

**SISTEMA DIFUSO PARA LA EVALUACIÓN DE UN
MODELO DE RIESGO DE MERCADO EN UN
PORTAFOLIO DE DEUDA PÚBLICA EN COLOMBIA**

**Trabajo presentado como requisito parcial para
optar al título de magíster en Administración Financiera**

Luis Guillermo Cardona Ochoa¹

Asesora: Olga Lucía Quintero Montoya, Ph. D.

**UNIVERSIDAD EAFIT
ESCUELA DE ECONOMÍA Y FINANZAS
MAESTRÍA EN ADMINISTRACIÓN FINANCIERA
MEDELLÍN**

2015

¹ lgcardon@bancolombia.com

SISTEMA DIFUSO PARA LA EVALUACIÓN DE UN MODELO DE RIESGO DE MERCADO EN UN PORTAFOLIO DE DEUDA PÚBLICA EN COLOMBIA

Resumen

El riesgo de mercado se define como la posibilidad de incurrir en pérdidas económicas debido a las fluctuaciones de los precios de mercado de los activos (Superintendencia Financiera de Colombia, 1995). En la actualidad existen diversas metodologías para identificar, medir, controlar y monitorear ese riesgo; sin embargo, dichas técnicas no siempre logran captar los movimientos adversos de los factores asociados con el mismo, ya sea por la incertidumbre inherente a los datos, por la imposibilidad de cuantificarlos o por la complejidad computacional de los modelos. El presente trabajo busca incorporar el criterio de expertos a un modelo de valor en riesgo, VaR, por simulación histórica, para un portafolio de deuda pública colombiana, mediante la aplicación de sistemas de inteligencia artificial o de inferencia basados en lógica difusa, utilizando software de modelación matemática *MATLAB*®. Para el trabajo se consultaron varios autores en las áreas de inteligencia artificial, riesgos y auditoría, con el fin de incorporar variables no tenidas en cuenta por un modelo VaR por simulación histórica, pero que tienen un efecto directo sobre el comportamiento del portafolio y, por lo tanto, sobre los niveles de riesgo de mercado asumidos, escogiendo de manera complementaria diferentes niveles de exposición al riesgo.

Palabras clave: valor en riesgo, VaR, lógica difusa, inteligencia artificial, análisis de riesgos.

Tabla de contenido

INTRODUCCIÓN	4
SITUACIÓN EN ESTUDIO - PROBLEMA	6
OBJETIVOS	14
MARCO DE REFERENCIA CONCEPTUAL	15
METODOLOGÍA	19
SELECCIÓN DE VARIABLES	23
MODELO DIFUSO PARA GENERACIÓN DE ALERTAS DE VaR	28
PRUEBAS DE <i>BACKTESTING</i>	34
CONCLUSIONES	36

Introducción

Con la globalización de las economías mundiales y los avances tecnológicos, hoy en día se puede invertir en diferentes mercados financieros con gran facilidad, casi desde cualquier lugar del mundo, además de disponer de información en tiempo real sobre los mismos. Es así como la relación de las variables que influyen en las expectativas de los agentes de dichos mercados se empiezan a relacionar y sucesos específicos de alguna economía pueden influir de manera directa en otras.

Las compañías con posiciones en libros de tesorería y que estén expuestas a diferentes riesgos, entre ellos los llamados de mercado, diseñan modelos cada vez más complejos y robustos con el fin de tratar de capturar los movimientos de dichas variables, tanto para mitigar dicho riesgo como para tener información adicional que les permita sacar ventaja del mercado; además, la contratación de personal experto en los mencionados temas les permite a las compañías estructurar sistemas de administración de riesgos que le brindan a la alta dirección información oportuna para la adecuada toma de decisiones en cuanto a la mitigación del riesgo y la generación de valor. Sin embargo, las crisis mundiales ocurridas en 2008 y la crisis de los TES en Colombia en el año 2013, entre otras, muestran que no siempre los referidos sistemas de administración de riesgos capturan tales situaciones atípicas de los mercados, lo que abre la puerta a la creación de nuevos modelos y metodologías que permitan pronosticar de mejor manera dichas situaciones.

El trabajo se inicia con la presentación de la situación en estudio, que analiza un modelo VaR por simulación histórica, que posee menores costos computacionales que otros

modelos de valor en riesgo; sin embargo, puede resultar poco dinámico a la hora de incorporar información adicional de mercado, con una posible pérdida de precisión, lo que justifica la pertinencia de los temas tratados. A continuación se ofrece la descripción detallada de los objetivos y después está el marco de referencia conceptual, en el que se explican las bondades de la metodología por desarrollar, se continúa con el método de solución y el producto esperado y se finaliza con las conclusiones.

Situación en estudio - problema

El sistema financiero se ha vuelto parte fundamental para el crecimiento de las economías, puesto que la movilización de recursos a mediano y largo plazo ha permitido conectar a ahorradores o inversionistas con los sectores productivos mediante diferentes instrumentos con características y particularidades tan diversas como las necesidades de ambas partes. El sistema financiero está compuesto, en lo primordial, por el monetario, el de divisas y el de capitales.

El mercado de capitales es una herramienta básica para el desarrollo económico de una sociedad, ya que mediante él, se hace la transición del ahorro a la inversión; moviliza recursos principalmente de mediano y largo plazo, desde aquellos sectores que tienen dinero en exceso (ahorradores o Inversionistas) hacia las actividades productivas (empresas, sector financiero, gobierno) mediante la compraventa de títulos valores (Universidad EAFIT, 2007, p. 1).

Los emisores en el mercado de capitales, que son entidades públicas, privadas o mixtas con necesidades de capitalización, liquidez o reestructuración de deuda, emiten títulos valores de participación o contenido crediticio para obtener dichos recursos y después ponen los mismos a través de comisionistas de bolsa o en forma directa en el mercado.

Dentro del mercado de capitales se encuentra el de renta fija, que se caracteriza por ofrecer títulos cuyos flujos de caja se conocen con anticipación y pueden ser a tasa fija o variable, es decir, atados a algún indicador (IPB, DTF, indicador bancario de referencia o IBR, etc.).

El Mercado de Renta Fija es motor del crecimiento económico del país no solo por su rol como medio para distribuir recursos y formar capital, a través de los mecanismos de financiación que ofrece para invertir en diversidad de actividades productivas, sino también porque complementa el mercado bancario al ofrecer alternativas de financiamiento más flexibles en cuanto a montos, plazos y tipos de interés (BVC, 2012, p. 3).

En el mercado de renta fija es posible encontrar deuda privada, tanto la emitida por entidades compuestas por capital privado y deuda pública como la de entidades públicas como organismos regionales o municipales o por el gobierno de un país, y cuyos títulos son garantizados por el mismo. Este tipo de deuda se puede dividir, en cuanto a plazo, en las de corto y las de largo plazo, y, en cuanto al origen de los otorgantes, en interna, que es la contraída con acreedores del país, y externa, con prestamistas del extranjero. Es común ver que los estados o gobiernos gasten más recursos que los que recaudan debido a compromisos políticos o sociales en pro del crecimiento económico, lo que convierte a los estados deficitarios, con cada vez mayor necesidad de recursos, situación que conduce a estados cada vez más endeudados.

Por el lado de la oferta, el Gobierno se consolidó como el principal emisor del mercado a partir de su decisión en 2001, de sustituir deuda externa por deuda interna. La oferta de papeles emitidos por la Nación en el mercado local se incrementó en 76,77%, entre los años 2002 y 2006, llegando a COP 94,4 billones (BVC, 2012, p. 6).

Los títulos de deuda pública más conocidos son los bonos del Tesoro americano, los eurobonos y los TES en Colombia.

