



Vigilada Mineducación

DISEÑO A FLEXOCOMPRESIÓN DE COLUMNAS EMPLEANDO ENVOLVENTES DE RESPUESTAS
SÍSMICAS VECTORIALES – IMPLICACIONES NORMATIVAS Y ECONÓMICAS
Biaxial bending design of columns using vector seismic response envelopes – Regulatory and
economic implications.

ALEJANDRO MONROY YEPES

Tesis de grado

Asesor, docente

Juan Diego Jaramillo Fernández

UNIVERSIDAD EAFIT
ESCUELA DE INGENIERÍAS
MAESTRÍA EN INGENIERÍA

DISEÑO A FLEXOCOMPRESIÓN DE COLUMNAS EMPLEANDO ENVOLVENTES DE RESPUESTAS SÍSMICAS VECTORIALES – IMPLICACIONES NORMATIVAS Y ECONOMICAS

Alejandro Monroy Yepes¹

RESUMEN

En este artículo se presentan resultados comparativos del diseño estructural a flexo compresión de columnas de concreto reforzado empleando 3 diferentes metodologías para el cálculo de las solicitaciones sísmicas máximas esperadas. La primera corresponde al diseño empleando la combinación de los valores máximos de carga axial y momentos flectores obtenidos de un análisis elástico modal espectral; la segunda realizando el diseño para todas las solicitaciones obtenidas de análisis cronológicos lineales; y la última correspondiente al diseño estructural empleando la envolvente de respuestas sísmicas vectoriales propuesta por Menun y Der Kiureghian (2000). Cada una de las metodologías empleadas se desarrolla siguiendo los requisitos definidos en el Reglamento Colombiano de Construcción Sismo Resistente (NSR-10). Como resultado del presente artículo, se destacan las ventajas económicas (en términos de cantidad de acero de refuerzo se obtienen reducciones de más del 50%) obtenidas de emplear el método propuesto por Menun y Der Kiureghian, el cual adicionalmente, representa de mejor manera la respuesta vectorial sísmica máxima esperada en las columnas.

Palabras claves: Diseño estructural de columnas, envolvente sísmica de respuestas vectoriales, análisis modal espectral, análisis cronológico lineal, dinámica estructural, diseño de concreto reforzado, ventajas económicas en diseño estructural de columnas, reducción de materiales.

ABSTRACT

This paper presents comparative results of the structural design of reinforced concrete columns using 3 different methodologies for the calculation of the maximum expected seismic demands. The first one, corresponds to the design using the combination of the maximum values of axial load and bending moments obtained from a response spectrum modal elastic analysis; in the second one structural design is made for all the actions obtained from linear chronological elastic analyses; and the last one corresponding to the structural design using the envelope of vectorial seismic responses proposed by Menun and Der Kiureghian (2000). Each of the methodologies used is developed following the requirements defined in the Colombian Seismic Resistant Construction Regulation (NSR-10). As a result of the present article, the economic advantages (reductions up to 50% in reinforcement steel) obtained by using the method proposed by Menun and Der Kiureghian, which additionally, represents in a better way the maximum expected seismic vector response of the columns, are highlighted.

Keywords: Structural design of columns, seismic envelope vector responses, spectral modal analysis, linear chronological analysis, structural dynamics, reinforced concrete design, economic advantages in structural design of columns, material reduction.

¹ Universidad EAFIT, a.monroy@rdc-consultores.com

INTRODUCCIÓN

Uno de los métodos de análisis sísmico más utilizados en las oficinas de diseño estructural corresponde al análisis dinámico elástico modal espectral. En este método, se calculan las respuestas sísmicas máximas probables a partir de la combinación de las respuestas máximas probables individuales de cada modo, empleando reglas de combinación modal (CQC, CQC3, SRSS), y calculando únicamente componentes máximas de respuestas escalares. Debido a que se calculan únicamente respuestas máximas escalares, la práctica común para el cálculo de respuestas vectoriales sísmicas (por ejemplo, las derivas o la respuesta a flexión biaxial en una columna) consiste en emplear una combinación de los valores máximos calculados para cada respuesta individual, derivando esto en la mayoría de los casos, en envolventes de diseño supremamente conservadoras y alejadas de la respuesta máxima real esperada.

Otro método menos común, y que generalmente es utilizado únicamente en proyectos especiales, corresponde al análisis cronológico, en el cual se analiza la respuesta de la estructura en el dominio del tiempo a partir de múltiples pares de señales sísmicas que representen las aceleraciones máximas esperadas del terreno para determinado periodo de retorno. Aunque por la filosofía de este método es de esperarse que permita calcular la respuesta exacta de componentes vectoriales, como se evidenciará en el presente artículo, esto no es posible en la mayoría de los casos debido principalmente a las suposiciones utilizadas en la generación de los pares de señales sísmicas utilizados en el diseño.

Un método alternativo y complementario al análisis dinámico elástico modal espectral, fue planteado por Charles Menun y Armen Der Kiureghian en el artículo "Envelopes for seismic response vectors. I: Theory" (2000). Este método (en adelante referido como análisis modal espectral vectorial) permite el cálculo de respuestas sísmicas vectoriales, en espacios de N dimensiones, utilizando como insumos los mismos parámetros requeridos en un análisis dinámico modal espectral. La mayoría de los fenómenos físicos que se presentan en una estructura al encontrarse sometida a movimientos sísmicos, corresponden a respuestas vectoriales, por lo que este método presenta grandes ventajas en el análisis y diseño estructural de edificaciones, con respecto a los métodos comúnmente utilizados en las oficinas de diseño estructural. Aunque esta propuesta tiene más de 20 años de realizada, aún no se encuentra implementada en los softwares de análisis estructural comerciales, razón por la cual, para el desarrollo del presente trabajo fue necesaria la implementación de esta metodología con el desarrollo de códigos en Python que construyen la envolvente propuesta por Der Kiureghian a partir de insumos extraídos del análisis modal realizado con el software Midas Gen.

Una de las componentes de respuesta sísmica vectorial más importantes en el diseño estructural de edificaciones, corresponde al diseño a flexo-compresión (o flexo-tracción) de columnas de concreto reforzado. En este diseño, es necesario calcular las acciones sísmicas esperadas de carga axial y flexión para verificar que todas las posibles combinaciones (P, Mx, My) se encuentren dentro de la superficie de interacción de la columna, la cual define la capacidad ante cargas axiales y de flexión de la columna.

En las siguientes secciones se analiza el diseño de columnas empleando las 3 metodologías descritas anteriormente, se comparan los resultados obtenidos y se discute el porqué de las grandes diferencias encontradas entre los 3 métodos empleados.

MÉTODOS DE ANÁLISIS DINÁMICO

En el presente capítulo se describe brevemente cada uno de los métodos de análisis dinámico utilizados en este artículo para el análisis de la respuesta sísmica de componentes vectoriales.

Análisis Elástico Modal Espectral

En este método, las diferentes respuestas ante cargas dinámicas se calculan a partir de las propiedades naturales dinámicas de la estructura (formas modales y periodos naturales), que como su nombre lo indica describen el comportamiento dinámico de esta, y de un espectro de respuesta, el cual caracteriza la intensidad sísmica esperada en el sitio en donde se ubicará la estructura y cuantificada en términos de aceleraciones o desplazamientos del terreno.

En resumen, utilizando el método de análisis elástico modal espectral, cualquier respuesta sísmica máxima esperada en la estructura, se puede calcular como (Clough and Penzien, 2003):

$$X_r^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (q_r^T \phi_i \gamma_i) (q_r^T \phi_j \gamma_j) \rho_{ij} S_i S_j \quad (1)$$

Donde:

- X_r^2 : respuesta sísmica máxima al cuadrado.
- q_r : vector que transforma los desplazamientos nodales en la respuesta X_r .
- ϕ_i, ϕ_j : forma modal asociada al modo i o j .
- γ_i, γ_j : factor de participación modal del modo i o j .
- S_i, S_j : desplazamiento espectral asociado al período del modo i o j .
- ρ_{ij} : factor de correlación modal entre los modos i y j .

De los parámetros requeridos en la ecuación (1), las formas modales, los factores de participación, los factores de correlación entre modos y el vector de transformación, dependen de las propiedades físicas de la estructura (rigidez, geometría, masa y amortiguamiento), mientras que, los valores de los desplazamientos espectrales dependen de las características de los movimientos sísmicos esperados del terreno, cuantificados en términos de un espectro de respuesta.

Como se evidencia de la ecuación (1), el método de análisis elástico modal espectral, únicamente permite el cálculo de la respuesta sísmica máxima esperada para componentes escalares individuales (X_r^2). Debido a lo anterior, la construcción de componentes vectoriales solo es posible a partir de las respuestas escalares máximas de cada componente individual, derivando esto en envolventes de respuesta vectorial supremamente conservadoras, pues en la mayoría de los casos es muy poco probable que las respuestas máximas se presenten todas a la vez.

Análisis Cronológico Elástico Modal

En los diferentes métodos de análisis cronológico, se busca resolver la ecuación de equilibrio dinámico de la estructura (ecuación 2) en cada uno de los intervalos de tiempo analizados, por lo cual, los desplazamientos, fuerzas, y demás respuestas de la estructura, son conocidos en cada

instante de tiempo durante el cual la estructura se encuentra sometida a las cargas externas, e incluso posteriormente cuando estas cargas externas dejan de actuar sobre la estructura y esta continua vibrando hasta retornar a su posición de equilibrio estático.

$$[m]\ddot{u} + [c]\dot{u} + [k]u = p(t) \quad (2)$$

En el caso de estructuras sometidas a movimientos sísmicos del terreno, la ecuación 2 se reescribe en términos de las aceleraciones o desplazamientos del terreno, quedando expresada como se muestra a continuación:

$$[m]\ddot{u}(t) + [c]\dot{u}(t) + [k]u(t) = -[m] \ddot{u}_g(t) \quad (3)$$

Donde:

- $[m]$: matriz de masa.
- $[c]$: matriz de amortiguamiento.
- $[k]$: matriz de rigidez.
- $\ddot{u}(t)$: vector de aceleraciones relativas.
- $\dot{u}(t)$: vector de velocidades relativas.
- $u(t)$: vector de desplazamientos relativos.

