

INTERACCIÓN SUELO ESTRUCTURA CONSIDERANDO PILAS

CARLOS AUGUSTO PORTILLA CUBILLOS

Trabajo de grado para optar al título Magíster en Ingeniería

Asesor:

PhD JUAN CARLOS BOTERO PALACIO

Coordinador especialización ingeniería sismo-resistente EAFIT



**MAESTRÍA EN INGENIERÍA MEDELLÍN
2020**

TABLA DE CONTENIDO

LISTA DE FIGURAS	5
TABLAS	6
RESUMEN	7
ABSTRACT	7
INTRODUCCIÓN	8
1. MARCO TEÓRICO	11
1.1 Propiedades mecánicas de los suelos	11
1.1.1 Método de valores y vectores propios	12
1.1.2 Método de Rayleigh	13
1.1.3 Método recíproco de las lentitudes (velocidad de ondas de corte)	13
1.2 Rigideces estáticas para cimentaciones tipo cajón	14
1.2.1 Factores de rigidez y amortiguamiento horizontal	15
1.2.2 Factor de rigidez y amortiguamiento vertical	15
1.2.3 Factor de rigidez y amortiguamiento de cabeceo en cimentaciones superficiales	16
1.2.4 Factor de rigidez y amortiguamiento de acoplamiento en cimentaciones superficiales	16
1.3 Rigideces dinámicas	17
1.3.1 Rigidez dinámica de pilas	17
1.3.2 Rigidez dinámica de cimentaciones superficiales	18
1.4 Propiedades mecánicas de las pilas y pilotes	18
1.4.1 Rigideces estáticas de un pilote.	19
1.4.2 Factores de rigidez y amortiguamiento horizontal.	19
1.4.3 Factores de rigidez y amortiguamiento vertical.	20
1.4.4 Factores de rigidez y amortiguamiento de modos de cabeceo.	20
1.4.5 Factores de rigidez y amortiguamiento de acoplamiento.	21
1.5 Rigidez de conjunto	21
1.6 Efecto de grupo	22
1.6.1 Factores de interacción en pilas	23
1.6.2 Método de traslación horizontal	24
1.6.3 Modo de cabeceo	25
1.6.4 Modo de acoplamiento	26
2. VALIDACIÓN DE LA METODOLOGÍA ASUMIDA	27
2.1 Determinación de las propiedades del suelo según microzonificación 2018-2019.	27

2.2 Validación de los planteamientos enunciados en este documento referenciados principalmente por Dobry Gazetas [5]	30
2.3 Rigidez de grupo	30
2.4 Rigidez y efectos de grupo	31
2.5 Propiedades del suelo Área Metropolitana de Medellín	32
2.6 Rigideces estáticas por pila	35
2.7 Factores de rigidez y amortiguamiento	35
2.8 Rigidez estática cabeceo y acoplamiento por pila	36
2.9 Rigidez de conjunto	36
2.9.1. Rigidez dinámica por pila y cajón	37
2.9.1 Análisis comportamiento dinámico horizontal, cabeceo y acoplamiento de las pilas	39
2.10 Efecto de Grupo	40
2.10.1 Factores de interacción	40
2.10.2 Modo de traslación horizontal	44
2.10.3 Modo Vertical	45
2.10.4 Modo de cabeceo	46
El efecto de vibración vertical de un pilote activo en respuesta a un pilote pasivo se puede evaluar mediante el factor de interacción ya calculado αv propuesta por [5].	46
2.10.5 Modo de acoplamiento	47
2.10.6 comparativo rigidez dinámica con y sin interacción	48
3. APLICACIÓN DEL MÉTODO EN UNA CIMENTACIÓN DEL ÁREA METROPOLITANA DE MEDELLÍN	49
3.1 Elementos de entrada	49
3.2 Rigideces estáticas por pila	50
3.3 Factores de rigidez y amortiguamiento	50
3.4 Rigidez estática cabeceo y acoplamiento por pila	51
3.5 Rigidez de conjunto	51
3.6 Efecto de Grupo	53
3.7 Factores de interacción	53
3.8 Modo de traslación horizontal	56
3.9 Modo de Vertical	56
3.10 Modo de cabeceo	57

3.11 Modo de acoplamiento	58
3.12 comparativo de rigideces dinámicas con y sin interacción	59
3.13 Interacción suelo estructura método iterativo comparativo con método NSR-10	59
3.13.1 Método iterativo	60
3.13.2 Comparativo aplicando la NSR-10	62
CONSIDERACIONES	65
REFERENCIAS	67

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 Sistema dinámico con varios grados de libertad en suelo estratificado.....	12
Figura 2 Matriz de masa y rigidez del depósito del suelo.....	13
Figura 3 Esquema de la estratificación de los suelos para velocidad equivalente	14
Figura 4 Sistema suelo-cimentación con pilas	21
Figura 5 Influencia de un pilote activo sobre uno pasivo en movimiento horizontal	23
Figura 6 Velocidades de onda de corte en el área metropolitana del Valle de aburra	28
Figura 7 Datos de laboratorio de la microzonificación del Valle de Aburra [21].....	29
Figura 8 Tipología de pilas a evaluar	30
Figura 9 Cajón de la cimentación propuesta	31
Figura 10 configuración de pilas a evaluar	31
Figura 11 Comportamiento rigidez dinámica horizontal de las pilas variando su sección (t/m)	39
Figura 12 Comportamiento rigidez dinámica de cabeceo de las pilas variando su sección (t/m)	39
Figura 13 Comportamiento rigidez dinámica de acoplamiento de las pilas variando su sección (t/m).....	40
Figura 14 campo real de la Influencia del movimiento horizontal de una pila activa hacia una pasiva.....	42
Figura 15 campo imaginario de la Influencia de una pila activa hacia una pasiva	43
Figura 16 Campo real e imaginario de la influencia del movimiento horizontal de una pila activa hacia una pasiva.....	43
Figura 17 Estructura Tipo	49
Figura 18 Comparativo resultados campo real.....	55
Figura 19 Comparativo resultados campo imaginario	55
Figura 20 Espectro elástico de aceleraciones de diseño NSR-10.....	62

TABLAS

Tabla 1 Tipología de suelos por estratos	29
Tabla 2 Datos del suelo por estratos	32
Tabla 3 Método de valores y vectores propios	32
Tabla 4 Método recíproco de lentitudes	34
Tabla 5 Método de Rayleigh.....	34
Tabla 6 Rigidez Estática Horizontal y Vertical	35
Tabla 7 Factores de Rigidez Horizontal, Vertical, Cabeceo y Acoplamiento.	36
Tabla 8 Rigidez estática cabeceo y acoplamiento	36
Tabla 9 Rigidez y amortiguamiento de conjunto estático.....	37
Tabla 10 Rigideces Dinámicas de las pilas y el cajón	37
Tabla 11 Rigidez y Amortiguamiento de conjunto dinámico.....	38
Tabla 12 Diferencias de rigidez de conjunto dinámica vs estática	38
Tabla 13 desplazamiento horizontal de pilas	44
Tabla 14 desplazamiento vertical de las pilas.....	45
Tabla 15 Desplazamiento por cabeceo de pilas	46
Tabla 16 acoplamiento del conjunto de pilas.....	47
Tabla 17 Comparativo rigidez dinámica con y sin efecto de grupo	48
Tabla 18 Datos de entrada del suelo, estructura y cimentación.....	49
Tabla 19 Rigidez Estática Horizontal y Vertical	50
Tabla 20 Factores de Rigidez Horizontal, Vertical, Cabeceo y Acoplamiento.	51
Tabla 21 Rigidez estática cabeceo y acoplamiento	51
Tabla 22 Rigidez y Amortiguamiento de Conjunto Estático	52
Tabla 23 Rigidez Dinámica por pila	52
Tabla 24 Rigidez Dinámica de conjunto.....	52
Tabla 25 Diferencias de rigidez de conjunto dinámica vs estática	53
Tabla 26 Matriz compleja ensamblada para traslación horizontal	56
Tabla 27 Matriz compleja ensamblada para modo vertical	57
Tabla 28 Matriz compleja ensamblada para cabeceo	57
Tabla 29 Matriz compleja ensamblada para acoplamiento.....	58
Tabla 30 Comparativo rigidez dinámica de pilas con y sin efecto de grupo en t/m	59
Tabla 31 Datos de entrada	60
Tabla 32 Justificación evaluación ISE método iterativo	60
Tabla 33 Primer proceso de interacción	61
Tabla 34 segundo y tercer proceso iterativo	61
Tabla 35 Amortiguamiento efectivo	62
Tabla 36 Espectro de aceleración de diseño	63
Tabla 37 Resultados obtenidos	63

RESUMEN

El enfoque de estudio está basado en validar el método de la interacción suelo estructura con pilas planteado por Ricardo Dobry y George Gazetas, posteriormente ampliado por Javier Avilés aplicado en un grupo de pilas sometidas a fricción sobre un suelo homogéneo típico de una región del área metropolitana de Medellín. Con lo anterior, se logran conocer sus rigideces estáticas y dinámicas de traslación, vertical, de cabeceo y acoplamiento, así como sus factores de rigidez y comportamiento en conjunto ante la acción de ondas sísmicas que entran a la estructura desde diferentes ángulos, encontrando resultados muy similares a los autores mencionados sobre otra zona geográfica. Por lo anterior, se realizó el procedimiento planteado a una estructura tipo en el área metropolitana de Medellín, encontrando que cuando las ondas sísmicas ingresan a la pila activa, su factor de interacción entre la pila activa y pasiva aparece mucho menor en el campo real cuando entra a 45°. Del mismo modo, se encuentra el alto impacto que causa en la rigidez dinámica de la cimentación mixta, donde el cajón aporta más del 50 por ciento de lo que aportan las pilas. También se obtiene como resultado el aumento del periodo y amortiguamiento efectivo de la estructura, así como la disminución del cortante basal que cumple con las limitaciones de la NSR-10.

Palabras clave: grupo pilas, suelo-estructura, interacción, rigidez dinámica, factores.

ABSTRACT

The study approach is based on validating the method of soil structure interaction with piles proposed by Ricardo Dobry and George Gazetas, later expanded by Javier Avilés applied in a group of piles subjected to friction on a homogeneous soil typical of a region of the metropolitan Medellín. With the above, it is possible to know its static and dynamic stiffnesses of translation, vertical, pitch and coupling, as well as its stiffness factors and behavior in conjunction with the action of seismic waves that enter the structure from different angles, finding results very similar to the authors mentioned on another geographical area. Therefore, the procedure proposed for a typical structure in the metropolitan Medellín was carried out, finding that when seismic waves enter the active pile, their interaction factor between the active and passive pile appears much lower in the real field when enters at 45°. In the same way, there is the high impact it causes on the dynamic stiffness of the mixed foundation, where the box contributes more than 50 percent of what the piles contribute. The result is also an increase in the period and effective damping of the structure, as well as a decrease in the basal shear that complies with the limitations of the NSR-10.

Keywords: pile-group, soil-structure, interaction, dynamic stiffness, factors.

INTRODUCCIÓN

Inicialmente la concepción de la interacción suelo estructura (ISE), era mal interpretada como simplemente colocar resortes estáticos en la cimentación, sin tenerse en cuenta que, en la realidad, la rigidez de dichos resortes depende de las frecuencias de excitación, lo cual no es tenido en cuenta, por ningún software estructural, y tampoco es el problema de interacción. Dentro de este contexto, este fenómeno se debe considerar como un sistema con mayor flexibilidad que las estructuras consideradas con base empotrada, y que sus cambios dinámicos se presentan por la flexibilidad del suelo, que deja de ser indeformable, disminuyendo la incertidumbre del comportamiento esperado por las estructuras ante las excitaciones sísmicas.

Con base en lo anterior, la interacción entre la estructura de cimentación y el suelo se comprende como un conjunto de reacciones que aplicadas a la cimentación y la masa del suelo de forma simultánea, produzcan los mismos desplazamientos diferenciales en su configuración (Zeevaert, 1991). Por lo anterior, las propiedades del suelo y de la estructura son determinantes para encontrar los cambios que se pueden generar en el comportamiento dinámico de una estructura, en la cual sus cambios principales se presentan en su periodo, amortiguamiento y rigideces dinámicas.

La interacción suelo estructura consiste en un conjunto de efectos cinemáticos e inerciales producidos por el suelo y la estructura (Avilés, Apuntes interacción suelo estructura, 1993), en el cual el periodo de la estructura suele aumentarse principalmente cuando se presentan suelos blandos, característica de la cual la interacción suelo estructura eleva su mayor importancia. La interacción inercial esta controlada por la relación de rigidez que presente el suelo y la estructura, mientras que la interacción cinemática se refiere al comportamiento de la cimentación que es dependiente de la geometría de la cimentación, las propiedades del suelo y la excitación sísmica que se presente.

La interacción suelo estructura se considera en cimentaciones superficiales y cimentaciones profundas como es el caso de pilas y pilotes, en los cuales su respuesta dinámica depende fuertemente de las condiciones geométricas de las mismas. Sus efectos inerciales alteran el comportamiento de la estructura aumentando su periodo y alterando su amortiguamiento, y los efectos cinemáticos disminuyen sus desplazamientos de traslación de la cimentación, inducen la torsión, el cabeceo y filtrado de altas frecuencias.

De este modo, y haciendo referencia a las cimentaciones profundas, las funciones de impedancia o rigideces dinámicas para cada modo de vibración se construyen al integrar los esfuerzos generados en la base de la cabeza de los pilotes (Aguilar & Avilés, Rigideces dinámicas para pilas y pilotes en depositos de suelo estratificado , 2000), con lo cual se puede establecer que en una cimentación el análisis o problemática de la interacción suelo estructura, está gobernada por las rigideces dinámicas de las mismas. Conceptualmente, las rigideces dinámicas se definen como la relación en entre la fuerza (momento) excitadora y el desplazamiento rotacional que resulta en la dirección de la fuerza para una fundación rígida sin masa y excitada (Aguilar & Avilés, Influencia de pilotes de fricción en la interacción dinámica suelo-estructura, 2003).

Con las cargas de trabajo estático, el desplazamiento de una pila aumenta si se encuentra en el campo de deformación de una pila cercana, mostrándose que el desplazamiento grupal es mayor que el que se produce por una sola pila si se le cargara un valor promedio (Dobry & Gazetas, 1988). Por lo anterior, encontrando el resultado de la función de impedancia de una pila tipo, sobre un suelo mecánicamente establecido, se podría llegar a calcular los desplazamientos que presentarían un conjunto de estas, estos análisis de desplazamientos de pilas fueron pioneros de Poulos (1968,1971) quien introdujo el concepto de factor de interacción.

Pero estos conceptos con cimentaciones profundas construidas por pilas y pilotes no son muy comunes en la ingeniería de suelos, o la ingeniería estructural colombiana, generalmente por su complejidad como lo plantea Rivera y Paulin:

‘ ‘El análisis de interacción entre suelos cimentación para el caso de pilotes sometidos a cargas laterales estáticas o dinámicas es sumamente laborioso, por lo que es común encontrar en la práctica, la aplicación, la aplicación de criterios simplificados que pueden ser muy conservadores, lo que influye directamente en la obra, o criterios que pueden subestimar o sobreestimar los requisitos mínimos de resistencia, sin saber exactamente a qué estado se llega mediante la aplicación de los mismos’’ (Rivera & Paulin, Programa de computadora para el análisis de la interacción suelo-pilote, bajo cargas laterales estáticas o dinámicas).

Cada uno de los métodos de la interacción suelo estructuras en la cuales trabaja con pilas o pilotes, se trabajan con la caracterización de las pilas y del suelo portante que muchas veces para la investigación es difícil contar con datos reales que aproximen a unos resultados más cercanos a la realidad en las experimentaciones, más sin embargo, con los avances computacionales muy seguramente cada vez puede ser más fácil obtener datos confiables en este tipo de análisis.

De lo anterior, se puede decir que existen diferentes métodos para obtener las funciones de impedancia de un grupo de pilas desde unos muy básicos hasta otros más complejos. Este trabajo se plantea utilizando principalmente algunos métodos planteados por Javier Avilés en sus notas de interacción suelo estructura aportadas al programa de Ingeniería Civil de la Universidad EAFIT sede Medellín en el año 2003.

El problema que se estudia está basado en la evaluación de un grupo de pilas sometidas a fricción sobre un suelo homogéneo típico de una región del área metropolitana de Medellín, con el fin de conocer sus rigideces estáticas de traslación, vertical, de cabeceo y acoplamiento, así como sus factores de rigidez y amortiguamiento traslacional, de cabeceo y acoplamiento. También tiene el fin de conocer la rigidez en conjunto estática y dinámica, conocer los efectos de grupo producidos por los factores de interacción que se producen con una velocidad de onda determinada actuando en diferentes grados de acción. Para este caso tomaremos como referencias los cero (0), cuarenta y cinco (45) y noventa (90) grados.

Este informe tiene también como fin obtener resultados de un tipo de suelo presente en el área metropolitana de Medellín, y ser comparado con resultados de estudios realizados en otros suelos como es el caso de algunos de la ciudad de México, quienes son los que más avances tienen en este tema si se compara con países de habla hispana.

Con lo anterior, podría decir que se utiliza gran parte del método planteado por (Gazetas, Hess, Zinn, Mylonakis, & Nicolaou, 1998), el cual es un método de superposición riguroso que genera factores de interacción entre dos pilas y los usa internamente para calcular la impedancia de todo el grupo, lo anterior partiendo de la caracterización de las pilas y el suelo mencionado anteriormente, y unos procedimientos de números complejos característicos de las funciones de impedancia o rigideces dinámicas.

También tiene como fin, servir de soporte de análisis de estructuras que llegaron a presentar problemas teniendo cimentaciones profundas sobre el área de estudio, y poder ser comparadas por ejemplo con las estructuras que presentaron problemas en México en septiembre del 1985 cuando estructuras con cimentaciones de pilas o pilotes sufrieron asentamientos diferenciales y algunas fallaron como es expresado por Aguilar y Avilés (Aguilar & Avilés, Rigideces dinámicas para pilas y pilotes en depositos de suelo estratificado , 2000).

1. MARCO TEÓRICO

Para la realización del estudio de la interacción suelo estructura considerando pilas, es necesario conocer algunas metodologías numéricas empleadas para el cálculo de las propiedades mecánicas del suelo, de las pilas y de la estructura en evaluación particular si es el caso.

Con base en lo anterior, el análisis de la interacción entre el suelo y la estructura para las pilas sometidas a cargas laterales dinámicas o en algunos casos estáticas es sumamente laborioso (Rivera & Paulin, Programa de Computadora para el Análisis de la Interacción Suelo Pilote Bajo Cargas Laterales Estáticas o Dinámicas, 2000). por lo cual, no es fácil encontrar en Colombia, trabajos realizados a profundidad en la construcción de estructuras con esta metodología, y mucho menos en la evaluación de la rigidez dinámica de un grupo de pilas teniendo la superestructura.

1.1 Propiedades mecánicas de los suelos

La alteración de las señales sísmicas debido a las condiciones geológicas y topográficas durante y después de un movimiento fuerte del terreno, se conoce como efecto local. Esta modificación consiste en la amplificación fuerte de la señal, así como una mayor duración de esta, y la modificación de su contenido frecuencial. El análisis de las anomalías de la intensidad sísmica obtenidas a partir de escalas macrosísmicas, permitió establecer la evidencia que los terrenos blandos amplifican los efectos de los terremotos.

