

SIMULACIÓN Y ANÁLISIS DEL COMPORTAMIENTO DE UN COMPONENTE  
ELASTOMÉRICO DE UN SISTEMA TÉCNICO, USANDO EL MÉTODO DE  
LOS ELEMENTOS FINITOS

EDGAR DAVID RAMÍREZ GALLO

UNIVERSIDAD EAFIT  
ESCUELA DE INGENIERÍAS  
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MECÁNICA  
MEDELLÍN  
2008

SIMULACIÓN Y ANÁLISIS DEL COMPORTAMIENTO DE UN COMPONENTE  
ELASTOMÉRICO DE UN SISTEMA TÉCNICO, USANDO EL MÉTODO DE  
LOS ELEMENTOS FINITOS

EDGAR DAVID RAMÍREZ GALLO

Proyecto de grado para optar por el título de:  
Ingeniero Mecánico

Asesor

CARLOS EDUARDO LÓPEZ ZAPATA

Profesor de tiempo completo Universidad EAFIT

UNIVERSIDAD EAFIT

ESCUELA DE INGENIERÍAS

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MECÁNICA

MEDELLÍN

2008

A mi familia, por el apoyo brindado durante mis estudios.

## CONTENIDO

	Pág.
INTRODUCCIÓN	13
1. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA	14
2. JUSTIFICACIÓN	16
3. OBJETIVOS	17
3.1. OBJETIVO GENERAL	17
3.2. OJETIVOS ESPECÍFICOS	17
4. MARCO TEÓRICO	18
4.1. TEORÍA DE ELASTICIDAD	18
4.2. COMPORTAMIENTO ELÁSTICO A BAJAS DEFORMACIONES	18
4.3. COMPORTAMIENTO ELÁSTICO A GRANDES DEFORMACIONES	20
5. MODELOS CONSTITUTIVOS PARA EL ANÁLISIS DE ELASTÓMEROS	23
5.1. FORMA POLINOMIAL	24
5.2. MODELO DE MOONEY–RIVILN	25
5.2.1. Mooney-Rivlin de dos constantes	25
5.2.2 .Mooney-Rivlin de tres constantes	25
5.2.3. Mooney-Rivlin de cinco constantes	25
5.2.4. Mooney-Rivlin de nueve constantes	26
5.3. MODELO DE YEOH	26
5.4. MODELO NEO-HOOKEAN	27
5.5. MODELO DE ARRUDA-BOYCE	28
5.6. MODELO DE GENT	29
5.7. MODELO DE OGDEN	30
5.8. CLASIFICACIÓN DE MODELOS HIPERELÁSTICOS	31
6. AJUSTE DE CURVAS	33
7. DESCRIPCIÓN DEL COMPONENTE ANALIZADO	36
7.1. SISTEMA DE SUSPENSIÓN PRIMARIA	36
7.2. GENERALIDADES DEL CONTACTO RUEDA RIEL	38

7.3. FUNCIONAMIENTO DE LOS BUJES BLANDOS	40
7.4..GENERALIDADES DE BUJES Y SOPORTES CIRCULARES FABRICADOS EN CAUCHO	41
7.5. GEOMETRÍA DEL COMPONENTE	47
8. ANÁLISIS POR ELEMENTOS FINITOS	50
8.1. MODELO PARA EL MATERIAL HIPERELÁSTICO	50
8.1.1. Selección y comparación de modelos.	51
8.1.1.1. Modelo de Mooney	52
8.1.1.2. Modelo de Yeoh.	56
8.1.1.3. Modelo Neo Hookean	60
8.1.1.4. Modelo de Arruda Boyce	61
8.1.1.5. Modelo de Gent	63
8.1.1.6. Modelo de Ogden	64
8.2. CONDICIONES DE CARGA DEL COMPONENTE	68
8.3. ALCANCE DE LA SIMULACIONES Y METODOLOGÍA	69
8.4. SIMULACIÓN A CARGA CÓNICA	69
8.4.1. Geometría y condiciones de frontera	70
8.4.2. Materiales de los componentes	73
8.4.3. Mallado de componentes	73
8.4.4. Resultados	75
8.4.5. Análisis de resultados	81
8.5. SIMULACIÓN A CARGA AXIAL	82
8.5.1. Geometría y condiciones de frontera	82
8.5.2. Mallado del componentes	83
8.5.3. Resultados	83
8.5.4. Análisis de resultados	88
8.6. SIMULACIÓN A CARGA RADIAL	90
8.6.1. Geometría y condiciones de frontera.	90
8.6.2. Mallado del componentes.	91
8.6.3. Resultados	91
8.6.4. Análisis de resultados	96

8.7. SIMULACIÓN A CARGA TORSIONAL	97
8.7.1. Geometría y condiciones de frontera	97
8.7.2. Mallado del componentes	97
8.7.3. Resultados.	98
8.7.4. Análisis de resultados	102
9. CONCLUSIONES	103
BIBLIOGRAFÍA	108
ANEXO A	110

## LISTA DE FIGURAS

	Pág.
Figura 1. Compresión Bulk	19
Figura 2. Cortante simple	19
Figura 3. Tracción simple	20
Figura 4. Modelos fenomenológicos	32
Figura 5. Modelos micromecánicos	32
Figura 6. Ajuste de curvas	34
Figura 7. Buje blando sistema férreo	36
Figura 8. Sistema de suspensión primaria.	37
Figura 9. Contacto rueda riel	39
Figura 10. Grados de libertad eje ruedas	39
Figura 11. Contacto pestaña riel en curva	40
Figura 12. Cargas en bujes circulares	43
Figura 13. Áreas de carga para cargas radiales	44
Figura 14. Buje blando en carga radial	45
Figura 15. Modulo de compresión versus factor de forma.	46
Figura 16. Equivalencia buje bloque	46
Figura 17. Geometría del buje blando	48
Figura 18. Ensayo a tensión uniaxial.	51
Figura 19. Geometría y condiciones de frontera en carga cónica	71

Figura 20. Geometría modificada	71
Figura 21. Geometría y condiciones de frontera en carga cónica	72
Figura 22. Geometría y condiciones de frontera en carga axial	81
Figura 23. Consideración carga radial	81
Figura 24. Geometría y condiciones de frontera en carga radial	89
Figura 25. Geometría y condiciones de frontera en carga torsional	97



## LISTA DE TABLAS

	Pág.,
Tabla 1. Contactos entre partes del buje blando	48
Tabla 2. Modelo Mooney de dos constantes	52
Tabla 3. Modelo Mooney de tres constantes	53
Tabla 4. Modelo Mooney de cinco constantes	55
Tabla 5. Modelo Mooney de nueve constantes	56
Tabla 6. Modelo de Yeoh de primer orden	57
Tabla 7. Modelo de Yeoh de segundo orden	58
Tabla 8. Modelo de Yeoh de tercer orden	59
Tabla 9. Modelo Neo Hookean	60
Tabla 10. Modelo de Arruda Boyce	62
Tabla 11. Modelo de Gent	63
Tabla 12. Modelo de Ogden de un término	64
Tabla 13. Modelo de Ogden de dos términos	65
Tabla 14. Modelo de Ogden de tres términos	67
Tabla 15. Valores picos de flujo de cargas	68
Tabla 16. Malla de cada componente	74
Tabla 17. Desplazamientos en simulación de ensayo carga cónica	76
Tabla 18. Respuesta obtenida para el ensamble en general bajo carga cónica	77
Tabla 19. Resultados obtenidos para caucho principal bajo carga cónica	77
Tabla 20. Resultados obtenidos para caucho secundario bajo carga cónica	78
Tabla 21. Resultados obtenidos para buje bajo carga cónica	79
Tabla 22. Resultados obtenidos para eje general bajo carga cónica	80
Tabla 23. Resultados obtenidos arandelas superior e inferior bajo carga cónica	80

Tabla 24. Desplazamientos en simulación de ensayo carga axial	84
Tabla 25. Respuesta obtenida para el ensamble en general bajo carga axial	85
Tabla 26. Resultados obtenidos para cauchos principales bajo carga axial	85
Tabla 27. Resultados obtenidos para caucho secundario bajo carga axial	86
Tabla 28. Resultados obtenidos para buje bajo carga axial	87
Tabla 29. Resultados obtenidos para eje general bajo carga axial	87
Tabla 30. Resultados obtenidos para arandelas bajo carga axial	88
Tabla 31. Desplazamientos en simulación carga radial	92
Tabla 32. Respuesta obtenida para el ensamble en general bajo carga radial	92
Tabla 33. Resultados obtenidos para cauchos principales bajo carga radial	93
Tabla 34. Resultados obtenidos para caucho secundario bajo carga radial	94
Tabla 35. Resultados obtenidos para buje de acero bajo carga radial	94
Tabla 36. Resultados obtenidos para eje de acero bajo carga radial	95
Tabla 37. Resultados obtenidos para arandelas bajo carga radial	96
Tabla 38. Desplazamientos en simulación carga torsional	98
Tabla 39. Respuesta obtenida para el ensamble en general bajo carga torsional	99
Tabla 40. Resultados obtenidos para cauchos principales bajo carga torsional	100
Tabla 41. Resultados obtenidos para buje de acero bajo carga torsional	101
Tabla 42. Resultados obtenidos para eje de acero bajo carga torsional	101
Tabla 43. Resumen de resultados	105

## INTRODUCCIÓN

El uso frecuente de elastómeros y cauchos en aplicaciones de ingeniería tales como el amortiguamientos de vibraciones y cargas, ha hecho crecer el interés por desarrollar métodos que permitan predecir y conocer el comportamiento de este tipo de materiales bajo condiciones de trabajo.

En la historia reciente de este tipo de materiales, se solía considerarlos como materiales de propiedades mecánicas lineales, debido a que sus propiedades no lineales eran incomprendidas y muy complejas. Esto llevaba a tener que diseñar los componentes hechos de estos materiales mediante métodos de ensayo y error.

En respuesta a tales dificultades, en la actualidad, se han ido desarrollado modelos incorporados a los programas de elementos finitos, los cuales consideran las propiedades no lineales de estos materiales, permitiendo a los diseñadores e ingenieros realizar diseños más eficientes y extender la aplicación de estos materiales a otras áreas de la ingeniería.

Por tanto en el presente trabajo se determinan cuáles han sido los principales modelos desarrollados para el análisis de elastómeros y a partir de dichos modelos se selecciona el mas o los más adecuados para analizar un componente de caucho de un sistema técnico a través del método de los elementos finitos.

## 1. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

En la actualidad el uso de caucho en aplicaciones de ingeniería, y especialmente el de elastómeros en aplicaciones sofisticadas como el sellado y amortiguamiento de vibraciones, han aumentado el interés por conocer el comportamiento de estos materiales bajo distintas condiciones de trabajo.

Predecir y entender su comportamiento no es fácil, ya que los elastómeros tienen propiedades mecánicas complejas las cuales hacen que su análisis sea difícil y de extremo cuidado, debido a que su aplicación puede ir desde el tratamiento de problemas lineales hasta el tratamiento de problemas no lineales.

Dichas situación, ha tenido un claro efecto sobre la utilización de este tipo de materiales, y ha llevado principalmente a:

- Diseñar componentes mediante métodos de ensayo y error.
- Tener malos criterios de selección para este tipo de materiales.
- No aprovechar las propiedades que ofrecen estos materiales, por desconocimiento de sus efectos y comportamiento bajo condiciones de trabajo.

Como consecuencia de lo anterior, a lo largo de las últimas décadas se han planteado distintas teorías y modelos entorno a los elastómeros, los cuales buscan entender el comportamiento de dichos materiales bajo distintas condiciones de trabajo. Dichas teorías y modelos aunque son bastantes útiles, son de un alto tratamiento matemático, necesitando por tal razón que la mayoría de las veces, se implementen y se solucionen bajo algoritmos de computadora fundamentados por el método de los elementos finitos.

En virtud de lo anterior, el problema que se trata de resolver se refiere a:

- ¿Qué modelos existen para el análisis de materiales elastoméricos?
- ¿A qué tipo de comportamientos se refieren, dichos modelos?
- ¿Cómo seleccionar y aplicar dichos modelos a una situación en particular?
- ¿Cómo utilizar el método de elementos finitos para aplicación de estos modelos?

## 2. JUSTIFICACIÓN

Actualmente, el uso de elastómeros en aplicaciones de ingeniería se ha incrementado, debido a las propiedades únicas que este tipo de materiales puede ofrecer. Es este incremento, el que ha hecho que se utilice con frecuencia los elastómeros en aplicaciones cada vez más sofisticadas. Por lo tanto, este proyecto constituye una herramienta útil para profundizar en la predicción del comportamiento de los elastómeros y adicionalmente dar un pequeño aporte investigativo para fundamentar y evaluar las futuras aplicaciones de ingeniería que se le pueda dar a este tipo de materiales.

Otro problema que se presenta con la utilización de estos materiales, se localiza en la etapa de diseño de componentes. En esta, casi siempre se han tenido que validar los diseños mediante pruebas, debido a que los elastómeros, presentan grandes dificultades en la predicción de su comportamiento a causa de sus propiedades mecánicas complejas. De tal forma, acorde con esta problemática, lo que se pretende con el proyecto es mostrar las bondades de implementar durante la etapa de diseño el análisis por elementos finitos para conocer el comportamiento de componentes diseñados en este tipo de materiales.

Adicionalmente, se busca entender los distintos modelos de comportamientos desarrollados para los elastómeros, los cuales han sido implementados mediante el método de los elementos finitos, de tal forma que a la hora de analizar casos de componentes hechos de estos materiales, sea fácil y claramente identificable sus aplicaciones y restricciones.

### 3. OBJETIVOS

#### 3.1.OBJETIVO GENERAL

Simular y analizar por el método de elementos finitos un componente elastomérico de un sistema técnico.

#### 3.2.OJETIVOS ESPECÍFICOS

Investigar y analizar los modelos analíticos desarrollados para el análisis del comportamiento de los elastómeros.

Seleccionar un componente elastomérico correspondiente a un sistema técnico.

Definir diferentes condiciones de carga a las cuales puede someterse y estudiar la respuesta del componente del sistema técnico.

Seleccionar los modelos adecuados para el análisis del componente del sistema técnico.

Realizar el análisis del componente mediante el método de elementos finitos, acorde a los métodos analíticos seleccionados.

Analizar los resultados obtenidos.

## 4. MARCO TEÓRICO

### 4.1. TEORÍA DE ELASTICIDAD

Una de las propiedades más importantes de los elastómeros y por la cual es frecuente su uso en aplicaciones de ingeniería, es la capacidad de asumir grandes deformaciones y retornar a su forma original de una forma reversible. Actualmente, se han desarrollado dos enfoques para caracterizar el comportamiento elástico de materiales como los elastómeros o cauchos. El primero, se basa en modelos moleculares relacionados con observaciones experimentales para conocer las características del material. El segundo, se basa en la mecánica del medio continuo, para calcular la función de densidad de energía de deformación. Este último enfoque, es el más utilizado en la actualidad para simular el comportamiento de elastómeros y es sobre el cual se fundamentan la mayoría de los distintos modelos matemáticos que incorporan los programas de elementos finitos.

### 4.2. COMPORTAMIENTO ELÁSTICO A BAJAS DEFORMACIONES

Los materiales elásticos de ingeniería que son isotrópicos, pueden describirse principalmente por dos constantes elásticas. La primera tiene que ver con la resistencia a compresión bajo presión estática. El módulo de rigidez volumétrica  $K$ , está definido por la ecuación (1), que está en función de la presión aplicada y la relación de cambio del volumen (GENT, pág. 37, 1995):

$$P = K \left( \frac{-\Delta V}{V_0} \right) \quad (1)$$

Donde:

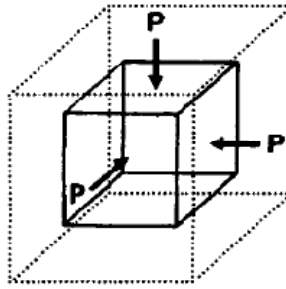
$P$ : Presión aplicada [Pa]

$\Delta V$ : Incremento del volumen original [ $\text{mm}^3$ ]

$V_0$ : Volumen original [ $\text{mm}^3$ ]



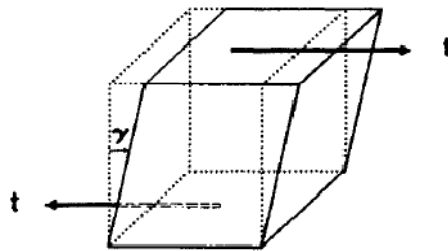
Figura 1. Compresión volumétrica



GENT, A. N., pág. 38, 1995.

La segunda constante, describe la resistencia a esfuerzo cortante “t” (Figura 2). Esta constante se define por la ecuación (2) (GENT, A. N., pág. 38, 1995):

Figura 2: Cortante simple



GENT, A. N., pág. 38, 1995.

$$G = t/\gamma \quad (2)$$

Donde:

G: Módulo de cortante [Pa]

$\gamma$ : Deformación cortante [rad]

t: Esfuerzo cortante [Pa]

Otras constantes muy usadas pueden ser derivadas de las dos anteriores. Una de estas, es el módulo de elasticidad de Young (Figura 3), definido por la razón entre el esfuerzo a tracción y la elongación a tracción en la ecuación (3):

Figura 3. Tracción simple



GENT, A. N., pág. 38, 1995.

$$E = \frac{t}{\varepsilon} = \frac{(9KG)}{(3K+G)} \quad (3)$$

Además, también se puede definir la razón de Poisson, definida por la razón de contracción lateral y la deformación longitudinal, en la ecuación (4).

$$\nu = \frac{\left(\frac{1}{2}\right)(3K-2G)}{(3K+2G)} \quad (4)$$

Al estudiar el comportamiento de los cauchos basándose en las anteriores constantes, se ha observado que estos tienen un alto módulo de compresibilidad, comparable al de los líquidos simples (5 a 2 GPa). De otro lado, el módulo de cortante es típicamente bajo (0.5 a 5 MPa), por lo que su razón de Poisson es cercana a 0.5 (típicamente 0.449) y el módulo de elasticidad está alrededor de tres veces el módulo de cortante. Por lo tanto, si se considera el material totalmente incompresible, el comportamiento a bajas deformaciones de un elastómero puede ser descrito únicamente por el módulo de cortante  $G$ , asumiendo que la razón de Poisson es 0.5. (GENT, A. N., pág. 38, 1995).

#### 4.3. COMPORTAMIENTO ELÁSTICO A GRANDES DEFORMACIONES

El tratamiento general de la relación esfuerzo deformación de los cauchos como sólidos fue desarrollada por Rivlin, asumiendo que en estado natural el

material es isotrópico e incompresible en su comportamiento elástico. Este tratamiento se basa en la función de densidad de energía de deformación (Cantidad de energía almacenada elásticamente, en una unidad de volumen bajo un estado de deformación dado) escrita en términos de las invariantes de deformación, tal como se puede apreciar en la ecuación (5):

$$W = W(I_1, I_2, I_3) \quad (5)$$

Para conocer el valor de las tres invariantes y poder calcular la función de densidad de energía de deformación, se recurre a la mecánica del medio continuo, y se definen las invariantes de deformación acorde a la ecuación (6). Debido a que se asume que el material es isotrópico, las mediciones de las deformaciones pueden realizarse independientes del eje elegido (GENT, A. N., pág. 50, 1995).

$$\begin{aligned} I_1 &= \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 \\ I_2 &= \lambda_1^2 \lambda_2^2 + \lambda_2^2 \lambda_3^2 + \lambda_3^2 \lambda_1^2 \\ I_3 &= \lambda_1^2 \lambda_2^2 \lambda_3^2 \end{aligned} \quad (6)$$

En la ecuación (6),  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$  se definen como la razón entre el alargamiento longitudinal y la longitud no deformada de los lados de un volumen diferencial en estado natural.

Los valores de  $\lambda_i$  son dados por  $\lambda_i = (1 + \varepsilon_i)$ , donde  $\varepsilon_i$  es la correspondiente deformación principal. Los valores de  $I_i$  son cero en estado natural cuando  $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 1$ .

Cuando un material es incompresible,  $I_3$  es cero y la función de energía de densidad de energía de deformación, queda solo en función de  $I_1$  y  $I_2$  (Ecuación 7) (GENT, A. N., pág. 50, 1995).

$$W = W(I_1, I_2) \quad (7)$$

Es importante agregar, que la deformación del sólido también puede ser descrita por los alargamientos principales. Por lo tanto, la función de densidad de energía de deformación puede ser también escrita en función de los alargamientos principales (Ecuación 8).

$$W = W(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) \quad (8)$$

Sin embargo, la función de densidad de energía de deformación no es muy útil tal y como se presenta en las ecuaciones (5) y (8), debido a que en aplicaciones de ingeniería es necesario conocer la relación entre esfuerzo y deformación. Por lo tanto, para conocer dicha relación (Ecuación (9)), se recurre a consideraciones de trabajo virtual, asumiendo que el trabajo hecho por un material elástico puede ser equiparado por el cambio en la de energía de deformación almacenada, debido a que los cambios que ocurren pueden considerarse isotérmicos reversibles y a volúmenes constantes (WARD, I.M., pág. 28, 2004)..

$$t_i = 2 \left[ \lambda_1^2 \left( \frac{\partial W}{\partial I_1} \right) - \left( \frac{1}{\lambda_1^2} \right) \left( \frac{\partial W}{\partial I_2} \right) \right] + P \quad (9)$$

Donde:

$t_i$ : Esfuerzo en dirección 1, 2, 3 [Pa]

La ecuación (9), sirve para conocer la relación no lineal entre esfuerzo y la deformación en sólidos elásticos. La cantidad P, denota una presión, reflejando el hecho de que sólidos elásticos como los elastómeros, son incompresibles o casi incompresibles y por lo tanto incentivos a dicha presión.

## 5. MODELOS CONSTITUTIVOS PARA EL ANÁLISIS DE ELASTÓMEROS

A lo largo de la historia de los materiales elastoméricos, se han propuesto distintos modelos basados en la función de densidad de energía de deformación con el fin de caracterizar el comportamiento mecánico y conocer cómo se relacionan los esfuerzos y deformaciones. Estos modelos son conocidos como formas particulares de la ecuación (7), ya que inicialmente fueron creados para caracterizar comportamientos y materiales específicos a partir de ensayos y experimentos realizados.

Para el planteamiento de los distintos modelos, se suele separar la ecuación (7) en una parte deviatorica ( $W_d$ ) y en una parte volumétrica  $W_b$ , como lo muestra la ecuación (10) y (11) (ANSYS, pág. 2-9, 2004).

$$W = W_d(\bar{I}_1, \bar{I}_2) + W_b(J) \quad (10)$$

$$W = W_d(\bar{\lambda}_1, \bar{\lambda}_2, \bar{\lambda}_3) + W_b(J) \quad (11)$$

Donde:

$$\bar{\lambda}_p = J^{-1/3} \lambda_p \quad p = 1, 2, 3 \quad (12)$$

$$\bar{I}_p = J^{-2/3} I_p \quad p = 1, 2, 3 \quad (13)$$

$$J = \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 = \frac{V}{V_0} \quad (14)$$

Las ecuaciones (12) y (13) son los términos que se definen para separar la ecuación (7). En cuanto la ecuación (14), representa la razón de cambio del volumen.

A continuación se presentan los modelos constitutivos más comunes.

## 5.1. FORMA POLINOMIAL

La forma polinómica o polinomial, es un modelo basado en la primera y segunda invariante (ANSYS, pág. 2-14, 2004). Este, fue desarrollado por Rivlin, argumentando que la función de densidad de energía de deformación podía expresarse en forma polinómica (@ Robotiker Tecnalia, <http://www.robotiker.com/revista>, 2008). Este fue el primer modelo que se propuso para el análisis de elastómeros y ha servido de base para el planteamiento de otros modelos. La forma polinómica tiene la siguiente forma:

$$W = \sum_{i+j=1}^N c_{ij} (\bar{I}_1 - 3)^i (\bar{I}_2 - 3)^j + \sum_{k=1}^N \frac{1}{d_k} (J - 1)^{2k} \quad (15)$$

Donde:

$c_{ij}$  = Coeficiente de Rivlin

$d_k$  = Coeficiente que define la compresibilidad del material

$J = \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3$

En este modelo el módulo de rigidez volumétrica inicial está dado por la ecuación (16) y el módulo de cortante inicial está dado por la ecuación (17).

$$.K_o = \frac{2}{d_1} \quad (16)$$

$$\mu_o = 2(c_{10} + c_{01}) \quad (17)$$

Este modelo es aconsejable utilizarlo con un orden N igual a dos y tres, para deformaciones hasta 100% y 300% respectivamente. Un orden de N igual a tres o mayor, es raramente utilizado, debido a que un orden mayor a pesar de proveer una solución más exacta, implica mayor dificultad numérica para su solución. (ANSYS, pág. 2-16, 2004).