Al resolver el equilibrio planteado en la ecuación 3, es posible obtener la historia de desplazamientos en cada uno de los grados de libertad de la estructura, y a partir de estos, se puede calcular cualquier respuesta sísmica en determinado instante de tiempo t .

En el caso de las componentes de respuesta vectoriales, basta con construir el vector de respuesta calculando cada componente individual del espacio N-dimensional en el mismo instante de tiempo.

Análisis Elástico Modal Espectral Vectorial

El método de análisis dinámico propuesto por Menun y Der Kiureghian, permite calcular envolventes de respuesta sísmica de componentes vectoriales haciendo uso de los mismos principios definidos en el análisis modal espectral. Explicado en forma muy simplificada, lo que busca esta propuesta es el cálculo de la respuesta máxima escalar en cada una de las posibles direcciones en el espacio vectorial, es decir, calcula las magnitudes máximas de cada uno de los vectores analizados y a partir de estas construye una envolvente de respuesta sísmica, la cual para componentes 3D corresponde a un elipsoide o "super elipsoide" para el caso más general (Menun, Der Kiureghian 2000).

La respuesta máxima al cuadrado de cualquier componente escalar (X_r^2) se calcula empleando la ecuación (4), esta respuesta coincide con las respuestas máximas obtenidas de un análisis modal espectral convencional. De manera similar, es posible calcular factores que relacionan la covarianza entre dos respuestas X_r, X_s cómo se presenta en la ecuación (6).

Empleando la ecuación (7), se calculan las componentes cartesianas del vector de respuesta en la dirección α . Este cálculo depende de un vector director arbitrario α , cuya dirección coincide con la dirección en el espacio N-dimensional en el que se desea calcular la respuesta máxima, y de la matriz de respuesta X , calculada como se presenta en la ecuación (8) a partir de la matriz Q , la cual

contiene los vectores que transforman los desplazamientos en las acciones que constituyen el espacio vectorial N-dimensional.

$$X_r^2 = q_r^T \Phi \left[\sum_{k=1}^3 (\Gamma_k S_k R S_k^T \Gamma_k^T) - \sum_{k=1}^2 \sum_{l=1}^2 (-1)^{k+1} (\Gamma_l S_k R S_k^T \Gamma_l^T) \sin^2 \theta - \sum_{k=1}^2 (-1)^k (\Gamma_1 S_k R S_k^T \Gamma_2^T + \Gamma_2 S_k R S_k^T \Gamma_1^T) \sin \theta \cos \theta \right] \Phi^T q_r \quad (4)$$

$$Z_1 = \Phi \left[\sum_{k=1}^3 (\Gamma_k S_k R S_k^T \Gamma_k^T) \right] \Phi^T \quad (4a)$$

$$Z_2 = \Phi \left[\sum_{k=1}^2 \sum_{l=1}^2 (-1)^{k+1} (\Gamma_l S_k R S_k^T \Gamma_l^T) \right] \Phi^T \quad (4b)$$

$$Z_3 = \Phi \left[\sum_{k=1}^2 (-1)^k (\Gamma_1 S_k R S_k^T \Gamma_2^T + \Gamma_2 S_k R S_k^T \Gamma_1^T) \sin \theta \cos \theta \right] \Phi^T \quad (4c)$$

$$Z = Z_1 + Z_2 \sin^2 \theta + Z_3 \sin \theta \cos \theta \quad (5)$$

$$X_{rs} = q_r^T Z q_s \quad (6)$$

$$\mathbf{x} = \frac{\mathbf{X} \boldsymbol{\alpha}}{(\boldsymbol{\alpha}^T \mathbf{X} \boldsymbol{\alpha})^{\frac{1}{2}}} \quad (7)$$

$$\mathbf{X} = \mathbf{Q}^T \mathbf{Z} \mathbf{Q} \quad (8)$$

Donde:

- X_r^2 : respuesta máxima al cuadrado de la componente mecánica X_r .
- k : dirección de análisis del movimiento del terreno ($k=1$ y $k=2$ corresponden a movimientos horizontales. $k=3$ corresponde a movimiento vertical del terreno).
- q_r : vector que transforma los desplazamientos en la acción X_r .
- Φ : matriz de formas modales.
- $\Gamma_k, \Gamma_l, \Gamma_1, \Gamma_2$: matriz diagonal con factores de participación modal asociados a cada modo y a la dirección de movimiento $k, l, 1$ o 2 .
- S_k : matriz diagonal con desplazamientos espectrales asociados a cada modo.
- R : matriz de correlación modal. Contiene los factores de correlación entre los modos de la estructura.
- θ : ángulo en el plano horizontal entre los ejes estructurales y las direcciones principales del movimiento del terreno.
- X_{rs} : factor relacionado con la covarianza entre la respuesta X_r y X_s .
- \mathbf{X} : matriz de respuestas.

- Q : matriz con vectores de transformación de desplazamientos en acciones mecánicas para cada una de las respuestas en el espacio N-dimensional de respuestas.
- α : vector director cuya dirección coincide con la dirección en el espacio N-dimensional en el que se desea calcular la respuesta máxima.
- x : componentes cartesianas (en el espacio N-dimensional de respuestas) de la respuesta máxima esperada en la dirección α .

La ecuación (4) representa el caso más general de análisis, el cual corresponde a cuando se conoce el ángulo Θ entre las direcciones principales del movimiento del terreno y la dirección de los ejes estructurales.

En la práctica, son muy pocas las veces en las cuales el ángulo Θ es calculado, ya que este depende de múltiples factores propios de las características de la falla que genera el movimiento sísmico, para los cuales generalmente no se cuenta con suficiente información y que adicionalmente, en zonas de alta sismicidad, son múltiples las fallas las que pueden generar movimientos fuertes del terreno, complicando aún más la determinación de este ángulo de incidencia.

Para simplificar este problema, en los análisis espectrales, los códigos y reglamentos de diseño sísmico, definen espectros de respuesta de amenaza uniforme, los cuales representan las máximas aceleraciones esperadas en el sitio de análisis independientemente de la dirección analizada, el cual al ser analizado en 2 direcciones ortogonales y ser combinado direccionalmente con la regla SRSS (raíz cuadrada de la suma de los cuadrados) termina representando los movimientos sísmicos esperados en cualquier dirección de análisis utilizada.

Al ser utilizado un único espectro de amenaza uniforme (como se especifica en la mayoría de los códigos de diseño), analizado 2 direcciones ortogonales (el mismo espectro en ambas direcciones), cualquier dirección en la cual se analice el sismo corresponde a las direcciones principales del movimiento, por lo cual todos los términos de la ecuación (4) que van multiplicados por el ángulo Θ desaparecen, quedando únicamente el término Z_1 .

REQUISITOS NORMATIVOS

Generalmente, los códigos de diseño sismo resistente plantean diferentes requisitos que deben ser cumplidos al utilizar los métodos de análisis dinámico expuestos anteriormente. Estos requisitos, no necesariamente son los mismos para los diferentes métodos de análisis, y como se evidenciará más adelante, estas diferencias derivan en implicaciones económicas según el método de análisis utilizado.

A continuación, se presenta un resumen de los principales requisitos planteados por el Reglamento Colombiano de Construcciones Sismo Resistentes (NSR-10), para las diferentes metodologías de análisis dinámico utilizadas en este artículo.

Análisis Elástico Modal Espectral y Análisis Elástico Modal Espectral Vectorial

Dentro de los requisitos normativos, ambos métodos clasifican en el mismo tipo de análisis ya que ambos se derivan de un análisis elástico modal espectral, utilizando el espectro de diseño definido en la norma. Para el caso de la NSR-10, estos requisitos se encuentran definidos en la sección “A.5.4 ANÁLISIS DINÁMICO ELÁSTICO ESPECTRAL”, y consisten en:

- **Ajuste de resultados:** todas las respuestas calculadas (desplazamientos, derivas, cortantes basales, fuerzas en los elementos, etc) deben ser ajustados en base a la relación entre el cortante basal dinámico y el cortante basal obtenido con el método de la fuerza horizontal equivalente. En el caso de los análisis espectrales, los resultados se deben ajustar a los siguientes factores:

$$0.80 \frac{V_s}{V_{tj}} \quad \text{Para estructuras regulares}$$

$$0.90 \frac{V_s}{V_{tj}} \quad \text{Para estructuras irregulares}$$

Donde:

- V_s : cortante basal calculado con el método de la fuerza horizontal equivalente.
 - V_{tj} : cortante basal obtenido del análisis dinámico modal espectral.
- **Espectro de diseño:** en el código se define el espectro que debe ser utilizado en el cálculo de las derivas y desplazamientos (espectro elástico), y el espectro que debe ser utilizado en el cálculo de las fuerzas de diseño de los elementos (espectro inelástico). Este último se obtiene al dividir el espectro elástico por un factor de reducción de respuesta sísmica “R”, igualmente definido en el reglamento.
 - **Combinación de respuestas modales:** se deben emplear métodos estadísticos para combinar las respuestas individuales de cada modo y obtener así la respuesta total.

