

**METODOLOGÍAS TRADICIONALES DE ESTIMACIÓN DE LA VOLATILIDAD
EN OPCIONES REALES: UNA APROXIMACIÓN DESDE LA TEORÍA DEL
VALOR**

MARCO GERARDO MARRERO GÓMEZ

**UNIVERSIDAD EAFIT
ESCUELA DE ECONOMÍA Y FINANZAS
DEPARTAMENTO DE ECONOMÍA
MEDELLÍN
2012**

**METODOLOGÍAS TRADICIONALES DE ESTIMACIÓN DE LA VOLATILIDAD
EN OPCIONES REALES: UNA APROXIMACIÓN DESDE LA TEORÍA DEL
VALOR**

MARCO GERARDO MARRERO GÓMEZ

Monografía para optar al título de Economista

Asesor

JULIAN PAREJA VASSEUR

Docente Académico

**UNIVERSIDAD EAFIT
ESCUELA DE ECONOMÍA Y FINANZAS
DEPARTAMENTO DE ECONOMÍA
MEDELLÍN**

2012

Nota de aceptación

Presidente del Jurado

Jurado

Jurado

Medellín, Mayo del 2013

TABLA DE CONTENIDO

1. INTRODUCCIÓN	6
2. DEFINICIÓN DE OBJETIVOS	8
2.1 Objetivo General	8
2.2 Objetivos Específicos	8
3. MARCO TEÓRICO	9
4. MARCO CONCEPTUAL	13
4.1 Flujo de Caja Descontado:	13
4.2 Historia de la valoración por opciones reales (ROA).....	13
4.3 Metodología de valoración por arboles binomiales:	15
4.4 Importancia y limitaciones de ROA	17
4.5 Teoría de Juegos	19
4.6 Volatilidad	19
4.7 Metodologías de estimación de la volatilidad	22
4.7.1 Volatilidad del portafolio réplica o libre de riesgo.....	22
4.7.2 Volatilidad del factor predominante.....	23
4.7.3 Volatilidad implícita.	25
4.8 Resumen de los aportes por autor	27
5. EJERCICIO APLICADO.....	29
5.1 Estimación de la volatilidad del portafolio réplica	33
5.2 Estimación de la volatilidad del factor predominante	34
5.3 Estimación de la volatilidad implícita.....	36
6. RESULTADOS	38
7. CONCLUSIONES	39
BIBLIOGRAFÍA	42
ANEXOS	46

LISTA DE TABLAS

Tabla 1. Resumen de autores y aportes entorno a la teoría del valor y las opciones reales.....	27
Tabla 2. Datos modelo con volatilidad del portafolio réplica.....	33
Tabla 3. Árbol del activo subyacente con volatilidad del portafolio réplica.....	34
Tabla 4. Árbol de la opción con volatilidad del portafolio réplica.....	34
Tabla 5. Datos modelo con volatilidad del factor predominante.....	35
Tabla 6. Árbol del activo subyacente con volatilidad del factor predominante.....	35
Tabla 7. Árbol de la opción con volatilidad del factor predominante.....	35
Tabla 8. Datos modelo con volatilidad implícita.....	36
Tabla 9. Árbol del activo subyacente con volatilidad implícita.....	36
Tabla 10. Árbol de la opción con volatilidad implícita.....	36
Tabla 11. Resumen resultados del ejercicio.....	38

LISTA DE ANEXOS

Anexo 1. Datos de la demanda.....	46
Anexo 2. Demanda estimada.....	46
Anexo 3. Precios estimados.....	46
Anexo 4. Cálculo del flujo de caja libre.....	47

1. INTRODUCCIÓN

Es reconocido, por autores como Trigeorgis (2004), Amran y Kulatilaka (1999), Mun (2006) y Damodaran (2009), que existe una gran distancia entre la teoría de valoración de empresas y la realidad corporativa. Ésta se ve reflejada en la brecha entre valor de mercado y el valor teórico. El primero está asociado al valor subjetivo y es determinado por la interacción entre la oferta y la demanda, esta concepción tiene su origen en Marshall (1890) (Fogarty, 1996) y los marginalistas (1871) (Mendez, 2004). Por otro lado, el valor teórico es el que busca aproximarse al valor intrínseco o valor “real” de un activo, concepto planteado por el economista John Burr Williams (1938) (Rubeinstein, 2003). Damodaran señala que el valor intrínseco es el que se obtendría si se tuviese toda la información disponible y el modelo de valoración perfecto.

Esta brecha se genera en parte porque las metodologías tradicionales de valoración, como la del Flujo de Caja Descontado (*Discounted Cash Flow – DCF*), son estáticas y no incorporan las posibilidades de crecimiento que tienen las empresas al tomar sus decisiones estratégicas, mientras que el mercado se constantemente se adelanta incorporando sus expectativas en el valor. Como señalan Mukherjee, Van Belle y Baker (2003), el DCF es un modelo rígido y enfocado al corto plazo, y aunque en la tasa de descuento consideran el riesgo de mercado y el corporativo no incluyen la incertidumbre asociada a los flujos de caja.

La metodología de valoración por opciones reales (*Real Option Analysis – ROA*) (Myers, 1984) permite reducir esa brecha, ya que complementa la valoración tradicional agregando un valor asociado a la toma de decisiones estratégicas. Esta valoración le brinda al gerente la flexibilidad que se requiere en un mercado incierto y dinámico, ya que permite postergar, ejecutar o descartar decisiones de inversión. A pesar de su importancia, en Colombia esta metodología no es ampliamente utilizada por el desconocimiento que existe sobre su trascendencia, aplicabilidad y la estimación de sus variables.

La variable crítica en la aplicación de esta metodología es la volatilidad, ésta captura la incertidumbre a la que está expuesto el agente y es el factor diferenciador entre el ROA y otras metodologías tradicionales de valoración. Su correcta estimación es esencial para el cálculo del valor de las opciones, sin embargo en la teoría no existe un método único ni un consenso sobre como estimar esta variable, y la mayoría de los métodos encontrados están diseñados para opciones financieras. Por estas razones esta investigación buscar responder la pregunta: ¿Cuál es la metodología más apropiada para estimar la volatilidad en la valoración financiera de un proyecto de inversión en Colombia usando el modelo de ROA, desde la perspectiva de la teoría del valor? Se debe señalar que no se pretende proponer una metodología nueva, se estudiarán las existentes.

Para responder esta pregunta se partirá exponiendo las diferentes concepciones sobre la teoría de valor: teoría de valor trabajo, teoría del valor subjetivo y teoría de valor intrínseco. Esto con el propósito de explicar de dónde surge la brecha entre el valor teórico y el de mercado, y cómo las opciones reales contribuyen a cerrarla. Luego se presenta el estado del arte de las opciones reales, su importancia y limitaciones, principalmente respecto a la estimación de la volatilidad, ya que este es el elemento clave en esta metodología. Se describen los tres métodos tradicionales de estimación de la volatilidad en opciones reales, resaltando sus ventajas y limitaciones. Luego se realiza en un ejercicio práctico, en busca de las limitaciones que pueden presentar estas metodologías en su implantación en un proyecto específico en Colombia. Por último, basándose en las ventajas y limitaciones teóricas y prácticas, se identificará la metodología más apropiada para estimar la volatilidad en Colombia.

2. DEFINICIÓN DE OBJETIVOS

2.1 Objetivo General

Explorar las metodologías tradicionales de estimación de la volatilidad en ROA, partiendo de la teoría del valor para explicar su importancia en el mercado actual, y con base en la teoría sobre valoración de empresas y un ejemplo práctico donde se estime el criterio Valor Presente Neto (*Net present value* - NPV), determinar la metodología más apropiada para la valoración de un proyecto en Colombia.

2.2 Objetivos Específicos

- Realizar una contextualización desde la teoría de valor para demostrar la importancia de usar la metodología de valoración por opciones reales.
- Explicar el uso de la metodología ROA como un elemento que permite reducir la brecha entre el valor de mercado y el valor teórico de una empresa o proyecto.
- Identificar y contrastar las metodologías tradicionales utilizadas para estimar la volatilidad en ROA.
- Determinar la metodología más apropiada para estimar la volatilidad en ROA en Colombia.

3. MARCO TEÓRICO

En mercados como el nuestro el valor es la dimensión que define la medida de una economía. En una economía de mercado las empresas son evaluadas por su capacidad de generar valor y las personas invierten con la expectativa de que al vender obtengan una ganancia que compense el riesgo que asumieron (Koller, Goedhart & Wessels, 2010).

Estudiar la teoría de valor desde las concepciones de la teoría del valor trabajo (Smith (1776), Ricardo (1819), Marx (1867)(Brue & Grant, 2009)), el valor subjetivo (Jevons (1871), Menger (1871), Walras (1874)(Mendez, 2004) y Marshall (1890)(Fogarty, 1996)) y el valor intrínseco (Burr Williams (1938) (Rubeinstein, 2003) y Damodaran (2009)) permite comprender de donde surgen los conceptos de valor de mercado y valor teórico.

Partiendo de la teoría de valor trabajo, Adam Smith (1776) asoció el valor con la cantidad de trabajo que tenían incorporados los bienes, enfocándose en la utilidad total, no la marginal. Posteriormente David Ricardo (1817) también sostuvo que el valor de los bienes estaba principalmente determinado por la cantidad de trabajo, pero introdujo la escasez como determinante del valor de algunos bienes. Carlos Marx (1867) continuo en la misma línea señalando que sólo el trabajo era el que transformaba las mercancías y por ende era el generador de valor. (Brue & Grant, 2009)

Estos tres autores ven la determinación del valor desde la oferta, donde los costos de producción son el determinante. Sin embargo bajo esta concepción se excluye el capital como factor de producción, y en la economía actual este factor influye significativamente en los costos de producción de cualquier empresa.

La teoría subjetiva del valor se asocia con el concepto de utilidad marginal. Méndez (2004) señala que William Jevons (1871), Carl Menger (1871) y Leon Walras (1974) llegaron de forma simultánea pero independiente a este concepto, el primero en Inglaterra, el segundo en Austria y el último en Suiza. A pesar de que todos llegaron a entender la utilidad marginal de forma similar, cada uno parte de un enfoque diferente.