## 5.2. MODELO DE MOONEY-RIVILIN

El modelo Mooney-Rivlin presentado en la ecuación (18), es un caso particular de la forma polinómica. Está basado en las invariantes de deformación y en este se han basado otros modelos como el Neo-Hookean, James-Green-Simpson, Signiorini, Yeoh, Peng, Peng-Lande (@ Robotiker Tecnalia, <http://www.robotiker.com/revista>, 2008). Este modelo presenta varias formas de acuerdo al número de coeficientes y el grado del polinomio. Entre los más comunes se tienen los siguientes.

$$W = \sum_{i+j=1}^n c_{ij} (\bar{I}_1 - 3)^i (\bar{I}_2 - 3)^j + \frac{1}{d} (J - 1)^2 \quad (18)$$

5.2.1. Mooney-Rivlin de dos constantes. Este modelo es equivalente a la forma polinómica de N igual a uno (ANSYS, pág. 2-17, 2004).

$$W = c_{10}(\bar{I}_1 - 3) + c_{01}(\bar{I}_2 - 3) + \frac{1}{d} (J - 1)^2 \quad (19)$$

5.2.2. Mooney-Rivlin de tres constantes. Este modelo es similar a la forma polinómica de N igual a dos y  $c_{20}$ ,  $c_{02}$  iguales a cero (ANSYS, pág. 2-17, 2004).

$$W = c_{10}(\bar{I}_1 - 3) + c_{01}(\bar{I}_2 - 3) + c_{11}(\bar{I}_1 - 3)(\bar{I}_2 - 3) + \frac{1}{d} (J - 1)^2 \quad (20)$$

5.2.3. Mooney-Rivlin de cinco constantes. Este modelo es equivalente a la forma polinómica cuando N es igual a dos (ANSYS, pág. 2-18, 2004).

$$W = \sum_{i+j=1}^2 c_{ij} (\bar{I}_1 - 3)^i (\bar{I}_2 - 3)^j + \frac{1}{d} (J - 1)^2 \quad (21)$$

5.2.4. Mooney-Rivlin de nueve constantes. Este modelo es equivalente a la forma polinómica cuando N es igual a tres (ANSYS, pág. 2-18, 2004).

$$W = \sum_{i+j=1}^3 c_{ij} (\bar{I}_1 - 3)^i (\bar{I}_2 - 3)^j + \frac{1}{d} (J - 1)^2 \quad (22)$$

Para todas las formas de Mooney-Rivlin anteriores, se tiene que el módulo de rigidez volumétrica inicial está dado por la ecuación (23) y el módulo de cortante inicial por la ecuación (24).

$$K_o = \frac{2}{d} \quad (23)$$

$$\mu_o = 2(c_{10} + c_{01}) \quad (24)$$

Debido a las similitudes entre este modelo y la forma polinomial, el modelo de Mooney-Rivlin puede ser utilizado para los mismos rangos de deformación que la forma polinómica.

Es importante mencionar, que el modelo de Mooney-Rivlin de dos constantes es válido para deformaciones a tensión de hasta 90% o 100%. Sin embargo, este no es aconsejable utilizarlo cuando se presentan grandes deformaciones, ya que no tiene en cuenta efectos de endurecimiento del material. Adicionalmente, es aconsejable utilizar el modelo de Mooney-Rivlin de dos constantes para caracterizar un comportamiento de cortante puro con deformaciones hasta de 70% o 90%, debido a que los dos términos de los que se compone este modelo, exhiben un módulo cortante constante (ANSYS, pág. 2-21, 2004).

### 5.3. MODELO DE YEOH

Este es un modelo basado en la primera invariante de deformación y es muy utilizado cuando se tiene una caracterización pobre de las propiedades mecánicas del material.



$$W = \sum_{i=1}^N c_{i0} (\bar{I}_1 - 3)^i + \sum_{i=1}^N \frac{1}{d_i} (J - 1)^{2i} \quad (25)$$

En este modelo el módulo de rigidez volumétrica es:

$$K_o = \frac{2}{d_1} \quad (26)$$

Y el módulo de cortante inicial es:

$$\mu_o = 2c_{10} \quad (27)$$

Como se puede observar en la ecuación (25), este modelo omite el término de la segunda invariante de deformación debido a que los cambios en la energía de deformación se dan principalmente en la primera invariante, especialmente en grandes deformaciones. Adicionalmente, este modelo se recomienda para el análisis de componentes elastoméricos cuando se tiene pocos datos de caracterización del material (Ensayo a tensión), debido a que este ignora la segunda invariante (ANSYS, pág. 2-24, 2004).

#### 5.4. MODELO NEO-HOOKEAN

Este es un modelo basado en la primera invariante de deformación y suele reconocerse como la primera parte de la forma polinómica cuando N es igual a uno,  $c_{01}$  es igual a cero y  $c_{10} = \mu/2$ .

$$W = \frac{\mu}{2} (\bar{I}_1 - 3) + \frac{1}{d} (J - 1)^2 \quad (28)$$

En este el módulo de rigidez volumétrica inicial es:

$$K_o = \frac{2}{d} \quad (29)$$

Este es uno de los modelos más simples, ya que el módulo cortante permanece constante. Sin embargo, debido a su simpleza solo sirve para caracterizar pequeñas deformaciones del orden de 30% o 40% en tensión uniaxial, de 80% o 90% en cortante puro y 30% en compresión (ANSYS, pág. 2-27, 2004).

## 5.5. MODELO DE ARRUDA-BOYCE

Este modelo se basa en el enfoque estadístico de cadenas de Langevin, el cual plantea que los segmentos de cadenas del material presentes entre los puntos de reticulación, se pueden simplificar como enlaces rígidos de longitud fija.

Atendiendo a esta consideración, para plantear el modelo de Arruda-Boyce (o modelo de ocho cadenas) que se muestra en la ecuación (30), se considera un elemento de volumen, el cual se compone de ocho cadenas la cuales van desde el centro del elemento hasta sus vértices (LIU, YI, pág 72, 2004).

$$W = \mu \sum_{i=1}^5 \frac{C_i}{\lambda_L^{2i-2}} (\bar{I}_1 - 3^i) + \frac{1}{d} \left( \frac{J^2-1}{2} - \ln J \right) \quad (30)$$

Donde:

$$C_1 = \frac{1}{2} \quad C_2 = \frac{1}{20} \quad C_3 = \frac{11}{1050} \quad C_4 = \frac{19}{7050} \quad C_5 = \frac{519}{673750}$$

En la ecuación (30),  $\mu$  representa el módulo de cortante el cual se define en la ecuación (31).

$$\mu = nk\Theta \quad (31)$$

Donde:

$n$ : Densidad de cadenas

$k$ : Constante de Boltzmann's ( $1.38065 \times 10^{-23}$  J/K)

$\Theta$ : Temperatura [K]

En la ecuación (30), también se puede apreciar el término  $\lambda_L$ , que es el límite de extensión de red. Cuando se sobrepasa este límite, el esfuerzo comienza a incrementarse sin límite. Este límite se define en la ecuación (32) (ANSYS, pág. 2-29, 2004).

$$\lambda_L = \sqrt{N} \quad (32)$$

Donde N es el número de enlaces rígidos por cada cadena.

Para este modelo, debido a la simetría existente en la extensión de las ocho cadenas, se puede asumir una configuración isotrópica y por tanto se puede relacionar la longitud microscópica de las cadenas, con las extensiones macroscópicas principales mediante la ecuación (33) (LIU, YI, pág 73, 2004)

$$\lambda_{cadena} = \frac{1}{\sqrt{3}} \sqrt{(\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2)} = \sqrt{\frac{I_1}{3}} \quad (33)$$

En general, este modelo se utiliza cuando existen grandes deformaciones.

## 5.6. MODELO DE GENT

Este modelo es una función logarítmica basada en la primera invariante de deformación y utiliza un concepto similar al límite de extensión de red planteado en el modelo de Arruda-Boyce.

$$W = \frac{\mu I_m}{6} \ln \left( 1 - \frac{I_1 - 3}{I_m} \right) + \frac{1}{d} \left( \frac{J^2 - 1}{2} - \ln J \right) \quad (34)$$

En la ecuación (34),  $\mu$  es el módulo cortante, y tal como se define para un análisis de bajas deformaciones, es un tercio del módulo elástico a tensión (Ecuación (35)).

$$\mu = E/3 \quad (35)$$

De otro lado, en la ecuación (34),  $I_m$  es el valor límite de  $(\bar{I}_1 - 3)$ , donde los esfuerzos comienzan a tener grandes magnitudes. Dicho valor límite, es el análogo a  $\lambda_L$  definido en el modelo de Arruda-Boyce (ANSYS, pág. 2-36, 2004).

En general, el modelo de Gent es aplicable para grandes deformaciones.

### 5.7. MODELO DE OGDEN

Este modelo está basado en las deformaciones principales en vez de las invariantes de deformación.

$$W = \sum_{i=1}^N \frac{\mu_i}{\alpha_i} (\bar{\lambda}_1^{\alpha_i} + \bar{\lambda}_2^{\alpha_i} + \bar{\lambda}_3^{\alpha_i} - 3) + \sum_{i=1}^N \frac{1}{d_i} (J - 1)^{2i} \quad (36)$$

Donde el módulo de elasticidad inicial es:

$$\mu_o = \frac{\sum_{i=1}^N \mu_i \alpha_i}{2} \quad (37)$$

En la ecuación 37,  $\alpha_i$  es una constante del material, la cual se determina a partir del ajuste de las curvas experimentales esfuerzo deformación.

El módulo de rigidez volumétrica inicial es:

$$K_o = \frac{2}{d_i} \quad (38)$$

Este modelo en general es aplicable para deformaciones hasta del 700%

En cuanto a la ecuación (36) es importante mencionar, que un número de mínimo de tres términos debe ser usado para obtener resultados precisos.

Esto se debe a que el primer término, representa valores pequeños de deformación ( $1 < \alpha_1 < 2$  y  $\mu_1 > 0$ ). El segundo término, representa el aumento de la rigidez del material a grandes deformaciones ( $\alpha_2 > 2$  y  $\mu_2 > 0$  con  $\mu_2 \ll \mu_1$ ). El tercer término representa el comportamiento del material a compresión ( $\alpha_3 < -0.5$  y  $\mu_3 < 0$  con  $\mu_3 \ll \mu_1$ ) (ANSYS, pág. 2-40, 2004).

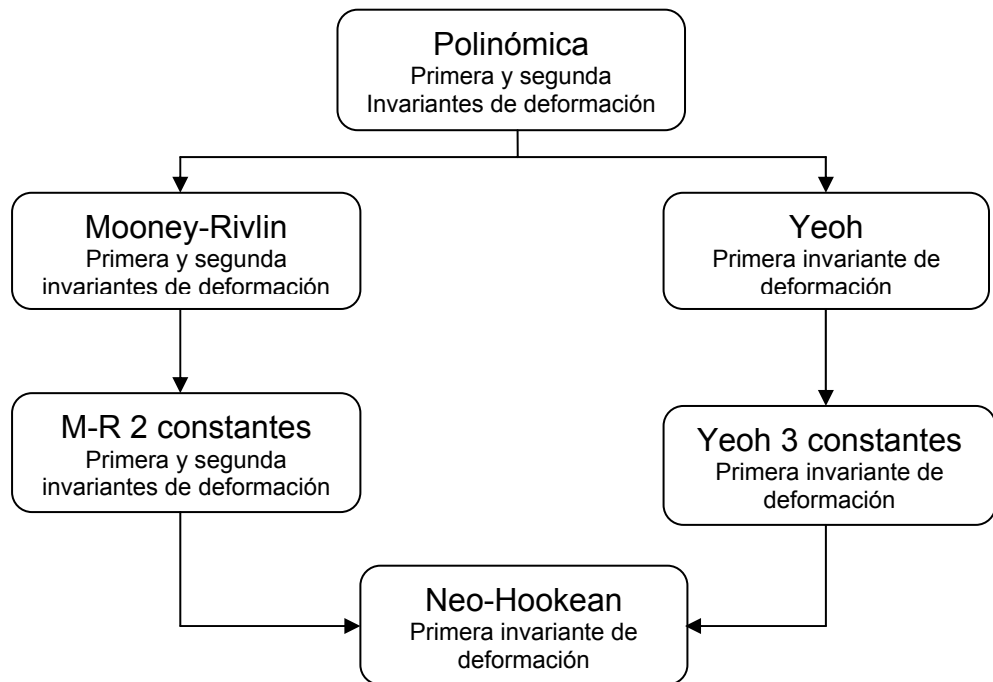
Adicionalmente, Yeoh hizo las siguientes observaciones acerca de las constantes del modelo de Ogden (ANSYS, pág. 2-41, 2004):

- En cortante, cuando  $|\alpha_1| > 2$ , la dureza del material se incrementa con la deformación. Inversamente, cuando  $|\alpha_1| < 2$ , el material se ablanda con el incremento de la deformación.
- Cuando  $\alpha_i$  es negativo, este tiene una gran contribución a la descripción del comportamiento a compresión, pero una contribución muy pequeña a la descripción del comportamiento a tensión. Para valores positivos, el comportamiento a compresión es poco sensible  $\alpha_i$ , y se comporta como material neo-Hookean.
- Cuando  $1.2 < \alpha_1 < 1.6$  y  $\mu_1 > 0$ , se describe un comportamiento a bajas deformaciones, y cuando  $\alpha_2 \sim 6$  y  $\mu_2 > 0$  con  $\mu_2 \ll \mu_1$  se describe un comportamiento de grandes deformaciones.

## 5.8. CLASIFICACIÓN DE MODELOS HIPERELÁSTICOS

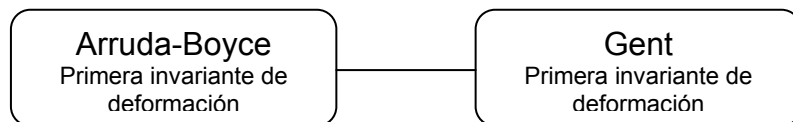
Una vez conocida la fundamentación de cada uno de los modelos investigados, se puede observar algunas relaciones las cuales se muestran en la figuras 4 y 5.

Figura 4. Modelos fenomenológicos



ANSYS, pág. 2-48, 2004

Figura 5. Modelos micromecánicos



ANSYS, pág. 2-48, 2004

Para los modelos fenomenológicos (Figura 4), se puede observar como a partir de la forma polinómica deducida por Rivlin, se deducen otros modelos como los de Mooney, Yeoh y neo-Hookean. Adicionalmente, para los modelos micromecánicos (Figura 5), se puede ver una relación horizontal, ya que como se menciono anteriormente, estos adoptan el concepto de límite de extensión.

## 6. AJUSTE DE CURVAS

Para poder cuantificar los distintos valores de la función de densidad de energía de deformación a partir de los distintos modelos presentados en el capítulo anterior, es necesario conocer distintas constantes y parámetros que no se encuentran compilados en la literatura, debido a que estos varían según el tipo de material y otros factores como los componentes y procesos utilizados para la fabricación del elastómero o caucho.

Para solucionar este inconveniente, y poder caracterizar el comportamiento mecánico del material en distintas direcciones de carga, se recurre a las curvas experimentales provenientes de las siguientes pruebas:

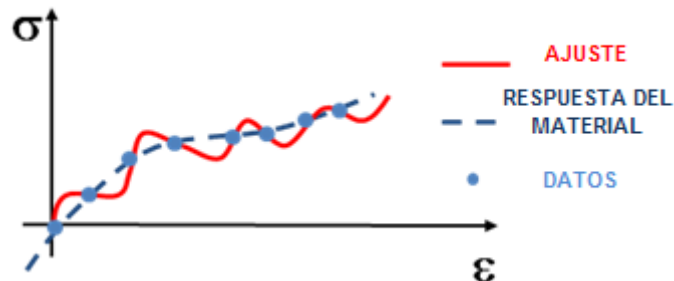
- Tensión uniaxial.
- Compresión uniaxial
- Tensión biaxial
- Cortante plano
- Cortante simple
- Prueba volumétrica

Los datos experimentales se toman como una curva de esfuerzo de ingeniería versus deformación de ingeniería, exceptuando la prueba volumétrica en la cual se toma el esfuerzo verdadero. Para materiales incompresibles, solo se suele caracterizar el material a tensión simple, cortante puro y compresión simple.

Para conocer los parámetros y constantes de los distintos modelos, el procedimiento consiste en un ajuste de la curva esfuerzo deformación, a partir de la función de densidad de energía de deformación (Según el modelo elegido) tal como se muestra en la figura 6. La exactitud del ajuste, así como la precisión de los resultados de la modelación del material, dependerá

ampliamente de la selección adecuada de la función de densidad de energía de deformación.

Figura 6. Ajuste de curvas



ANSYS, pág. 2-60, 2004.

Para realizar el ajuste u aproximación a la curva de datos experimentales, los distintos programas de elementos finitos utilizan el error no normalizado definido por la ecuación (39) y el error normalizado dado por la ecuación (40).

$$E_{nonormalizado} = \sqrt{\sum_{i=1}^N (\sigma_i^{calculado} - \sigma_i^{experimental})^2} \quad (39)$$

$$E_{normalizado} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (\sigma_i^{calculado} - \sigma_i^{experimental})^2}{\sum_{i=1}^N (\sigma_i^{experimental})^2}} \quad (40)$$

En la práctica, se recomienda utilizar el error normalizado para la mayoría de las situaciones. Sin embargo, se recomienda utilizar el error no normalizado cuando se busca caracterizar un comportamiento de grandes deformaciones (ANSYS, pág. 2-67, 2004).

En general, los materiales hiperelásticos tienen la capacidad de adoptar distintos modos de deformación bajo distintos estados de deformación. Por tanto el objetivo de la pruebas de caracterización, es conocer los estados



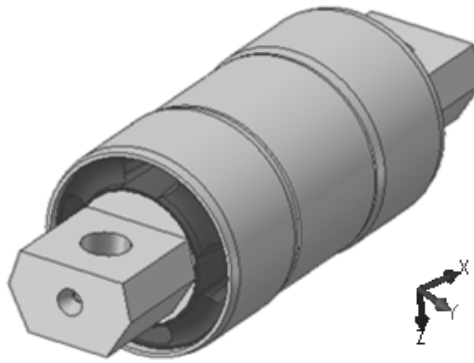
puros de deformación tales que las curvas esfuerzo deformación representen solo el comportamiento del material en el estado en que se quiere caracterizar.

Para un análisis por elementos finitos, lo ideal es tener información sobre todos los estados de deformación. Sin embargo, muchas veces esto no es posible, debido a que se requieren equipos especializados y poco comunes para realizar la caracterización del material. Por lo tanto, cuando esto ocurre se suele realizar sólo el ensayo a tensión uniaxial e implementar en la simulación por elementos finitos, los modelos que están solo basados en la primera invariante de deformación.

## 7. DESCRIPCIÓN DEL COMPONENTE ANALIZADO

Tal y como se planteó en los objetivos del presente proyecto, se selecciona un componente elastomérico para ser analizado por el método de los elementos finitos. El componente seleccionado es un buje blando (Figura 7), el cual es un componente esencial de la suspensión primaria de un sistema férreo (Metro de Medellín).

Figura 7. Buje blando sistema férreo



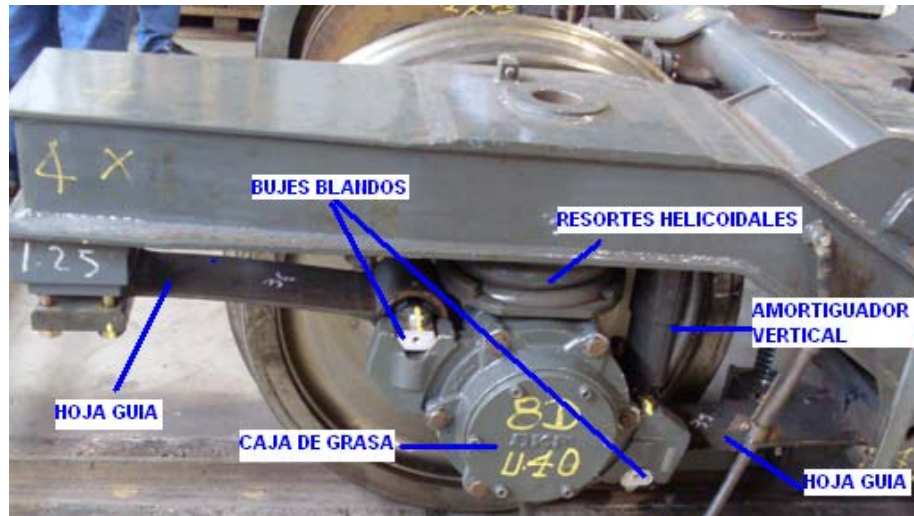
Cortesía GEMI Universidad EAFIT

A continuación, se amplía el funcionamiento de este elemento dentro del sistema de suspensión primaria del sistema férreo.

### 7.1. SISTEMA DE SUSPENSIÓN PRIMARIA

El sistema de suspensión primaria es el que permite conectar el conjunto eje rueda al chasis del bogie. Este sistema se compone principalmente de elementos elásticos, amortiguadores y otros elementos asociados, los cuales permiten amortiguar los efectos producidos por el contacto rueda riel. En el caso del Metro de Medellín, el sistema lo forman principalmente los componentes que se muestran en la figura 8.

Figura 8. Sistema de suspensión primaria.



Cortesía Metro de Medellín

A continuación se describe brevemente la función de cada uno de los elementos mostrados en la figura 8.

**Amortiguador vertical:** Este elemento tiene la función de minimizar las vibraciones ocasionadas por el movimiento de las ruedas sobre el riel (TAYLOR & FRANCIS GROUP, pág. 49, 2006).

**Resortes helicoidales:** El bastidor del bogie se apoya en las cajas de grasa a través de los resortes. Estos, igualan las cargas verticales entre las ruedas con la finalidad de evitar que cualquiera de ellas presente una reducción de carga y por tanto una reducción o pérdida de las fuerzas de guiado, adicionalmente, estabilizan el movimiento del bogie y reducen los efectos dinámicos producidos por irregularidades en la vía (TAYLOR & FRANCIS GROUP, pág. 47-48, 2006).

**Caja de grasa:** Este dispositivo permite a las ruedas girar, debido a que provee el alojamiento para los rodamientos. Además, sirve de soporte para los elementos de la suspensión primaria que unen las ruedas al chasis del bogie y por tanto, ésta transmite las fuerzas longitudinales, laterales y verticales desde

las ruedas, a los elementos de la suspensión primaria (TAYLOR & FRANCIS GROUP, pág. 44, 2006).

Hoja guía y bujes blandos: Estos elementos trabajan en conjunto para mantener las ruedas en dirección de marcha. Estos, determinan en gran medida la rigidez de la suspensión primaria. El funcionamiento de estos se ampliará en la sección 7.3.

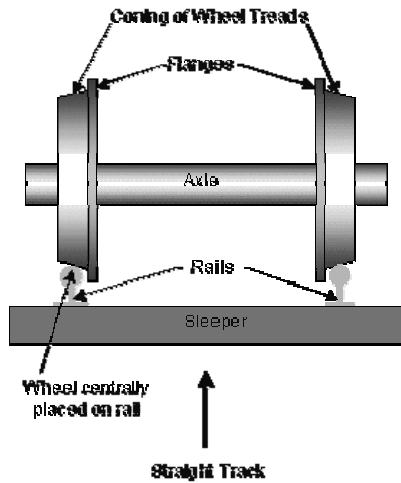
## 7.2. GENERALIDADES DEL CONTACTO RUEDA RIEL

Antes de describir el funcionamiento de los bujes blandos, es necesario comprender como se da el contacto rueda riel en un sistema férreo. Para esto, se presenta una descripción básica del fenómeno de contacto rueda riel con la finalidad que sea más clara la comprensión del funcionamiento de los bujes blandos.

Para un sistema férreo como lo es el Metro de Medellín, los vagones están apoyados sobre la vía a través de dos bogies. Cada bogie tiene dos conjuntos eje-rueda como el presentado en la figura 9, los cuales le permiten al tren desplazarse y mantenerse dentro de la vía.

Dichos conjuntos eje-rueda, están formados por dos ruedas las cuales se conectan rígidamente mediante un eje común. Adicionalmente, tal como se puede apreciar en la figura 9, cada rueda tiene una pestaña para evitar el descarrilamiento en las curvas y cierta conicidad para mantener el tren dentro de la vía en tramos rectos.