Análisis Cronológico Elástico

En la NSR-10 los requisitos generales que deben cumplir los análisis cronológicos se definen en la sección “A.5. MÉTODO DE ANÁLISIS CRONOLÓGICO”, y estos consisten en:

- **Número mínimo de señales:** se deben utilizar como mínimo 3 pares de señales sísmicas para el análisis y diseño de la estructura.
- **Espectros de respuesta de las señales utilizadas:** deben ajustarse al espectro de diseño definido para los análisis espectrales cumpliendo las siguientes condiciones:
 - Ordenadas espectrales mayores al 80% de las ordenadas espectrales del espectro de diseño en un rango de periodos comprendido entre 0.80 T y 1.20 T (T es el período fundamental de la estructura en la dirección bajo estudio).
 - El promedio de las ordenadas espectrales de todos los registros utilizados entre un rango de periodos comprendido entre 0.20 T y 1.50 T, no debe ser menor a las ordenadas espectrales del espectro de diseño.
- **Evaluación de respuestas para diseño:** se listan dos opciones las cuales dependen del número de pares de señales sísmicas utilizadas en el análisis.
 - **6 pares señales o menos:** el diseño debe cumplir para la respuesta máxima obtenida de todos los análisis individuales.

- 7 pares señales o más: se permite diseñar para el promedio de las respuestas máximas obtenidos de cada análisis individual.
- Ajuste de resultados: todas las respuestas se deben ajustar por el siguiente factor:

$$\frac{V_s}{V_{tj}}$$

Donde:

- V_s : cortante basal calculado con el método de la fuerza horizontal equivalente.
- V_{tj} : cortante basal obtenido del análisis cronológico. Si se utilizan 7 o más señales, se puede utilizar el cortante basal promedio obtenido de todos los registros.

CASO DE ANÁLISIS

En esta sección se presenta una breve descripción de la estructura analizada mediante los 3 métodos descritos anteriormente. Así mismo, se presentan resultados generales de los análisis realizados y de los diferentes requisitos normativos requeridos según el tipo de análisis presentado.

Descripción de la estructura analizada

El caso analizado en el presente artículo corresponde a una estructura en pórticos de concreto reforzado de 7 niveles, en los cuales los 2 primeros son destinados a uso de parqueaderos y el resto de los niveles a uso residencial. La estructura se encuentra ubicada en el municipio de Rionegro, Antioquía, y el tipo de suelo sobre el cual se cimentará corresponde a un suelo tipo “D” (de acuerdo con la clasificación definida en la NSR-10).

Las columnas tienen una dimensión de 40 cm x 50 cm, y las vigas que hacen parte del sistema de resistencia sísmica (vigas azules en la figura 1) son de 40 cm de base y 60 cm de altura. Los elementos grises presentados en la figura 1 corresponden a nervios de concreto reforzado que no hacen parte del sistema de resistencia sísmica y cuentan con una dimensión de 20 cm x 50 cm.

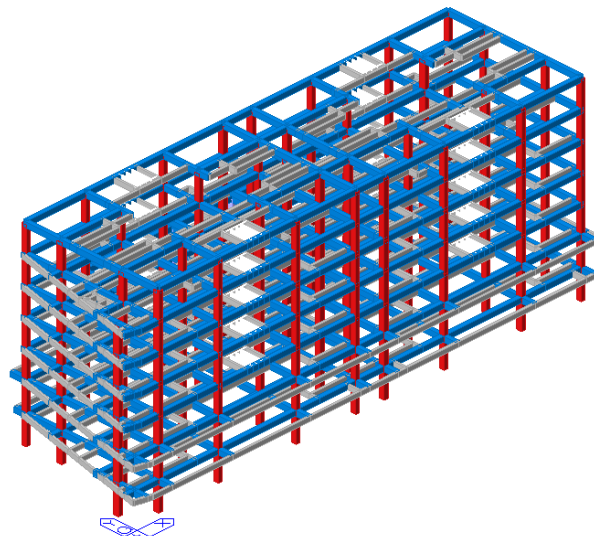


Figura 1. Modelo estructural en Midas Gen.

Espectro de respuesta análisis modal

El espectro utilizado en los análisis espectrales corresponde al espectro de respuesta definido en la NSR-10 para un suelo tipo "D" en el municipio de Rionegro. Para estas condiciones de suelo y del sitio la NSR-10 define los siguientes parámetros para el cálculo del espectro:

- Ubicación: Rionegro, Antioquia
- Zona de amenaza sísmica: Intermedia
- Aceleración pico efectiva, A_a : 0.15
- Velocidad pico efectiva, A_v : 0.20
- Coeficiente amplificación, F_a : 1.50
- Coeficiente amplificación, F_v : 2.00
- Tipo de suelo: D

En el gráfico 1 se presenta el espectro de respuesta normativo utilizado en el análisis modal espectral de la estructura (tanto el convencional como en el cálculo de respuestas vectoriales), y en los ajustes requeridos por la NSR-10 para las señales utilizadas en los análisis cronológicos realizados.

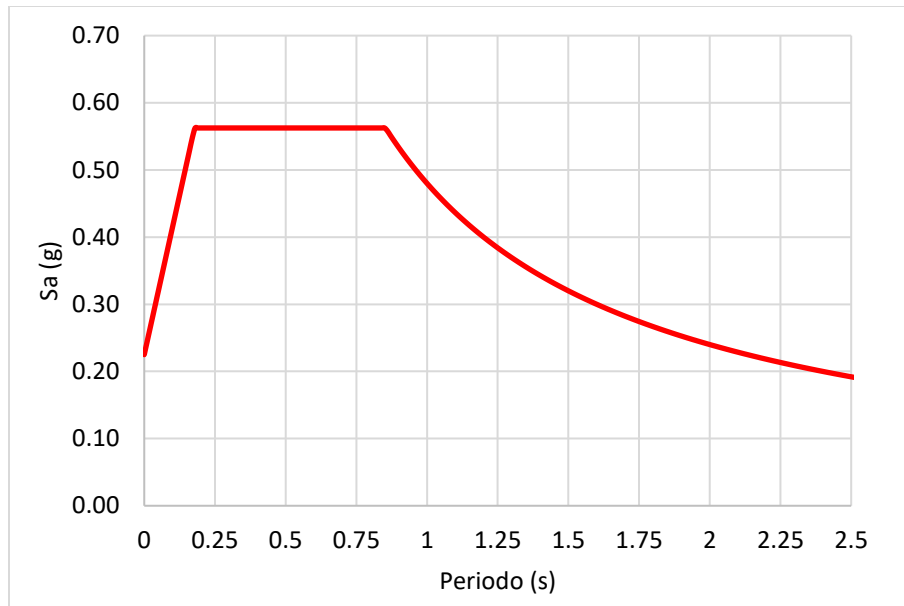


Gráfico 1. Espectro de respuesta de diseño NSR-10.

Señales sísmicas utilizadas en análisis cronológico

Para los análisis cronológicos se utilizaron 9 pares de señales sísmica sintéticas, obtenidas a partir de registros sísmicos reales, y ajustados al espectro de diseño de la NSR-10 según los requisitos definidos en la sección “A.2.7 – FAMILIAS DE ACELEROGRAMAS”.

En el gráfico 2 se presentan los espectros de respuesta de todas las señales sísmicas utilizadas para una fracción de amortiguamiento crítico $\xi = 0.05$. Cada señal se nombra con 4 letras iniciales que hacen referencia al sismo real a partir del cual fueron calculadas y una letra al final que hace referencia a la dirección de aplicación de la señal sísmica. Adicionalmente, se presenta el espectro de repuesta de diseño definido por la norma (igualmente para un $\xi = 0.05$) y el 80% de este espectro. De este gráfico se puede evidenciar el cumplimiento de la condición definida en A.2.7.1(c) de la NSR-10, la cual indica que todas las ordenadas espectrales de los espectros de respuesta de las señales utilizadas deben ser mayor al 80% del espectro de diseño.

La grafica 3 presenta el análisis direccional de los espectros utilizados, combinados direccionalmente con la regla SRSS, es decir, las ordenadas espectrales presentadas corresponden a $\sqrt{Sa_x^2 + Sa_y^2}$. Debido a que la NSR-10 (y la mayoría de los códigos de diseño) define un único espectro el cual debe ser analizado en 2 direcciones ortogonales, estos valores terminan siendo iguales a $\sqrt{2} * Sa$.

Como se muestra en las gráficas 3 y 4, las señales utilizadas cumplen con los requisitos definido en la NSR-10, los cuales exigen que el promedio de los espectros de respuesta combinados direccionalmente con la regla SRSS sean mayores al espectro de la norma combinado direccionalmente de igual manera (gráfico 3), y que el promedio de los espectros de respuesta de todas las señales (individualmente) sean mayores al espectro de diseño en un rango de periodos comprendido entre 0.20 T y 1.50 T.