Según Mendez (2004), para Jevons (1871) “el valor depende por completo de la utilidad”, él diferencia entre utilidad total y la utilidad marginal, definiéndola como “el grado de utilidad por la última unidad añadida”. En su modelo, la utilidad marginal determina el valor, sin embargo observó que como el precio depende de esta, que a su vez es determinada por la escasez, entonces la utilidad es el resultado de los costos de producción. En esta última idea consideró el lado de la oferta como determinante del equilibrio económico, sin embargo es claro cuando señala que el valor depende de la utilidad marginal. Él expresó que los costos de producción determinan la oferta, la oferta determina la utilidad percibida, y la utilidad es la que determina el valor. (Fogarty,1996)(Méndez, 2004)

La teoría del valor de Menger (1871) es completamente subjetiva. En su análisis distingue los bienes según su orden: los de primer orden son aquellos capaces de satisfacer necesidades humanas directamente, los bienes de orden superior son los factores de producción, que tienen la capacidad de producir los de orden inferior. A diferencia de la teoría clásica y la marxista, en las que la cantidad de trabajo incorporado (un bien de orden superior) determina el valor de un producto (bien de orden inferior), Menger considera que el valor del bien de orden inferior se determina por la utilidad marginal, dada por su necesidad y deseabilidad. Luego el valor del bien de orden inferior se transfiere al de orden superior. Puntualmente señala: “la circunstancia de que un bien tenga valor para nosotros radica en que, disponer del mismo significa que podemos satisfacer unas necesidades que, sin dicha disposición, no quedaría cubiertas. (Mendez, 2004)

Leon Walras (1874) también llega al concepto de utilidad marginal, pero a diferencia de los dos autores anteriores, para él éste no es el único determinante del valor. Plantea que en una economía habrá dos mercados, uno de servicios donde los propietarios de los factores de producción (capital, tierra y trabajo) les venden el uso de estos factores a los empresarios. Y el segundo es el de productos acabados, donde los empresarios son los vendedores y los propietarios de los factores son los compradores, así ambos mercados están relacionados. De aquí parte para proponer su modelo de equilibrio general, donde se integran la oferta y la demanda, y el equilibrio se alcanzará cuando estas se igualan. (Mendez, 2004)

Alfred Marshall (1890) también integró la oferta y la demanda en su análisis de valor, pero a través de un modelo de equilibrio parcial. Estableció el equilibrio como la conjunción la oferta y la demanda, admitiendo que la utilidad es la que determina la demanda (Fogarty, 1996). Él parte de los planteamientos de Jevons y Menger sobre utilidad marginal como determinante de la demanda, pero, al igual que Walras, le integra los costos de producción por el lado de la oferta. Esta definición permite comprender como se origina el valor de mercado y será el concepto de valor subjetivo que se tomara como referencia en este trabajo.

Según Koller, Goedhart & Wessels (2010), en el año de 1890 Alfred Marshall entendió la importancia del retorno a la inversión relativo al costo de capital como generador de valor, es decir que una empresa sólo genera valor cuando la rentabilidad de la inversión es superior al costo de la misma. Esta idea es tan valiosa que aun hoy está vigente y es la definición que se aplica en la teoría de valoración de empresas.

El concepto de valor intrínseco se le atribuye a John Burr Williams (1938). Elemento que se enfoca puntualmente en empresas, y lo define como el valor real de las acciones. Este último elemento está asociado con los fundamentales de la empresa (Rubeinstein, 2003). Damodaran (2009) propone que todos los activos tienen un valor intrínseco y el cual se obtendría si se obtuviese toda la información posible y se contase con una metodología de valoración perfecta.

Damodaran (2009) señala que el valor de un bien no es lo que alguien cree que vale sino que está en función de los flujos de caja esperados. A este valor se tratan de acercar las metodología de valoración como el flujo de caja descontado (*discounted cash flow* – DCF), sin embargo el valor teórico es sólo una aproximación al valor intrínseco, ya que la metodología tiene limitaciones y no se dispone de información perfecta.

Se deben resaltar los aportes de Eugene Von Bohn-Bawerk (1881) y Irving Fisher (1930) quienes sentaron las bases de la metodología de flujo de caja descontado, principal metodología usada para la estimación del valor intrínseco. Fisher planteó que el valor del capital es el valor presente de los ingresos que se van a percibir en un futuro (Damodaran, 2009). Bohn-Bawerk analizó la diferencia entre el valor

de mercado de los bienes de capital y los ingresos que estos pueden generar, así se aproximó al concepto de tasa interna de rentabilidad que asocio a la tasa de interés de la economía (Murphy, 2004).

Hacer este recorrido teórico permite entender como se genera el valor de mercado y a qué valor tratan de llegar las metodologías de valoración. El valor de mercado se determina por el equilibrio entre la oferta y la demanda, donde ésta está dada por la utilidad percibida por los agentes o inversionistas. El valor teórico, que se calcula por medio de métodos como el DCF, trata de acercarse al valor fundamental o intrínseco de los activos. El primero se determina de forma dinámica en el mercado, mientras el segundo es un valor estático, aquí nace la brecha que tantos autores han identificado.

4. MARCO CONCEPTUAL

4.1 Flujo de Caja Descontado:

El método tradicional para valorar y tomar decisiones de inversión, es el modelo de Flujo de Caja Descontado (*Discounted Cash Flow* – DCF). Este es el modelo de valoración más reconocido por su consistencia teórica. Sus fundamentos se centran en la teoría de perpetuidades financieras y en el valor del dinero en el tiempo, y consiste en calcular el valor presente de las inversiones a partir del descuento de los flujos de caja futuros. El resultado de esta metodología es el valor presente neto (*Net present value* – NPV) que refleja el valor presente de los flujos futuros de la inversión. (Damodaran, 2009)

Sin embargo en el mercado actual, caracterizado por el cambio, la incertidumbre y la competencia, el método de DCF se queda corto, dado que no permite incorporar las decisiones estratégicas. Esta metodología es muy válida en análisis de reemplazo, para valorar bonos o determinando el valor de un bien en un ambiente estable. Pero siendo una metodología estática y, generalmente, un criterio de decisión de ahora o nunca, tiene grandes limitaciones al introducir la incertidumbre y la flexibilidad de las decisiones (Trigeorgis & Smit, 2004). Esto hace necesario implementar una metodología que si permita tener en cuenta la estrategia corporativa, la cual es el método de valoración por opciones reales (Real Option Analysis – ROA).

4.2 Historia de la valoración por opciones reales (ROA)

Según De la Fuente (2005), Stewart Myers en 1977 fue uno de los pioneros en el tema de opciones en la inversión en activos no financieros. Él llevó la teoría de valoración de opciones financieras a los activos reales. De la Fuente (2005) también señala que los trabajos de Myers estaban enfocados en valorar los derechos que poseía una empresa de lanzar un producto al mercado, reemplazar la oferta o modificar el ritmo productivo, es decir a decisiones estratégicas de los gerentes.

En 1984 el mismo Myers utiliza el término “opciones reales” para complementar las metodologías tradicionales de valoración de proyectos e incorporar en ellos el concepto de incertidumbre (Mascareñas, 2007). Trigeorgis (2004) las define como el derecho, más no la obligación, a negociar, ya sea comprar, vender o ejecutar, un bien, siendo este real y tangible, a un precio determinado en una fecha establecida previamente que será determinada por la duración del proyecto.

Existen diferentes tipos de opciones financieras, las más conocidas son las europeas y las de tipo americano, la característica fundamental de las primeras es que sólo se pueden ejercer al final de la vida de la opción. Las segundas pueden ser ejercidas en cualquier momento de la vida de la opción. Por su naturaleza también se distinguen las opciones call y las put, las primeras son opciones de compra y las segundas de venta. (Mun, 2006)

La teoría sobre opciones financieras, que Myers tomó para las opciones reales, fue desarrollada por Myron Scholes, Fisher Black y Robert Merton. Los dos primeros desarrollaron la fórmula Black&Scholes (1973), esta se usa en la actualidad en la valoración de todo tipo de derivados. Merton fue quien les hizo percatarse del principio de no arbitraje, sin el cual la fórmula perdería consistencia. Por estas contribuciones Scholes y Merton recibieron el premio nobel de economía en 1997, Black había fallecido dos años antes. Esta teoría ha presentado un gran avance en la valoración de opciones pero tiene varias limitaciones, la principal en la aplicación a opciones reales es que sólo se pueden valorar opciones de tipo europeo, y las opciones reales por definición son de tipo americano. (Amram & Kulatilaka, 1999)

Esta limitación se suple con la metodología de valoración por árboles binomiales, presentada por Cox, Ross y Rubinstein (1979). Esta metodología fue igualmente desarrollada para opciones financieras, pero permite ser aplicada en opciones reales, con la ventaja que permite valorar opciones americanas. En el siguiente numeral se profundiza en esta metodología.

En la actualidad Lenos Trigeorgis (1996, 2004) es el autor más reconocido en el campo de las opciones reales. Otros autores importantes son Kulatilaka (1999),

Fernández (1996, 2002, 2013), Brandao (2005), Mascareñas (2007), Schwartz (2001), Jonathan Mun (2006) y Copeland y Antikarov (2003).

4.3 Metodología de valoración por árboles binomiales:

En la metodología de árboles binomiales se pueden usar dos enfoques, el de probabilidades neutrales al riesgo o el del portafolio réplica de activo subyacente. En el primero se ajustan por riesgo las probabilidades de cada flujo en cada momento del tiempo, y luego se descuentan esos flujos (cuyo riesgo ya ha sido considerado en la probabilidad) a la tasa libre de riesgo. (Mun, 2006)

En el segundo se debe crear un portafolio que replique los flujos del activo subyacente usando un activo riesgoso y uno libre de riesgo. Los pagos deben ser iguales de manera que los precios del portafolio réplica sean iguales al de activo subyacente en cada punto del tiempo, para esto se calculan unas probabilidades ajustadas por riesgo. Se asume que no existe arbitraje y que en el mercado hay disponibles activos que permiten replicar los pagos del flujo subyacente, esto es válido sólo en un mercado completo (Mun, 2006). Trigeorgis (2004) indica que las opciones reales no se negocian en mercados financieros sin arbitraje, sino en mercados imperfectos de activos reales, en estos la falta de instrumentos financieros correlacionados representa un obstáculo en la implementación de este enfoque.