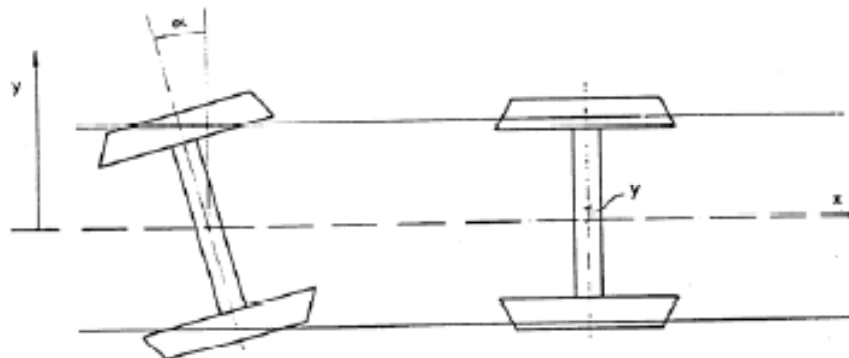
Figura 9. Contacto rueda riel



RAILWAY Technical web pages, 2008

Adicionalmente, debido al juego existente entre las ruedas y el riel (Figura 9), el conjunto de ruedas presenta dos grados de libertad. El primer grado de libertad es un desplazamiento angular ( $\alpha$ ) y el segundo es un desplazamiento lateral en la dirección Y (Ver figura 10).

Figura 10. Grados de libertad eje ruedas



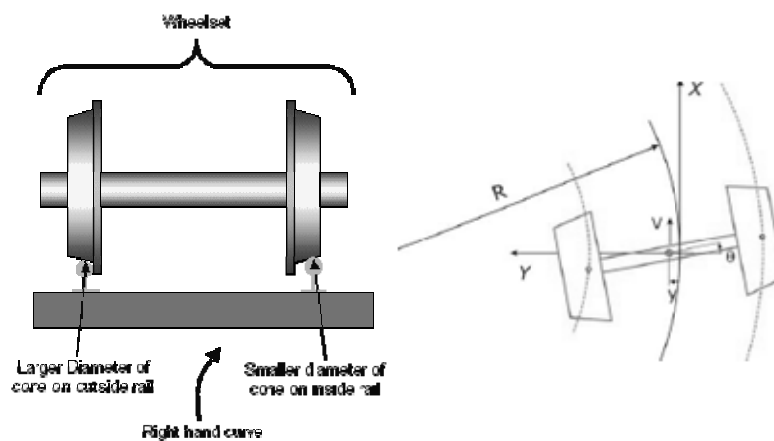
RAILWAY Technical web pages, 2008

Es en base a los anteriores grados de libertad, es que puede explicarse el movimiento de un tren sobre rieles. Teóricamente cuando el tren se desplaza por un tramo recto, las pestañas de las ruedas no tocan la vía y por lo tanto el tren es mantenido en la vía por la conicidad que tienen las ruedas. Sin

embargo, en la realidad puede darse un movimiento lateral debido a imperfecciones en la vía.

En el caso de las curvas, debido a la tendencia que tiene el eje de las ruedas a mantenerse perpendicular a la vía, la rueda exterior tiene que recorrer una distancia más grande que la rueda interior. Para compensar esta diferencia, el conjunto eje-ruedas tiende a moverse de lado, ocasionando que la pestaña de la rueda exterior haga contacto con la vía, evitando de esta forma el descarrilamiento (Ver figura 11).

Figura 11. Contacto pestaña riel en curva



RAILWAY Technical web pages, 2008

### 7.3. FUNCIONAMIENTO DE LOS BUJES BLANDOS

Los bujes blandos son una parte esencial en el sistema de suspensión primaria, ya que estos determinan en gran medida su rigidez longitudinal, lateral y vertical. Dichos elementos están fabricados principalmente por un material elastomérico el cual separa un buje exterior y un eje fabricado en acero (Ver figura 7).

Junto con la cortante de los resortes helicoidales de la suspensión primaria, la rigidez radial de los bujes determina la rigidez longitudinal de la suspensión primaria. La rigidez axial de los bujes junto con la cortante de los resortes helicoidales determina la rigidez lateral de la suspensión. Los desplazamientos de torsión del buje, así como la flexión de la hoja guía, contribuyen a la rigidez vertical de la suspensión (KLAUSE, Peter E., pág. 3, 2006).

Lo anterior quiere decir, que el control de los grados de libertad del conjunto eje-ruedas (figura 10), es realizado por los bujes blandos y los resortes helicoidales, por lo que la rigidez de ambos elementos determina que tanto puede desplazarse angular y lateralmente el conjunto de ruedas, tanto en tramos rectos como curvos. La rigidez de ambos elementos debe ser la adecuada para prevenir la inestabilidad ocasionada por el efecto combinado de ambos grados de libertad (Movimientos de Hunting).

Adicionalmente, asociado a la rigidez de los bujes y los resortes helicoidales, se encuentra el fenómeno desgaste de las pestañas de las ruedas. Entre más rígidos sean estos elementos, el arreglo de ruedas tendrá una menor flexibilidad para adaptarse a los cambios de dirección en las curvas y a los movimientos repentinos de hunting, generando así, una mayor intensidad en el contacto y como consecuencia un mayor desgaste.

#### 7.4. GENERALIDADES DE BUJES Y SOPORTES CIRCULARES FABRICADOS EN CAUCHO.

Los elastómeros y cauchos en general tienen un amplio rango de aplicaciones en ingeniería, dentro las cuales se encuentran los soportes y los bujes blandos. Con la finalidad de fundamentar el análisis del buje de la suspensión de un sistema férreo, a continuación se presentan algunas generalidades del diseño y análisis de este tipo de elementos.

Para el diseño de estos elementos, generalmente se considera la rigidez como el parámetro principal de diseño. Esta rigidez está definida por la ecuación (41).

$$K = \frac{F}{d} \quad (41)$$

Donde:

$K$ : Rigidez del elemento [KN/mm]

$F$ : Fuerza aplicada al elemento [KN]

$d$ : Deflexión causada en el elemento por la fuerza aplicada [mm]

Debido a que estos elementos pueden soportar distintos tipos de carga, la ecuación (41) se suele definir en términos de la geometría (Área y espesor) y el módulo correspondiente a cada tipo de carga (Cortante, compresión o tensión). Por lo tanto, la rigidez a carga cortante se define por la ecuación (42), la rigidez a carga de compresión se define por la ecuación (43) y la rigidez a cargas de tensión se define por la ecuación (44) (GENT, A. N., pág. 224, 1995).

$$K_s = \frac{AG}{t} \quad (42)$$

$$K_c = \frac{AE_c}{t} \quad (43)$$

$$K_t = \frac{AE_t}{t} \quad (44)$$

Donde:

$G$ : Módulo a cortante

$A$ : Área sometida a carga

$E_c, E_t$ : Módulo elástico a compresión y cortante.

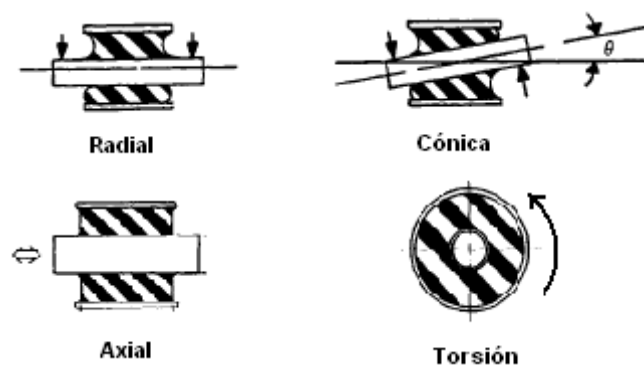
A parte de la rigidez, se suelen considerar en ocasiones parámetros de diseño tales como la fatiga presente en el material, el tamaño y el peso. Típicamente



se suele diseñar este tipo de elementos para que trabajen en un rango elástico, con deformaciones inferiores al 75% o el 100% en cortante y deformaciones del 30% en compresión o tensión (GENT, A. N., pág. 225, 1995).

De otro lado, los soportes y bujes circulares, son actualmente de un amplio uso en aplicaciones de ingeniería, debido a que estos ofrecen flexibilidad en cargas torsionales, cónicas, axiales y radiales (Ver figura 12)

Figura 12. Cargas en bujes circulares



GENT, A. N., pág. 235, 1995

En las direcciones torsional y axial, el caucho es sometido a cortante y provee relativamente poca rigidez. En la dirección radial el caucho es sometido a compresión y tensión, lo cual provee mucha más rigidez y por lo tanto gran estabilidad. Cuando esta clase de bujes se utiliza como elementos elásticos, la rigidez a torsión y/o la rigidez axial son los parámetros principales de diseño. Sin embargo, la rigideces radial y cónica también tendrán influencia directa en el comportamiento del diseño. Por lo tanto, la determinación de estos tipos de rigidez es necesaria para asegurar que fuerzas o deflexiones excesivas no ocurran (GENT, A. N., pág. 225, 1995).

Para calcular la rigidez torsional de un buje como el mostrado en la figura 12, se utiliza la ecuación (45).

$$K_{tor} = \frac{T}{\theta} = \frac{\pi GL}{1/d_i^2 - 1/d_o^2 - 1} \quad (45)$$

Donde:

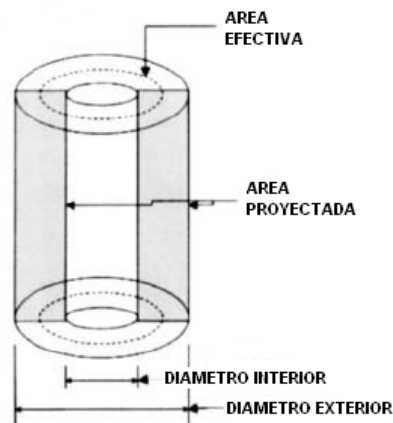
$G$ : Módulo de cortante [Pa]

$L$ : Longitud del buje [mm]

$d_i, d_o$ : Diámetros interior y exterior del buje [mm]

Para calcular la rigidez radial y cónica, es necesario hacer algunas aproximaciones, debido a que no es posible conocer con exactitud qué áreas están sometidas a carga (Ver figura 13).

Figura 13. Áreas de carga para cargas radiales

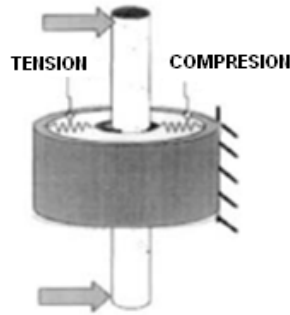


GENT, A. N., pág. 237, 1995

La fórmula general para el cálculo de la rigidez radial o cónica está dada en la ecuación (45). En esta expresión, se puede ver los términos de rigidez a compresión y tensión. Esto se debe a que bajo este tipo de cargas, los bujes blandos, tiene un lado que trabaja a compresión y otro lado que trabaja a tensión (Ver figurar 14). El término de rigidez a tensión suele no considerarse, debido a que los elastómeros en tensión tienen un bajo módulo de elasticidad.

$$K = \frac{AE_c}{t} + \frac{AE_t}{t} \quad (45)$$

Figura 14. Buje blando en carga radial



GENT, A. N., pág. 237, 1995

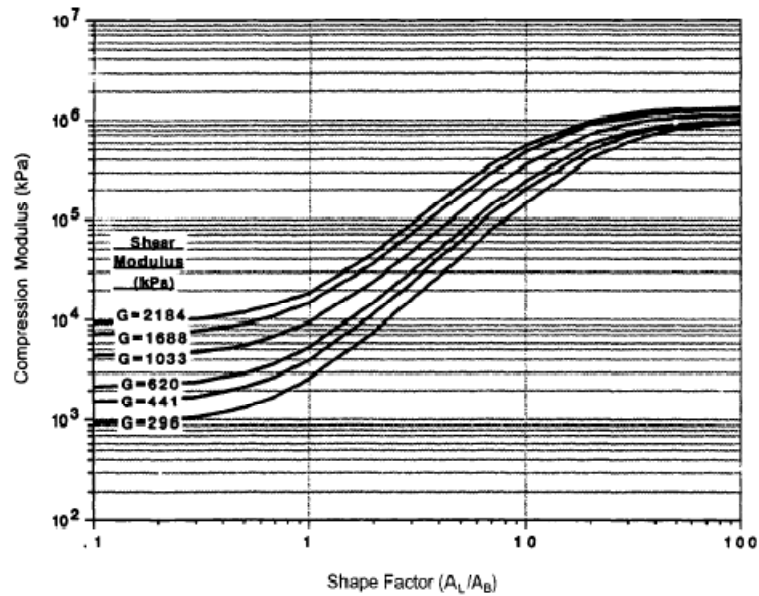
Para calcular el módulo a compresión existen dos formas. La primera de ellas, está basada en el cálculo de las áreas proyectada y efectiva. La segunda, se basa en una equivalencia geométrica.

Para conocer la rigidez a compresión basada en el área proyectada y efectiva, primero se procede a calcular el factor de forma. Este factor, describe los efectos geométricos en el módulo a compresión del material. Este se define como la razón entre el área de una superficie cargada y el total de área superficial que puede abultarse (Ecuación (46)).

$$F.F = \frac{A_{cargada}}{A_{abultamiento}} = \frac{(d_o - d_i)L}{2\pi \left[ \frac{d_o^2}{4} - \frac{d_i^2}{4} \right]} \quad (46)$$

Una vez se tiene el factor de forma, se procede a leer de la figura (15), el módulo de compresión y por tanto luego se puede calcular la rigidez radial.

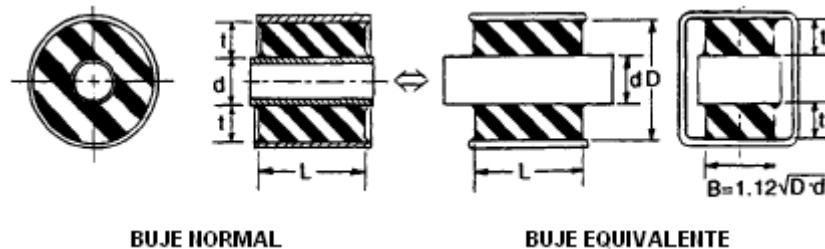
Figura 15. Módulo de compresión versus factor de forma.



GENT, A. N., pág. 230, 1995

El segundo método, consiste en encontrar un bloque de tamaño equivalente, tal y como se muestra en la figura 16.

Figura 16. Equivalencia buje bloque.



GENT, A. N., pág. 235, 1995

Luego se calcula el factor de forma a partir de la ecuación (47). Una vez calculado, de la figura 15, se puede leer el módulo de compresión y finalmente calcular la rigidez.

$$F.F = \frac{A_L}{B_L} = \frac{LB}{(L+B)[(d_i - d_o)]} \quad (47)$$

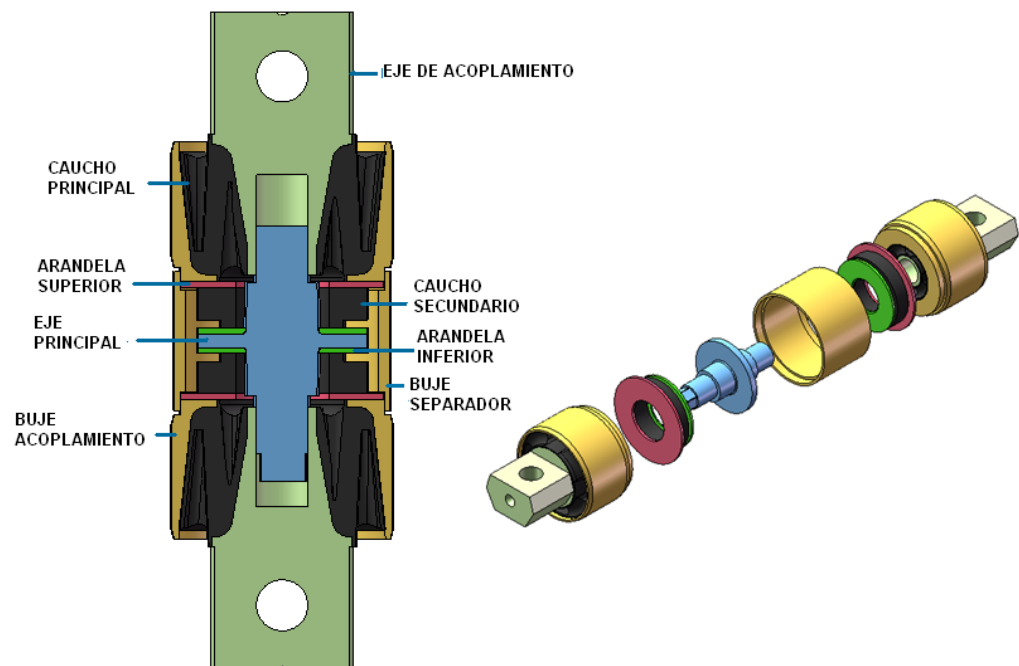
Cabe aclarar, que las ecuaciones anteriormente planteadas, fueron desarrolladas para geometrías sencillas, por lo que para analizar formas más complejas a veces es necesario inducir otros términos o implementar un modelo en elementos finitos, con la finalidad de encontrar una buena aproximación al valor de rigidez.

## 7.5. GEOMETRÍA DEL COMPONENTE

A continuación, en la figura 17, se muestran las distintas partes que componen el buje blando. Tal como se puede apreciar, el eje de acoplamiento, el caucho principal y el buje de acoplamiento, forman un subensamble, en el cual, el caucho se encuentra completamente adherido a ambas partes. De igual forma, la arandela superior, el caucho secundario y la arandela inferior, forman otro subensamble, en el cual el caucho se encuentra completamente adherido a las dos arandelas. En cuanto a los otros elementos, se puede apreciar, que el eje principal y el buje separador, son los responsables de mantener unido el buje. Para mayor detalle, ver el Anexo A.

Con la finalidad de brindar mayor claridad al lector, en la tabla 1, se define el estado de los contactos en la figura 17. Se definen dos tipos de contactos. El primero se denomina cerrado y corresponde a las partes que siempre permanecen conectadas entre sí. El segundo se denominan abierto y corresponde a aquellos contactos, que por la acción de cargas o movimientos, se puede separar.

Figura 17. Geometría del buje blando



Cortesía GEMI Universidad EAFIT

Tabla 1. Contactos entre partes del buje blando

COMPONENTES	TIPO DE CONTACTO	
	ABIERTO	CERRADO
Eje y caucho principal		X
Cuje acoplamiento y caucho principal		X
Caucho secundario y arandela superior		X
Caucho secundario y arandela inferior		X
Eje de acoplamiento y eje principal		X

Tabla 1. Contactos entre partes del buje blando (Continuación)

COMPONENTES	TIPO DE CONTACTO	
	ABIERTO	CERRADO
Buje de acoplamiento y buje separador		X
Arandela superior y buje		X
Arandela inferior y eje principal	X	

## 8. ANÁLISIS POR ELEMENTOS FINITOS

En el presente capítulo, se presenta el procedimiento y los resultados obtenidos para la simulación por el método de los elementos finitos. Para dicha simulación se utiliza el programa Ansys Workbench y el análisis se enfoca a determinar la rigidez y conocer el funcionamiento del buje blando bajo carga cónicas, torsionales, axiales y radiales.

Debido a que el análisis del sistema se enfoca en conocer las distintas rigideces del buje y con el fin de tener un punto de comparación y validación desde el punto de vista de la realidad, los resultados del análisis se comparan frente a los ensayos realizados al buje por el grupo de investigación GEMI de la Universidad EAFIT.

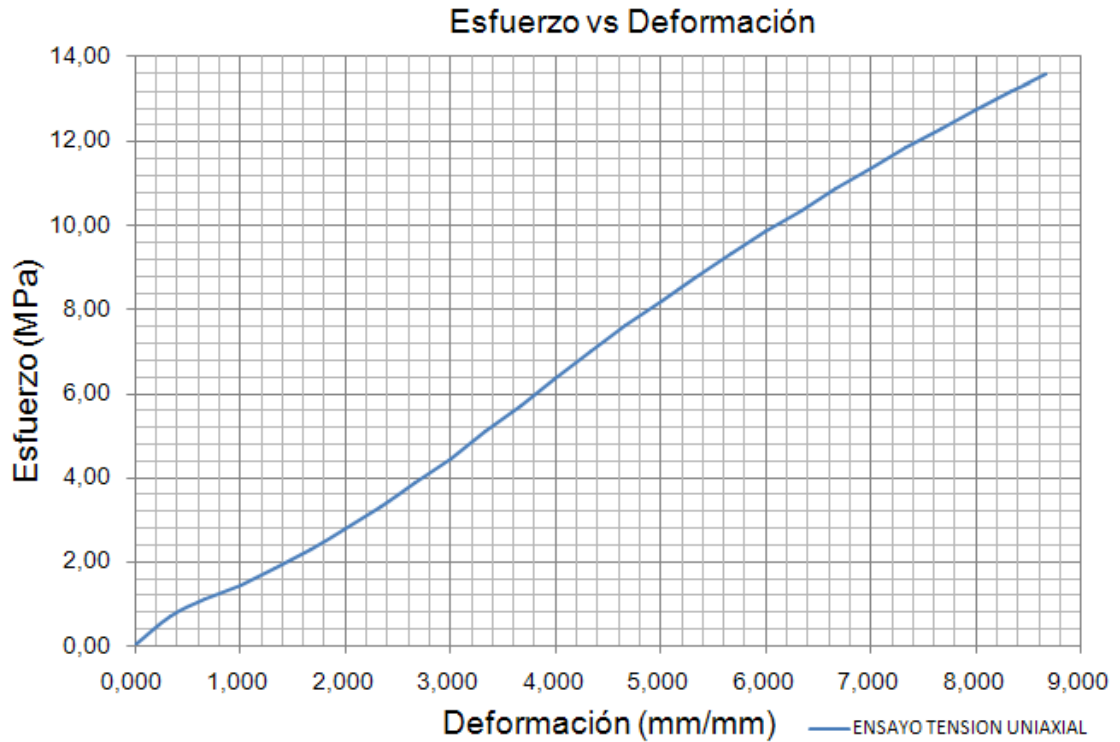
### 8.1. MODELO PARA EL MATERIAL HIPERELÁSTICO

Para poder establecer un modelo de análisis mediante elementos finitos que permita modelar el comportamiento del buje blando y poder calcular sus rigideces, es necesario primero seleccionar un modelo o función de energía de deformación adecuada que permita asegurar el mayor grado de precisión en la simulación del comportamiento del elastómero o caucho.

Para tal fin, es necesario conocer en primera instancia el comportamiento mecánico del material. Para caracterizar dicho comportamiento se recurre solamente al ensayo de tensión uniaxial, debido a que localmente solo existe la posibilidad de caracterizar el material bajo este estado de deformación. En la figura 18, se muestra los resultados del ensayo de tensión uniaxial, los cuales fueron suministrados por el Grupo de Estudios en Mantenimiento Industrial GEMI de la Universidad EAFIT. Cabe anotar que tal figura corresponde a un material de referencia, el cual tiene propiedades similares al utilizado en la fabricación del buje blando.



Figura 18. Ensayo a tensión uniaxial.



GEMI Universidad EAFIT

Tal como se puede apreciar en la figura 18, el ensayo se realizó aproximadamente hasta una deformación cercana al 900%, lo cual indica, que se está caracterizando un amplio rango de deformación.

Una vez se tiene el ensayo y se ha asegurado que se ha caracterizado el comportamiento en un rango considerable de deformación, se procede con la selección del modelo o función de la densidad de energía de deformación.

8.1.1. Selección y comparación de modelos. Con la finalidad de seleccionar la función que mejor describa el comportamiento mecánico del elastómero y establecer un comparativo de que tan efectivos y precisos son los distintos modelos descritos en el capítulo 5, a continuación se presenta las funciones de densidad de energía de deformación ajustadas a partir de la curva esfuerzo deformación del ensayo a tensión uniaxial. Para realizar dicho ajuste, se utiliza

el algoritmo de ajuste de curvas del programa de elementos finitos Ansys, utilizando el error normalizado descrito en la ecuación 39.

Adicionalmente, con cada función de energía de deformación, se simula el ensayo a tensión. A partir de los resultados obtenidos con cada simulación, se muestra la distribución de la deformación, así como la curva esfuerzo deformación con la finalidad de comparar los resultados arrojados por cada modelo y establecer un criterio de selección del modelo a utilizar en la simulación del buje blando.

8.1.1.1. Modelo de Mooney. En las tablas 2 a 5 se presenta la ecuación y resultados obtenidos para los modelos de Mooney de dos, tres, cinco y nueve constantes. Es importante mencionar, que estos modelos de son equivalentes a la forma polinómica de primero, segundo y tercer orden respectivamente. Por lo tanto, el ajuste y simulación no se realiza para la forma polinómica debido a que se obtendrían los mismos resultados.