De lo anterior, se podía indicar que la dinámica de los suelos cada vez que se analice y desde los medios tecnológicos que existen en la actualidad, serán cada vez más complejos y producto de estudio, y esto es planteado por Sarria (Sarria, 2008) quien manifiesta que:

“el efecto de los sismos se ve influenciado enormemente por las características locales del suelo, en la zona afectada. Dentro de estos efectos se cuentan grandes avalanchas o deslizamientos, como la que produjo el sismo de Páez en Colombia, del 6 de junio de 1994, en el cañón del río Páez en el Huila. En aquellos casos en los cuales el suelo consiste en material granular suelto, el movimiento cíclico del sismo tiende a compactarlo lo cual conduce al desarrollo de exceso de presión de poros lo cual, a su vez, puede causar licuación del suelo. Este fenómeno se observó en los márgenes de los ríos cercanos al epicentro, durante el sismo de Murindó el 18 de octubre de 1992”.

Las anomalías de la intensidad sísmica realizadas han permitido realizar correlaciones entre la intensidad y las condiciones geológicas y topográficas específicas de la zona, con el objetivo de realizar mapas de zonación que permiten delimitar distintas zonas, en función de su capacidad para amplificar el daño sísmico. Sin embargo, la limitación de los estudios de zonificación sísmica radica principalmente en que la intensidad es un parámetro obtenido a partir de un efecto con el que se obtiene el valor con el que definir la propia acción, y por lo tanto, no expresan adecuadamente otro tipo de fenómenos, como la interacción suelo-estructura, que se producen cuando las frecuencias de vibración del suelo y de la estructura son cercanas. Este fenómeno introduce daños muy superiores a los esperados, y por lo cual se debe estar en continua

evaluación de los efectos de sitio que puedan generar efectos en la tipología del suelo donde se ubican las principales ciudades y municipios de Colombia, como lo es el Área Metropolitana del Valle de Aburrá. Es de anotar que para lograr calcular los periodos del suelo con el fin de evaluar la interacción del suelo estructura, se utilizan generalmente tres (3) métodos que se ilustran en los siguientes numerales.

1.1.1 Método de valores y vectores propios

Este método se utiliza evaluando las propiedades de suelos estratificados equivalentes para ser evaluado como un sistema dinámico con varios grados de libertad. Para la realización de estos, se deben tener algunas condiciones típicas del suelo como son su módulo cortante (Gsi) por estratos, el peso específico (γi) con las mismas condiciones anteriores, el espesor del suelo (Hi) y la profundidad total (Hsi) que conforma la suma de todos los perfiles de este.

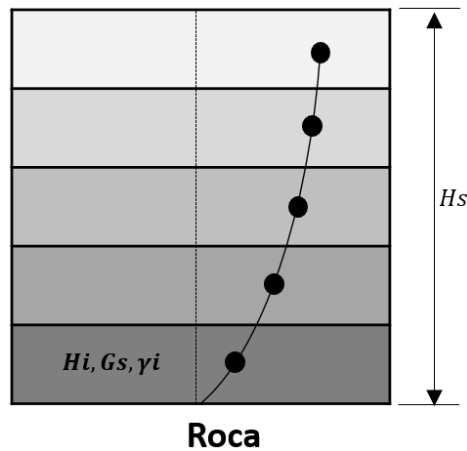


Figura 1 Sistema dinámico con varios grados de libertad en suelo estratificado

Para el cálculo de la frecuencia circular de vibración (ω) con el método de valores y vectores propios, se procede con la solución de la siguiente ecuación de las que se derivan otras planteadas por (Avilés, Notas del Curso de Interacción Suelo Estructura ISE Orientada en Universidad EAFIT, 2003).

$$\det[[K] - \omega^2[M]] = 0 \quad (1)$$

Para facilitar la solución de la matriz expuesta en la ecuación anterior, se deben encontrar las sub-matrices de masa y rigidez las cuales están gobernadas por las siguientes ecuaciones.

$$[Mi] = \frac{\gamma_i H_i}{g} \begin{bmatrix} 1/3 & 1/6 \\ 1/6 & 1/3 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$[Ki] = \frac{G_i}{H_i} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$[M], [K] = \begin{bmatrix} \begin{array}{|c|c|} \hline * & * \\ \hline \end{array} & & 0 \\ \begin{array}{|c|c|c|} \hline * & * & * \\ \hline \end{array} & & \\ 0 & \begin{array}{|c|c|c|} \hline * & * & * \\ \hline \end{array} & \\ & \begin{array}{|c|c|} \hline * & * \\ \hline \end{array} & \end{bmatrix}$$

Figura 2 Matriz de masa y rigidez del depósito del suelo.

Después de resolver el problema de valores y vectores propios resultados de las matrices planteadas, se puede calcular el periodo del sitio T_s a partir de la frecuencia circular de vibración (ω) del primer modo.

$$T_s = \frac{2\pi}{\omega} \quad (4)$$

1.1.2 Método de Rayleigh

En la obtención de las frecuencias propias de oscilación de más de un grado de libertad, ante la excitación dinámica son necesarios algunos métodos como el de Rayleigh, el cual es uno de los más utilizados en las normas sísmicas. Par lo anterior se toman las fórmulas planteadas por (Avilés, Notas del Curso de Interacción Suelo Estructura ISE Orientada en Universidad EAFIT, 2003).

$$T_s = \frac{4}{\sqrt{g}} \sqrt{(\sum_{i=1}^n \frac{H_i}{G_i})(\sum_{i=1}^n \gamma_i H_i (W_i^2 + W_i W_{i-1} + W_{i-1}^2))} \quad (5)$$

$$W_i = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^i \frac{H_j}{G_j}}{\sum_{j=1}^n \frac{H_j}{G_j}}} \quad (6)$$

En las ecuaciones anteriores, (H_i) es el espesor del estrato o perfil, (G_i) módulo cortante del mismo y (γ_i) el peso específico de cada perfil respectivamente.

1.1.3 Método recíproco de las lentitudes (velocidad de ondas de corte)

Este método es usual usarlo después de ya haber obtenido el periodo local evaluando la velocidad del estrato equivalente teniendo en cuenta los conceptos teóricos de la propagación de ondas unidimensionales.

$$V_s = \frac{4H_s}{T_s} \quad (7)$$

También puede obtenerse de los estudios de suelos en los cuales se hace el estudio de la elasticidad de este (E_s) y su peso específico (γ_i) con los cuales se obtienen las velocidades del suelo estratificado como lo comprueba la siguiente fórmula.

$$V_s = \sqrt{\frac{G_i}{\rho_s}} \quad (8)$$

Con las velocidades estratificadas del suelo, se obtiene la velocidad equivalente que proporciona de una forma más acercada a la realidad el periodo de sitio.

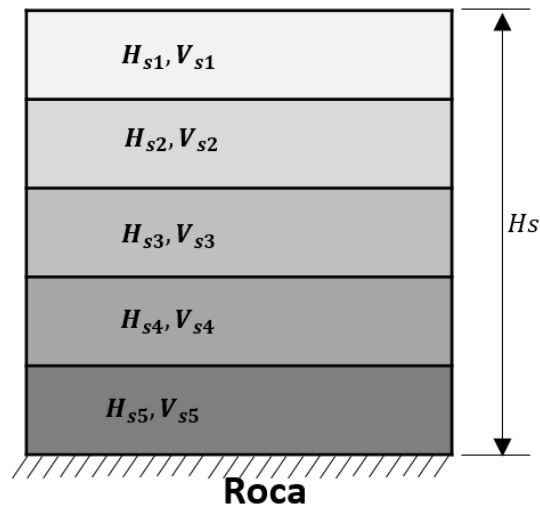


Figura 3 Esquema de la estratificación de los suelos para velocidad equivalente

Velocidad del suelo:

$$V_s = \frac{H_{si}}{\sum_{i=1}^n \frac{H_i}{V_{si}}} \quad (9)$$

Periodo de suelo:

$$T_{si} = \frac{4H_{si}}{V_{si}} \quad (10)$$

1.2 Rigideces estáticas para cimentaciones tipo cajón

Teniendo en cuenta que se tendrá presente el cajón de la cimentación para calcular la rigidez de grupo, se deben relacionar las rigideces estáticas para los modos de traslación horizontal y

vertical con un estrato relativamente uniforme con base rígida como lo plantea (Gazetas , Foundation Vibrations , 1991).

Rigidez horizontal:

$$K_h^o = \frac{8GR_h}{2-\nu} \left(1 + \frac{R_h}{2H_s}\right) \left(1 + \frac{2D}{3R_h}\right) \left(1 + \frac{5D}{4H_s}\right) \quad (11)$$

Rigidez vertical:

$$K_v^o = \frac{4GR_v}{1-\nu} \left(1 + 1.28 \frac{R_v}{H_s}\right) \left(1 + \frac{D}{2R_v}\right) \left(1 + \left(0.85 - 0.28 \frac{D}{R_v}\right) \frac{D/H_s}{1-D/H_s}\right) \quad (12)$$

Rigidez de cabeceo:

$$K_r^o = \frac{8GR_c^3}{3(1-\nu)} \left(1 + \frac{R_c}{6H_s}\right) \left(1 + \frac{2D}{R_c}\right) \left(1 + \frac{0.71D}{H_s}\right) \quad (13)$$

Rigidez de acoplamiento:

$$K_{hr}^o = K_h^o R_h \left(\frac{2D}{5R_h} - 0.03\right) \quad (14)$$

Con las anteriores se pueden calcular las rigideces estáticas horizontales dependientes de la configuración geométrica de la cimentación superficial o cajón, así como las rigideces estáticas verticales, de cabeceo y acoplamiento que como lo plantea (Taborda, Muriá , Pérez , & Macias) generan un efecto notorio en la suma de las rigideces de la pila y las obtenidas del cajón.

1.2.1 Factores de rigidez y amortiguamiento horizontal

Los factores de rigidez y amortiguamiento horizontal para cimentaciones superficiales pueden aproximarse mediante las planteadas por (Gazetas , Foundation Vibrations , 1991) y (Sieffert & Cevaer , 1992), como se expresan a continuación.

Factor de rigidez horizontal:

$$k_h = 1 \quad (15)$$

Factor de amortiguamiento horizontal:

$$c_h = \begin{cases} \frac{0.65 \xi_s \eta_{hs}}{1-(1-2\xi_s)\eta_{hs}^2} ; & \text{si } \eta_{hs} = \frac{\eta_h}{\eta_s} \leq 1 \\ 0.576; & \eta_{hs} = \frac{\eta_h}{\eta_s} > 1 \end{cases} \quad (16)$$

1.2.2 Factor de rigidez y amortiguamiento vertical

Los factores de rigidez y amortiguamiento vertical para cimentaciones superficiales también pueden aproximarse mediante las planteadas por (Gazetas , Foundation Vibrations , 1991) y (Sieffert & Cevaer , 1992), como se expresan a continuación.

Factor de rigidez vertical:

$$k_v = 1 \quad (17)$$

Factor de amortiguamiento vertical:

$$c_v = \begin{cases} 0; & \text{si } \eta_v < \eta_p \\ 0.85 \frac{1+1.85(1-v_s)D/R_v}{1+0.5D/R_v}; & \text{si } \eta_v \geq \eta_p \end{cases} \quad (18)$$

1.2.3 Factor de rigidez y amortiguamiento de cabeceo en cimentaciones superficiales

Los factores de rigidez y amortiguamiento de cabeceo para cimentaciones superficiales también pueden aproximarse mediante las planteadas por (Gazetas , Foundation Vibrations , 1991) y (Sieffert & Cevaer , 1992), como se expresan a continuación.

Factor de rigidez de cabeceo:

$$k_r = \begin{cases} 1 - 0.2\eta_r; & \text{si } \eta_r \leq 2.5 \\ 0.5; & \text{si } \eta_r > 2.5, v_s \leq \frac{1}{3} \\ 1 - 0.2\eta_r & \text{si } \eta_r > 2.5, v_s \geq 0.45 \end{cases} \quad (19)$$

Factor de amortiguamiento de cabeceo:

$$c_r = \begin{cases} \frac{0.5 \xi_s \eta_{rp}}{1 - (1 - 2\xi_s)\eta_{rp}^2}; & \text{si } \eta_{rp} = \frac{\eta_r}{\eta_p} \leq 1 \\ \frac{0.3\eta_r^2}{1 + \eta_r^2}; & \text{si } \eta_{rp} = \frac{\eta_r}{\eta_p} > 1 \end{cases} \quad (20)$$

1.2.4 Factor de rigidez y amortiguamiento de acoplamiento en cimentaciones superficiales

Los factores de rigidez y amortiguamiento de acoplamiento para cimentaciones superficiales también pueden aproximarse mediante las planteadas por (Gazetas , Foundation Vibrations , 1991) y (Sieffert & Cevaer , 1992), como se expresan a continuación.

Factor de rigidez de acoplamiento:

$$k_{hr} = k_h \quad (21)$$

Factor de amortiguamiento de acoplamiento:

$$c_{hr} = c_h \quad (22)$$

De las anteriores formulaciones, η_s y η_p son representación de frecuencias adimensionales y fundamentales del estrato de vibración lateral y verticalmente, las cuales según (Avilés, Notas del Curso de Interacción Suelo Estructura ISE Orientada en Universidad EAFIT, 2003), se representan de la siguiente manera:

$$\eta_s = \pi R_h / 2H_s \quad (23)$$

$$\eta_p = \frac{\pi R_r \alpha_s}{2H_s \beta_s} \quad (24)$$

$$\frac{\alpha_s}{\beta_s} = \left(\frac{2(1-\nu_s)}{1-2\nu_s} \right)^{1/2} \quad (25)$$

1.3 Rigideces dinámicas

1.3.1 Rigidez dinámica de pilas

Las funciones de impedancia o rigideces dinámicas para cada modo de vibración se construyen al integrar los esfuerzos generados en la base de la cabeza de los pilotes (Aguilar & Avilés, Rigideces dinámicas para pilas y pilotes en depositos de suelo estratificado, 2000), y con lo cual se puede establecer que en una cimentación, el análisis o problemática de la interacción suelo estructura, está gobernada por las rigideces dinámicas de las mismas las cuales son dependientes de las frecuencias de excitación. Conceptualmente, las rigideces dinámicas se definen como la relación en entre la fuerza (momento) excitadora y el desplazamiento rotacional que resulta en la dirección de la fuerza para una fundación rígida sin masa y excitada armónicamente (Aguilar & Avilés, Influencia de pilotes de fricción en la interacción dinámica suelo-estructura, 2003)

$$\bar{K}(\omega) = K(k + i\omega c) \quad (26)$$

De lo anterior, $k = 1 - \omega^2/\omega_0^2$ y $c = 2\xi_0/\omega_0$, siendo ω_0 la frecuencia natural y ξ_0 el amortiguamiento del oscilador. Es de anotar que los parámetros c y k son identificados como factores de amortiguamiento y rigidez respectivamente.

En las cimentaciones con pilotes a fricción las funciones de impedancia para un pilote aislado con diferentes modos de vibración se determinan por medio de resortes y amortiguadores como reemplazo del suelo (Aguilar & Avilés, Influencia de pilotes de fricción en la interacción dinámica suelo-estructura, 2003), las cuales se idealizan con el fin de facilitar su comprensión al pasar de un estado físico a un método numérico simple.

Estas ecuaciones son tomadas de (Avilés, Notas del Curso de Interacción Suelo Estructura ISE Orientada en Universidad EAFIT, 2003).

$$K_m = K_m^o k_m \quad \text{y} \quad C_m = \frac{K_m^o C_m}{\omega} \quad (27)$$

$$K_m = K_m^o (k_m - 2\xi_s a_{om} C_m) \quad \text{y} \quad C_m = K_m^o (C_m + 2\xi_s K_m / a_{om}) (R_m / Vs) \quad (28)$$

1.3.2 Rigidez dinámica de cimentaciones superficiales

Las rigideces dinámicas de cimentaciones superficiales en este caso tipo cajón que se trabajarán están expresadas con las siguientes ecuaciones en las cuales se expresa su parte real por la rigidez y la inercia del suelo, mientras que la imaginaria el amortiguamiento material por comportamiento histerético y el geométrico producido por la radiación de ondas.

$$K_m = K_m^o (k_m - 2\xi_s a_{om} C_m) \quad \text{y} \quad C_m = K_m^o (C_m + 2\xi_s K_m / a_{om}) (R_m / Vs) \quad (29)$$

1.4 Propiedades mecánicas de las pilas y pilotes

Dentro del concepto de la Interacción suelos estructura en los que se tienen en cuenta las pilas existen ya varios estudios (Aguilar & Avilés, Influencia de pilotes de fricción en la interacción dinámica suelo-estructura, 2003), (Aguilar & Avilés, Rigideces dinámicas para pilas y pilotes en depositos de suelo estratificado, 2000), (Fernandez, Avilés, & Muriá, 2012), mediante la utilización de métodos numéricos simples hasta otros más complejos como como es el método de fronteras y elementos finitos, los cuales no pasan de la formulación de unas pilas típicas y con las mismas se encuentran factores y gráficas de sus diferentes comportamientos, en los cuales pocos se ponen en práctica sobre un tipo de suelo específico que salga de investigaciones o estudios avanzados, pero los cuales nos dan unos postulados de profundización en la interacción suelo estructura como es este caso, del cual se podrán generar nuevos conocimientos acorde a los resultados obtenidos.

Por lo anterior, y con el fin de facilitar la lectura del trabajo presentado, se definirán algunos términos que son necesarios conocer para lograr alcanzar el objetivo de este, que es presentar los resultados de una investigación donde el autor principal es el comportamiento de las pilas en su interacción suelos estructura.

Para el paso de las ondas sísmicas, las pilas en general presentan un comportamiento similar en los empujes del suelo en casi la totalidad de las longitudes de las pilas incrustadas en el suelo (Fernandez, Avilés, & Muriá, 2012), más sin embargo hay una zona de la pila conocida como longitud activa que es la zona que trabaja con las cargas impuestas y transmitidas al suelo que limita la misma. Estas ecuaciones son tomadas de (Avilés, Notas del Curso de Interacción Suelo Estructura ISE Orientada en Universidad EAFIT, 2003).

$$L_p > L_c \quad (30)$$

$$L_c = 2d \left(\frac{E_p}{E_s} \right)^{0.25} \quad (31)$$

Las rigideces dinámicas solo aplican para pilas que cumplen las condiciones anteriores, donde L_p es la longitud total de la pila y L_c es la longitud activa de la misma. Esta condición se cumple en la gran mayoría de las pilas muchas veces sin importar el diámetro de estas, situación que se debe observar cuando se trate de micropilas o micropilotes.

1.4.1 Rigideces estáticas de un pilote.

Las rigideces estáticas planteadas por (Gazetas , Foundation Vibrations , 1991) y manipuladas por (Aguilar & Avilés, Influencia de pilotes de fricción en la interacción dinámica suelo-estructura, 2003) para los modos de traslación horizontal y vertical se pueden representar de la siguiente manera como es planteado por (Avilés, Notas del Curso de Interacción Suelo Estructura ISE Orientada en Universidad EAFIT, 2003), donde algunas de sus propiedades mecánicas se expresan como E_s , que es equivale a la elasticidad del suelo, y E_p la elasticidad de las pilas.

Rigidez horizontal:

$$K_h^o = dE_s \left(\frac{E_p}{E_s} \right)^{0.21} \quad (32)$$

Rigidez vertical:

$$K_v^o = 1.9dE_s \left(\frac{L_p}{d} \right)^{0.67} \quad (33)$$

Las rigideces estáticas para los modos de cabeceo y acoplamiento planteadas por (Gazetas , Foundation Vibrations , 1991) y manipuladas por (Aguilar & Avilés, Influencia de pilotes de fricción en la interacción dinámica suelo-estructura, 2003).

Rigidez de cabeceo:

$$K_r^o = 0.15d^3E_s \left(\frac{E_p}{E_s} \right)^{0.75} \quad (34)$$

Rigidez de acoplamiento:

$$K_{hr}^o = -0.22d^2E_s \left(\frac{E_p}{E_s} \right)^{0.5} \quad (35)$$

1.4.2 Factores de rigidez y amortiguamiento horizontal.

Los factores de rigidez y de amortiguamiento para modo de traslación horizontal que se plantean por (Aguilar & Avilés, Influencia de pilotes de fricción en la interacción dinámica suelo-estructura, 2003) de acuerdo con las planteadas inicialmente por (Gazetas , Foundation

Vibrations , 1991), puede aproximarse por medio de las siguientes ecuaciones para el efecto en pilas y pilotes sometidos a fricción. Es de anotar que los valores resultados son adimensionales.