A continuación se explica el proceso para utilizar el enfoque de neutralidad ante el riesgo, ya que según Mun (2006) es el más utilizado y aplicable en opciones reales. En esta metodología primero se debe proyectar el comportamiento del activo subyacente a través de la vida de la opción. Para hacerlo se usan los factores que comúnmente se identifican con las letras u (up-side step) y d (down-side step). El factor u determinara los movimientos hacia arriba en el árbol y el d hacia abajo. Estos consideran la volatilidad y la variación de tiempo, a continuación se presentan las formulas: (Mun, 2006)

$$\delta t = \frac{y}{N}$$
$$u = e^{\sigma \sqrt{\delta t}}$$

$$d = e^{-\sigma \sqrt{\delta t}} = 1/u$$

Donde,

σ = Volatilidad del activo subyacente

y = Tiempo de expiración de la opción en años

N = numero de periodos del árbol

Luego de tener el arbol del activo subyacente, se calcula el arbol de la opcion. En éste se empieza desde el ultimo periodo y se devuelve al periodo cero usando las probabilidades neutrales al riesgo. La propabilidad neutral al riesgo esta determinada por la siguiente ecuacion:

$$p = \frac{(e^{rf-b \delta t} - d)}{(u - d)}$$

Donde, rf es la tasa libre de riesgo y b la tasa de dividendos, además se usan δt , u y d calculados con anterioridad. (Mun, 2006)

Como las opciones reales son de tipo americano, en cada nodo se debe evaluar la posibilidad de postergar la decisión al proximo periodo, calculando el valor esperado de los nodos siguientes con probabilidad neutrales al riesgo, y de ejercer la opcion en ese momento, que será el maximo entre el precio del subyacente menos el costo de ejercicio y cero. Si la opcion es call se debe evaluar $\max(St - X, 0)$, si es put entonces sera $\max(X - St, 0)$, siendo St el precio de subyacente en t y X el precio de ejercicio de la opción. En cada nodo se debe descontar usando la tasa libre de riesgo. La opción se ejercera sólo en los nodos en que el valor sea mayor a cero, y el monto en el nodo inicial, es decir el del momento cero, sera el valor de la opción. Al sumarle la opción al NPV del proyecto se obtendra el NPV estrategico (Mun, 2006)

Esta metodología es la comúnmente utilizada para la valoración por opciones reales, dada su sencillez, aplicabilidad, flexibilidad y carácter intuitivo, garantizando en gran manera que la técnica de valoración refleje fielmente las características del proyecto a evaluar, su ventaja fundamental es que encuentra la

objetivación de la valoración al incluir la información del mercado. (Copeland & Antikarov, 2003)

4.4 Importancia y limitaciones de ROA

Según Copeland y Antikarov (2003) la metodología de opciones reales es la más apropiada ya permite incluir la flexibilidad asociada a la adaptación que precisan tener los gerentes al entorno cambiante e incierto, en los cuales se desechan proyectos que podrían generar un valor agregado cuando se desarrollan estratégicamente.

Fernández (1996) señala que el NPV es un criterio estático, es decir de ahora o nunca, y el valor que arroja determina si el proyecto se ejecuta o no, mientras que las opciones reales permiten posponer el proyecto y encontrar el momento en el cual éste puede ser viable.

Las opciones reales se pueden entender como oportunidades de crecimiento futuro que tienen las empresas y están asociadas con la flexibilidad para tomar decisiones de crecimiento estratégico. Una empresa decidirá cuándo ejercer, postergar o descartar sus decisiones de acuerdo a las oportunidades que perciba en el mercado y dependiendo del grado de certidumbre que tenga sobre su entorno y la competencia, por esto es importante la flexibilidad en una metodología de valoración.

Como se ha explicado, metodologías como el DCF no incluyen la flexibilidad en sus valoraciones, pero el mercado constantemente se adelanta e incluye las oportunidades de negocio en su valoración del activo, es decir incorpora sus expectativas. Esto explica la brecha que existe entre el valor de mercado y el valor que se obtiene de una valoración tradicional. La metodología ROA contribuye a cerrar esa brecha proporcionando la flexibilidad que se requiere al tomar decisiones estratégicas, y al valorar esas opciones de negocio sumándolas al NPV del proyecto.

A pesar de que el ROA proporciona a los empresarios herramientas como la flexibilidad, que las metodologías tradicionales no le ofrecen, en Colombia se usa muy poco como metodología de valoración de proyectos. Esto se debe a que la

mayoría de los empresarios y administradores desconocen su utilización, y también debido a que son escasas las aplicaciones prácticas que se encuentran sobre su uso en Colombia¹.

Además existen ciertas limitaciones en esta metodología, ya que al adaptar la teoría de valoración de opciones reales desde las opciones financieras, se generan conflictos en algunas variables que pierden soporte teórico. Este conflicto se genera principalmente en torno a la volatilidad y las tasa de descuento.

La crítica a la tasa de descuento se hace tanto en la metodología de DCF como en la de opciones reales. Ya que el método comúnmente utilizado para calcular el costo del patrimonio es el CAPM, propuesto por Sharpe (1964) y Lintner (1965), entre muchas otras limitaciones. El modelo asume que todos los agentes tienen una misma función de utilidad, es decir que tienen las mismas preferencias y aversión al riesgo. (Mun, 2006)

En las opciones financieras el cálculo de la volatilidad es muy claro y existen varias metodologías, todas se pueden usar dado que se tiene acceso a extensas series de datos y a un mercado donde se pueden encontrar activos que permiten replicar el flujo de la opción. En las opciones reales es totalmente diferente, ya que construir un portafolio réplica es muy difícil y también es difícil tener acceso a amplias serie de datos. Esto hace que muchas de las metodologías para opciones financieras no sean aplicables a opciones reales, y que las pocas que lo son presenten limitaciones.

Otra de las principales limitaciones de esta metodología es que no existe un mercado perfecto donde se negocien opciones reales, como existe para las opciones financieras, estas se transan en mercados imperfectos de activos reales. En opciones reales no se puede trabajar directamente sobre historia de activo subyacente, ya que este es un flujo de caja. Además la volatilidad es variable en el tiempo, en este modelo se asume constante. (Trigeorgis, 2004)

¹ Algunas de las aplicaciones son Maya, Hernández & Gallego (2012) y Cardona & Herrera (2008).

El objetivo de este trabajo de investigación no es profundizar en cada una de estas limitaciones. Se restringe a estudiar la variable volatilidad y tratar de identificar la metodología mas apropiada para estimarla para un proyecto en Colombia, con base en la teoría de valoración financiera y una implementación practica en un ejemplo colombiano.

4.5 Teoría de Juegos

Smit y Trigeorgis (2004) en su libro *Strategic Investments* vinculan las opciones reales con la teoría de juegos, por la que John Nash (1951), John Harsanyi (1967) y Reinhard Selten (1965) recibieron el premio Nobel en 1994. Ellos plantean que esas decisiones estratégicas de inversión se toman no sólo en base a las necesidades que se perciben desde el interior de la empresa, sino que se tiene en cuenta el entorno y el accionar de la competencia. De esta manera muchas veces se preferirá tomar la opción de esperar un movimiento de la competencia para tomar una decisión, o esperar a que exista mayor certidumbre en el mercado para invertir. La teoría de juegos permite entender como una empresa materializa su estrategia a través del ejercicio de opciones reales para generar valor.

4.6 Volatilidad

Para Copeland y Antikarov (2003) y Han (2007) la estimación de la volatilidad es uno de los principales problemas en la implementación de la valoración por opciones reales y sobre el cual se ha estudiado muy poco.

Para Mun (2006) la volatilidad está asociada a la incertidumbre, y ésta se diferencia del riesgo. La incertidumbre se reduce con el paso de tiempo, el riesgo es resultado de ésta y se traduce en el costo que se debe asumir. Cuanto mayor sea la vida de un proyecto mayor será la incertidumbre pero el riesgo puede permanecer constante. Otra forma de ver la volatilidad es como como la probabilidad de obtener un resultado diferente al esperado por (Mejía, 2006).

Mukherjee, Van Belle y Baker (2003) identifican los tipos de riesgo a los que está expuesto un proyecto, a saber: el independiente, el corporativo y el de mercado. El primero se refiere al riesgo de forma aislada, sin contar con que el proyecto

pueda ser parte de un portafolio de proyectos de una empresa. Su medición es la desviación estándar de los flujos de caja estimados del proyecto. Esta medida del riesgo es aplicable para inversionistas no diversificados. (Pareja, Maya, Mongrut & Salazar, 2008)

El riesgo corporativo, por otro lado, parte del efecto que posee el proyecto sobre el riesgo de la empresa, este no tiene en cuenta el efecto de la diversificación sobre el inversionista, y se mide mediante el cálculo de la covarianza del proyecto con el portafolio de activos de la firma. Por último el riesgo de mercado evalúa el riesgo del proyecto desde la perspectiva de un inversionista totalmente diversificado y se mide como la covarianza del proyecto con el portafolio de mercado (Pareja, Maya, Mongrut & Salazar, 2008). Damodaran (2006) también identifica estas tres categorías como fuentes de incertidumbre.

En general el riesgo independiente tiene poca relevancia dado que las empresas tienen más de un proyecto y porque los inversionistas se encuentran diversificados. Sin embargo éste es importante por distintas razones, primero su estimación es más fácil que la del riesgo corporativo y de mercado. Segundo, generalmente existe una fuerte correlación entre los tres riesgos, por lo que si al mercado le va bien a la empresa le va bien y al proyecto también. Y por último, es útil cuando el inversionista es el dueño de una empresa no diversificada. (Mukherjee et al, 2003)

Esta distinción es importante ya que la variable de la volatilidad en las opciones reales está asociada específicamente con el riesgo independiente del proyecto y es éste el que se debe cuantificar. El riesgo de mercado y el corporativo están incluidos en la tasa de descuento, en la tasa libre de riesgo y la prima de riesgo respectivamente.

