



ANÁLISIS ESTOCÁSTICO DE LOS TIEMPOS DE CONSOLIDACIÓN CONSIDERANDO LA
VARIABILIDAD ESPACIAL DE LOS PARÁMETROS HIDROMECAÑICOS DEL SUELO

JESÚS DAVID PIZARRO FERNÁNDEZ

Trabajo de grado como requisito parcial para optar al título de magister en ingeniería

Asesor

Daniel Felipe Ruiz Restrepo

UNIVERSIDAD EAFIT
ESCUELA DE CIENCIAS APLICADAS E INGENIERÍA
MAESTRÍA EN INGENIERÍA
MEDELLÍN
2024

Agradecimiento

Este significativo logro se lo agradezco principalmente a Dios quien ha direccionado mis pasos en este camino, a mi familia quien son mi soporte y fuente de motivación, a los docentes de Eafit, Exneyder Montoya y Daniel Ruiz que me transmitieron el deseo de seguir ampliando mi alcance académico y a los amigos que siempre me brindaron voz de aliento.

“Debemos encontrar tiempo para detenernos y agradecer a las personas que hacen la diferencia en nuestras vidas”. John F. Kennedy.

CONTENIDO

pág.

0. INTRODUCCIÓN.....	9
1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	13
2. JUSTIFICACIÓN.....	16
3. OBJETIVOS.....	18
3.1. GENERAL	18
3.2. ESPECÍFICOS	18
4. MARCO TEÓRICO	19
4.1. TEORÍA DE LA CONSOLIDACIÓN DE TERZAGHI.....	19
4.1.1. Ecuación diferencial de consolidación.....	20
4.1.2. Limitaciones de la teoría	21
4.2. VARIABILIDAD INHERENTE DE LOS SUELOS	21
4.3. TEORÍA DE CAMPOS ALEATORIOS	26
4.3.1. Función de autocorrelación y longitud de correlación.....	28
4.3.2. Campos aleatorios gaussianos (simulaciones estocásticas)	32
4.3.3. Técnica embedding circular.....	33
4.4. SIMULACIÓN DE MONTE CARLO.....	34
5. DISEÑO METODOLÓGICO.....	36
5.1. USO DEL MODELO	37
5.2. RECOLECCIÓN DE DATOS.....	40
5.3. DESARROLLO DEL ÁBACO	42
6. MATERIALES Y MÉTODOS.....	44
6.1. ESQUEMAS NUMÉRICOS PARA LA SOLUCIÓN DE LA ECUACIÓN DE CONSOLIDACIÓN EN MEDIOS NO HOMOGÉNEOS.....	44
6.1.1. Ecuación general de la consolidación unidimensional para suelos heterogéneos	44
6.1.2. Solución con forma implícita.....	45
6.2. TRABAJO COMPUTACIONAL.....	49
6.2.1. Características del modelo	49
6.2.2. Centro de computación científica Apolo – Universidad EAFIT.....	51
7. RESULTADOS.....	52
7.1. EJECUCIÓN DEL MODELO NUMÉRICO ESTOCASTICO	52
7.2. SIMIULACIONES MONTE CARLO DEL MODELO	53
7.3. OBTENCIÓN DEL ÁBACO	56

7.4. USO DEL ÁBACO DESARROLLADO	59
8. CONCLUSIONES.....	62
9. RECOMENDACIONES.....	64
REFERENCIAS.....	65

LISTA DE TABLAS

pág.

Tabla 1 Valores de coeficiente de variación para propiedades geotécnicas y ensayos In Situ.....	23
Tabla 2 Modelos usados a escala finita	30
Tabla 3 Resumen de la variabilidad inherente de las propiedades de los suelos	31
Tabla 4 Valores de conductividad hidráulica para suelos comunes	38
Tabla 5 Valores tipos de coeficiente de compresibilidad volumétrica	39
Tabla 6 Combinaciones de k y mv usadas en el modelo.....	41
Tabla 7 Valores establecidos para escenarios de variabilidad.....	41
Tabla 8 Tiempos de consolidación a partir de ábaco drenaje doble.....	60
Tabla 9 Tiempos de consolidación a partir de ábaco drenaje simple	61

LISTA DE FIGURAS

pág.

Figura 1 Variabilidad espacial de las propiedades del suelo a lo largo de la profundidad.....	25
Figura 2 Fases del presente proyecto de investigación.....	37
Figura 3 Estructura de herramienta computacional usada.....	50
Figura 4 Generación del campo aleatorio Drenaje Simple.....	53
Figura 5 Generación del campo aleatorio Drenaje Doble.....	53
Figura 6 Convergencia del Método de Montecarlo.....	54
Figura 7 Distribución de Incertidumbre para T.....	55
Figura 8 Ábaco Obtenido Para T con datos Geoestadísticos.....	57
Figura 9 Uso del ábaco.....	59

LISTA DE ECUACIONES

pág.

Ecuación 1 Coeficiente de compresibilidad.....	19
Ecuación 2 Disminución del volumen de vacíos por volumen inicial del suelo.....	20
Ecuación 3 Coeficiente de compresibilidad volumétrica.....	20
Ecuación 4 Ecuación general de la consolidación	20
Ecuación 5 Variación Espacial $x(D)$	24
Ecuación 6 Longitud de correlación	28
Ecuación 7 Función de correlación.....	29
Ecuación 8 función de correlación exponencial simple.....	30
Ecuación 9 Ecuación diferencial de la consolidación discretizando k y m_v	40
Ecuación 10 Ecuación de la consolidación unidimensional para suelos heterogéneos	44
Ecuación 11 Derivada expandida en z para la ecuación de la consolidación unidimensional para suelos heterogéneos.....	44

LISTA DE SÍMBOLOS O VARIABLES

C_v	Coefficiente de consolidación
k	Conductividad hidráulica (permeabilidad)
m_v	Coefficiente de compresibilidad volumétrica
μ_k	Media de Conductividad hidráulica (permeabilidad)
μ_{m_v}	Media de Coeficiente de permeabilidad volumétrica
CoV_k	Coefficiente de variación de Conductividad hidráulica (permeabilidad)
CoV_{m_v}	Coefficiente de variación del Coeficiente de permeabilidad volumétrica
p_w	Exceso de presión de poros
T_v	Factor adimensional de tiempo
T_{rf}	Factor adimensional de tiempo para campos aleatorios
T_{hm}	Factor adimensional de tiempo para condición homogénea
U	Grado de consolidación
μ_T	Media del factor adimensional de tiempo resultante de Monte Carlo
σ_T	Desviación estándar factor adimensional de tiempo resultante de Monte Carlo
CoV_T	Coefficiente de variación del Factor adimensional de tiempo resultante de Monte Carlo
t	Tiempo de consolidación

Resumen

La consolidación de los suelos es un fenómeno que impacta directamente el servicio de las estructuras. En suelos finogranulares se ve afectada por cambios en la permeabilidad y la compresibilidad. Los tiempos de consolidación se afectan según la variabilidad espacial de los parámetros del suelo. Cuanto mayor sea la heterogeneidad en la distribución de la conductividad hidráulica, más tiempo se necesitará para disipar el exceso de presión de poro, afectando de manera significativa el comportamiento de cimentaciones bajo cargas de servicio. Este estudio utiliza un enfoque estocástico para modelar cómo la heterogeneidad de los suelos prolonga los tiempos de consolidación, implementando campos aleatorios generados a partir de datos geoestadísticos (media, coeficiente de variación y longitud de correlación) considerando rangos de parámetros hidromecánicos típicos para suelos finogranulares. Mediante un modelo numérico en Python, que resuelve la ecuación de consolidación con el método de diferencias finitas, se evalúan los efectos de esta heterogeneidad en tiempos de consolidación. Además, la integración del método de Monte Carlo permite una cuantificación detallada de la incertidumbre, proporcionando un análisis de la confianza del factor adimensional de tiempo en función de múltiples realizaciones del modelo. Los resultados destacan que la variabilidad espacial de parámetros, en particular el coeficiente de variación y la longitud de correlación, aumenta los tiempos de consolidación de manera significativa. A partir de estos datos, se desarrolló una herramienta predictiva tipo ábaco que facilita la estimación del factor de tiempo de consolidación y su incertidumbre en función de parámetros geoestadísticos de conductividad hidráulica y compresibilidad volumétrica. Este enfoque aporta una comprensión más profunda de la influencia de la heterogeneidad del suelo en los procesos de consolidación, subrayando la importancia de incorporar análisis estocásticos de parámetros en el diseño y evaluación de cimentaciones.

Palabras clave: Consolidación Unidimensional, Variabilidad espacial, campos aleatorios, modelos estocásticos, simulaciones de Monte Carlo, Geoestadística.

0. INTRODUCCIÓN

Para los estudios geotécnicos de las superestructuras, es de gran relevancia calcular los tiempos de consolidación de un estrato de suelo sometido a los esfuerzos que estas transmiten. Para obtener resultados más precisos y razonables en los análisis de consolidación de suelos, se debe considerar la variabilidad espacial de las propiedades del suelo así lo afirma Bong en [1]. El análisis de la consolidación de suelos comenzó con la teoría clásica de Terzaghi, desarrollada en la década de 1920 [2], la cual asume que los suelos son homogéneos y están completamente saturados. En [3] se establece que esta teoría, aunque fundamental, simplificaba muchos aspectos del comportamiento del suelo, limitando su aplicabilidad en suelos heterogéneos, donde la conductividad hidráulica y el coeficiente de compresibilidad volumétrica varían considerablemente. Esta limitación abrió el camino a investigaciones posteriores, que buscaron integrar la variabilidad espacial en el análisis de la consolidación.

A partir de los años 60, estudios como los de Davis y Raymond (1965) y Schiffman y Gibson (1964) reconocieron que la conductividad hidráulica y el coeficiente de compresibilidad no son constantes, sino que varían con la profundidad y la presión efectiva. Esto condujo al desarrollo de modelos más complejos que integraban esta variabilidad en el cálculo de la consolidación, pero aún persistían limitaciones en cuanto a cómo manejar las incertidumbres inherentes a la variabilidad espacial del suelo. [4] En las décadas siguientes, se desarrollaron métodos que empezaron a considerar la variabilidad espacial de los parámetros del suelo. Por ejemplo, Rinh-Le Ly (1978) [5] propuso un enfoque numérico para estimar la consolidación en suelos no homogéneos, al introducir la variación de los parámetros de consolidación con la profundidad. Aunque estos enfoques representaron avances significativos, todavía dependían de simplificaciones que no capturaban completamente la naturaleza estocástica de la variabilidad del suelo.

En el contexto de la geotecnia del siglo XXI, los métodos estocásticos han transformado significativamente el análisis de consolidación al permitir una representación más precisa de la variabilidad inherente del suelo. Por ejemplo, Fenton y Griffiths (2002) [6] avanzaron en el uso de la teoría de campos aleatorios para modelar la heterogeneidad espacial del suelo, destacando que ignorar esta variabilidad puede inducir a cálculos subestimados o sobreestimados en términos de asentamientos y tiempos de consolidación. La integración de estas técnicas responde a la necesidad de abordar la incertidumbre de los parámetros del suelo en condiciones naturales, un aspecto esencial para el diseño geotécnico moderno.

En Colombia, se han desarrollado investigaciones que, aunque no enfocadas en la consolidación, abordan con enfoques estocásticos propiedades relevantes del suelo. Díaz Méndez y Manrique [7] estudiaron la heterogeneidad inherente de la resistencia al corte no drenada (S_u) utilizando ensayos tipo CPTu y SDMT. Estos estudios determinaron una escala de fluctuación de hasta 67.32 mm y rangos de S_u promedio entre 16 y 51 kPa, con una varianza que puede alcanzar hasta 320 kPa². A través de campos aleatorios, estas investigaciones ofrecen bases para incorporar la variabilidad espacial en diseños que optimicen la confiabilidad estructural. Estos avances reflejan una transición hacia modelos que capturan de manera más efectiva la complejidad del comportamiento del suelo, promoviendo diseños basados en confiabilidad y mitigando riesgos derivados de simplificaciones excesivas en la caracterización geotécnica.

En 2023, Lozano [6] llevó a cabo un estudio centrado en la caracterización de la variabilidad espacial inherente de los suelos en la Sabana de Bogotá. Este análisis requirió la recopilación y evaluación de datos continuos provenientes de distintas zonas geotécnicas de Bogotá, Colombia, utilizando una base de 487 sondeos CPT. Empleando métodos probabilísticos y estocásticos, se analizaron tres parámetros del CPT: la resistencia de punta (qc), la resistencia de fuste (fs) y la presión de poros (u).

Las Unidades Homogéneas de Suelo (UHS) se definieron a partir de indicadores estadísticos como el coeficiente de correlación intraclase (CCI), el estadístico T y el estadístico D^2 . Posteriormente, se aplicaron análisis de regresión para determinar las tendencias óptimas, generando residuales que permitieron modelar funciones de autocorrelación basadas en la teoría de campos aleatorios. Esto facilitó la estimación de la escala de fluctuación de los datos mediante métodos reconocidos en la literatura geotécnica.

La estacionariedad de las UHS fue validada mediante el estadístico de Bartlett modificado y pruebas adicionales, como el ensayo Tau de Kendall y la prueba de rachas. Los resultados indicaron que las escalas de fluctuación para los parámetros evaluados en suelos de la Sabana de Bogotá varían entre 0.10 m y 0.40 m, proporcionando información clave sobre la heterogeneidad de los suelos en la región.

En 2011 Gilani [7] afirmó que la permeabilidad del suelo juega un papel importante en la consolidación de los depósitos aluviales naturales, los cuales son inevitablemente heterogéneos. La variación espacial de los parámetros de consolidación se puede descomponer convenientemente en una función de tendencia suave y un componente fluctuante. Las tendencias deterministas de la permeabilidad y el coeficiente de compresibilidad volumétrica se eliminan a partir de ensayos in situ, y se asume que el componente

residual representa el comportamiento estocástico. El artículo se enfocó en el efecto combinado de la variabilidad determinista y estocástica de los parámetros de consolidación, lo que se denomina variabilidad inherente, en el comportamiento de consolidación de los depósitos naturales.

Estudios recientes sobre los efectos de la variabilidad de parámetros en el fenómeno de consolidación han arrojados resultados interesantes. Chong [8], en 2017 desarrolló simulaciones numéricas basadas en campos aleatorios correlacionados, revelando que la heterogeneidad en la distribución de la conductividad hidráulica tiene un impacto significativo en el proceso de consolidación, extendiendo el tiempo de disipación de la presión de poro. [8] Este trabajo subrayó la necesidad de considerar la variabilidad espacial en el diseño geotécnico, especialmente en suelos con alta heterogeneidad. Este estudio se basa en la variabilidad espacial del proceso de consolidación, pero está limitado a análisis 1D utilizando el método de elementos finitos estocásticos y campos aleatorios generados solo para conductividad hidráulica. No incluye la variabilidad espacial en otros parámetros como el índice de compresión, lo que podría afectar los resultados. Además, el análisis se realiza con condiciones de drenaje específicas y no considera otras configuraciones que podrían ser relevantes en proyectos reales. A partir de la investigación de Chong sería útil ampliar este análisis para incluir un modelo 2D o 3D que considere la variabilidad espacial de múltiples parámetros del suelo, como la conductividad y el índice de compresión. También se sugiere realizar estudios para diferentes condiciones de drenaje y geometrías complejas del suelo, explorando cómo las correlaciones entre parámetros afectan los tiempos de consolidación.

Más recientemente, Zapata-Norberto et al. (2024) [9] abordaron el impacto de la variabilidad espacial en suelos altamente compresibles, demostrando que el uso de simulaciones estocásticas que integran la correlación cruzada entre parámetros como la conductividad hidráulica y el índice de compresibilidad puede aumentar significativamente la precisión en la predicción del asentamiento. El estudio se enfoca en la correlación entre la conductividad hidráulica y el índice de compresión, pero se limita a casos sintéticos y no cuenta con datos reales de campo para validar los resultados. Además, no se exploran los efectos de otras propiedades del suelo que podrían influir en los asentamientos. Este enfoque ha abierto nuevas vías de investigación para desarrollar herramientas que consideren tanto la variabilidad espacial como las interrelaciones entre diferentes propiedades del suelo.

El presente trabajo investigativo profundiza en las hipótesis previamente formuladas sobre la consolidación unidimensional de Terzaghi, aplicando un enfoque estocástico que considera la variabilidad espacial de los parámetros hidromecánicos del suelo. Para lograr este objetivo, se utilizó un

generador de campos aleatorios gaussianos con una distribución log-normal, simulando la variabilidad de la permeabilidad hidráulica k y el módulo de compresibilidad volumétrica m_v , a lo largo de la profundidad (z). Este generador opera a partir de valores medios de los parámetros, con su incertidumbre caracterizada por el coeficiente de variación (CoV) y la longitud de correlación (λ), produciendo vectores independientes $k(z)$ y $m_v(z)$.

Adicionalmente, se implementó un solucionador basado en diferencias finitas con un esquema implícito de Euler, desarrollado para resolver la ecuación diferencial de consolidación unidimensional considerando la variabilidad de los parámetros con la profundidad. Este modelo permitió comparar la disipación de la presión de poro (p_w), los tiempos y grados de consolidación tanto para un suelo homogéneo como heterogéneo. La herramienta computacional implementada posibilitó la ejecución de simulaciones Monte Carlo, superando los cálculos deterministas tradicionales al permitir un análisis estocástico del tiempo adimensional de consolidación (T), basándose en hasta 1000 realizaciones de los campos aleatorios en cada simulación. Estas simulaciones permiten cuantificar el valor medio de T y la incertidumbre asociada (σ_T o CoV_T).

Con esta investigación, se espera proporcionar una visión innovadora y detallada del análisis de la consolidación en suelos, enfocándose en las particularidades de los materiales heterogéneos. Este enfoque permitirá mejorar significativamente la precisión en la estimación de los tiempos de consolidación al incorporar la variabilidad espacial de los parámetros hidromecánicos, como la conductividad hidráulica (k) y el coeficiente de compresibilidad volumétrica (m_v). Dicho análisis, basado en modelos numéricos y estocásticos robustos, no solo aborda las limitaciones inherentes a los métodos deterministas tradicionales, sino que también establece métodos para evaluar la incertidumbre asociada a la heterogeneidad del suelo. Además, este trabajo busca sentar las bases para nuevas líneas de estudio en la mecánica de suelos, especialmente en la integración de simulaciones numéricas avanzadas que se acerquen a la naturaleza real de los suelos caracterizada por su alta variabilidad espacial, logrando análisis y diseños geotécnicos más seguros y eficientes, contribuyendo así al desarrollo de una ingeniería más confiable.