Los TES son títulos de deuda pública emitidos por la Tesorería General de la Nación y distribuidos mediante subasta pública por el Banco de la República; pueden ser en pesos colombianos (COP) o en unidades de valor real (UVR). Se identifican como la mayor fuente de financiación del Gobierno nacional y son títulos a la orden, negociables en forma libre en el mercado secundario y cuyo plazo oscila entre uno y diez años, de acuerdo con la regulación propia del mercado y con los diferentes requerimientos presupuestales de la Tesorería. El rendimiento de los títulos lo determina el Gobierno nacional de acuerdo con las tasas del mercado para el día de emisión de los mismos; son títulos de gran seguridad, puesto que están respaldados por la Nación, tienen clasificación AAA además de ser altamente líquidos y negociables con facilidad en el mercado secundario.

Los títulos de tesorería (TES) se introdujeron como mecanismo de financiación interna del Gobierno nacional mediante la ley 51 de 1990, con el objetivo de ser utilizados para financiar las operaciones presupuestales, reemplazar a su vencimiento los títulos de ahorro nacional (TAN) y los títulos de participación. La mencionada ley dispuso dos tipos de TES:

- Los de clase A, utilizados para cubrir el pasivo existente con el banco central (Banco de la República) y para sustituir a su vencimiento la deuda contraída en operaciones de mercado abierto (OMAS) a través de títulos de participación creados

con base en las resoluciones 28 de 1986 y 50 de 1990, ambas expedidas por la Junta Directiva del Banco de la República.

- Los de clase B, destinados a la financiación de la Nación (apropiaciones presupuestales y operaciones temporales de tesorería del Gobierno nacional), para sustituir a su vencimiento a los títulos de ahorro nacional (TAN) y para emitir nuevos títulos para reponer los que se amorticen o deterioren sin exceder los montos de emisión autorizados.

Los TES pueden ser adquiridos en el mercado primario cuando se ofrecen al público por el Ministerio de Hacienda y Crédito Público, en coordinación con el Banco de la República, o en el mercado secundario, con el fin de permitir el intercambio de dichos títulos a través de las plataformas electrónicas de negociación SEN (Sistema Electrónico de Negociación) y MEC (Mercado Electrónico Colombiano).

El número de referencias y plazos en dichos títulos permite el desarrollo de curvas de rendimiento y márgenes, que tratan de capturar las expectativas de los participantes del mercado respecto al futuro de la economía, además de valorar de manera razonable los títulos en mención, lo que crea un mercado confiable que permite que el mercado de deuda pública en Colombia sea el de la mayor liquidez, al brindar mayores oportunidades de inversión y contribuir al rendimiento de sus principales inversionistas, entre los que están fondos de pensiones, bancos, sociedades fiduciarias y entidades públicas. Sin embargo, la economía globalizada y el desarrollo tecnológico permiten que inversionistas extranjeros participen en el mercado local e influyan de esa manera en el comportamiento de las curvas de rendimiento, además de influenciar la economía local por parte de economías dominantes.

Las mejores perspectivas económicas de los Estados Unidos (EE.UU.) motivaron a la Reserva Federal (Fed) a preparar a los mercados para un cambio en su estrategia monetaria. Los últimos pronunciamientos de sus miembros generaron en los mercados las expectativas de una disminución inminente del relajamiento cuantitativo (QE) implementado desde 2008. La proximidad de su retiro paulatino, que fue interpretado como un drenaje de la liquidez en dólares en los mercados internacionales, originó una recomposición global en los portafolios de los inversionistas. El cambio desvalorizó la renta fija y la variable alrededor del mundo, fortaleció el dólar y desmejoró el riesgo emergente. Un retorno de los flujos de portafolio hacia los EU –y otras economías avanzadas–, motivado por las expectativas sobre el desvanecimiento del QE, puede deteriorar las perspectivas de crecimiento de las economías emergentes.

En Colombia el remezón financiero se sintió de manera intensa en los mercados de activos durante el 2013. Durante este período la tasa de interés en el mercado secundario de los TES con vencimiento en 2024 aumentó 202 puntos básicos, la TRM se depreció 6,1% y el Igbc disminuyó 4,6%. donde el efecto más preocupante fueron las cuantiosas pérdidas del sistema financiero, que pueden ascender a \$11 billones (equivalentes a 1,6% del PIB), dentro de las cuales las mayores corresponden a los fondos de pensiones (\$3,1 billones), a los bancos (\$2,4 billones), a las fiducias públicas (\$1,9 billones) y a otras entidades públicas (\$0,82 billones) (Cuéllar López, 2013, p. 1).

Esta concentración del sistema financiero en títulos de deuda pública, la alta volatilidad presentada en la curva de rendimientos influenciada por los pronunciamientos de la FED, las expectativas de crecimiento de la economía colombiana, la liquidez de los títulos, entre

muchos otros factores, tanto conocidos como desconocidos, exponen a las entidades a riesgos de mercado, cuya definición se ofrece a continuación:

La posibilidad de que las entidades incurran en pérdidas asociadas a la disminución del valor de sus portafolios, las caídas del valor de las carteras colectivas o fondos que administran, por efecto de cambios en el precio de los instrumentos financieros en los cuales se mantienen posiciones dentro o fuera del balance (Superintendencia Financiera de Colombia, 1995, p. 2).

En este sentido, las entidades financieras expuestas a dicho tipo de riesgo deben implementar sistemas que les permita identificar, medir, controlar y monitorear de modo eficaz el mismo.

En Colombia, es necesario que las entidades vigiladas por la Superintendencia Financiera (SFC), con el fin de evitar situaciones que puedan afectar la estabilidad o la viabilidad financiera de las mismas y del sistema financiero en su integridad, desarrollen sistemas de administración del riesgo de mercado (SARM), que les permitan la adecuada adopción de decisiones oportunas para la mitigación oportuna del riesgo, para lo cual determinan montos de capital apropiados para los niveles de riesgo propios de cada entidad.

Un modelo de valor en riesgo, o VaR, es un método que fue desarrollado por matemáticos y estadísticos de JP Morgan a principios de los noventa y fue adaptado con rapidez por el resto de las firmas financieras de Wall Street, debido al éxito inicial y a la simplicidad del concepto, que permite medir la pérdida que se podría sufrir en condiciones normales de mercado en un intervalo de tiempo y con un cierto nivel de confianza α .

Las tres principales técnicas de VaR desarrolladas son, según Jorion (2003):

- Delta-normal
- Simulación de Montecarlo
- Simulación histórica

Dichas metodologías se utilizan de manera amplia dependiendo del tipo de portafolio por medir, el riesgo, la precisión y las capacidades computacionales exigidas, entre otros aspectos. Además, se acude a desarrollos teóricos con el fin de mejorar la precisión de los modelos y la validación de los supuestos.

La Dirección de Riesgo del Grupo Bancolombia S. A. ha diseñado modelos internos que le permiten identificar, medir, controlar y monitorear los riesgos derivados de las posiciones en el libro de tesorería, para apoyar a la administración en la toma de decisiones oportunas en pro de la rentabilidad. Es así como un modelo de VaR por simulación histórica ha sido aprobado por la junta directiva del grupo e implementado en los diferentes aplicativos internos (*Murex* y *Markrisk*, entre otros).

Un modelo VaR por simulación histórica se define de la siguiente manera: sea γ_t el retorno de un portafolio P para el día t y sea F la función de distribución empírica para $\{\tilde{a}_t\}_1^m$; la técnica supone que la distribución futura de los retornos del portafolio P encuentra una buena aproximación en las m observaciones pasadas; el valor en riesgo de P con un nivel de confianza α , VaR_α , es el percentil $100(1-\alpha)$ de la sucesión $\{\tilde{a}_t\}_1^m$ (Jorion, 2003).