Vélez & Marchain (2003) destacan los aportes de Hillier (1963) y Hertz (1964) en la historia de la cuantificación del riesgo en proyectos. El primero de ellos fue quien propuso un manejo de tipo analítico para cuantificar el riesgo a partir del conocimiento de las distribuciones de probabilidad de las diferentes variables involucradas, de tal manera que se pudiera determinar la distribución final de un indicador como el Valor Presente Neto (net present value - NPV) o la Tasa

Interna de Rentabilidad (internal rate of return - IRR). Este método hace uso del teorema del límite central de la estadística, y predice que la distribución del NPV o IRR es aproximadamente normal, inclusive cuando las distribuciones de las variables de entrada no lo sean. (Robichek, 1975)

Por otro lado, en ciertos problemas de gran complejidad la solución analítica no es alcanzable, ya que la complejidad de las distribuciones de probabilidad puede ser alta, que es muy difícil o casi que imposible conocer sus respectivos parámetros y por ende el uso de la simulación es uno de los enfoques más prácticos para abordar el anterior problema. David B. Hertz propuso, en 1964, un enfoque que permite aproximarse de manera empírica a estos problemas complejos, su idea básica es no seguir trabajando con promedios o valores esperados como si fueran eventos ciertos. Su propuesta se conoce como análisis del riesgo y utiliza la simulación Montecarlo. (Vélez & Marchain, 2003.)

En las opciones financieras la volatilidad se calcula como la desviación estándar del rendimiento de la acción, hay una sola fuente de variabilidad. En las opciones reales la volatilidad es el posible rango de precios que puede llegar a tener el precio del activo subyacente, y en éste, a diferencia de las opciones financieras, existen múltiples fuentes de variabilidad (Lewis, Eschenbach, & Hartman, 2008). Estas se pueden asociar a las categorías propuestas por Torres, Moscoso y Flores (2007). Ellos catalogan los riesgos como estratégicos, financieros y del negocio. Los primeros están asociados con el riesgo de mercado, y parte de los financieros con el riesgo corporativo, ambos se consideran en la tasa de descuento del DCF. Los demás riesgos financieros pueden ser cubiertos usando productos financieros derivados. Los riesgos del negocio, como la oferta y la demanda, la eficiencia de los factores de producción, la competencia y la distribución, son los que principalmente se deben considerar en el cálculo de la volatilidad en opciones reales, ya que son los que afectan directamente los flujos de caja del proyecto.

En el caso de las opciones financieras es posible determinar la volatilidad del activo subyacente con la información histórica de mercado (Han, 2007). Sin embargo, en ROA el activo subyacente es flujo de caja del proyecto y Cortesao (2006) señala que no se puede obtener información histórica para determinar la

volatilidad de cada una de las fuentes de incertidumbre, ya que como sostiene las opciones reales no se negocian en un mercado público organizado.

Además, a diferencia de las opciones financieras no existe una única metodología generalmente aceptada para estimar la volatilidad (Lewis, Eschenbach, & Hartman, 2008). Dada la importancia de esta variable en el método de valoración por opciones reales, se genera la necesidad de estudiar los métodos de cuantificación que se han propuesto en la literatura para poder acercarse al método idóneo.

4.7 Metodologías de estimación de la volatilidad

Así como se han desarrollado diferentes metodologías para valorar las opciones reales, también se han desarrollado diferentes formas de estimar su volatilidad. De las muchas formas que se utilizan, son sólo tres las más utilizadas y aplicables en el campo de la administración y las finanzas corporativas: La volatilidad del portafolio réplica o volatilidad histórica, la volatilidad del factor predominante y la volatilidad implícita. (Maya, 2004)

Otras de las metodologías que se pueden referenciar son los modelos GARCH (Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity) y el de supuestos gerenciales Mun (2006). Sin embargo estos no son comúnmente utilizados, el primero porque requiere el uso de series de datos muy amplias que en el caso de activos reales no son fáciles de obtener, además son modelos difíciles de interpretar y de implementar. El segundo se descarta por su alta subjetividad, consiste en consultar a una serie de directivos sobre sus expectativas del proyecto y por medio de funciones estadísticas calcular una desviación estándar.

4.7.1 Volatilidad del portafolio réplica o libre de riesgo. Está en una de las metodologías más conocidas y más frecuentemente utilizada para estimar la volatilidad de un proyecto cuando se posee información histórica, es decir cuando se puede acceder a series de datos relativos a los precios, de aquel similar o de su comparable en el mercado. En opciones financieras esta se debe calcular como la desviación estándar de los rendimientos logarítmicos sobre precios diarios de un portafolio réplica. (Mun, 2006)

En este tipo de estimación se asume que las volatilidades de la opción y del portafolio son igual. Lo que aplica en opciones financieras donde existe un mercado completo y una enorme cantidad de activos financieros que permiten componer un portafolio réplica (Mun, 2006). En opciones reales se estaría asumiendo que la volatilidad perteneciente a otro proyecto o de otra firma será igual, y por ende, se hace necesario una adecuada elección de los componentes requeridos para efectuar la comparación entre las que podemos esbozar: posición de mercado, localización geográfica, tecnología, demanda, etc.

La anterior situación dificulta su aplicación, ya que usualmente es complicado encontrar este tipo de semejanzas entre proyectos y/o empresas, además la imposibilidad de encontrar un mercado transable. Así mismo, la metodología requiere por su parte realizar un completo análisis del riesgo que distinga entre empresas y proyectos, de tal manera que aspectos como el apalancamiento de una empresa y elementos propios de las transacciones en el mercado no sean extrapolados a la realidad de los proyectos. (Mun, 2006)

Con respecto de la efectividad de esta metodología, los mismos Black & Scholes (1973) demostraron que el modelo tendía a sobrestimar o infravalorar opciones en cada caso, cuando volatilidad de las mismas fuera alta o baja respectivamente.

Como referencia se puede citar el proyecto de energía eólica en Colombia, presentado por Maya, Hernández & Gallego (2012) donde la volatilidad del proyecto réplica estaba dada por la desviación estándar del promedio de los rendimiento logarítmicos de las acciones de siete empresas europeas de energía eólica, y es su caso concluyen que ésta subestimaba la volatilidad dado que el mercado europeo es mucho más estable.

4.7.2 Volatilidad del factor predominante. El enfoque de esta metodología se circunscribe en estimar la volatilidad a partir del factor clave o predominante del proyecto, comúnmente llamada la variable crítica (Méndez & Lamothe, 2007). En opciones financieras es muy fácil de implementar ya que se usan los precios históricos de subyacente, para las opciones reales no es tan sencillo ya que el subyacente es el flujo de caja. Mun (2006) explica que esta metodología consiste en calcular los rendimientos de los flujos proyectados, pero como generalmente

las valoraciones se hacen a diez años no se tendrían suficientes observaciones para tener un resultado valido.

Mun (2006) propone que otra forma de implementar este método es usando la serie histórica de precios del factor clave o determinante del proyecto. Este método se alimenta de índices históricos para ser utilizados como factores representativos para el proyecto, los cuales se asumen como elementos determinantes de los flujos de caja futuros, y a los que se les calcula la desviación estándar, sirviéndose del cálculo de las variaciones de rendimientos a base de logaritmo natural.

Sin embargo, aquí también se estaría incurriendo en errores, ya que se asumiría correlación perfecta entre la volatilidad de un activo y la del proyecto (Mun, 2006). Por ejemplo, si se plantea utilizar como referencia la volatilidad del precio del petróleo en un proyecto de extracción, se asume, erróneamente, una correlación casi perfecta o en su defecto, perfecta, entre ambos activos.

La ventaja de este enfoque es que es simple de utilizar y no requiere de una rigurosidad matemática, lo que resulta siendo práctico e intuitivo para los administradores, sin embargo sus fuentes son de difícil consecución, o por lo menos en lo que respecta a los índices de los factores predominantes basados en el contexto de las opciones reales.

Al igual que el método anterior, se tiende a sobrevalorar o subvalorar la volatilidad, al no contar con otros factores que se correlacionan entre si y que finalmente pudieran atenuar o amplificar el riesgo. Una de sus grandes desventajas, es no tener en cuenta las variaciones de rendimientos negativos que normalmente se encuentran en los activos financieros, lo que limita y puede inferir a errores de cálculo. (Mun, 2006)

Volviendo sobre el ejemplo de Maya, Hernández & Gallego (2012), en ese mismo caso calcularon la volatilidad del factor predominante usando el precio de la energía eléctrica, concluyendo que sobreestima la volatilidad al omitir variables que disminuyen el riesgo del proyecto.

4.7.3 Volatilidad implícita. Para las opciones financieras la volatilidad implícita se calcula a través de la fórmula de Black and Scholes (1973) o del modelo binomial de Cox, Ross y Rubinstein (1979), y se tipifica como la mejor estimación que tiene el mercado sobre este parámetro. Si la volatilidad del subyacente varía determinísticamente a través del tiempo, la valoración que el mercado otorga a este elemento se interpreta como un promedio de la vida restante de la opción. (Mayhew, 1995)

Por otro lado, si la volatilidad del activo subyacente sigue un proceso aleatorio, como se percibe en los modelos de volatilidad estocástica, los precios de mercado de las opciones pueden ser usados para modelar los parámetros del proceso del activo subyacente. (Mayhew, 1995)

Actualmente hay programas y paquetes estadísticos que permiten encontrar la volatilidad implícita, que se define como la diferencia que existe entre la volatilidad calculada de la forma tradicional y el precio observado de la opción en el mercado.

Algunas de las metodologías más conocidas para valorar la volatilidad implícita:

4.7.3.1 Promedio ponderado de la volatilidad implícita (Weighted average implied volatility). La volatilidad de las opciones difiere sistemáticamente por cambios en el precio de ejercicio y por su tiempo de vencimiento.

El patrón que se genera para el primer factor, parte de la variación en los precios de ejercicio, elemento conocido como la sonrisa de volatilidad (volatility smile), ahora para el segundo factor, es llamado estructura a plazos de la volatilidad implícita (term structure of implied volatility), que se da por variación en el tiempo de expiración. (Mayhew, 1995)

Los patrones anteriormente mencionados, tienen como resultado que la volatilidad implícita varíe entre opciones, lo que implica que aun si los participantes del mercado valoraran a través de los modelos tradicionales se presentarían diferencias por efecto de elementos, tales como el precio de ejercicio, el tiempo y los costos de transacción. (Mayhew, 1995)

Este fenómeno de volatilidad se da por dos razones: por presencia de las imperfecciones sistemáticas que posee el mercado y el más importante, se conoce que el proceso del activo subyacente difiere de un proceso de distribución lognormal. A partir de corregir los anteriores problemas surge la metodología del promedio ponderado, que consiste en calcular las volatilidades implícitas para cada opción y luego utilizarlas para calcular las volatilidades futuras. (Ibid.)