1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Chong en [8] plantea que los tiempos de consolidación se afectan según la variabilidad espacial de los parámetros del suelo. Cuanto mayor sea la heterogeneidad en la distribución de la conductividad hidráulica que se aplique, más tiempo se necesitará para disipar el exceso de presión de poro. Vanmarcke afirma que, las propiedades de los materiales geotécnicos varían espacialmente, lo que generalmente se conoce como "variabilidad espacial inherente". [10] La importancia de modelar y evaluar la variabilidad espacial de los parámetros geotécnicos, es cada vez más reconocido en el diseño en geotecnia, especialmente cuando hoy en día la mayoría de los códigos de diseño se soportan en técnicas que tienen en cuenta la incertidumbre y los niveles de confianza [11] En suelos heterogéneos, la consolidación es influenciada no solo por las propiedades mecánicas del suelo, sino también por la variabilidad espacial de sus características, como la conductividad hidráulica (k) y el coeficiente de compresibilidad volumétrica (m_v). Estos parámetros son determinantes en el comportamiento del suelo bajo cargas, afectando los tiempos y el grado de consolidación.

Hong en 1992 [12] investigó la consolidación unidimensional de suelos con propiedades inciertas, particularmente el coeficiente de consolidación (C_v). Se analizan los momentos probabilísticos de la presión de poros en exceso y del grado de consolidación, utilizando un método de discretización de la probabilidad en lugar de asumir una distribución específica para C_v . Los resultados mostraron que el uso del método de tres puntos para la concentración de probabilidad ofrece una precisión adecuada en la estimación de los valores medios y las desviaciones estándar de la presión de poros y del grado de consolidación. Los errores relativos son pequeños, y los momentos de tercer a quinto orden tienen una influencia mayor en la desviación estándar que en los valores medios, lo que es relevante para el análisis de la incertidumbre. El método de discretización de la probabilidad es eficaz para evaluar la variabilidad del coeficiente de consolidación, C_v , y su impacto en la consolidación unidimensional.

En los últimos años se han generado múltiples investigaciones que involucran la teoría de campos aleatorios o modelos estocásticos para analizar el comportamiento del suelo desde distintas perspectivas Fenton en [13] plantea que es posible predecir la probabilidad de falla por capacidad de carga de una zapata conociendo datos estadísticos de cohesión efectiva (c') y de fricción efectiva (ϕ') con modelos de promediado geométrico y luego realizando simulaciones con Montecarlo.

Por su parte Kim en [14] afirma que la variabilidad espacial en los suelos da lugar a varios fenómenos que no ocurren en medios homogéneos y en su artículo reporta fenómenos emergentes relacionados con la variabilidad en la rigidez, la resistencia, la conductividad y la difusión.

Bong [1] plantea que para obtener resultados más precisos y razonables en los análisis de consolidación de suelos, se debe considerar la variabilidad espacial de las propiedades del suelo y en su estudio realizado para los suelos de Yeonjongdo, Corea del Sur se evaluaron los coeficientes de variación de los coeficientes de consolidación vertical y horizontal, se generaron campos aleatorios gaussianos estándar y posteriormente, se calculó el grado promedio de consolidación utilizando el método de diferencias finitas acoplado con campos aleatorios logarítmico-gaussianos. Los resultados indicaron que, al considerar la variabilidad espacial de las propiedades del suelo, la probabilidad de falla para el grado objetivo de consolidación era menor cuando se tenía en cuenta la distancia de correlación que cuando no se consideraba.

La investigación de Chong [8] ha demostrado que la variabilidad espacial en la conductividad hidráulica tiene un efecto significativo en el proceso de consolidación, con una mayor heterogeneidad resultando en tiempos más prolongados para la disipación de la presión de poro. Sin embargo, el estudio se centró en la conductividad hidráulica como la única variable aleatoria, dejando de lado el análisis simultáneo de múltiples parámetros aleatorios que también podrían influir en la consolidación del suelo. Además, los estudios previos no han proporcionado una cuantificación detallada de cómo la variabilidad espacial de estos parámetros influye conjuntamente en la evolución temporal de la consolidación en suelos heterogéneos.

La compresibilidad volumétrica m_v es otro parámetro clave que afecta el proceso de consolidación, especialmente en suelos que presentan una estructura de capas con diferentes propiedades físicas y mecánicas. La combinación de la variabilidad espacial de la conductividad hidráulica y la compresibilidad volumétrica puede generar comportamientos de consolidación no lineales y complejos que no pueden ser explicados adecuadamente mediante modelos que asumen homogeneidad o que solo consideran una variable aleatoria.

En este contexto, surge la necesidad de un análisis más integral y detallado que considere la variabilidad espacial simultánea de los parámetros hidromecánicos k y m_v para entender mejor su impacto combinado en el proceso de consolidación en suelos heterogéneos. Este enfoque permitirá desarrollar modelos de consolidación más precisos que capturen los efectos de la heterogeneidad del suelo en la disipación de la

presión de poro y en el comportamiento de asentamiento del suelo bajo carga. Por lo relacionado anteriormente, surge la siguiente pregunta de investigación:

¿Se prolongarán los tiempos de consolidación de los suelos heterogéneos al considerar la variabilidad espacial de los parámetros hidromecánicos?

A continuación, durante el desarrollo del presente trabajo investigativo se explorarán diferentes aspectos alrededor del cuestionamiento para darle respuesta.

2. JUSTIFICACIÓN

La consolidación de los suelos es un fenómeno que impacta directamente el servicio de las estructuras. En la arcilla saturada se ve afectada por cambios en la permeabilidad y la compresibilidad [15]. En la teoría de Terzaghi, estas variaciones se omiten con el fin de obtener una ecuación gobernante lineal que sea fácilmente soluble. Este procedimiento es justificable en muchas aplicaciones prácticas, dado que las propiedades del material están tan mal definidas que no justifican un tratamiento más complejo [4]. El propósito del presente trabajo es estudiar el efecto de la variabilidad espacial de los parámetros hidromecánicos (k y m_v) omitidos en las soluciones analíticas convencionales.

Los materiales geotécnicos son materiales naturales, y sus propiedades se ven afectadas por diversos factores durante su proceso de formación, tales como las propiedades de los materiales parentales, los procesos de meteorización y erosión, los agentes de transporte, y las condiciones de sedimentación. Tal cual lo confirman distintos autores entre ellos Vanmarcke [16], y Jaska [17], entre otros. Por este motivo se deben realizar estudios geotécnicos que consideren estas características heterogéneas, con enfoques estocásticos y probabilísticos. Los perfiles de suelo probabilísticos se caracterizan, primero, por las mejores estimaciones de las profundidades de las capas y de las propiedades de ingeniería pertinentes; y, en segundo lugar, por el coeficiente de variación y las escalas de correlación para los parámetros del perfil de interés.

Zapata en 2024 [9] Investigó parámetros correlacionados para representar adecuadamente las relaciones naturalmente existentes entre los parámetros más relevantes, la conductividad hidráulica k y el índice de compresibilidad C_c , que intervienen en el proceso de consolidación de sedimentos altamente compresibles. Los resultados de las simulaciones de Monte Carlo muestran que cuando k y C_c son parámetros aleatorios correlacionados (es decir, cuando se considera la incertidumbre en la distribución vertical de los valores de los parámetros), el asentamiento total promedio del conjunto es consistentemente mayor (entre un 13% y un 40% más para el modelo sintético probado) que el asentamiento total obtenido cuando los parámetros son deterministas (perfectamente conocidos).

En diversas aplicaciones geotécnicas, la precisión en los cálculos relacionados con la consolidación de los suelos es fundamental para el éxito de los proyectos. Anticipar de manera realista el comportamiento del suelo, específicamente en lo referente a los tiempos de disipación de la presión de poros, resulta clave para optimizar técnicas de aceleración de la consolidación como el uso de mechas drenantes, pilotes de grava o cualquier otro método que favorezca el flujo rápido del agua a través de los poros del suelo. Sin

embargo, estos métodos serían significativamente más eficientes si se incorporara la heterogeneidad del estrato en los modelos de análisis.

Al considerar la variabilidad espacial de los parámetros hidromecánicos del suelo, es posible obtener una representación más fiel de su comportamiento, lo que no solo mejora la predictibilidad de los tiempos de consolidación, sino que también permite ajustar las estrategias de diseño y ejecución de los proyectos. De este modo, la investigación no solo contribuirá a un avance teórico en el campo de la consolidación, sino que también ofrecerá herramientas prácticas que incrementen la eficiencia y precisión en la implementación de soluciones geotécnicas, generando resultados más fiables y reduciendo los riesgos asociados a la incertidumbre inherente en los métodos tradicionales.

La presente investigación, enfocada en el estudio de los tiempos de consolidación en suelos heterogéneos mediante un modelo numérico y estocástico que considera la variabilidad espacial de la conductividad hidráulica (k) y el coeficiente de compresibilidad volumétrica (m_v), representa un aporte significativo tanto en el ámbito académico como en el práctico. Al desarrollar una herramienta capaz de determinar con mayor precisión el factor adimensional de tiempo en suelos heterogéneos y la incertidumbre asociada a éste, se establece la necesidad de implementar un solucionador numérico basado en la forma implícita de Euler para diferencias finitas. Este enfoque proporciona estabilidad numérica incondicional y permite manejar de manera eficiente las variaciones espaciales y temporales propias de los suelos heterogéneos, garantizando resultados precisos y físicamente consistentes incluso en condiciones de alta variabilidad. En el ámbito práctico, el uso de este tipo de modelos permitirá obtener estimaciones más confiables de los parámetros hidromecánicos del suelo, lo que se traducirá en criterios de diseño de cimentaciones más ajustados a la realidad geotécnica de los sitios, reduciendo la incertidumbre asociada a los métodos convencionales y mejorando la seguridad y eficiencia en proyectos de ingeniería. De esta manera, los resultados obtenidos podrán ser aplicados en la optimización del diseño de estructuras, garantizando mayor durabilidad y seguridad en las obras civiles.

3. OBJETIVOS

3.1.GENERAL

Analizar los tiempos de consolidación en suelos heterogéneos a partir de un modelo numérico y estocástico que integre la variabilidad espacial de la conductividad hidráulica y el coeficiente de compresibilidad volumétrica, para desarrollar una herramienta que determine el factor adimensional con datos geoestadísticos.

3.2.ESPECÍFICOS

- Utilizar un modelo numérico que resuelve la ecuación de consolidación de Terzaghi en estratos homogéneos y su equivalente para suelos heterogéneos, generando campos aleatorios de las variables hidromecánicas (como k y m_v) para cuantificar la influencia de la variabilidad en los tiempos de consolidación.
- Procesar los resultados del factor adimensional de tiempo T_v obtenidos con simulaciones de Monte Carlo aplicadas al modelo estocástico, para cuantificar la incertidumbre generada por la variabilidad espacial.
- Desarrollar una herramienta predictiva tipo ábaco, que utilice datos geoestadísticos de parámetros hidromecánicos para determinar los tiempos de consolidación en suelos heterogéneos.

4. MARCO TEÓRICO

4.1. TEORÍA DE LA CONSOLIDACIÓN DE TERZAGHI

Karl Terzaghi formuló en 1923 la teoría de la consolidación unidimensional, fundamental en el análisis de suelos saturados. [3] La consolidación se define como el proceso de reducción de contenido de agua en suelos sin que sea reemplazada por aire, lo cual ocurre comúnmente bajo carga sostenida. Este fenómeno es esencial en el diseño y análisis de estructuras que interactúan con suelos arcillosos, ya que la baja permeabilidad de estos suelos produce una respuesta lenta a los cambios de carga, lo que genera asentamientos diferidos en el tiempo.

La teoría de Terzaghi se basa en suposiciones simplificadoras para modelar el comportamiento del suelo:

- Medio Saturado Completo: Los vacíos están llenos de agua, sin aire.
- Incompresibilidad del Agua y de los Sólidos: Tanto el agua como las partículas del suelo son incompresibles.
- Validez de la Ley de Darcy: El flujo de agua sigue una relación lineal entre velocidad y gradiente hidráulico.
- Coeficiente de Permeabilidad Constante: Se asume que la permeabilidad k es constante durante el proceso.
- Consolidación como Resultado de Baja Permeabilidad: La resistencia al flujo de agua a través del suelo causa el retardo en la consolidación.

La teoría propone la relación fundamental entre la presión efectiva y la deformación del suelo se describe con el coeficiente de compresibilidad a_v , que relaciona la variación de la relación de vacíos e con el cambio de presión efectiva p . Este coeficiente puede expresarse como:

$$a_v = \frac{e_o - e}{p_o - p}$$

Ecuación 1 Coeficiente de compresibilidad

donde e_o es la relación de vacíos inicial, y p_o y p son las presiones efectivas inicial y final, respectivamente.

La cantidad $e_0 - e$ representa la disminución del volumen de los vacíos en un bloque de suelo con un volumen inicial de $1 + e_0$. La relación de vacíos inicial e_0 corresponde a un volumen de vacíos por unidad de volumen de suelo $n_0 = \frac{e_0}{1+e_0}$ y la relación de vacíos final e a $n_{01} = \frac{e}{1+e}$. Por lo tanto, la disminución Δn del volumen de vacíos por unidad del volumen inicial del suelo.

$$\Delta n = n_0 - n_{01} = \frac{a_v}{1 + e_0} (p - p_0) = m_{vc} (p - p_0) = m_v \Delta p$$

Ecuación 2 Disminución del volumen de vacíos por volumen inicial del suelo

donde Δp es el aumento de la presión unitaria efectiva. El valor es el coeficiente de disminución de volumen.

$$m_v = \frac{a_v}{1 + e_0} gm^{-1}cm^2$$

Ecuación 3 Coeficiente de compresibilidad volumétrica

4.1.1. Ecuación diferencial de consolidación

Para el análisis matemático del proceso, Terzaghi formuló la ecuación diferencial de consolidación que describe la disipación de presión de poros con el tiempo. Para un estrato de arcilla de espesor H , bajo una carga adicional p_1 , la ecuación es:

$$\frac{\partial p_w}{\partial t} = C_v \frac{\partial^2 p_w}{\partial z^2}$$

Ecuación 4 Ecuación general de la consolidación

donde p_w es el exceso de presión de poros y C_v es el coeficiente de consolidación, una propiedad del suelo que depende de la compresibilidad y la permeabilidad.

La solución de esta ecuación permite determinar la distribución de la presión de poros y la velocidad de consolidación en función del tiempo, siendo útil para predecir el comportamiento a largo plazo de los asentamientos en arcillas bajo cargas sostenidas. El proceso de consolidación se divide en tres etapas:

- Presión Hidrostática Excedente: Justo después de aplicar la carga, el aumento de presión es soportado completamente por el agua en los poros.
- Disipación Gradual de Presión: Con el tiempo, el agua se expulsa y la presión se transfiere a la estructura del suelo, aumentando el esfuerzo efectivo.
- Consolidación Completa: Al finalizar, la sobrecarga es soportada totalmente por el esqueleto sólido del suelo, y el agua en los poros retorna a condiciones estáticas.

4.1.2. Limitaciones de la teoría

La teoría de Terzaghi proporciona un marco de análisis para suelos con baja permeabilidad, aunque tiene limitaciones:

- Homogeneidad del Suelo: Asume propiedades constantes del suelo, lo cual no siempre representa condiciones reales.
- Deformación Lateral Nula: La arcilla está confinada lateralmente y se permite solo la deformación vertical.
- Distribución de Esfuerzos Uniforme: Se considera una distribución uniforme de esfuerzos en cada sección horizontal del suelo, lo cual no siempre se cumple en la práctica.

El modelo de consolidación de Terzaghi ha sido base para múltiples investigaciones y desarrollos en la mecánica de suelos, permitiendo ajustes que consideran variaciones no lineales de propiedades del suelo, su heterogeneidad espacial y efectos de variabilidad inherente. Investigaciones recientes, como las de Zapata (2024) [9], estudian la consolidación en medios heterogéneos mediante enfoques estocásticos, integrando variabilidad espacial y correlaciones entre parámetros como la permeabilidad y el índice de compresibilidad para analizar procesos complejos como la subsidencia en acuíferos explotados.

Este modelo ha sido aplicado en proyectos de infraestructura para estimar asentamientos diferidos en suelos arcillosos bajo estructuras, y sigue siendo una herramienta fundamental en la ingeniería geotécnica.

4.2. VARIABILIDAD INHERENTE DE LOS SUELOS

Los materiales geotécnicos son componentes fundamentales en la ingeniería civil, y su comportamiento es influenciado por una variedad de factores naturales. Estos materiales son inherentemente variables, lo que significa que sus propiedades no son constantes y pueden cambiar significativamente dependiendo de su ubicación y las condiciones ambientales. Duncan [18] subraya la importancia de considerar la variabilidad e incertidumbre de los parámetros del suelo en los cálculos de seguridad, sugiriendo la integración de métodos de fiabilidad como un complemento valioso en la ingeniería geotécnica.

Esta variabilidad es un aspecto crucial que los ingenieros deben considerar al diseñar estructuras que dependen de la estabilidad y resistencia del suelo. Según Jaska [19], esta variabilidad puede modelarse como un campo aleatorio, siendo descrita de manera concisa mediante el coeficiente de variación

(COV) y la escala de fluctuación. La variabilidad inherente resulta principalmente de los procesos geológicos naturales que modifican continuamente el suelo en su ubicación original.

[18], en su investigación sobre la variabilidad espacial de los suelos, define el concepto de "variabilidad inherente de los suelos" como la fluctuación natural en las propiedades geotécnicas de los suelos, que se manifiesta tanto a escalas pequeñas como grandes. Esta variabilidad es crucial para el diseño geotécnico, ya que afecta la resistencia y el comportamiento del suelo bajo carga. [18] utiliza técnicas avanzadas como la teoría de campos aleatorios y geoestadística para modelar esta variabilidad, destacando que las mediciones precisas, obtenidas mediante pruebas de penetración con cono (CPT), permiten capturar cambios en las propiedades del suelo a intervalos muy cortos. Además, identifica una "estructura anidada" en la variabilidad del suelo, lo que implica que múltiples fuentes de variación contribuyen a las propiedades observadas. Esta comprensión es esencial para estimar correctamente el comportamiento del suelo en aplicaciones prácticas, como el diseño de cimentaciones y estructuras geotécnicas.