El modelo de simulación histórica, SH, se usa de manera extensa en la práctica; las principales razones son la facilidad de implementación y que es un modelo “natural” de riesgo de mercado. La primera se observa con facilidad debido a que el modelo de SH no requiere la estimación de parámetros por el método de máxima verosimilitud o similares y, por tanto, no necesita optimizaciones numéricas; la segunda es un poco más controvertida debido a que el modelo no usa estimaciones del tipo GARCH (*generalized autorregressive conditional heterocedasticity*, que en español equivale a autorregresivo de heteroscedasticidad condicional) de parámetros p y q para la varianza y no hace supuestos de normalidad sobre los retornos; así, el mercado tiene un comportamiento “natural” que es posible observar por completo en las últimas m observaciones. Los parámetros usados en este trabajo fueron $m=250$ observaciones, que equivale a un año bursátil, y $\alpha=99\%$. La gran cantidad de datos manejados a diario hacen poco práctico cambiar la cantidad de observaciones m o recurrir a metodologías de simulación.

La Vicepresidencia de Auditoría Interna del grupo Bancolombia S. A. tiene como principio fundamental garantizar ante el Comité de Auditoría y la Junta Directiva el funcionamiento del sistema de control interno, con independencia de la alta administración, acceso irrestricto a la información y revisión de los procesos, riesgos, controles y modelos, entre otros factores que influyan en la labor bancaria de la institución. Por tal motivo puede, de manera independiente, realizar pruebas y replicar o explorar metodologías que le permitan conceptuar sobre la integridad del sistema de administración de riesgos, y, en particular, sobre el de mercado.

Objetivos

Objetivo general:

Plantear un sistema difuso de valor en riesgo VaR basado en el modelo del último tipo por simulación histórica ya utilizado que permita:

1. Incorporar las condiciones cambiantes del entorno macroeconómico según las expectativas de los expertos, admitiendo disminuciones o aumentos en el valor en riesgo del portafolio cuando los escenarios así lo justifiquen.
2. Generar alertas a la Vicepresidencia de Auditoria cuando haya lugar a escenarios de riesgos mayores.
3. Buscar alternativas para complementar y potencializar el modelo establecido.

Objetivos específicos:

1. Identificar las variables que influyen en el riesgo de mercado para la deuda pública.
2. Analizar las relaciones que puedan existir entre variables de tipos heurístico y cuantitativo con el valor en riesgo de los portafolios analizados.
3. Modelar un sistema de valor en riesgo basado en reglas difusas que permita, a partir de las variables seleccionadas, identificar escenarios de mayor o menor riesgo, en los que se refleje en el valor en riesgo de un portafolio seleccionado.
4. Realizar pruebas de *backtesting* al modelo de VaR difuso que permitan verificar el cumplimiento del nivel de confianza.

5. Crear alertas de escenarios de riesgo a partir de los resultados obtenidos.

Marco de referencia conceptual

Con base en la situación en estudio, y al tener en cuenta el conocimiento que sobre el mercado puedan tener los expertos, tanto profesionales del mercado de valores como de riesgos y auditoría, además de las tendencias extraídas del análisis de variables relacionadas con los portafolios escogidos, se trata de conceptualizar sobre los riesgos asumidos en diferentes escenarios económicos, además de incorporar en la medición de riesgos la experiencia de los expertos mediante técnicas de inteligencia artificial o lógica difusa con el fin de llevar a cabo análisis para encontrar relaciones, no necesariamente lineales, que puedan influir en el comportamiento del mercado. A continuación se exponen algunos trabajos que conviene tener en cuenta.

En Almeida y Kaymak (2009) se retoma la definición de un modelo de VaR como un número que indica, para un nivel de confianza α dado, la pérdida máxima que puede sufrir un portafolio P en condiciones “normales” del mercado con volatilidad σ . Cuando se habla de normales se piensa en funciones de distribución gaussianas para σ , aunque no siempre se cumple este supuesto; debido a ello se han propuesto diferentes métodos para modelar la función de distribución han sido, desde los de tipo GARCH hasta la teoría del valor extremo (EV).

En este sentido, Almeida y Kaymak (2009) buscaron aplicar sistemas difusos probabilísticos (*probabilistic fuzzy systems* o PFS), cada uno de los cuales consisten en un conjunto de reglas cuyos antecedentes son condiciones o reglas difusas y cuyo consecuentes son distribuciones de probabilidad. Se acude en la referencia a dos enfoques; el primero de ellos se llama sistema probabilístico difuso de Mamdani, en el que se utiliza un enfoque secuencial basado en datos para la determinación de los parámetros del modelo. La entrada y los espacios de salida se dividen en nueve regiones difusas cada una, lo que implica que hay nueve reglas difusas en el modelo. El tipo, la distribución y la ubicación de las funciones de pertenencia pueden determinarse de varias maneras, entre ellas la selección de las de tipos triangular o gaussiana.

El segundo enfoque en el mismo trabajo se denomina modelo de histograma difuso, en el cual las funciones de pertenencia del modelo se seleccionan según el criterio experto del modelador, con las funciones de distribución y el tipo de funciones de pertenencia fijos. Los espacios de entrada y salida se dividen en nueve regiones difusas, mediante funciones de pertenencia triangulares igualmente distribuidas, combinadas con funciones de pertenencia *shouldered* en los bordes del dominio.

Por otra parte, tanto en Roger Jang, Sun y Mizutani (1997) como en Kosko (1991) y en Haykin (1998) se presenta la teoría de inteligencia artificial (AI), por medio del temas de aprendizaje (supervisado o no supervisado), métodos de optimización convencionales (los basados en derivadas y los no convencionales fundamentados en algoritmos genéticos), redes neuronales artificiales y, por último, sistemas de

inferencia difusa (*fuzzy inference systems*) o FIS y sistemas adaptativos de inferencia neuro-difusa (*adaptive neuro-fuzzy inference systems*) o ANFIS.

Morillas (2006) presenta un curso para trabajar con conjuntos difusos, las operaciones básicas y otras suplementarias, además de presentar el álgebra y las métricas correspondientes.

En Antunes (2006) se tiene como objetivo concebir un modelo de evaluación de riesgos para un sistema de control interno de una entidad mediante el enfoque de la lógica difusa, para tener en cuenta los elementos de ese tipo que componen los factores de dichos tipo de riesgo que se analizan en una auditoría financiera. El autor concluye que el uso de la lógica difusa para apoyar los modelos de evaluación de riesgo no solo elimina la restricción impuesta por la lógica binaria clásica, sino que también permite el tratamiento cuantitativo de conceptos ambiguos a través de una escala psicométrica, con el fin de reflejar el tratamiento de adjetivos como muy buena, buena, razonable, de gran importancia, de poca importancia, etc.

Vicente Cestero (2003) presenta una metodología que posibilita expresar los juicios probabilísticos de los expertos o sus valoraciones sobre los activos de información en forma de números difusos que evita sesgos informativos, para luego construir algoritmos que permitan establecer indicadores de impacto y riesgo para las amenazas que se ciernen sobre los activos de información, y, por último, proponer conjuntos óptimos de salvaguardas y controles para reducir el riesgo a un valor asumible.

Medina Hurtado y Manco (2007) desarrollaron un sistema experto de inferencia que considera la elección de variables de entrada basadas en tres macroevaluaciones (análisis de riesgo, fundamental y financiera) que con posterioridad permitan calcular el recurso financiero asignado a firmas comisionista de bolsa con el fin de disminuir el riesgo de impago del capital asignado y, además, la generación de rendimientos adicionales.

Santana Jiménez (2013) utilizó lógica difusa para la evaluación del balance de riesgos de variables macroeconómicas, mediante información no numérica, datos históricos y proyecciones correspondientes a las mismas. Los resultados obtenidos por medio del modelo de inferencia difusa resultan coherentes con el sesgo del balance de riesgos determinado en función del criterio de expertos, de la volatilidad asociada con las variables consideradas y los errores cuadráticos medios obtenidos a partir de determinados modelos de proyección, para el período seleccionado.