El principal aporte de este modelo es corregir el ruido generado por las desviaciones entre los precios de la opción, a través de incluir múltiples observaciones para su cálculo.

4.7.3.2 La distribución de la probabilidad implícita. Es otro de los métodos que pretende explicar la volatilidad, indica que a partir de los precios de las opciones es posible generar una función de probabilidad neutral ante el riesgo, con el fin de estimar los precios al final de la vida de la acción, este tipo de distribución difiere de la impuesta en el modelo de Black & Scholes y asume que para poder construirla es importante conocer el precio de las opciones que entrega el mercado. (Rubinstein, 1994)

A partir de allí, la varianza de la distribución implícita, podrá ser utilizada como una medida de volatilidad futura, aplicada a lo que le resta de la vida de la opción. Finalmente, es importante indicar que esta distribución podrá ser empleada para calibrar principalmente modelos de tipo n-nomial. (Rubinstein, 1994)

4.4.7.3 Metodología de Volatilidad Implícita en Opciones Reales. Para las opciones reales será imposible utilizar el método de promedio ponderado y el de distribución de probabilidad implícita, dada la ausencia de un mercado y por ende de transacciones y precios (Mun, 2006). Amram y Kulatilaka (1999) recomiendan utilizar un modelo de simulación Montecarlo el cual busca emular el comportamiento de la volatilidad implícita como medida de varianza del proyecto.

Este método propone establecer cuáles son las variables críticas o riesgosas que posee el proyecto, en otras palabras analizar cuáles de ellas y su respectiva fluctuación, afectan en mayor medida al criterio financiero tradicional NPV.

Cada una de las variables anteriores se modela a través de una distribución de probabilidad específica y luego, con la anterior información se procede a realizar la simulación y de esta, se estima la desviación estándar del criterio antes mencionado, valor que permite emular la volatilidad implícita del proyecto. (Maya, Hernández & Gallego, 2012)

En el mismo ejemplo de Maya, Hernández & Gallego (2012), para calcular la volatilidad implícita usaron el precio de energía, los vientos como variable de riesgo en ese tipo de proyectos, el precio de venta de certificados de reducción de emisiones de carbono y la tasa de cambio.

4.8 Resumen de los aportes por autor

Tabla 1. Resumen de autores y aportes entorno a la teoría del valor y las opciones reales.

Autor	Aporte
Adam Smith, David Ricardo y Carlos Marx. (1776, 1817, 1867)	Teoría del valor trabajo. Consideraron que el valor de los bienes está determinado por el trabajo incorporado. Ricardo también considero la escasez como determinante en algunos bienes.
William Jevons y Carl Menger (1871)	Introdujeron el análisis marginalita al estudio de la teoría de valor. El valor depende totalmente de la utilidad marginal.
Leon Walras (1877)	Genero un modelo de equilibrio general donde se integraban simultáneamente la oferta y la demanda.
Alfred Marshall (1890)	Integro la oferta y la demanda en su análisis de valor, pero a través de un modelo de equilibrio parcial. También entendió la importancia del retorno a la inversión relativo al costo de capital como generador de valor.
Eugene Von Bohn-Bawerk (1881)	Analizo la diferencia entre el valor de los bienes de capital y los ingresos que pueden generar, así se aproximó al concepto de tasa interna de rentabilidad.
Irving Fisher (1930)	En su análisis del interés planteo que el valor del capital es el valor presente

	de los ingresos que se van a generar.
John Burr Williams (1938)	Introdujo el concepto de valor intrínseco, entendido como el valor real de una empresa, que está asociado con sus fundamentales.
William Sharpe (1964)	Desarrolló el modelo CAPM, este es usado en la metodología de flujo de caja descontado para el cálculo del costo del patrimonio. Recibió el premio nobel en 1990 por sus aportes a la teoría financiera.
Fisher Black, Myron Scholes y Robert Merton (1973)	Desarrollaron la fórmula Black&Scholes que se usa en la valoración de opciones. Recibieron el premio nobel en 1997 por su aporte en la valoración de derivados.
John Cox, Stephen Ross y Mark Rubinstein. (1979)	Desarrollaron el modelo binomial de valoración de opciones.
Stewart Myers (1977,1984)	Introdujo el concepto de opciones reales. Utilizó un modelo de opciones financieras para tomar decisiones en activos reales.
John Nash, John Harsanyi y Reinhard Selten (1951,1967,1965)	Trigeorgis (2004) plantea un vínculo entre la teoría de juegos y la valoración por opciones reales. Recibieron el premio nobel en 1994.

Fuente: Elaboración de los autores, con base en Koller, Goedhart & Wessels (2010), Fogarty (1996), Brue & Grant (2009), Rubinstein (2003), Damoraran (2009), Murphy (2004), Garcia & Romero (2009), Trigeorgis (2004) y De la Fuente (2005)).

5. EJERCICIO APLICADO

Para observar el efecto que tiene el cálculo de la volatilidad mediante los tres métodos ya planteados, se decidió realizar una aplicación del modelo de ROA a un caso real basado en el trabajo de Cardona y Herrera (2006) de aplicación de ROA en telecomunicaciones, específicamente en el caso de una red de banda ancha, con el fin de poder observar la diferencia en la determinación de la viabilidad económica del proyecto, se evaluará el mismo caso con las tres volatilidades.²

La opción que se analiza es de expansión al final del segundo año, la cual consiste en agregarle el servicio de televisión al paquete de banda ancha que se ofrece de teléfono e internet. Se asume que la televisión representaría un aumento del 25% en el valor presente del proyecto. El precio de ejercicio, es decir el costo de inversión de la opción, es de 1200 millones de pesos en el 2006.

Se consideró relevante esta aplicación práctica en el sector de telecomunicaciones, dado el importante crecimiento que ha presentado este sector en los últimos años y así mismo se han venido presentando nueva serie de proyectos que se van a realizar en este campo. Adicionalmente, como plan de gobierno, se ha dado gran relevancia a la implementación de nuevas tecnologías para facilitar y optimizar el uso de servicios electrónicos, gracias a las nuevas tecnologías de acceso de banda ancha, los tiempos de puesta en marcha de muchos proyectos en Colombia se han disminuido significativamente. (Ministerio de Comunicaciones República de Colombia, 2005)

Adicionalmente, entre mayor sea la cantidad de personas que tengan acceso a banda ancha, será mayor la cobertura de servicios relacionados con salud, gobierno, comercio electrónico, educación, etc.

La inclusión de la red de banda ancha es relativamente nueva en el país, antes de la implementación de la banda ancha ya existía la red de banda estrecha. Ahora con los nuevos canales de red capaces de soportar mayores velocidades, se

² Este ejercicio se replicó en un trabajo no publicado realizado por los autores en el 2011. (Pareja, Marrero, Molina & Ramírez, 2011)

generan grandes posibilidades para la implementación de proyectos a gran escala en la expansión del consumo de la banda ancha y de otros servicios asociados. (Ministerio de Comunicaciones República de Colombia, 2005)

Proyectos de este tipo requieren de una amplia flexibilidad operativa, dado que, se genera un gran rango de acción en la toma de decisiones, esto a causa de verse la oportunidad de incursionar en nuevas formas de atender al usuario final, es decir, toda la logística que se lleva a cabo para entregar el servicio de banda ancha, abre paso a nuevas posibilidades de productos que podrían requerir los clientes. De igual forma, los grandes cambios en las tecnologías hace que se necesite disponer de un vasto número de posibilidades de decisión para no quedar enfrascado en un sólo servicio y poder prever la posibilidad asociadas al ingreso de nuevas tecnologías que sustituyan las redes que actualmente operan en Colombia (Cardona & Herrera, 2008).

El desafío que se presenta en esta evaluación financiera va encaminado al hecho de que la implementación del caso de Cardona y Herrera se realiza en el año 2006 en la ciudad de Armenia, cuando en el país era todavía muy incipiente la infraestructura de banda ancha y cuando para ese entonces, no habían redes en Armenia, lo que genera un panorama incierto y riesgoso para la realización del proyecto. (Ministerio de Comunicaciones República de Colombia, 2005)

Para la realización del ejercicio se debió reconstruir el flujo de caja libre del proyecto, sin embargo la información disponible no era suficiente para recrearlo por lo que se hizo necesario plantear ciertos supuestos. A continuación se explicara la metodología que se usó para su construcción y las valoraciones de la opción real usando las tres volatilidades.

Lo primero que se debió determinar fue la demanda para cada uno de los años. Con la información disponible (Ver: Anexo 1) se pudo calcular la demanda promedio de minutos anual para el tercer año, ya que se asumió que en este año se alcanzara la totalidad del mercado objetivo. Para los años siguientes la demanda se calculó con un incremento vegetativo del 3%, asumido en el proyecto. Finalmente para poder calcular la demanda de los dos primeros años se hallaron los porcentajes de crecimiento de los ingresos, conservando los precios

del tercer año contante para este periodo, y se asumió que el crecimiento de los ingresos sería el crecimiento de la demanda en los dos primeros años (Ver: Anexo 2).

Con la demanda estimada se calculó el precio por minuto para cada año (Ver: Anexo 3). Para encontrarlo se usaron los ingresos que presentaba el proyecto y se dividieron por la demanda calculada, ya que los ingresos son iguales a precio por cantidad. Así se obtuvieron las dos variables que se establecieron como las variables de entrada para calcular la volatilidad implícita. Los precios para los años uno y dos se asumieron iguales al calculado para el año tres.

Al contar con estos dos datos fue posible reconstruir el flujo de caja llegando a un valor presente de proyecto de \$ 6.423.393.678 (Ver: Anexo 4), dado que la inversión inicial es de \$ 6.211.000.000, el NPV del proyecto es de \$ 212.393.678 en el 2006. Con este criterio el proyecto se aceptaría ya que el VPN es mayor que cero.

