3	3.25	3.61		10	3.66	4.03	
	4	3.24	3.60	300	1	3.72	4.09	
	5	3.24	3.60		5	3.72	4.09	
	10	3.21	3.57	10	3.71	4.09		
80	1	3.31	3.67	350	1	3.77	4.14	
	2	3.30	3.67		5	3.76	4.13	
	3	3.30	3.66		10	3.76	4.13	
	4	3.29	3.66	400	1	3.80	4.17	
	5	3.29	3.65		5	3.80	4.17	
	10	3.26	3.63	10	3.80	4.16		
90	1	3.35	3.72	450	1	3.84	4.20	
	2	3.34	3.71		5	3.83	4.20	
	3	3.34	3.71		10	3.83	4.20	
	4	3.34	3.70	500	1	3.86	4.23	
	5	3.33	3.70		5	3.86	4.23	
	10	3.31	3.68	10	3.86	4.22		
100	1	3.38	3.75	750	1-10	3.95	4.30	
	2	3.38	3.75		1000	1-10	4.02	4.37
	3	3.38	3.75	2000		1-10	4.20	4.54
	4	3.37	3.74			3000	1-10	4.29
	5	3.37	3.74	4000	1-10		4.36	4.70
	10	3.35	3.72		1000	1-10	4.41	4.75
150	1	3.52	3.89	5000	1-10	4.41	4.75	
	2	3.51	3.89		5000	1-10	4.41	4.75
	3	3.51	3.89	5000		1-10	4.41	4.75
	4	3.51	3.88			5000	1-10	4.41
	5	3.51	3.88	5000	1-10		4.41	4.75
	10	3.50	3.87		5000	1-10	4.41	4.75

Fuente: Gilber(1987)

Tabla 3-3 Valores críticos de la prueba de Studentized Deviates

sample size	$\alpha = 0.05$					$\alpha = 0.01$					
	$k = 1$	$k = 2$	$k = 3$	$k = 4$	$k = 5$	$k = 1$	$k = 2$	$k = 3$	$k = 4$	$k = 5$	
$n = 20$	2.56	2.83	2.88	2.95	2.97	2.88	3.09	3.13	3.20	3.18	
		2.52	2.60	2.63	2.65		2.76	2.83	2.83	2.89	
			2.45	2.49	2.51			2.68	2.68	2.69	
				2.39	2.42					2.58	2.61
					2.37						2.57
$n = 30$	2.74	3.05	3.12	3.16	3.19	3.10	3.35	3.41	3.48	3.48	
		2.67	2.73	2.77	2.78		2.92	3.01	3.02	3.03	
			2.56	2.59	2.60			2.75	2.79	2.80	
				2.49	2.51					2.70	2.74
					2.45						2.62
$n = 40$	2.87	3.17	3.22	3.32	3.31	3.24	3.52	3.58	3.64	3.63	
		2.77	2.81	2.86	2.88		2.98	3.03	3.10	3.13	
			2.62	2.67	2.69			2.82	2.87	2.89	
				2.55	2.55					2.74	2.74
					2.47						2.65
$n = 50$	2.96	3.27	3.34	3.40	3.45	3.34	3.61	3.68	3.74	3.77	
		2.85	2.89	2.93	2.96		3.08	3.15	3.18	3.21	
			2.68	2.72	2.74			2.89	2.92	2.94	
				2.59	2.61					2.78	2.79
					2.52						2.70
$n = 60$	3.03	3.34	3.42	3.48	3.51	3.41	3.70	3.75	3.82	3.81	
		2.90	2.95	2.98	3.01		3.17	3.20	3.20	3.24	
			2.73	2.77	2.77			2.95	2.97	2.96	
				2.63	2.65					2.82	2.83
					2.56						2.72
$n = 80$	3.14	3.45	3.49	3.57	3.61	3.53	3.80	3.85	3.91	3.93	
		2.97	3.03	3.05	3.11		3.23	3.27	3.31	3.36	
			2.81	2.84	2.86			3.01	3.04	3.08	
				2.69	2.72					2.87	2.89
					2.62						2.76
$n = 100$	3.21	2.52	3.60	3.64	3.70	3.27	3.87	3.97	3.96	4.01	
		3.03	3.10	3.13	3.16		3.28	3.34	3.34	3.42	
			2.86	2.89	2.91			3.06	3.06	3.10	
				2.74	2.77					2.90	2.93
					2.67						2.84

Fuente: Jain (1981)