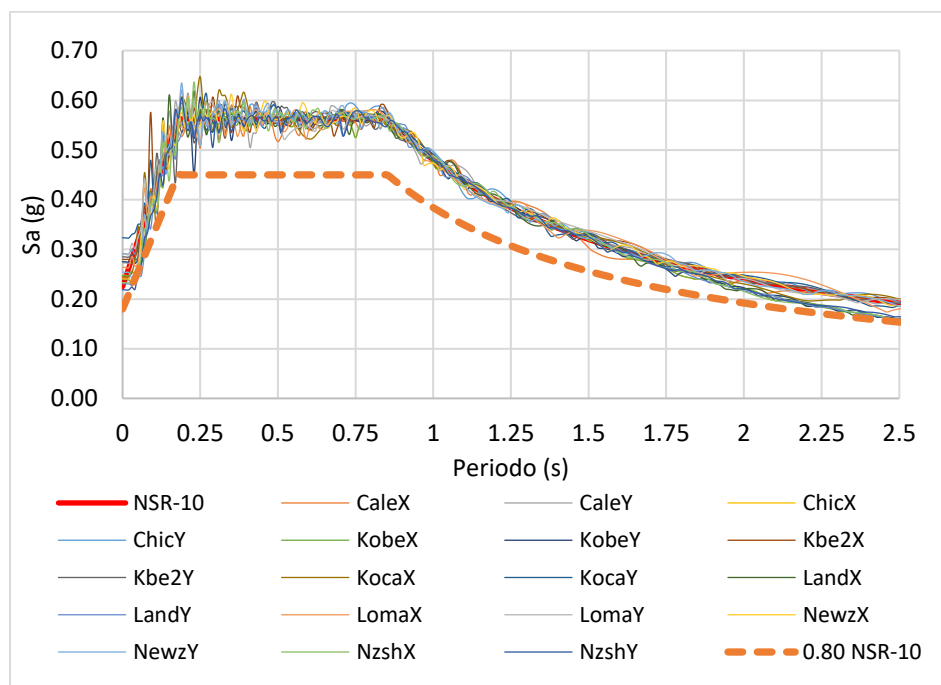


Gráfico 2. Espectro de respuesta señales sísmicas.

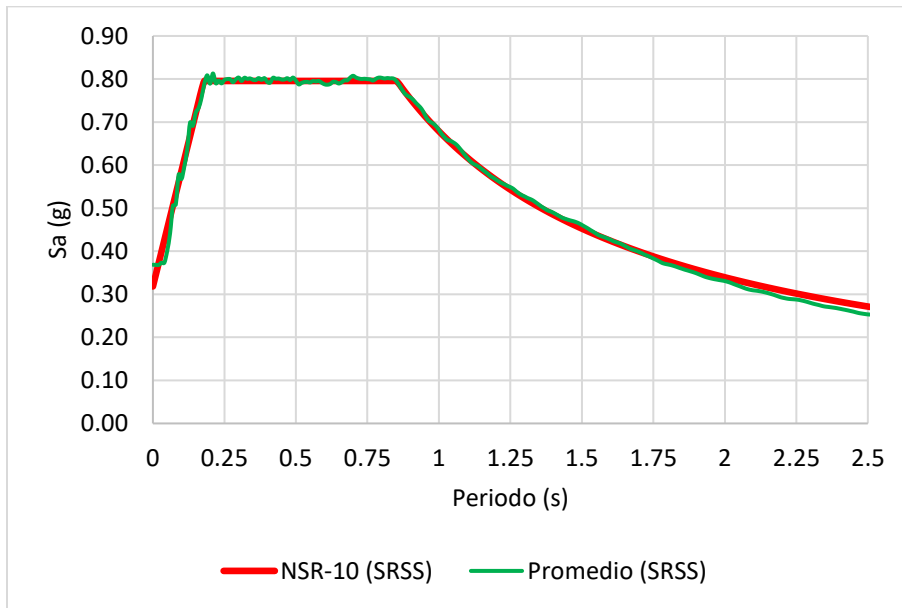


Gráfico 3. Espectro de respuesta combinación direccional (NSR-10 y promedio señales).

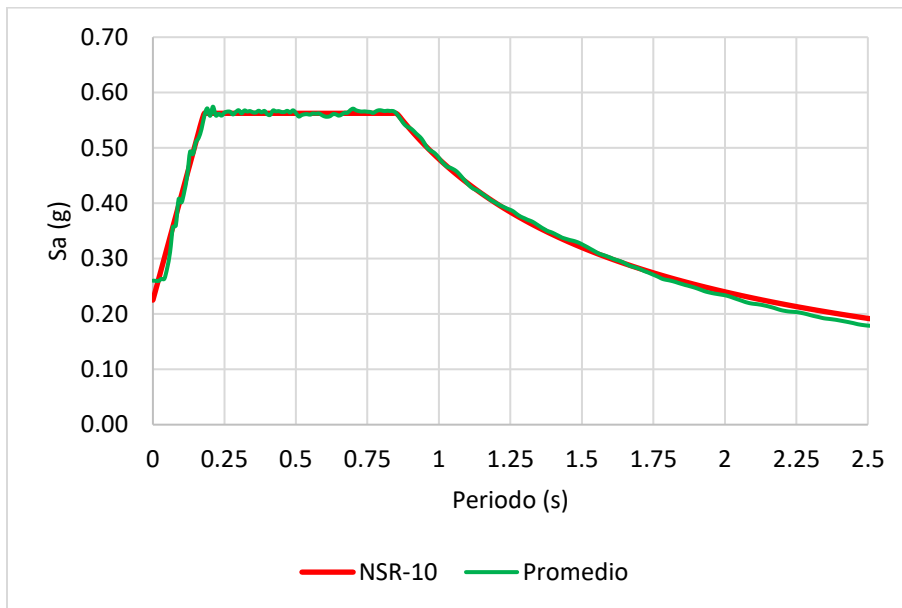


Gráfico 4. Espectro de respuesta promedio y NSR-10.

RESULTADOS DEL ANÁLISIS

Resultados del análisis modal

En la tabla 1 se presentan los resultados principales del análisis modal de la estructura. Para cada modo calculado se presenta el período correspondiente, los porcentajes de participación de masa (se garantiza un 100% de participación de la masa), y los factores de participación modal.

Tabla 1. Resultados análisis modal							
Modo	Periodo	Participación de masa (%)			Factores de participación modal		
		Trans X.	Trans Y.	Rot Z.	Trans X.	Trans Y.	Rot Z.
1	0.9251	77.277	0.206	2.880	58.58	-3.02	1473373
2	0.8307	0.732	72.034	6.301	5.70	56.56	-2420866
3	0.7607	1.550	6.773	67.822	-8.30	17.34	8227520
4	0.3195	12.389	0.000	0.058	-23.46	0.11	-63922
5	0.2823	0.001	12.727	0.000	-0.16	-23.77	235972
6	0.2691	0.102	0.046	14.278	2.12	-1.43	-3706458
7	0.1845	3.302	0.000	0.026	12.11	-0.03	166404
8	0.1578	0.000	3.102	0.039	0.08	11.74	-35814
9	0.1519	0.002	0.097	3.418	0.30	-2.07	1856319
10	0.1228	1.393	0.000	0.003	7.87	-0.08	268533
11	0.1034	0.001	1.390	0.107	0.23	-7.86	335689
12	0.0994	0.030	0.008	1.352	-1.15	-0.60	-1133217
13	0.0925	1.554	0.000	0.002	8.31	0.03	56892
14	0.0805	1.314	0.005	0.002	7.64	-0.46	-62484
15	0.0775	0.037	1.221	0.507	-1.27	-7.36	744637
16	0.0732	0.011	0.258	0.884	0.69	3.38	838207
17	0.0722	0.295	0.035	0.404	-3.62	1.25	678070
18	0.0665	0.002	1.063	0.264	0.32	6.87	-201407
19	0.0634	0.010	0.676	1.428	0.66	-5.48	-1368714
20	0.059	0.000	0.350	0.002	0.02	-3.94	-153176
21	0.0567	0.001	0.010	0.226	-0.18	0.65	467325

Las figuras 2, 3 y 4 presentan las formas modales de los modos 1, 2 y 3 respectivamente.

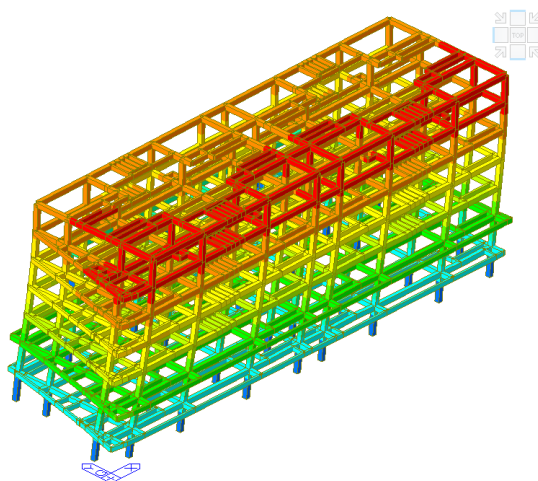


Figura 2. Forma modal del modo 1.

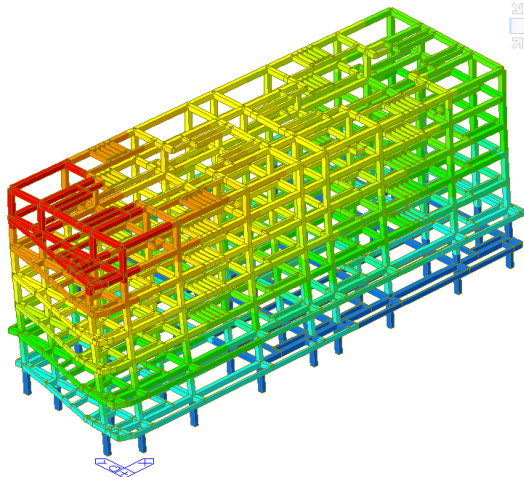


Figura 3. Forma modal del modo 2.