Luego de tener el flujo de caja, que fue necesario recrear para el cálculo de la volatilidad implícita, se realizó un ejercicio que consistió en calcular el valor de la opción real bajo la metodología de árboles binomiales con probabilidades neutrales al riesgo, usando cada tipo de volatilidad, es decir la implícita, la del portafolio réplica y la del factor predominante.

Para el cálculo de la volatilidad del portafolio réplica se usaron los rendimientos diarios de la acción de la Empresa de Telecomunicaciones de Bogotá (ETB), la única empresa de telecomunicaciones cuya acción se transa en la Bolsa de Valores de Colombia y es de alta bursatilidad. Se usaron los datos desde el 28 de febrero del 2007 hasta el 2 de diciembre del 2011³, se tomaron desde el 2007 porque esa fue la información disponible. Se le calculo la desviación estándar a los rendimientos continuos de la acción y se multiplico por el 243, el promedio de los días en los que la acción se negoció entre el 2008, 2009 y 2010. La volatilidad calcula por esta metodología fue de 38,12%.

³ Los datos se obtuvieron el 2 de diciembre del 2011 de la página del Grupo Aval.

En el caso de la volatilidad del factor predominante se usó la información sobre el precio promedio del kilobyte en Colombia por semestre desde el 2008 hasta el tercer trimestre del 2011⁴. Se le calculó la desviación estándar a los rendimientos logarítmicos y la volatilidad fue del 20,01%

Por último, para calcular la volatilidad implícita se establecieron como variables de entrada el precio y la demanda. La simulación se realizó en el software @risk® y se modelaron estas dos variables asumiendo para ambas una distribución normal estándar. Se fijó la media usando el precio y la demanda calculados para el tercer año del proyecto. Para la desviación estándar se usaron los datos suministrados por la Comisión de Regulación de Comunicaciones en el 2011, en el caso de los precios la volatilidad es la misma que la usada en la variable más crítica (20,01%) y para la demanda se calculó la desviación estándar de los rendimientos continuos de los suscriptores de banda ancha en Colombia por trimestre desde el 2008 hasta el tercer trimestre del 2011, esta fue de 5,15%. Se estableció el valor del proyecto en el año 0 como variable de salida y se simuló usando 10.000 iteraciones. El resultado fue una volatilidad del 58,86%.

Vale la pena indicar que para esta última metodología se consideró un elemento supremamente importante al momento de realizar la simulación Montecarlo, esta variable es la correlación existente entre el precio y la demanda, obteniendo un valor cercano a -0.9157, indicando con ello que la demanda es altamente sensible al precio.

Con las volatilidades estimadas se procedió a estimar por árboles binomiales. Las variables necesarias para realizar este procedimiento son la tasa libre de riesgo, el tiempo y el flujo de caja descontado a cero. La tasa libre de riesgo que se usó fue la misma del caso original, 6,46% que corresponde a un promedio aritmético de las tasas de referencia de los TES a un año desde el 12 de abril de 2005 hasta el 10 de marzo de 2006 en Colombia. El tiempo es de 0,25 (que corresponde a 8 periodos trimestrales por 2 años) y el valor presente del modelo de flujo de caja descontado es de 6.423.393.678 pesos en el 2006.

⁴ La información fue suministrada por la Comisión de Regulación de Comunicaciones en el 2011.

Para aplicar ROA se usó el software Real Options SLS 2011 ®. Éste sigue el procedimiento que se describió anteriormente de árboles binomiales con probabilidades neutrales al riesgo, para calcular los dos árboles: el del subyacente y el de la opción.

Como se explicó la opción consiste en descontar a presente los montos futuros por el factor de expansión, que corresponde al 25% de cada uno de los valores que se obtuvieron en el último trimestre del árbol, esto representa lo que se generaría adicional en el proyecto si se ejerciera la opción, luego a este valor se le resta la inversión de 1200 millones, en el caso que este valor resulte negativo, el valor es cero. El valor de la opción es el que se encuentre luego de haber traído estos flujos hasta el periodo inicial. Y el VPN estratégico resultaría de sumarle el valor de la opción al VPN calculado inicialmente.

A continuación se presentan los tres ejercicios, el de volatilidad del portafolio réplica, el de volatilidad del factor predominante y el de volatilidad implícita:

5.1 Estimación de la volatilidad del portafolio réplica

Para construir la valoración de la opción usando la volatilidad del portafolio réplica se usó el valor presente de los flujos de caja libre calculados en la recreación del ejercicio, 6.423 millones de pesos. La volatilidad calculada por la metodología de portafolio réplica fue de 38,12%.

Tabla 2. Datos modelo con volatilidad del portafolio réplica

<i>Stepping Time (dt)</i>	0,2500
<i>Up Step Size (up)</i>	1,2100
<i>Down Step Size (down)</i>	0,8265
<i>Up Probability</i>	0,4950
<i>Down Probability</i>	0,5050
<i>Discount Factor</i>	0,9840

Fuente: Elaboración de los autores

Tabla 3. Árbol del activo subyacente con volatilidad del portafolio réplica

6423,00	7771,67	9403,53	11378,04	13767,15	16657,91	20155,66	24387,86	29508,70
	5308,37	6423,00	7771,67	9403,53	11378,04	13767,15	16657,91	20155,66
		4387,17	5308,37	6423,00	7771,67	9403,53	11378,04	13767,15
			3625,84	4387,17	5308,37	6423,00	7771,67	9403,53
				2996,62	3625,84	4387,17	5308,37	6423,00
					2476,60	2996,62	3625,84	4387,17
						2046,82	2476,60	2996,62
							1691,62	2046,82
								1398,06

Fuente: Elaboración de los autores

Tabla 4. Árbol de la opción con volatilidad del portafolio réplica

639,80	915,11	1277,67	1740,75	2316,88	3021,25	3877,07	4916,19	6177,18
Continuar	Continuar	Continuar	Continuar	Continuar	Continuar	Continuar	Continuar	Finalizar
	390,62	589,29	865,03	1232,27	1701,28	2279,94	2983,71	3838,92
	Continuar	Continuar	Continuar	Continuar	Continuar	Continuar	Continuar	Finalizar
		208,51	338,07	533,01	812,35	1189,03	1663,74	2241,79
		Continuar	Continuar	Continuar	Continuar	Continuar	Continuar	Finalizar
			88,26	157,92	276,43	469,39	762,15	1150,88
			Continuar	Continuar	Continuar	Continuar	Continuar	Finalizar
				22,83	46,87	96,24	197,61	405,75
				Continuar	Continuar	Continuar	Continuar	Finalizar
					0,00	0,00	0,00	0,00
					Continuar	Continuar	Continuar	Finalizar
						0,00	0,00	0,00
						Continuar	Continuar	Finalizar
							0,00	0,00
							Continuar	Finalizar
								0,00
								Finalizar

Fuente: Elaboración de los autores

El valor de la opción por esta metodología es 639,8 millones de pesos. El valor presente del flujo de caja libre era 6.423 y la inversión inicial se mantiene igual a la original en 6.211. *EL NPV estratégico* sería: $6.423 - 6.211 + 639,8 = 852,19$ millones de pesos en el 2006.

5.2 Estimación de la volatilidad del factor predominante

La volatilidad calculada por la metodología del factor predominante fue de 20,01%, y el valor presente del flujo de caja libre utilizado fue de 6.423 millones de pesos. A continuación se presenta la implementación del ROA para este caso.

Tabla 5. Datos modelo con volatilidad del factor predominante

<i>Stepping Time (dt)</i>	0,2500
<i>Up Step Size (up)</i>	1,1052
<i>Down Step Size (down)</i>	0,9048
<i>Up Probability</i>	0,7308
<i>Down Probability</i>	0,2692
<i>Discount Factor</i>	0,9512

Fuente: Elaboración de los autores

Tabla 6. Árbol del activo subyacente con volatilidad del factor predominante

6423,00	7098,87	7845,85	8671,44	9583,91	10592,38	11706,98	12938,86	14300,37
	5811,48	6423,00	7098,87	7845,85	8671,44	9583,91	10592,38	11706,98
		5258,18	5811,48	6423,00	7098,87	7845,85	8671,44	9583,91
			4757,56	5258,18	5811,48	6423,00	7098,87	7845,85
				4304,60	4757,56	5258,18	5811,48	6423,00
					3894,77	4304,60	4757,56	5258,18
						3523,96	3894,77	4304,60
							3188,45	3523,96
								2884,89

Fuente: Elaboración de los autores

Tabla 7. Árbol de la opción con la volatilidad del factor predominante

563,29	707,28	873,18	1060,98	1271,07	1504,87	1764,90	2053,95	2375,09
Continuar	Continuar	Continuar	Continuar	Continuar	Continuar	Continuar	Continuar	Finalizar
	403,46	525,27	669,80	836,55	1024,63	1234,13	1467,33	1726,75
	Continuar	Continuar	Continuar	Continuar	Continuar	Continuar	Continuar	Finalizar
		265,57	363,37	485,34	631,49	799,62	987,09	1195,98
		Continuar	Continuar	Continuar	Continuar	Continuar	Continuar	Finalizar
			152,72	223,80	319,95	443,90	593,95	761,46
			Continuar	Continuar	Continuar	Continuar	Continuar	Finalizar
				69,22	111,49	176,31	272,10	405,75
				Continuar	Continuar	Continuar	Continuar	Finalizar
					18,78	34,32	62,70	114,55
					Continuar	Continuar	Continuar	Finalizar
						0,00	0,00	0,00
						Continuar	Continuar	Finalizar
							0,00	0,00
							Continuar	Finalizar
								0,00
								Finalizar

Fuente: Elaboración de los autores

El valor de la opción que se obtuvo fue de 801,98 millones de pesos. Entonces el NPV estratégico usando la esta metodología sería: $6.423 - 6.211 + 563,29 = 775,68$ millones de pesos.