Factor de rigidez horizontal:

$$k_h = 1 \quad (36)$$

Factor de amortiguamiento horizontal:

$$c_h = \begin{cases} 0.8\xi_s & \text{si } \eta \leq \eta_s \\ 0.8\xi_s + 0.175 \left(\frac{E_p}{E_s}\right)^{0.17} \eta; & \text{si } \eta > \eta_s \end{cases} \quad (37)$$

De las anteriores ecuaciones $\eta = \omega d / \beta_s$ lo cual representa la frecuencia normalizada, $\eta_s = \pi d / 2H_s$ (Aguilar & Avilés, Influencia de pilotes de fricción en la interacción dinámica suelo-estructura, 2003).

1.4.3 Factores de rigidez y amortiguamiento vertical.

Los factores de rigidez y amortiguamiento para el modo de traslación vertical planteadas por (Aguilar & Avilés, Influencia de pilotes de fricción en la interacción dinámica suelo-estructura, 2003) están reguladas por las siguientes funciones.

Factor de rigidez vertical:

$$k_v = \begin{cases} 1; & \text{si } \frac{L_p}{d} < 15 \\ 1 + \sqrt{\eta}; & \text{si } \frac{L_p}{d} \geq 50 \end{cases} \quad (38)$$

Factor de amortiguamiento vertical:

$$c_v = \begin{cases} 0; & \text{si } \eta \leq \frac{3.4}{\pi(1-\nu)} \eta_s \\ \frac{0.413}{1+\nu_s} \left(\frac{L_p}{d}\right)^{0.33} \left(1 - e^{-\left(\frac{E_p}{E_s}\right)\left(\frac{L_p}{d}\right)^{-2}}\right) \eta^{0.8}; & \text{si } \eta > \frac{5.1}{\pi(1-\nu)} \eta_s \end{cases} \quad (39)$$

1.4.4 Factores de rigidez y amortiguamiento de modos de cabeceo.

Factores de rigidez de cabeceo:

$$k_r = 1 \quad (40)$$

Factores de amortiguamiento de cabeceo:

$$c_r = \begin{cases} 0.25\xi_s; & \text{si } \eta \leq \eta_s \\ 0.25\xi_s + 0.056 \left(\frac{E_p}{E_s}\right)^{0.2} \eta; & \text{si } \eta > \eta_s \end{cases} \quad (41)$$

1.4.5 Factores de rigidez y amortiguamiento de acoplamiento.

Factor rigidez de acoplamiento:

$$k_{hr} = 1 \quad (42)$$

Factor amortiguamiento de acoplamiento:

$$c_{hr} = \begin{cases} 0.5\xi_s & \text{si } \eta \leq \eta_s \\ 0.5\xi_s + 0.135 \left(\frac{E_p}{E_s}\right)^{0.18} \eta; & \text{si } \eta > \eta_s \end{cases} \quad (43)$$

De las anteriores ecuaciones $\eta = \omega d/\beta_s$ lo cual representa la frecuencia normalizada, $\eta_s = \pi d/2H_s$ y $\eta_p = \pi d\alpha_s/2H_s\beta_s$ como las frecuencias fundamentales adimensionales del estrato del suelo de las vibraciones de ondas transversales (β_s) y verticales (α_s) (Aguilar & Avilés, Influencia de pilotes de fricción en la interacción dinámica suelo-estructura, 2003).

1.5 Rigidez de conjunto

En cimentaciones de pilas y cajón o conocidas como mixtas, la rigidez dinámica del grupo de pilas se obtiene sumando el aporte de estas siguiendo las siguientes ecuaciones que son extraídas de (Avilés, Notas del Curso de Interacción Suelo Estructura ISE Orientada en Universidad EAFIT, 2003).

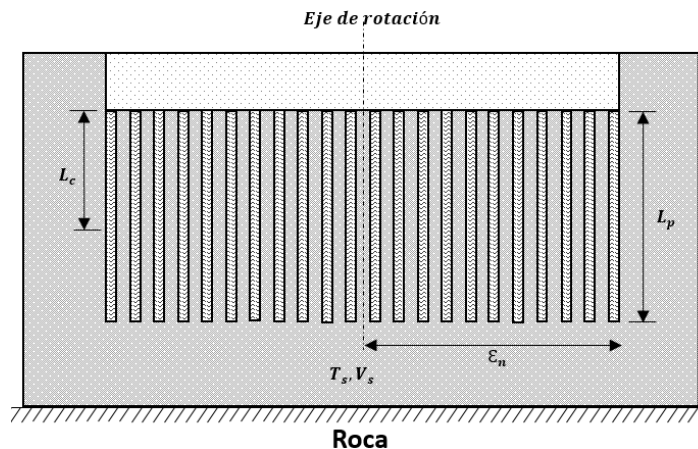


Figura 4 Sistema suelo-cimentación con pilas

Rigidez horizontal de grupo:

$$K_h = K_h^c + \sum_n K_h^n \quad (44)$$

amortiguamiento horizontal de grupo:

$$C_h = C_h^c + \sum_n C_h^n \quad (45)$$

Rigidez cabeceo de grupo:

$$K_r = K_r^c + \sum_n (K_r^n + \varepsilon_n^2 K_v^n) \quad (46)$$

Amortiguamiento cabeceo de grupo:

$$C_r = C_r^c + \sum_n (C_r^n + \varepsilon_n^2 C_v^n) \quad (47)$$

Rigidez acoplamiento de grupo:

$$K_{hr} = K_{hr}^c + \sum_n K_{hr}^n \quad (48)$$

Amortiguamiento acoplamiento de grupo:

$$C_{hr} = C_{hr}^c + \sum_n C_{hr}^n \quad (49)$$

Las ecuaciones antes mencionadas referencian su origen en el centroide de la base del cajón expuesto anteriormente, y ε_n es la distancia en la dirección de análisis entre el centroide de la pila y el eje centroidal de la rotación de toda la cimentación analizada.

1.6 Efecto de grupo

El efecto de grupo pila suelo pila, es aquel que se presenta por la interacción que ocurre en las demás pilas cuando una de ellas se mueve (Taborda , Murià , Pérez, & Macias, 2002), este efecto varía según las propiedades del suelo, el diámetro de las pilas y el espaciamiento que puedan tener entre las mismas entre otras. Estos efectos generan en las pilas efectos de amplificación o reducción de las rigideces de estas. Lo anteriormente expresado se le conoce como el efecto grupo (Kausel & Kaynia, 1982)

Para el cálculo de la respuesta dinámica de grupo, es propio utilizar el método de superposición considerando lo que un pilote produce sobre el otro lo que diferencia la actividad de una pila o pilote activo y otro pasivo. Para la inclusión de este efecto de grupo de pilotes, (Dobry & Gazetas, 1988) propone el cálculo de rigideces y amortiguamientos dinámicos de pilotes utilizando factores de interacción con lo cual se facilita su solución sencilla y eficiente.

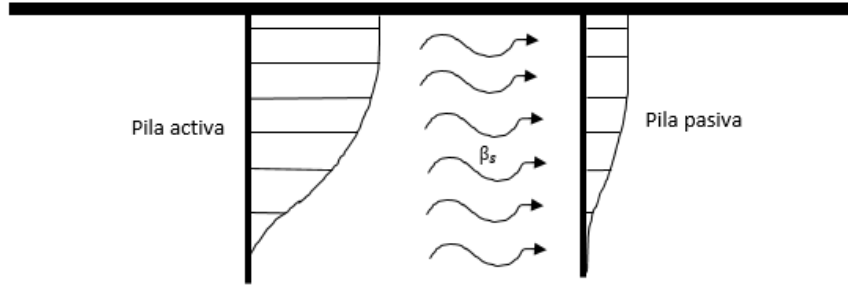


Figura 5 Influencia de un pilote activo sobre uno pasivo en movimiento horizontal

De lo anterior, (Gazetas, Hess, Zinn, Mylonakis, & Nicolaou, 1998) plantea un método simplificado de análisis con factores de interacción pila a pila como un método más factible para el análisis de la respuesta de un grupo de pilas en comparación con otros métodos como lo son el semianalítico riguroso (Kaynia, 1982), que trabaja por estratos de suelo y la interacción pila a pila incluyendo la sombra e pilas intermedias, y el método de superposición riguroso que calcula factores de interacción de algunas pilas del grupo que sirven para evaluar su impedancia.

Con el fin de calcular las rigideces y amortiguamientos dinámicos de una cimentación embebida con pilas a fricción, se puede usar el método de la suma de rigideces y amortiguamientos propuestos por (Novak, 1974) para cimentaciones embebidas con pilotes en estratos blandos con base rígida.

Rigidez de grupo:

$$K_j^d(\text{total}) = K_j^d(\text{placa}) + K_j^g(\text{pilas}) \quad (50)$$

Amortiguamiento de grupo:

$$C_j^d(\text{total}) = C_j^d(\text{placa}) + C_j^g(\text{pilas}) \quad (51)$$

1.6.1 Factores de interacción en pilas

Para obtener los factores de interacción entre dos pilotes de diámetro igual a $2r$ y separados a una distancia S se aproximan para diferentes modos de vibración mediante las siguientes formulaciones (Gazetas, Foundation Vibrations, 1991).

Factor de interacción horizontal:

$$\alpha_h(\theta^\circ) \approx \alpha_h(0^\circ)\cos^2\theta + \alpha_h(90^\circ)\text{sen}^2\theta \quad (52)$$

$$\alpha_h(0^\circ) \approx \left(\frac{S}{r_0}\right)^{-1/2} e^{-\left(\frac{\xi\omega S}{\beta_L}\right)} e^{-\left(\frac{i\omega S}{\beta_L}\right)} \quad (53)$$

$$\alpha_h(90^\circ) \approx \alpha_v \quad (54)$$

Factor de interacción vertical:

$$\alpha_v \approx \left(\frac{S}{r_0}\right)^{-1/2} e^{-\left(\frac{\xi_s\omega S}{\beta_s}\right)} e^{-\left(\frac{i\omega S}{\beta_s}\right)} \quad (55)$$

$$\alpha_{hr} \approx \alpha_h^2 \quad (56)$$

De las formulaciones anteriores $\beta_{La} = 3.4\beta_s/\pi(1 - \nu_s)$ es la velocidad análoga de Lysmer y θ es el ángulo comprendido entre la línea que une los pilotes y la dirección hacia donde se aplica la fuerza.

1.6.2 Método de traslación horizontal

Cuando se conoce la rigidez dinámica de una pila, se puede obtener luego los factores de interacción dinámica entre estas. El cálculo de la rigidez dinámica de un grupo de pilotes se puede obtener aplicando el principio de superposición antes mencionado.

Por lo anterior, se denomina a \bar{U}_i el desplazamiento horizontal de la pila i , que hace parte del grupo de pilas en estudio. Este desplazamiento que realiza la pila o pilote mencionado, es el que se presenta debido a su propia carga más la sumatoria de los incrementos que se pueden presentar producto de las ondas que generan las otras pilas del grupo, lo cual se podría resolver con la siguiente ecuación.

$$\bar{U}_i = \sum_{j=1}^N \alpha_h(i, j) \bar{U}_j \quad (57)$$

De la ecuación anterior $\alpha_h(i, j) = U_{ij}/U_j$ siendo igual a uno (1) cuando $(i = j)$ para lo cual U_{ij} es el desplazamiento del pilote considerado pasivo i debido al desplazamiento U_j del pilote activo j .

Por definición de función de impedancia, el desplazamiento de una pila o pilote aislado se puede determinar de la siguiente manera.

$$U_j = \frac{P_j}{\bar{K}_h} \quad (58)$$

$$\bar{U}_i = \frac{1}{\bar{K}_h} \sum_{j=1}^N \alpha_h(i, j) P_j \quad (59)$$

Con la anterior ecuación y conociendo la intención de trabajar con un grupo de pilas, nos conduce a la siguiente ecuación matricial.

$$\begin{bmatrix} 1 & \alpha_h(1,2) & \alpha_h(1,3) & \alpha_h(1,N) \\ \alpha_h(2,1) & 1 & \vdots & \alpha_h(2,N) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \alpha_h(N,1) & \alpha_h(N,2) & \dots & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \vdots \\ P_N \end{Bmatrix} = \hat{K}_h \begin{Bmatrix} \bar{U}_1 \\ \bar{U}_2 \\ \vdots \\ \bar{U}_N \end{Bmatrix} \quad (60)$$

De la ecuación anterior, imponiendo un desplazamiento unitario de grupo $\bar{U}_i = 1$ para todo i se encuentra que la fuerza necesaria en cada pila para cumplir dicha condición está dada por.

$$P_i = \hat{K}_h \sum_{j=1}^N v_h(i, j) \quad (61)$$

Donde $v_h(i, j)$ es un elemento de la inversa de la matriz $[\alpha_h(i, j)]$. Por lo anterior, se puede deducir que la rigidez dinámica del conjunto de pilas es la suma de estas fuerzas como se muestra en la siguiente ecuación.

$$\hat{K}_h^g = \sum_{j=1}^N P_j = \hat{K}_h \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n v_h(i, j) \quad (62)$$

1.6.3 Modo de cabeceo

Para el grupo de pilas la rigidez dinámica puede resolverse con la siguiente ecuación, en la cual \tilde{V}_i y Q_i son el desplazamiento vertical y la fuerza del pilote i donde la matriz $[\alpha_v(i, j)]$ es resultado de la ecuación 28.

$$\begin{bmatrix} 1 & \alpha_v(1,2) & \alpha_v(1,3) & \alpha_v(1,N) \\ \alpha_v(2,1) & 1 & \vdots & \alpha_v(2,N) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \alpha_v(N,1) & \alpha_v(N,2) & \dots & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ \vdots \\ Q_N \end{Bmatrix} = \hat{K}_v \begin{Bmatrix} \tilde{V}_1 \\ \tilde{V}_2 \\ \vdots \\ \tilde{V}_N \end{Bmatrix} \quad (63)$$

Si se impone un giro unitario del grupo de pilas se tiene que $\tilde{V}_i = \epsilon_i$ para todo i donde ϵ_i se comprende como la distancia que hay entre el pilote i y el eje sobre el cual se da la rotación el cual esta en el centro de la placa de la fundación.

Luego de resolver la ecuación 36, se puede encontrar la fuerza requerida de cada pilote para cumplir dicha condición. Esta se puede calcular con la siguiente ecuación.

$$Q_i = \hat{K}_v \sum_{j=1}^N \epsilon_j v_v(i, j) \quad (64)$$

De la anterior, $v_v(i, j)$ es un elemento de la inversa de la matriz $[\alpha_v(i, j)]$. Por lo anterior, se puede deducir que la rigidez dinámica del un grupo de pilas es la suma de los momentos causados por esta fuerza, en la siguiente ecuación se discretiza, donde los valores de ϵ_i pueden ser positivos o negativos dependiendo de las convenciones que se tomen.

$$\hat{K}_r^g = \sum_{j=1}^N \epsilon_j Q_j = \hat{K}_v \sum_{j=1}^N \epsilon_j \sum_{i=1}^N \epsilon_i v_v(i, j) \quad (65)$$

1.6.4 Modo de acoplamiento

La rigidez dinámica de grupo para el modo de acoplamiento puede deducirse realizando un análisis equivalente al realizado para el modo de traslación horizontal (Avilés, Notas Resortes y Amortiguadores del Suelo, 2016).

$$\hat{K}_{hr}^g = \hat{K}_{hr} \sum_{i=1}^N * \sum_{j=1}^N v_{hr}(i, j) \quad (66)$$

De la anterior ecuación $v_{hr}(i, j)$ es un elemento de la inversa de la matriz $[\alpha_{hr}(i, j)]$.

2. VALIDACIÓN DE LA METODOLOGÍA ASUMIDA

Con la intención de dar claridad en la metodología utilizada para desarrollar la investigación, ésta se desarrolla siguiendo los componentes teóricos y ecuaciones expuestas anteriormente, con el fin de evaluar si es posible aplicarlo a un proyecto modelo del Área Metropolitana de Medellín, y comparar algunos resultados teniendo en cuenta el reglamento sismo resistente colombiano.

Para el desarrollo de esta validación, se utilizaron como base los procedimientos realizados por Dobry y Gazetas (Dobry & Gazetas, 1988) en su artículo Método Simple para la Rigidez Dinámica y la Amortiguación de Grupos de Pilotes Flotantes.

Del mismo modo también se siguen algunos procedimientos planteados en (Gazetas & Dobry, Horizontal Response of Piles in Layered Soils , 1984) que plantea la Respuesta Horizontal de Pilas por Capas de Suelo y los provenientes de (Gazetas , Foundation Vibrations , 1991) que plantean el cálculo de factores de interacción entre dos pilas.

Por lo planteado anteriormente, se realiza la selección de una tipología de suelo que se presente en los municipios que integran el área Metropolitana del Valle de Aburra, con el fin de tomar datos reales del comportamiento mecánico de éstos por estratos, para luego poder realizar los comparativos con diferentes tipos de pilas o realizar unas aproximaciones a los mismos. Este planteamiento se realiza con el fin de obtener resultados confiables de la interacción suelo estructura considerando las rigideces unitarias de pilas y su comportamiento en grupo y conocer si es aplicable o no el segundo procedimiento mencionado de forma general.

2.1 Determinación de las propiedades del suelo según microzonificación 2018-2019.

Para la obtención de las propiedades del suelo, en especial el periodo y las velocidades por estratos entre otros, se tomaron datos de un estudio de suelos realizado sobre el área metropolitana del Valle de Aburra que dieron como resultado la microzonificación 2018-2019. Con ello, se facilita utilizar tres procedimientos para el cálculo de periodos de sitio los cuales fueron expresados anteriormente un poco más al detalle así:

- Método de valores y vectores propios con el fin de encontrar el periodo del suelo utilizando la metodología de varios grados de libertad como primer resultado en particular del suelo.
- Método de Rayleigh para encontrar el periodo del suelo como segunda alternativa.
- Método recíproco de las lentitudes (velocidad de ondas de corte).