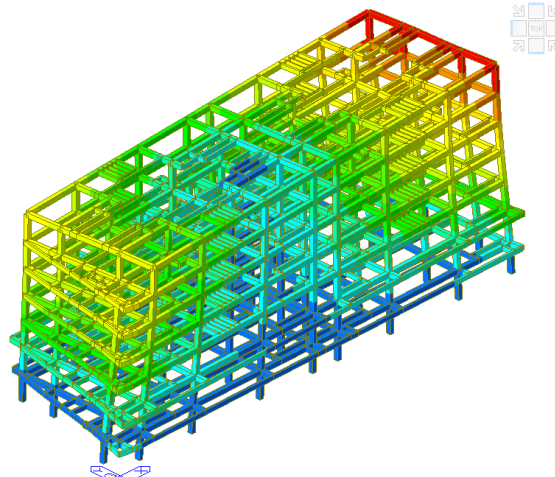


Figura 4. Forma modal del modo 3.

Como insumo para el cálculo de las respuestas mediante los análisis modales espectrales (convencional o vectorial), es necesario el cálculo de la matriz de correlación modal, en la cual los valores por fuera de la diagonal representan los factores de correlación entre los diferentes modos analizados. Estos factores de correlación modal se calcularon empleando el método CQC (complete quadratic combination) definido en el libro *“Dynamic of structures”* (Clough, Penzien, 2004) empleando un coeficiente de amortiguamiento crítico $\xi = 0.05$ para todos los modos. En la tabla 2 se presentan los coeficientes de correlación entre los primeros 9 modos de la estructura (aunque solo se muestran 9 modos, todos los factores de correlación modal entre los 21 modos de la estructura fueron calculados).

Tabla 2. Matriz de correlación modal (solo se muestran primeros 9 modos)									
Modo	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1.000	0.462	0.206	0.007	0.005	0.005	0.002	0.002	0.002
2	0.462	1.000	0.563	0.009	0.007	0.006	0.003	0.002	0.002
3	0.206	0.563	1.000	0.011	0.008	0.007	0.003	0.002	0.002
4	0.007	0.009	0.011	1.000	0.393	0.252	0.030	0.018	0.016
5	0.005	0.007	0.008	0.393	1.000	0.813	0.050	0.027	0.023
6	0.005	0.006	0.007	0.252	0.813	1.000	0.064	0.032	0.028
7	0.002	0.003	0.003	0.030	0.050	0.064	1.000	0.290	0.207
8	0.002	0.002	0.002	0.018	0.027	0.032	0.290	1.000	0.871
9	0.002	0.002	0.002	0.016	0.023	0.028	0.207	0.871	1.000

Ajuste de resultados según el tipo de análisis

Como se mencionó en la sección de requisitos normativos, es necesario emplear un factor de ajuste en todas las respuestas estructurales según el tipo de análisis realizado. En las tablas 3 y 4, se presentan los cortantes basales calculados del análisis modal, los cortantes basales máximos calculados para cada una de las señales del análisis cronológico, los valores de los cuales se deben ajustar estos cortantes de análisis (basados en el cortante de la fuerza horizontal equivalente FHE), y el respectivo factor de ajuste calculado.

Para el caso del análisis modal, debido a que la estructura clasifica como “regular”, el factor de ajuste se realiza empleando un 80% del cortante basal obtenido de la fuerza horizontal equivalente, mientras que, para el análisis cronológico, al haber utilizado más de 7 pares de señales, el cortante de análisis a ajustar corresponde al promedio de los valores máximos calculados para cada señal, pero este se debe ajustar al 100% del cortante calculado por la fuerza horizontal equivalente.

Aunque los factores de ajuste calculados en cada dirección son diferentes, para ser consistente con el fenómeno físico que se presenta en los movimientos fuertes del terreno (procesos estocásticos no correlacionados), en cada caso se escoge el mayor factor de ajuste calculado. Todas las acciones mecánicas y desplazamientos obtenidos del análisis modal se mayoran por un factor de 1.10, mientras que para los de los análisis cronológicos se mayoran por un factor de 1.33.

En este caso particular de análisis, las diferencias entre los factores de ajuste de ambos análisis implican un aumento del 25% entre el cortante basal del análisis modal y el cortante basal del análisis cronológico. Como se mostrará más adelante, este aumento también se ve reflejado en los resultados de diseño de columnas, incrementando en gran medida las demandas reales obtenidas de un análisis cronológico, y haciendo que las ventajas esperadas al ser un análisis más detallado se pierdan completamente.

	Vx (tonf)	Vy (tonf)
Modal	1795	1896
0.80 FHE	1971	1971
Factor ajuste	1.10	1.04

Señal	Vx (max)	Vy (max)
Cale(all)	1914	1873
Chic(all)	1749	2156
Kobe(all)	1983	1937
Kbe2(all)	1840	2193
Koca(all)	1855	1930
Land(all)	1719	1959
Loma(all)	1789	1957
NewZ(all)	1745	1841
Nzsh(all)	2114	2117
Promedio	1857	1996
FHE	2464	2464
Factor de ajuste	1.33	1.23

Análisis de las acciones sísmicas en columnas

Con el fin de verificar las diferencias en el cálculo de respuestas vectoriales entre los diferentes métodos de análisis dinámico estudiados previamente, se realizó el análisis y diseño de las acciones sísmicas de carga axial y flexión en la columna resaltada en la figura 5.

Para esta columna se calcularon las acciones sísmicas de carga axial y momentos (alrededor de los ejes globales X, Y) empleando cada una de las metodologías descritas en la sección "Métodos de análisis dinámico".

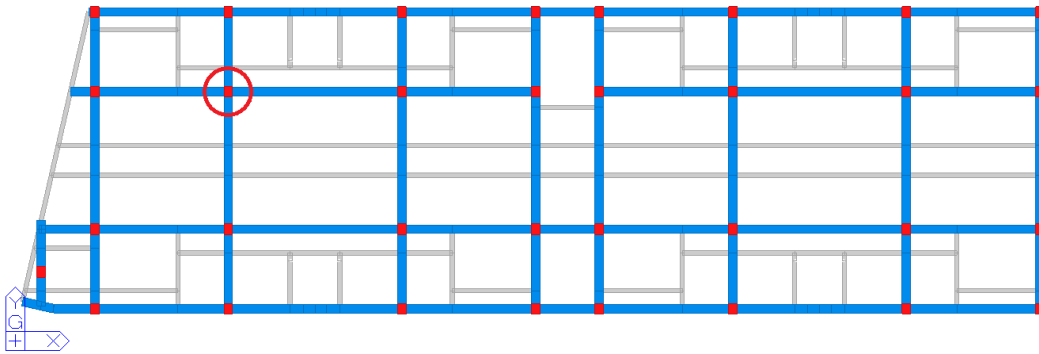
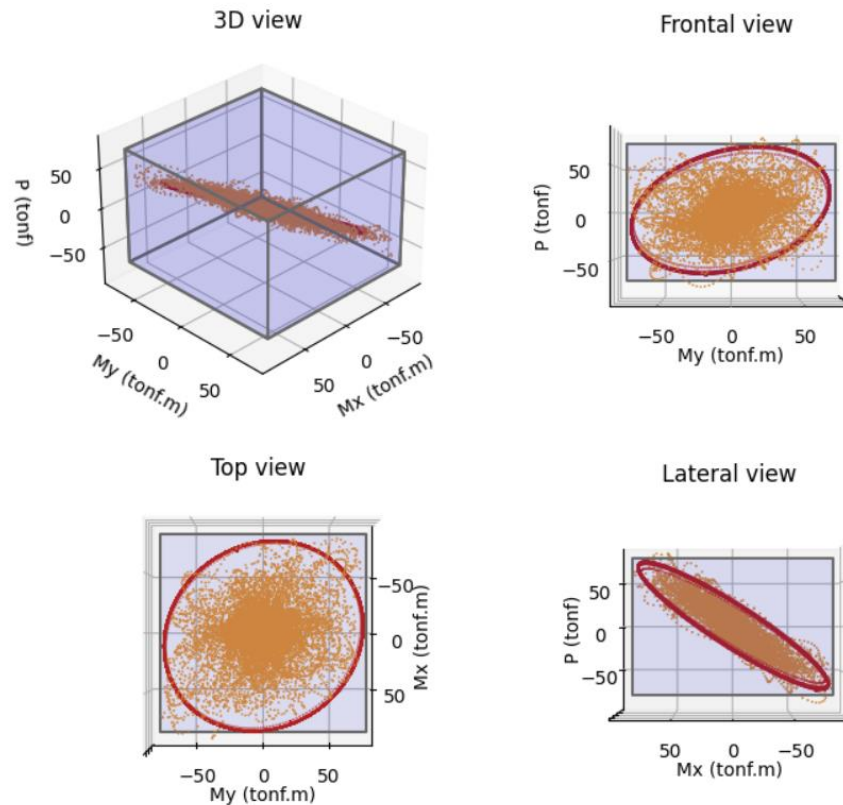


Figura 5. Columna analizada.

En la gráfica 5 se muestran los resultados de acciones sísmicas en la columna indicada por los diferentes métodos analizados. La envolvente presentada en gris corresponde a la envolvente rectangular de solicitaciones calculada mediante un análisis modal espectral convencional. La envolvente presentada en rojo corresponde a las acciones sísmicas calculadas utilizando el método de análisis modal espectral vectorial. Por último, los puntos presentados en naranja corresponden a las acciones calculadas en cada instante de tiempo para todas las señales sísmicas analizadas.