Las fuentes principales de incertidumbre en ingeniería geotécnica se dividen en tres categorías: variabilidad inherente, error de medición e incertidumbre de transformación. La variabilidad inherente se refiere a las fluctuaciones naturales en las propiedades del suelo, modeladas como un campo aleatorio y descritas mediante el coeficiente de variación (COV) y la escala de fluctuación. El error de medición surge de imperfecciones en los instrumentos y procedimientos, afectando la precisión de los datos obtenidos. Por último, la incertidumbre de transformación ocurre cuando se convierten las mediciones en propiedades del suelo utilizando modelos empíricos, lo que puede introducir errores adicionales. La interacción de estas fuentes determina la incertidumbre total en el diseño geotécnico, subrayando la importancia de considerar cada una en el análisis y diseño estructural [18] Jaska también afirma que estas fluctuaciones pueden influir en el comportamiento del suelo bajo carga. Esta variabilidad es afectada por varios factores, entre los cuales destacan:

- **Composición del Suelo:** La mezcla de partículas minerales, materia orgánica y agua puede variar significativamente, afectando propiedades como la cohesión y la resistencia al corte.
- **Efectos de Carga:** Las cargas aplicadas sobre el suelo pueden provocar deformaciones que varían según la ubicación y el tipo de material, afectando su comportamiento estructural.
- **Propiedades de Materiales Parentales:** Las características del material del cual se originan los suelos, como la roca madre, influyen en las propiedades finales del suelo.

- Procesos de Meteorización y Erosión: Estos procesos físicos y químicos alteran las propiedades del suelo a lo largo del tiempo, afectando su composición y estructura.
- Agentes de Transporte: El agua, el viento y otros agentes pueden transportar partículas y sedimentos, cambiando así la distribución y características del suelo.
- Condiciones de Sedimentación: La forma en que los sedimentos se depositan también afecta la estructura del suelo, influyendo en sus propiedades mecánicas (Vanmarcke, 1977; [18];[19]; Baecher y Christian, 2003; Mitchell y Soga, 2005).

En la Tabla 1 Valores de coeficiente de variación para propiedades geotécnicas y ensayos In Situ se muestra la incertidumbre asociada a distintas propiedades del suelo:

Tabla 1 Valores de coeficiente de variación para propiedades geotécnicas y ensayos In Situ

Property or in situ test result (1)	Coefficient of variation —V (%) (2)	Source (3)
Unit weight (γ)	3–7%	Harr (1984), Kulhawy (1992)
Buoyant unit weight (γ_b)	0–10%	Lacasse and Nadim (1997), Duncan (2000) ^a
Effective stress friction angle (ϕ')	2–13%	Harr (1984), Kulhawy (1992)
Undrained shear strength (S_u)	13–40%	Harr (1984), Kulhawy (1992), Lacasse and Nadim (1997), Duncan (2000) ^a
Undrained strength ratio (S_u/σ'_v)	5–15%	Lacasse and Nadim (1997), Duncan (2000) ^a
Compression index (C_c)	10–37%	Harr (1984), Kulhawy (1992), Duncan (2000) ^a
Preconsolidation pressure (p_p)	10–35%	Harr (1984), Lacasse and Nadim (1997), Duncan (2000) ^a
Coefficient of permeability of saturated clay (k)	68–90%	Harr (1984), Duncan (2000) ^a
Coefficient of permeability of partly saturated clay (k)	130–240%	Harr (1984), Benson et al. (1999)
Coefficient of consolidation (c_v)	33–68%	Duncan (2000) ^a
Standard penetration test blow count (N)	15–45%	Harr (1984), Kulhawy (1992)
Electric cone penetration test (q_c)	5–15%	Kulhawy (1992)
Mechanical cone penetration test (q_c)	15–37%	Harr (1984), Kulhawy (1992)
Dilatometer test tip resistance (q_{DMT})	5–15%	Kulhawy (1992)
Vane shear test undrained strength (S_u)	10–20%	Kulhawy (1992)

^aDuncan (2000) refers to the present paper.

Fuente: Factors of safety and Reliability in Geotechnical Engineering (Duncan,2000)[18]

Según Griffith, (2007) y Klammler et al., (2010).[19] Las propiedades del suelo varían no solo horizontalmente sino también verticalmente. A menudo, se simplifica la representación de estas propiedades mediante una única variable para facilitar el análisis. Esta simplificación se basa en dos justificaciones principales, una es la similitud Geológica donde los suelos a la misma elevación han pasado por procesos geológicos similares, lo que hace que sus propiedades sean relativamente cercanas entre sí y la otra son los Diseños Conservadores ya que esta tiende a resultar en diseños más conservadores, lo cual es beneficioso para garantizar la seguridad estructural.

Lumb en 1966 [20] propuso la descomposición matemática de la variabilidad espacial y la definió de la siguiente manera:

La variación espacial de una propiedad del suelo $x(D)$ a lo largo de la profundidad D puede descomponerse en dos componentes:

- Función de Tendencia $t(D)$: Representa el valor medio de la propiedad del suelo a una profundidad dada.
- Componente Fluctuante $s(D)$: Representa la variación alrededor del valor medio y tiene una media de cero con una desviación estándar $rs(D)$.

Matemáticamente, esto se expresa como:

$$x(D) = t(D) + s(D)x(D) = t(D) + s(D)$$

Ecuación 5 Variación Espacial $x(D)$

Esta descomposición permite a los ingenieros modelar mejor cómo las propiedades del suelo cambian con la profundidad.

La Figura 2 muestra la variación espacial de una propiedad del suelo $x(D)$ a lo largo de la profundidad D (es decir, en la dirección vertical), la cual puede descomponerse en dos componentes: la función de tendencia $t(D)$ de la propiedad del suelo y el componente fluctuante restante $s(D)$ [19] (Lumb, 1966; Vanmarcke, 1977 y 1983; DeGroot y Baecher, 1993; Phoon et al., 2003).

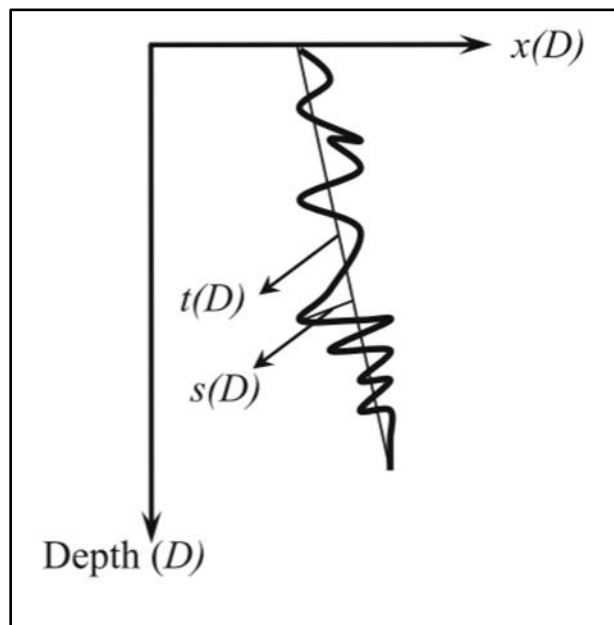


Figura 1 Variabilidad espacial de las propiedades del suelo a lo largo de la profundidad.

Fuente: Phoon and Kulhawy[21]

Desde los años 70, se han utilizado teorías de probabilidad y estadística para modelar esta variabilidad espacial inherente. La geoestadística es una herramienta clave que permite analizar cómo varían las propiedades del suelo en el espacio y cómo están correlacionadas entre sí. Esto incluye el uso de variogramas para estimar la autocorrelación entre diferentes muestras del suelo.

Dentro del diseño geotécnico la variabilidad inherente del suelo introduce incertidumbres significativas en el diseño geotécnico. Los ingenieros deben considerar esta incertidumbre al realizar análisis de confiabilidad. Esto implica evaluar cómo las propiedades del suelo pueden afectar el comportamiento estructural bajo diferentes condiciones.

La comprensión de la variabilidad inherente de los materiales geotécnicos es fundamental para garantizar la seguridad y efectividad en los proyectos de ingeniería civil. A medida que se avanza en el conocimiento sobre estas propiedades, es esencial reconocer que la incertidumbre aleatoria no se puede eliminar completamente; más bien, debe ser gestionada adecuadamente a través de métodos probabilísticos y enfoques estadísticos. El enfoque adoptado por Baecher y Christian (2003) [22] proporciona un marco valioso para integrar estas consideraciones en la práctica geotécnica. Al reconocer que las propiedades del suelo son inherentemente variables y al aplicar modelos estadísticos adecuados, los ingenieros pueden tomar decisiones más informadas que mejoren tanto la seguridad como la eficiencia en sus diseños.

4.3. TEORÍA DE CAMPOS ALEATORIOS

La teoría de los campos aleatorios en geotecnia, según Vanmarcke [18], es una extensión n-dimensional del análisis clásico de series de tiempo, diseñada para modelar la variabilidad espacial de las propiedades geotécnicas de los suelos. Esta teoría permite representar las fluctuaciones naturales en características como la resistencia al corte no drenado, utilizando un enfoque estadístico que considera múltiples dimensiones y escalas. Jaska [18] emplea modelos semivariogramas para capturar la estructura anidada de la variabilidad del suelo, reconociendo que diferentes fuentes de variación pueden influir simultáneamente en las propiedades observadas. Esta metodología no solo cuantifica la incertidumbre en los datos geotécnicos, sino que también facilita el uso de técnicas como el kriging para estimar propiedades en áreas sin mediciones directas.

El conjunto de datos en el dominio de la distancia se asocia a un campo aleatorio que puede ser unidimensional o multidimensional. En este contexto, un campo aleatorio se define como una función que asigna a cada punto en un espacio determinado una variable aleatoria, permitiendo modelar fenómenos con incertidumbre y variabilidad. Este enfoque es particularmente útil en geotecnia, donde se analizan propiedades del suelo que varían espacial y temporalmente. La teoría distingue entre variabilidad, que es la heterogeneidad observable de los parámetros físicos, e incertidumbre, que refleja el conocimiento limitado del modelador. La variabilidad espacial de las propiedades del suelo puede describirse mediante una tendencia media o superficie de tendencia, alrededor de la cual las mediciones individuales presentan variación residual. Esta variación residual a menudo muestra una estructura espacial que puede ser descrita mediante una función de autocorrelación. Así, el análisis de campos aleatorios facilita la caracterización y diseño en ingeniería, proporcionando una base para evaluar riesgos y tomar decisiones informadas bajo incertidumbre [12].

La teoría de campos aleatorios es esencial en el análisis estocástico de cualquier propiedad del suelo por dos razones:

- **Inferencias Estadísticas:** Proporciona resultados estadísticos robustos que pueden utilizarse para hacer inferencias a partir de observaciones de campo y planificar estrategias de muestreo espacial.
- **Incorporación en Modelos:** Permite integrar la variación espacial en modelos de ingeniería y confiabilidad.

Vanmarcke, en 1977 y 1983 afirmó que la teoría de campos aleatorios establece que una propiedad del suelo en una capa estadísticamente homogénea puede representarse como un conjunto de variables aleatorias que poseen una media y desviación estándar comunes. La relación entre estas variables se describe mediante la autocorrelación, la cual está determinada por la longitud de correlación, frecuentemente denominada "escala de fluctuación".

Para aplicar la teoría de campos aleatorios, es crucial considerar dos aspectos importantes:

- **Homogeneidad Estadística:** Se refiere a que las propiedades del suelo son estadísticamente similares dentro del área considerada. Esto implica que los parámetros como la media y la desviación estándar son constantes en el espacio.
- **Función de Correlación:** La elección adecuada de la función de correlación es fundamental para modelar correctamente la variabilidad espacial. Esta función describe cómo las propiedades del suelo están correlacionadas entre sí a diferentes distancias.

La teoría de los campos aleatorios tiene diversas aplicaciones en ingeniería geotécnica, según Cassidy [12]. A continuación, se presentan las principales áreas de aplicación y enfoques destacados:

- **Caracterización de Suelos:** La teoría se utiliza para modelar la variabilidad espacial de las propiedades geotécnicas, como la resistencia al corte no drenado. Esto permite representar las fluctuaciones naturales en las características del suelo mediante enfoques estadísticos que consideran múltiples dimensiones y escalas.
- **Análisis de Incertidumbre:** El autor enfatiza la importancia de abordar la incertidumbre en los datos geotécnicos. La variabilidad inherente de los suelos y la incertidumbre epistemológica del modelador son fundamentales para una caracterización precisa y para la toma de decisiones informadas en el diseño.
- **Modelos Semivariogramas:** Se utilizan para capturar la estructura anidada de la variabilidad del suelo, lo que ayuda a identificar diferentes fuentes de variación que pueden influir simultáneamente en las propiedades observadas.
- **Kriging:** Esta técnica estadística permite estimar propiedades en áreas donde no se han realizado mediciones directas, facilitando una mejor comprensión del comportamiento del suelo bajo carga.
- **Evaluación de Riesgos:** La parametrización explícita de la incertidumbre proporciona información más completa sobre el nivel de riesgo asociado con un diseño geotécnico, permitiendo a los ingenieros calibrar sus decisiones según el nivel deseado de confiabilidad o rendimiento.

- **Análisis Estadístico:** De igual manera, también destaca que el uso de técnicas estadísticas permite una evaluación más rigurosa y fundamentada de los datos geotécnicos, lo que es esencial para mejorar la precisión y confiabilidad en las estimaciones.

La teoría de campos aleatorios ofrece un enfoque poderoso para entender y modelar la variabilidad espacial inherente en los materiales geotécnicos. Al proporcionar un marco matemático robusto, permite a los ingenieros realizar inferencias precisas, planificar estrategias efectivas para el muestreo y desarrollar modelos predictivos más fiables. La comprensión adecuada y aplicación de esta teoría es esencial para mejorar la seguridad y efectividad en proyectos geotécnicos.

4.3.1. Función de autocorrelación y longitud de correlación.

La correlación entre las variaciones de una propiedad del suelo en diferentes ubicaciones es un aspecto fundamental en la ingeniería geotécnica, ya que permite entender cómo las propiedades del suelo están interrelacionadas en un espacio determinado. Esta correlación se puede caracterizar mediante una función de correlación, la cual puede adoptar diferentes formas dependiendo de la naturaleza de la variabilidad espacial. En términos generales, existen dos tipos principales de funciones de correlación: el modelo de escala finita y el modelo fractal. Por su parte la Longitud de Correlación es una distancia dentro de la cual la propiedad del suelo muestra una correlación relativamente fuerte entre diferentes puntos. En el dominio espacial, una propiedad del suelo que se distribuye normalmente puede expresarse como:

$$x(D) = \mu + LZ$$

Ecuación 6 Longitud de correlación

Donde:

$x(D)$ es un vector que representa la propiedad del suelo en diferentes profundidades.

μ es un vector con componentes iguales a la media.

L es una matriz triangular superior obtenida mediante la descomposición de Cholesky de la matriz de correlación R .

Z es un vector gaussiano estándar.

La matriz de correlación R satisface:

$$R_{ij} = fq(D_i, D_j)$$

Donde:

R_{ij} es el coeficiente de correlación entre las profundidades D_i y D_j .

f_q es una función que describe cómo varía la propiedad del suelo en diferentes ubicaciones en función de la longitud de correlación.

La correlación entre las variaciones de las propiedades del suelo en diferentes ubicaciones se puede caracterizar mediante una función de correlación. Existen dos tipos principales de funciones de correlación:

- Modelo de escala finita: En este modelo, la correlación disminuye rápidamente cuando la distancia de separación supera la longitud de correlación.
- Modelo fractal: A diferencia del anterior, en este modelo la correlación se mantiene significativa a lo largo de distancias mucho mayores (Fenton, 1999a).

Fenton (1999b) [23] analizó 143 conjuntos de datos de pruebas de penetración (CPT) y concluyó que la correlación de las propiedades del suelo tiende a seguir un modelo fractal en la naturaleza. Sin embargo, el modelo de escala finita es el más comúnmente utilizado en el análisis de datos geotécnicos, como se observa en estudios previos (Lumb, 1974; Vanmarcke, 1977; DeGroot y Baecher, 1993; [18]; Phoon et al., 2003). Una ventaja clave del modelo de escala finita es que generalmente solo requiere determinar un parámetro del modelo: la longitud de correlación. Fenton (1999a) [24] también destacó que, para un sitio específico, puede haber poca diferencia entre un modelo de escala finita bien seleccionado y un modelo fractal real sobre un dominio finito. La Ecuación (20) presenta cuatro modelos de escala finita comúnmente utilizados para el análisis de datos geotécnicos (Vanmarcke, 1977). Estos modelos son fundamentales para entender cómo las propiedades del suelo se relacionan espacialmente y son esenciales para la planificación y ejecución de proyectos geotécnicos.

Fenton (1999a) también argumentó que para un sitio específico puede haber poca diferencia entre un modelo de escala finita adecuadamente seleccionado y un modelo fractal real sobre un dominio finito. Esto sugiere que, aunque ambos modelos pueden describir la variabilidad espacial, el modelo de escala finita es más práctico para aplicaciones geotécnicas.

La Tabla 2 presenta cuatro modelos de escala finita comúnmente utilizados para el análisis de datos geotécnicos:

$$R(D) = f(D, k)$$

Ecuación 7 Función de correlación

Donde:

$R(D)$ es la función de correlación.

D es la distancia entre dos profundidades.

k es la longitud de correlación.