Por último, Londoño (2011), por un lado, y Jiménez Gómez y Melo Velandia (2014), por otro, presentan diferentes metodologías para el cálculo del VaR de series financieras colombianas como las del índice general de la Bolsa de Valores de Colombia (IGBC) y los TES mediante diferentes factores de riesgo macroeconómicos y financieros.

Metodología

La metodología seleccionada está conformada por un modelo VaR por simulación histórica, complementado con un sistema de inferencia difuso. El primero posee las siguientes características (Jorion, 2003):

- No supone funciones de distribución para las pérdidas y ganancias y se basa solamente en el comportamiento histórico observado.
- A partir de la información diaria de los títulos (tasas o precios de mercado) se calculan retornos periódicos; en este caso para el período se tomaron diez días.
- Con los retornos periódicos y los valores de mercado de cada título se construye un vector de pérdidas y ganancias, PyG, ordenado de mayor a menor.
- Al tomar el percentil α para el vector PyG se tendrá el valor en riesgo del portafolio con confianza del 100α por ciento. Para este caso se tomó un $\alpha=99\%$.
- La información obtenida de los títulos se obtuvo a partir del proveedor de precios e insumos de valoración (Infovalmer, s.f.).

El portafolio teórico seleccionado, con valor nominal de un billón de COP, se basó en la composición del índice COLTES de la Bolsa de Valores de Colombia BVC, tomando el promedio de participación de títulos en dicho índice durante los años 2013 a -2015, como se observa en la tabla 1.

Tabla 1. Títulos seleccionados y su ponderación

<i>Título</i>	<i>Ponderación en el portafolio</i>	<i>Fecha de vencimiento</i>	<i>Tasa de cupón</i>
TFIT16240724	22.63%	24/07/2024	10%
TFIT07150616	19.58%	15/06/2016	7.25%
TFIT11241018	13.83%	24/10/2018	11.25%
TFIT15240720	10.51%	24/07/2020	11%
TFIT10281015	9.79%	28/10/2015	8%
TFIT10040522	9.72%	04/05/2022	7%
TFIT15260826	6.99%	26/08/2026	7.5%
TFIT16280428	6.95%	28/04/2028	6%
	100.00%		

Fuente: elaboración propia.

Se puede observar que la composición del portafolio comprende TES desde octubre de 2015 hasta abril de 2028, de modo que se tomó en consideración gran parte de la curva cero cupón CCC de valoración.

La información analizada comprende las fechas desde 2 de abril de 2014 hasta el 28 de febrero de 2015, período en el cual se realizaron la valoración del portafolio y el cálculo de su respectivo valor en riesgo, VaR, mediante el modelo de simulación histórica. A continuación se presentan los resultados.

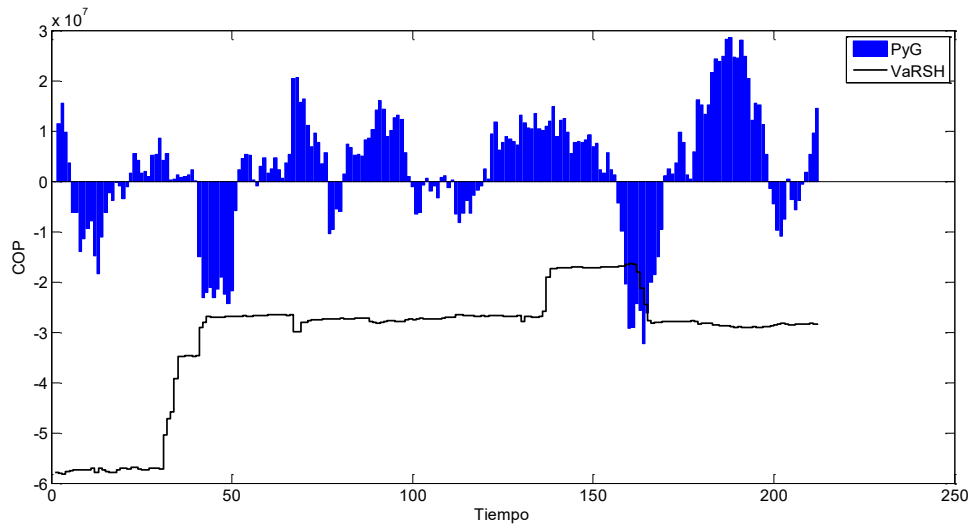


Figura 1. PyG y VaR por simulación histórica

Fuente: elaboración propia.

En la figura 1 se puede observar en los escenarios cercanos al día 30, una disminución del VaR, debido posiblemente a la salida de altas volatilidades de la ventana histórica; de la misma manera, en los días posteriores al 160 se pueden observar grandes pérdidas y la consecuente volatilidad reflejada en el modelo de VaR. ¿Podrían las variables de mercado advertir estos escenarios y generar alertas con las cuales el percentil tomado en el VaR llegue al 99.9% o, por el contrario, mostrar situaciones menos volátiles del mercado si se hiciese la estimación de VaR más precisa?

Lógica difusa

Esta metodología permite unir el lenguaje y el razonamiento humano, con base en formalismos matemáticos compuestos por relaciones y operadores lógicos. Además,

incorpora el conocimiento de los expertos en los temas objeto de análisis, mediante la generación de reglas que describen el comportamiento del sistema analizado. Al contrario de lo que ocurre en la lógica tradicional, la difusa les permite a las variables analizadas pertenecer a más de un conjunto, con valores de pertenencia entre 0 y 1 y cuya suma no necesariamente es 1, como se presenta en Hurtado Moreno, Quintero Montoya y García Rendón, 2014).

Así, la lógica difusa es una metodología de solución de problemas que de forma sencilla permite llegar a una conclusión basada en información que puede ser imprecisa, ruidosa o ambigua, y sin necesidad de un gran conjunto de entrenamiento. La lógica difusa está compuesta por reglas del tipo "si X y Y, entonces Z", que llevan a solucionar el problema en lugar de tratar de modelarlo en el sentido matemático tradicional, al tiempo que se logra reducción en los tiempos de procesamiento. El modelo de lógica difusa se nutre del conocimiento de los expertos, que es flexible y rico, desde el punto de vista semántico, y que puede llegar a ser extendido por el experto con facilidad ante situaciones no presentadas con anterioridad o mediante la creación de nuevas reglas, según la misma fuente.

Los sistemas de inferencia difusa son muy populares en la solución de problemas; se han encontrado aplicaciones con éxito en una amplia variedad de campos, como el control automático, la clasificación de datos, el análisis de decisiones, los sistemas expertos, la predicción de series de tiempo, la robótica y el reconocimiento de patrones (Campo Caicedo, Mejía Quirós y Quintero Montoya, 2014).

Con la lógica difusa se crea la posibilidad de solucionar problemas formulados desde la perspectiva humana y que, por esta simple condición, pueden no tener solución única o

valores de “falso” o “verdadero” sino que pueden tomar algunos intermedios, lo que posibilita generar soluciones satisfactorias a los problemas analizados (Medina Hurtado y Manco, 2007).

En consecuencia, se desarrolló un sistema de inferencia basado en lógica difusa (FIS) según el modelo antes mencionado de Mamdani, con cuatro entradas que representan las variables de mercado asociadas con el portafolio, que permite incorporar el conocimiento experto por medio de técnicas basadas en lógica difusa; se agregan variables observables del mercado, que tratan de simular o influir en el comportamiento o tendencia del portafolio, para así asignar niveles de riesgo acordes con las condiciones del mercado del día específico y con la información histórica de volatilidades ya incluida en el modelo VaR.