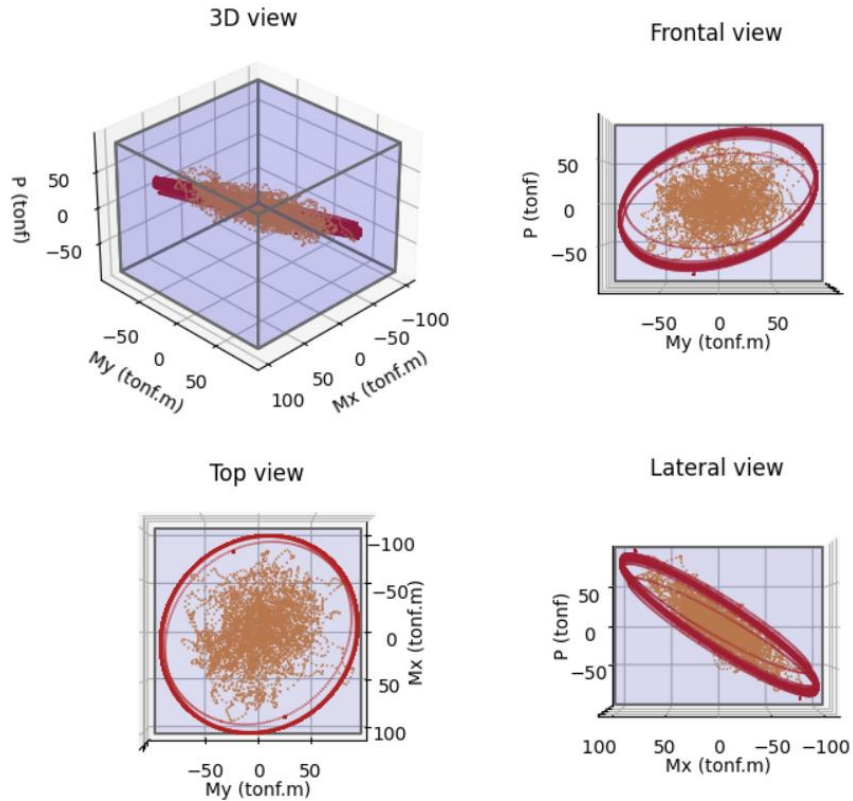
Como se evidencia en la gráfica 5, la envolvente rectangular obtenida mediante el método convencional de análisis modal espectral representa una envolvente de análisis y diseño supremamente conservadora, mientras que las acciones sísmicas calculadas con los métodos de análisis modal espectral vectorial y de análisis cronológico tienden a tener un comportamiento más similar, tendiendo las acciones de los análisis cronológicos a encontrarse contenidas dentro de la envolvente modal espectral vectorial. Sin embargo, como se muestra en las vistas P vs Mx, P vs My y Mx vs My, siempre se encontraron instantes de tiempo en los cuales las acciones de los análisis cronológicos excedieron la envolvente modal vectorial, incluso existen instantes de tiempo en los cuales se exceden los valores de la envolvente rectangular del análisis modal convencional.



Gráfica 5. Respuesta sísmica dinámica en columna analizada (P, Mx, My).

Para comprender mejor las diferencias entre los resultados del análisis modal vectorial y los análisis cronológicos, se realizaron ambos análisis dinámicos para dos señales de ruido blanco no correlacionadas entre sí. Se escogieron este tipo de señales de ruido blanco, pues este fenómeno presenta características similares a las que presentan las señales sísmicas de movimientos fuertes del terreno. Ambos fenómenos corresponden a procesos estocásticos no correlacionados (entre las direcciones de movimiento), con un gran rango de frecuencias presentes en estos (en el caso del ruido blanco las señales contienen todas las frecuencias y estas cuentan con la misma densidad espectral de potencia).

En la gráfica 6 se presentan los resultados de acciones en la misma columna para el caso de ruido blanco analizado. En el caso del análisis cronológico se utilizó un único par de señales de ruido blanco, mientras que para los análisis espectrales se utilizaron los respectivos espectros de respuesta (para un coeficiente de amortiguamiento crítico de 0.05) asociados a cada señal en cada dirección de análisis. Contrario a lo observado en el caso de análisis anterior, y como era de esperarse, para las señales de ruido blanco la respuesta de los análisis cronológicos se encuentra contenida totalmente en las envolventes calculadas de los análisis modales espectrales.

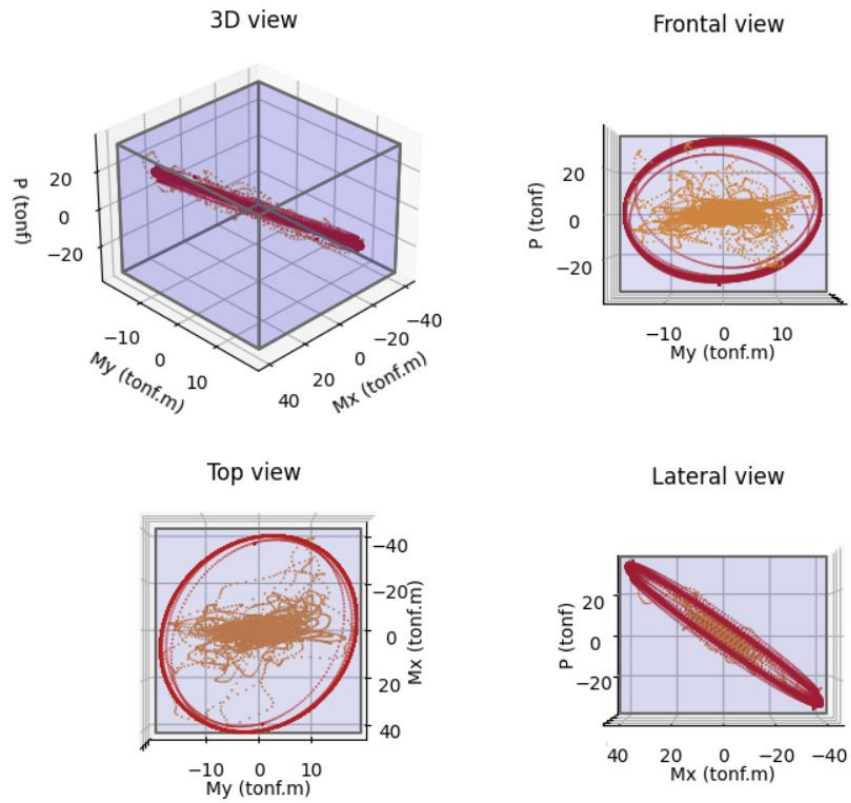


Gráfica 6. Respuesta dinámica ante ruido blanco en columna analizada (P, Mx, My).

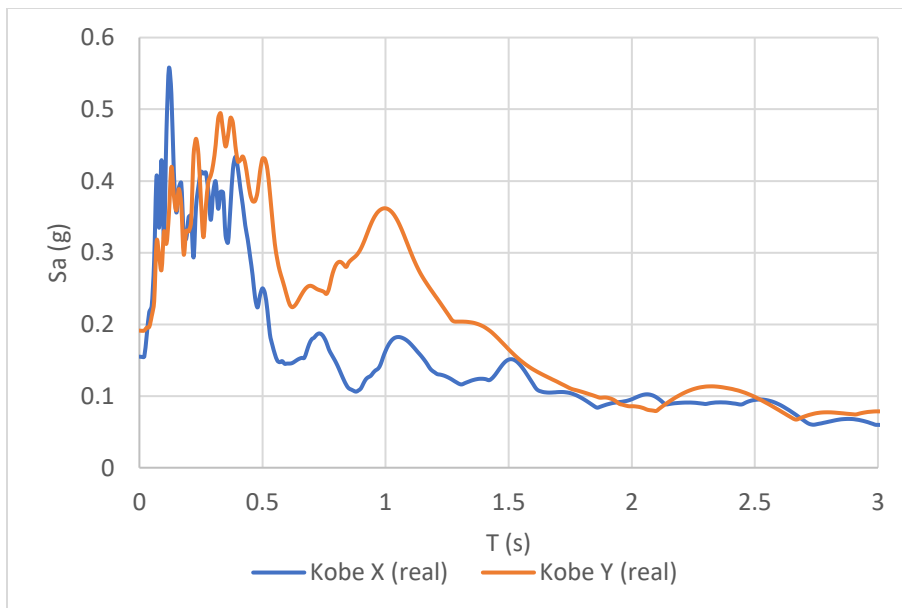
Por último, se realizó el análisis de la respuesta dinámica para un registro sísmico real, correspondiente al sismo de Kobe del 16 de enero de 1995. La respuesta dinámica de las acciones sísmicas P, Mx, y My, en la columna analizada para este sismo se presentan en el gráfico 7. Como se evidencia en estos, y como era de esperarse, todas las acciones en la respuesta dinámica tiempo a tiempo se encuentran contenidas dentro de la elipse calculada por el método de la respuesta modal espectral vectorial.

Una de las posibles razones por las cuales se presentan estas diferencias en la respuesta entre señales sísmicas reales y las señales exigidas por la NSR-10, deriva del requisito normativo que obliga a las señales sísmicas a tener espectros de respuesta ajustados a un único espectro de amenaza uniforme, el cual no describe un espectro de respuesta de un sismo real, si no por el contrario, busca representar todos los posibles sismos que se puedan presentar en el lugar de análisis para un periodo de retorno determinado (475 años generalmente).

Los espectros de respuesta de sismos reales son como el espectro presentado en la gráfica 8 para el sismo de Kobe analizado, estos no cuentan con ordenadas espectrales uniformes, y adicionalmente son espectros diferentes para las 2 direcciones horizontales del movimiento del terreno. Aunque las señales ajustadas a los requisitos normativos presentan un coeficiente de correlación muy bajo (casi 0%) en el rango de tiempo que comprende toda la señal sísmica, los ajustes realizados hacen que en instantes de tiempo más cortos, como en el correspondiente a la fase intensa del movimiento, se presenten correlaciones altas entre ambas direcciones, llevando la respuesta dinámica en estos instantes por fuera de la envolvente elíptica y acercándose a la envolvente rectangular al presentarse las respuestas máximas en direcciones ortogonales a la vez.