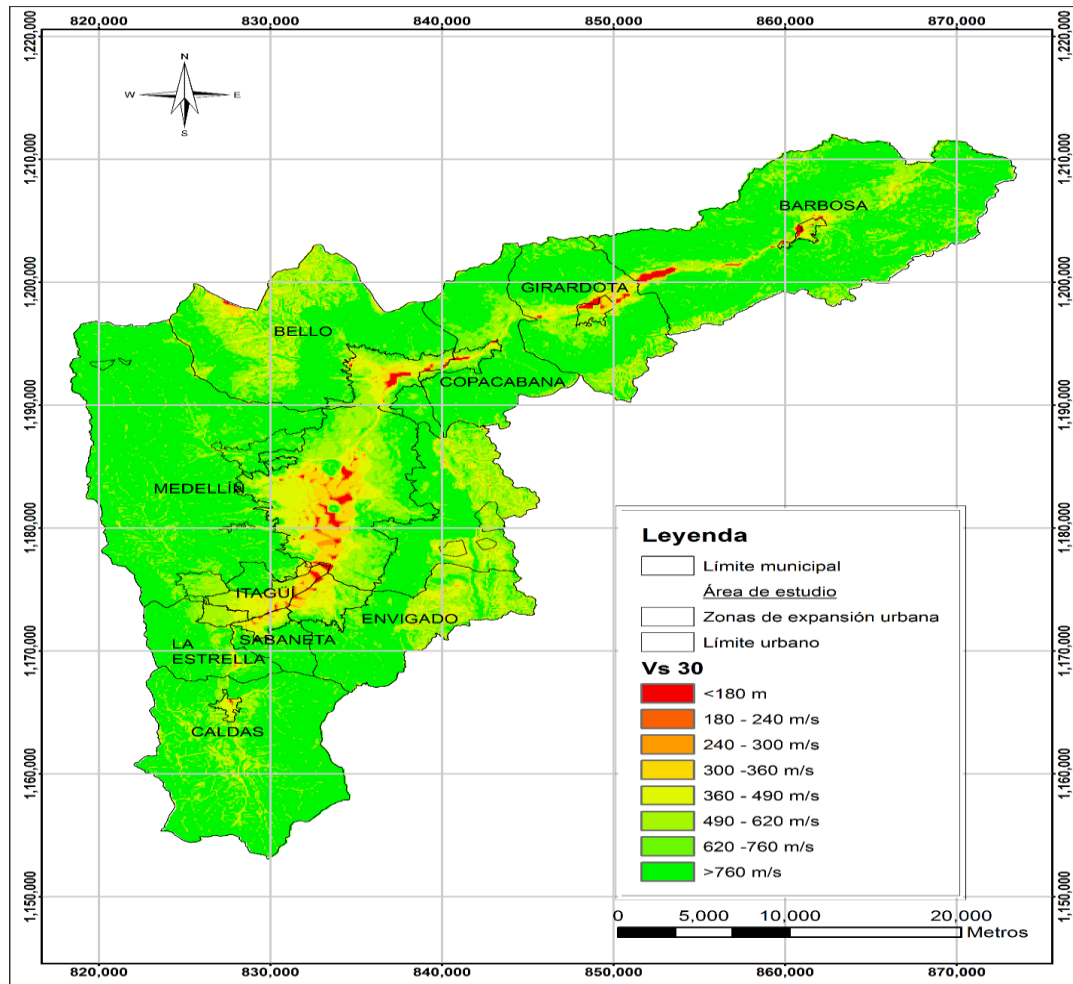


Figura 6 *Velocidades* de onda de corte en el área metropolitana del Valle de aburra

En la Figura anterior, se presenta el mapa de las velocidades de onda de corte promedio para toda el Área Metropolitana del Valle de Aburrá (versión preliminar). Este mapa se elaboró con base en cálculos representativos del modelo de elevación digital recopilado en términos del mapa de pendientes y de las velocidades de onda de corte promedio de los estratos superficiales, para profundidades de hasta 30 m. (Area Metropolitana del Valle de Aburra , 2018)

Con base en lo anterior, se tomaron como datos de muestra los siguientes datos que se ajustan a los encontrados según tipología de suelos encontrados cercanos al río Medellín, que se clasificarían como un suelo tipo D según la norma sismo resistente colombiana, acorde a sus velocidades de onda de corte así:

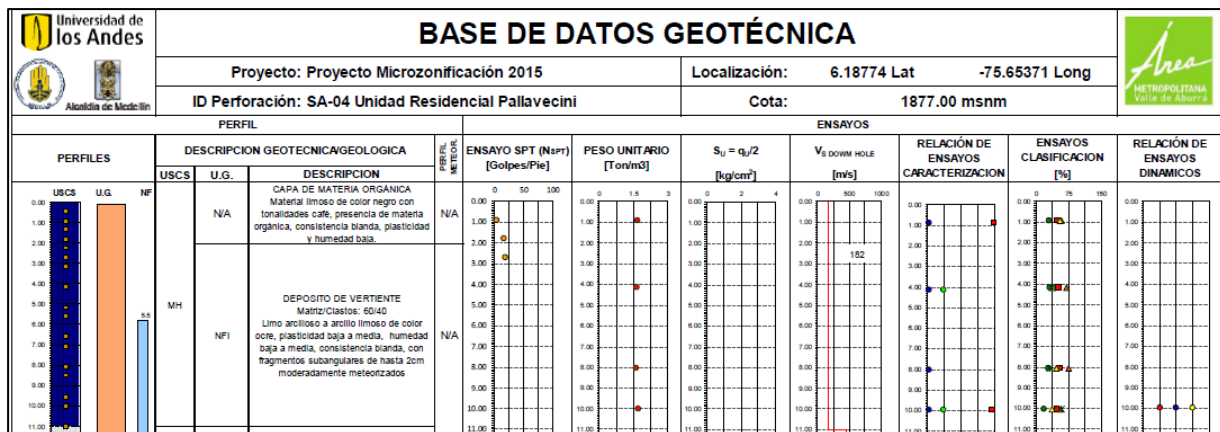


Figura 7 Datos de laboratorio de la microzonificación del Valle de Aburra (Area Metropolitana del Valle de Aburra, 2018)

En la imagen anterior, resultado de ensayos de laboratorio, se puede observar que la velocidad de onda de corte esta próxima a los 182 m/s lo cual es un referente importante de tomar al momento de encontrar los resultados que arroje el método recíproco de lentitudes y el periodo del suelo. Otro referente importante para el cálculo del periodo del suelo es el peso específico que según la prueba de laboratorio antes mencionada, oscila entre 1.5 y 2.5 t/m³.

De acuerdo con los datos antes expuestos, productos de la microzonificación del área Metropolitana del Valle de Aburra, se decide trabajar con los datos que se relacionan en la siguiente tabla por estratos, los cuales se alinean en su equivalencia a los encontrados en los laboratorios de suelos mencionados en la figura anterior.

Tabla 1 Tipología de suelos por estratos

Estrato	Módulo de cortante (G) (t/m ²)	Peso específico (t/m ³)	Profundidad (m)
15	7620,00	2,1	3
14	7615,00	2,1	3
13	7610,00	2,1	3
12	7600,00	2	3
11	7560,00	2	4
10	7550,00	1,9	4
9	7500,00	1,9	4
8	7500,00	1,9	4
7	7500,00	1,8	4
6	7200,00	1,8	4
5	6600,00	1,8	4
4	6200,00	1,8	4
3	5500,00	1,8	4
2	5300,00	1,7	4
1	5100,00	1,7	4

En la tabla se discretizan 15 estratos con propiedades muy homogéneas acorde a la tipología de suelo del Valle de Aburra, con los cuales se pueden realizar los diferentes cálculos acordes a las necesidades que tienen como fin analizar la interacción suelos estructuras considerando pilas. Para este caso y también por las características del suelo tomado se trabajará con una relación de poisson $\nu = 0.45$.

2.2 Validación de los planteamientos enunciados en este documento referenciados principalmente por Dobry Gazetas (Dobry & Gazetas, 1988)

Con el fin de obtener las rigideces estáticas de las pilas, se realiza el procedimiento empleado por (Dobry & Gazetas, 1988) en la cual se toman como base de estudio un grupo de pilas las cuales serán analizadas en su comportamiento hasta llegar a sus factores de interacción entre pilotes, pero en este caso sobre un suelo blando del área metropolitana de Medellín.

En el desarrollo se toman como modelo de análisis 4 pilas con las mismas medidas, es decir, un diámetro de 1.2 m cada una, una longitud de 20 m también cada una y una separación entre las mismas de tan solo 8 metros con lo cual se podrán hacer modelaciones con diferentes diámetros, larguras, distancias entre las mismas entre otras. En la imagen se puede apreciar una descripción básica del tipo de pila que se analizará acorde a su configuración enunciada.

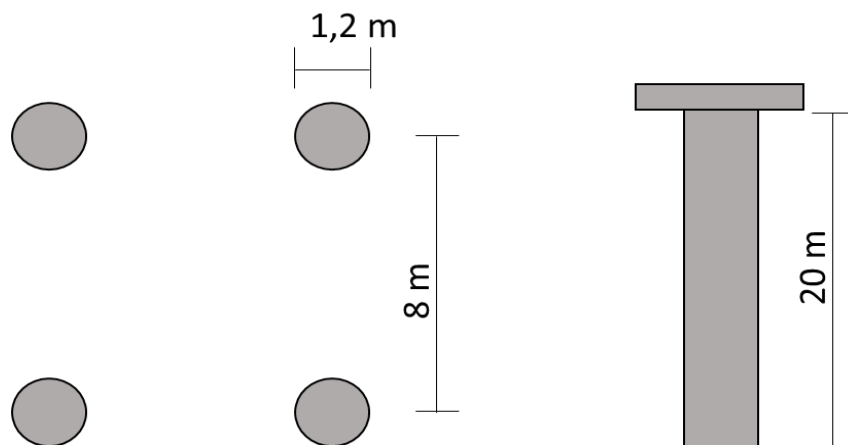


Figura 8 Tipología de pilas a evaluar

2.3 Rigidez de grupo

Para conocer los efectos que presenta una configuración de pilas con y sin cajón en una cimentación, para este modelo se tendrá en cuenta el cajón de la siguiente imagen teniendo en cuenta las medidas que allí se establecen. Con lo anterior, se busca aclarar algunos resultados de otras investigaciones realizadas y poder comparar sus diferencias o similitudes.

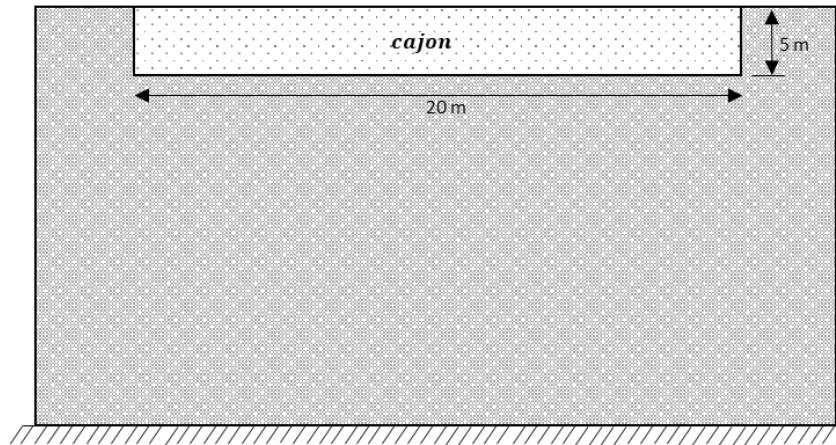


Figura 9 Cajón de la cimentación propuesta

2.4 Rigidez y efectos de grupo

Con el fin de obtener la rigidez dinámica de grupo de las pilas evaluadas, se procede con lo planteado en las ecuaciones 48 y 49 como lo plantea (Dobry & Gazetas, 1988), (Gazetas, Hess, Zinn, Mylonakis, & Nicolaou, 1998). Con lo anterior es posible encontrar respuestas del grupo de pilas que son comparados con los realizados por otros autores y encontrar aproximaciones entre los mismos o diferencias sustanciales producto de la investigación.

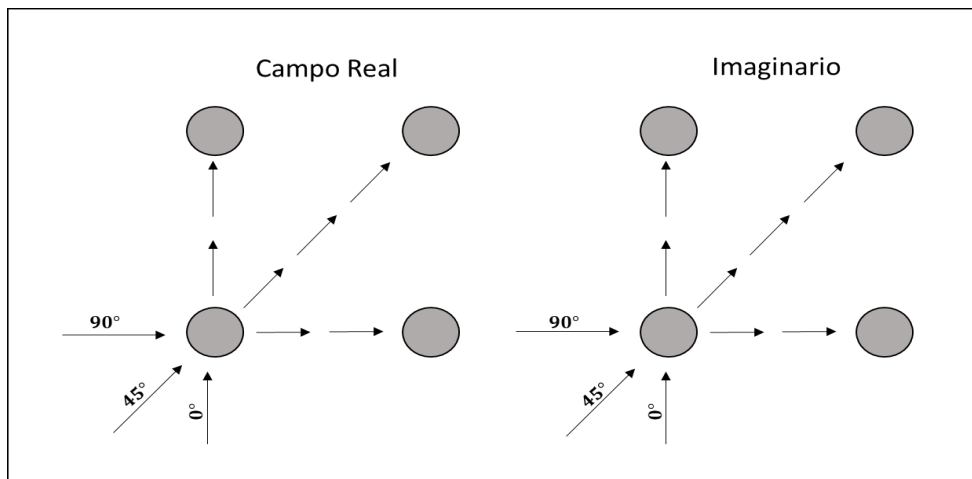


Figura 10 configuración de pilas a evaluar

Para conocer las rigideces de grupo conocido como efectos de grupo, se procede a realizar los modelamiento y soluciones matemáticas de la interacción entre las pilas activas y pasivas a 0° , 45° y 90° respectivamente como prueba conociéndose que se podrían realizar a cualquier ángulo.

Tabla 4 Método recíproco de lentitudes

Estrato	Densidad	V _{si}	H _i /V _{si}
15	0,214	188,67	0,01590
14	0,214	188,61	0,01591
13	0,214	188,55	0,01591
12	0,204	193,08	0,01554
11	0,204	192,57	0,02077
10	0,194	197,44	0,02026
9	0,194	196,78	0,02033
8	0,194	196,78	0,02033
7	0,183	202,18	0,01978
6	0,183	198,09	0,02019
5	0,183	189,66	0,02109
4	0,183	183,82	0,02176
3	0,183	173,13	0,02310
2	0,173	174,88	0,02287
1	0,173	171,55	0,02332
			0,29706
V _s	188,5124	m/s	
T _s	1,19		

Fuente: propia

Con la metodología recíproca de lentitudes, el suelo arroja una velocidad equivalente de 188.51 m/s muy acercada a la que se estipula en la microzonificación mencionada, mientras que el periodo su cambio es muy poco ya que se mantiene cercano a 1.2 s como en el método de valores y vectores propios. Los datos anteriormente calculados son dependientes de las características del suelo antes mencionado.

Tabla 5 Método de Rayleigh

H _i /G _i	H _i /G _i acum	W _i	γ*hi	W _i ² +W _i *w _i -1+W _i -1 ²	SUMA(γ*hi*W _i ² +W _i *w _i -1+W _i -1 ²)
0,000394	0,000394	0,047385	6,3	0,002245	0,014145479
0,000394	0,000788	0,094801	6,3	0,015725	0,099064795
0,000394	0,001182	0,142248	6,3	0,042707	0,269052194
0,000395	0,001577	0,189757	6	0,083235	0,499407674
0,000529	0,002106	0,253438	8	0,148330	1,186642458
0,000530	0,002636	0,317204	7,6	0,245240	1,863827667
0,000533	0,003169	0,381394	7,6	0,367059	2,789649509
0,000533	0,003702	0,445585	7,6	0,513950	3,906023767
0,000533	0,004236	0,509775	7,2	0,685564	4,936063635
0,000556	0,004791	0,576640	7,2	0,886342	6,381660276
0,000606	0,005397	0,649584	7,2	1,129050	8,129159642
0,000645	0,006042	0,727234	7,2	1,423228	10,24724402
0,000727	0,006770	0,814766	7,2	1,785240	12,85372442
0,000755	0,007524	0,905602	6,8	2,221814	15,10833516
0,000784	0,008309	1,000000	6,8	2,725717	18,53487845
0,008309					86,81887913
T _s	1,08				

Fuente: propia

Con este último procedimiento se obtuvo un periodo diferenciador del anterior, debido a que bajo de 1.25s y 1.19s a 1.08s que como resultado de procedimientos experimentales que es de donde provienen las formulaciones mencionadas.

2.6 Rigideces estáticas por pila

Para realizar el cálculo de las rigideces estáticas de las pilas según su configuración se tienen en cuenta los siguientes datos que fueron proporcionados en la metodología así: pilas de 2 x 2, $L/d=16.6$, $E_p/E_s=116$, $S/d=6.6$, $\xi_s = 0.05$ y $\nu=0.45$.

Tabla 6 Rigidez Estática Horizontal y Vertical

Rigidez Estática Traslación H y V		
L_c	7,88	m
K_h^o	60440,97	t/m
K_v^o	278709,31	t/m

Fuente propia

El planteamiento de (Aguilar & Avilés, Influencia de pilotes de fricción en la interacción dinámica suelo-estructura, 2003) indica que en el análisis de las rigideces estáticas vertical y horizontal se debe cumplir que $L_p > L_c$. Con base en lo anterior la tipología de pilas se cumple debido a que L_p es igual a 20 m.

En este caso la rigidez horizontal estática es de 60440,97 t/m, dando una rigidez aproximadamente 183,82 veces más grande que la que tendría una columna de una estructura que no esté confinada por el suelo como este caso, y que esté con base empotrada. La anterior afirmación nace de la rigidez de un elemento empotrado como $12EI/L^3$.

Si se tomara un elemento que no tenga restricción al giro, cuya rigidez es mucho menor ($3EI/L^3$) nos arroja que la rigidez horizontal de la pila es aproximadamente 735 veces mayor que la que tendría una columna de una estructura que no esté confinada por el suelo como este caso.

2.7 Factores de rigidez y amortiguamiento

Los factores de rigidez y amortiguamiento son calculados siguiendo lo planteado por (Gazetas, Foundation Vibrations, 1991) (Aguilar & Avilés, Influencia de pilotes de fricción en la interacción dinámica suelo-estructura, 2003) donde se obtiene los factores de rigidez horizontal, vertical, de cabeceo y acoplamiento como los que se mencionan en la siguiente tabla.

Tabla 7 Factores de Rigidez Horizontal, Vertical, Cabeceo y Acoplamiento.

Coeficientes de K y C Traslacional H.		
K_h	1,00	
η	0,0319	
η_s	0,0337	
η_p	0,066	
C_h	0,04	
Coeficientes de K y C Traslacional V.		
K_v	1,178582736	
C_v	0	
Coeficientes de K y C Cabeceo y Acoplamiento.		
K_r	1	
C_r	0,013	
K_{hr}	1	
C_{hr}	0,025	

Fuente: propia

2.8 Rigidez estática cabeceo y acoplamiento por pila

La rigidez estática y de cabeceo se aproximan a las calculadas por (Gazetas , Foundation Vibrations , 1991) las cuales dependen principalmente por la elasticidad del suelo, del concreto de las pilas y el diámetro de estas. Los valores obtenidos se manifiestan en la siguiente tabla en la cual sus resultados son gobernados de las propiedades de las pilas y la tipología del suelo indicado.

Tabla 8 Rigidez estática cabeceo y acoplamiento

Rigidez Estática cabeceo y acoplamiento		
K_r^o	170092.45	t.m
K_{hr}^o	-63339.97	t

Fuente: propia

2.9 Rigidez de conjunto

La rigidez de conjunto para cimentaciones con cajón y pilas como es el caso de estudio se puede determinar sumando las rigideces dinámicas del conjunto de las pilas determinadas y el cajón que se configuró inicialmente.

Tabla 9 Rigidez y amortiguamiento de conjunto estático

K_h	832562.54	t/m
C_h	0.736	
K_r	113714882.87	t.m
C_r	0.0584	
K_{hr}	728244.00	t
C_{hr}	0.676	

Fuente: propia

Si se toman en cuenta los valores arrojados por la rigidez de las 4 pilas analizadas, no alcanzan a ser el 50 por ciento de la rigidez que aporta el cajón a la cimentación lo cual concluiría que para el cálculo de rigidez en conjunto el despreñar la rigidez del cajón, puede llevar a errores grandes en los efectos de grupo.

El cajón de la cimentación analizada también causa un efecto notorio en la rigidez de cabeceo, la cual obtiene un valor 5 veces mayor al que se estaría generando con las solas pilas. Estos resultados continúan manifestando la importancia que tiene una cimentación cajón y pilas ante su comportamiento de rigidez horizontal y de cabeceo.

2.9.1. Rigidez dinámica por pila y cajón

La rigidez dinámica de pilas, cajón y de conjunto, se evaluará teniendo en cuenta que existe un comportamiento dinámico real más el imaginario, dado que su comportamiento matemático es de tipo complejo que depende de la frecuencia de excitación, donde la parte real representa la rigidez e inercia del suelo y la imaginaria el amortiguamiento material como ya se había expresado.