Selección de variables

Para la selección de variables por analizar se tuvo en cuenta el conocimiento de expertos, tanto auditores del Grupo Bancolombia como *traders* de la entidad. Además, se estudiaron en detalle escenarios de crisis, como la de los TES ocurrida en 2013, en la que donde la tasa de interés en el mercado secundario de los mismos con vencimiento en 2024 aumentó 202 puntos básicos, la TRM se depreció 6.1% y el IGBC disminuyó 4.6%, con las consecuentes pérdidas para los tenedores de dichos activos, en especial para los fondos de pensiones y los bancos (Asobancaria, 2014).

De igual manera, en la misma crisis se presentó un fenómeno de bajo volumen de negociación; al analizar la liquidez de los títulos negociados en el SEN, se observa que el

bid ask spread de los TES, presentó incrementos en su volatilidad y su nivel, lo que llevó dicho indicador a valores casi tres veces mayores a los calculados por el Banco de la República entre los meses de febrero de 2012 y febrero de 2014, con la consecuente disminución en el volumen de negociación (Banco de la República, 2014).

Las variables seleccionadas fueron normalizadas en el intervalo $[-1,1]$ y se escalaron con sus respectivos máximos y mínimos. A continuación se describe cada una de ellas:

TRM: el análisis de la tasa representativa del mercado, o tasa de cambio en pesos de un dólar, es una variable principal a la hora de analizar el comportamiento de un portafolio de TES, ya que tiene fuertes implicaciones sobre la racionalidad de los agentes que operan en el mercado; además, la devaluación del peso colombiano llevaría a un inversionista a sustituir activos en dólares por otros en pesos, o viceversa, como analizan Cámara Suárez, Casas Henao, Santana Contreras y Jiménez (2006), con el fin de buscar una mayor rentabilidad, elevar la curva de valoración y la curva de cero cupón (CCC) y disminuir el valor de los títulos. El análisis de esta variable se realizó sobre la diferencia entre la TRM vigente en la fecha de análisis y el promedio móvil de diez días. A continuación se muestra la relación entre esta variable y el PyG del portafolio analizado.

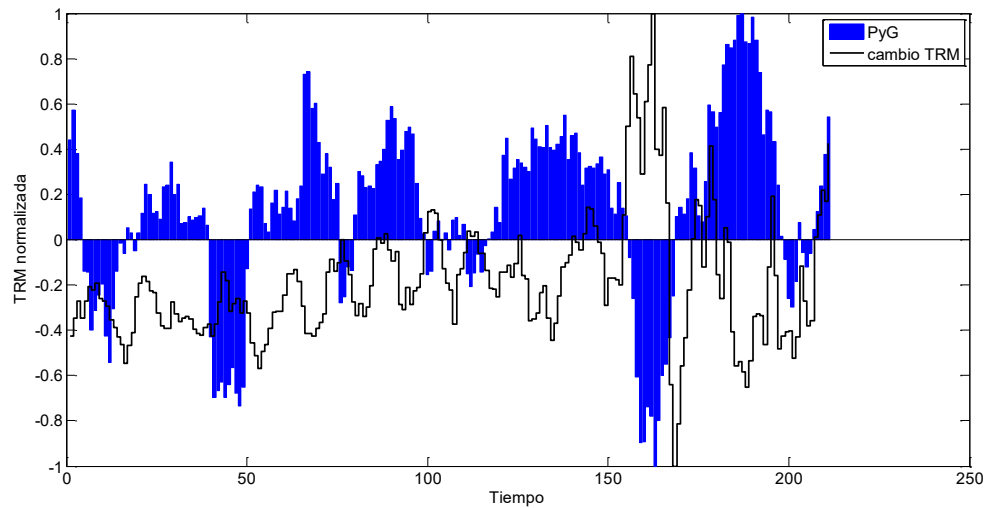


Figura 2. PyG y cambios en la TRM

Fuente: elaboración propia.

En la figura 2 se puede observar la relación inversa que existe entre dichas variables; dicho comportamiento define las reglas especificadas más adelante.

COLCAP: es uno de los índices bursátiles de la BVC; refleja las variaciones de los precios de las 20 acciones más líquidas del mercado colombiano; por lo tanto, es un buen referente del comportamiento y de las expectativas en general del entorno macroeconómico; además, como se puede ver en Fiduciaria Bancolombia (2013), existe un relación inversa entre el mercado de acciones colombiano y los títulos de deuda pública (TES), situación también observada en el análisis realizado, como se puede ver en la figura siguiente:

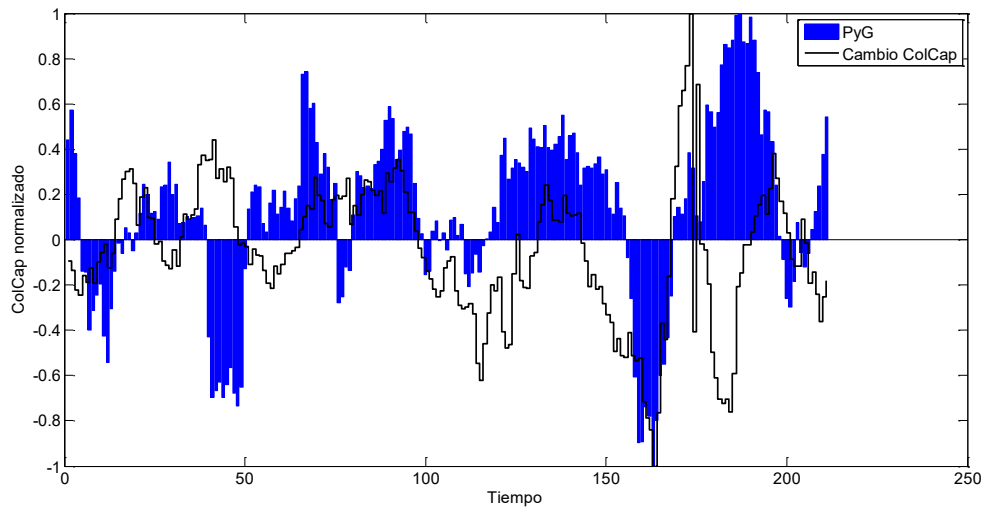


Figura 3. PyG y cambios en el COLCAP

Fuente: elaboración propia.

Volumen de negociación de TES: se tomó información diaria del sistemas SEN, o sistema electrónico de negociación del Banco de la República, que es el principal medio de negociación y de registro de operaciones sobre valores, a través del cual los agentes pueden celebrar operaciones de compraventa al contado o a plazo, de reporto o repo, simultáneas y de transferencia temporal de valores (TTV) con títulos de deuda pública interna o externa; así, la importancia de este sistema, como principal mercado de negociación de deuda pública, lleva a que el alto o bajo volumen de negociación muestre relación con la volatilidad diaria del mercado, debido, entre otros factores, a la posibilidad o imposibilidad de liquidación de los títulos, o a la influencia de entrada de grandes capitales extranjeros al mercado local, como se puede analizar en Corficolombiana (2014).

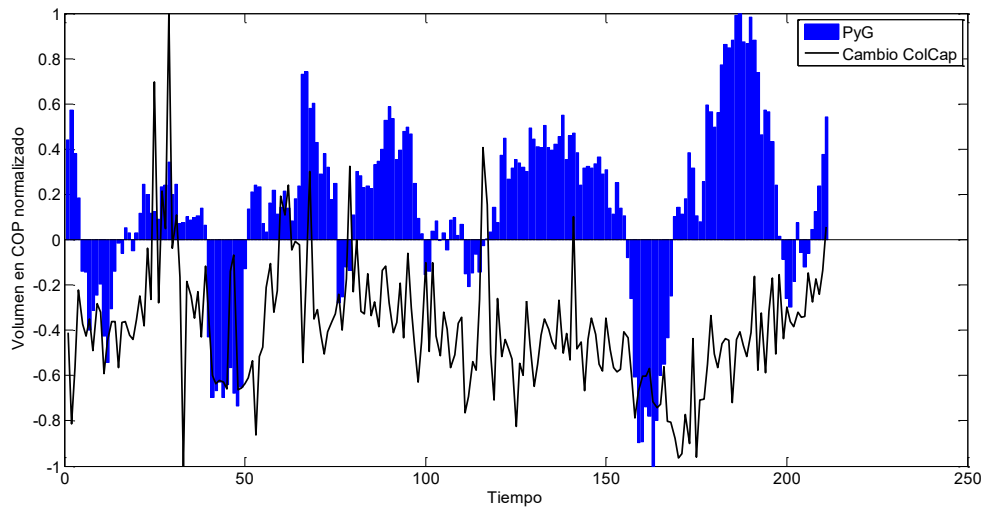


Figura 4. PyG y volumen negociación en mercado SEN

Fuente: elaboración propia.