Gráfica 7. Respuesta dinámica ante sismo real (Kobe-Abeno) en columna analizada (P, Mx, My).



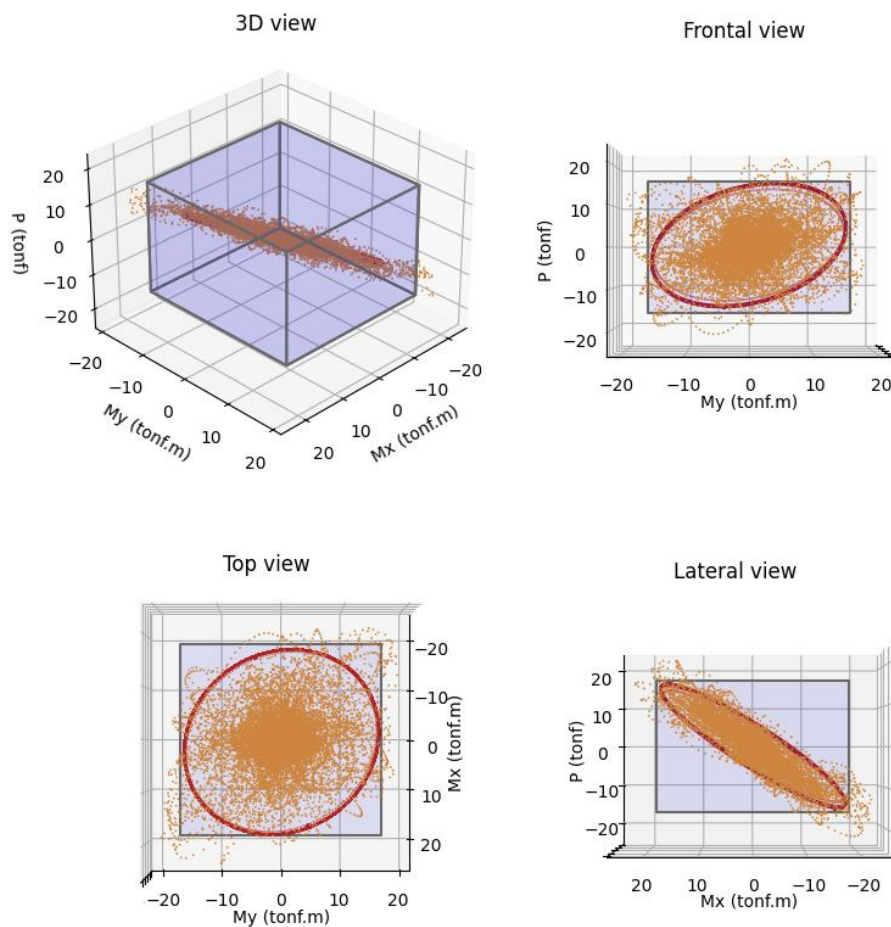
Gráfica 8. Espectro de respuesta sismo Kobe (Abeno) 16-01-1995.

RESULTADOS DE DISEÑO

Aunque en el capítulo anterior se evidenció que la respuesta dinámica para las señales sísmicas ajustadas a los espectros normativos genera resultados conservadores, en el presente capítulo se presentan los resultados de diseño de la columna de concreto reforzado analizada por los diferentes métodos de análisis dinámico.

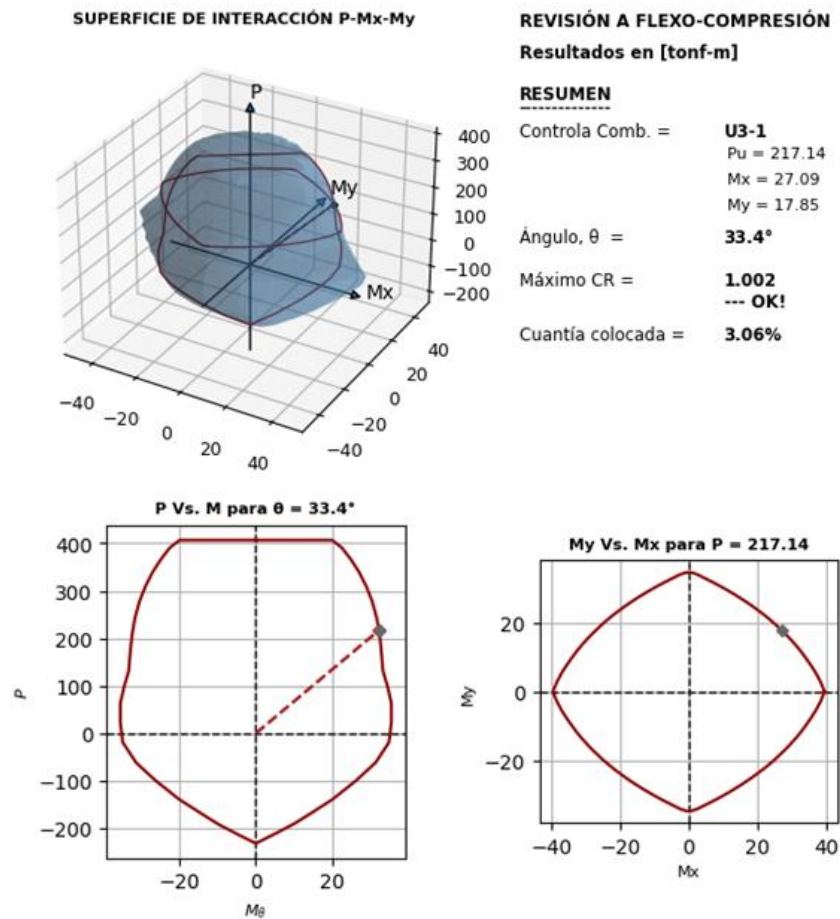
El diseño se realizó para las combinaciones de carga definidas en el capítulo B.5 de la NSR-10. Para las acciones sísmicas se utilizó un factor de reducción de respuesta sísmica $R = 5.00$, y los factores de ajuste a la FHE definidos en la sección previa de resultados de análisis según el método de análisis dinámico utilizado (1.10 para análisis modal, y 1.33 para análisis cronológico).

En la gráfica 9 se presentan las solicitaciones sísmicas de diseño obtenidas por los diferentes métodos de análisis y ajustadas según lo indicado previamente. En esta se evidencia notablemente el aumento de las solicitaciones obtenidas del análisis cronológico con respecto a las del análisis modal espectral, esto por el mayor factor de ajuste exigido por el reglamento, el cual, en el caso particular de esta columna, aumenta las solicitaciones hasta en un 30 % para las componentes individuales de momento flector y en un 43 % para la componente individual de carga axial.



Gráfica 9. Solicitaciones sísmicas de diseño (ajustadas a FHE y reducidas por R).

En las gráficas 10, 11 y 12 se presentan los resultados de la revisión a flexo compresión para los diferentes tipos de análisis. La gráfica 10 presenta los resultados para el análisis modal convencional, la gráfica 11 para el análisis cronológico y la gráfica 12 los resultados para el análisis modal espectral vectorial. En cada una de las gráficas se presentan los diagramas de interacción de la sección para la cuantía de refuerzo indicada, un resumen de las solicitaciones (P_u , M_{ux} , M_{uy}) que controlan el diseño de la columna, la mayor relación demanda capacidad asociada a la combinación descrita anteriormente, y curvas en el plano P-M para el ángulo de la solicitación crítica y en el plano M_x - M_y para la carga axial asociada a la solicitación crítica.

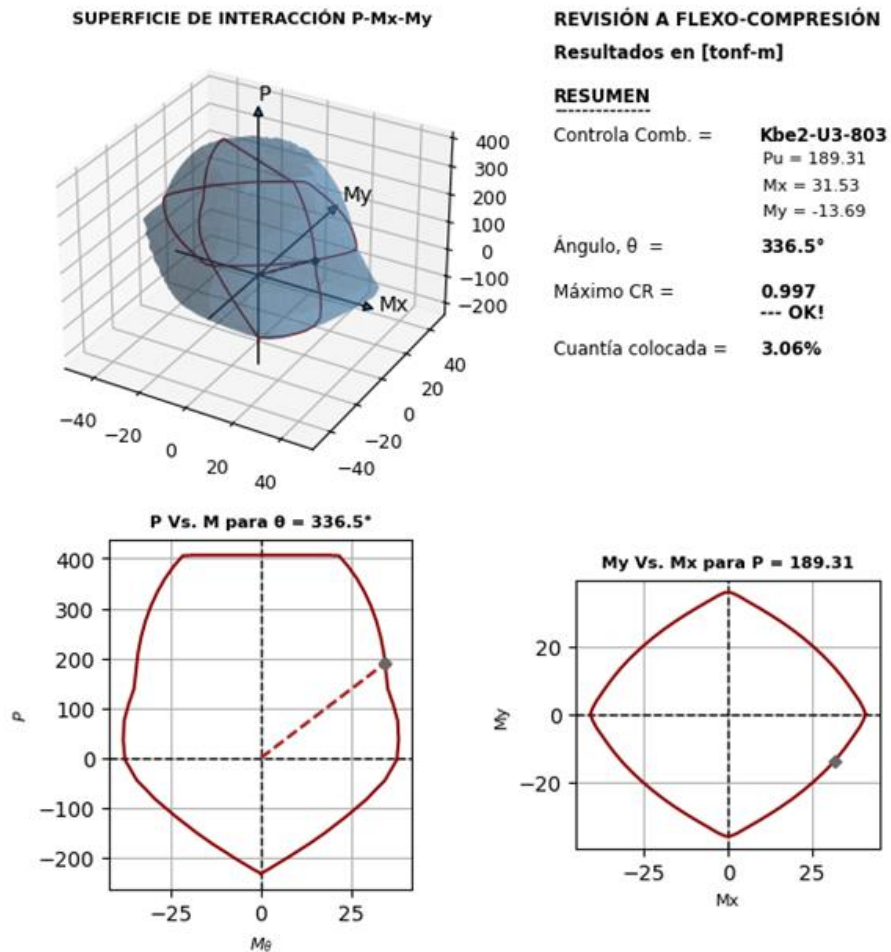


Gráfica 10. Resultados de diseño análisis modal espectral convencional (cuantía = 3.06 %).