Tabla 10 Rigideces Dinámicas de las pilas y el cajón

Kh Pila	60432.8280638742+819.130001951441i	t/m
Kh Cajón	579902.952113731+31778.4929763894i	t/m
Kv Pila	328481.984891859+4392.63058162376i	t/m
Kv Cajón	874876,351549405+16545.3058504993i	t/m
Kr Pila	170085.291498263+2284.13418069617i	t.m
Kr Cajón	88926869.2168637+10742.2107141629i	t.m
Khr Pila	-63334.6399591472-854.142371574881i	t
Khr Cajón	963500.781196766+31778.4829763894i	t

En la tabla No.10, se puede observar que la rigidez dinámica de una pila es de 60432,8 t/m en el campo real y 819.13i en el campo imaginario. Lo anterior se refleja al usar la ecuación 28, porque de no tomarse como ya esta planteado en varios textos de dinámica estructural, para la

frecuencia cero el factor dinámico se reduce a la unidad y por ello la rigidez dinámica coincide con la estática, en este caso se presenta una reducción de la rigidez en poca proporción.

Tabla 11 Rigidez y Amortiguamiento de conjunto dinámico

Kh	821634.23+35055.01i	t/m
Ch	0.736	
Kr	89607210.37+19878.73i	t.m
Cr	0.0584	
Khr	710162.26+28361.93i	t
Chr	0.676	

Fuente: propia

La rigidez dinámica real de conjunto para cimentaciones mixtas de cajón y pilas se obtuvo sumando la participación de cada elemento utilizando las ecuaciones de la 42 hasta la 47 las cuales son planteadas en (Avilés, Notas del Curso de Interacción Suelo Estructura ISE Orientada en Universidad EAFIT, 2003).

Con el resultado anterior, se puede conocer la rigidez dinámica real de las pilas y el cajón, las cuales se podrán comparar con las rigideces estáticas ya calculadas y evaluar su comportamiento

Tabla 12 Diferencias de rigidez de conjunto dinámica vs estática

Sigla	Dinámica	Estática
Kh	821643.79+322404.13i	832562.54
Ch	0.736	0.736
Kr	89607218.73+23647.33i	113714882.9
Cr	0.0584	0.0584
Chr	0.676	0.676

Fuente: propia

Los resultados mostrados en la tabla anterior, muestra la diferencia que hay si se utiliza el mismo método para encontrar la rigidez dinámica de conjunto que es gobernada por las ecuaciones planteadas por (Gazetas , Foundation Vibrations , 1991) y (Avilés, Notas del Curso de Interacción Suelo Estructura ISE Orientada en Universidad EAFIT, 2003) y la rigidez estática de conjunto. Se observa que los amortiguamientos horizontales, verticales, cabeceo y acoplamiento no varían, mientras que la diferencia en la rigidez horizontal se presenta un cambio de aproximadamente el 1.3 por ciento menor entre la dinámica y la estática con el método tradicional.

De este modo se observa que los cálculos realizados con las formulaciones planteadas, son similares a los realizados por (Taborda , Murià , Pérez, & Macias, 2002) siguiendo la NTCDS

(2000) de México, donde las diferencias entre las rigideces dinámicas y estáticas son casi nulas y por ello se debe realizar el cálculo de rigideces con efecto de grupo.

2.9.1 Análisis comportamiento dinámico horizontal, cabeceo y acoplamiento de las pilas

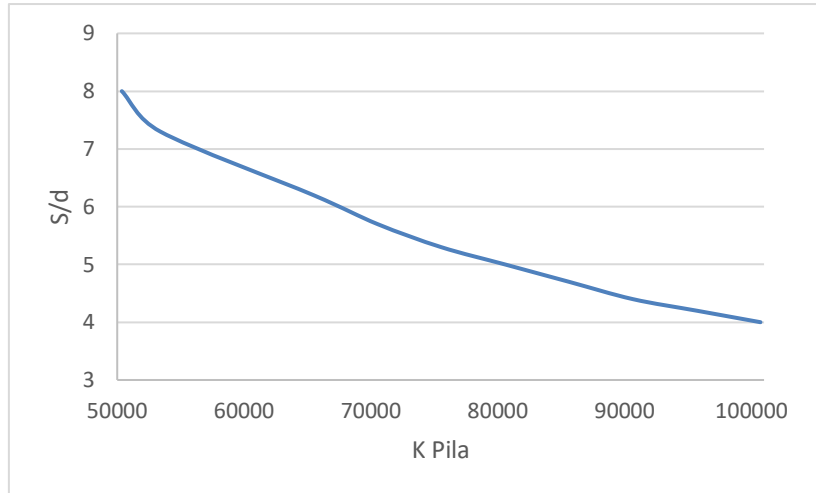


Figura 11 Comportamiento rigidez dinámica horizontal de las pilas variando su sección (t/m)

Tomando de referencia la pila modelada, se procedió a ir aumentando la sección de esta haciendo que cambie su relación S/d , encontrando que a medida que disminuye la relación S/d , aumenta la rigidez dinámica de la pila. Lo anterior es de esperarse debido a que la distancia entre las pilas sigue siendo la misma y lo que se está aumentando es la sección del elemento. Por lo anterior, causará un efecto contrario si se aumentara la separación entre los elementos analizados conservando la misma sección de la pila. Con lo anterior se puede deducir que el efecto de rigidez dinámica de conjunto presenta unos cambios muy similares a los que se presenta con una pila solo que su cambio será proporcional al que aporta el Cajón.

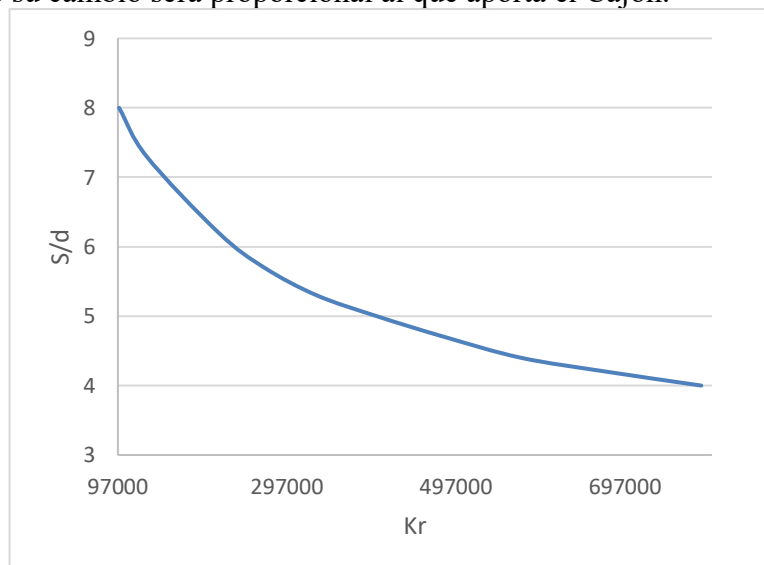


Figura 12 Comportamiento rigidez dinámica de cabeceo de las pilas variando su sección (t/m)

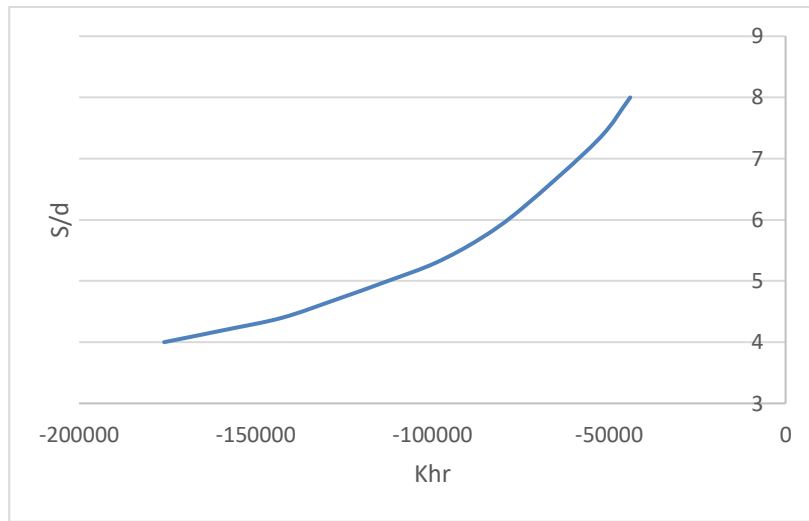


Figura 13 Comportamiento rigidez dinámica de acoplamiento de las pilas variando su sección (t/m)

Los comportamientos dinámicos de cabeceo y acoplamiento presentaron los mismos comportamientos de la rigidez horizontal, lo cual indicaría que muy posiblemente con cualquier modelo de pilas que se utilice, la variación entre las mismas puede llegar a ser muy equivalente lo cual podremos encontrar en el modelo tipo que se tiene planeado trabajar dentro del proyecto.

2.10 Efecto de Grupo

Con el fin de conocer el efecto que tiene un grupo de pilas conectadas a un elemento rígido, y su interacción entre las mismas por medio del suelo, se procede según lo planteado por (Dobry & Gazetas, 1988) en lo cual se consideran las pilas a fricción y la interacción que causa un pilote activo sobre uno pasivo que es claramente planteado por (Gazetas, Foundation Vibrations, 1991).

2.10.1 Factores de interacción

Como se planteó anteriormente, los factores de interacción de los efectos de grupo que se presentan en la interacción entre pilas, se utilizó la metodología empleada en (Gazetas, Foundation Vibrations, 1991) con la cual se obtuvieron los resultados que se relacionan. Para este cálculo se tomaron los valores de $\xi_s = 0.05$, $\omega = 5.1$, $S = 8 \text{ m}$ y $\beta_s = 188.51 \text{ m/s}$ que son resultado de los planteados en la metodología.

$$\alpha_h(0^\circ) \approx 0.27079 - 0.02941 i$$

$$\alpha_v \approx 0.26486 - 0.05717 i$$

Con base en los resultados obtenidos anteriormente, son comparados por los resultados obtenidos por (Dobry & Gazetas, 1988) en el cual su resultado para el mismo número de pilas,

con el mismo diámetro, una diferencia de separación entre pilas de 4 metros y β_s mucho más pequeña (80m/s) en comparación con la planteada en suelos blandos del Valle de Aburra (188.51m/s). De lo anterior se encontraron algunas diferencias debido a que las planteadas por Dobry y Gazetas (Dobry & Gazetas, 1988), arrojó como resultado $\alpha_v \approx -0.1906 - 0.0272 i$. Lo anterior tiene fundamento si se observa que el Factor del suelo trabajado en este ejercicio presenta una elasticidad mucho mayor, y por ende una velocidad también mayor lo cual repercute en la interacción entre las pilas logrando con ello que su rigidez sea mayor como muy seguramente se podrá determinar sabiendo que su Factor es 0.0801926314 veces mayor que el que planteado por Dobry y Gazetas (Dobry & Gazetas, 1988) mencionado anteriormente.

Cuando $\theta = 0^\circ$

$$\alpha_h(\theta^\circ) \approx 0.27079 - 0.02941 i$$

Con el fin de conocer lo que siente cada pila en su interacción, en el momento que llegan las ondas sísmicas en diferentes direcciones, se calcula en esta primera parte cuando entra con un ángulo de cero (0) grados mostrando un valor en el campo real de -0.27079 que es un valor considerable en comparación con el campo imaginario que solo arroja un valor de 0.02941 i . Con estos resultados se observa un Factor real que actuará ante la rigidez e inercia del suelo disminuyéndolo en este caso, y un Factor imaginario representado por el amortiguamiento material y geométrico los cuales se presentan por comportamiento histerético y por radiación de ondas.

Cuando $\theta = 90^\circ$

$$\alpha_h(\theta) \approx 0.26605 - 0.05160 i$$

El factor de interacción cuando las ondas entran a 90° presenta unos resultados menores a los que se presenta cuando llegan a 0° lo cual repercutirá notablemente en la rigidez de conjunto que se presente. Lo contrario sucede con el Factor imaginario el cual crece un poco más del doble lo cual físicamente representará un cambio en los resortes y amortiguadores del suelo.

Cuando $\theta = 45^\circ$

Para encontrar los factores de interacción cuando las ondas llegan a 45° es necesario volver a calcular los valores de α_h y α_v . Lo anterior porque estos valores que son determinantes de los factores de interacción son dependientes de la distancia que existe entre las pilas, los cuales por simple geometría varían de 8 metros que se tenían planteados a 0° y 90° a 11.3 metros. Con base en lo anterior los valores iniciales arrojan los siguientes valores.

$$\alpha_h(\theta) \approx 0.2260187817 - 0.03476542022 i$$

$$\alpha_v \approx 0.2168348855 - 0.06714975997 i$$

Si se comparan los valores de α_h y α_v que se encontraron para los $\theta = 0^\circ$ y $\theta = 90^\circ$ se observa que los valores son más grandes que los que se obtuvieron para $\theta = 45^\circ$ y por ello cambiará su rigidez dinámica dentro de la matriz que tiene como fin encontrar los valores en conjunto. De este modo, al conocerse que los resultados de los factores α_h y α_v son dependientes de los valores del amortiguamiento del suelo (ξ_i), la frecuencia natural (ω_i), la velocidad análoga de Lysmer (β_{La}) y la velocidad de suelo (β_{Si}) los cuales no variaron, deja claro que entre más sea la distancia entre las pilas menor es el valor del factor de interacción lo cual argumenta mucho más claro el resultado obtenido en (Dobry & Gazetas, 1988) donde su distancia que se toma es de 12 metros.

Con base en los valores encontrados,

$$\alpha_h(45^\circ) \approx 0.2193693048 - 0.0582128742 i$$

El factor de interacción cuando las ondas entran a 45° presenta unos resultados menores a los que se presenta cuando llegan a 0° y 90° lo cual repercutirá notablemente en la rigidez de conjunto que se presente.

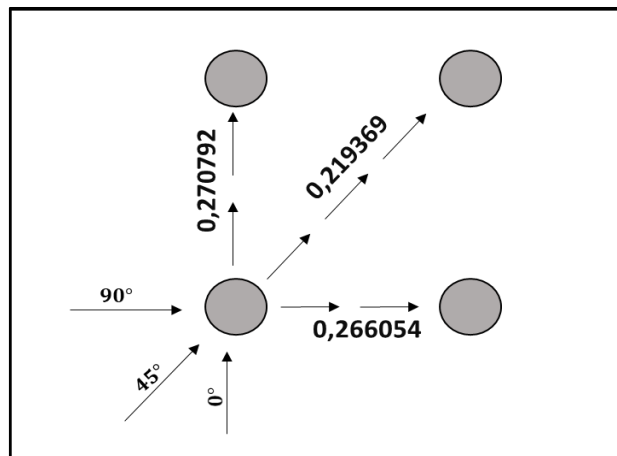


Figura 14 campo real de la Influencia del movimiento horizontal de una pila activa hacia una pasiva

Cuando la onda sísmica ingresa a la pila activa, su Factor de interacción entre la pila activa y la pasiva aparece mucho menor en el campo real cuando entra a 45° , mostrándose un mayor valor cuando llega a 0° . Lo anterior se debe al conocer que estos factores son calculados por el procedimiento de superposición propuesto por (Dobry & Gazetas, 1988).

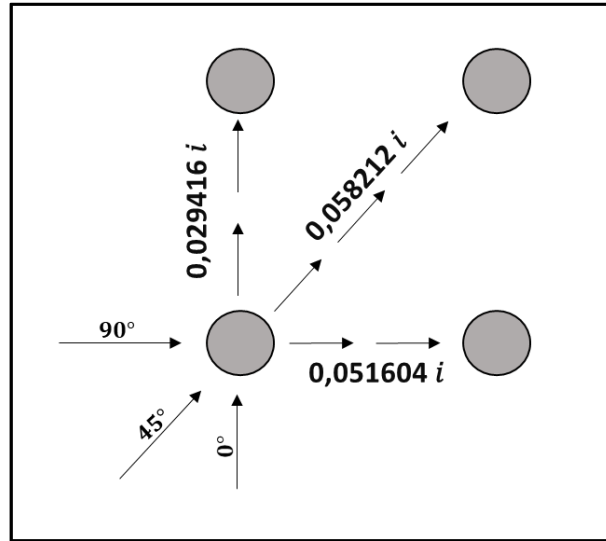


Figura 15 campo imaginario de la Influencia de una pila activa hacia una pasiva

Al igual que el campo real, el campo imaginario también es afectado de acuerdo al ángulo en que la onda sísmica ingresa a la pila, en este caso que se plantea sobre un suelo típico del área metropolitana del valle de aburra, se observa que el valor menor ya no es el que se presenta a 45°, sino que sucede lo anontrario del campo real siendo el de menor valor el que se presenta a 0°

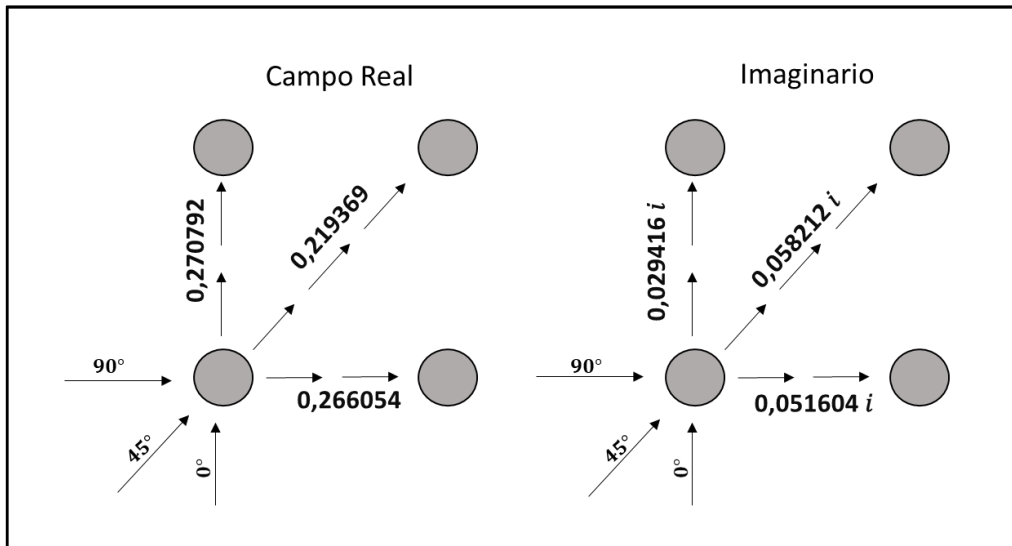


Figura 16 Campo real e imaginario de la influencia del movimiento horizontal de una pila activa hacia una pasiva

Encontrados los factores de interacción entre las cuatro (4) pilas de 1.2 metros de diámetro, y separadas cada 8 metros mediante el procedimiento planteado por (Gazetas , Foundation Vibrations , 1991), y la rigidez dinámica de cada pila que en este caso son iguales, se procede a consolidar la matriz que se plantea en la ecuación 61 la cual se obtienen los resultados de desplazamiento que sufren las pilas en conjunto con la acción de su propio peso.

Como se mencionó en el marco referente, el cabeceo mide principalmente el comportamiento de las pilas en sus desplazamientos verticales, que presenta su giro. Con en lo anterior, tomando la distancia entre el pilote i , y el eje alrededor del cual se genera la rotación, se encuentra la fuerza para que el pilote cumpla esta condición, de esta modo la rigidez dinámica de grupo es la suma de los momentos causados por esta fuerza.

$$K_r^d = 6233697.7 + 178598i \text{ t-m}$$

2.10.5 Modo de acoplamiento

Para la obtención del modo de acoplamiento, se realiza de la misma forma que la realizada anteriormente en la traslación horizontal y de cabeceo, realizando el cambio del factor de interacción en la matriz compleja teniendo en cuenta que el factor es el mismo de interacción horizontal, elevado al cuadrado. Es decir que $\alpha_{hr} \approx \alpha_h^2$.