Vale la pena aclarar en la gráfica anterior que los valores cercanos a -1 corresponden a bajos volúmenes de negociación.

Cambios en el VaR: De manera adicional se tomaron los grandes cambios en el VaR debido a la salida o entrada de escenarios de alta volatilidad, que ocasiona grandes cambios en el mismo, como se pudo ver en la figura 1. Dicha variable permite asimilar con mayor rapidez la entrada de situaciones adversas de mercado.

Modelo difuso para generación de alertas de VaR

En un modelo de lógica difusa; para cada variable de entrada y salida (denominada variable lingüística) se establecen categorías (valores lingüísticos) y funciones de pertenencia a las mismas.

A partir de las variables analizadas antes se inició la construcción del sistema de inferencia basado en lógica difusa con 54 reglas, apoyadas en el conocimiento experto, del tipo “si..., entonces...”; en el antecedente se tienen en cuenta categorías de las variables de entrada y en el consecuente categorías de la(s) variable(s) de salida, esta última tomada como el nivel de riesgo por asumir en un día determinado. Para todas las variables, tanto de entrada como de salida, se seleccionaron tres valores lingüísticos: “bajo, medio y alto”.

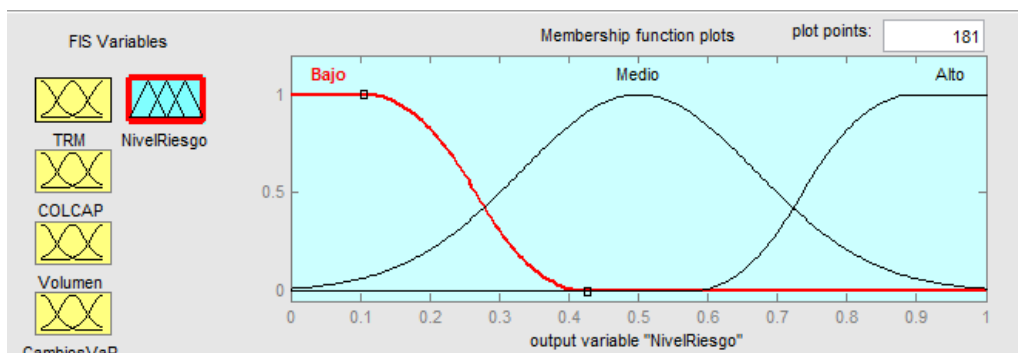


Figura 5. Sistema de inferencia difuso para el modelo VaR

Fuente: elaboración propia.

Después de conocer de manera visual la manera en que se definen los valores lingüísticos de las variables, se establecen las especificaciones de las funciones, con los respectivos parámetros para cada una de ellas, tal como se muestra a continuación:

Tabla 2. Valores lingüísticos y sus funciones de pertenencia

TRM				
Valores lingüísticos	Nombre de la función	Función	Parámetros	
Bajo	zmf	$y = zmf(x, [a b])$	-0.5097	-0.04977
Medio	gasussmf	$y = gaussmf(x, [sig c])$	0.165	-0.1023
Alto	smf	$y = smf(x, [a b])$	-0.03081	0.301
COLCAP				
Valores lingüísticos	Nombre de la función	Función	Parámetros	
Bajo	zmf	$y = zmf(x, [a b])$	-0.4524	-0.03442
Medio	gasussmf	$y = gaussmf(x, [sig c])$	0.1955	0.0529
Alto	smf	$y = smf(x, [a b])$	0.01672	0.5
Volumen de negociación				
Valores lingüísticos	Nombre de la función	Función	Parámetros	
Bajo	zmf	$y = zmf(x, [a b])$	-0.547	-0.162
Medio	gasussmf	$y = gaussmf(x, [sig c])$	0.146	-0.1316
Alto	smf	$y = smf(x, [a b])$	-0.236	0.404
Cambios en VaR				
Valores lingüísticos	Nombre de la función	Función	Parámetros	
Bajo	zmf	$y = zmf(x, [a b])$	-0.9071	0.006253
Medio	gasussmf	$y = gaussmf(x, [sig c])$	0.1416	0
Alto	smf	$y = smf(x, [a b])$	-0.003159	0.9358

Fuente: elaboración propia.

Una vez definidas las variables de entrada y salida y codificados los valores lingüísticos de cada una de ellas se define el conjunto de reglas basadas en el conocimiento experto; algunas de las reglas definidas para un total de 54 reglas se presentan a continuación:

- *Si cambio en la TRM es alto y el ColCap es bajo y volumen de negociación en SEN es bajo y cambios en VaR es creciente, entonces nivel de riesgo es alto.*
- *Si cambio en la TRM es bajo y el ColCap es alto y volumen de negociación en SEN es medio y cambios en VaR es normal, entonces nivel de riesgo es bajo.*
- *Si cambio en la TRM es medio y el ColCap es alto y volumen de negociación en SEN es bajo y cambios en VaR es decreciente, entonces nivel de riesgo es medio.*
- *Si cambio en la TRM es alto y el ColCap es alto y volumen de negociación en SEN es alto y cambios en VaR es normal, entonces nivel de riesgo es bajo.*
- *Si cambio en la TRM es alto y el ColCap es alto y volumen de negociación en SEN es bajo y cambios en VaR es decreciente, entonces nivel de riesgo es medio.*
- *Si cambio en la TRM es alto y el ColCap es medio y volumen de negociación en SEN es bajo y cambios en VaR es normal, entonces nivel de riesgo es alto.*
- *Si cambio en la TRM es alto y el ColCap es bajo y volumen de negociación en SEN es bajo y cambios en VaR es decreciente, entonces nivel de riesgo es alto.*
- *Si cambio en la TRM es medio y el ColCap es medio y volumen de negociación en SEN es alto y cambios en VaR es normal, entonces nivel de riesgo es bajo.*
- *Si cambio en la TRM es medio y el ColCap es alto y volumen de negociación en SEN es bajo y cambios en VaR es normal, entonces nivel de riesgo es bajo.*
- *Si cambio en la TRM es medio y el ColCap es bajo y volumen de negociación en SEN es bajo y cambios en VaR es decreciente, entonces nivel de riesgo es medio.*

- *Si cambio en la TRM es bajo y el ColCap es alto y volumen de negociación en SEN es bajo y cambios en VaR es normal, entonces nivel de riesgo es bajo.*
- *Si cambio en la TRM es bajo y el ColCap es medio y volumen de negociación en SEN es bajo y cambios en VaR es decreciente, entonces nivel de riesgo es medio.*
- *Si cambio en la TRM es bajo y el ColCap es bajo y volumen de negociación en SEN es bajo y cambios en VaR es decreciente, entonces nivel de riesgo es medio.*

Se evalúa el sistema en los datos del período de tiempo escogido y se selecciona el percentil para el VaR de acuerdo con la percepción de riesgo para cada día, de la siguiente manera: un percentil del 97.5% se toma para escenarios de riesgo bajo, del 99%, para escenarios definidos como de riesgo normal y del 99.9% para escenarios con calificación de riesgo alto. A continuación se muestran los diferentes niveles de riesgo obtenidos sobre la gráfica del VaR:

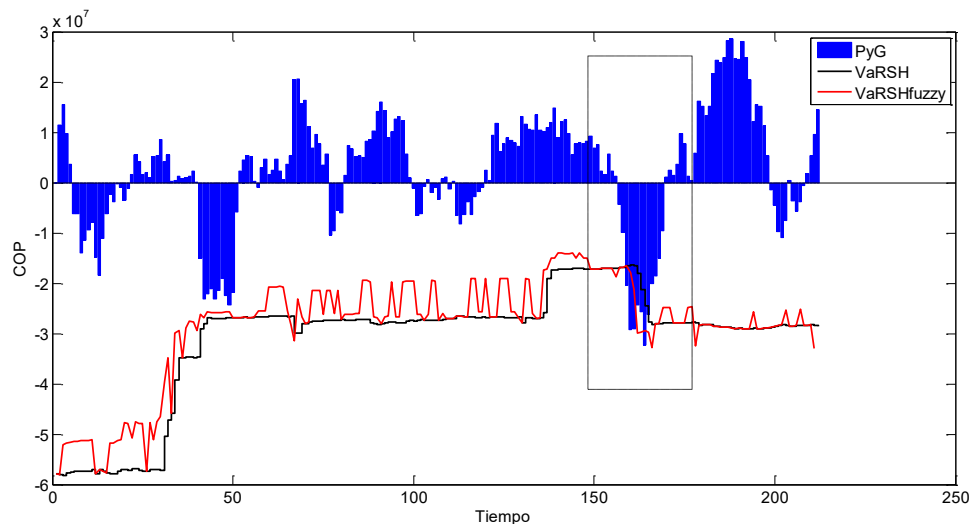


Figura 6. Comparación entre PyG y VaR por simulación histórica (en negro) y PyG y VaR difuso (en rojo)

Fuente: elaboración propia.

En la figura 6 se puede ver que el modelo permite alertar ante situaciones críticas como la mayor pérdida presentada en dicho período (ver recuadro) y situaciones de menor riesgo, como lo muestran aquellas situaciones en las cuales el VaR por simulación histórica difuso (línea roja) se sitúa por encima del VaR por simulación histórica.

La región encerrada en el recuadro de la figura 6 corresponde a fechas entre noviembre de 2014 y enero de 2015, para las cuales se tiene la siguiente información de mercado para los días de mayores pérdidas:

Dólar sobrepasó la barrera de los 2.300 pesos: La divisa estadounidense ganó 20 pesos frente a la TRM del día. Desde finales de abril del 2009 no se veía una tasa de cambio en esos niveles. El Colcap subió 0,30 por ciento (Dólar sobrepasó la barrera de los 2.300 pesos, 2014).

“Colcap en 1.444,01 unidades borra ganancias del año: el índice que agrupa a las empresas más representativas en el mercado bursátil ha borrado todas las ganancias del año” (Ramírez B., 2014).

Así mismo, para las fechas en las cuales las pérdidas se redujeron se encuentra la siguiente información en el mercado:

“Acciones recortan parte de la pérdida acumulada en 2014: Este lunes se registró la mayor alza en la BVC del año: 4,3 por ciento. Petroleras se recuperaron” (Acciones recortan parte de la pérdida acumulada en 2014 (2014).

Además, el modelo permite definir niveles de alerta de acuerdo con el percentil seleccionado como percepción de riesgo:

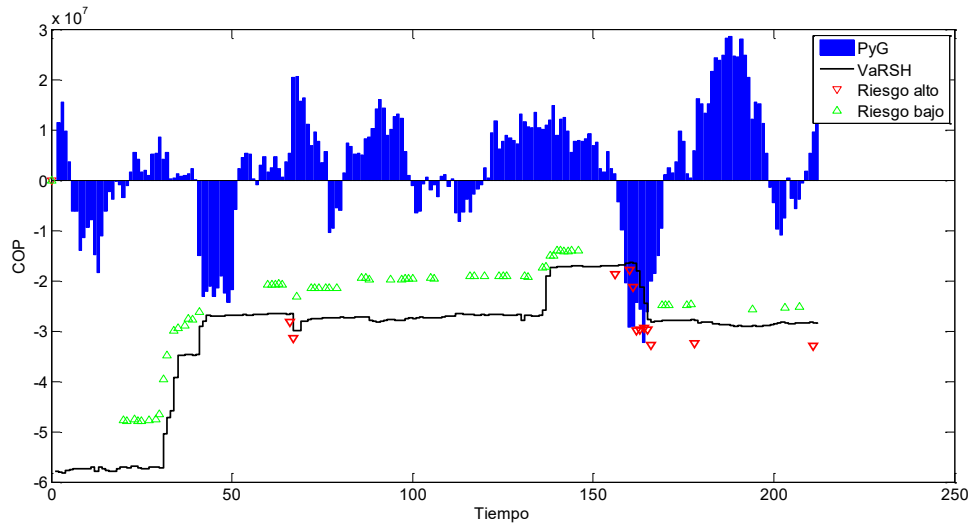


Figura 7. Niveles de alertas identificados

Fuente: elaboración propia.

En la figura 7 se pueden ver, como triángulos verdes, aquellos escenarios en los cuales la percepción de riesgo es baja y, en triángulos rojos, los casos en los que se percibe el mayor riesgo, lo que permite generar alertas de control adicionales sobre la administración del portafolio, con el fin de ayudar al logro del objetivo de un sistema de administración de riesgo de mercado, en sus etapas de medición y monitoreo (Superintendencia Financiera de Colombia, 1995).

Pruebas de *backtesting*

Dado que la realización del VaR no es observable, es necesario realizar varias consideraciones para evaluar las diferentes aproximaciones para estimarlo. La manera más intuitiva para comprobar la bondad del modelo propuesto consiste en constatar cuál es la proporción de períodos de la muestra en que se observa una pérdida superior a la predicción del modelo (es decir, superior al VaR). Dicha proporción debería ser, en promedio, igual al nivel de significancia. En otras palabras, el modelo debe proveer la cobertura no condicionada esperada por el diseño. Para comprobar lo anterior, se calcula la proporción de excepciones (\hat{p}) para cada una de las aproximaciones estimadas, con el fin de evaluar la hipótesis nula de cobertura no condicional correcta ($\hat{p} = \alpha$); de esta forma, el estadístico de prueba de Kupiec (Alonso y Chaves, 2013) corresponde a:

$$t_v = \frac{\hat{p} - \alpha}{\sqrt{\hat{p}(1 - \hat{p})/N}}$$

Donde N es el número total de predicciones. Dicho estadístico sigue una distribución t con $N-1$ grados de libertad, según la fuente citada.

En consecuencia, al aplicar la prueba de Kupiec para ambos modelos se obtienen los siguientes resultados:

Tabla 3. Pruebas de *backtesting* para los dos modelos VaR

Test de Kupiec para VaR		Test de Kupiec para VaR difuso	
Sobrepasos (N)	6	Sobrepasos (N)	5
Observaciones totales (T)	211	Observaciones totales (T)	211
T-N	205	T-N	206
Pérdida observada (\hat{p})	2.84%	Pérdida observada (\hat{p})	2.37%
Pérdida estimada (α)	1.0%	Pérdida estimada (α)	1.0%
Estadístico calculado (LR)	4.8338	Estadístico calculado (LR)	2.8877
Valor crítico	6.6349	Valor crítico	6.6349
Criterio de decisión	Aceptar	Criterio de decisión	Aceptar

Fuente: elaboración propia.

Como se puede observar en la tabla, el modelo difuso genera mejores resultados ante las pruebas de *backtesting* que el modelo original, lo que garantiza el nivel de confianza del 99% del modelo original.