5.3 Estimación de la volatilidad implícita

Por último, en la implementación de ROA para el caso de la volatilidad implícita se usó la volatilidad de 58,86% y el valor presente del flujo de caja libre 6.423 millones de pesos. A continuación los cálculos:

Tabla 8. Datos del modelo con volatilidad implícita

<i>Stepping Time (dt)</i>	0,2500
<i>Up Step Size (up)</i>	1,3422
<i>Down Step Size (down)</i>	0,7451
<i>Up Probability</i>	0,4542
<i>Down Probability</i>	0,5458
<i>Discount Factor</i>	0,9840

Fuente: Elaboración de los autores

Tabla 9. Árbol del activo subyacente con volatilidad implícita

6423,00	8620,86	11570,81	15530,18	20844,40	27977,07	37550,45	50399,70	67645,80
	4785,48	6423,00	8620,86	11570,81	15530,18	20844,40	27977,07	37550,45
		3565,43	4785,48	6423,00	8620,86	11570,81	15530,18	20844,40
			2656,44	3565,43	4785,48	6423,00	8620,86	11570,81
				1979,19	2656,44	3565,43	4785,48	6423,00
					1474,60	1979,19	2656,44	3565,43
						1098,65	1474,60	1979,19
							818,55	1098,65
								609,87

Fuente: Elaboración de los autores

Tabla 10. Árbol de la opción con volatilidad implícita.

764,65	1206,20	1857,44	2789,45	4086,19	5851,04	8225,76	11419,16	15711,45
Continuar	Continuar	Continuar	Continuar	Continuar	Continuar	Continuar	Continuar	Finalizar
	419,97	700,19	1137,20	1793,46	2739,32	4049,25	5813,50	8187,61
	Continuar	Continuar	Continuar	Continuar	Continuar	Continuar	Continuar	Finalizar
		199,29	357,39	624,96	1059,79	1730,85	2701,78	4011,10
		Continuar	Continuar	Continuar	Continuar	Continuar	Continuar	Finalizar
			73,67	145,36	281,71	532,91	974,45	1692,70
			Continuar	Continuar	Continuar	Continuar	Continuar	Finalizar
				16,19	36,23	81,05	181,35	405,75
				Continuar	Continuar	Continuar	Continuar	Finalizar
					0,00	0,00	0,00	0,00
					Continuar	Continuar	Continuar	Finalizar
						0,00	0,00	0,00
						Continuar	Continuar	Finalizar
							0,00	0,00
							Continuar	Finalizar
								0,00
								Finalizar

Fuente: Elaboración de los autores

El valor de la opción usando la volatilidad implícita fue de 764,65 millones de pesos. Así el NPV estratégico es: $6.423 - 6.211 + 764,65 = 977,04$ millones de pesos.

6. RESULTADOS

Tabla 11. Resumen resultados del ejercicio

Metodología	Factor predominante	Portafolio réplica	Implícita
Volatilidad	20.01%	38.12%	58.86%
Valor de la opción (millones)	563.29	639.80	764.65
NPV Estratégico (NPV = 212 mill)	775.68	852.19	977.04

Fuente: Elaboración de los autores

El valor de la opción calculada por volatilidad implícita es 19,51% mayor que la del portafolio réplica y 35,75% superior a la del factor predominante. Estos porcentajes representan una posible ganancia adicional que representa la valoración usando la volatilidad implícita sobre las otras. Estas diferencia también implican que la volatilidad influye de manera significativa en el valor de la opción, en esta aplicación, donde se mantuvieron todas las condiciones iguales, el cambio de una metodología a otra significó una diferencia hasta de 35,75% en el valor de la opción. Esto confirma lo que se planteó en el marco conceptual sobre la importancia de la volatilidad esta metodología de opciones reales.

En esta aplicación práctica también se confirma que existe una relación directa entre la volatilidad y el valor de la opción, ya que las volatilidades más altas tuvieron los mayores valores en las opciones y por ende mayor NPV estratégico. Esto se explica porque aumentan las probabilidades de valores positivos, pero se limitan las pérdidas ya que nunca que ejercerá una opción con valor inferior a cero.

El valor de la opción calculado con la volatilidad implícita fue superior, seguido por el valor calculado con la volatilidad del portafolio réplica y, por último, el calculado con la volatilidad del factor predominante. En las conclusiones de presenta el análisis de las limitaciones que se generaron en la implementación de cada método.

7. CONCLUSIONES

En la teoría del valor se pueden identificar tres concepciones: la teoría del valor trabajo, la teoría subjetiva del valor y la teoría de valor intrínseco. La primera pierde relevancia ya que excluye el capital en la determinación del valor, y en la economía actual este es un factor de producción tan importante como el trabajo. La segunda se puede asociar al valor de mercado, ya que éste lo determina la interacción entre la oferta y la demanda, y ésta última está dada por utilidad marginal. Y el último se asocia al valor “real” de un activo, inversión o empresa, al que se trata de acercar las metodologías de valoración al calcular el valor teórico.

La manera tradicional de calcular el valor teórico de un proyecto o empresa es el DCF, sin embargo, como es reconocido en la literatura, este valor estático no captura el valor intrínseco del activo. Esta metodología no es un criterio suficiente para la valoración de proyectos, ya que no considera la flexibilidad que es necesaria en presencia de incertidumbre.

Por otro lado, el valor de mercado está dado por la oferta y la demanda. En la oferta influyen los costos de producción, y la demanda está dada por la utilidad marginal. Este valor es dinámico y se ajusta rápidamente de acuerdo a las expectativas de los inversionistas ante decisiones estratégicas. El mercado dinámico y una metodología estática hacen que exista una brecha entre el valor teórico y el valor de mercado, es decir entre el valor subjetivo y el valor intrínseco del activo.

La metodología de valoración por opciones reales permite acortar esa brecha, ya que funciona como un complemento al DCF, que incorpora la volatilidad al valorar las decisiones estratégicas de la empresa. El elemento clave de esta metodología es la volatilidad.

Existen diferentes metodologías para la estimación de la volatilidad, sin embargo tres de ellas son las más utilizadas dado su carácter intuitivo, su fundamentación, la sencillez en la implementación. Estas son la volatilidad del portafolio réplica o volatilidad histórica, la volatilidad del factor predominante y la volatilidad implícita.

La volatilidad del portafolio réplica se ve limitada ya que en la valoración de opciones reales se asume neutralidad ante el riesgo, basado en el principio de no arbitraje y fundamentado en la existencia de mercados completos. En mercados incompletos, como los emergentes, se presentan obstáculos a la transabilidad como restricciones a las ventas en corto y falta de acceso al crédito, además existen dificultades para encontrar activos réplica dada la estrechez del mercado. Lo anterior hace que el método del portafolio réplica pierda aplicabilidad en un mercado como el nuestro.

Al usar un portafolio réplica se estaría asumiendo una correlación perfecta entre la volatilidad de éste y la de la opción, supuesto difícil de sostener en opciones reales dada la singularidad de cada decisión estratégica que se valora. Por estas limitaciones esta metodología tiende a subestimar o sobre estimar la volatilidad del proyecto.

Además en este tipo de mercados se presentan dificultades en la obtención de las series históricas, dificultando por ello, el uso de la metodología del factor predominante. Al usar esta metodología también se incurre en el error de asumir que la volatilidad del activo crítico tiene una correlación perfecta con la volatilidad de la opción, excluyendo otras posibles fuentes de incertidumbre. Al igual que la metodología anterior, esta también tiende a subestimar o sobre estimar la volatilidad del proyecto.

En este orden de ideas, la metodología de la volatilidad implícita cobra una mayor validez con respecto a las ya descritas, ya que es incluyente permitiendo abarcar diferentes fuentes de incertidumbre dentro del flujo, ajustando el uso de estas variables de acuerdo con la disponibilidad de información. Además esta metodología permite considerar la correlación entre las variables determinantes del proyecto.

En ejercicio práctico se lograron evidenciar las imitaciones que se deben enfrentar al usar estas metodologías. En el caso del portafolio réplica fue muy complejo encontrar un activo que se acercase al proyecto que se estaba valorado, la opción más viable fue la acción de ETB. Probablemente esta volatilidad este subvalorada

dado que ETB es una gran empresa de telecomunicaciones de Bogotá que tiene años en el mercado, el proyecto que se valoró es una pequeña empresa en la ciudad de Armenia.

En cuanto a la volatilidad del factor predominante también se tuvieron limitantes, aunque se lograron conseguir los datos sobre el precio de kilobyte, no se puede decir que en el sector de las telecomunicaciones las ventas dependan totalmente de este factor. Este es un ejemplo claro en donde no es posible identificar una única variable crítica que afecte los flujos de caja del proyecto. Al usar esta metodología excluyen diversas fuentes de incertidumbre.

Por último, en el cálculo de la volatilidad implícita se tomó el precio del kilobyte y la demanda de banda ancha. Aunque no se tenían muchas observaciones, se les asignó una distribución de probabilidad y se simuló el flujo de caja. Algo importante es que esta metodología permitió considerar la correlación entre estas variables, que no fue posible en las otras dos.

De acuerdo a los anteriores argumentos teóricos sobre los métodos de estimación de la volatilidad y a las limitaciones que se detectaron en el ejercicio aplicado, se concluye que la metodología de estimación de la volatilidad más apropiada para Colombia es la volatilidad implícita.