Tabla 16 acoplamiento del conjunto de pilas

<table border="1"> <thead> <tr><th colspan="4">A</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>-4645.193939</td><td>-4484.054004</td><td>-3048.469651</td></tr> <tr><td>-4645.193939</td><td>1</td><td>-3048.469651</td><td>-4484.054004</td></tr> <tr><td>-4484.054004</td><td>-3048.469651</td><td>1</td><td>-4645.193939</td></tr> <tr><td>-3048.469651</td><td>-4484.054004</td><td>-4645.193939</td><td>1</td></tr> </tbody> </table>				A				1	-4645.193939	-4484.054004	-3048.469651	-4645.193939	1	-3048.469651	-4484.054004	-4484.054004	-3048.469651	1	-4645.193939	-3048.469651	-4484.054004	-4645.193939	1	+	i	<table border="1"> <thead> <tr><th colspan="4">B</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>-0.739121</td><td>-2.274199</td><td>-2.894457</td></tr> <tr><td>-0.739121</td><td>1</td><td>-2.894457</td><td>-2.274199</td></tr> <tr><td>-2.894457</td><td>-2.274199</td><td>1</td><td>-0.739121</td></tr> <tr><td>-2.274199</td><td>-0.739121</td><td>-2.894457</td><td>1</td></tr> </tbody> </table>				B				1	-0.739121	-2.274199	-2.894457	-0.739121	1	-2.894457	-2.274199	-2.894457	-2.274199	1	-0.739121	-2.274199	-0.739121	-2.894457	1	<table border="1"> <thead> <tr><th colspan="4">B*A-1</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>0.00080043</td><td>0.00034101</td><td>-0.0002315</td><td>-0.000507</td></tr> <tr><td>0.00034101</td><td>0.00080043</td><td>-0.0005069</td><td>-0.000231</td></tr> <tr><td>-6.938E-05</td><td>-0.00014191</td><td>0.01366589</td><td>-5.22E-05</td></tr> <tr><td>-0.0005069</td><td>-0.00023147</td><td>0.00034101</td><td>0.0008</td></tr> </tbody> </table>				B*A-1				0.00080043	0.00034101	-0.0002315	-0.000507	0.00034101	0.00080043	-0.0005069	-0.000231	-6.938E-05	-0.00014191	0.01366589	-5.22E-05	-0.0005069	-0.00023147	0.00034101	0.0008
A																																																																									
1	-4645.193939	-4484.054004	-3048.469651																																																																						
-4645.193939	1	-3048.469651	-4484.054004																																																																						
-4484.054004	-3048.469651	1	-4645.193939																																																																						
-3048.469651	-4484.054004	-4645.193939	1																																																																						
B																																																																									
1	-0.739121	-2.274199	-2.894457																																																																						
-0.739121	1	-2.894457	-2.274199																																																																						
-2.894457	-2.274199	1	-0.739121																																																																						
-2.274199	-0.739121	-2.894457	1																																																																						
B*A-1																																																																									
0.00080043	0.00034101	-0.0002315	-0.000507																																																																						
0.00034101	0.00080043	-0.0005069	-0.000231																																																																						
-6.938E-05	-0.00014191	0.01366589	-5.22E-05																																																																						
-0.0005069	-0.00023147	0.00034101	0.0008																																																																						
<table border="1"> <thead> <tr><th colspan="4">A-1</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>0.000184997</td><td>-5.2949E-05</td><td>-7.03258E-05</td><td>-0.000143847</td></tr> <tr><td>-5.2949E-05</td><td>0.000184997</td><td>-0.000143847</td><td>-7.03258E-05</td></tr> <tr><td>-7.03258E-05</td><td>-0.000143847</td><td>0.000184997</td><td>-5.2949E-05</td></tr> <tr><td>-0.000143847</td><td>-7.03258E-05</td><td>-5.2949E-05</td><td>0.000184997</td></tr> </tbody> </table>				A-1				0.000184997	-5.2949E-05	-7.03258E-05	-0.000143847	-5.2949E-05	0.000184997	-0.000143847	-7.03258E-05	-7.03258E-05	-0.000143847	0.000184997	-5.2949E-05	-0.000143847	-7.03258E-05	-5.2949E-05	0.000184997	<table border="1"> <thead> <tr><th colspan="4">B-1</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>0.2771175</td><td>-0.203726</td><td>-0.0064237</td><td>-0.063544</td></tr> <tr><td>-0.3297673</td><td>0.3120272</td><td>0.00061393</td><td>-0.206433</td></tr> <tr><td>-0.1427616</td><td>-0.177068</td><td>0.00971966</td><td>-0.207134</td></tr> <tr><td>-0.0533697</td><td>-0.01094</td><td>-0.0100129</td><td>0.1935072</td></tr> </tbody> </table>				B-1				0.2771175	-0.203726	-0.0064237	-0.063544	-0.3297673	0.3120272	0.00061393	-0.206433	-0.1427616	-0.177068	0.00971966	-0.207134	-0.0533697	-0.01094	-0.0100129	0.1935072	<table border="1"> <thead> <tr><th colspan="4">B*A-1*B</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>0.00217341</td><td>0.00074209</td><td>-0.0319228</td><td>-0.002534</td></tr> <tr><td>0.00110304</td><td>0.00148553</td><td>-0.0406667</td><td>-0.001526</td></tr> <tr><td>-0.0307302</td><td>-0.03916215</td><td>0.02713848</td><td>-0.010023</td></tr> <tr><td>-0.003548</td><td>-0.00293394</td><td>-0.0079369</td><td>0.002833</td></tr> </tbody> </table>				B*A-1*B				0.00217341	0.00074209	-0.0319228	-0.002534	0.00110304	0.00148553	-0.0406667	-0.001526	-0.0307302	-0.03916215	0.02713848	-0.010023	-0.003548	-0.00293394	-0.0079369	0.002833		
A-1																																																																									
0.000184997	-5.2949E-05	-7.03258E-05	-0.000143847																																																																						
-5.2949E-05	0.000184997	-0.000143847	-7.03258E-05																																																																						
-7.03258E-05	-0.000143847	0.000184997	-5.2949E-05																																																																						
-0.000143847	-7.03258E-05	-5.2949E-05	0.000184997																																																																						
B-1																																																																									
0.2771175	-0.203726	-0.0064237	-0.063544																																																																						
-0.3297673	0.3120272	0.00061393	-0.206433																																																																						
-0.1427616	-0.177068	0.00971966	-0.207134																																																																						
-0.0533697	-0.01094	-0.0100129	0.1935072																																																																						
B*A-1*B																																																																									
0.00217341	0.00074209	-0.0319228	-0.002534																																																																						
0.00110304	0.00148553	-0.0406667	-0.001526																																																																						
-0.0307302	-0.03916215	0.02713848	-0.010023																																																																						
-0.003548	-0.00293394	-0.0079369	0.002833																																																																						
<table border="1"> <thead> <tr><th colspan="4">A+B*A-1*B</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>1.002173412</td><td>-4645.193197</td><td>-4484.085927</td><td>-3048.472184</td></tr> <tr><td>-4645.192836</td><td>1.00148553</td><td>-3048.510317</td><td>-4484.05553</td></tr> <tr><td>-4484.084735</td><td>-3048.508813</td><td>1.027138478</td><td>-4645.203962</td></tr> <tr><td>-3048.473199</td><td>-4484.056938</td><td>-4645.201876</td><td>1.002832691</td></tr> </tbody> </table>				A+B*A-1*B				1.002173412	-4645.193197	-4484.085927	-3048.472184	-4645.192836	1.00148553	-3048.510317	-4484.05553	-4484.084735	-3048.508813	1.027138478	-4645.203962	-3048.473199	-4484.056938	-4645.201876	1.002832691	<table border="1"> <thead> <tr><th colspan="4">C</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>0.000185</td><td>-5.3E-05</td><td>-7.032E-05</td><td>-0.000144</td></tr> <tr><td>-5.295E-05</td><td>0.000185</td><td>-0.0001438</td><td>-7.03E-05</td></tr> <tr><td>-7.032E-05</td><td>-0.000144</td><td>0.00018499</td><td>-5.29E-05</td></tr> <tr><td>-0.0001438</td><td>-7.03E-05</td><td>-5.295E-05</td><td>0.000185</td></tr> </tbody> </table>				C				0.000185	-5.3E-05	-7.032E-05	-0.000144	-5.295E-05	0.000185	-0.0001438	-7.03E-05	-7.032E-05	-0.000144	0.00018499	-5.29E-05	-0.0001438	-7.03E-05	-5.295E-05	0.000185	<table border="1"> <thead> <tr><th colspan="4">C*B</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>0.00489231</td><td>0.00302804</td><td>-0.0002315</td><td>0.003846</td></tr> <tr><td>0.00871069</td><td>0.00629657</td><td>-0.0005069</td><td>0.008672</td></tr> <tr><td>-0.0109955</td><td>-0.00757536</td><td>0.00080041</td><td>-0.011109</td></tr> <tr><td>0.00257401</td><td>0.00179169</td><td>0.000341</td><td>0.004078</td></tr> </tbody> </table>				C*B				0.00489231	0.00302804	-0.0002315	0.003846	0.00871069	0.00629657	-0.0005069	0.008672	-0.0109955	-0.00757536	0.00080041	-0.011109	0.00257401	0.00179169	0.000341	0.004078		
A+B*A-1*B																																																																									
1.002173412	-4645.193197	-4484.085927	-3048.472184																																																																						
-4645.192836	1.00148553	-3048.510317	-4484.05553																																																																						
-4484.084735	-3048.508813	1.027138478	-4645.203962																																																																						
-3048.473199	-4484.056938	-4645.201876	1.002832691																																																																						
C																																																																									
0.000185	-5.3E-05	-7.032E-05	-0.000144																																																																						
-5.295E-05	0.000185	-0.0001438	-7.03E-05																																																																						
-7.032E-05	-0.000144	0.00018499	-5.29E-05																																																																						
-0.0001438	-7.03E-05	-5.295E-05	0.000185																																																																						
C*B																																																																									
0.00489231	0.00302804	-0.0002315	0.003846																																																																						
0.00871069	0.00629657	-0.0005069	0.008672																																																																						
-0.0109955	-0.00757536	0.00080041	-0.011109																																																																						
0.00257401	0.00179169	0.000341	0.004078																																																																						
<table border="1"> <thead> <tr><th colspan="4">D</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>-8.46847E-07</td><td>-5.01796E-07</td><td>1.21321E-07</td><td>-4.46984E-07</td></tr> <tr><td>-2.75306E-06</td><td>-1.96821E-06</td><td>2.20638E-07</td><td>-2.71181E-06</td></tr> <tr><td>3.76749E-06</td><td>2.61498E-06</td><td>-2.19213E-07</td><td>3.78887E-06</td></tr> <tr><td>2.57944E-07</td><td>1.45817E-07</td><td>-8.96474E-08</td><td>-1.79538E-07</td></tr> </tbody> </table>				D				-8.46847E-07	-5.01796E-07	1.21321E-07	-4.46984E-07	-2.75306E-06	-1.96821E-06	2.20638E-07	-2.71181E-06	3.76749E-06	2.61498E-06	-2.19213E-07	3.78887E-06	2.57944E-07	1.45817E-07	-8.96474E-08	-1.79538E-07	<table border="1"> <thead> <tr><th colspan="4">Z=A+IB</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>2</td><td>-4645.933</td><td>-4486.3282</td><td>-3051.364</td></tr> <tr><td>-4645.9331</td><td>2</td><td>-3051.3641</td><td>-4486.328</td></tr> <tr><td>-4544.5142</td><td>-3089.573</td><td>2</td><td>-4707.827</td></tr> <tr><td>-3051.3641</td><td>-4486.328</td><td>-4645.9331</td><td>2</td></tr> </tbody> </table>				Z=A+IB				2	-4645.933	-4486.3282	-3051.364	-4645.9331	2	-3051.3641	-4486.328	-4544.5142	-3089.573	2	-4707.827	-3051.3641	-4486.328	-4645.9331	2	<table border="1"> <thead> <tr><th colspan="4">Z-1=C+ID</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>0.00018415</td><td>-5.3452E-05</td><td>-7.02E-05</td><td>-0.000144</td></tr> <tr><td>-5.57E-05</td><td>0.00018303</td><td>-0.0001436</td><td>-7.3E-05</td></tr> <tr><td>-6.656E-05</td><td>-0.00014123</td><td>0.00018477</td><td>-4.92E-05</td></tr> <tr><td>-0.0001436</td><td>-7.0179E-05</td><td>-5.304E-05</td><td>0.000185</td></tr> </tbody> </table>				Z-1=C+ID				0.00018415	-5.3452E-05	-7.02E-05	-0.000144	-5.57E-05	0.00018303	-0.0001436	-7.3E-05	-6.656E-05	-0.00014123	0.00018477	-4.92E-05	-0.0001436	-7.0179E-05	-5.304E-05	0.000185		
D																																																																									
-8.46847E-07	-5.01796E-07	1.21321E-07	-4.46984E-07																																																																						
-2.75306E-06	-1.96821E-06	2.20638E-07	-2.71181E-06																																																																						
3.76749E-06	2.61498E-06	-2.19213E-07	3.78887E-06																																																																						
2.57944E-07	1.45817E-07	-8.96474E-08	-1.79538E-07																																																																						
Z=A+IB																																																																									
2	-4645.933	-4486.3282	-3051.364																																																																						
-4645.9331	2	-3051.3641	-4486.328																																																																						
-4544.5142	-3089.573	2	-4707.827																																																																						
-3051.3641	-4486.328	-4645.9331	2																																																																						
Z-1=C+ID																																																																									
0.00018415	-5.3452E-05	-7.02E-05	-0.000144																																																																						
-5.57E-05	0.00018303	-0.0001436	-7.3E-05																																																																						
-6.656E-05	-0.00014123	0.00018477	-4.92E-05																																																																						
-0.0001436	-7.0179E-05	-5.304E-05	0.000185																																																																						
<table border="1"> <thead> <tr><th colspan="4">Real</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>X</td><td>=</td><td>0.00445768</td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td>0.004457675</td><td>0.004457675 m</td></tr> <tr><td></td><td></td><td>0.004457693</td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td>0.004457652</td><td></td></tr> </tbody> </table>				Real				X	=	0.00445768				0.004457675	0.004457675 m			0.004457693				0.004457652		<table border="1"> <thead> <tr><th colspan="4">Imaginario</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>X</td><td>=</td><td>9.0881E-05</td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td>0.00039149</td><td>-1.6283E-05 m</td></tr> <tr><td></td><td></td><td>-0.0005402</td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td>-7.305E-06</td><td></td></tr> </tbody> </table>				Imaginario				X	=	9.0881E-05				0.00039149	-1.6283E-05 m			-0.0005402				-7.305E-06																											
Real																																																																									
X	=	0.00445768																																																																							
		0.004457675	0.004457675 m																																																																						
		0.004457693																																																																							
		0.004457652																																																																							
Imaginario																																																																									
X	=	9.0881E-05																																																																							
		0.00039149	-1.6283E-05 m																																																																						
		-0.0005402																																																																							
		-7.305E-06																																																																							
U = 0.0044577 m				0.4 cm																																																																					

Fuente: propia

Los cambios en el desplazamiento por acoplamiento del conjunto de pilas son de aproximadamente 3.3 veces mayor del que se presenta por traslación horizontal. Lo anterior, se debe principalmente al cambio del factor de interacción que es el que gobierna los resultados en los desplazamientos y comportamientos del conjunto de pilas propuestas, en las cuales la deformación de una pila ante cargas laterales está por lo general limitada a la parte superior del elemento (Rivera & Paulin, Programa de computadora para el análisis de la interacción suelo-pilote, bajo cargas laterales estáticas o dinámicas).

$$K_{hr}^d = -212533.68 - 3236.9i \text{ t}$$

2.10.6 comparativo rigidez dinámica con y sin interacción

Teniendo en cuenta los resultados dinámicos encontrados en las pilas, se encontró que el efecto de grupo si realiza unos cambios muy significativos a la rigidez dinámica de las pilas en conjunto como se muestra en la siguiente tabla.

Tabla 17 Comparativo rigidez dinámica con y sin efecto de grupo

Sigla	Rigidez Dinámica de Pilas sin Efecto de Grupo	Rigidez Dinámica de Pilas con Efecto de Grupo	% de reducción
Kh	241753.48 t/m	137682.22 t/m	57
Kv	1314045.39 t/m	752599.5 t/m	57
Kr	18518656.37 t-m	6236255.6 t-m	34
Khr	253361.55 t	212558.3 t	83

Fuente: propia

Los resultados de las diferencias de las rigideces dinámicas horizontal, vertical y de acoplamiento de las pilas, dan como resultado un promedio cercano al 50 y 80 por ciento de su resistencia si se les aplica el efecto de grupo. Con lo anterior se puede observar que la reducción de la rigidez dinámica de este grupo de 4 pilas es notorio y que por ello debe ser tenido en cuenta en sus análisis.

Si se observa la rigidez dinámica de cabeceo, la diferencia es mucho mayor, y lo anterior se debe a que se compara con la rigidez de cabeceo de la cimentación donde las 4 pilas se consideran unidas por un elemento rígido en sus cabezas sin el cajón. Lo anterior se debe porque como lo considera (Aguilar & Avilés, Influencia de pilotes de fricción en la interacción dinámica suelo-estructura, 2003) en el modo de cabeceo no existe interacción alguna entre pilotes debido a la deformación por rotación de cada donde dicha deformación tiene efecto a pocos diámetros de la cabeza de cada pilote.

3. APLICACIÓN DEL MÉTODO EN UNA CIMENTACIÓN DEL ÁREA METROPOLITANA DE MEDELLÍN

3.1 Elementos de entrada

Como ya en el numeral anterior se conoció la viabilidad de someter el procedimiento a una estructura tipo del Área metropolitana del Valle de Aburra, utilizando los referentes bibliográficos mencionados, se procede a realizar el análisis de interacción suelo estructura considerando pilas, a la estructura modelada en la siguiente figura. Del mismo modo, también serán comparados sus resultados en referencia a los que daría siguiendo el procedimiento estipulado en el título A de la norma sismo-resistente colombiana.