Tabla 2 Modelos usados a escala finita

Modelo	Ecuación	Descripción
(a)	$\exp(-2 \Delta D / \lambda)$	Exponencial Simple
(b)	$\exp[-\pi (\Delta D / \lambda)^2]$	Gaussiano
(c)	$(1 + 4 \Delta D / \lambda) \exp(-4 \Delta D / \lambda)$	Exponencial Modificado
(d)	$\exp(- \Delta D / \lambda) \cos(\Delta D / \lambda)$	Exponencial Oscilatorio

Fuente: Probabilistic Approaches for Geotechnical Site Characterization and Slope Stability Analysis[25]

Elegir una función de correlación apropiada y determinar la longitud de correlación son tareas desafiantes debido a que los datos observados disponibles para un sitio específico son generalmente limitados. Sin embargo, Fenton (1999a) argumentó que el modelo desarrollado para un sitio podría ser aplicable a otro sitio con condiciones geológicas similares.

Entre los cuatro modelos presentados en la Tabla 2 la función de correlación exponencial simple es la más utilizada en el análisis geotécnico:

$$R(D) = e^{-(D/k)}$$

Ecuación 8 función de correlación exponencial simple

Esta función ha demostrado ser efectiva para modelar las propiedades del suelo y ha sido respaldada por estudios como los realizados por Lumb (1974), DeGroot y Baecher (1993), Lacasse y Nadim (1996), y Phoon et al. (2003). Phoon et al. (2003) observaron que este modelo conduce a criterios más estrictos para identificar la estacionariedad utilizando estadísticas de Bartlett.

Las capas de suelo estadísticamente homogéneas y las funciones de correlación se determinan generalmente utilizando datos obtenidos tanto en pruebas in situ como en laboratorio. Esto incluye propiedades del suelo medidas directamente (Fenton, 1999b; Phoon et al., 2003). Por ejemplo, Phoon et al. (1995) y Phoon y [19] resumieron la variabilidad espacial inherente de muchas propiedades del suelo, incluyendo tanto propiedades medidas como aquellas utilizadas para diseño.

Sin embargo, es importante destacar que la investigación que aborda directamente la variabilidad espacial inherente de las propiedades del suelo utilizadas en diseño como el ángulo de fricción efectivo utilizando la teoría de campos aleatorios es relativamente limitada.

La comprensión adecuada de las funciones de correlación y su aplicación en el análisis geotécnico es crucial para gestionar la incertidumbre asociada con las propiedades del suelo. La teoría detrás del modelo de escala finita proporciona una base sólida para realizar inferencias sobre cómo las propiedades del suelo están interrelacionadas espacialmente. A medida que se avanza en el conocimiento sobre estas relaciones, los ingenieros pueden tomar decisiones más informadas que mejoren tanto la seguridad como la eficiencia en sus diseños. Phoon y Kulhawy [26] presentan distintos valores de media, coeficiente de variación y longitud de correlación con diferentes fuentes de ensayo y para varios parámetros geotécnicos los cuales están relacionados en la Tabla 3

Tabla 3 Resumen de la variabilidad inherente de las propiedades de los suelos

Test type	Soil type	Soil property	Mean		Coefficient of variation (%)		correlation length in vertical direction (m)	
			Range	Average	Range	Average	Range	Average
Strength test	Clay	Undrained Shear Strength (UC) ^a	6-412 kPa	100 kPa	6-56	33	0.8-61	2.5
		Undrained Shear Strength (UC) ^b	15-363 kPa	276	11-49	22		
		Undrained Shear Strength (UC) ^c	130-713 kPa	405	18-42	32		
	Sand	Effective friction angle	35°-41°	37.6°	5-11	9	N/A	N/A
		Tangent of effective friction angle	0.65-0.92	0.744	5-14	9	N/A	N/A
CPT	Clay	Cone tip resistance	0.5-2.1 Mpa	1.6 Mpa	5-40	27	0.1-22	0.9
		Corrected cone tip resistance	0.4-0.6 Mpa	1.3 Mpa	2-17	8	0.2-05	0.3
	Sand	Cone tip resistance	0.4-29.2 MPa	4.1 Mpa	10-81	38	0.1-22	0.9
SPT	Clay	SPT N-value	7-63	32	37-57	44	N/A	2.4
	Sand	SPT N-value	7-74	35	19-62	54	N/A	N/A
PMT	Clay	Limit pressure	0.4-2.8 Mpa	10.1	10-32	15	N/A	N/A

Test type	Soil type	Soil property	Mean		Coefficient of variation (%)		correlation length in vertical direction (m)	
			Range	Average	Range	Average	Range	Average
	Sand	Limit pressure	1.6-26 Mpa	2.3 Mpa	23-50	40	N/A	N/A
		Young's modulus from pressuremeter tests	5.2-15.6 Mpa	9.0	28-68	42	N/A	N/A
VST	Clay	Undrained Shear Strength (UC)d	6-375 kPa	105 kPa	4-44	24	2.0-6.2	3.8
"Undrained compression test "Unconsolidated undrained triaxial test "Consolidated isotropic undrained triaxial compression test Vane shear test								

Fuente: Phoon y Kulhawy (1999^a)[26]

4.3.2. Campos aleatorios gaussianos (simulaciones estocásticas)

La generación de realizaciones de campos aleatorios gaussianos distribuidos espacialmente, también conocida como simulaciones estocásticas, ha adquirido una importancia creciente en las geociencias. Este enfoque se utiliza para cuantificar la incertidumbre mediante simulaciones de Monte Carlo, y ha proporcionado información valiosa sobre la convección y dispersión de solutos en sistemas de agua subterránea Sposito, (1986) [27].

La variabilidad espacial puede describirse mediante una tendencia media o superficie de tendencia, alrededor de la cual las mediciones individuales exhiben una variación residual. Esta variación puede interpretarse como una separación entre incrementos de gran escala y de pequeña escala, permitiendo el análisis de ambos por separado. Las variaciones residuales suelen presentar alguna estructura espacial, que puede describirse mediante una función de autocorrelación. La Importancia de la Teoría de Campos Aleatorios. La teoría de campos aleatorios es parte del tema más amplio de los procesos estocásticos y es fundamental por dos razones:

- Inferencias Estadísticas: Proporciona resultados estadísticos poderosos que pueden utilizarse para hacer inferencias a partir de observaciones de campo y para planificar estrategias de muestreo espacial.

- Incorporación en Modelos: Facilita la inclusión de la variación espacial en modelos de ingeniería y confiabilidad.

Las simulaciones estocásticas permiten generar realizaciones que representan la variabilidad espacial inherente a las propiedades del suelo. Estas simulaciones son especialmente útiles para:

- Cuantificación de la Incertidumbre: Al realizar múltiples simulaciones, se pueden obtener distribuciones probabilísticas que reflejan la incertidumbre asociada con las propiedades del suelo.
- Análisis de Convección y Dispersión: En estudios relacionados con el transporte de contaminantes en aguas subterráneas, las simulaciones ayudan a modelar cómo un soluto se dispersa a través del medio poroso.
- La aplicación práctica de los campos aleatorios gaussianos se extiende a diversas áreas dentro de la ingeniería geotécnica:
- Diseño Geotécnico: Al incorporar simulaciones estocásticas en el diseño, los ingenieros pueden evaluar diferentes escenarios y su impacto potencial en la estabilidad estructural.
- Gestión del Riesgo: Las simulaciones permiten identificar y cuantificar riesgos asociados con la variabilidad del suelo, facilitando decisiones informadas en proyectos geotécnicos.
- Optimización del Muestreo: La teoría proporciona un marco para planificar estrategias efectivas de muestreo, asegurando que se obtenga información representativa sobre las propiedades del suelo.

La generación y análisis de campos aleatorios gaussianos mediante simulaciones estocásticas es una herramienta poderosa en el campo de las geociencias. Al permitir una mejor comprensión y cuantificación de la incertidumbre inherente a las propiedades del suelo, estas técnicas contribuyen significativamente a mejorar la seguridad y efectividad en los proyectos geotécnicos. La integración de estos enfoques en la práctica diaria es esencial para avanzar hacia un diseño más robusto y confiable.

4.3.3. Técnica embedding circular

En 1993 Dietrich [28] desarrolló la técnica de incrustación circular, la cual representa un enfoque innovador que combina precisión y eficiencia computacional en la generación de campos aleatorios gaussianos. Este método se basa en incrustar la matriz de correlación del campo aleatorio R en una matriz

S que posee una estructura o bloque circulant. A partir de esta matriz, se construyen productos de la raíz cuadrada $S^{1/2}$ utilizando vectores aleatorios de ruido blanco. Los subvectores apropiados resultantes de este producto contienen la matriz de correlación R , lo que significa que son realizaciones del campo aleatorio deseado. Para que este método sea válido, deben cumplirse ciertas condiciones:

- Malla Rectangular: La malla de muestreo debe ser rectangular.
- Invarianza bajo Traslación: La función de correlación utilizada debe ser invariante bajo traslación.
- Matriz Semidefinida Positiva: La matriz de incrustación S debe ser semidefinida positiva.

Estas condiciones son mínimas y, afortunadamente, suelen cumplirse en la mayoría de los problemas hidrogeológicos prácticos.

La implementación del método requiere únicamente el conocimiento de la función de correlación deseada. Si la malla de muestreo es un rectángulo de d dimensiones que contiene un total de n puntos, y si la correlación entre puntos en lados opuestos del rectángulo disminuye rápidamente, los requisitos computacionales se limitan a realizar una transformada rápida de Fourier (FFT) sobre un vector de dimensión $2n$ por realización. Esto implica que el costo computacional del enfoque es comparable al de un método espectral también implementado utilizando la FFT.

La técnica de incrustación circular no solo es exacta, sino que también es computacionalmente eficiente, lo que la convierte en una herramienta valiosa para modelar variaciones espaciales en campos aleatorios gaussianos. Al permitir una rápida generación de realizaciones que respetan las propiedades estadísticas deseadas, facilita el análisis y la simulación en contextos hidrogeológicos y geotécnicos.

El enfoque de incrustación circular presenta una solución efectiva para la generación de campos aleatorios gaussianos, cumpliendo con las necesidades prácticas en geociencias. Al establecer condiciones claras para su aplicación y ofrecer un método eficiente desde el punto de vista computacional, esta técnica se posiciona como una herramienta esencial para abordar problemas complejos relacionados con la variabilidad espacial inherente en los materiales geotécnicos.

4.4. SIMULACIÓN DE MONTE CARLO

La simulación de Monte Carlo (*MCS*) es un proceso numérico que implica la repetición del cálculo de un operador matemático o empírico, donde las variables dentro del operador son aleatorias o contienen

incertidumbres con distribuciones de probabilidad prescritas (Ang y Tang, 2007; Wang, 2011; Wang et al., 2011).[25] Cada resultado numérico obtenido en una repetición del proceso se considera una muestra de la verdadera solución del operador, similar a una muestra observada en un experimento físico.

Las simulaciones de Monte Carlo son cada vez más utilizadas en ingeniería geotécnica, especialmente en el análisis de la estabilidad de taludes. Esta técnica permite cuantificar la incertidumbre inherente a los parámetros del suelo, que a menudo exhiben una variabilidad espacial considerable. Su aplicación más común es el cálculo probabilístico de la probabilidad de ocurrencia de mecanismos de falla en taludes, donde se modelan múltiples escenarios posibles para capturar la variabilidad de las propiedades del suelo, como la resistencia al corte y el peso unitario.

El enfoque de Monte Carlo se basa en la generación de múltiples realizaciones de estos parámetros mediante distribuciones probabilísticas definidas según datos experimentales o estudios previos. Cada realización permite evaluar la estabilidad del talud bajo condiciones diferentes, considerando la influencia de la heterogeneidad del terreno y proporcionando una distribución de posibles factores de seguridad o probabilidades de falla. Este enfoque estocástico ha demostrado ser particularmente útil en escenarios donde los métodos deterministas podrían subestimar o sobreestimar los riesgos debido a la simplificación excesiva de las condiciones del terreno.

Consideremos el análisis probabilístico de la estabilidad de taludes. En este contexto, el operador matemático se refiere a la función de rendimiento $g(x)$, que implica el cálculo del factor de seguridad (FS) y la evaluación de la posible ocurrencia de falla (es decir, cuando $FS < 1$). El proceso de MCS directo comienza con la caracterización de las distribuciones de probabilidad asociadas a las incertidumbres implicadas, así como a la geometría del talud y otra información relevante. Posteriormente, se generan n_{MC} conjuntos de muestras aleatorias conforme a las distribuciones de probabilidad especificadas. Utilizando el modelo determinista $g(x)$ y los conjuntos generados, se obtienen n_{MC} posibles valores del factor de seguridad.

Una vez obtenidos los valores del factor de seguridad, se realiza un análisis estadístico para estimar la probabilidad de falla P_f o el índice de fiabilidad β , donde la falla del talud se define como $FS < 1$ (Baecher y Christian, 2003) [22]. Este enfoque permite cuantificar la incertidumbre asociada con el diseño y proporciona una base sólida para tomar decisiones informadas en proyectos geotécnicos.

La simulación de Monte Carlo ha ganado popularidad en el análisis de confiabilidad para la estabilidad de taludes debido a su robustez y simplicidad conceptual. Se puede aplicar junto con diversos modelos

deterministas, como métodos de equilibrio límite, métodos de elementos finitos y métodos de superficie de respuesta, Sin embargo, presenta algunas limitaciones:

- Eficiencia: La *MCS* puede ser ineficiente en niveles bajos de probabilidad.
- Resolución: No proporciona información detallada sobre las contribuciones relativas de las incertidumbres a la probabilidad de falla (Baecher y Christian, 2003).

La simulación de Monte Carlo es una herramienta poderosa en el análisis probabilístico en ingeniería geotécnica. Su capacidad para manejar incertidumbres complejas y su aplicabilidad a diferentes modelos deterministas la convierten en un método valioso para evaluar la estabilidad de taludes. No obstante, es importante considerar sus limitaciones en términos de eficiencia y resolución al interpretar los resultados.

5. DISEÑO METODOLÓGICO

El diseño metodológico del presente trabajo de investigación se centra en un análisis numérico y estocástico de la consolidación de suelos heterogéneos, considerando la variabilidad espacial de la conductividad hidráulica $k(z)$ y el coeficiente de compresibilidad volumétrica $mv(z)$. Este enfoque busca evaluar el impacto de estas variaciones en el factor adimensional de tiempo de consolidación T , integrando tanto características determinísticas como fluctuaciones estocásticas de los parámetros del suelo.

El estudio tiene un enfoque cuantitativo y emplea simulaciones numéricas para resolver la ecuación diferencial de consolidación de Terzaghi, utilizando métodos como Monte Carlo y teoría de campos aleatorios para modelar la heterogeneidad inherente y capturar su influencia en la respuesta del suelo ante el fenómeno de consolidación. La metodología incluye la generación de campos aleatorios Gaussianos mediante técnicas de simulación eficiente (FFT), lo que permite una evaluación precisa de las correlaciones espaciales y su efecto en los resultados de consolidación.

Además, se adoptan esquemas numéricos como el método implícito de Euler para resolver el modelo matemático en dominios con variación lineal o aleatoria de los parámetros, lo que asegura la representación realista de las condiciones del suelo. Este enfoque combina parámetros hidrogeológicos interrelacionados, como la conductividad hidráulica y el índice de compresibilidad, para evaluar cómo sus correlaciones afectan la consolidación total y el comportamiento del asentamiento en sistemas heterogéneos.

Finalmente, el enfoque metodológico no solo busca cuantificar el impacto de la variabilidad espacial en los procesos de consolidación, sino también desarrollar herramientas predictivas robustas aplicables al diseño geotécnico, proporcionando soluciones que integran incertidumbre y heterogeneidad del suelo en problemas de cimentaciones importantes.

A continuación, se presenta el diagrama de flujo para las fases de la investigación con enfoque cuantitativo que relaciona los detalles metodológicos de las fases 7, 8 y 9 del proyecto.