Conclusiones

Se construyó un modelo de valor en riesgo (VaR) por simulación histórica, aplicado a un portafolio de deuda pública en Colombia, complementado con un sistema de inferencia difuso, todo lo cual permitió analizar variables que, de acuerdo con niveles lingüísticos definidos como bajo, medio o alto, influyen en el comportamiento del PyG del portafolio y, por tanto, en el nivel de riesgo percibido en cada escenario.

La selección de las variables se realizó de acuerdo con la racionalidad de expertos, lo que posibilitó una medición escalonada del VaR sin disminuir el nivel de confianza definido en el modelo original.

El modelo permite generar alertas para administrar el riesgo de mercado de un portafolio de deuda pública, tanto para el área de riesgos como para las de auditoría, con lo cual se propicia un monitoreo continuo sobre la administración de dicho riesgo.

La medición escalonada del VaR de acuerdo con la percepción del riesgo no afecta los niveles de confianza del nuevo modelo, sino que se conserva un nivel de confianza del 99%, como lo muestran las pruebas de *backtesting*.

Referencias

- Acciones recortan parte de la pérdida acumulada en 2014 (2014, 22 de diciembre). *eltiempo.com*
Recuperado el 31 de Mayo de 2015, de:
<http://www.eltiempo.com/economia/indicadores/acciones-recortan-parte-de-la-perdida-acumulada-en-2014/15011821>
- Almeida, R. J., & Kaymak, U. (2009). Probabilistic fuzzy systems in value-at-risk estimation. *Intelligent Systems in Accounting, Finance and Management*, 16(1-2), 49-70. Recuperado el 5 de Noviembre de 2014 de: onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/isaf.293/pdf
- Alonso, J. C., y Chaves, J. M. (2013). Valor en riesgo: evaluación del desempeño de diferentes metodologías para 5 países latinoamericanos. *Estudios Gerenciales*, 29(126), 37-48. Recuperado el 5 de Noviembre de 2014 de:
http://apps.elsevier.es/watermark/ctl_servlet?_f=10&pidet_articulo=90219125&pidet_usuario=0&pcontactid=&pidet_revista=354&ty=38&accion=L&origen=zonadelectura&web=www.elsevier.es&lan=es&fichero=354v29n126a90219125pdf001.pdf
- Antunes, J. (2006). Lógica nebulosa para avaliar riscos na auditoria / Fuzzy logic for risk assessment in auditing. *Revista Contabilidade & Finanças*, 17(número especial), 80-91. Recuperado el 5 de Noviembre de 2014, de: http://www.scielo.br/scielo.php?pid=S1519-70772006000400007&script=sci_arttext
- Asobancaria, (2014), Colombia frente al nuevo panorama internacional - Discurso pronunciado por la presidenta de Asobancaria en la apertura del XIII Congreso de Riesgo Financiero. Bogotá: Recuperado el 5 de Noviembre de 2014, de:
<http://www.asobancaria.com/portal/pls/portal/docs/1/4394143.PDF>
- Banco de la República, (2014), Reporte de estabilidad financiera, Marzo 2014: Recuperado el 5 de Noviembre de 2014, de:
http://www.banrep.gov.co/sites/default/files/publicaciones/archivos/ref_mar_2014_1.pdf
- Bolsa de Valores de Colombia, BVC (2012). Mercado de renta fija colombiano. Evolución y diagnóstico. *Estudios Técnicos BVC*. Bogotá: BVC. Recuperado el 5 de Noviembre de 2014, de:
http://www.bvc.com.co/pps/tibco/portalbvc/Home/IE/Estudio_Diagnostico?com.tibco.ps.pagesvc.action=updateRenderState&rp.currentDocumentID=-8972d57_13cd3361e21_19f40a0a600b&rp.attachmentPropertyName=Attachment&com.tibco.ps.pagesvc.targetPage=1f9a1c33_132040fa022_-

[78750a0a600b&com.tibco.ps.pagesvc.mode=resource&rp.redirectPage=1f9a1c33_132040fa022_-787e0a0a600b](http://www.tibco.com/tibco/ps/pagesvc.mode=resource&rp.redirectPage=1f9a1c33_132040fa022_-787e0a0a600b)

- Cámaro Suárez, Á. A., Casas Henao, A., Santana Contreras, J. C., y Jiménez, É. R. (2006). Una aproximación empírica a la relación entre las tasas de interés de los TES tasa fija y el tipo de cambio en Colombia. *Innovar*, 16(27), 47-55. Recuperado el 5 de Noviembre de 2014, de: <http://www.bdigital.unal.edu.co/22504/1/19126-62670-1-PB.pdf>
- Campo Caicedo, D. A., Mejía Quirós, G. A., y Quintero Montoya, O. L. (2014, octubre). Sistema de inferencia basado en lógica difusa para la identificación de felicidad y tristeza en señales de audio. *VI Latin America Conference on Biomedical Engineering, at Paraná*. Recuperado el 31 de Mayo de 2015, de: DOI: 10.13140/2.1.1339.3927
- Corficolombiana (2014, 2 de abril). Informe de renta fija. *Investigaciones Económicas* (Bogotá: Corficolombiana). Recuperado el 5 de Noviembre de 2014, de: <http://www.corficolombiana.com/webcorficolombiana/Repositorio/Informes/archivo4163.pdf>
- Cuéllar López, M. M. (2013, 26 de junio). La crisis de los TES. *Larepublica.co* Recuperado el 28 de octubre de 2014, de http://www.larepublica.co/la-crisis-de-los-tes_41474
- Dólar sobrepasó la barrera de los 2.300 pesos (2014, 5 de diciembre). *portafolio.co* Recuperado el 31 de Mayo de 2015, de: <http://www.portafolio.co/economia/dolar-hoy-5-diciembre-2014>
- Fiduciaria Bancolombia (2013, febrero). Recuperado el 1 de junio de 2015, de: <http://www.fiduciariabancolombia.com/cs/Satellite?blobcol=urldata&blobheadername1=content-type&blobheadername2=Content-Disposition&blobheadername3=MDT-Type&blobheadervalue1=application%2Fpdf&blobheadervalue2=inline%3B+filename%3Dmyfile&blobheadervalue3=ab>
- Haykin, S. (1998). *Neural networks: a comprehensive foundation*, 2ª ed. Upper Saddle River, NJ: Prentice-Hall.
- Hurtado Moreno, L., Quintero Montoya, O. L., y García Rendón, J. J. (2014). Estimación del precio de oferta de la energía eléctrica en Colombia mediante inteligencia artificial. *Revista de Métodos Cuantitativos para la Economía y la Empresa* (Sevilla: Universidad Pablo de Olavide), 18, 54-87. Recuperado el 5 de Noviembre de 2014, de: <http://www.upo.es/RevMetCuant/pdf/vol18/art96.pdf>
- Infovalmer (s.f.). ... Recuperado el 1 de Mayo de 2015, de: www.infovalmer.com.co...
- Jiménez Gómez, A. E., y Melo Velandia, L. F. (2014). Modelación de la asimetría y curtosis condicionales: una aplicación VaR para series colombianas. *Borradores de Economía* (Bogotá: Banco de la República), 834. Recuperado el 5 de Noviembre de 2014, de: http://www.banrep.gov.co/sites/default/files/publicaciones/archivos/be_834.pdf
- Jorion, P. (2003). *Financial Risk Manager Handbook*, 2ª ed. Hoboken, NJ: John Wiley & Sons.

Vicente Cestero, E. (2003). *Un enfoque borroso para el análisis y la gestión de riesgos en sistemas de información*. Madrid: Universidad Politécnica de Madrid, Facultad de Informática, trabajo de grado de Máster Universitario en Inteligencia Artificial. Recuperado el 5 de Noviembre de 2014, de:
http://oa.upm.es/19054/2/TESIS_MASTER_ELOY_VICENTE_CESTERO.pdf