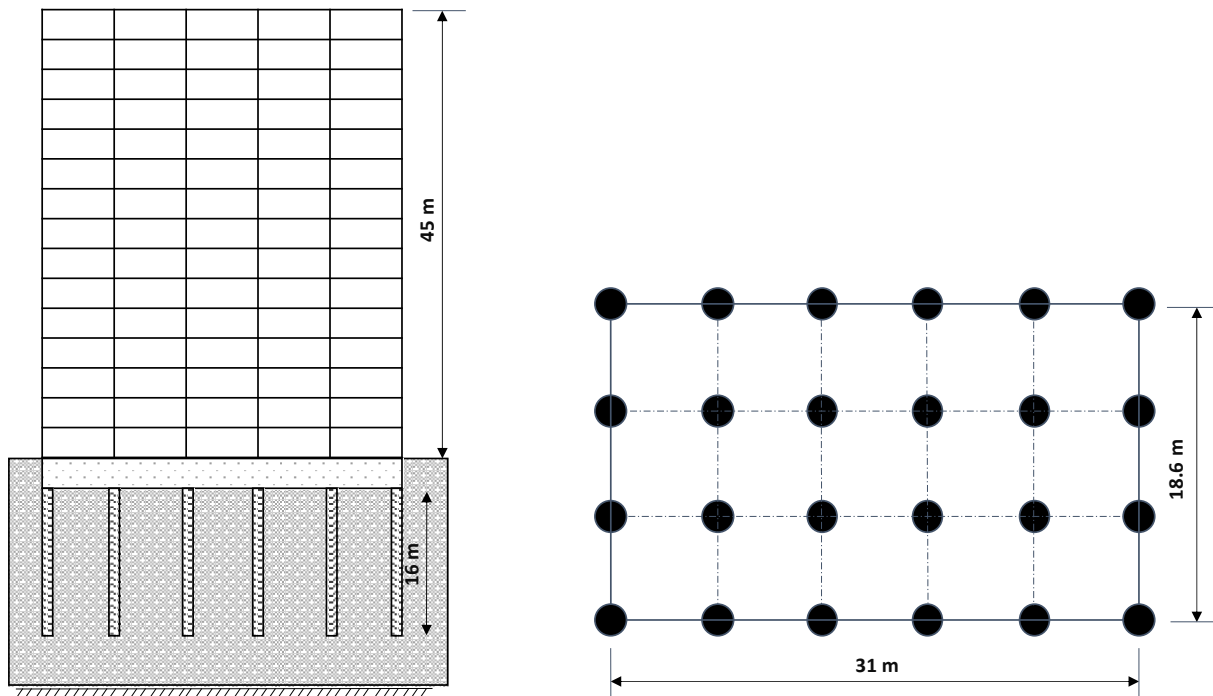


Figura 17 Estructura Tipo

Tabla 18 Datos de entrada del suelo, estructura y cimentación

Datos del suelo		Datos de la estructura y cimentación	
Periodo (T_s)	1.19s	Altura estructura (H)	45m
Elasticidad (E_s)	18560 t/m ²	Periodo (T_e)	1.45s
Amortiguamiento (ξ)	0.05	Altura Cajón (D)	3 m
Velocidad Onda (V_s)	188.51 m/s	Ancho Placa (B)	18.6 m
Altura Suelo (H_s)	56 m	Largo Placa (H)	31 m
Factor Poisson (ν)	0.45	Longitud Pilas (L_p)	16 m
Frecuencia de Excitación (ω)	5.01	Diámetro Pilas (d)	0.90 m
		Elasticidad Pila (E_p)	2153810 t/m ²

		Separación Pilas	6.2 m
		Carga Pila	33,6 t
		Cantidad Pilas	24

Fuente: propia

3.2 Rigideces estáticas por pila

Con el fin de conocer datos característicos de la cimentación de pilas, así como sus condiciones básicas, mecánicas y de configuración que faciliten su análisis de resultados, se proporcionan los siguientes datos: pilas de 6 x 4, $L/d= 17.8$, $E_p/E_s= 116$, $S/d= 6.9$, $\xi_s = 0.05$ y $\nu=0.45$. Como se puede observar las relaciones mencionadas siguen siendo muy similares a la primera metodología, debido a que sus cambios solo se dieron en pequeña proporción en su configuración, mientras que las propiedades del suelo y los pilotes sigue siendo la misma aplicadas en la región mencionada.

Tabla 19 Rigidez Estática Horizontal y Vertical

Rigidez Estática Traslación H y V		
Lc	5.91	m
Kh	45330.72	t/m
Kv	218268.97	t/m

Fuente propia

El resultado anterior cumple lo indicado en el marco teórico del documento, donde $L_p > L_c$, donde la longitud de la pila es de 16 metros. Si se realiza el comparativo con el primer procedimiento, se observa que L_c disminuye considerablemente de 7,3 a 5,91. Lo anterior se debe a que en este caso su resultado es gobernado por el diámetro de la pila, debido a que como se había mencionado las condiciones mecánicas del suelo y el concreto de las pilas sigue siendo el mismo.

En este caso la rigidez horizontal estática es de 45330.72 t/m, y su rigidez vertical de 218268.97 t/m, arrojando resultados con una reducción de su rigidez notoria. Lo anterior era de esperarse, debido a que continúa siendo el diámetro de la pila determinante de su resultado, donde en la primera metodología se tomaron pilas de diámetro de 1,2 metros, mientras que para este fueron de 0,9 metros y por ello su rigidez es menor. Igualmente sucede con la longitud de la pila que pasa de 20 a 16 metros.

3.3 Factores de rigidez y amortiguamiento

Los factores de rigidez y amortiguamiento son resultados con cambios muy pequeños en comparación con los encontrados anteriormente, donde sus variaciones principales se notaron en su frecuencia normalizada que baja de 0.319 a 0.239. Los factores de amortiguamiento no sufren alteraciones como era de esperarse debido a que el suelo sigue teniendo las mismas propiedades.

Tabla 20 Factores de Rigidez Horizontal, Vertical, Cabeceo y Acoplamiento.

Coefficientes de K y C Traslacional H.		
Kh	1.00	
n	0.0239	
ns	0.0252	
np	0.050	
ch	0.04	
Coefficientes de K y C Traslacional V.		
kv	1.15	
cv	0	
Coefficientes de K y C Cabeceo y Acoplamiento.		
kr	1	
cr	0.0125	
chr	1	
chr	0.025	

Fuente: propia

3.4 Rigidez estática cabeceo y acoplamiento por pila

La rigidez estática y de cabeceo presentan grandes cambios pasando de una rigidez de cabeceo de 170092.45 a 71757.7 t.m y el de acoplamiento pasa de -63339.9 a -35628.7 t. Los valores obtenidos se manifiestan en la siguiente tabla en la cual sus resultados son gobernados de las propiedades y diámetro de las pilas, así como la tipología del suelo, donde su reducción de rigidez es causada por la disminución del diámetro de la pila principalmente.

Tabla 21 Rigidez estática cabeceo y acoplamiento

Rigidez Estática cabeceo y acoplamiento		
Kr	71757.75	t.m
Khr	-35628.73	t

Fuente: propia

3.5 Rigidez de conjunto

La rigidez de conjunto como se había mencionado anteriormente, para pilas con cajón y pilas como es el caso de estudio, se pueda calcular sumando las rigideces de estas como lo muestra la siguiente tabla.

Tabla 22 Rigidez y Amortiguamiento de Conjunto Estático

Rigidez de Conjunto Estática		
Kh	1700564.06	t/m
Ch	1.027323093	
Kr	714328692.87	t-m
Cr	0.3065	
Khr	-368256.01	t
Chr	0.667	

Fuente: propia

La rigidez horizontal aumenta más del doble de lo que arrojaron las pilas en la primera metodología. Lo anterior se presenta por el aumento de la sección en conjunto de las pilas el cual cambia de 4 a 24 pilas de menor diámetro. Del mismo modo también cambia el área de la placa de cajón que como se había demostrado anteriormente, les genera un cambio significativo a las rigideces de conjunto.

Del mismo modo los amortiguamientos horizontales, de cabeceo y acoplamiento también sufren cambios significativos donde el mas notorio es el último que pasa de 0.676 a 0.665 el horizontal cambia de 0.736 a 1.025 Estos cambios son generados por la disminución que presento el factor de frecuencia normalizado calculado para la cimentación de cajón principalmente. También se encontró que el amortiguamiento horizontal de cada pila arroja un valor de 0.04 y de la cimentación tipo cajón un valor de 0.065 muy ajustadas a los resultados cuando se realiza un análisis de interacción suelo estructura.

Tabla 23 Rigidez Dinámica por pila

Kh Pila	45327.4875910819+863.397478673605i	t/m
Kh Cajón	610827.641641776+14987.9975200465i	t/m
Kv Pila	252025.829054281+4766.2100096133i	t/m
Kv Cajón	1124181.72819464+21260.0677702429i	t/m
Kr Pila	71756.1503783923+1360.08149468992i	t.m
Kr Cajón	163023987.442458+11087.7913606148i	t.m
Khr Pila	-35627.1431182874-676.80307640757i	t
Khr Cajón	485403.961537839+14987.9975200465i	t

Fuente: propia

Tabla 24 Rigidez Dinámica de conjunto

Kh	1698687.16+35709.35i	t/m
Kr	164746135.042458+43729.71i	t-m
Khr	-369647.4-1255.282i	t

Fuente: propia

La rigidez dinámica de conjunto para cimentaciones mixtas de cajón y pilas se obtuvo sumando la participación de cada elemento utilizando los procedimientos antes mencionados, encontrando rigideces dinámicas superiores a las encontradas con 4 pilas. Lo anterior varía principalmente por el cambio del diámetro de las pilas y los cambios de la frecuencia normalizada mencionada anteriormente que en este caso fue utilizada para el cálculo de las rigideces dinámicas. La rigidez dinámica horizontal pasa de $821634.23+35055.01i$ t/m a $1698687.16+35709.35i$ t/m en el campo real e imaginario lo cual es normal, debido a que las 24 pilas tienen más sección que las 4, mientras que la rigidez de cabeceo pasa de $89607210.37+19878.73i$ t-m, lo cual se debe principalmente a la configuración de las pilas y la placa, las mismas condiciones mecánicas de las pilas y del suelo continúan siendo igual.

Tabla 25 Diferencias de rigidez de conjunto dinámica vs estática

	Dinámica	Estática
Kh	$1698687.16+35709.35i$	1700564.06
Kr	$164746135.042458+43729.71i$	227693669.76
Khr	$-369647.4-1255.$	-368256.01

Fuente: propia

En el ejercicio de las 4 pilas con diámetro de 1,2 y 20 metros de largo, se encontró una rigidez horizontal que cambia aproximadamente el 2 por ciento menor entre la dinámica y la estática. Con los datos anteriores los cambios para este caso son menores, disminuyendo su variación de la rigidez horizontal de un 1 por ciento calculado de la forma tradicional lo cual como esta en la literatura estos cambios son casi nulos y ello da razón para la aplicación del efecto de grupo.

3.6 Efecto de Grupo

Teniendo en cuenta que es necesario conocer el efecto que tiene el grupo de las 24 pilas conectadas a un elemento rígido y su interacción entre las mismas por medio del suelo, se procede igualmente que en el proceso comprobatorio del primer método a encontrar sus resultados y con ello poder encontrar el desplazamiento en conjunto que sufre la cimentación en conjunto.

3.7 Factores de interacción

Los factores de interacción de los efectos de grupo que se presentan en la interacción entre pilas se calcularon tomaron los valores de $\xi_s = 0.05$, $\omega = 5.1$, $S = 6.2$ m y $\beta_s = 188.51$ m/s que son resultado de los planteados en la metodología.

$$\alpha_h(0^\circ) \approx 0.2673 - 0.0224 i$$

$$\alpha_v \approx 0.2635 - 0.043 i$$

Los valores del Factor $\alpha_h(0^\circ)$, no sufre grandes cambios en su campo real de acuerdo a los calculados en el primer método el cual pasa de 0.2707 a -.2673, es decir que causa una reducción

muy mínima con el cambio de distancia entre la pila activa y pasiva que en el primer caso fue de 8 y en el segundo 6.2 metros así como la disminución de su sección que como ya se había mencionado paso de 1.2 a 0.90 metros. De otra parte, el campo imaginario si es notorio de -0.0293 a -0.0438 lo cual nos indica que si causa un valor sustancial en el amortiguamiento material por comportamiento histerético y el amortiguamiento geométrico por radiación de ondas.

Del mismo modo se puede encontrar que los cambios del Factor de α_v es mínimo ya que sus valores reales continúan casi igual de 0.2648 a 0.2635 comportándose igualmente los valores imaginarios.

Cuando $\theta = 0^\circ$

$$\alpha_h(\theta^\circ) \approx 0.2673 - 0.02243 i$$

El factor $\alpha_h(\theta^\circ)$ el cual será el determinante de la matriz que permite encontrar el desplazamiento del conjunto cuando las ondas entran a 0° , varia de 0.2707 a 0.2673, es decir un valor muy similar ocurriendo lo mismo con el Factor imaginario.

Cuando $\theta = 90^\circ$

$$\alpha_h(\theta) \approx 0.2643 - 0.0395 i$$

El factor $\alpha_h(\theta^\circ)$ el cual será el determinante de la matriz que permite encontrar el desplazamiento del conjunto cuando las ondas entran a 90° , varia de 0.2660 a 0.2643, es decir un valor muy similar ocurriendo lo mismo con el Factor imaginario.

Cuando $\theta = 45^\circ$

Con el fin de encontrar el Factor cuando las ondas llegan a 45° igual que en el primer método es necesario volver a calcular los valores de α_h y α_v . Lo anterior porque la distancia que hay entre la pila activa y la pasiva es diferente a la que existe cuando llega a 0° y 90° que es de 6.2 metros.

$$\alpha_h(\theta) \approx 0.2236 - 0.0266 i$$

$$\alpha_v \approx 0.2179 - 0.0517 i$$

Los valores de $\alpha_h(\theta)$ y α_v encontrados para encontrar el Factor de 45° , son casi iguales para el primero mientras que α_v si presenta cambios que muy seguramente se verán reflejados en el cambio del Factor.

$$\alpha_h(45^\circ) \approx 0.2195 - 0.0448 i$$

El factor de interacción cuando las ondas entran a 45° presenta unos resultados menores a los que se presenta cuando llegan a 0° y 90° al igual que en el primer método.

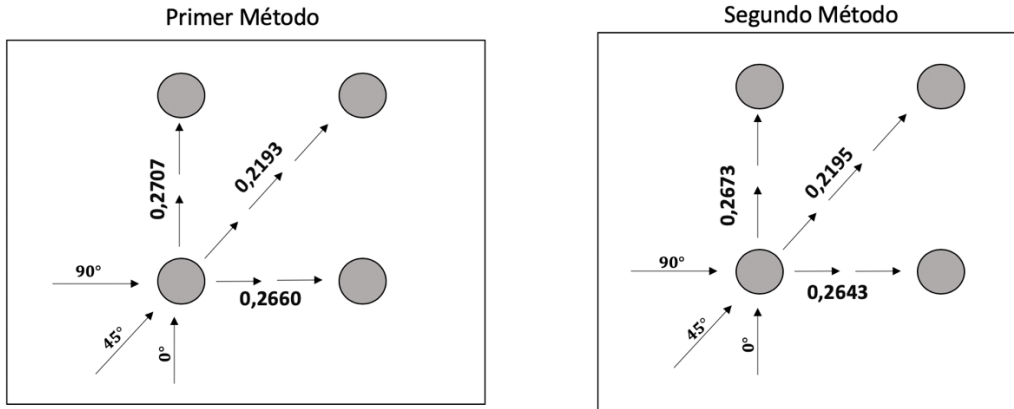


Figura 18 Comparativo resultados campo real

Cuando la onda sísmica ingresa a la pila activa, su factor de interacción entre la pila activa y la pasiva continúa siendo menor en el campo real cuando entra a 45°, continuando también siendo mayor valor cuando llega a 0°. Del mismo modo como se había mencionado los valores disminuyen en el segundo calculo realizado con la estructura tipo trabajada.

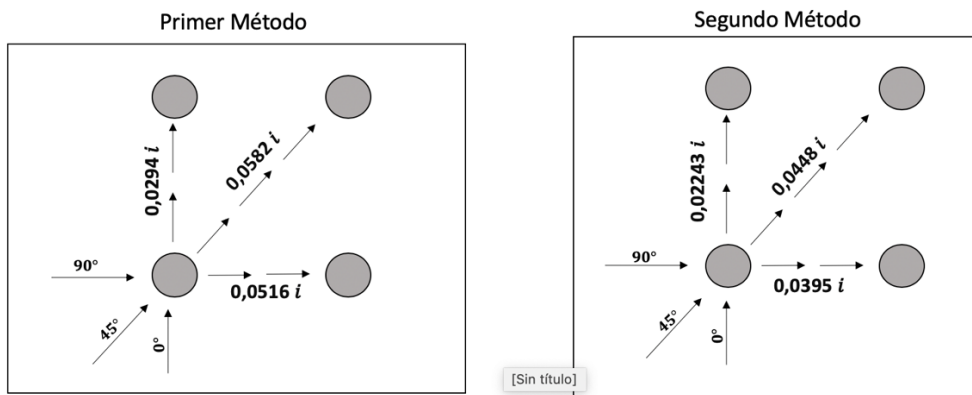


Figura 19 Comparativo resultados campo imaginario

Los factores imaginarios también presentaron una reducción muy pequeña en sus valores los cuales no son muy notorios. Los cambios que se presentan son bajos debido a que las propiedades del suelo y las pilas siguen siendo las mismas, mientras que los cambios entre las pilas y su diámetro su disminución también fue pequeña.

Los anteriores factores quedan expresados por los ángulos trabajados en el ejercicio de validación, pero los factores se debieron calcular pila por pila de acuerdo con la configuración de la matriz compleja de 24 por 24.

3.12 comparativo de rigideces dinámicas con y sin interacción

Teniendo en cuenta los resultados dinámicos encontrados en las 24 pilas, se encontró que el efecto de grupo si realiza unos cambios muy significativos a la rigidez dinámica de las pilas en conjunto como se muestra en la siguiente tabla.

Tabla 30 Comparativo rigidez dinámica de pilas con y sin efecto de grupo en t/m

Sigla	Rigidez Dinámica sin Efecto de Grupo	Rigidez Dinámica con Efecto de Grupo	%
Kh	1088056.8	335856.6 t/m	31
Kr	538783499.2	68464783.03 t-m	13
Kv	6049701.23	1339574.9 t/m	22
Khr	855205.63	503160.578 t	59

Fuente: propia

Los resultados de la rigidez dinámica con efecto de grupo arrojó unos resultados más satisfactorios. Lo anterior porque si se comparan los resultados obtenidos por David Muria, Ricardo Taborda, Ricardo Pérez y Antonio Macías (Taborda , Murià , Pérez, & Macias, 2002), el promedio entre el comparativo de las rigideces dinámicas horizontales arrojó un resultado cercano al 34 por ciento, mientras este trabajo fue del 31%,.

El cabeceo que como se mencionó es simplemente la suma de momentos, arrojó resultados un poco diferentes en el porcentaje del cambio donde en la investigación mencionada arrojó diferencias del 45 por ciento este ejercicio el 13 por ciento siendo resultados con una diferencia notoria lo cual se debe a que este ejercicio fue realizado en una estructura rectangular analizando su cara más larga, mientras que la analizada por (Taborda , Murià , Pérez, & Macias, 2002) es una estructura cuadrada, y por ello su comparativo de podría hacer con el ejercicio de las 4 pilas configuradas de forma cuadrada donde arrojó un porcentaje de 34 por ciento pero con muy pocas pilas.

Con los anteriores resultados, se puede evidenciar la importancia de aplicar el efecto de grupo para calcular las rigideces dinámicas de un grupo de pilas, los cuales nos pueden acercar mucho más al verdadero comportamiento del conjunto.

3.13 Interacción suelo estructura método iterativo comparativo con método NSR-10

Con el fin de evaluar los efectos que tiene el análisis de una estructura sin y con interacción suelo estructura, se realiza el comparativo utilizado el método iterativo tomado de (Avilés, Apuntes interacción suelo estructura, 1993).

3.13.1 Método iterativo

Los datos de entrada del método iterativo se ilustran en la siguiente tabla, teniendo en cuenta que el periodo de la estructura fue encontrado siguiendo los procedimientos establecidos por la NSR-10, y otros de los datos ya conocidos de la estructura tipo.

Tabla 31 Datos de entrada

He	31.5	m
Ts	1.19	
Me	494.2	(ton-s ² /m)
Ke	9279.54054	t/m
Te	1.45	s
Hs	56	m
D	3	m
v(s)	0.45	
Vs	188.51	m/s
ξs	0.05	
ξe	0.05	s
Gs	6400	t/m ²
γ (ton/m³)	1.6	t/m ³
No Columna	24	
B (placa)	31	m
H (placa)	18.6	m

Fuente: propia

Con base en los datos de entrada, se procede a evaluar si la estructura debe ser sometida a evaluación de interacción suelo estructura como lo muestra la siguiente tabla, considerándose que por la tipología de suelo trabajado la NSR reglamenta que debe analizarse.