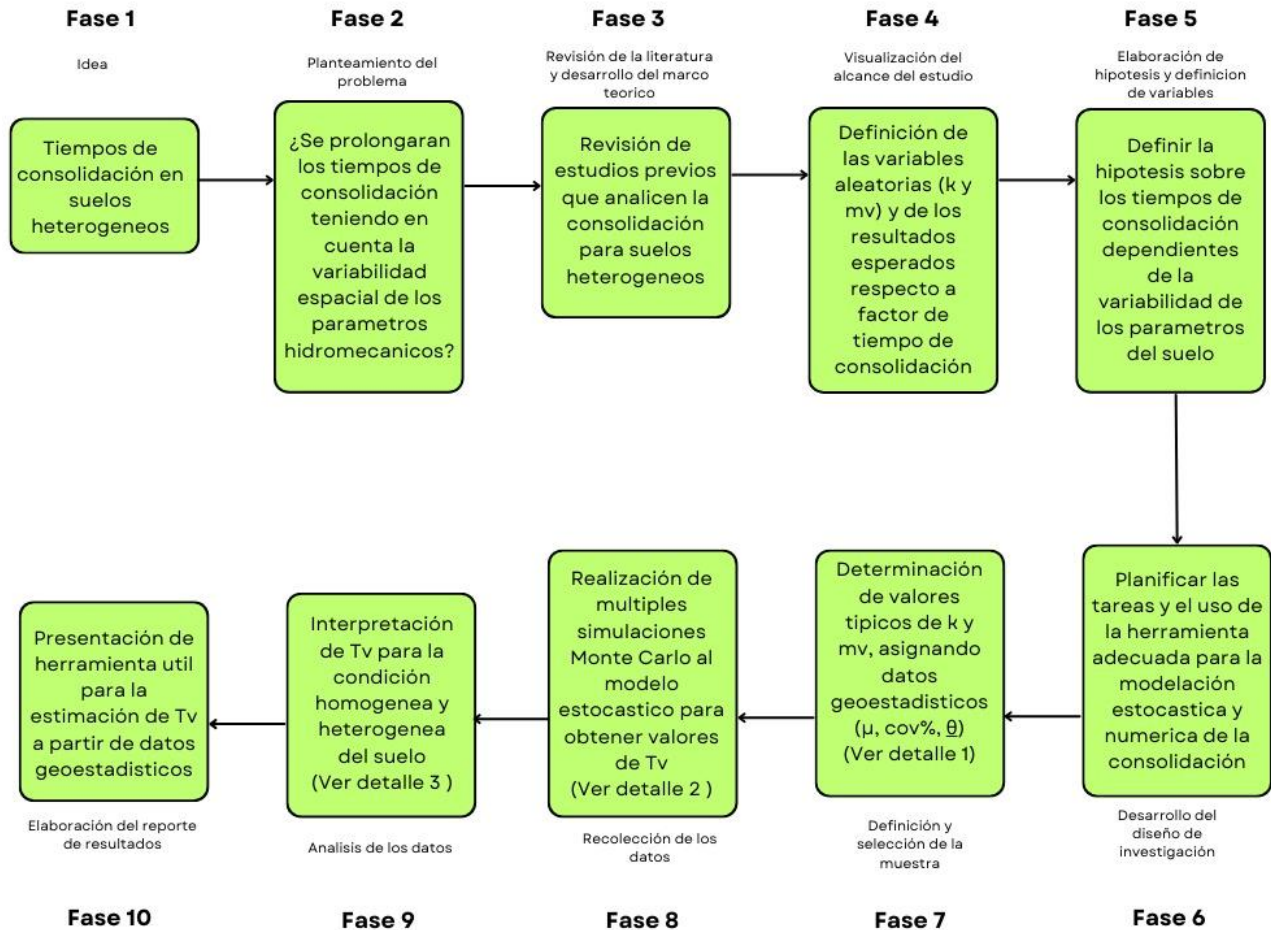


Figura 2 Fases del presente proyecto de investigación

Fuente: elaboración propia

A continuación, se presentan detalladamente los pasos requeridos para lograr cada uno de los objetivos planteados:

5.1.USO DEL MODELO

- *Selección de variables aleatorias*

Se estudiará un perfil de suelo heterogéneo cuyo comportamiento depende de sus parámetros hidromecánicos en el que se observará la variabilidad espacial de dos variables principales:

- Conductividad hidráulica. k
- Coeficiente de compresibilidad volumétrica. m_v

Ambas variables serán modeladas como campos aleatorios unidimensionales para capturar la heterogeneidad del suelo. Los datos geoestadísticos de estas variables se obtendrán o asumirán con base en estudios previos registrados en la bibliografía revisada relacionada a continuación:

Los parámetros hidromecánicos conductividad hidráulica k coeficiente de compresibilidad volumétrica m_v gobiernan el coeficiente de consolidación unidimensional, Éstos están asociados a un estado de esfuerzo, al cual, es sometido un estrato de suelo. Budhu (2011) [2]

En la Tabla 4, se muestran valores típicos para conductividad hidráulica de bibliografía especializada:

Tabla 4 Valores de conductividad hidráulica para suelos comunes

Soil type	k_z (cm/s)	Description	Drainage
Clean gravel (GW, GP)	> 1.0	High	Very good
Clean sands, clean sand and gravel mixtures (SW, SP)	1.0 to 10^{-3}	Medium	Good
Fine sands, silts, mixtures comprising sands, silts, and clays (SM-SC)	10^{-3} to 10^{-5}	Low	Poor
Weathered and fissured clays			
Silt, silty clay (MH, ML)	10^{-5} to 10^{-7}	Very low	Poor
Homogeneous clays (CL, CH)	< 10^{-7}	Practically impervious	Very poor

Fuente: Soil Mechanic And Foundations (Budhu 2011) [2]

En el libro Soil Properties and their Correlations [29] Se encuentran los valores típicos del coeficiente de compresibilidad volumétrica m_v se indican en la Tabla 5, junto con términos descriptivos para los distintos rangos de compresibilidad. Aunque m_v es el más adecuado y el más utilizado de los coeficientes de compresibilidad para el cálculo directo de asentamientos, su variabilidad con la presión de confinamiento lo hace menos útil cuando se citan valores típicos de compresibilidad o al correlacionar la compresibilidad con alguna otra propiedad.

Tabla 5 Valores tipos de coeficiente de compresibilidad volumétrica

Type of clay	Descriptive term ^a	Coefficient of volume compressibility, m_v (m ² /MN)	Compression index, C_c ^b
Hard, heavily overconsolidated Glacial Till (Boulder Clay), stiff weathered rocks (e.g. completely weathered mudstone) and hard clays	Very low compressibility	<0.05	0.025
Stiff Glacial Till (Boulder Clay), marls, very stiff tropical residual clays	Low compressibility	0.05–0.1	0.025–0.05
Firm clays, glacial outwash clays, consolidated lake deposits, weathered marls, firm glacial till, normally consolidated clays at depth, firm tropical residual clays	Medium compressibility	0.1–0.3	0.05–0.15
Poorly consolidated alluvial clays such as estuarine deposits, and sensitive clays	High compressibility	0.3–1.5	0.15–0.75
Highly organic alluvial clays and peats	Very high compressibility	>1.5	0.75–5+

^a Related to the coefficient of volume compressibility m_v .

^b Based on an initial voids ratio of 0.5 and initial and final pressures of 100 kPa and 200 kPa, respectively.

Fuente: *Soil properties and their correlations* (M.Carter 2016)[29]

- **Definición de los datos geoestadísticos de entrada**

Se utilizarán campos aleatorios estocásticos para representar la variabilidad espacial de las variables hidromecánicas en el suelo, para ello se requiere el ingreso al modelo geoestadístico los siguientes parámetros.

- Media (μ): Valor promedio de la variable en el dominio del suelo.

- Coeficiente de variación (CoV): Medida de la dispersión relativa de la variable.
- Longitud de correlación (λ): Medida de la distancia sobre la cual las variables presentan correlación espacial.

Estos datos media μ de provienen de valores típicos para tres tipos de Arcillas: Rigidez blanda de Muy baja permeabilidad, Rigidez media de Baja permeabilidad y Rigidez dura de Baja permeabilidad. Las magnitudes de k fueron tomadas de la Tabla 4 y los valores de m_v se tomaron de la Tabla 5. Para un estado de esfuerzo de 200 kPa.

- ***Uso del modelo***

En esta etapa se estudiará, explorará y se usará la estructura y funcionamiento del modelo computacional *desarrollado* en Python por Exneyder A. Montoya-Araque y Daniel F. Ruiz, el cual, resolverá de manera numérica, determinística y estocástica las versiones tanto homogéneas como heterogéneas de esta ecuación mediante el método de diferencias finitas. El dominio unidimensional de estudio será discretizado en una malla de nodos, y la ecuación de consolidación se resolverá para cada punto en función del tiempo y la profundidad para las condiciones de drenaje simple y doble.

La consolidación del suelo será modelada mediante la ecuación diferencial de consolidación propuesta por Terzaghi combinando las dos variables aleatorias k y m_v :

$$\frac{\partial p_w}{\partial t} = \frac{1}{\gamma_w m_v(z)} \frac{\partial}{\partial z} \left(k(z) \frac{\partial p_w}{\partial z} \right)$$

Ecuación 9 Ecuación diferencial de la consolidación discretizando k y m_v

Donde:

- p_w : Presión de poro.
- t : Tiempo.
- z : Profundidad
- k : Conductividad hidráulica
- m_v : Coeficiente de compresibilidad volumétrica

5.2.RECOLECCIÓN DE DATOS

- ***Realizaciones múltiples del modelo***

Se realizaron nueve (9) simulaciones del modelo numérico estocástico, que arrojen un análisis paramétrico variando los datos de entrada (INPUT) correspondientes a los datos geoestadísticos de los parámetros hidromecánicos en rangos coherentes de sus posibles variaciones obtenidos de la bibliografía relacionada y cuya combinación genere un coeficiente de consolidación equivalente (C_{veq}), Como se muestra en la Tabla 6:

Tabla 6 Combinaciones de k y m_v usadas en el modelo

C_{veq}		m_v [m^2/N]		
		1.00E-05	1.00E-04	1.00E-03
	1.00E-05	1.02E-04	1.02E-05	1.02E-06
k [m/s]	1.00E-07	1.02E-06	1.02E-07	1.02E-08
	1.00E-09	1.02E-08	1.02E-09	1.02E-10

Fuente: Elaboración propia

Cada realización del modelo comprende 49 escenarios de variabilidad representados por las combinaciones de CoV y λ los cuales fueron establecidos tomando como base el criterio de Duncan [18] quien registró una incertidumbre asociada a la permeabilidad k con coeficientes de variación entre 0.68 y 0,9 y estableciendo un rango más amplio alrededor de estos valores para la longitud de correlación se tomó un rango similar de valores propuesto por Chong [8] de cómo se muestran en la Tabla 7.

Tabla 7 Valores establecidos para escenarios de variabilidad

CoV	0.1	0.25	0.5	0.75	1.00	1.25	1.5
λ	0.05	0.10	0.20	0.30	0.40	0.50	0.75

Fuente: Elaboración propia

- **Simulaciones mediante método de Monte Carlo**

El modelo computacional usado incorpora el método de Monte Carlo al final de la solución numérica y estocástica del problema de consolidación, ejecutando 1000 simulaciones independientes del modelo a partir de las variables aleatorias de entrada. Este enfoque permitirá caracterizar la incertidumbre inherente al sistema mediante la obtención de distribuciones estadísticas del factor adimensional de tiempo (T_v), una métrica clave para evaluar la evolución de la consolidación. Las distribuciones generadas proporcionarán una base para analizar la confiabilidad y variabilidad de los resultados, cuantificando la incertidumbre asociada a la naturaleza estocástica de las propiedades del suelo.

La integración del método de Monte Carlo es crucial para representar de forma realista la variabilidad espacial de los parámetros del suelo, que generalmente exhiben comportamientos heterogéneos y correlaciones complejas, como se destaca en estudios recientes de modelado estocástico de consolidación. Este procedimiento no solo refina las predicciones del modelo frente a enfoques deterministas convencionales, sino que también valida la robustez del análisis mediante un conjunto estadístico de resultados que pueden integrarse en diseños geotécnicos más seguros y sostenibles.

Finalmente, la capacidad del método para capturar variaciones tanto a nivel medio como fluctuante del sistema es esencial para una comprensión integral de la consolidación en depósitos naturales, donde la heterogeneidad juega un papel significativo en la respuesta del suelo (como se explora en los enfoques basados en campos aleatorios y métodos espectrales

). Esto subraya el avance metodológico en el uso de simulaciones estocásticas como herramienta para la toma de decisiones en ingeniería geotécnica. Cada realización será una configuración distinta de las variables, respetando las características estadísticamente definidas (μ, CoV, λ). Se usó un número suficientemente grande de realizaciones para garantizar la convergencia de los resultados.

- ***Recolección de datos de T_v***

Cada realización del modelo arrojó un archivo de texto delimitado por comas CSV con una matriz de 49000 filas que representan cada escenario de variabilidad propuesto realizado 1000 veces por Monte Carlo. La convergencia del modelo se verificará para las 1000 simulaciones. Se tomarán los valores medios (μT) y rangos de variación del factor adimensional de tiempo (T_v), lo que permitirá analizar cómo las diferentes combinaciones de variabilidades espaciales afectan el tiempo de consolidación.

Se tomarán imágenes de los campos aleatorios generados para las variables aleatorias. Además, se obtendrán gráficas que muestren la distribución espacial de la presión de poros representada en las curvas isócronas para drenaje simple y doble y cómo se ve afectada por la heterogeneidad del suelo.

5.3. DESARROLLO DEL ÁBACO

- ***Análisis de datos recolectados***

Se analizará el impacto en el factor de tiempo de consolidación (T_v) y se presentarán comparaciones entre los modelos homogéneos y heterogéneos para cada realización del modelo. Verificando la sensibilidad a los cambios en las variables.

- ***Cuantificación de la incertidumbre***

Utilizando la herramienta computacional se realizaron diagramas de violín que permitieron interpretar la distribución de datos generados por Monte Carlo para las 1000 realizaciones de cada escenario de variabilidad espacial.

- ***Organización de la información recolectada***

Una vez estén analizados los resultados de T_v se organizarán y agruparán de acuerdo con los datos establecidos en el INPUT.

- ***Desarrollo y de herramienta predictiva (Ábaco)***

Finalmente, se desarrolló una herramienta predictiva tipo Ábaco que integre todas las variables relacionadas en el modelo para la obtención de T_v . Dicha herramienta, permitirá obtener valores del factor adimensional del tiempo a partir de los datos geoestadísticos de los parámetros hidromecánicos analizados en el estudio. Esta Herramienta será validada con un ejemplo de aplicación.

6. MATERIALES Y MÉTODOS

6.1. ESQUEMAS NUMÉRICOS PARA LA SOLUCIÓN DE LA ECUACIÓN DE CONSOLIDACIÓN EN MEDIOS NO HOMOGÉNEOS.

6.1.1. Ecuación general de la consolidación unidimensional para suelos heterogéneos

Cuando las propiedades hidromecánicas del material varían con la profundidad, es decir, $k = k(z)$ y $m_v = m_v(z)$ la ecuación que describe la consolidación unidimensional debe modificarse para considerar esta heterogeneidad. La forma generalizada de la ecuación diferencial se expresa como:

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(k(z) \frac{\partial p_w}{\partial z} \right) = m_v(z) \gamma_w \frac{\partial p_w}{\partial t}$$

Ecuación 10 Ecuación de la consolidación unidimensional para suelos heterogéneos

Donde:

$k(z)$: La permeabilidad depende de la profundidad, lo que implica que la capacidad del suelo para transmitir agua no es uniforme.

$m_v(z)$: La compresibilidad volumétrica también varía, reflejando cambios en las propiedades de deformación del suelo a diferentes profundidades.

γ_w : El peso unitario del agua sigue siendo constante, suponiendo condiciones hidrostáticas.

Si expandimos la derivada en z , obtenemos:

$$k(z) \frac{\partial^2 p_w}{\partial z^2} + \frac{\partial k(z)}{\partial z} \frac{\partial p_w}{\partial z} = m_v(z) \gamma_w \frac{\partial p_w}{\partial t}$$

Ecuación 11 Derivada expandida en z para la ecuación de la consolidación unidimensional para suelos heterogéneos

Esta forma expandida muestra explícitamente cómo las variaciones en la permeabilidad $k(z)$ introducen un término adicional $\frac{\partial k(z)}{\partial z} \frac{\partial p_w}{\partial z}$ que no está presente en el caso homogéneo. Este modelo es esencial para analizar suelos con heterogeneidad vertical, como los depósitos aluviales o arcillas de alta compresibilidad, y permite predecir mejor el comportamiento en escenarios reales donde las propiedades no son constantes. Sin embargo, La solución explícita de la ecuación diferencial presentada puede ser problemática en ciertas condiciones debido a los siguientes aspectos:

1. Estabilidad numérica

En métodos numéricos como diferencias finitas, la forma explícita está sujeta a restricciones de estabilidad relacionadas con el tamaño del paso de tiempo (Δt) y el tamaño del paso espacial (Δz). Si la relación no cumple con la condición de estabilidad de Courant-Friedrichs-Lewy (CFL), la solución puede divergir.

2. Heterogeneidad pronunciada.

Cuando $k(z)$ o $m_v(z)$ varían significativamente con la profundidad, las discontinuidades o fuertes gradientes pueden introducir errores en la aproximación explícita, dificultando la convergencia o generando resultados físicamente incorrectos.

3. Condiciones de contorno complejas

En sistemas con condiciones de contorno no lineales o no homogéneas (como en presencia de fuentes de presión adicionales o cambios bruscos en la permeabilidad), el esquema explícito puede fallar en representar adecuadamente estas condiciones.

4. Tiempo de cálculo

La forma explícita suele requerir pasos de tiempo muy pequeños para asegurar la estabilidad, lo que puede hacer que el tiempo de cálculo sea prohibitivo, especialmente en dominios grandes.

6.1.2. Solución con forma implícita

Cuando la solución explícita no es eficiente se debe usar el método implícito de Euler. Esta forma implícita de la ecuación se formula reorganizando el problema para calcular los valores en el tiempo futuro directamente en función de los valores actuales. Esto resulta en un sistema de ecuaciones que puede resolverse mediante métodos matriciales. El esquema de la forma implícita para el caso de consolidación heterogénea se presenta a continuación:

Discretización

Dominio Espacial:

- Dividir la columna de suelo en N_z nodos con posiciones z_i , donde $i = 0, 1, \dots, N_z - 1$.
- Tamaño del paso espacial Δz

Dominio Temporal:

- Discretización del tiempo en N_t pasos, con valores t^j , donde $j = 0, 1, 2, \dots, N_t - 1$
- Tamaño del paso temporal Δt

Aproximaciones por Diferencias Finitas

- Derivada temporal (Esquema implícito):

$$\frac{\partial p_i}{\partial t} \approx \frac{p_i^{j+1} - p_i^j}{\Delta t}$$

- Derivadas espaciales (Términos de flujo):

$$q_{i+\frac{1}{2}}^{j+1} = -k_{i+\frac{1}{2}} \left(\frac{p_{i+1}^{j+1} - p_i^{j+1}}{\Delta z} \right)$$

Donde:

$$k_{i+\frac{1}{2}} = \frac{k_i + k_{i+1}}{2}$$

Divergencia de flujo

$$\left(\frac{\partial}{\partial z} \left(k(z) \frac{\partial p_w}{\partial z} \right) \right)_i^{j+1} \approx \frac{q_{i+\frac{1}{2}}^{j+1} - q_{i-\frac{1}{2}}^{j+1}}{\Delta z}$$

Ecuación discretizada

Combinando las aproximaciones

$$\frac{p_i^{j+1} - p_i^j}{\Delta t} = \frac{1}{m_v, i \gamma_w \Delta z} \left(\frac{q_{i+\frac{1}{2}}^{j+1} - q_{i-\frac{1}{2}}^{j+1}}{\Delta z} \right)$$

Sustituyendo: $q_{i+\frac{1}{2}}^{j+1}$

$$\frac{p_i^{j+1} - p_i^j}{\Delta t} = \frac{1}{m_v, i \gamma_w (\Delta z)^2} \left[k_{i+\frac{1}{2}} (p_{i+1}^{j+1} - p_i^{j+1}) - k_{i-\frac{1}{2}} (p_i^{j+1} - p_{i-1}^{j+1}) \right]$$

Reescribiendo, obtenemos una ecuación lineal para cada nodo interior i:

$$a_i p_{i-1}^{j+1} - b_i p_i^{j+1} + c_i p_{i+1}^{j+1} = d_i$$

Donde

- $a_i = \frac{k_{i-\frac{1}{2}}}{m_v i \gamma_w (\Delta z)^2}$
- $b_i = -\left(\frac{k_{i-\frac{1}{2}} + k_{i+\frac{1}{2}}}{m_v i \gamma_w (\Delta z)^2} + \frac{1}{\Delta t} \right)$
- $c_i = \frac{k_{i+\frac{1}{2}}}{m_v i \gamma_w (\Delta z)^2}$
- $d_i = \frac{-p_i^j}{\Delta t}$

Condiciones de frontera:

- At $i = 0$ ($z = 0m$)
- At $i = N - 1$ ($z = Hm$), Si es drenaje doble $p_0^{j+1} = 0$
- At $i = N - 1$ ($z = Hm$), Si es drenaje simple $p_{N-1}^{j+1} = 0$

$$\left(\frac{\partial p}{\partial z} \Big|_{z=H} \right) \approx \frac{p_{Nz-1} - p_{Nz-2}}{\Delta z} = 0$$

Estas condiciones de frontera se incorporan asignando p_0^{j+1} y p_{N-1}^{j+1} a cero y ajustando las ecuaciones para los primeros y últimos nodos interiores en consecuencia

Este método ofrece las siguientes características:

- Estabilidad numérica

La forma implícita es inherentemente más estable que la explícita, ya que no está limitada por la condición CFL. Esto permite usar pasos de tiempo mayores.