BIBLIOGRAFÍA

- Amram, M., & Kulatilaka, N. (1999). *Opciones Reales: Evaluación de inversiones en un mundo incierto*. Barcelona: Gestión 2000.
- Black, F. & Scholes, M. (1973) The valuation of option contracts and a test of market efficiency. *The Journal of Finance*, vol27, No 2.
- Brue, S. & Grant, R. (2009) *Historia del pensamiento económico*. México D.F.: Cengage Learning
- Cardona, D., & Herrera, R. (2008). Aplicación de opciones reales en las telecomunicaciones: el caso de una red de banda ancha. *Revista Soluciones de Posgrado EIA*. N° 1. Pp.45-60. Recuperado de: <http://revistapostgrado.eia.edu.co/Revista%20Edici%F3n%20N%BA.1/Soluciones%201%20art%203%20Aplicaci%F3n%20de%20opciones%20reales.pdf>
- Copeland, T., & Antikarov, V. (2003). *Real Options, a practitioner's guide*. Nueva York: CENGAGE Learning.
- Cortésao, P. (2006). Monte Carlo Estimation of Project Volatility for Real Options Analysis. *Grupo de Estudos Monetarios y Financieros de Faculdade de Economia da Universidade de Coimbra*. Recuperado de: http://gemf.fe.uc.pt/workingpapers/pdf/2006/gemf06_01.pdf
- Cox, J., Ross, S. & Rubinstein, M. (1979) Option pricing: A simplified approach. *Journal of Financial Economics*, vol 7, issue 3, pp 229-263.
- Damodaran, A. (2009). *The Dark Side of Valuation*. New Jersey: Pearson Education.
- De la Fuente, G. (2005). Las Opciones Reales En La Estrategia Empresarial: El caso de Grupo Antolín. *Economía Industrial*. N° 358. Pp 139-148. Recuperado de: http://www.minetur.gob.es/Publicaciones/Publicacionesperiodicas/EconomiaIndustrial/RevistaEconomiaIndustrial/358/2Pags.%20139%20a%20la%20148_%20E_INDUST-358.pdf

- Fernández, P. (1996). *Opciones, Futuros e Instrumentos Derivados*. España: Ediciones Deusto S.A.
- Fogarty, M. (1996). A History of Value Theory. *Trinity College Dublin*. Recuperado de: <http://www.tcd.ie/Economics/SER/archive/1996/MFOGARTY.HTM>
- García, F. & Romero, R. (2009). Caracterización y Análisis De Modelos De Evaluación Económica De Proyectos De Inversión Bajo Incertidumbre. *Revista Ingeniería Industrial, Año 8, N°1*. Pp. 35-50.
- Han, H. (2007). Estimating project volatility and developing decision support system in real options analysis. *Auburn University*. Recuperado de: http://etd.auburn.edu/etd/bitstream/handle/10415/147/Han_Hyun_51.pdf?sequence=1
- Koller, T., Goedhart, M & Wessels, D. (2010) *Valuation*. New Jersey: John Wiley and Sons.
- Lewis, N., Eschenbach, T., & Hartman, J. (2008). Can We Capture The Value Of Option Volatility? *The Engineering Economist*. Vol 54, N° 3. pp230-258. Recuperado de: <http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/00137910802263166>
- Mascareñas, J. (2007). Opciones reales en la valoración de proyectos de inversión. *Monografías de Juan Mascareñas sobre Finanzas Corporativas*. Recuperado de <http://www.gacetafinanciera.com/opciones%20reales.pdf>.
- Maya, C. (2004). Valuation: From the discounted cash flow (DCF) approach to the real options approach (ROA). *AD-MINISTER* , N° 5, pp 59-73. Recuperado de: <http://publicaciones.eafit.edu.co/index.php/administer/article/view/678#.UUIYkFcXlbl>
- Maya, C., Hernández, J. & Gallego, O. (2012). La valoración de proyectos de energía eólica en Colombia bajo el enfoque de opciones reales. *Cuaderno de Administración de la Pontificia Universidad Javeriana*. Recuperado de: http://cuadernosadministracion.javeriana.edu.co/v_25_n_44/08Cnos_Admon_25-44_CMaya_et_al.pdf

- Mayhew, S. (1995). Implied Volatility. *Financial Analysts Journal*, Vol 51, No 4. P 8-20.
- Mejía, R. (2006). *Administración De Riesgos: Un enfoque empresarial* (págs. 21-40). Medellín, Colombia: Fondo Editorial Universidad EAFIT.
- Méndez, F. (2004) *Marginalistas y Neoclasicos. Volumen 6 de la Historia del Pensamiento Economico*. España: Editorial Sintesis.
- Méndez, M., & Lamothe, P. (2007). Valoracion de un parque eolico co opciones reales. *Univerisia Businesss Review*, tercer trimestre 2007, pp 26-41. Recuperado el 28 de Noviembre de 2011, de <http://ubr.universia.net/pdfs/UBR0032007026.pdf>
- Ministerio de Comunicaciones República de Colombia (2005). *Promoción y Masificación de la Banda Ancha en Colombia Versión II*. Recuperado de: www.crcom.gov.co/?idcategoria=45803&download=Y
- Mukherjee, T. Van Belle, M & Baker, H. (2003) Using Certainty Equivalents to Evaluate Project Risk. *Corporate Finance Review*, Enero-Febrero, pp 20.
- Mun, J. (2006). *Real Options Analysis: tools and techniques for valuing strategic investment and dicisions*. United States of America: John Wiley & Sons.Inc.
- Murphy, R. (2004). Interest and the Marginal Product of Capital: Bohn-Bawerk versus Samuelson. *Ludwing von Mises Institute*. Recuperado de: <http://mises.org/journals/scholar/Murphy7.pdf>
- Pareja, J., Marrero, M., Molina, J., & Ramírez, B. (2011). *Estimación de la Volatilidad en Opciones Reales*. Medellín: Universidad EAFIT.
- Pareja, J., Maya, C., Mongrut, S., & Salazar, C. (2008). *Una Aproximación a la Valoración de la Flexibilidad en Mercados Incompletos Para Inversionistas Poco Diversificados*. Medellin: Universidad EAFIT.
- Robichek, A. (1975) Interpreting the Results of Risk Analysis. *The Journal of Finance*. Vol 30, nº 5. 1384-1386.
- Rubinstein, M. (1994) Implied Binomial Trees. *The Journal of Finance*. Vol 49, nº 3. 771-818

- Rubinstein, M. (2003). Great Moments in Financial Economics. *Journal of Investment Management*. Recuperado de: <http://leeds.colorado.edu/asset/burridge/rubinsteinhistoryofpresentvalue.pdf>
- Torres, G., Moscoso, J. & Flórez, L. (2007) *Medición del valor en riesgo de los flujos de caja descontados para la empresa colombiana que no cotiza en bolsa*. Medellín: Universidad Eafit.
- Trigeorgis, L. & Smit, H. (2004) *Strategic Investment: Real Options and Games*. New Jersey: Princeton University Press
- Velez Pareja, I.& Marchain, L. (2003). *Including the Risk in the Analysis: Montecarlo Simulation (Análisis De Inversiones Bajo Riesgo: Simulación)*. Recuperado de: http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=986972

ANEXOS

Anexo 1. Datos de la demanda

	Corporativo	Hogares (4,5 y 6)	Hogares (3)
Universo total (DANE)	6697	24283	30120
Intención de compra	50,00%	49,00%	40,00%
Mercado potencial	3349	11989	12048
Participación esperada	30%	40%	30%
Número de clientes esperados año 3	1005	4796	3614
Local (consumo minutos promedio mes)	3000	1200	1000
Local (consumo minutos promedio anual)	36000	14400	12000
Demanda total año 3	36.180.000	69.062.400	43.368.000

Fuente: Cardona & Herrera (2008)

Anexo 2. Demanda estimada

Año	2006	2007	2008	2009	2010
Demanda	29.833.552	90.908.731	148.610.400	153.068.712	157.660.773
Año	2011	2012	2013	2014	2015
Demanda	162.390.597	167.262.314	172.280.184	177.448.589	182.772.047

Fuente: Elaboración de los autores.

Anexo 3. Precios estimados

Año	2006	2007	2008	2009	2010
Precio	68,1782702	68,1782702	68,1782702	76,501591	75,6561048
Año	2011	2012	2013	2014	2015
Precio	75,5339303	75,4144772	75,2959493	75,1710681	75,0552408

Fuente: Elaboración de los autores.

Anexo 4. Cálculo del flujo de caja libre

Año	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015
Estado de flujo de efectivo											
Ingresos COP		2.034.000.000	6.198.000.000	10.132.000.000	11.710.000.000	11.928.000.000	12.266.000.000	12.614.000.000	12.972.000.000	13.339.000.000	13.718.000.000
Costos variables COP		498.000.000	1.491.000.000	2.504.000.000	2.959.000.000	3.030.000.000	3.106.000.000	3.183.000.000	3.263.000.000	3.346.000.000	3.431.000.000
% de los ingresos		24%	24%	25%	25%	25%	25%	25%	25%	25%	25%
Gastos fijos COP		2.265.000.000	3.093.000.000	3.504.000.000	3.266.000.000	3.345.000.000	3.446.000.000	3.358.000.000	3.677.000.000	3.802.000.000	3.939.000.000
% de los ingresos		111%	50%	35%	28%	28%	28%	27%	28%	29%	29%
EBIT		-1.595.000.000	401.000.000	2.581.000.000	3.695.000.000	3.485.000.000	3.431.000.000	3.535.000.000	3.710.000.000	4.205.000.000	4.442.000.000
Depreciación		866.000.000	1.213.000.000	1.543.000.000	1.790.000.000	2.068.000.000	2.283.000.000	2.538.000.000	2.322.000.000	1.986.000.000	1.906.000.000
EBITDA		-729.000.000	1.614.000.000	4.124.000.000	5.485.000.000	5.553.000.000	5.714.000.000	6.073.000.000	6.032.000.000	6.191.000.000	6.348.000.000
Impuestos operativos		-526.350.000	132.330.000	851.730.000	1.219.350.000	1.150.050.000	1.132.230.000	1.166.550.000	1.224.300.000	1.387.650.000	1.465.860.000
UODI		-2.121.350.000	533.330.000	3.432.730.000	4.914.350.000	4.635.050.000	4.563.230.000	4.701.550.000	4.934.300.000	5.592.650.000	5.907.860.000
FC operacional		-1.255.350.000	1.746.330.000	4.975.730.000	6.704.350.000	6.703.050.000	6.846.230.000	7.239.550.000	7.256.300.000	7.578.650.000	7.813.860.000
FC inversión		-2.796.650.000	-2.218.330.000	-3.027.730.000	-4.001.350.000	-3.542.050.000	-3.399.230.000	-3.279.550.000	-2.859.300.000	-3.322.650.000	-3.150.860.000
Flujo de caja libre	-6.211.000.000	-4.052.000.000	-472.000.000	1.948.000.000	2.703.000.000	3.161.000.000	3.447.000.000	3.960.000.000	4.397.000.000	4.256.000.000	4.663.000.000
		117%	137%	160%	186%	217%	252%	293%	340%	396%	460%
Flujo de caja libre descontado año 0		-3.464.432.285	-345.392.649	1.220.024.343	1.451.618.694	1.459.909.651	1.369.108.113	1.352.653.695	1.291.644.146	1.075.184.539	1.013.075.432
Valor del proyecto en el año 0	6.423.393.678										
VPN	212.393.678										

Fuente: Elaboración de los autores.