Tabla 32 Justificación evaluación ISE método iterativo

Interacción	8.7	Aplicar
--------------------	-----	---------

Fuente: propia

La fórmula que reglamenta si la estructura debe o no someterse a interacción suelos estructura, es si el valor resultante da menos de 20 como es este caso en el cual dio como resultado 8.7, razón por la cual se continua el proceso de análisis.

Tabla 33 Primer proceso de interacción

Ht	34.5	m
Rh	13.55	m
Rc	15.57	m
K_h^o	614245.4	t/m
K_r^o	176285855.7	t/m
η_s	0.380	
η_p	1.449	
ω	4.304	rad/s
η_h	0.309	
η_r	0.355	
k_h	1	
k_r	0.929	Si $v(s) \geq 0,45$ verificar valor
η_{hs}	0.814	
C_h	0.06549929	
η_{rp}	0.245	
C_r	0.006	
K_h	613001.1	t/m
K_r	163711723.3	t/m
T_h	0.178	s
T_r	0.377	s
$T_{e\ ise1}$	1.52	s

Fuente: propia

Con base en los datos de entrada, se calcula la primera interacción encontrando el primer periodo con interacción suelo estructura como lo muestra la tabla es de 1.52 s, el cual es un valor mayor al que arrojo la estructura inicialmente que es 1.45 s. En la anterior tabla, también se encontraron cada uno de los factores y la frecuencia fundamental de la estructura con base rígida, que es determinante en el cálculo del periodo efectivo encontrado.

Tabla 34 segundo y tercer proceso iterativo

ω	4.138		ω	4.139	
η_h	0.297		η_h	0.297	
η_r	0.342		η_r	0.342	
k_h	1		k_h	1	
k_r	0.932	Si $v(s) \geq 0,45$ verificar valor	k_r	0.932	Si $v(s) \geq 0,45$ verificar valor
η_{hs}	0.783		η_{hs}	0.783	
C_h	0.056679932		C_h	0.056698149	
η_{rp}	0.236		η_{rp}	0.236	
C_r	0.006		C_r	0.006	
K_h	613210.0	t/m	K_h	613209.5	t/m
K_r	164196314.5	t/m	K_r	164195186.9	t/m
T_h	0.178	s	T_h	0.178	s
T_r	0.376	s	T_r	0.376	s
$T_{e\ ise2}$	1.52	s	$T_{e\ ise3}$	1.52	s

Fuente: propia

En el segundo y tercer proceso iterativo el periodo de la estructura sigue siendo el mismo que en primer proceso, por lo anterior el periodo de la estructura con interacción suelo estructura es de 1.52 s.

Tabla 35 Amortiguamiento efectivo

Periodos y Amortiguamientos Efectivos	
Amortiguamiento	0.0513

Fuente: propia

El amortiguamiento efectivo de la estructura también presenta un cambio pasando de 0.05 a 0.0513. Esta variación es presentada principalmente por las condiciones mecánicas del suelo trabajado con una velocidad de ondas de 188.51 m/s. Es decir, si fuera un suelo con velocidad mucho menor, el amortiguamiento presentaría valores superiores a 0.0513. En este caso por ejemplo con una velocidad de 68 m/s, el amortiguamiento sería 0.068 según este método.

3.13.2 Comparativo aplicando la NSR-10

Como se mencionó anteriormente, si se aplica lo indicado en el numeral A.4.2 para encontrar el periodo fundamental de la estructura, se pudo ver que su valor sería de 1.45s, pero si se somete a un análisis mediante el método iterativo, pasa a 1,52s.

Con base en lo anterior, se conoce que cambiará su cortante basal y por ende su comportamiento dinámico como lo veremos.

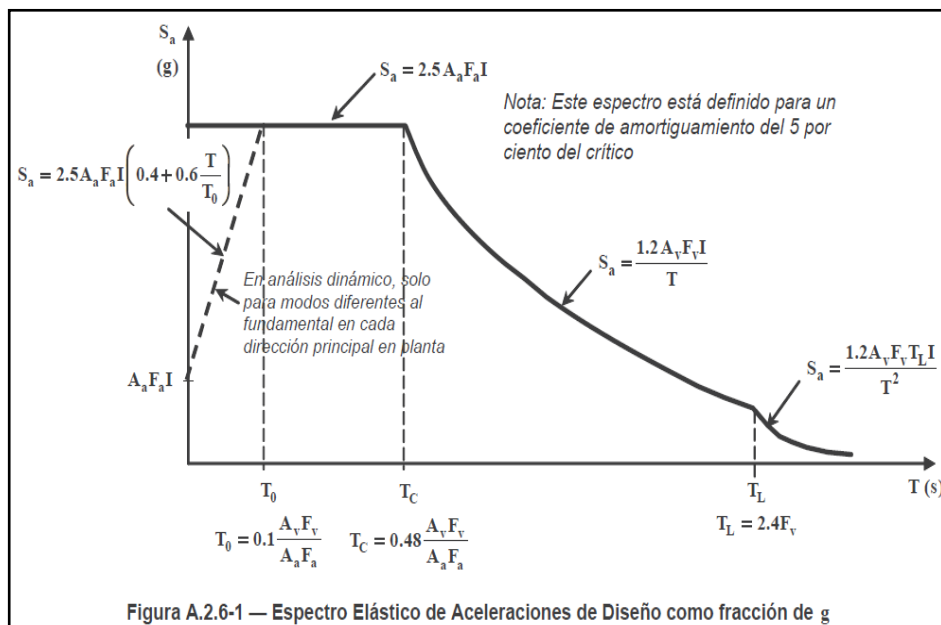


Figura 20 Espectro elástico de aceleraciones de diseño NSR-10

Tabla 36 Espectro de aceleración de diseño

Grupo De Uso:	I	Coficiente De Importancia(I):	1.00
Departamento:	Antioquia	Amenaza Sísmica:	Intermedia
Municipio:	Sabaneta	A:	0.15
Tipo De Construcción:	Concreto Reforzado y/o Acero Estructural	A:	0.20
Tipo De Suelo:	D	C:	0.047
Altura Total (h):	45.00 m	α:	0.9
		F:	1.50
		F:	2.00
T _b :	0.18 s	Periodo Fundamental (T _a):	1.45 s
T _c :	0.85 s	T:	4.80 s
		S _a (g)	0.332

Fuente: propia

Teniendo en cuenta el espectro elástico de aceleraciones de diseño tomando como ejemplo Sabaneta, se encontró un periodo $T_e = 1.45s$ se encuentra un $S_a = 0.332g$ y para el periodo $T_e = 1.52s$ se encuentra un $S_a = 0.316g$, con estos valores se encuentra la reducción que se debe aplicar al cortante basal para considerar los efectos de la interacción suelo estructura.

$$\Delta V_s = \left[S_a - \bar{S}_a \left(\frac{0.05}{\beta} \right)^{0.4} \right] gM = \left[0.332 - 0.332 \left(\frac{0.050}{0.0513} \right)^{0.4} \right] \times 9.81 \frac{m}{s^2} \times 494.2 \frac{t \times s^2}{m}$$

$$= 16.5 t$$

El cortante basal se encuentra según la ecuación A.4.3.1 de la NSR-10.

$$V_s = S_a g M = 0,332 g \times 9,81 \frac{m}{s^2} \times 494.2 \frac{t \times s^2}{m} = 1609.57 t$$

El cortante basal de interacción es igual a:

$$\bar{V}_s = V_s - \Delta V_s =$$

$$\bar{V}_s = V_s - \Delta V_s = 1609.56 - 16.5 = 1593.06 t$$

$$\frac{V_s'}{V_s} = \frac{1593.06}{1609.57} = 98.9 \text{ por ciento}$$

Tabla 37 Resultados obtenidos

Datos del Espectro				DATOS DE LA ESTRUCTURA					
Perfil tipo	D	Masa	494.20 t	Shi	0.05	Sa	0.33	Vs	1609.57
I	1.00	Fv	2.00	T	1.45 m	Sa ise	0.33	Vs ise	1593.13
Aa	0.15	To	0.18 s	Tise	1.52 m	ΔSa	0.0034	ΔVs	16.44
Av	0.20	Tc	0.85 s						
Fa	1.50	TL	4.80 s						

El resultado que arroja la disminución del cortante basal cumple lo indicado en la norma, la cual indica que puede disminuir hasta el 70 por ciento del valor encontrado sin interacción suelo estructura. En este caso el resultado arroja como resultado 98.9 por ciento.

La disminución arroja una disminución pequeña la cual continúa dependiendo de las condiciones físicas. Si tomamos el ejemplo anterior con un suelo que presente una velocidad de 68 m/s, arrojaría un cortante basal de 1415t, con un porcentaje de 87.9 por ciento que seguiría cumpliendo con la NSR-10.

De otra parte, si no se tomara el amortiguamiento mediante el método iterativo mencionado, en el cual su resultado fue de 0.0513, sino que se aplique lo estipulado en el apéndice A-2 de la NSR-10, arrojaría como resultado un amortiguamiento equivalente de 0.0634. Con lo anterior el cortante basal nos daría el siguiente resultado:

$$\Delta V_s = \left[S_a - \bar{S}_a \left(\frac{0.05}{\beta} \right)^{0.4} \right] gM = \left[0.332 - 0.332 \left(\frac{0.050}{0.0634} \right)^{0.4} \right] \times 9.81 \frac{m}{s^2} \times 494.2 \frac{t \times s^2}{m}$$

$$= 145.8t$$

El cortante basal se encuentra según la ecuación A.4.3.1 de la NSR-10.

$$\bar{V}_s = V_s - \Delta V_s =$$

$$\bar{V}_s = V_s - \Delta V_s = 1609.56 - 145.8 = 1463.76 t$$

$$\frac{V_s'}{V_s} = \frac{1463.76}{1609.57} = 90.9 \text{ por ciento}$$

Como se puede observar en los datos obtenidos, con datos característicos de la estructura, la cimentación y el tipo de suelo, la respuesta de la estructura ante las sollicitaciones estáticas y dinámicas puede variar considerablemente entre las encontradas sin y con interacción suelo estructura.

Lo anterior como ya es conocido, generará cambios considerables en los desplazamientos laterales de la estructura con cambios en las derivas o desplazamientos horizontales relativos, los cuales no se calculan por ser más procedimentales y no es la función de la investigación.

CONSIDERACIONES

- Teniendo en cuenta la necesidad de que se tiene de profundizar y explorar nuevos conocimientos de la interacción suelo estructura considerando pilas, y ante la necesidad de conocer los conceptos matemáticos y físicos del comportamiento que presenta una estructura que toma en cuenta las propiedades mecánicas de los suelos, y los cambios que se presentan con una misma estructura considerada con base empotrada, se encontró la necesidad de consultar propuestas ingenieriles trabajadas en otras investigaciones, y comprobar su viabilidad y aplicación sobre el área metropolitana de Medellín, para luego someterla a su aplicabilidad a una estructura tipo de la zona mencionada.

Con la exploración mencionada, se lograron adquirir nuevos conocimientos de teorías creadas y aplicadas al campo de la ingeniería estructural y la geotecnia en Medellín y Colombia, encontrando con ello soporte de la necesidad de crear alianzas de estudio y análisis entre ambas rama de la ingeniería civil, con el fin de encontrar resultados cada vez más acercadas al comportamiento real que puede presentar una estructura en su comportamiento estático y dinámico principalmente, garantizando diseños seguros y eficientes.

- Si se toman en cuenta los valores arrojados por la rigidez de las 4 pilas analizadas, no alcanzan a ser el 50 por ciento de la rigidez que aporta el cajón a la cimentación lo cual concluiría que para el cálculo de rigidez en conjunto el despreñar la rigidez del cajón puede llevar a errores grandes, lo cual también se presentó en el análisis de una estructura tipo del Área Metropolitana de Medellín.
- El efecto de grupo genera en la cimentación de pilas un cambio significativo en las rigideces dinámicas horizontal, vertical, de cabeceo y acoplamiento demostrándose que como lo plantea (Taborda , Murià , Pérez, & Macias, 2002) solo conserva entre el 30 y 50 por ciento de su rigidez.
- En este caso la rigidez horizontal es de 60440,97 t/m, dando una rigidez aproximadamente 183,82 veces más grande que la que tendría una columna de una estructura que no esté confinada por el suelo como este caso, y que esté con base empotrada. La anterior afirmación nace de la rigidez de un elemento empotrado como $12EI/L^3$.
- A medida que disminuye la relación S/d, es decir la separación entre pilas sobre el diámetro de una de ellas, se encontró que las funciones de impedancia aumentan en cada pila. Situación casi similar se presenta con la rigidez dinámica de conjunto. Este postulado nace del análisis de la viabilidad de si las teorías planteadas eran aplicables a la ingeniería colombiana, encontrando un muy buen resultado en la aplicabilidad de la estructura tipo.
- El ejercicio desarrollado deja claro que entre más sea la distancia entre las pilas, menor es el valor del factor de interacción lo cual argumenta mucho más claro el resultado

obtenido en (Dobry & Gazetas, 1988) donde su distancia que se toma es de 12 metros y por ello obtiene resultados un poco menores.

- Cuando la onda sísmica ingresa a la pila activa, su factor de interacción entre la pila activa y la pasiva aparece mucho menor en el campo real cuando entra a 45° , mostrándose un mayor valor cuando llega a 0° y a 90° . Lo anterior se debe al cambio de distancias.
- Las diferencias de la rigidez dinámica sin efecto y con efecto de grupo son muy notorias, donde en el ejercicio de las 24 pilas se lograron resultados aproximados al 23% de su capacidad sin efecto de grupo, y también se pudo encontrar que entre más pilas estén en el análisis, la rigidez dinámica con efecto aumenta siendo ello muy lógico por el aumento de secciones.
- El mayor factor de interacción imaginario se presentó a los 45 grados, si se comparan solo con los de 0 y 90 grados. Lo anterior influirá notablemente lo cual físicamente representará un cambio en los resortes y amortiguadores del suelo.
- En el análisis de la estructura tipo, se encontró que el resultado que arroja la disminución del cortante basal, utilizando el método iterativo y el indicado por el reglamento sismo resistente colombiano, cumple cuando indica que solo se puede reducir hasta el 70 por ciento del valor encontrado sin interacción suelo estructura. En este caso el resultado arrojó como resultado un 98.9 por ciento.
- Si conoció que, si se toma un tipo de suelo con velocidades muy pequeñas poco típicas sobre los suelos de las grandes ciudades colombiana, utilizando la misma metodología de este trabajo, como por ejemplo una velocidad de 68 m/s, y las condiciones de sitio de Sabaneta arrojaría un cortante basal de 1415 t, con un porcentaje de 87.9 por ciento que seguiría cumpliendo con la NSR-10.
- De otra parte, también se pudo conocer que, si no se tomara el amortiguamiento mediante el método iterativo mencionado, en el cual su resultado fue de 0.0513, sino que se aplique lo estipulado en el apéndice A-2 de la NSR-10, arrojaría como resultado un amortiguamiento equivalente de 0.0634. Con lo anterior el cortante basal nos daría una reducción hasta del 90.9 por ciento lo cual sigue siendo viable si se sometiera a lo reglamentado en la NSR-10.
- Con el trabajo anterior, se puede comprobar que la Asociación Colombiana de Ingeniería Sísmica (AIS), debería analizar que se tiene material para construir un título de la NSR de interacción suelo estructura, y no solo un simple anexo como esta sucediendo en este momento. Con lo anterior, no se pueden plantear cambios a un pequeño anexo que existe, sino que se puede plantear la creación de un equipo ingenieril que cree ese nuevo título.

REFERENCIAS

- Aguilar, H., & Avilés, J. (2003). *Influencia de pilotes de fricción en la interacción dinámica suelo-estructura*. España: Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería Universitat Politècnica de Catalunya .
- Fernandez, L., Avilés, J., & Muriá, D. (2012). *Distribución de elementos mecánicos en pilas sujetas a fuerzas en la cabeza y ante la incidencia de ondas sísmicas*. México: Revista de Ingeniería Sísmica.
- Aguilar, H., & Avilés, J. (2000). *Rigideces dinámicas para pilas y pilotes en depositos de suelo estratificado* . México: Revista Sísmica de Suelos.
- Botero , J. C. (2011). *Dinámica de Estructuras Sistemas de un Grado de Libertad* . Medellín: Editorial Universidad EAFIT.
- Gazetas , G. (1991). *Foundation Vibrations* . New York: Foundation Engineering Handbook, H. Fang (Ed) Van Nostrand Reinhold .
- Taborda , R., Muriá , D., Pérez, R., & Macias, M. A. (2002). *Efectos de Interacción Suelo-Estructura de un Edificio en Acapulco*. México, D.F.: Sociedad Mexicana de Ingeniería Estructural, A.C.
- Dobry, R., & Gazetas, G. (1988). *Simple Method for Dynamic Stiffness and Damping of Floating Pile Groups*. 1988: Geotechnique Vol. 38, No 4.
- Gazetas, G., Hess, P., Zinn, R., Mylonakis, G., & Nicolaou, A. (1998). *Seismic Response of a Large Pile Group*. Róterdam: European Conference on Earthquake Engineering .
- Kausel , E., & Kaynia, A. (1982). *Dynamic Behavior of piles groups*. Austin Texas: 2da International Conference on Numeric Methods Offshore Piling.
- Kaynia, A. (1982). *Dynamic Stiffness and Seismic Response of Pile Groups*. Massachusetts: Research Report Massachusetts Inst. of Technology.
- Novak, M. (1974). *Dynamic Stiffness and Damping of Piles*. Ontario: Faculty Engineering University of Western Ontario London.
- Avilés, J. (2016). *Notas Resortes y Amortiguadores del Suelo*. México D.C.
- Gazetas, G., & Dobry, R. (1984). *Horizontal Response of Piles in Layered Soils* . Nueva York: Journa of Geotechnical Engineering.
- Rivera , R., & Paulin, J. (2000). *Programa de Computadora para el Análisis de la Interacción Suelo Pilote Bajo Cargas Laterales Estáticas o Dinámicas*. México D.F.: Facultad Ingeniería UNAM.
- Sarria, M. (2008). *Terremotos e Infraestructura*. Bogotá D.C: Universidad de Los Andes.
- Paulin , A., & Rivera, C. (2000). *Programa de computadora para el análisis de la interacción suelo-pilote bajo cargas laterales estáticas o dinámicas*. Coyoacan México D.F: Facultad Ingeniería UNAM.
- Avilés, J. (1993). *Apuntes interacción suelo estructura*. México D.F.
- Colindres, R. (1993). *Dinámica de suelos y estructuras*. México D.F: LIMUSA.
- Avilés, J. (2003). *Notas del Curso de Interacción Suelo Estructura ISE Orientada en Universidad EAFIT*. Medellín: Ingeniería Civil EAFIT.
- Taborda, R., Muriá , D., Pérez , R., & Macias , M. A. (s.f.).
- Sieffert, J.-C., & Cevaer , F. (1992). *Handbook of Impedance Functions* . France: Quest Editions.

Area Metropolitana del Valle de Aburra . (2018). *Microzonificación Sísmica de los Municipios del Valle de Aburra* . Medellín: Area Metropolitana del Valle de Aburra.

Rivera, R., & Paulín, J. (s.f.). *Programa de computadora para el análisis de la interacción suelo-pilote, bajo cargas laterales estáticas o dinámicas*.

Zeevaert, L. (1991). *Interacción Suelo Estructura de Cimentación*. México D.F: Noriega Limusa.

MINISTERIO DE AMBIENTE, VIVIENDA Y DESARROLLO TERR. (2010). *REGLAMENTO COLOMBIANO DE CONSTRUCCIÓN SISMO RESISTENTE*. BOGOTÁ DC: MINISTERIO DE AMBIENTE Y VIVIENDA.

Ministerio de Ambiente, V. y. (2010). *Reglamento Colombiano de Construcciones Sismo Resistente*. Bogotá: Asociación Colombiana de Ingeniería Sísmica.