- Resolución matricial

El esquema implícito requiere resolver un sistema lineal en cada paso de tiempo, que puede expresarse en forma matricial como:

$$Ap^{n+1} = b$$

Donde:

- A es la matriz de coeficientes que incorpora $k(z)$ y $m_v(z)$ y los términos espaciales.
- p^{n+1} es el vector de incógnitas en el tiempo futuro.
- b es el vector que contiene los valores en el tiempo presente (nnn) y las condiciones de contorno.

Algunas de las ventajas que ofrece del esquema de Euler hacia atrás son:

- Estabilidad incondicional

Es estable para cualquier tamaño del paso de tiempo (Δt), lo que lo hace adecuado para problemas donde los gradientes o las propiedades varían considerablemente.

- Aplicación a problemas no lineales

Puede extenderse para manejar no linealidades (por ejemplo, cuando $mv(z)$ o $k(z)$ dependen de la presión).

- Robustez

Funciona bien en dominios con heterogeneidad espacial o discontinuidades suaves en las propiedades.

Las desventajas más sobresalientes de este método son:

- Costo computacional

Se debe resolver un sistema de ecuaciones lineales en cada paso de tiempo. Esto puede ser costoso para mallas finas o dominios grandes.

- Complejidad de implementación

Comparado con métodos explícitos, el esquema implícito requiere un manejo más cuidadoso de matrices y sistemas de ecuaciones.

6.2. TRABAJO COMPUTACIONAL

En esta investigación se implementó un enfoque computacional completo, empleando herramientas de software desarrolladas en lenguaje Python. Los modelos fueron diseñados específicamente por los docentes Exneyder Montoya y Daniel Ruiz de la Universidad EAFIT, con el objetivo de llevar a cabo un análisis estocástico detallado del comportamiento del suelo durante el proceso de consolidación unidimensional. Este enfoque computacional permite simular variaciones y posibles escenarios que emulan las condiciones de incertidumbre inherentes a los sistemas geotécnicos, ofreciendo así una comprensión más precisa y profunda de los mecanismos de respuesta del suelo en condiciones controladas de consolidación.

6.2.1. Características del modelo

El modelo computacional empleado integra un enfoque estocástico y numérico para analizar la consolidación unidimensional en suelos heterogéneos, capturando la variabilidad espacial de parámetros como la conductividad hidráulica (k) y la compresibilidad volumétrica (m_v). Para ello, utiliza técnicas avanzadas que optimizan el rendimiento y la precisión de las simulaciones.

El proceso comienza con la representación de la correlación espacial mediante funciones gaussianas y matrices de autocorrelación, que describen cómo las propiedades del suelo varían en función de la proximidad. Posteriormente, se generan campos aleatorios realistas empleando la técnica de embedding circular y la Transformada Rápida de Fourier (FFT), lo que permite modelar las propiedades estadísticas del suelo de manera eficiente. Los campos aleatorios se ajustan a distribuciones lognormales para reflejar la naturaleza positiva y sesgada de k y m_v . Estos valores se utilizan en cada simulación Monte Carlo para capturar posibles estados del suelo bajo diferentes combinaciones de parámetros estadísticos como coeficiente de variación y longitud de correlación. El problema de consolidación se resuelve mediante un esquema de diferencias finitas explícitas, optimizado con la forma implícita de Euler, asegurando resultados precisos incluso con altas resoluciones espaciales y temporales. Las simulaciones Monte Carlo permiten evaluar los tiempos característicos de consolidación (T_{50} , T_{90} , T_{95}) y comparar el comportamiento de un suelo heterogéneo con uno homogéneo.

Finalmente, los resultados se almacenan sistemáticamente en archivos CSV, facilitando su análisis estadístico y la evaluación del impacto de la heterogeneidad en el proceso de consolidación. Este enfoque computacional combina métodos numéricos precisos y simulaciones estocásticas eficientes,

proporcionando una herramienta robusta para modelar suelos naturales y apoyar decisiones en diseño geotécnico bajo incertidumbre. La Figura 3 esquematiza la estructura de la herramienta computacional usada.

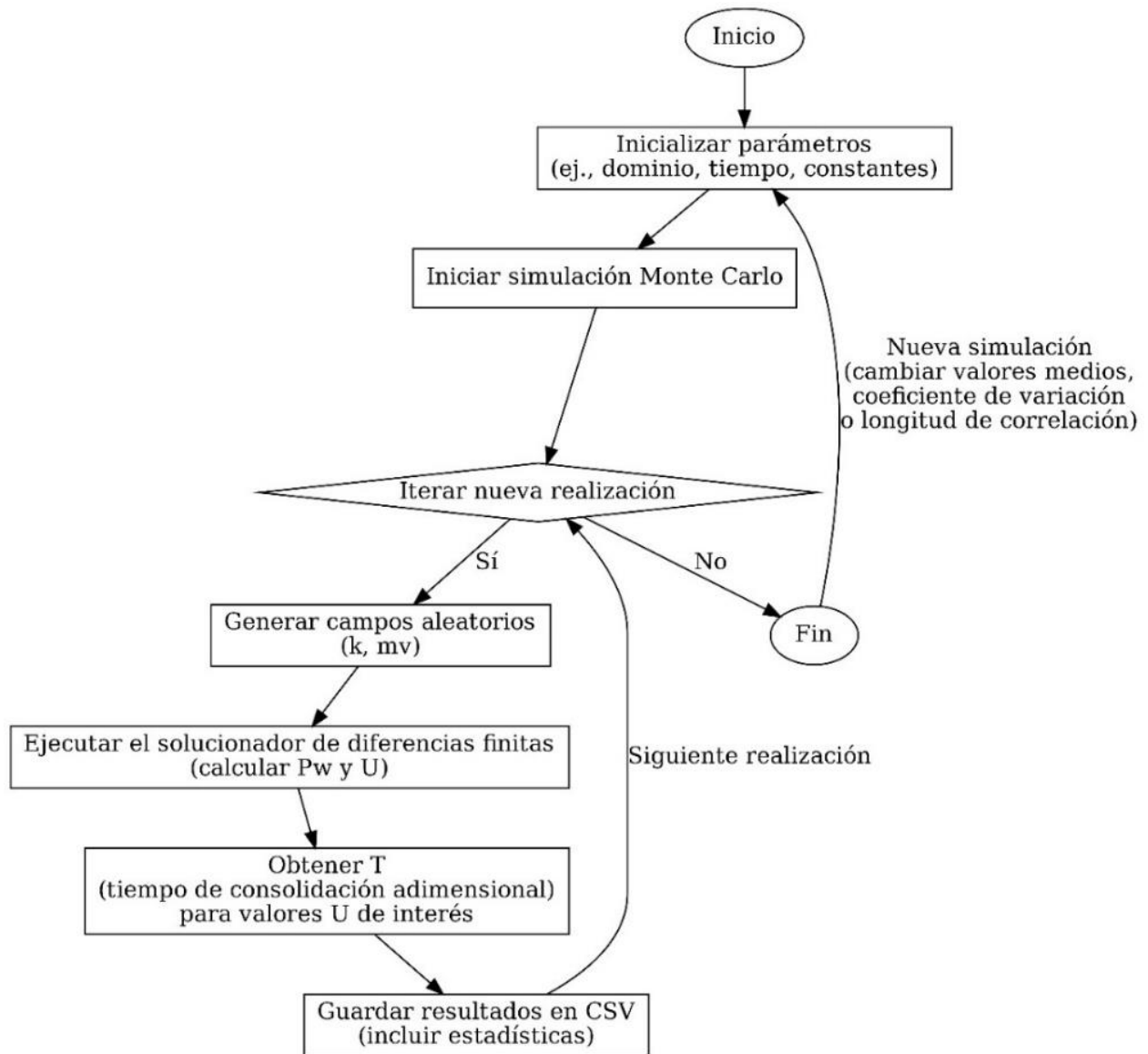


Figura 3 Estructura de herramienta computacional usada

6.2.2. Centro de computación científica Apolo – Universidad EAFIT

Para esta investigación, el modelo numérico desarrollado en Python fue ejecutado en el supercomputador Apolo de EAFIT, ejecutándose en modo serie para cada conjunto de datos en tres escenarios de variabilidad simultáneamente. Las iteraciones del tiempo se configuraron como una variable dependiente, ajustada en función del coeficiente de variación C_v dividido entre 3000, con el objetivo de optimizar la precisión, superando el valor mínimo recomendado de división por 100. Bajo estas condiciones, Apolo procesó cada simulación con tiempos de ejecución que oscilaron entre 12 y 24 horas, permitiendo una resolución refinada de los escenarios modelados.

7. RESULTADOS

7.1. EJECUCIÓN DEL MODELO NUMÉRICO ESTOCÁSTICO

La generación de campos aleatorios gaussianos permitió modelar de manera efectiva la variabilidad espacial de los parámetros de conductividad hidráulica (k) y compresibilidad volumétrica (m_v), como se observa en la Figura 4. En esta representación, se aprecia la dispersión de estos parámetros en función de la profundidad, distribuyéndose alrededor de los valores medios asignados en las condiciones iniciales. Esta dispersión refleja de manera clara la heterogeneidad inherente del suelo, que es capturada con precisión por el modelo estocástico.

Además, los resultados obtenidos muestran el comportamiento de la disipación del exceso de presión de poros bajo dos condiciones: un suelo homogéneo y uno heterogéneo, ambos evaluados en un escenario de drenaje simple. Las curvas correspondientes evidencian diferencias significativas en la velocidad de la disipación entre ambas condiciones, destacando el impacto de la heterogeneidad en los tiempos de consolidación.

Finalmente, se presenta la evolución del grado de consolidación en función del factor adimensional de tiempo (T). Para el caso homogéneo T_{hm} , se observó que este factor es consistentemente menor que en la simulación con el campo aleatorio T_{rf} , lo que sugiere que la inclusión de la variabilidad espacial retrasa el proceso de consolidación. Estos resultados subrayan la importancia de considerar la heterogeneidad del suelo en el análisis, dado que influye de manera significativa en las predicciones de consolidación y, por ende, en la toma de decisiones para el diseño geotécnico. Estos resultados son coherentes con los obtenidos por Chong en 2017.

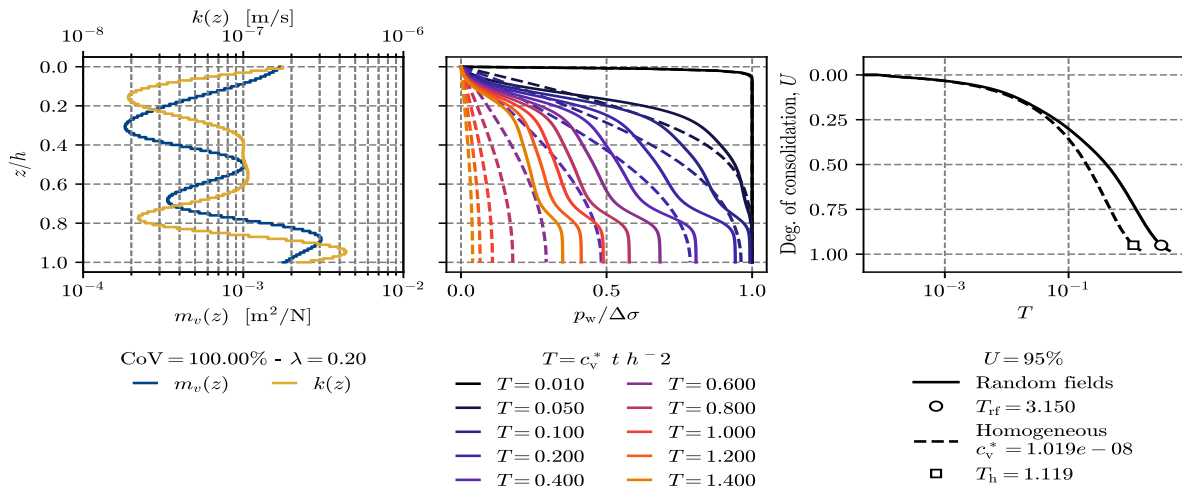


Figura 4 Generación del campo aleatorio Drenaje Simple

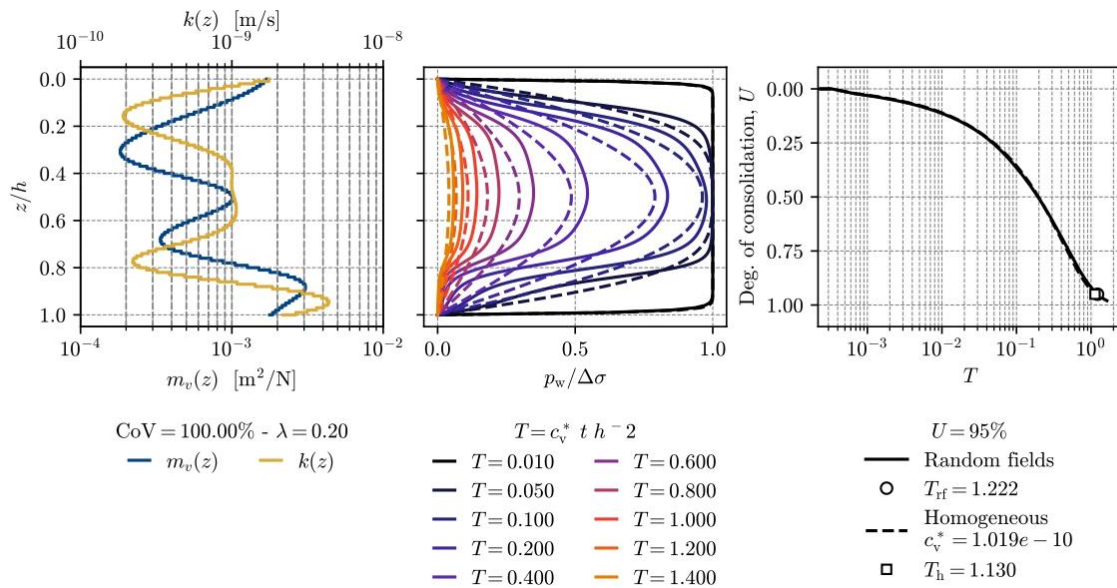


Figura 5 Generación del campo aleatorio Drenaje Doble

La Figura 5 muestra la realización del modelo para drenaje doble y se aprecia de igual manera en retraso en el tiempo de la solución basada en el campo aleatorio. Se aprecia también como los patrones de las curvas isócronas son diferentes para para los dos casos, en el drenaje doble los quiebres son más pronunciados que en el drenaje simple.

7.2.SIMIULACIONES MONTE CARLO DEL MODELO

La herramienta computacional utilizada permitió realizar mil (1000) simulaciones del modelo numérico estocástico para cada combinación de parámetros hidromecánicos respetando la estructura

del algoritmo esquematizado en la Figura 3, arrojando que a medida que incrementa el grado de consolidación los valores de T que consideran la variabilidad espacial se alejan de los valores de la solución determinista u homogénea. Tal como se evidencia en la Figura 6 el método converge tanto para el valor medio del factor adimensional de tiempo como para la incertidumbre de dicho valor representada en este caso por la desviación estándar. Esta convergencia ocurre mucho antes de realizar las mil simulaciones y se puede apreciar la dimensión de la incertidumbre.

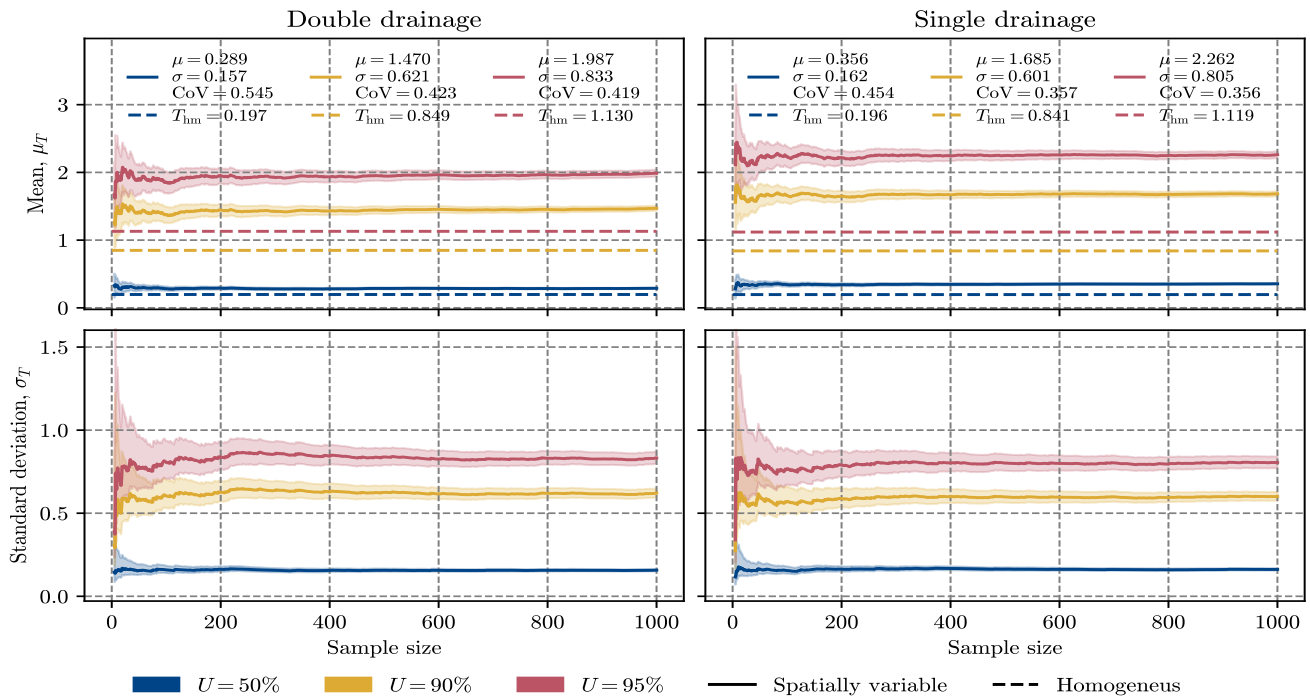


Figura 6 Convergencia del Método de Montecarlo

Las mil realizaciones generadas en el modelo estocástico permitieron cuantificar con precisión la incertidumbre asociada al factor adimensional de tiempo T , producto de la variabilidad espacial de los parámetros del suelo. En la Figura 7, se observa cómo, en escenarios donde la variabilidad espacial es relativamente baja a partir de un CoV bajo y un λ alto, los valores de T se encuentran fuertemente agrupados alrededor de la media, lo que indica un comportamiento más predecible y menos disperso en las etapas iniciales de la consolidación. Sin embargo, a medida que avanza el proceso y aumenta el grado de consolidación, los datos muestran una mayor dispersión, reflejando el incremento en la incertidumbre asociada al comportamiento del suelo.