Al igual que se evidenció en la sección anterior de resultados de análisis, el método más conservador corresponde al análisis modal espectral convencional con la envolvente de respuesta dinámica rectangular, para el cual se requiere una cuantía de refuerzo del 3.06 % para garantizar una relación demanda capacidad menor o igual a 1.00.

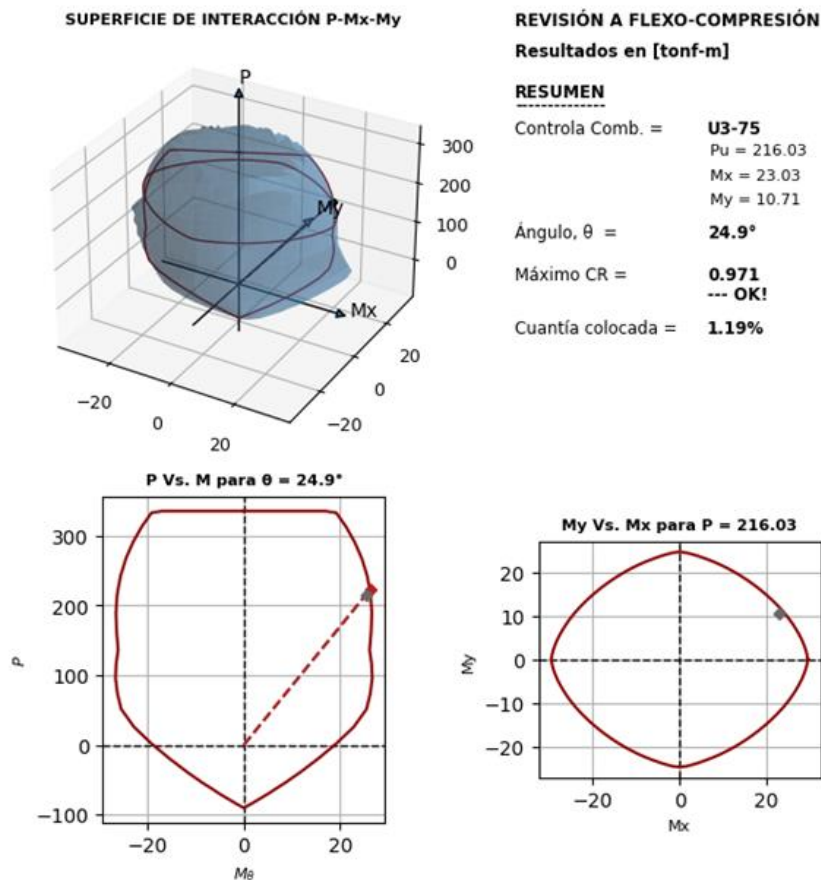
Aunque por los resultados del análisis era de esperarse que el método del análisis cronológico permitiera una reducción en la cuantía requerida, el requisito normativo de ajuste de resultados para este tipo de análisis, el cual es más exigente que el requerido para el análisis modal, hace que la cuantía requerida por esta metodología sea igual a la cuantía requerida para las solicitaciones de la envolvente rectangular. Por los resultados obtenidos es evidente que, si el factor de ajuste fuera

el mismo para ambos tipos de análisis, el análisis cronológico presentaría ventajas en términos económicos con respecto al análisis modal espectral convencional.



Gráfica 11. Resultados de diseño análisis cronológico (cuantía = 3.06 %).

Finalmente, para el caso del análisis modal espectral vectorial propuesto por Der Kiureghian (resultados de diseño gráfica 12), para el cual se emplea el mismo factor de ajuste de resultados de un análisis modal (pues en esencia este se deriva del análisis dinámico modal convencional), se logra reducir la cuantía requerida por diseño del 3.06 % al 1.19%. Esta reducción se debe principalmente a la forma en la cual se calculan las respuestas sísmicas, teniendo en cuenta los coeficientes de correlación entre las componentes máximas de respuesta individuales, considerando que es muy poco probable que estos máximos ocurran al mismo tiempo (como se validó para el caso del sismo real) y construyendo en consecuencia una envolvente de la esperanza de la respuesta máxima en cada posible dirección dentro del espacio P, Mx, My analizado.



Gráfica 12. Resultados de diseño análisis modal espectral vectorial (cuantía = 1.19 %).

CONCLUSIONES

Los resultados de diseño de columnas presentados anteriormente demuestran que la metodología convencional del análisis modal espectral utilizada comúnmente por los diseñadores estructurales genera diseños supremamente conservadores, producto de la limitante de este tipo de análisis en el cálculo de respuestas máximas de componentes vectoriales, y por lo cual se generan envolventes de diseño que consideran todas las acciones máximas ocurriendo al mismo tiempo en todas las direcciones posibles. Como se evidenció para el caso del sismo real, y como se expone en los artículos de las referencias, este hecho es muy poco probable debido a las características observadas de los movimientos fuertes del terreno.

Como alternativa al diseño de columnas mediante el método del análisis modal convencional, se realizó el análisis y diseño empleando la envolvente de respuestas sísmicas vectoriales propuesta por Der Kiureghian en el 2000, y nombrada en el presente artículo como análisis modal espectral vectorial, el cual permite el cálculo de una envolvente de diseño en el espacio tridimensional P, Mx, My, calculando la esperanza de la respuesta máxima en cualquier dirección de análisis y considerando los coeficientes de correlación entre las respuestas máximas individuales obtenidas de un análisis modal espectral convencional. Para el caso de análisis presentado, el diseño de la columna empleando este método permitió reducir la cuantía de refuerzo a un valor del 1.19 %, el cual representó una reducción de más del 50% en la cantidad de acero de refuerzo requerida

empleando el método de análisis modal espectral convencional, el cual requirió una cuantía de refuerzo del 3.06%.

Adicionalmente, se realizaron análisis cronológicos empleando sismos ajustados a los requisitos normativos de la NSR-10, de los cuales en un principio se esperaban obtener resultados similares a los obtenidos por el método propuesto por Der Kiureghian, sin embargo, se encontró que los ajustes requeridos por la norma generan señales con características no propias de las señales sísmicas (espectro de respuesta uniforme, mismo espectro de respuesta en ambas direcciones), las que a su vez generan instantes de tiempo durante la fase intensa del sismo con coeficiente de correlación altos que derivan en sollicitaciones incluso mayores a las obtenidas de un análisis modal espectral convencional. Lo expresado anteriormente se validó realizando el análisis para una señal sísmica real, sin hacer ningún tipo de ajuste normativo, y se encontró que en este caso la historia de sollicitaciones sísmicas se encuentra totalmente contenida dentro de la envolvente de respuesta sísmica propuesta por Der Kiureghian.

Para la columna analizada en el artículo, el diseño empleando el análisis cronológico, derivó en una cuantía de refuerzo del 3.06%. Este producto del ajuste de las señales sísmicas mencionado anteriormente, y del requisito más exigente para el ajuste de resultados requerido por la norma para el análisis cronológico (resultados ajustados al 100% del cortante obtenido de un método estático equivalente, mientras que para el análisis modal se ajustan al 80 % o 90 % según si la estructura es regular o irregular).

Es importante tener en cuenta que las reducciones encontradas en el refuerzo pueden variar dependiendo del tipo de estructura y de la ubicación de la columna analizada. Por ejemplo, en columnas ubicadas cerca al centro de rigidez de la estructura, la intensidad de carga axial debida al sismo es baja, o en columnas ubicadas en los últimos niveles y columnas pertenecientes a estructuras de baja altura, la intensidad de las acciones sísmicas es menor. En estos casos la cantidad de refuerzo se encuentra controlada principalmente por las cuantías mínimas normativas las cuales son independientes del método de análisis empleado.

En síntesis, la metodología convencional de análisis modal espectral convencional genera envolventes conservadoras de las respuestas sísmicas vectoriales y los requisitos normativos del análisis cronológico derivan en señales sísmicas que no representan adecuadamente las características de sismos reales y producen igualmente respuestas de componentes vectoriales conservadoras. Por lo anterior, mientras no se generen nuevas alternativas para la generación de señales sísmicas más representativas de los movimientos fuertes del terreno, se sugiere utilizar la propuesta de los profesores Menun y Der Kiureghian para el análisis y diseño de las componentes vectoriales de respuesta sísmica.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Menun, C. y Der Kiureghian, A. (2000) "Envelopes for seismic response vectors. I: Theory". Journal of structural engineering, April 2000, pp 467-473.

Chopra, A.K., (2014) "Dinámica de estructuras – cuarta edición", Pearson, capítulo 10, pp 425-426.

Clough, R. y Penzien, J., (1993) "Dynamics of structures, II edition", McGraw-Hill Inc.