Tabla 2. Modelo Mooney de dos constantes

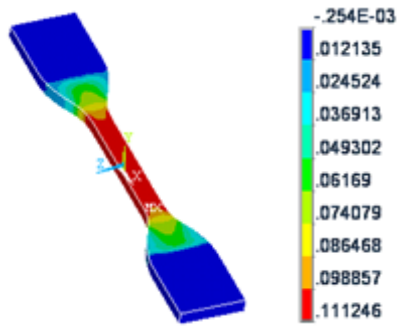
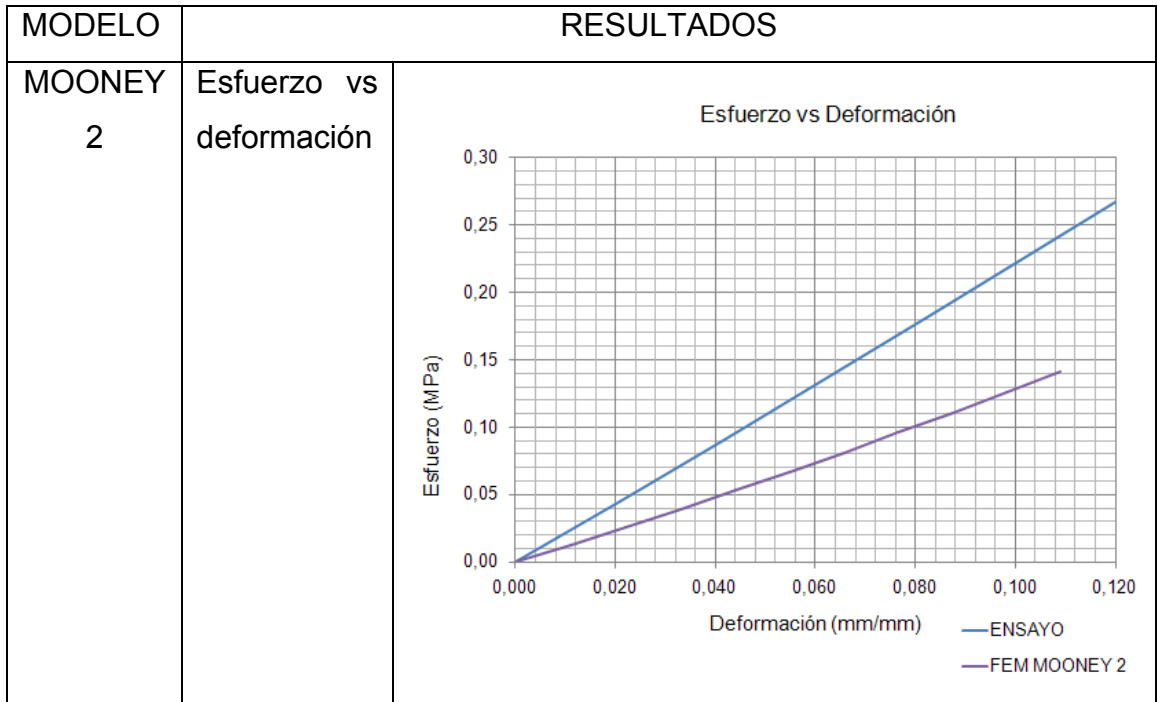
MODELO	RESULTADOS	
MOONEY 2	Constantes	$c_{10} = 0.73493 \quad c_{01} = -0.54912 \quad d = 0$
	Función	$W = 0.73493(\bar{I}_1 - 3) - 0.54912(\bar{I}_2 - 3)$
	Deformación	

Tabla 2. Modelo Mooney de dos constantes (Continuación)

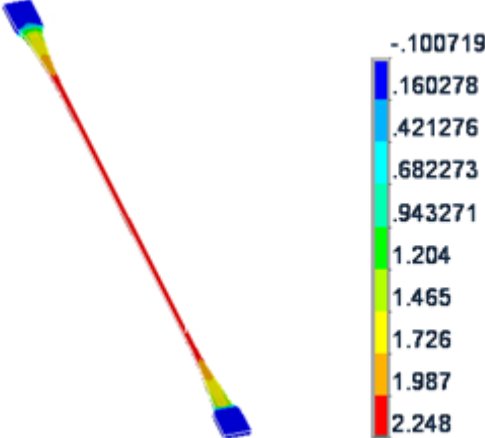
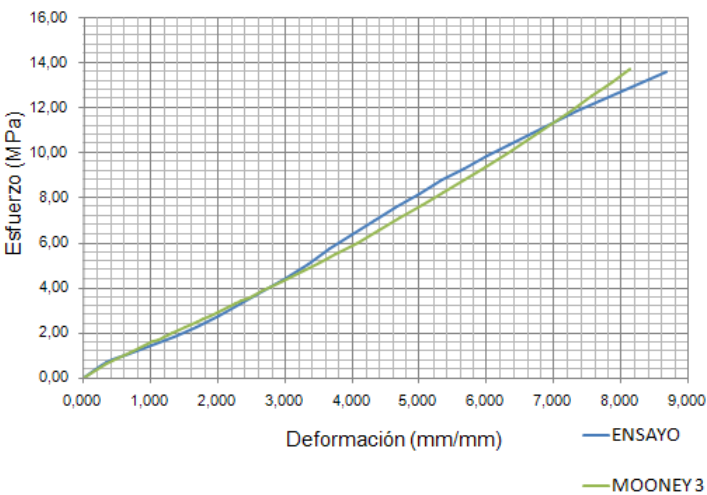


Para el modelo de Mooney de dos constantes, mostrado en la tabla 2, se puede observar que este solo ofrece la posibilidad de caracterizar deformaciones del 10%, con un ajuste que es poco preciso. De otro lado, se puede ver, que la constante  $d$  es cero, reflejando el hecho de que el material se puede asumir como incompresible.

Tabla 3. Modelo Mooney de tres constantes

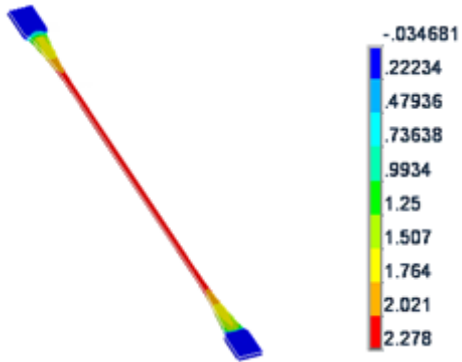
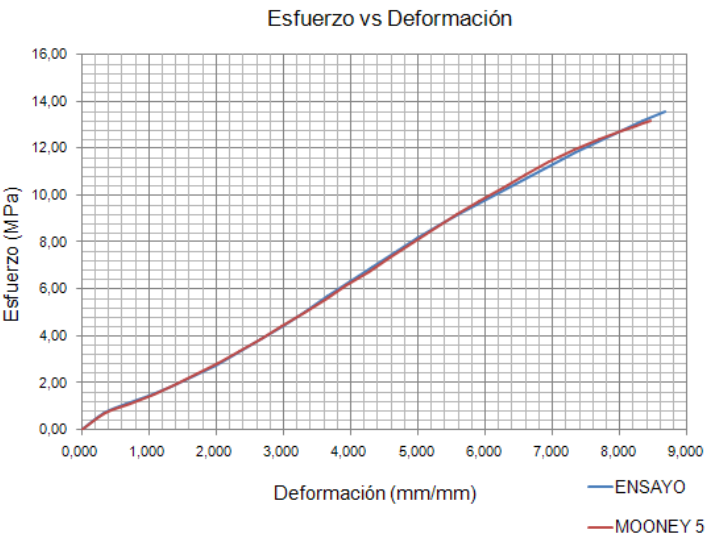
MODELO	RESULTADOS	
MOONEY 3	Constantes	$c_{10} = 0.48734$ $c_{01} = -0.12732$ $c_{11} = 0.011607$ $d = 0$
	Función	$W = 0.48734(\bar{I}_1 - 3) - 0.12732(\bar{I}_2 - 3)$ $+ 0.011607(\bar{I}_1 - 3)(\bar{I}_2 - 3)$

Tabla 3. Modelo Mooney de tres constantes (Continuación)

MODELO	RESULTADOS	
MOONEY 3	Deformación	
	Esfuerzo vs deformación	<p data-bbox="981 891 1220 918">Esfuerzo vs Deformación</p> 

En cuanto al modelo de Mooney de tres constantes, tal como se puede apreciar en la tabla 3, ofrece la posibilidad de caracterizar deformaciones hasta del 800%. Su precisión es mayor a la del anterior modelo, pero como se puede ver en al grafica esfuerzo deformación, su precisión es buena para deformaciones inferiores al 300%. Para deformaciones superiores al 300%, empieza a presentarse más inexactitud en la descripción del comportamiento.

Tabla 4. Modelo Mooney de cinco constantes

MODELO	RESULTADOS	
MOONEY 5	Constantes	$c_{10} = -0.44427$ $c_{01} = 1.1055$ $c_{20} = -0.0051234$ $c_{11} = 0.054386$ $c_{02} = 0.16265$ $d = 0$
	Función	$W = -0.44427(\bar{I}_1 - 3) + 1.1055(\bar{I}_2 - 3) - 0.0051234(\bar{I}_1 - 3) + 0.054386(\bar{I}_1 - 3)(\bar{I}_2 - 3) + 0.16265I_2 - 3$
	Deformación	
	Esfuerzo vs deformación	

El modelo de Mooney de 5 constantes, mostrado en la tabla 4, ofrece un ajuste bastante aproximado, siendo este el mejor en comparación con los otros modelos. Además, tal como se puede apreciar en la curva esfuerzo deformación, este modelo ofrece la posibilidad de caracterizar un

comportamiento en deformación hasta de un 840%. Aunque se puede observar una pequeña variación en los resultados para deformaciones superiores al 600%, los resultados pueden considerarse bastantes confiables y precisos, debido a que dicha variación es casi imperceptible.

Para el modelo de Mooney de nueve constantes (Tabla 5), aunque se obtuvo una función de densidad de energía de deformación, esta no ofrece la posibilidad de obtener ningún resultado, debido a que matemáticamente la solución no converge.

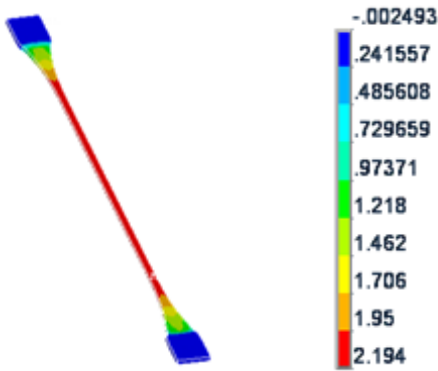
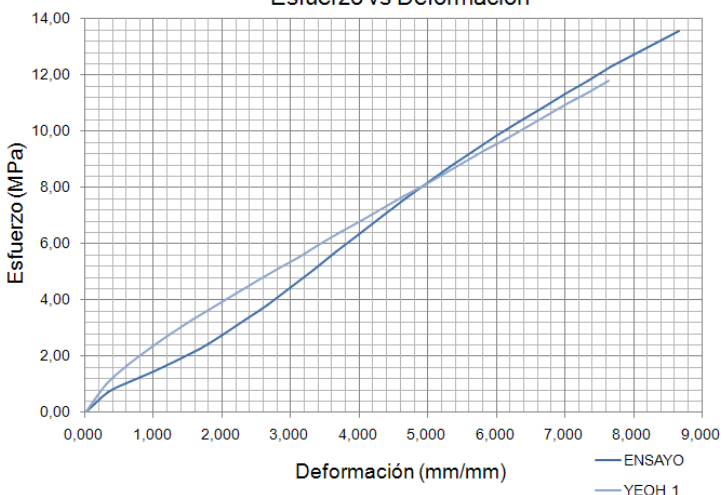
Tabla 5. Modelo Mooney de nueve constantes

MODELO	RESULTADOS	
MOONEY 9	Constantes	$c_{10} = 8,6177$ $c_{01} = -8,8612$ $c_{20} = 59,266$ $c_{11} = 133,35$ $c_{02} = -80,945$ $c_{30} = -2,4381 * 10^{-4}$ $c_{21} = 5,4571 * 10^{-3}$ $c_{12} = 14,769$ $c_{03} = -10,926$ $d = 0$
	Función	$W = 8,6177(\bar{I}_1 - 3) - 8,8612(\bar{I}_2 - 3) -$ $59,266(\bar{I}_1 - 3)^2 + 133,35(\bar{I}_1 - 3)(\bar{I}_2 - 3) -$ $80,945(\bar{I}_2 - 3)^2 - 2,4381 * 10^{-4}(\bar{I}_1 - 3)^3 +$ $5,4571 * 10^{-3}(\bar{I}_1 - 3)^2(\bar{I}_2 - 3) + 14,769(\bar{I}_1 -$ $3/2 - 32 - 10,926/1 - 33$
	Deformación	No converge
	Esfuerzo vs deformación	No converge

8.1.1.2. Modelo de Yeoh. En las tablas de la 6 a la 8, se presentan las ecuaciones de densidad de energía de deformación para los modelos de Yeoh de primero, segundo y tercer orden.

Para el modelo de Yeoh de primer orden que se muestra en la tabla 6, se puede observar que aunque tiene la capacidad de caracterizar deformaciones del 760%, no ofrece muy buena exactitud en los resultados, debido a que está definido solo en función de una invariante y una constante.

Tabla 6. Modelo de Yeoh de primer orden

MODELO	RESULTADOS	
YEOH 1	Constantes	$c_{10} = 0.68366 \quad d = 0$
	Función	$W = 0.68366(\bar{I}_1 - 3)$
	Deformación	
	Esfuerzo vs deformación	

Para el modelo de Yeoh de segundo orden (Tabla 7), se puede observar que la exactitud de los resultados mejoran con respecto al de primer orden,

especialmente para deformaciones menores al 240%, esto se debe a que está definido en función de dos constantes. Sin embargo, cierta desviación permanece, debido a que solo está definido en función de la primera invariante de deformación.

Tabla 7. Modelo de Yeoh de segundo orden

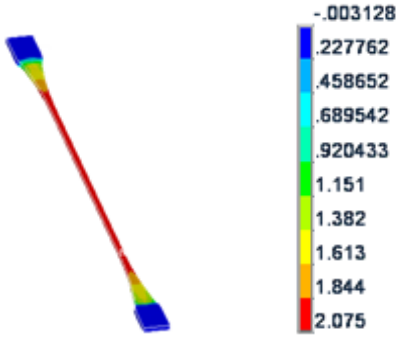
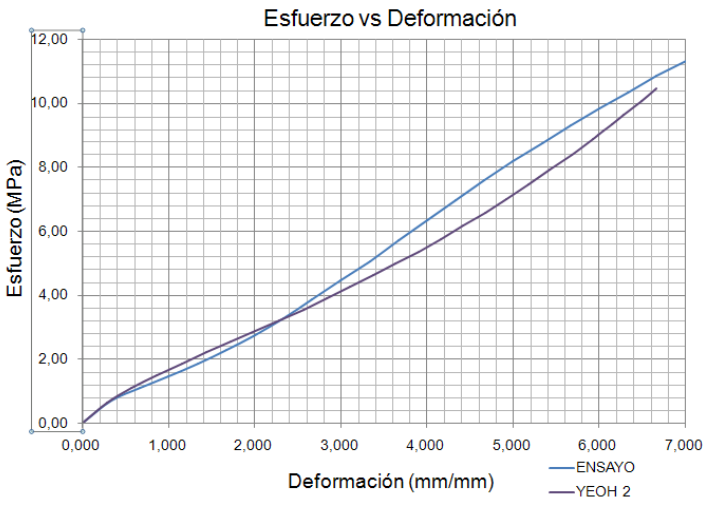
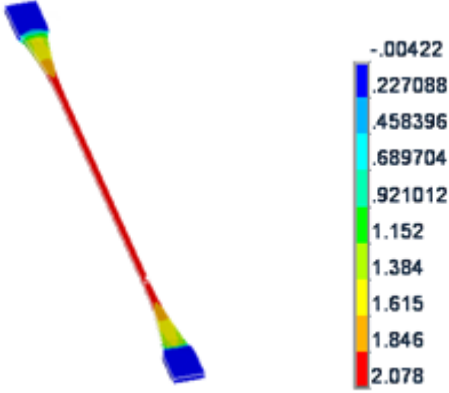
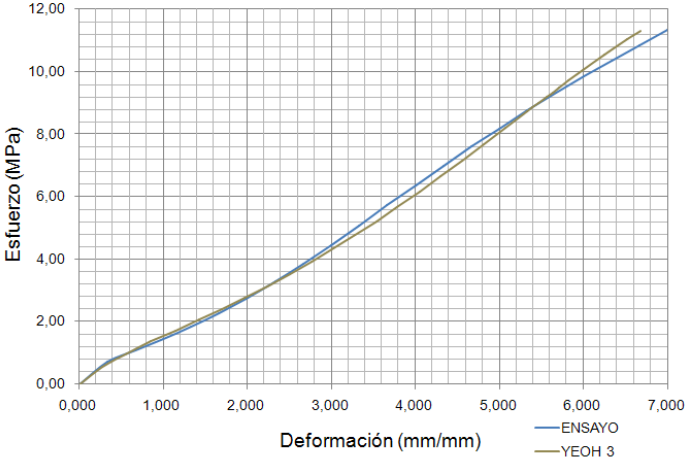
MODELO	RESULTADOS	
YEOH 2	Constantes	$c_{10} = 0,4713 \quad c_{20} = 1,9097 * 10^{-3} \quad d_1 = 0 \quad d_2 = 0$
	Función	$W = 0,4713(\bar{I}_1 - 3) + 1,9097 * 10^{-3}(\bar{I}_1 - 3)^2$
	Deformación	
	Esfuerzo vs deformación	



Tabla 8. Modelo de Yeoh de tercer orden

MODELO	RESULTADOS	
YEOH 3	Constantes	$c_{10} = 0,4194$ $c_{20} = 5,2608 * 10^{-3}$ $c_{30} = -2,8818 * 10^{-5}$ $d_1 = 0$ $d_2 = 0$ $d_3 = 0$
	Función	$W = 0,4194(\bar{I}_1 - 3) + 5,2608 * 10^{-3}(\bar{I}_1 - 3)^2$ $- 2,8818 * 10^{-5}(\bar{I}_1 - 3)^3$
	Deformación	
	Esfuerzo vs deformación	<p style="text-align: center;">Esfuerzo vs Deformación</p> 

Para el modelo de Yeoh 3 definido en la tabla 8, se sigue observando la tendencia a mejorar la exactitud, con el aumento del número de constantes o

términos por modelo. Sin embargo se sigue observado inexactitud en el caso de grandes deformaciones.

Tal y como se había planteado anteriormente, dicha inexactitud puede deberse al hecho de que este modelo en su planteamiento original, desprecia los cambios en la función de densidad de energía de deformación debidos a la segunda invariante.

8.1.1.3. Modelo Neo Hookean: A continuación se presenta la ecuación y los resultados obtenidos con el modelo Neo Hookean.

Tabla 9. Modelo Neo Hookean

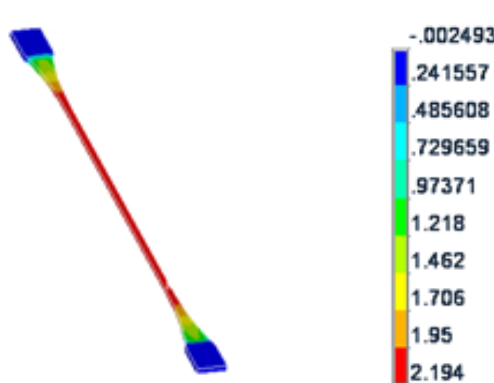
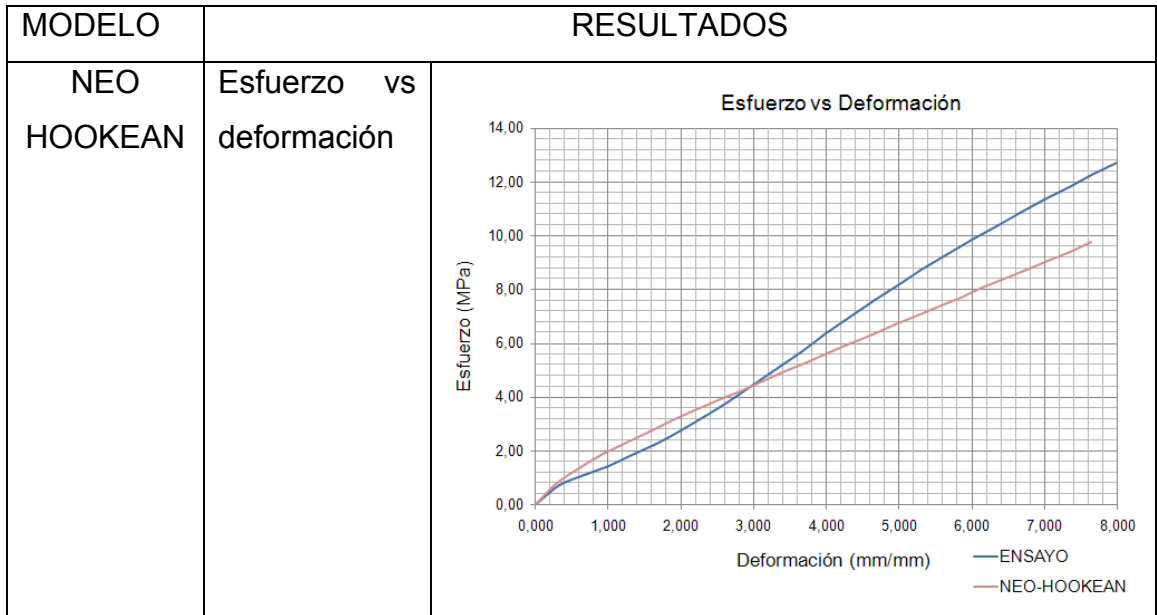
MODELO	RESULTADOS	
NEO HOOKEAN	Constantes	$\mu = 1.1309 \quad d = 0$
	Función	$W = \frac{1.1309}{2} (\bar{I}_1 - 3)$
	Deformación	

Tabla 9. Modelo Neo Hookean (Continuación)



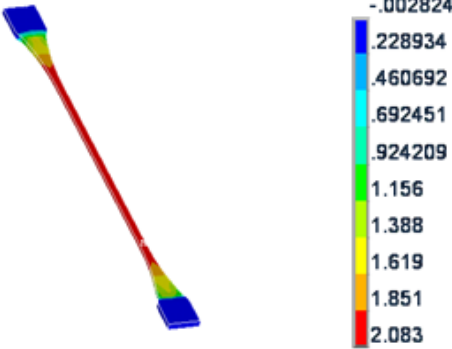
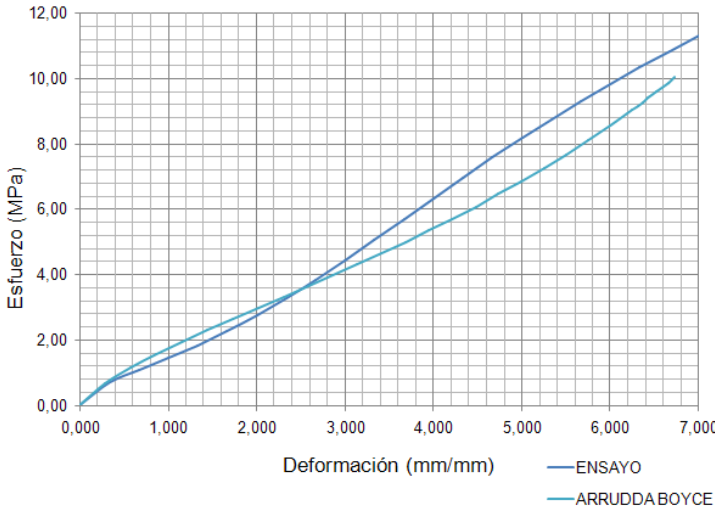
Acorde a la tabla 9, para el modelo Neo Hookean se puede ver que este caracteriza muy bien el comportamiento hasta deformaciones del 40%. Sin embargo, para deformaciones superiores, se puede observar que no existe consistencia ni exactitud en los resultados. Lo anterior se debe, a que este modelo es muy simple y por lo tanto no cuantifica los efectos de endurecimiento del material que se presentan cuando hay grandes deformaciones.

8.1.1.4. Modelo de Arruda Boyce: A continuación en la tabla 10 se presenta la ecuación deducida de la prueba de tensión uniaxial, para este modelo micromecánico.

En general, este modelo caracteriza el comportamiento del material hasta una deformación de alrededor del 680%. Sin embargo, se puede ver que la precisión no es muy buena, lo cual puede deberse a que este modelo deriva de un ensayo de resistencia mecánica, constantes y propiedades de la teoría molecular de los polímeros como lo son la densidad de cadena y el número de

enlaces rígidos. Por lo tanto, para mejorar la precisión, habría que caracterizar el material desde el punto de vista de su composición. De otro lado, es importante mencionar, que a pesar de lo dicho anteriormente, existe correspondencia en el límite de extención de cadena  $\lambda_L$  y la máxima deformación alcanzada (del 6.80) con la simulación del ensayo.