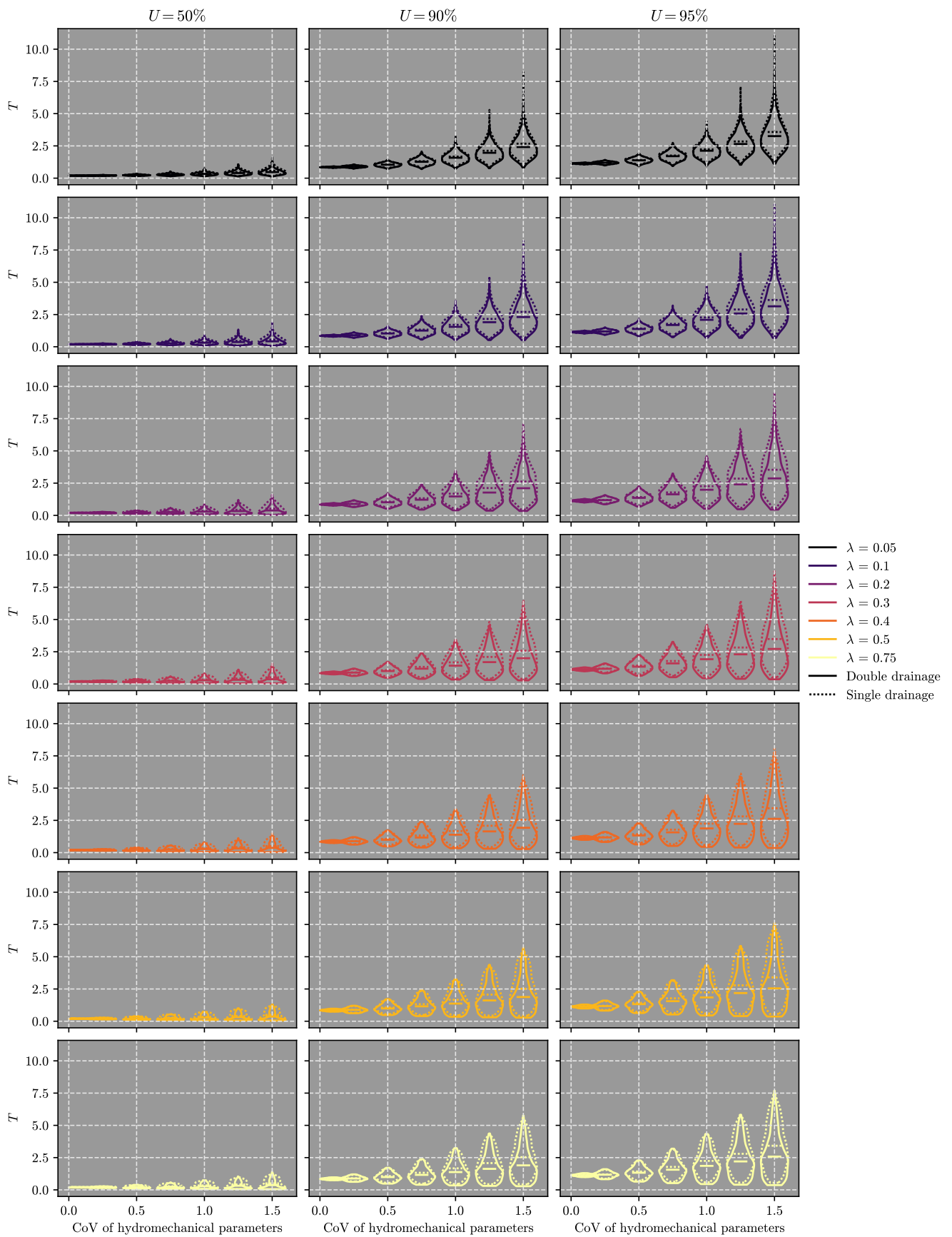


Figura 7 Distribución de Incertidumbre para T

De igual manera, en la Figura 7, se evidencia Entre más alta es la incertidumbre en los parámetros hidromecánicos, mayor es la incertidumbre del tiempo de consolidación alrededor de sus medias. Esto se ve en los violines cada vez más alargados a medida que el CoV (eje horizontal) en cada gráfico aumenta hacia la derecha. La variabilidad en el factor adimensional de tiempo T se ve, por tanto, directamente influenciada por esta incertidumbre, que está ligada a la estimación y caracterización de los parámetros hidromecánicos del suelo.

Este hallazgo subraya la importancia de los parámetros geoestadísticos en la simulación de procesos de consolidación, ya que, aun en suelos considerados homogéneos, la incertidumbre en los valores de conductividad hidráulica k y compresibilidad volumétrica m_v puede generar una dispersión significativa en los resultados.

Los datos obtenidos para los distintos escenarios de variabilidad espacial y las diversas combinaciones de conductividad hidráulica k y compresibilidad volumétrica m_v para coeficientes de consolidación equivalentes fueron integrados en un gráfico tipo ábaco, el cual constituye una herramienta valiosa para la evaluación de parámetros geoestadísticos en estudios de consolidación. Este ábaco permite, de manera práctica, ingresar con datos específicos de variabilidad espacial y obtener tanto el valor esperado del factor adimensional de tiempo μT como la incertidumbre asociada, representada por el coeficiente de variación $CoVT$.

7.3.OBTENCIÓN DEL ÁBACO

A partir de la ejecución completa del modelo para un total de 9 combinaciones distintas de los parámetros k y m_v , se generaron 9 archivos en formato de valores separados por comas (CSV). Cada uno de estos archivos contiene 49,000 registros, correspondientes a las 49 combinaciones posibles de longitud de correlación (λ) y coeficiente de variación (CoV) realizadas 1000 veces cada una mediante las simulaciones de Monte Carlo. Los valores del coeficiente de variación se definieron iguales de manera simultánea para las dos variables aleatorias definidas en el modelo.

Al llevar los resultados de las nueve combinaciones de parámetros hidromecánicos, establecidos según las magnitudes definidas en la metodología, a valores adimensionales utilizando coeficientes de consolidación equivalentes, se observa que los ábacos generados son idénticos entre sí. Esta solución adimensional se presenta como una opción óptima para realizar análisis y diseños con la herramienta obtenida, asegurando consistencia y versatilidad en su aplicación. Los archivos de texto generados se

procesaron mediante un script en Python, diseñado específicamente para este estudio. El script permitió organizar, analizar y representar gráficamente los resultados en forma de ábaco, facilitando la visualización de patrones y relaciones clave entre las combinaciones de parámetros. Esta representación gráfica proporciona una herramienta eficaz para interpretar el comportamiento de las variables bajo estudio, permitiendo un análisis visual intuitivo de las variables.

En la Figura 8, se muestra el ábaco obtenido con los datos del modelo el cual representa la solución numérica de la ecuación de la consolidación para factor adimensional de tiempo T y grado de consolidación U con un enfoque estocástico, permitiendo asociar una incertidumbre a los valores de T de acuerdo con el nivel de incertidumbre de las propiedades hidromecánicas.

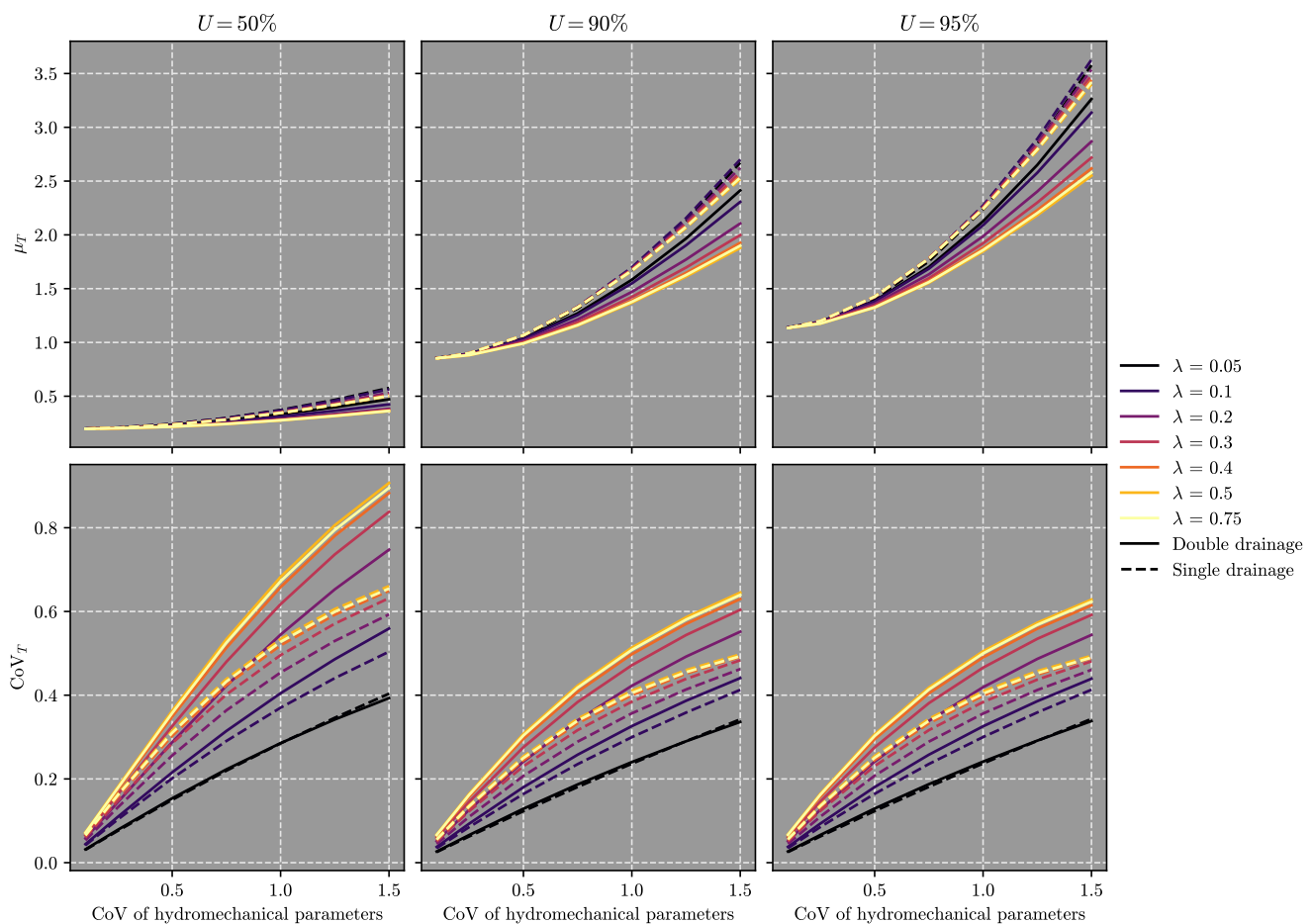


Figura 8 Ábaco Obtenido Para T con datos Geoestadísticos

En el ábaco se sintetiza los datos también mostrados en la Figura 7, ofreciendo una herramienta de uso directo (como se presenta en la siguiente sección). Además, se observan tendencias importantes:

- Los valores medios de T crecen exponencialmente con el CoV de los parámetros, mientras que los valores de CoV_T crecen logarítmicamente.
- Las curvas de los valores medios de T son más cercanas entre sí y más altas en el caso de drenaje simple en comparación con el drenaje doble.
- Los valores medios de T son mayores y los de CoV_T menores para bajas longitudes de correlación.
- Los CoV_T son menores para drenaje simple que para drenaje doble, debido a la normalización con la media.

La influencia de la condición de drenaje, combinada con la heterogeneidad del suelo, refuerza la necesidad de utilizar enfoques numéricos estocásticos en lugar de modelos deterministas simplistas para lograr una mayor precisión en la estimación de los tiempos de consolidación y en la toma de decisiones geotécnicas. Este ábaco, por lo tanto, ofrece una herramienta robusta para incorporar la variabilidad del suelo en el análisis de consolidación, mejorando la precisión y la fiabilidad de los resultados obtenidos.

Este enfoque de procesamiento y representación gráfica no solo optimiza el análisis de grandes volúmenes de datos, sino que también permite evaluar la sensibilidad del modelo ante cambios paramétricos.

7.4.USO DEL ÁBACO DESARROLLADO

Con el fin de evaluar la aplicabilidad de la herramienta desarrollada, se crearon tres escenarios posibles de variabilidad analizada con parámetros geoestadísticos, con dichos escenarios se ingresa al ábaco como se muestra en la figura para un CoV de 1.5 y un λ de 0.05 y se obtienen valores medios del factor adimensional de tiempo (μ_T) asociados a una incertidumbre (CoV_T).

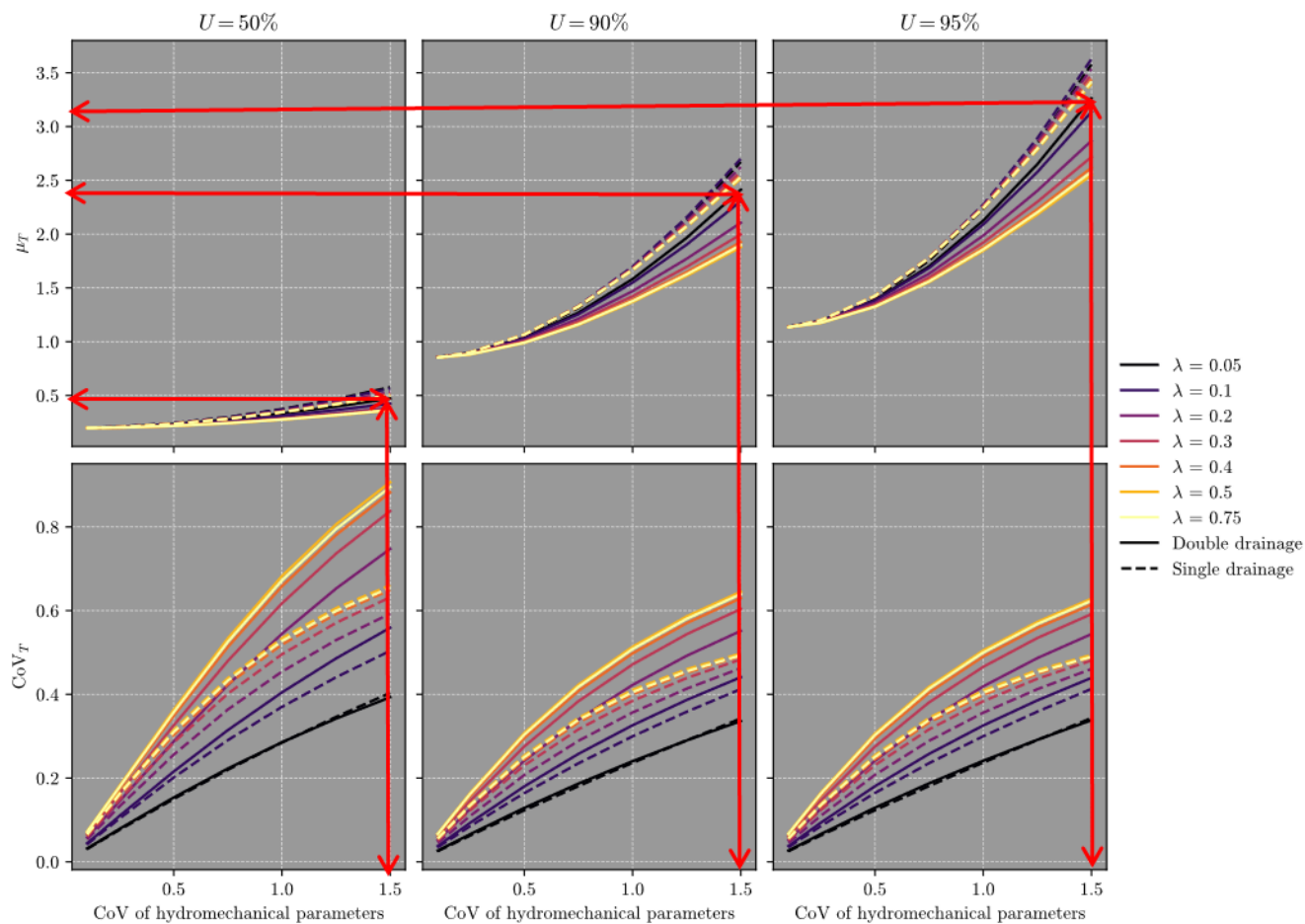


Figura 9 Uso del ábaco

En Tabla 8 Tiempos de consolidación a partir de ábaco drenaje doble, se muestran los valores de T medios para cada escenario de variabilidad planteado y se evidencia como los años reales de la consolidación están afectados directamente por la variabilidad espacial y el grado de consolidación para una misma condición de drenaje. Efectivamente podemos afirmar que mientras mayor sea la heterogeneidad del suelo expresada en términos Coeficiente de variación para las variables hidromecánicas, mayores serán los tiempos de consolidación.

Tabla 8 Tiempos de consolidación a partir de ábaco drenaje doble

Escenario	CoV	l	Escenarios de variabilidad espacial de los parámetros hidromecánicos, considerando que el coV de k es igual al coV de mv		
1	1.5	0.05			
2	1	0.3			
3	0.5	0.75			
U (%)	Tv (hm)	Trf (1)	Trf (2)	Trf (3)	$T_v = \frac{C_v t}{H_{dr}^2}$
95	1.129	3.2	1.9	1.3	
90	0.848	2.4	1.3	1	
50	0.197	0.4	0.35	0.2	
Estrato de suelo consolidable:		z0 (m)	2	Hdr (m)=	1.5
		z1(m)	5		
Suelo 1 (CH) Muy Blanda		C_veq			
m_k=	1.00E-11 m/s	5.10204E-10 m²/s			
m_{mv}=	2.00E-06 m²/N				
Suelo 2 (SM) Densa		C_veq			
m_k=	1.00E-07 m/s	3.40136E-05 m²/s			
m_{mv}=	3.00E-07 m²/N				
SUELO 1 - DRENAJE DOBLE					
U (%)	t (hm) (años)	t(rf)-1 (años)	t(rf)-2 (años)	t(rf)-3 (años)	
95	105.3	298.3	177.1	121.2	
90	79.1	223.7	121.2	93.2	
50	18.4	37.3	32.6	18.6	
SUELO 2 - DRENAJE DOBLE					
U (%)	t (hm) (años)	t(rf)-1 (años)	t(rf)-2 (años)	t(rf)-3 (años)	
95	0.0016	0.0045	0.0027	0.0018	
90	0.0012	0.0034	0.0018	0.0014	
50	0.0003	0.0006	0.0005	0.0003	

Fuente: Elaboración propia

El incremento en los tiempos de consolidación bajo condiciones de drenaje simple, tal como se refleja en los resultados presentados en la Tabla 9 Tiempos de consolidación a partir de ábaco drenaje simple es coherente con los principios fundamentales de la teoría de consolidación. Además de que la solución numérica marca la diferencia entre los valores de Tv para drenaje simple y Doble, este comportamiento puede explicarse físicamente por la altura del estrato de drenaje, la cual determina el recorrido que las partículas de agua deben realizar para alcanzar una capa permeable.

En términos más específicos, la altura de drenaje influye directamente en el tiempo necesario para que se disipe el exceso de presión de poros. Según la teoría clásica de Terzaghi, el tiempo de consolidación t es proporcional al cuadrado de la distancia que las partículas de agua deben recorrer hasta un drenaje permeable. Esto se puede expresar matemáticamente a través de la relación:

$$t = \frac{T_v H_{dr}^2}{C_v}$$

Donde T_v es el factor adimensional de tiempo, en este caso obtenido de manera estocástica, H_{dr} es la altura de drenaje y C_{veq} es el coeficiente de consolidación equivalente del suelo, el cual es el resultado de las combinaciones de los valores medios de cada variable aleatoria con el fin de adimensionalizar los resultados. A mayor altura de drenaje, el tiempo de consolidación aumenta, tal como se aprecia en la Tabla 8 y Tabla 9. Debido a que las partículas de agua tienen que recorrer una mayor distancia para disipar la presión de poros, lo cual se traduce en tiempos de consolidación más prolongados.

Tabla 9 Tiempos de consolidación a partir de ábaco drenaje simple

Escenario	CoV	1	Escenarios de variabilidad espacial de los parámetros hidromecánicos, considerando que el coV de k es igual al coV de mv		
1	1.5	0.05			
2	1	0.3			
3	0.5	0.75			
U (%)	Tv (hm)	Trf (1)	Trf (2)	Trf (3)	$T_v = \frac{C_v t}{H_{dr}^2}$
95	1.129	3.6	2.25	1.4	
90	0.848	2.65	1.65	1.1	
50	0.197	0.5	0.45	0.25	
Estrato de suelo consolidable:		z0 (m)	2	Hdr (m)=	3
		z1(m)	5		
Suelo 1 (CH) Muy Blanda		C_{veq}			
m_k=	1.00E-11 m/s	5.10204E-10 m ² /s			
m_mv=	2.00E-06 m ² /N				
Suelo 2 (SM) Densa		C_{veq}			
m_k=	1.00E-07 m/s	3.40136E-05 m ² /s			
m_mv=	3.00E-07 m ² /N				
SUELO 1 - DRENAJE SIMPLE					
U (%)	t (hm) (años)	t(rf)-1 (años)	t(rf)-2 (años)	t(rf)-3 (años)	
95	210.5	671.2	419.5	261.0	
90	158.1	494.1	307.6	205.1	
50	36.7	93.2	83.9	46.6	
SUELO 2 - DRENAJE SIMPLE					
U (%)	t (hm) (años)	t(rf)-1 (años)	t(rf)-2 (años)	t(rf)-3 (años)	
95	0.0032	0.0101	0.0063	0.0039	
90	0.0024	0.0074	0.0046	0.0031	
50	0.0006	0.0014	0.0013	0.0007	

Fuente: Elaboración propia

8. CONCLUSIONES

- Los tiempos de consolidación se ven significativamente influenciados por la variabilidad representada por el coeficiente de variación CoV de los parámetros hidromecánicos. A medida que este coeficiente aumenta, los valores del Factor de Tiempo adimensional T_v en condiciones heterogéneas se incrementan progresivamente, llegando a duplicar o incluso triplicar los resultados obtenidos bajo la hipótesis de homogeneidad. Esta prolongación del tiempo de consolidación se relaciona físicamente con el efecto de cuello de botella en cual se generan aumento de presiones y retrasos en la velocidad del flujo, este efecto es provocado por el cambio de valores de conductividad hidráulica en las capas de suelo. Estos cambios fueron resultado de la aplicación de campos aleatorios, los cuales capturan la realidad heterogénea de las propiedades del suelo.
- Los resultados obtenidos en esta investigación demuestran que, dentro de los rangos evaluados, la longitud de correlación (λ) no genera una variabilidad significativa para valores del coeficiente de variación (CoV) inferiores al 50%. En este mismo rango, el modelo tampoco muestra sensibilidad al tipo de drenaje, indicando que la influencia de estos factores es marginal en escenarios de baja heterogeneidad. Sin embargo, para valores altos de λ y CoV , se observó un impacto considerable en las magnitudes del factor adimensional de tiempo (T_v), evidenciando que la interacción entre la longitud de correlación y la variabilidad espacial es determinante en la respuesta hidromecánica del sistema. Esto resalta la importancia de considerar adecuadamente estos parámetros en el análisis estocástico, especialmente en contextos donde la heterogeneidad del suelo es significativa.
- La variación del coeficiente de compresibilidad volumétrica m_v representó los cambios de rigidez en las capas del suelo, se debe precisar sobre el impacto directo de este parámetro en la prolongación de los tiempos de consolidación, sin embargo, por sus características está directamente relacionado con la magnitud de los asentamientos producidos por un estado de esfuerzos.
- La cuantificación de la incertidumbre en el modelo desarrollado ha demostrado una relación directa entre la variabilidad de los parámetros de entrada y la magnitud de la incertidumbre en los resultados. Específicamente, se observó que un aumento en la variabilidad de los parámetros conduce a una mayor incertidumbre en los valores del tiempo de consolidación promedio μT , lo cual se refleja en el incremento del coeficiente de variación total $CovT$. Este comportamiento es consistente con los

principios fundamentales de los modelos estocásticos, donde la dispersión en las propiedades del suelo se propaga a través del sistema, afectando significativamente la predicción de resultados. De esta forma, el análisis estocástico empleado permitió no solo estimar el valor medio de μT , sino también evaluar la dispersión y confiabilidad de los resultados, proporcionando un enfoque robusto para la toma de decisiones en escenarios donde la incertidumbre juega un papel crucial.

- El ábaco desarrollado para cada tipo de suelo, representado a través de sus características hidromecánicas, facilita un análisis más exhaustivo de los tiempos de consolidación. Dada su simplicidad, esta herramienta es aplicable tanto en el ámbito académico como en la consultoría de mecánica de suelos, permitiendo considerar de manera efectiva el impacto de la heterogeneidad del suelo en su comportamiento durante la disipación del exceso de presión de poros.
- En cuanto a los tiempos de consolidación t , el uso de la herramienta desarrollada para diversas combinaciones de valores medios de la conductividad hidráulica k y del coeficiente de compresibilidad volumétrica m_v permite observar diferencias significativas entre las condiciones de drenaje doble y simple. Se destaca que la prolongación del tiempo de consolidación es notablemente mayor para el drenaje simple, lo cual es coherente desde un punto de vista físico conforme a la teoría de consolidación. Sin embargo, a diferencia de los métodos analíticos tradicionales, estos tiempos se derivan de valores del factor de tiempo adimensional Tv que varían según cada condición de drenaje.

9. RECOMENDACIONES

- La suposición de variación simultánea y uniforme de los parámetros hidromecánicos, basada en sus coeficientes de variación (CoV), es poco realista porque ignora tanto las distintas fuentes de variabilidad como su dependencia del estado de esfuerzos. La conductividad hidráulica (k) y el coeficiente de compresibilidad volumétrica responden a procesos geológicos y escalas diferentes, y ambos varían de manera no lineal y dependiente del esfuerzo efectivo. Mientras que k disminuye con el cierre de poros, m_v aumenta con mayores esfuerzos en el rango elástico-plástico. Para capturar estas interacciones, se recomiendan modelos que incluyan correlaciones cruzadas, como los basados en cópulas gaussianas o simulaciones estocásticas con matrices de correlación, los cuales reflejan de manera más precisa la complejidad y la incertidumbre inherentes del sistema.
- Se recomienda profundizar en el método implementado en esta investigación para resolver de manera estocástica la ecuación general de consolidación, restringiendo su aplicación a valores del coeficiente de consolidación (C_v) obtenidos experimentalmente y asociados a estados específicos de esfuerzo. Esto garantizaría que el modelo capture con mayor precisión el comportamiento hidromecánico del suelo, al integrar directamente las dos variables aleatorias analizadas, como la conductividad hidráulica (k) y el coeficiente de compresibilidad volumétrica (m_v), que están intrínsecamente ligadas al estado de esfuerzos. Este enfoque permitiría una representación más realista de la variabilidad espacial y de las interacciones no lineales entre los parámetros, mejorando la confiabilidad y aplicabilidad de los resultados en escenarios reales de consolidación.
- Se debe considerar las limitaciones del método basado en la formulación unidimensional de Terzaghi, ya que su validez depende estrictamente de la simplificación del problema a una dimensión. Este enfoque asume una distribución uniforme de propiedades en las direcciones horizontales y una variabilidad únicamente vertical, lo que lo hace inapropiado para suelos con estratificaciones altamente heterogéneas en múltiples direcciones. En casos donde la anisotropía de parámetros hidromecánicos es significativa, y donde las interacciones entre capas presentan comportamientos complejos, sería necesario emplear modelos tridimensionales o de consolidación multiaxial que puedan capturar con mayor precisión la respuesta del suelo. Esto permitiría abordar la heterogeneidad del medio y las variaciones espaciales de las propiedades geotécnicas de manera más realista y efectiva.

REFERENCIAS

- [1] T. Bong, Y. Son, S. Noh, and J. Park, "Probabilistic analysis of consolidation that considers spatial variability using the stochastic response surface method," *Soils and Foundations*, vol. 54, no. 5, pp. 917–926, Oct. 2014, doi: 10.1016/j.sandf.2014.09.005.
- [2] M. Budhu, *Soil Mechanics And Foundations*, 3ra ed. Nueva Jersey, EEUU: Wiley & Sons, 2011.
- [3] K. Terzaghi, *Theoretical Soil Mechanics*. New York, EEUU: Wiley & Sons, 1943.
- [4] Poskitt, "THE CONSOLIDATION OF SATURATED CLAY WITH VARIABLE PERMEABILITY AND COMPRESSIBILITY," *Géotechnique*, vol. 19, no. 2, pp. 234–252, Jun. 1969.
- [5] B. Le. Ly, "A METHOD TO ESTIMATE THE DEGREE OF CONSOLIDATION OF A NON-HOMOGENEOUS CLAY LAYER," *Int J Numer Anal Methods Geomech*, vol. 2, no. 4, pp. 405–409, Dec. 1978.
- [6] G. A. Lozano Vargas, "Análisis de la variabilidad inherente de algunos perfiles de suelo de la formación Sabana de Bogotá basado en la teoría de campos aleatorios," Universidad Nacional de Colombia, Bogotá D.C, Colombia, 2023.
- [7] P. P. Gilani and R. J. Chenari, "Stochastic vs. Deterministic Analysis of Consolidation Problem in Natural Alluvial Deposits," *Geo-Risk*, pp. 271–278, Jun. 2011, doi: 10.1061/41183(418)20.
- [8] S. H. Chong, "Stochastic investigation of consolidation process in spatially correlated heterogeneous soils," *Applied Sciences (Switzerland)*, vol. 7, no. 9, Sep. 2017, doi: 10.3390/app7090949.
- [9] B. Zapata-Norberto, E. Morales-Casique, V. H. Le, and M. Díaz-Viera, "Effect of cross-correlated hydraulic conductivity and compression index on nonlinear consolidation in randomly heterogeneous highly compressible aquitards," *J South Am Earth Sci*, vol. 147, Nov. 2024, doi: 10.1016/j.jsames.2024.105109.
- [10] E. Vanmarcke, M. Shinozuka, S. Nakagiri, G. I. Schueller, and M. Grigoriu, "RANDOM FIELDS AND STOCHASTIC FINITE ELEMENTS," *Elsevier Science Publishers B.V.*, vol. 3, pp. 143–166, Jun. 1986.
- [11] M. J. Cassidy, M. Uzielli, and S. Lacasse, "Probability risk assessment of landslides: A case study at Finneidfjord," *Canadian Geotechnical Journal*, vol. 45, no. 9, pp. 1250–1267, Sep. 2008, doi: 10.1139/T08-055.
- [12] H. P. Hong, "one-dimensional consolidation with uncertain properties," *Can. Geotech*, vol. 29, no. 1, pp. 161–165, Feb. 1992, [Online]. Available: www.nrcresearchpress.com
- [13] G. A. Fenton and D. V Griffiths, "Bearing-capacity prediction of spatially random $c - \phi$ soils," *Canadian Geotechnical Journal*, vol. 40, no. 1, pp. 54–65, Feb. 2003, doi: 10.1139/t02-086.
- [14] D. Kim, D. Ryu, C. Lee, and W. Lee, "Probabilistic evaluation of primary consolidation settlement of Songdo New City by using kriged estimates of geologic profiles," *Acta Geotech*, vol. 8, no. 3, pp. 323–334, Aug. 2013, doi: 10.1007/s11440-012-0192-5.
- [15] R. J. Chenari and N. S. Noori, "Uncoupled consolidation analysis of clay deposits with linearly varying characteristics with depth," *Iranian Journal of Science and Technology - Transactions of Civil Engineering*, vol. 41, no. 1, pp. 49–53, Mar. 2017, doi: 10.1007/s40996-016-0038-8.

- [16] E. H. Vanmarcke, "PROBABILISTIC MODELING OF SOIL PROFILES," *ASCE J Geotech Eng Div*, vol. 103, no. 11, pp. 1227–1246, Nov. 1977.
- [17] M. B. Jaksa, "The influence of spatial variability on the geotechnical design properties of a stiff, overconsolidated clay," Adelaide, Australia, Dec. 1995.
- [18] J. M. Duncan and H. Member, "Factors of safety and Reliability in Geotechnical Engineering," *JOURNAL OF GEOTECHNICAL AND GEOENVIRONMENTAL ENGINEERING*, vol. 126, pp. 307–316, Apr. 2000.
- [19] H. Klammler, ; Michael Mcvay, ; David Horhota, and P. Lai, "Influence of Spatially Variable Side Friction on Single Drilled Shaft Resistance and LRFD Resistance Factors", doi: 10.1061/ASCEGT.1943-5606.0000327.
- [20] P. Lumb, "THE VARIABILITY OF NATURAL SOILS," *Can. Geotech*, vol. 3, no. 2, pp. 74–97, May 1966, [Online]. Available: www.nrcresearchpress.com
- [21] K.-K. Phoon and F. H. Kulhawy, "Evaluation of geotechnical property variability," *Can. Geotech.*, vol. 36, no. 4, pp. 625–639, Nov. 1999, doi: 10.1139/t99-039.
- [22] G. Baecher and J. Christian, *Reliability and Statistics in Geotechnical Engineering*. Chichester, UK: Wiley & Sons, 2003. [Online]. Available: <https://www.researchgate.net/publication/247385445>
- [23] G. A. Fenton and A. Member, "RANDOM FIELD MODELING OF CPT DATA."
- [24] G. A. Fenton and A. Member, "ESTIMATION FOR STOCHASTIC SOIL MODELS," 1999.
- [25] Z. Cao, Y. Wang, and D. Li, *Probabilistic Approaches for Geotechnical Site Characterization and Slope Stability Analysis*. Berlin, Alemania: Springer, 2017. doi: 10.1007/978-3-662-52914-0.
- [26] K.-K. Phoon and F. H. Kulhawy, "Characterization of geotechnical variability," Nov. 1999. [Online]. Available: www.nrcresearchpress.com
- [27] G. Sposito, W. A. Jury, and V. K. Gupta, "Fundamental Problems in the Stochastic Convection-Dispersion Model of Solute Transport in Aquifers and Field Soils," *Water Resour Res*, vol. 22, no. 1, pp. 77–88, Jan. 1986.
- [28] C. R. Dmtmch and G. N. Newsam, "A Fast and Exact Method for Multidimensional Gaussian Stochastic Simulations," *Water Resour Res*, vol. 29, no. 8, pp. 2861–2869, Jun. 1993.
- [29] M. Carter and S. P. Bentley, *Soil ProPertieS and their CorrelationS*, 2da ed. Wiley & Sons, 2016.