Tabla 10. Modelo de Arruda Boyce

MODELO	RESULTADOS	
ARRUDA BOYCE	Constantes	$\mu = 0.99198 \quad \lambda_L = 7.5513 \quad d = 0$
	Función	$W = 0.99198 \sum_{i=1}^5 \frac{C_i}{(7.5513)^{2i-2}} (\bar{I}_1 - 3^i)$
	Deformación	
ARRUDA BOYCE	Esfuerzo vs deformación	<p style="text-align: center;">Esfuerzo vs Deformación</p> 

8.1.1.5. Modelo de Gent: En la tabla 11 se presenta la ecuación y los resultados obtenidos al utilizar el modelo Gent. Este modelo presenta resultados totalmente inexactos y poco lógicos. Aunque en la gráfica esfuerzo deformación se puede alcanzar a apreciar la tendencia logarítmica de la función, los resultados son totalmente incoherentes, al arrojar valores de esfuerzo negativos.

Tabla 11. Modelo de Gent

MODELO	RESULTADOS	
GENT	Constantes	$\mu = -0.023072 \quad I_m = 1.9463 \quad d = 0$
	Función	$W = \frac{(-0.023072)(1.9463)}{6} \ln\left(1 - \frac{\bar{I}_1 - 3}{1.9463}\right)$
GENT	Deformación	
	Esfuerzo vs deformación	

8.1.1.6. Modelo de Ogden. A continuación, en las tablas de la 12 a la 14, se presenta la ecuación y los resultados obtenidos para los modelos de Ogden de uno, dos y tres términos. Solo se logran observar resultados lógicos para el modelo de un término.

Los resultados ilógicos arrojados por los modelos de dos y tres términos, puede deberse a que el ajuste se realizó con un solo ensayo. Es de notar, que al proveer el modelo con el ensayo a tensión uniaxial, solo se está caracterizando las deformaciones principales bajo este tipo de carga.

Tabla 12. Modelo de Ogden de un término

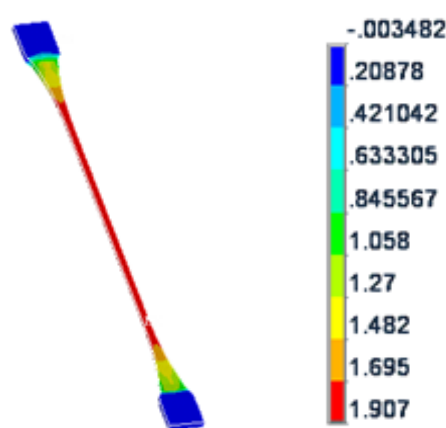
MODELO	RESULTADOS	
OGDEN 1	Constantes	$\mu_1 = 0,65697 \quad \alpha_1 = 2,3721 \quad d = 0$
	Función	$W = \frac{0,65697}{2,3721} (\bar{\lambda}_1^{2,3721} + \bar{\lambda}_2^{2,3721} + \bar{\lambda}_3^{2,3721} - 3)$
	Deformación	

Tabla 12. Modelo de Ogden de un término (Continuación)

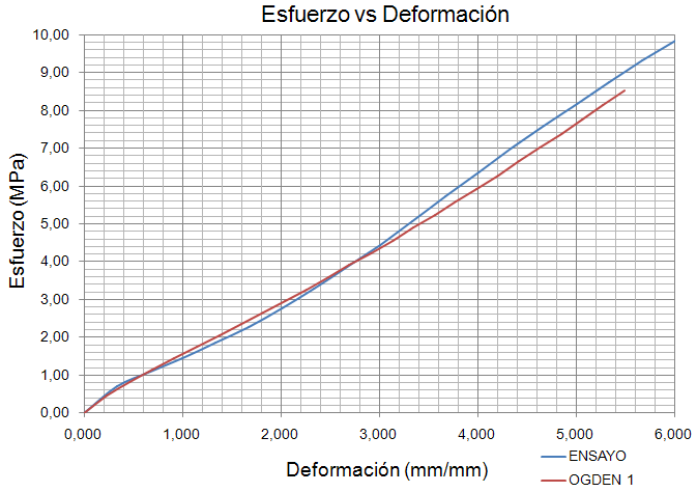
MODELO	RESULTADOS	
OGDEN 1	Esfuerzo vs deformación	

Tabla 13. Modelo de Ogden de dos términos

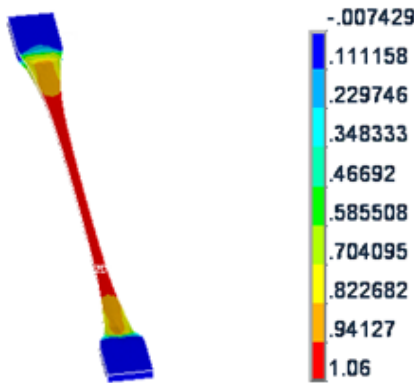
MODELO	RESULTADOS	
OGDEN 2	Constantes	$\mu_1 = 4,483 * 10^{-5} \quad \alpha_1 = 5,7128$ $\mu_2 = 4,5369 * 10^{-4} \quad \alpha_2 = 5,7171 \quad d_1 = 0 \quad d_2 = 0$
	Función	$W = \frac{4,483 * 10^{-5}}{5,7128} (\bar{\lambda}_1^{5,7128} + \bar{\lambda}_2^{5,7128} + \bar{\lambda}_3^{5,7128} - 3) +$ $\frac{4,5369 * 10^{-4}}{5,7171} (\bar{\lambda}_1^{5,7171} + \bar{\lambda}_2^{5,7171} + \bar{\lambda}_3^{5,7171} - 3)$
	Deformación	

Tabla 13. Modelo de Ogden de dos términos (Continuación)

MODELO	RESULTADOS	
OGDEN 2	Esfuerzo vs deformación	

Tabla 14. Modelo de Ogden de tres términos

MODELO	RESULTADOS	
OGDEN 3	Constantes	$\mu_1 = 1,2636 * 10^{-6} \quad \alpha_1 = 1,4121$ $\mu_2 = 2,9738 * 10^{-5} \quad \alpha_2 = 6,1289$ $\mu_3 = 1,7466e * 10^{-4} \quad \alpha_3 = 6,1088$ $d_1 = 0 \quad d_2 = 0 \quad d_3 = 0$
	Función	$W = \frac{1,2636 * 10^{-6}}{1,4121} (\bar{\lambda}_1^{1,4121} + \bar{\lambda}_2^{1,4121} + \bar{\lambda}_3^{1,4121} - 3) +$ $\frac{2,9738 * 10^{-5}}{6,1289} (\bar{\lambda}_1^{6,1289} + \bar{\lambda}_2^{6,1289} + \bar{\lambda}_3^{6,1289} - 3) +$ $\frac{1,7466e * 10^{-4}}{6,1088} (\bar{\lambda}_1^{6,1088} + \bar{\lambda}_2^{6,1088} + \bar{\lambda}_3^{6,1088} - 3)$



Tabla 14. Modelo de Ogden de tres términos (Continuación)

MODELO	RESULTADOS	
OGDEN 3	Deformación	
	Esfuerzo vs deformación	

Finalmente, una vez que se ha evaluado el ajuste de la curva esfuerzo deformación mediante los modelos explicados en el capítulo 5, se puede observar que los modelos que más se ajustan a los resultados, son los modelos de Mooney de tres constantes y el modelo de Yeoh de tres constantes. Para la simulación del buje blando, se utilizan los dos modelos, con la finalidad de ver cual proporciona el mejor resultado.

## 8.2. CONDICIONES DE CARGA DEL COMPONENTE

Para poder simular el buje blando por el método de elementos finitos, es necesario conocer los distintos tipos y condiciones de carga a las que está sometido el componente.

Tal y como se vio en la sección 7.4, los bujes blandos y monturas hechos de materiales de caucho son utilizados para brindar determinada rigidez a cargas radiales, cónicas, axiales y torsionales. En el caso del buje blando del sistema de suspensión del metro de Medellín, dicho elemento proporciona rigidez a este tipo de cargas y por lo tanto contribuye a la rigidez total de la suspensión en dirección longitudinal, transversal y vertical (Ver sección 7.3.).

Según el Grupo de Estudios en Mantenimiento Industrial GEMI de la Universidad EAFIT, en el documento estimación de flujo de cargas en los bujes blandos, para el sistema coordinado de la figura 7, se tienen los siguientes valores picos de carga aplicados sobre los bujes blandos.

Tabla 15. Valores picos de flujo de cargas

Carga	Curva		Tangente		Talleres		Unidades
	Max.	Min.	Max.	Min.	Max.	Min.	
Fx	7.132	-9.373	3.825	-5.242	7.081	-8.855	KN
Fy	9.523	-16.41	1.042	-1.078	2.067	-5.527	KN
Fz	1.918	-2.315	0.044	-0.121	0.7771	-0.775	KN
Tx	0.0618	-0.4941	0.0031	-0.0035	0.0501	-0.1747	KN m
Ty	0.3304	-0.3418	0.1554	-0.0301	0.1576	-0.0717	KN m
Tz	0.2927	-0.0698	0.0872	-0.0882	0.1866	-0.0419	KN m

GEMI Universidad EAFIT

Los valores picos de carga de la tabla 15, fueron obtenidos a partir de la simulación virtual del vehículo del Metro de Medellín en condiciones de

funcionamiento en tramos de vía curva, tangente y talleres (GEMI EAFIT PV-01, pág. 5). Sin embargo, se encuentra una anotación con respecto a los valores pico, la cual advierte que tales valores pueden deberse a inestabilidad numérica en la solución de la simulación (GEMI EAFIT PV-01, pág. 8). Sin embargo, la tabla 15 sirve para verificar que el buje blando efectivamente trabaja a cargas de tipo radial, cónica, axial y torsional.

### 8.3. ALCANCE DE LA SIMULACIONES Y METODOLOGÍA

Las simulaciones y análisis que a continuación se presentan, tienen como objeto determinar la rigidez del buje blando, en cargas de tipo cónica, axial, radial y torsional. La importancia de este análisis radica en que en base a estos se puede determinar mejoras en el desempeño de la suspensión del sistema férreo.

Tal y como se puede ver a continuación, la metodología que se sigue para los análisis, es simular para cada carga el comportamiento del buje utilizando el modelo de Yeoh y el modelo de Mooney. A partir de los resultados obtenidos, se evalúa la rigidez del sistema utilizando la ecuación (41) y se compara con los datos experimentales de rigidez suministrados por el grupo de Investigación GEMI. Luego para el modelo más exacto y apropiado, se muestran el resto de resultados obtenidos y se analizan con la finalidad de entender el comportamiento de los elementos de caucho y la influencia que estos ejercen sobre el comportamiento de los distintos componentes.

### 8.4. SIMULACIÓN A CARGA CÓNICA

El objetivo de esta simulación es conocer la respuesta y la rigidez del sistema a una carga de tipo cónica. Inicialmente se reproduce las pruebas realizadas por el GEMI de la Universidad EAFIT al buje blando, bajo los dos modelos de material seleccionados para el análisis, y luego con el modelo que arroja la

rigidez más adecuada, se procede a analizar el elemento bajo las condiciones reales de operación. Aunque el efecto y la respuesta del sistema es el mismo, lo anterior se hace con la finalidad de validar el modelo de material de la modelación y fijar un punto de referencia con la realidad del comportamiento del buje blando.

8.4.1. Geometría y condiciones de frontera. Para el análisis que busca conocer la rigidez del sistema y compararla con los resultados experimentales, es necesario considerar la hoja guía del sistema de suspensión tal y como se muestra en la figura 19. Esta, se utiliza en los ensayos experimentales, para generar una carga cónica al buje.

Inicialmente, se trató de definir para el análisis, la geometría con los contactos e interfaces correspondientes al ensamble que se pueden apreciar en la figura 17 y en el Anexo A, pero se presentaban dificultades en la convergencia, en el tiempo de ejecución y en la exactitud solución.

Para contrarrestar estos inconvenientes sin afectar la exactitud de los resultados, se consideró el eje principal y los dos ejes de acoplamiento como un solo elemento, debido a que estos se unen mediante una rosca que esta sobre el eje principal. De igual forma, se consideraron los bujes de acoplamiento y el buje separador como un solo cuerpo, ya que estos en su funcionamiento no se separan. Para mayor detalle ver figura 20.

Figura 19. Geometría y condiciones de frontera en ensayo de carga cónica

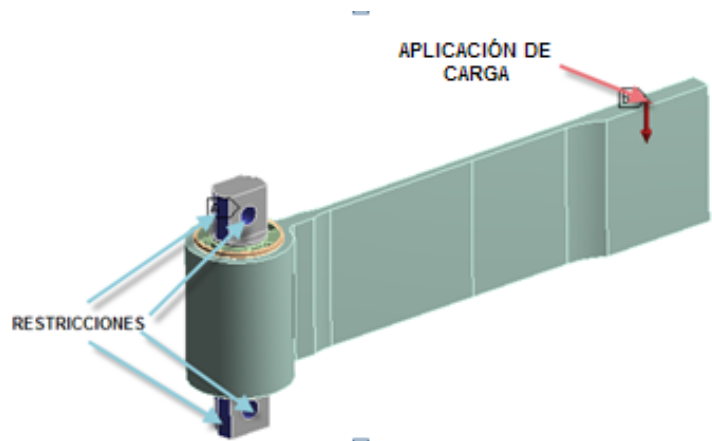
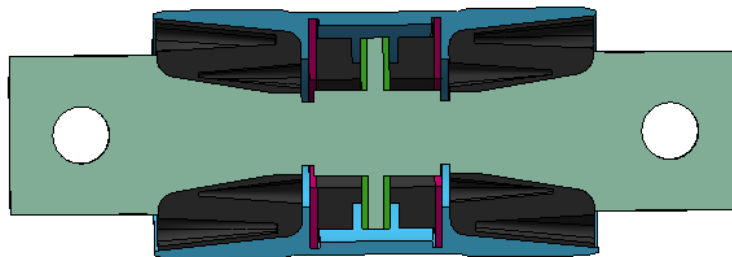


Figura 20. Geometría modificada

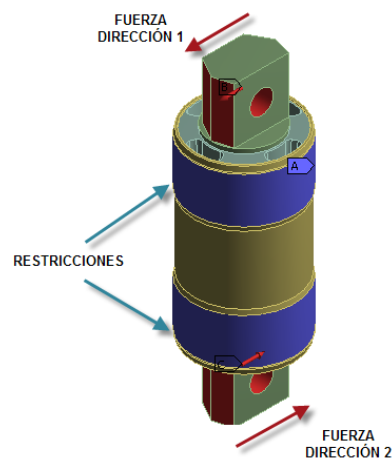


Es importante mencionar, que la geometría modificada (Figura 20), se mantiene para los otros análisis, ya que con estos, se presentó las mismas dificultades que con la simulación a carga cónica.

Las restricciones o apoyos para la simulación de los ensayos se puede observar en la figura 19 así como el punto de aplicación de la carga. En cuanto a las restricciones, se utiliza un apoyo tipo frictionless, el cual permite el deslizamiento en sentido paralelo a la cara de aplicación y restringe el movimiento en sentido perpendicular. Esto garantiza que el eje no tenga ningún desplazamiento.

De igual forma, para simular el comportamiento real del buje, una vez se tiene certeza de que el valor de rigidez es adecuado, se procede con la simulación bajo las condiciones de operación tal y como se muestra en la figura 21. En esta, se define un soporte fijo en las caras del buje, y se aplica una carga perpendicular al eje en cada extremo, en las caras y el agujero que están en contacto con la caja de grasa del sistema de suspensión.

Figura 21. Geometría y condiciones de frontera en carga cónica



En cuanto a la magnitud de aplicación de la fuerza para la simulación de la carga cónica que busca determinar la rigidez en esta carga (figura 19), se aplica una fuerza de 500 Newtons a una distancia del eje principal de 440 mm, lo que produce un momento sobre el buje de 220 N.m. Si bien, este momento es menor al máximo generado en condiciones de operación (Tabla 14), solo hasta este valor se puede obtener una solución por el método de los elementos finitos, debido a que factores como la geometría compleja y la caracterización del material en una sola dirección, afectan las propiedades de los elementos de la malla. En cuanto a la magnitud de fuerza aplicada para el caso de la figura 21, se imponen 1000 Newtons a cada lado, lo que genera un momento aproximadamente igual al aplicado en la simulación del ensayo.

8.4.2. Materiales de los componentes. Para el análisis del buje blando, se ingresan al análisis dos tipos de materiales. El primero es el caucho, cuyas propiedades se simulan mediante el modelo de Mooney de cinco constantes y el modelo de Yeoh de tres constantes. El segundo material es acero, para el cual se ingresa un módulo de elasticidad de 200 GPa y una razón de Poisson de 0.3.

8.4.3. Mallado de componentes. Para el mallado de la geometría, se utiliza el elemento SOLID 187 y SOLID 186, los cuales son elementos formulados para el análisis de sólidos elásticos e hiperelásticos. Para el mallado de todos los componentes, se utiliza el mallador automático del software de análisis, pero en el caso de los cauchos principales, debido a su geometría e importancia dentro del análisis, se les modifica el tamaño de los elementos, teniendo cuidado no perder el balance entre tiempo de ejecución y precisión del análisis. Para mayor información favor remitirse al Anexo A.

De otro lado, la consideración de interfaces y contactos se simplifica al realizar una fusión entre las mallas de todos los componentes del ensamble. Dicha fusión simplifica el análisis y favorece la obtención de los resultados, debido a que en análisis previos al presentado en este trabajo, se siguieron presentando dificultades de convergencia e inexactitud, al considerar los contactos que no fueron simplificados.

Es importante mencionar que al realizar tal fusión entre las mallas de los componentes del ensamble del buje blando, puede introducirse un comportamiento errático en la interface entre el eje y las arandelas superiores, debido a que en la realidad este es un contacto abierto. Para compensar tal error bajo la aplicación de carga cónica, se considera para cada arandela solo la mitad que está sometida a compresión, ya que si se considera la mitad que estaría sometida a tensión, se estaría introduciendo un error, debido a que en

la realidad el contacto eje arandela es abierto y por lo tanto no puede transmitir cargas a tensión.

A continuación en la tabla 16, se muestra el mallado realizado para cada uno de los componentes que intervienen en el análisis.

Tabla 16. Malla de cada componente

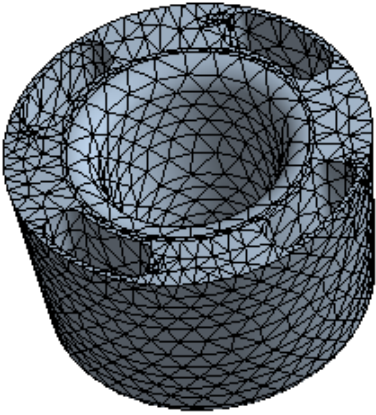
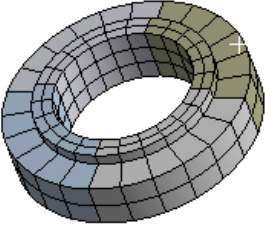
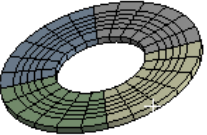
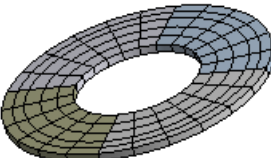
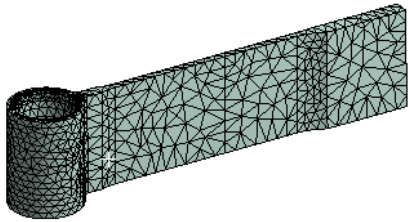
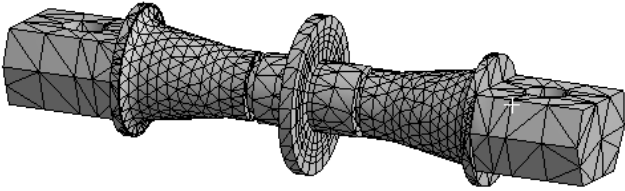
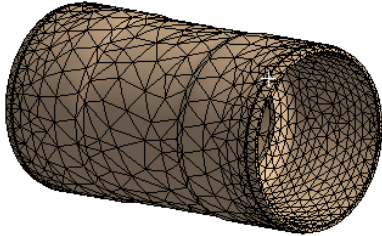
COMPONENTE	MALLA
CAUCHO PRINCIPAL	
CAUCHO SECUNDARIO (1/2)	
ARANDELA INFERIOR (1/2)	
ARANDELA SUPERIOR (1/2)	

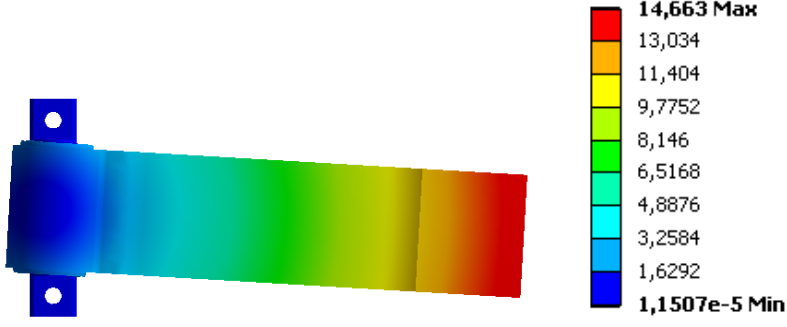
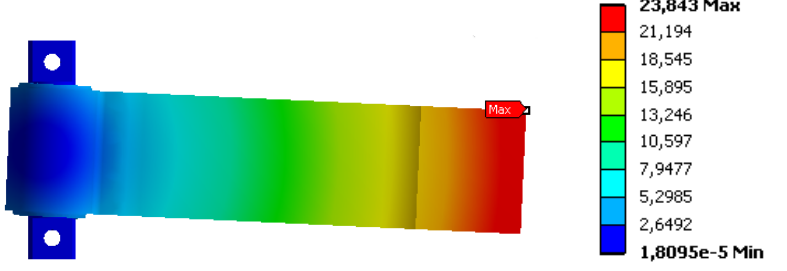


Tabla 16. Malla de cada componente (continuación)

COMPONENTE	MALLA
HOJA GUIA	
EJE GENERAL	
BUJE GENERAL	

8.4.4. Resultados. A continuación se presenta los resultados obtenidos para la simulación hecha a carga cónica. Con la finalidad de obtener los resultados que más se acercan a la realidad, inicialmente se calcula la rigidez del sistema obtenida con cada uno de los modelos ingresados para el elastómero. Luego a partir del resultado más aproximado, se presentan los resultados que reflejan el comportamiento del elemento bajo condiciones normales de carga.

Tabla 17. Desplazamientos en simulación de ensayo carga cónica

MODELO	DESPLAZAMIENTO (mm)			
Mooney 5				
	Rigidez (KN/mm)	0.0385	Rigidez teórica (KN/mm)	0.0276
Yeoh 3				
	Rigidez (KN/mm)	0.0209	Rigidez teórica (KN/mm)	0.0276

Tal como se puede apreciar en la tabla 17, el modelo de Yeoh proporciona un valor más exacto de rigidez. La rigidez se calcula utilizando la ecuación (41), ingresando la fuerza aplicada y el desplazamiento del punto de aplicación de la fuerza

Debido a que el modelo de Yeoh es el más adecuado para predecir el comportamiento bajo carga cónica, a continuación de la tabla 18 a la 23, se presenta el conjunto de resultados obtenidos con la simulación del buje blando bajo carga cónica, utilizando el método de Yeoh.

Tabla 18. Respuesta obtenida para el ensamble en general bajo carga cónica

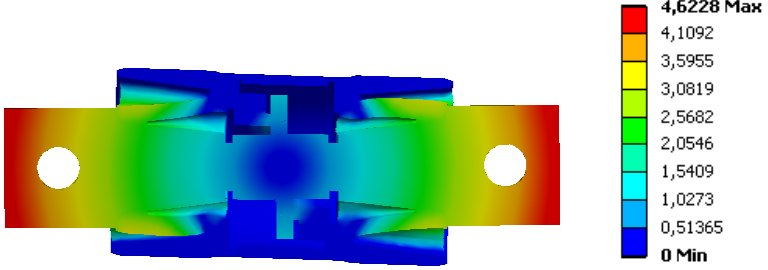
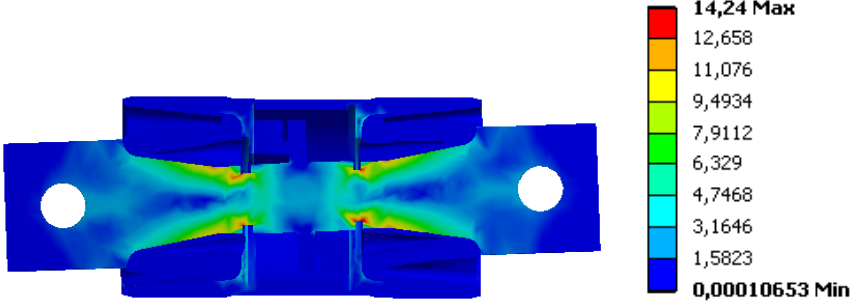
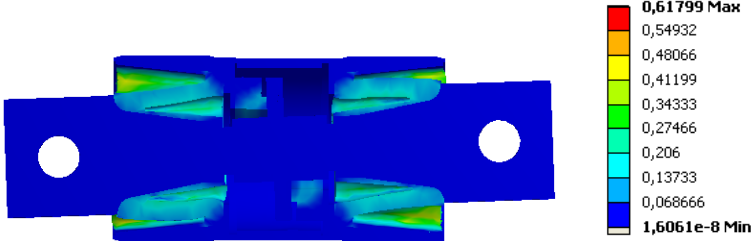
RESULTADO	BUJE BLANDO
Desplazamiento (mm)	 <p>4,6228 Max 4,1092 3,5955 3,0819 2,5682 2,0546 1,5409 1,0273 0,51365 0 Min</p>
Esfuerzo de Von Mises (MPa)	 <p>14,24 Max 12,658 11,076 9,4934 7,9112 6,329 4,7468 3,1646 1,5823 0,00010653 Min</p>
Deformación de Von Mises (mm/mm)	 <p>0,61799 Max 0,54932 0,48066 0,41199 0,34333 0,27466 0,206 0,13733 0,068666 1,6061e-8 Min</p>

Tabla 19. Resultados obtenidos para caucho principal bajo carga cónica

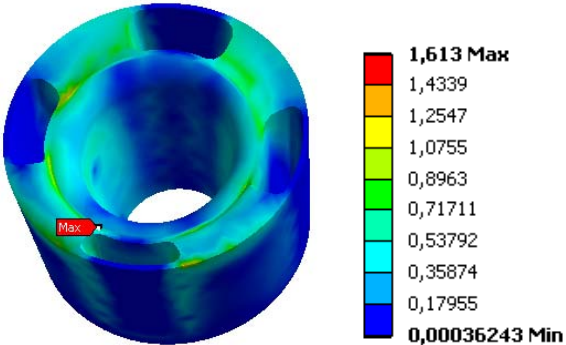
RESULTADO	CAUCHO PRINCIPAL
Esfuerzo de Von mises (MPa)	 <p>1,613 Max 1,4339 1,2547 1,0755 0,8963 0,71711 0,53792 0,35874 0,17955 0,00036243 Min</p>

Tabla 19. Resultados obtenidos para caucho principal (Continuación)

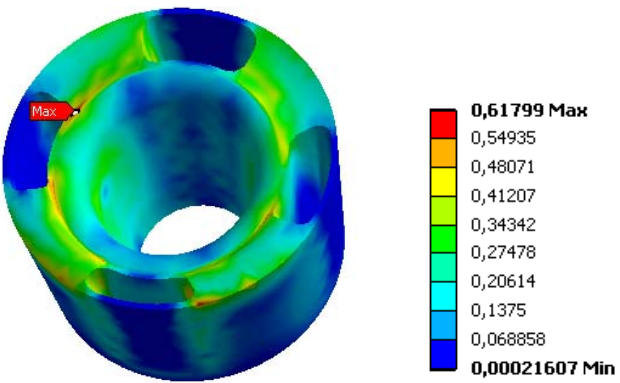
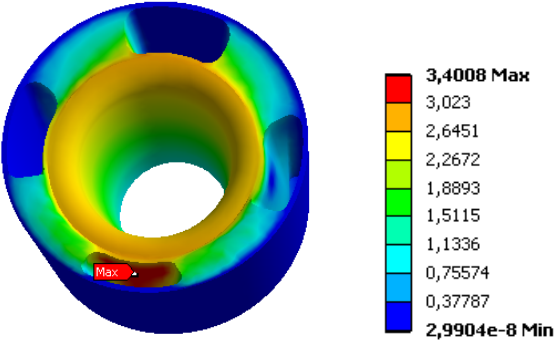
RESULTADO	CAUCHO PRINCIPAL
Deformación de Von Mises(mm/mm)	 <p>0,61799 Max 0,54935 0,48071 0,41207 0,34342 0,27478 0,20614 0,1375 0,068858 0,00021607 Min</p>
Desplazamiento(mm)	 <p>3,4008 Max 3,023 2,6451 2,2672 1,8893 1,5115 1,1336 0,75574 0,37787 2,9904e-8 Min</p>

Tabla 20. Resultados obtenidos para caucho secundario bajo carga cónica

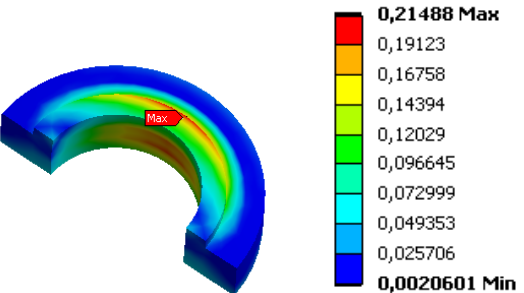
RESULTADO	CAUCHO SECUNDARIO
Esfuerzo de Von mises (MPa)	 <p>0,21488 Max 0,19123 0,16758 0,14394 0,12029 0,096645 0,072999 0,049353 0,025706 0,0020601 Min</p>

Tabla 20. Resultados obtenidos para caucho secundario (Continuación)

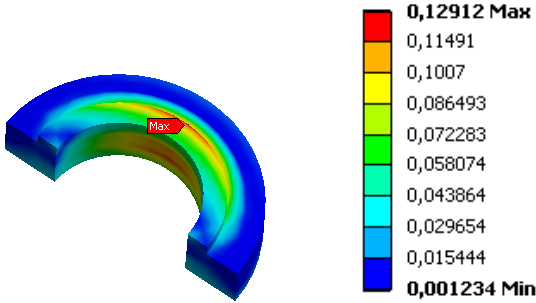
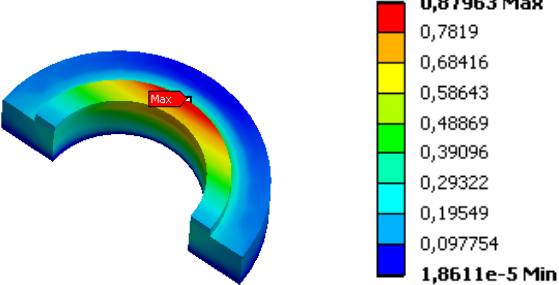
RESULTADO	CAUCHO SECUNDARIO
Deformación de Von Mises(mm/mm)	 <p>0,12912 Max 0,11491 0,1007 0,086493 0,072283 0,058074 0,043864 0,029654 0,015444 0,001234 Min</p>
Desplazamiento(mm)	 <p>0,87963 Max 0,7819 0,68416 0,58643 0,48869 0,39096 0,29322 0,19549 0,097754 1,8611e-5 Min</p>

Tabla 21. Resultados obtenidos para buje bajo carga cónica

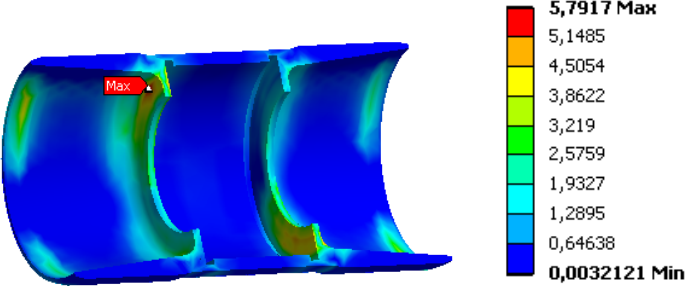
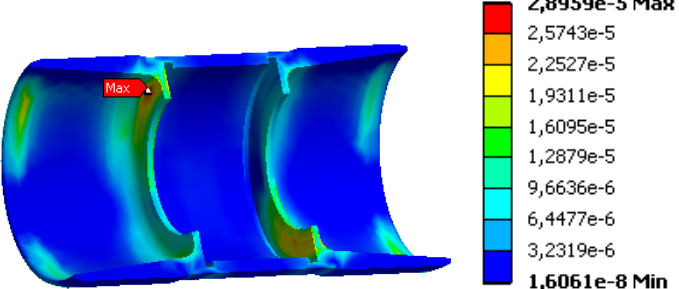
RESULTADO	BUJE ACERO
Esfuerzo de Von Mises (MPa)	 <p>5,7917 Max 5,1485 4,5054 3,8622 3,219 2,5759 1,9327 1,2895 0,64638 0,0032121 Min</p>
Deformación de Von Mises(mm/mm)	 <p>2,8959e-5 Max 2,5743e-5 2,2527e-5 1,9311e-5 1,6095e-5 1,2879e-5 9,6636e-6 6,4477e-6 3,2319e-6 1,6061e-8 Min</p>

Tabla 22. Resultados obtenidos para eje general bajo carga cónica

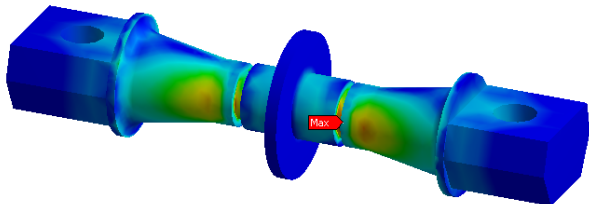
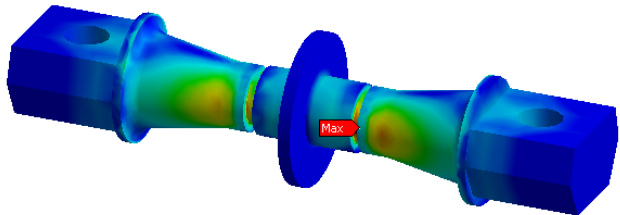
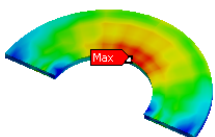
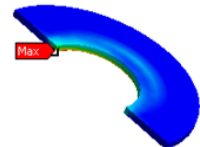
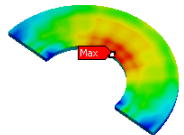
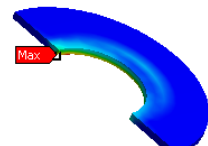
RESULTADO	EJE DE ACERO	
Esfuerzo de Von Mises (MPa)		<p><b>14,24 Max</b></p> <p>12,66</p> <p>11,079</p> <p>9,4987</p> <p>7,9182</p> <p>6,3377</p> <p>4,7572</p> <p>3,1767</p> <p>1,5962</p> <p><b>0,015765 Min</b></p>
Deformación de Von Mises (mm/mm)		<p><b>7,1201e-5 Max</b></p> <p>6,3298e-5</p> <p>5,5396e-5</p> <p>4,7493e-5</p> <p>3,9591e-5</p> <p>3,1688e-5</p> <p>2,3786e-5</p> <p>1,5884e-5</p> <p>7,9812e-6</p> <p><b>7,8823e-8 Min</b></p>

Tabla 23. Resultados obtenidos arandelas superior e inferior bajo carga cónica

RESULTADO	ARANDELA SUPERIOR	ARANDELA INFERIOR
Esfuerzo de von mises (MPa)		
Deformación de von mises (mm/m)		

8.4.5. Análisis de resultados. Tal y como lo muestra en la tabla 17, la mejor aproximación al valor de rigidez lo ofrece, el modelo de Yeoh, debido a que este ignora la segunda invariante de deformación y por ende los cambios en la función de energía de deformación quedan descritos por la primera invariante.

De otro lado, en la tabla 18, se puede observar el funcionamiento de todos los componentes en el contexto del ensamble. Al entrar una carga cónica de 220 Nm al sistema a través del eje, se puede ver como este la distribuye principalmente hacia los cauchos principales y en menor medida hacia las arandelas y cauchos secundarios. Una vez esta carga es transmitida al caucho, este se deforma evitando así que gran parte de la carga transmitida, se vaya al buje de acero. Tomando como referencia el eje principal, lo anterior se traduce en que el buje experimente esfuerzos del orden de 42.86%. Para generar tal reducción en los esfuerzos (de 57.14%) y por ende en el flujo de carga, el caucho principal se deforma alrededor del 60 %. De igual forma ocurre con las arandelas y el caucho secundario. El eje le transmite la carga a las arandelas inferiores generando en estas esfuerzos del orden 36.43% (Con referencia el eje). Estas a su vez transmiten la carga al caucho secundario generando en este una deformación del orden del 13% y finalmente la carga llega a las arandelas superiores generando en estas esfuerzos del orden de 21.43%. Para mayor información respecto a los resultados obtenidos, favor remitirse al Anexo A.

En la tabla 19, se puede observar para el caucho principal, que bajo este tipo de carga se genera una zona de compresión y otra de tensión. En cuanto a la zona sometida a tensión se observa que existe un esfuerzo alrededor de 5.71%, y una deformación del 60%, mientras que para la zona de compresión se genera un esfuerzo de alrededor del 11.43% a una deformación de también de alrededor del 60%. Tales resultados, reflejan el hecho que el caucho es mucho menos rígido a tensión que a compresión. Es importante también anotar que en la zona de compresión se puede notar un abultamiento debido a la

incompresibilidad del caucho. En cuanto al caucho secundario mostrado en la tabla 20, se puede observar que este trabaja a compresión, generándose un esfuerzo máximo del 1.5% en relación con el eje y una deformación del orden del 12%.

Finalmente se puede concluir, que el caucho principal es el mayor responsable de brindar la rigidez a carga cónica, debido a que este absorbe la mayor parte de la carga transmitida desde el eje. En cuanto al caucho secundario, se puede concluir que junto con el caucho principal brinda rigidez en sentido axial, evitando desplazamientos excesivos en este sentido debidos a la falta de rigidez a cortante del caucho principal.

## 8.5. SIMULACIÓN A CARGA AXIAL

Con la realización de esta simulación se busca conocer la rigidez y el comportamiento del buje bajo una carga axial. A continuación, se presenta el procedimiento y los resultados obtenidos.

8.5.1. Geometría y condiciones de frontera. Para este análisis, se considera el buje tal y como se muestra en la figura 21. La carga se aplica en la cara superior del eje y se restringe el movimiento en todas las direcciones en las caras del buje que entran en contacto con la hoja guía. Para este análisis, se consideran las mismas simplificaciones hechas anteriormente (Ver figura 20).

La magnitud de la carga aplicada es de 5000 N. Al igual que en la anterior simulación, se presentan los resultados obtenidos con esta carga, debido a que hasta este resultado se obtiene una convergencia en la solución.



8.5.2. Mallado del componentes. Para la realización de este análisis, se utiliza la misma malla presentada en la tabla 16. A diferencia del análisis anterior, se considera la geometría completa del conjunto arandela superior, caucho secundario y arandela inferior. Sin embargo, solo se considera el conjunto que trabaja a compresión, debido a que el que se encuentra ubicado al otro lado no tiene influencia sobre este tipo de carga, debido a la geometría de contacto abierto entre el eje y la arandela superior (Ver figura 22)

Figura 22. Geometría y condiciones de frontera en carga axial

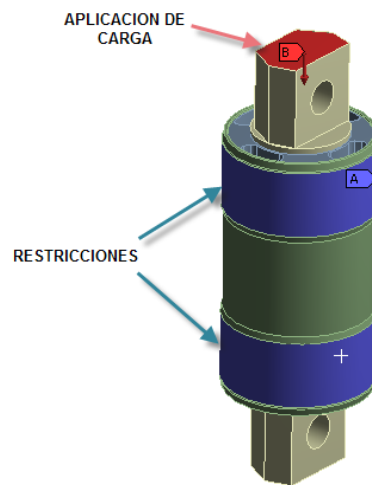
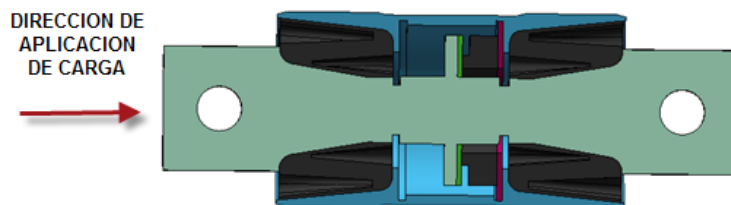
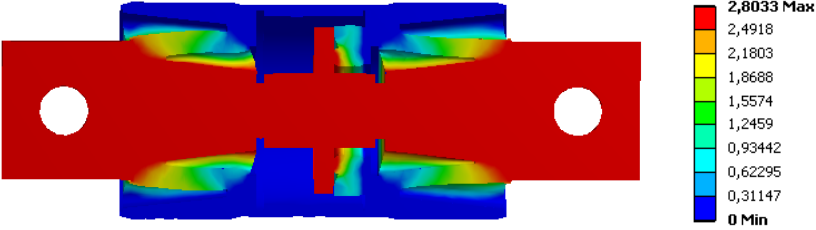
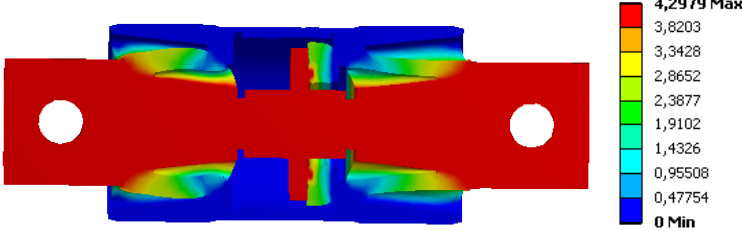


Figura 23. Consideración carga radial



8.5.3. Resultados. A continuación se presenta los resultados obtenidos para la simulación del buje bajo carga axial.

Tabla 24. Desplazamientos en simulación de ensayo carga axial

MODELO	DESPLAZAMIENTO (mm)			
MOONEY 5				
	Rigidez (KN/mm)	1.7836	Rigidez teórica (KN/mm)	2.3924
YEOH 3				
	Rigidez (KN/mm)	1.1633	Rigidez teórica (KN/mm)	2.3924

Acorde a la tabla 24, el modelo de Mooney proporciona un valor más exacto de rigidez, el cual es calculado utilizando la ecuación (41).

Debido a que el modelo de Mooney es el más exacto en predecir el comportamiento bajo carga axial, a continuación, de la tabla 25 a la 30 se presenta el conjunto de resultados obtenidos para esta simulación utilizando el modelo de Mooney.

Tabla 25. Respuesta obtenida para el ensamble en general bajo carga axial

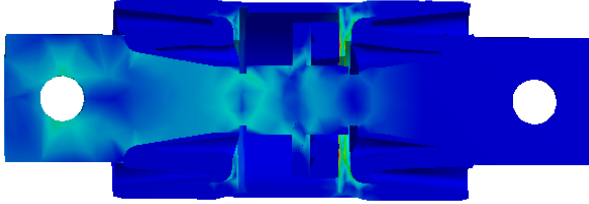
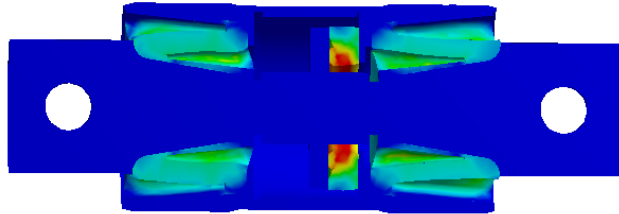
RESULTADO	BUJE BLANDO
Esfuerzo de Von Mises (MPa)	 <div style="display: flex; align-items: center;"> <div style="width: 100px; height: 100px; border: 1px solid black; margin-right: 10px;"></div> <div style="font-size: 8px;"> <p><b>28,046 Max</b></p> <p>24,93</p> <p>21,813</p> <p>18,697</p> <p>15,581</p> <p>12,465</p> <p>9,3487</p> <p>6,2326</p> <p>3,1164</p> <p><b>0,00022625 Min</b></p> </div> </div>
Deformación de Von Mises (mm/mm)	 <div style="display: flex; align-items: center;"> <div style="width: 100px; height: 100px; border: 1px solid black; margin-right: 10px;"></div> <div style="font-size: 8px;"> <p><b>0,49178 Max</b></p> <p>0,43714</p> <p>0,38249</p> <p>0,32785</p> <p>0,27321</p> <p>0,21857</p> <p>0,16393</p> <p>0,10928</p> <p>0,054642</p> <p><b>3,6827e-9 Min</b></p> </div> </div>

Tabla 26. Resultados obtenidos para cauchos principales bajo carga axial

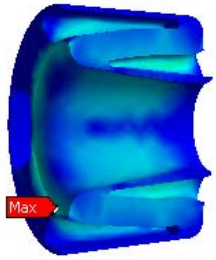
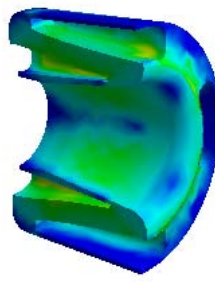
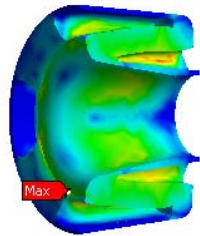
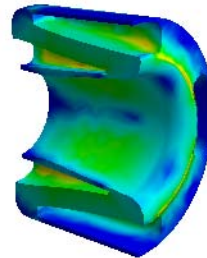
	CAUCHO PRINCIPAL (SUPERIOR)	CAUCHO PRINCIPAL (INFERIOR)
Esfuerzo de Von Mises (Mpa)	 <div style="display: flex; align-items: center;"> <div style="width: 100px; height: 100px; border: 1px solid black; margin-right: 10px;"></div> <div style="font-size: 8px;"> <p><b>2,5267 Max</b></p> <p>2,246</p> <p>1,9653</p> <p>1,6846</p> <p>1,4038</p> <p>1,1231</p> <p>0,8424</p> <p>0,56167</p> <p>0,28095</p> <p><b>0,00022625 Min</b></p> </div> </div>	 <div style="display: flex; align-items: center;"> <div style="width: 100px; height: 100px; border: 1px solid black; margin-right: 10px;"></div> <div style="font-size: 8px;"> <p><b>0,97458 Max</b></p> <p>0,86633</p> <p>0,75807</p> <p>0,64982</p> <p>0,54156</p> <p>0,43331</p> <p>0,32505</p> <p>0,2168</p> <p>0,10854</p> <p><b>0,00028408 Min</b></p> </div> </div>
Deformación de Von Mises (mm/mm)	 <div style="display: flex; align-items: center;"> <div style="width: 100px; height: 100px; border: 1px solid black; margin-right: 10px;"></div> <div style="font-size: 8px;"> <p><b>0,33532 Max</b></p> <p>0,29807</p> <p>0,26082</p> <p>0,22358</p> <p>0,18633</p> <p>0,14908</p> <p>0,11183</p> <p>0,074582</p> <p>0,037334</p> <p><b>8,5358e-5 Min</b></p> </div> </div>	 <div style="display: flex; align-items: center;"> <div style="width: 100px; height: 100px; border: 1px solid black; margin-right: 10px;"></div> <div style="font-size: 8px;"> <p><b>0,34977 Max</b></p> <p>0,31092</p> <p>0,27207</p> <p>0,23322</p> <p>0,19437</p> <p>0,15551</p> <p>0,11666</p> <p>0,077811</p> <p>0,038959</p> <p><b>0,00010719 Min</b></p> </div> </div>

Tabla 26. Resultados obtenidos para cauchos principales (Continuación)

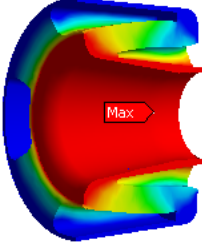
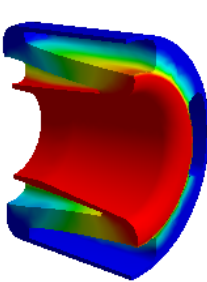
	CAUCHO PRINCIPAL (SUPERIOR)	CAUCHO PRINCIPAL (INFERIOR)
Desplazamientos (mm)	 <ul style="list-style-type: none"> <li>2,8033 Max</li> <li>2,4918</li> <li>2,1803</li> <li>1,8688</li> <li>1,5574</li> <li>1,2459</li> <li>0,93442</li> <li>0,62295</li> <li>0,31147</li> <li>5,483e-8 Min</li> </ul>	 <ul style="list-style-type: none"> <li>2,798 Max</li> <li>2,4871</li> <li>2,1762</li> <li>1,8653</li> <li>1,5544</li> <li>1,2435</li> <li>0,93265</li> <li>0,62177</li> <li>0,31088</li> <li>8,1748e-8 Min</li> </ul>

Tabla 27. Resultados obtenidos para caucho secundario bajo carga axial

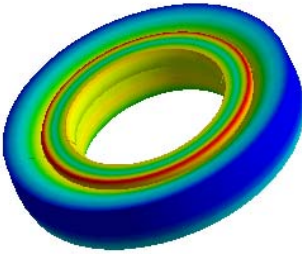
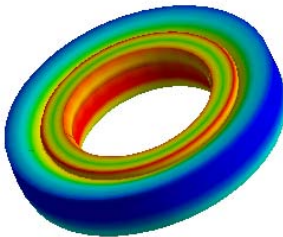
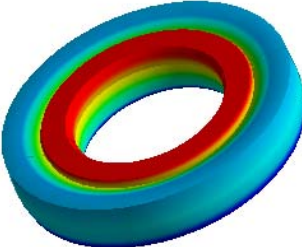
RESULTADO	CAUCHO SECUNDARIO
Esfuerzo de Von Mises (MPa)	 <ul style="list-style-type: none"> <li>1,9089 Max</li> <li>1,7135</li> <li>1,518</li> <li>1,3226</li> <li>1,1271</li> <li>0,93169</li> <li>0,73625</li> <li>0,54081</li> <li>0,34537</li> <li>0,14993 Min</li> </ul>
Deformación de VON Mises(mm/mm)	 <ul style="list-style-type: none"> <li>0,49178 Max</li> <li>0,44294</li> <li>0,3941</li> <li>0,34526</li> <li>0,29642</li> <li>0,24758</li> <li>0,19874</li> <li>0,1499</li> <li>0,10106</li> <li>0,052224 Min</li> </ul>
Desplazamientos (mm)	 <ul style="list-style-type: none"> <li>2,774 Max</li> <li>2,4659</li> <li>2,1577</li> <li>1,8496</li> <li>1,5415</li> <li>1,2333</li> <li>0,92521</li> <li>0,61708</li> <li>0,30895</li> <li>0,00081896 Min</li> </ul>

Tabla 28. Resultados obtenidos para buje bajo carga axial

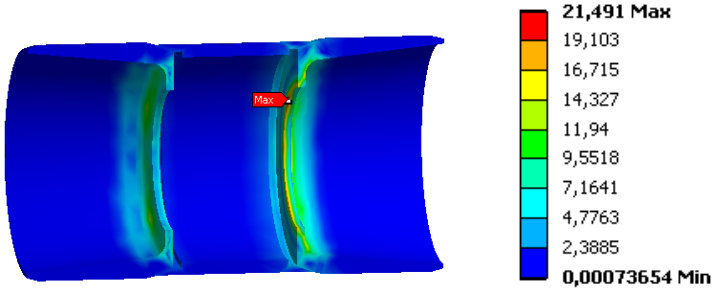
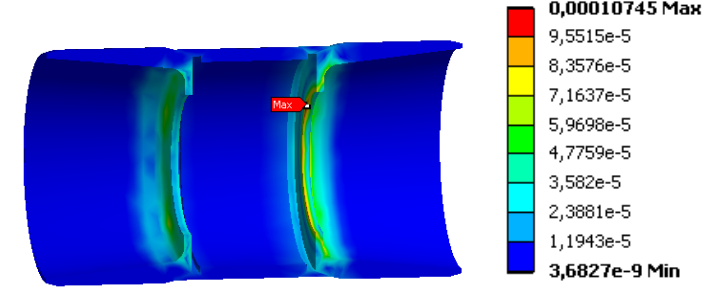
RESULTADO	BUJE ACERO
Esfuerzo de Von Mises (MPa)	
Deformación de Von Mises (mm/mm)	

Tabla 29. Resultados obtenidos para eje general bajo carga axial

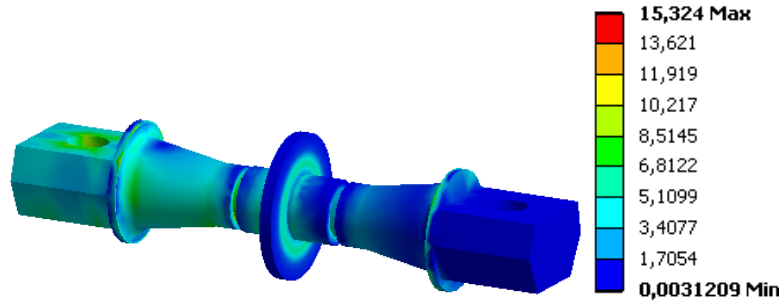
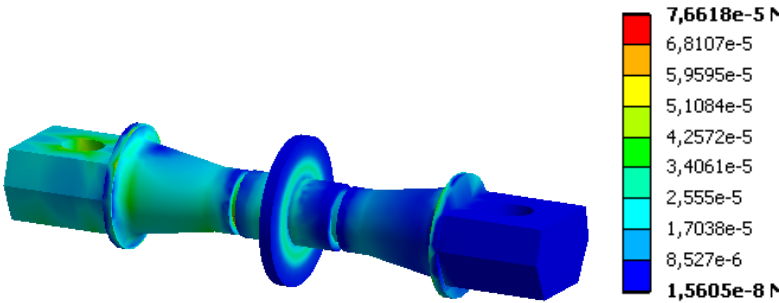
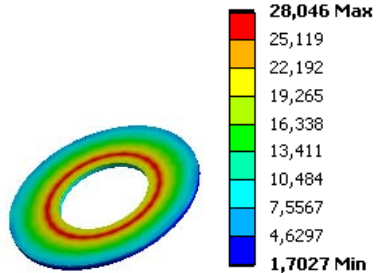
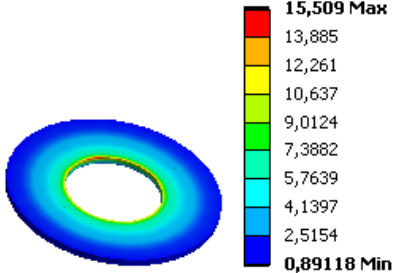
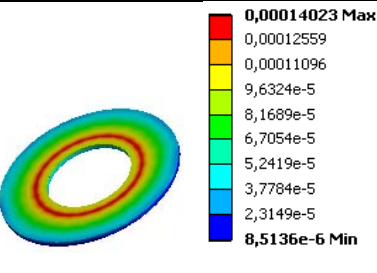
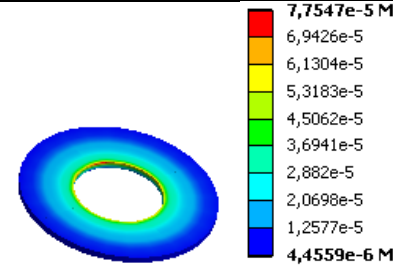
RESULTADO	EJE DE ACERO
Esfuerzo de Von Mises (MPa)	
Deformación de Von Mises (mm/mm)	

Tabla 30. Resultados obtenidos para arandelas bajo carga axial

	ARANDELA SUPERIOR	ARANDELA INFERIOR
Esfuerzo de von mises (MPa)	 <p>28,046 Max 25,119 22,192 19,265 16,338 13,411 10,484 7,5567 4,6297 1,7027 Min</p>	 <p>15,509 Max 13,885 12,261 10,637 9,0124 7,3882 5,7639 4,1397 2,5154 0,89118 Min</p>
Deformación de von mises (mm/mm)	 <p>0,00014023 Max 0,00012559 0,00011096 9,6324e-5 8,1689e-5 6,7054e-5 5,2419e-5 3,7784e-5 2,3149e-5 8,5136e-6 Min</p>	 <p>7,7547e-5 Max 6,9426e-5 6,1304e-5 5,3183e-5 4,5062e-5 3,6941e-5 2,882e-5 2,0698e-5 1,2577e-5 4,4559e-6 Min</p>

8.5.4. Análisis de resultados. Acorde a los resultados de la tabla 24, el mejor valor de rigidez lo ofrece el modelo de Mooney. Esto se debe a que en esta carga los componentes de caucho están sometidos a varios tipos de carga los cuales tienden a deformarlos de varias formas, por lo que el modelo de Mooney por estar definido en función de dos invariantes, puede cuantificar mejor que el modelo de Yeoh los efectos tales las cargas. Aunque el valor refleja el comportamiento del buje en la realidad, este no es del todo confiable, por lo que para realizar una mejor predicción se debe caracterizar el material bajo el efecto de otras cargas (Ensayo a cortante, biaxial, etc.), especialmente a carga cortantes, ya que en este tipo de carga hay efectos de cortante considerables sobre el caucho principal. Además, al observar tal diferencia en los resultados arrojados por lo modelos se puede afirmar que bajo este tipo de carga, los cauchos del sistema son más sensibles a los cambios en la densidad de energía de deformación, debidos a la primera y segunda invariante.

Pasando a la tabla 25, se puede observar la respuesta de todos los componentes en el contexto del ensamble. Al aplicar una carga axial de 5000 N

al sistema a través del eje, se puede ver como este a través del caucho principal de la izquierda (o superior), la arandela inferior, el caucho secundario y la arandela superior, distribuye la carga en el buje principal. Además, se puede apreciar, que a través del caucho secundario y las arandelas, fluye gran parte de la carga, generando en el buje un esfuerzo de alrededor de 137.08% (tomando como referencia el que se genera en el eje). Tal tendencia a incrementar el esfuerzo, se debe a la incompresibilidad del caucho secundario y el cambio en el área entre la arandela superior y el buje. Es de notar que el caucho secundario asume deformaciones por la carga a compresión del orden del 50% cerca de la zona del diámetro interno.

Pasando a la tabla 26, como bien se vio en la teoría de los bujes y monturas hechos de caucho, estos tipos de elementos tienden a tener una rigidez muy baja a cargas de tipo cortante. Tal afirmación se ve reflejada en el comportamiento de los cauchos principales. El caucho de la izquierda, como se puede apreciar, tiende a tener una rigidez más baja que el de la derecha. Aunque ambos presentan aproximadamente las mismas magnitudes en sus máximos de deformación (33%) y desplazamientos, debido a que están conectados al eje. En cuanto a los valores de esfuerzo, se presentan magnitudes diferentes debido a que el caucho principal de la derecha tiende a comprimirse contra las paredes del buje, mientras que en el de la izquierda tiende a tensionarse por su contacto fijo al buje. Sin embargo, ambos también se someten a fuerzas cortantes.

De otro lado, en la tabla 27, se puede ver claramente los efectos de la carga a compresión sobre el caucho secundario. En este se genera esfuerzos del orden de 12.4% (referencia el eje) y deformaciones hasta del 50%. Este elemento proporciona rigidez adicional al sistema bajo este tipo de carga, evitando que los cauchos principales se sometan a un cortante excesivo.

En cuanto a los demás resultados, en las tablas de la 28 a la 30 se puede apreciar el efecto de la carga sobre los demás componentes del sistema.

Sobresale entre estos, la distribución de esfuerzos generada sobre el eje. Tal distribución refleja el hecho de que gran parte de la carga que entra a través del eje, es finalmente desviada hacia el buje por el conjunto de arandelas y el caucho secundario.

## 8.6. SIMULACIÓN A CARGA RADIAL

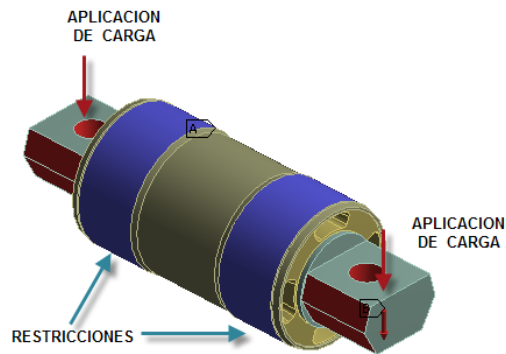
Con la realización de esta simulación se busca conocer la rigidez y el comportamiento del buje en general bajo una carga radial. A continuación se presentan los resultados conseguidos al realizar esta simulación

8.6.1. Geometría y condiciones de frontera. Para la realización de este análisis, se considera el buje tal y como se muestra en la figura 23. La carga se aplica en las caras del eje que entran en contacto con la caja de grasa del sistema de suspensión y se restringe el movimiento en todas las direcciones en las caras del buje que entran en contacto con la hoja guía. Para este análisis, se consideran las mismas simplificaciones hechas anteriormente (Ver figura 20).

La magnitud de la carga aplicada es de 5000 N. Al igual que en las anteriores simulaciones, se presentan los resultados obtenidos con esta carga, debido a que hasta este resultado se obtiene una convergencia en la solución.



Figura 24. Geometría y condiciones de frontera en carga radial



8.6.2. Mallado del componentes. Para la realización de este análisis se utiliza la misma malla presentada en la tabla 15. A diferencia de los análisis anteriores, para este se consideran todos los elementos del buje, ya que bajo este tipo de carga cada uno tiene una influencia directa en el funcionamiento del sistema

8.6.3. Resultados. A continuación de a se presenta los resultados obtenidos para la simulación de este tipo de carga.

Tabla 31. Desplazamientos en simulación carga radial

MODELO	DESPLAZAMIENTO (mm)			
MOONEY 5				
	Rigidez (KN/mm)	2.6171	Rigidez teórica (KN/mm)	1.800

Tabla 31. Desplazamientos en simulación carga radial (Continuación)

MODELO	DESPLAZAMIENTO (mm)			
YEOH 3				
	Rigidez (KN/mm)	1.6387	Rigidez teórica (KN/mm)	1.800

Debido a que el modelo de Yeoh da un mejor valor de rigidez en relación con el comportamiento real del elemento, a continuación se muestran los demás resultados obtenidos con este modelo.

Tabla 32. Respuesta obtenida para el ensamble en general bajo carga radial

RESULTADO	BUJE BLANDO	
Esfuerzo de Von Mises (MPa)		
Deformación de Von Mises (mm/mm)		

Tabla 33. Resultados obtenidos para cauchos principales bajo carga radial

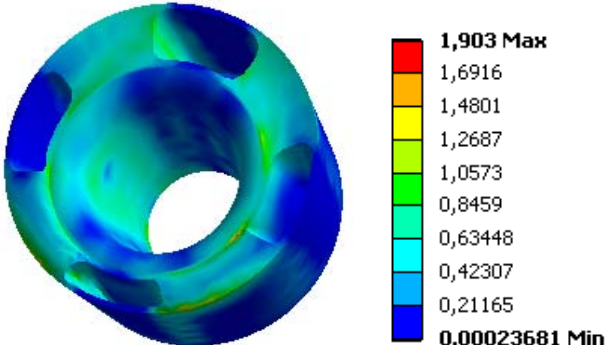
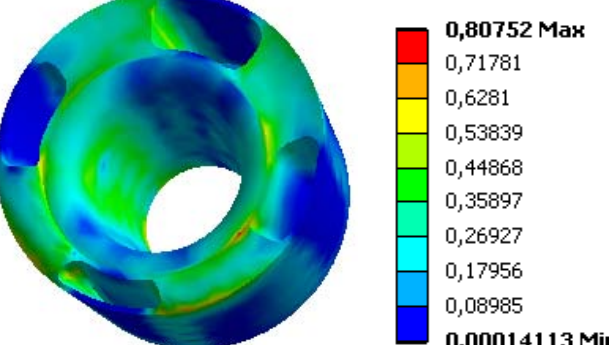
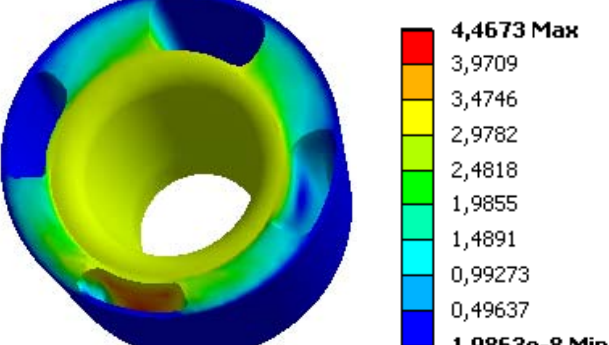
RESULTADO	CAUCHO PRINCIPAL
Esfuerzo de Von Mises (MPa)	 <p>1,903 Max 1,6916 1,4801 1,2687 1,0573 0,8459 0,63448 0,42307 0,21165 0,00023681 Min</p>
Deformación de Von Mises (mm/mm)	 <p>0,80752 Max 0,71781 0,6281 0,53839 0,44868 0,35897 0,26927 0,17956 0,08985 0,00014113 Min</p>
Desplazamientos (mm)	 <p>4,4673 Max 3,9709 3,4746 2,9782 2,4818 1,9855 1,4891 0,99273 0,49637 1,9863e-8 Min</p>

Tabla 34. Resultados obtenidos para caucho secundario bajo carga radial

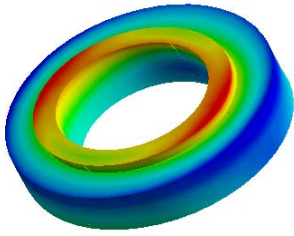
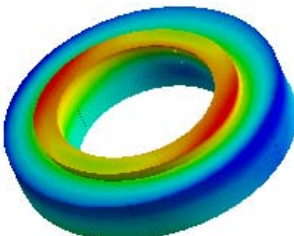
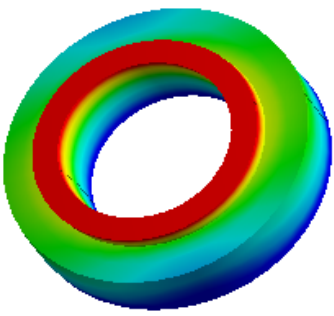
RESULTADO	CAUCHO SECUNDARIO
Esfuerzo de Von Mises (MPa)	 <p>0,61954 Max 0,55107 0,4826 0,41413 0,34566 0,27719 0,20872 0,14025 0,071784 0,0033152 Min</p>
Deformación de Von Mises (mm/mm)	 <p>0,35484 Max 0,31563 0,27642 0,23722 0,19801 0,1588 0,11959 0,080387 0,04118 0,0019733 Min</p>
Desplazamientos (mm)	 <p>2,9173 Max 2,5931 2,269 1,9449 1,6207 1,2966 0,97246 0,64833 0,3242 6,1745e-5 Min</p>

Tabla 35. Resultados obtenidos para buje de acero bajo carga radial

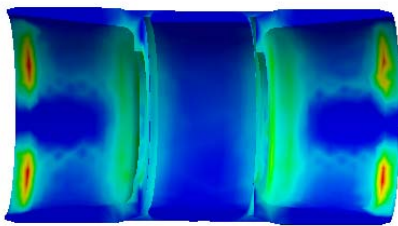
RESULTADO	BUJE ACERO
Esfuerzo de Von Mises (MPa)	 <p>6,0322 Max 5,3625 4,6928 4,0231 3,3533 2,6836 2,0139 1,3442 0,67444 0,0047144 Min</p>

Tabla 35. Resultados obtenidos para buje de acero (Continuación)

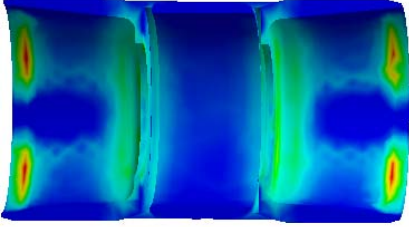
RESULTADO	BUJE ACERO
Deformación de Von Mises (mm/mm)	 <div style="display: flex; align-items: center;"> <div style="width: 20px; height: 20px; background-color: red; margin-right: 5px;"></div> <b>3,0161e-5 Max</b>  <div style="width: 20px; height: 20px; background-color: orange; margin-right: 5px;"></div> 2,6813e-5  <div style="width: 20px; height: 20px; background-color: yellow; margin-right: 5px;"></div> 2,3464e-5  <div style="width: 20px; height: 20px; background-color: lightgreen; margin-right: 5px;"></div> 2,0115e-5  <div style="width: 20px; height: 20px; background-color: green; margin-right: 5px;"></div> 1,6767e-5  <div style="width: 20px; height: 20px; background-color: lightblue; margin-right: 5px;"></div> 1,3418e-5  <div style="width: 20px; height: 20px; background-color: cyan; margin-right: 5px;"></div> 1,0069e-5  <div style="width: 20px; height: 20px; background-color: blue; margin-right: 5px;"></div> 6,7208e-6  <div style="width: 20px; height: 20px; background-color: darkblue; margin-right: 5px;"></div> 3,3722e-6  <div style="width: 20px; height: 20px; background-color: black; margin-right: 5px;"></div> <b>2,3572e-8 Min</b> </div>

Tabla 36. Resultados obtenidos para eje de acero bajo carga radial

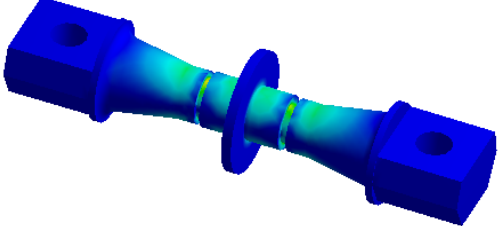
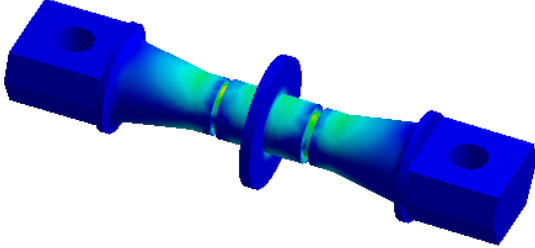
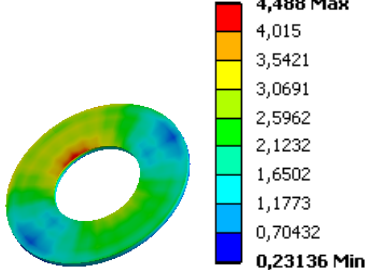
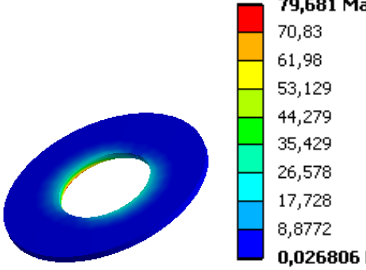
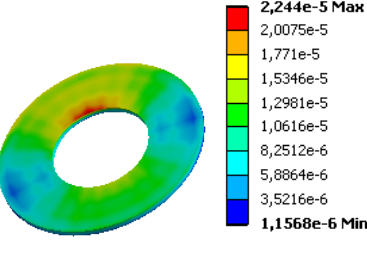
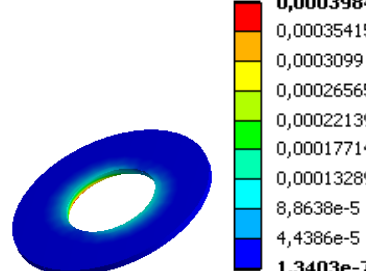
RESULTADO	EJE DE ACERO
Esfuerzo de Von Mises (MPa)	 <div style="display: flex; align-items: center;"> <div style="width: 20px; height: 20px; background-color: red; margin-right: 5px;"></div> <b>138,05 Max</b>  <div style="width: 20px; height: 20px; background-color: orange; margin-right: 5px;"></div> 122,71  <div style="width: 20px; height: 20px; background-color: yellow; margin-right: 5px;"></div> 107,38  <div style="width: 20px; height: 20px; background-color: lightgreen; margin-right: 5px;"></div> 92,042  <div style="width: 20px; height: 20px; background-color: green; margin-right: 5px;"></div> 76,706  <div style="width: 20px; height: 20px; background-color: lightblue; margin-right: 5px;"></div> 61,371  <div style="width: 20px; height: 20px; background-color: cyan; margin-right: 5px;"></div> 46,036  <div style="width: 20px; height: 20px; background-color: blue; margin-right: 5px;"></div> 30,7  <div style="width: 20px; height: 20px; background-color: darkblue; margin-right: 5px;"></div> 15,365  <div style="width: 20px; height: 20px; background-color: black; margin-right: 5px;"></div> <b>0,029889 Min</b> </div>
Deformación de Von Mises (mm/mm)	 <div style="display: flex; align-items: center;"> <div style="width: 20px; height: 20px; background-color: red; margin-right: 5px;"></div> <b>0,00069024 Max</b>  <div style="width: 20px; height: 20px; background-color: orange; margin-right: 5px;"></div> 0,00061356  <div style="width: 20px; height: 20px; background-color: yellow; margin-right: 5px;"></div> 0,00053688  <div style="width: 20px; height: 20px; background-color: lightgreen; margin-right: 5px;"></div> 0,00046021  <div style="width: 20px; height: 20px; background-color: green; margin-right: 5px;"></div> 0,00038353  <div style="width: 20px; height: 20px; background-color: lightblue; margin-right: 5px;"></div> 0,00030686  <div style="width: 20px; height: 20px; background-color: cyan; margin-right: 5px;"></div> 0,00023018  <div style="width: 20px; height: 20px; background-color: blue; margin-right: 5px;"></div> 0,0001535  <div style="width: 20px; height: 20px; background-color: darkblue; margin-right: 5px;"></div> 7,6826e-5  <div style="width: 20px; height: 20px; background-color: black; margin-right: 5px;"></div> <b>1,4944e-7 Min</b> </div>

Tabla 37. Resultados obtenidos para arandelas bajo carga radial

	ARANDELA SUPERIOR	ARANDELA INFERIOR
Esfuerzo de von mises (MPa)	 <p>4,488 Max 4,015 3,5421 3,0691 2,5962 2,1232 1,6502 1,1773 0,70432 0,23136 Min</p>	 <p>79,681 Max 70,83 61,98 53,129 44,279 35,429 26,578 17,728 8,8772 0,026806 Min</p>
Deformación de von mises (mm/m)	 <p>2,244e-5 Max 2,0075e-5 1,771e-5 1,5346e-5 1,2981e-5 1,0616e-5 8,2512e-6 5,8864e-6 3,5216e-6 1,1568e-6 Min</p>	 <p>0,0003984 Max 0,00035415 0,0003099 0,00026565 0,00022139 0,00017714 0,00013289 8,8638e-5 4,4386e-5 1,3403e-7 Min</p>

8.6.4. Análisis de resultados. La respuesta del componente bajo este tipo de carga, es bastante similar a la obtenida en el análisis a carga cónica. Aunque las magnitudes de desplazamiento y esfuerzo se incrementan, la distribución de la fuerza a lo largo del sistema tiende a seguir el mismo patrón que en la carga cónica. Además, también se puede apreciar claramente que el caucho principal presenta una zona a tensión y otra zona a compresión, presentando deformaciones del orden del 80%.

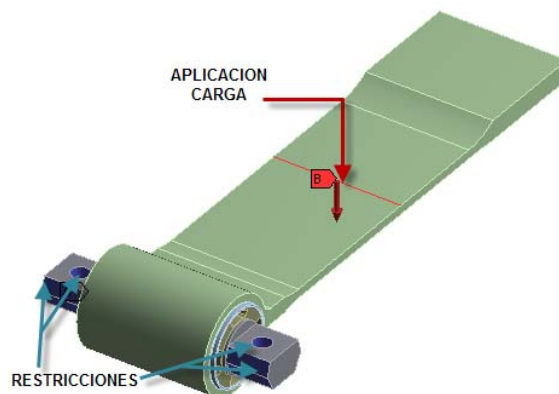
Sin embargo, la única diferencia que existe, es que los cauchos secundarios tienden a aumentar la rigidez, debido a que están sometidos a una fuerza cortante, que se transmite desde el eje a la arandela inferior. Esta fuerza hace que produzcan en los caucho deformaciones del orden del 35%.

## 8.7. SIMULACIÓN A CARGA TORSIONAL

En esta simulación se busca cuantificar la rigidez a cortante del buje blando. A continuación se presentan las consideraciones asumidas y los resultados obtenidos

8.7.1. Geometría y condiciones de frontera. Para este análisis, se considera el buje tal y como se muestra en la figura 24. En este análisis, se considera la presencia de la hoja guía para aplicar una carga de 300N, a una distancia de 25 cm y así generar un momento de torsión sobre el buje de 75 Nm. Además, se restringe el movimiento en las caras y el agujero que están en contacto con la caja de grasa, esto hace que el permanezca fijo.

Figura 25. Geometría y condiciones de frontera en carga torsional



8.7.2. Mallado del componentes. Para la realización de este análisis, se utiliza la misma malla presentada en la tabla 15. En esta no se considera el conjunto arandela superior, caucho secundario y arandela inferior que está presente a ambos lados del eje. Estos no se consideran en el análisis debido a que estos componentes no trabajan a torsión.

8.7.3. Resultados. A continuación en las tablas 39 a 43, se presenta los resultados obtenidos con la simulación del componente a torsión. Inicialmente se presentan los valores obtenidos de rigidez, a partir de utilizar para el caucho los modelos de Mooney y Yeoh.

Tabla 38. Desplazamientos en simulación carga torsional

MODELO	DESPLAZAMIENTO (mm)			
MOONEY 5				
	Rigidez (KN/mm)	0.006	Rigidez teórica (KN/mm)	0.0098
YEOH 3				
	Rigidez (KN/mm)	0.004	Rigidez teórica (KN/mm)	0.0098

Debido a que el modelo de Mooney arroja los resultados más adecuados acorde al comportamiento del buje, a continuación se presentan los demás resultados obtenidos con este modelo.



Tabla 39. Respuesta obtenida para el ensamble en general bajo carga torsional

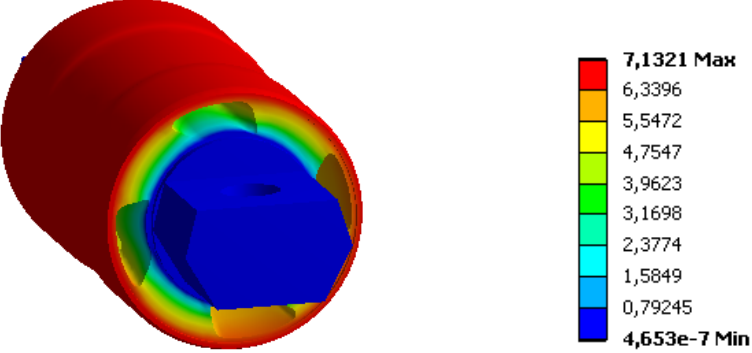
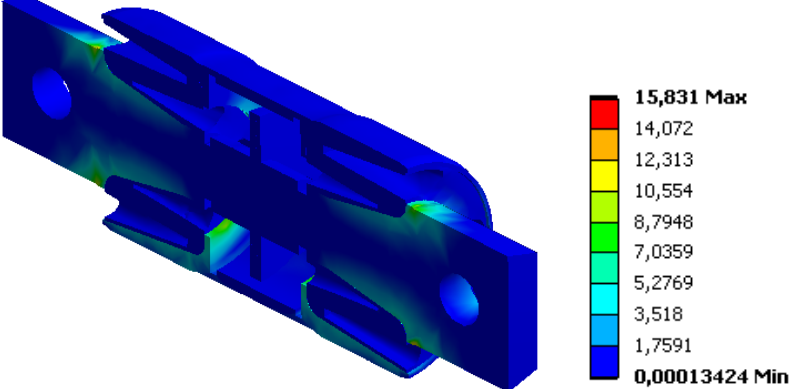
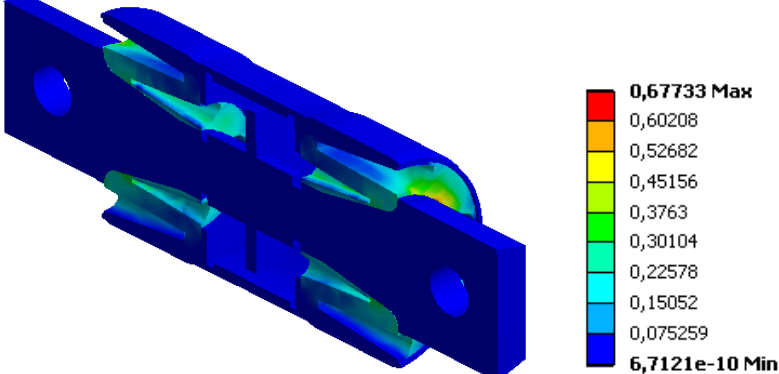
RESULTADO	BUJE BLANDO
Desplazamiento (mm)	 <p>7,1321 Max 6,3396 5,5472 4,7547 3,9623 3,1698 2,3774 1,5849 0,79245 4,653e-7 Min</p>
Esfuerzo de Von Mises (MPa)	 <p>15,831 Max 14,072 12,313 10,554 8,7948 7,0359 5,2769 3,518 1,7591 0,00013424 Min</p>
Deformación de Von Mises (mm/mm)	 <p>0,67733 Max 0,60208 0,52682 0,45156 0,3763 0,30104 0,22578 0,15052 0,075259 6,7121e-10 Min</p>

Tabla 40. Resultados obtenidos para cauchos principales bajo carga torsional

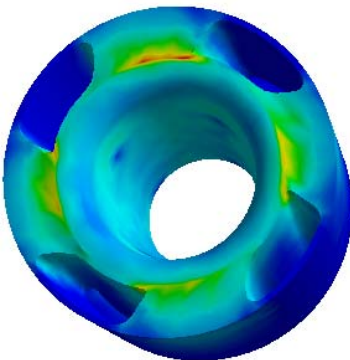
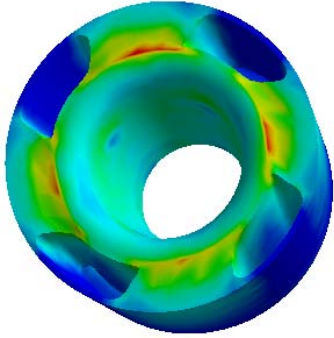
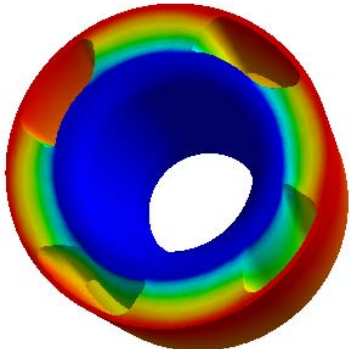
	CAUCHO PRINCIPAL (SUPERIOR)
Esfuerzo de Von Mises (MPa)	 <p> <b>2,7995 Max</b>                  2,4885                  2,1775                  1,8665                  1,5555                  1,2445                  0,93348                  0,62247                  0,31146  <b>0,00045498 Min</b> </p>
Deformación de Von Mises (mm/mm)	 <p> <b>0,66907 Max</b>                  0,59475                  0,52043                  0,4461                  0,37178                  0,29746                  0,22314                  0,14882                  0,074494  <b>0,00017163 Min</b> </p>
Desplazamientos (mm)	 <p> <b>6,6645 Max</b>                  5,9241                  5,1836                  4,4431                  3,7026                  2,9622                  2,2217                  1,4812                  0,74075  <b>0,0002726 Min</b> </p>

Tabla 41. Resultados obtenidos para buje de acero bajo carga torsional

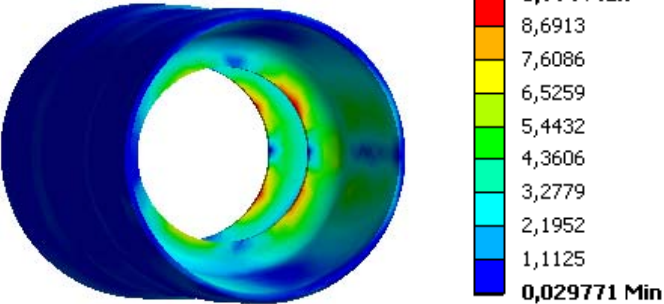
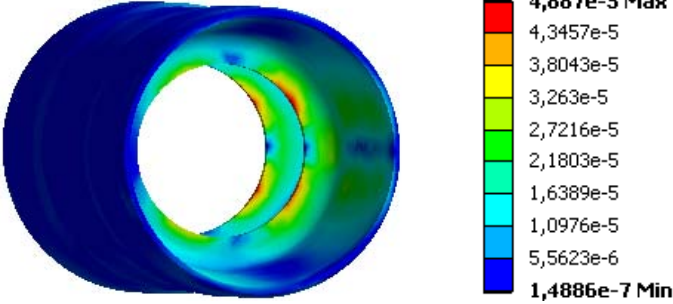
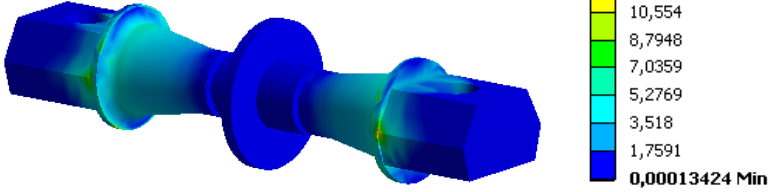
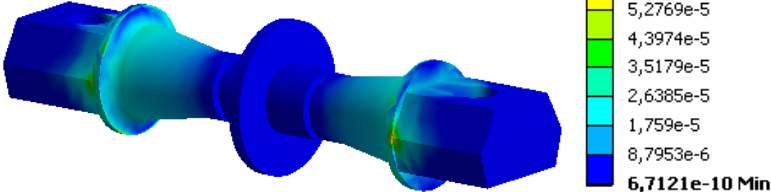
RESULTADO	BUJE ACERO
Esfuerzo de Von Mises (MPa)	
Deformación de Von Mises (mm/mm)	

Tabla 42. Resultados obtenidos para eje de acero bajo carga torsional

RESULTADO	EJE DE ACERO
Esfuerzo de Von Mises (MPa)	
Deformación de Von Mises (mm/mm)	

8.7.4. Análisis de resultados. Bajo este tipo de carga, la rigidez del buje es la más baja, debido a que el caucho principal se encuentra bajo la acción de un efecto cortante causado por la aplicación del momento torsional. Se puede observar que las deformaciones están en el orden de 67 %. El efecto máximo de dicha carga a cortante, puede verse en la superficie del eje, mientras que el mínimo puede apreciarse en la superficie del buje de acero con esfuerzos del orden de 66.67%. Además, el efecto de la carga a cortante, se puede apreciar en la distribución de los desplazamientos en el caucho principal. Tal como se puede ver en la tabla 4, estos van desde cero en el contacto con el eje, hasta 6.5 mm en el contacto con el buje.

En cuanto a los resultados arrojados por los modelos en la tabla 39, puede observarse que los resultados más confiables los ofrece el modelo de Mooney. Esto puede deberse a que el comportamiento del caucho bajo este tipo de carga puede generar cambios significativos en la función de densidad de energía de deformación debidos a la primera y segunda invariantes de deformación. Sin embargo, la falta de caracterización del material bajo otros tipos de carga, especialmente a cortante, hace que los resultados no sean bastante precisos.

## 9. CONCLUSIONES

Se consultaron los modelos más comunes desarrollados para el análisis del comportamiento de los elastómeros. Se pudo observar, que todos estos modelos se basan en la función de densidad de energía de deformación, la cual es una función que determina la cantidad de energía almacenada elásticamente en una unidad de volumen bajo un estado de deformación dado. Asumiendo el material como un sólido elástico isotrópico, se pudo observar que la función de densidad de energía de deformación puede ser planteada en función de las invariantes de deformación o en función de las deformaciones principales.

Para los modelos consultados se pudo observar que existen dos enfoques. El primero es el enfoque fenomenológico que consiste en considerar el material como un continuo para describir su comportamiento bajo condiciones homogéneas de deformación (Modelos de Mooney, Yeoh, Neo Hookean y Ogden). El segundo enfoque es el micromecánico (Arruda-Boyce y Gent), el cual recurre a propiedades microscópicas del material para determinar su comportamiento en general.

A partir del análisis de los modelos se pueden establecer varias similitudes y relaciones entre los modelos consultados. Para los modelos fenomenológicos (Figura 4), se pudo observar que a partir de simplificar la forma polinómica o modelo de Rivlin, se pueden deducir los modelos de Mooney, Yeoh y Neo Hookean. En cuanto a los micromecánicos (Figura 5), se puede ver similitud en el planteamiento de los modelos de Gent y Arruda-Boyce, al incorporar ambos modelos el concepto de límite de extensión.

Una buena aproximación al comportamiento real de un caucho depende en gran medida de la elección adecuada del modelo o función de densidad de energía de deformación. Esto se debe a que la exactitud dada por cada modelo

depende de factores como el tipo de material analizado, las condiciones de carga y la caracterización hecha al material. Esto se pudo observar en la simulación del ensayo a tensión (sección 8.1), donde se puede verificar que no todos los modelos describen bien el comportamiento del material analizado.

La deducción de la función de densidad de energía de deformación en base a la caracterización del ensayo a tensión uniaxial (Figura 18), hace que los resultados de la modelación presenten cierta variación, debido a que solo se está caracterizando un estado de deformación del material. Solo se utilizó esta caracterización, debido a que localmente debido a los recursos y tecnologías disponibles, solo es posible hacer este ensayo.

Se seleccionó el buje blando del mecanismo de suspensión de un sistema férreo (Metro de Medellín), para implementar un análisis por elementos finitos. Dicho elemento está hecho de caucho y acero, y se puede concluir que su función principal es brindar rigidez al mecanismo de suspensión principal en sentido longitudinal, axial y vertical (Ver sección 7.3).

Se analizó y se estudió el comportamiento del componente bajo la acción de cargas radial, axial, torsional y cónica, debido a que el componente trabaja bajo la acción de estas cargas y por lo tanto debe aportar rigidez al sistema de suspensión cuando recibe este tipo de cargas. Además, en la investigación y recolección de información del componente se pudo establecer que comúnmente se suele tener como parámetros principales de diseño y análisis las rigideces a torsión y carga axial. Sin embargo, también se pudo establecer que la rigidez a cargas radiales y cónicas, también tienen influencia directa en el comportamiento de este tipo de componentes (Ver sección 7.4).

Se seleccionó el modelo de Mooney de cinco constantes y el modelo de Yeoh de tres constantes para la simulación del componente. Se concluyó que estos modelos eran los más adecuados a partir del ajuste de la función de densidad

de energía de deformación realizado a partir del ensayo de tensión uniaxial (sección 8.1). También se tuvo en cuenta la comparación que se hizo de todos los modelos al simular el ensayo a tensión para ver cual ofrecía la mayor exactitud.

Se obtuvieron los siguientes resultados mostrados en la tabla 43. En dicha tabla se calcula la variación respecto a la rigidez radial, con la finalidad de poder comparar los resultados teóricos y los resultados arrojados por el análisis. Para la realización de este último, se utilizó un material elastomérico de referencia de propiedades similares al utilizado en el buje real.

Tabla 43. Resumen de resultados

	RIGIDEZ SIMULACION FEM (KN/mm)	VARIACION RESPECTO A RIGIDEZ RADIAL	MODELO UTILIZADO	RIGIDEZ TEORICA (KN/mm)	VARIACION RESPECTO A RIGIDEZ RADIAL
CARGA RADIAL	1,638	----	YEOH	1,8	----
CARGA CÓNICA	0,021	98,72%	MOONEY	0,0276	98,47%
CARGA AXIAL	1,784	8,91%	YEOH	2,3924	32,91%
CARGA TORSIONAL	0,006	99,63%	MOONEY	0,0098	99,46%

Para la simulación a carga cónica se obtuvo una rigidez de 0.0385 KN/mm con el modelo de Mooney y una rigidez de 0.0209 KN/mm con el modelo de Yeoh (Ver tabla 17). Comparado con el comportamiento teórico del buje, en el cual se tiene una variación de la rigidez cónica del 98.47% respecto a la radial(Tabla 43), se puede concluir que el modelo de Yeoh es el mas adecuado para simular el comportamiento del componente a carga cónica. Además, también se puede concluir que los elementos de caucho bajo este tipo de carga, son menos sensibles al cambio de la función de densidad de energía de deformación debido a la segunda invariante. De otro lado, bajo carga cónica, los cauchos principales tienen una zona que trabaja a compresión y otra zona que trabaja a

tensión (Ver tabla 19). En cuanto a los cauchos secundarios, estos trabajan a compresión (Ver tabla 20).

Para la simulación a carga axial, se puede apreciar que los cauchos principales trabajan principalmente a cortante, mientras que el caucho secundario trabaja plenamente a compresión (Ver tabla 25). Para este análisis, se obtiene con el modelo de Mooney una rigidez de 1.7836 KN/mm mientras que con el modelo de Yeoh se obtiene una rigidez de 1.1633 KN/mm (Ver tabla 24). En relación con el funcionamiento real del componente, en el cual se tiene una variación de la rigidez axial del 32.91% respecto a la radial (Tabla 43), se puede concluir que el modelo de Mooney describe mejor el comportamiento de los elementos de caucho y que dichos elementos bajo este tipo de carga, presentan mayor sensibilidad a los cambios en la función de densidad de energía de deformación debidos a la primera y segunda invariantes. Además, se puede observar que se presenta una diferencia considerable en la variación de la rigidez axial respecto a la radial obtenida con el modelo de Mooney y los resultados teóricos. Por tanto, se puede concluir que para tener mayor exactitud, es indispensable caracterizar el material bajo otros estados de deformación.

Para la simulación a carga radial se obtuvo una rigidez de 2.6171 KN/mm con el modelo de Mooney y una rigidez de 1.6387 KN/mm con el modelo de Yeoh (Ver tabla 31). Comparado con el valor teórico de 1.8 KN/mm rigidez dado por la UT de Berlín, se puede concluir que el modelo de Yeoh es el mas adecuado para simular el comportamiento del componente a carga radial. Además, también se puede concluir, que los elementos de caucho bajo este tipo de carga son menos sensibles al cambio de la función de densidad de energía de deformación debido a la segunda invariante. De otro lado, bajo carga radial, se puede ver que el comportamiento del buje blando es bastante similar al presentado en carga cónica.



En carga torsional se obtiene con el modelo de Mooney una rigidez de 0.006 KN/mm mientras que con el modelo de Yeoh se obtiene 0.004 KN/mm (Ver tabla 38). En relación con el comportamiento real del buje, en el cual se tiene una variación de la rigidez torsional del 99.46% respecto a la radial (Tabla 43), se puede concluir que el modelo de Mooney describe mejor el comportamiento de los elementos de caucho y que dichos elementos bajo este tipo de carga, presentan mayor sensibilidad a los cambios en la función de densidad de energía de deformación debidos a la primera y segunda invariantes. En esta carga los cauchos principales se someten a cortante por la acción del momento de torsión sobre el buje. Al igual que en la carga axial, es necesario caracterizar el material en otros estados de deformación para poder aumentar la precisión.

Según lo observado en las distintas simulaciones (Secciones 8.4 a 8.7), se puede concluir que la función del caucho principal es aportar rigidez ante cargas que viajan en sentido radial y en menor medida aportar rigidez a cargas que viajan en sentido axial. Para las cargas en sentido axial, la rigidez la brinda principalmente el caucho secundario, debido a que los cauchos principales presentan poca rigidez a cargas cortantes. Esta poca rigidez también se puede ver en el caso de las cargas a torsión, en la cual se presentan desplazamientos mayores en relación con otros tipos de carga.

En base a los resultados obtenidos mediante el presente trabajo y la realización de otras simulaciones las cuales no se consignan en el presente documento, se puede observar que variando la forma y/o el número de agujeros en el caucho principal, se puede obtener considerables reducciones en las distintas rigideces del buje blando

## BIBLIOGRAFÍA

ANSYS INC. Training Manual: Experimental Elastomer Analysis. Primera Edición. Canonsburg: SAS IP, 2004. 192 p.

BANKS, H. T. y LYBECK, N. J. Computational methods for estimation in the modeling of nonlinear elastomers. Raleigh: Center for Research in Scientific Computation, 1995. CRSC-TR95-40.

Diseño de componentes elastoméricos por el método de los elementos finitos. Robotiker Tecnia 2008. Última modificación: 13/03/2008. Disponible en: Internet: <http://www.robotiker.com/revista>.

GENT, A. N. Engineering with Rubber: How to Design Rubber Components. Segunda edición. Hanser Publishers. New York. 1992. p. 35-97. ISBN 1-56990-299-2.

HECHT, Markus y MAHR, Alexander. Mediciones experimentales de esfuerzos dinámicos en marcha. Berlin; Universidad técnica de Berlin; 1997.

KLAUSE, PETER E. Plan de la prueba para la caracterización del buje de la Suspensión Primaria. Lockport: 2006.

LIU, Yi y KERDOK, Amy E. A Nonlinear Finite Element Model of Soft Tissue Indentation. En: Lecture Notes in Computer Science. Junio, 2004. Vol. 3078. p. 67-76.

TAYLOR & FRANCIS GROUP. Handbook of Railway Vehicle Dynamics. Primera edición. Informa Taylor & Francis Group. New York. 2006. p. 39-84.

UNIVERSIDAD EAFIT. Estimación de flujo de cargas en los bujes blandos. Informe Grupo de Estudios en Mantenimiento Industrial GEMI. Medellín: GEMI; 2008. PV: 01.

UNIVERSIDAD EAFIT. Resultados de las pruebas para la caracterización de los bujes de suspensión primaria del Metro de Medellín. Informe Grupo de Estudios en Mantenimiento Industrial GEMI. Medellín: GEMI; 2008

WARD, I.M. y SWEENEY, J. The mechanical properties of solid polymers. Segunda edición. Editorial Wiley. Inglaterra. 2004. p. 19-51.

Wheels and Bogies. Railway Technical Web Pages. 2008. Última modificación: 24/06/2008. Disponible en Internet: <http://www.railway-technical.com/whlbog.shtml>.

## ANEXO A

### ARCHIVOS DE SIMULACIONES REALIZADAS

Formato electrónico