



ESTIMACIÓN INGENIERIL DE LA INTENSIDAD SÍSMICA
EN LA VECINDAD DE UNA FORMACIÓN MORFOLÓGICA

César Augusto Sierra Álvarez

Asesor:

Prof. Juan Diego Jaramillo Fernández

Tesis como requisito para optar al grado de Doctor en Ingeniería

Octubre de 2021

Tabla de Contenidos

1. Introducción	1
1.1. Alcance del reporte	5
1.2. Organización del reporte	6
2. Descripción de los efectos topográficos en la ingeniería sísmica.	7
2.1. Introducción	7
2.2. Respuesta topográfica del valle	10
2.3. Conclusiones	19
3. Evaluación de efectos topográficos en medios de propagación idealizados	20
3.1. Introducción	20
3.2. Soluciones semi-analíticas a formas topográficas simples ante incidencia de ondas SH	21
3.3. Construcción de la solución de un problema de dispersión. Respuesta asociada con geometrías arbitrarias	26
3.3.1. Problema fundamental, cuña infinita	29
3.3.2. Concepto geométrico del campo difractado	32
3.4. Elementos geométricos básicos de una cuña ante incidencia $P-SV$	35
3.5. Conclusiones	37

4. Evaluación simplificada del efecto topográfico	39
4.1. Introducción.	40
4.2. Efectos topográficos en la vecindad de una formación morfológica.	41
4.3. Idealización del modelo	43
4.4. Análisis paramétrico de irregularidades topográficas	43
4.5. Representación de la difracción	47
4.6. Propuesta ingenieril para considerar el efecto topográfico en la vecindad de una formación morfológica	52
4.7. Aplicación en el cálculo de espectros de respuesta.	58
4.8. Conclusión	63
 Apéndice A. Implementación del Método de Elementos de Frontera para la obtención de la respuesta topográfica.	 65
A.1. Formulación del método de elementos de frontera	66
A.2. Modelos computacionales	69
A.3. Respuesta en el dominio del tiempo	69
 Referencias	 71

Índice de tablas

2.1. Descripción de los puntos analizados en las secciones transversales: Cerro Nutibara (CN) y Cerro El Volador (CV).	12
4.1. Valores de los diferentes parámetros usados en la aproximación ingenieril de la amplitud y el ángulo inicial de fase para aplicar método simplificado propuesto en la ecuación (4.3) en cañones.	55
4.2. Valores de los diferentes parámetros usados en la aproximación ingenieril de la amplitud y el ángulo inicial de fase para aplicar método simplificado propuesto en la ecuación (4.3) en montañas.	56

Índice de figuras

1.1. Disposiciones normativas para la consideración de efectos topográficos. Arriba se muestran las provisiones del Código Francés (AFPS French Association for Earthquake Engineering, 1995), abajo, las del Euro Código (Bisch et al., 2012). La amplificación está definida por la expresión F_{top}	4
1.2. Elementos geométricos de la solución del campo difractado ante una propagación SH para una cuña infinita con ángulo interno $n\pi$. La solución fue adaptada por Jaramillo et al. (2012); Gomez et al. (2016) a partir de la propuesta hecha por Kouyoumjian & Pathak (1974) para un campo electromagnético.	5
2.1. Ambiente topográfico del Valle de Aburrá, Antioquia, Colombia. En él se destaca un grupo de cerros localizados, siendo el Cerro el Volador y el Cerro Nutibara los más representativos.	8
2.2. Lineamientos de fallas sísmicas regionales en la zona Andina colombiana. Tomado de AIS et al. (2009)	9
2.3. Distribución de pendientes del relieve superficial en el Valle de Aburrá, Antioquia-Colombia.	10
2.4. Secciones transversales a lo ancho del valle. Arriba se muestra la vista en planta del Valle con las líneas sección que interceptan a dos cerros representativos en la región: Cerro Nutibara y Cerro El Volador; abajo se presenta el perfil trasversal de dichas secciones.	11

2.5. Esquematización de la discretización de los modelos de elementos de frontera usados en las geometrías simuladas. La discretización se hace sobre las frontera del dispersor S_D y la horizontal S_{Hor}	13
2.6. Señal de tiempo usada como campo incidente para obtener la respuesta espectral en los cuatro puntos estudiados. La señal ha sido modificada para lograr un espectro de respuesta constante en el rango de periodo [0.2–5] s a partir de la manipulación numérica de un sismo real.	14
2.7. Respuesta en receptores localizados sobre la sección transversal que cruza por el cerro Nutibara para movimiento incidente SH . La línea roja representa la relación de amplificación respecto a la referencia unitaria (línea azul). . . .	15
2.8. Respuesta en receptores localizados sobre la sección transversal que cruza por el cerro Nutibara para movimiento incidente SV . La línea roja representa la relación de amplificación respecto a la referencia unitaria (línea azul) . . .	16
2.9. Respuesta en receptores localizados sobre la sección transversal que cruza por el cerro El Volador para movimiento incidente SH . La línea roja representa la relación de amplificación respecto a la referencia unitaria (línea azul) . .	17
2.10. Respuesta en receptores localizados sobre la sección transversal que cruza por el cerro El Volador para movimiento incidente SV . La línea roja representa la relación de amplificación respecto a la referencia unitaria (línea azul) . .	18
3.1. Pulso de Ricker usado para establecer el campo de desplazamiento de las soluciones analíticas. El pulso tiene frecuencia característica $f_c = 3.0$ Hz y está centrado en 4.0 s.	22
3.2. Campos de desplazamientos para un cañón semicircular excitado con una incidencia de onda plana con polarización SH . La solución fue propuesta originalmente por Trifunac (1973) y re-escrita en Sánchez-sesma et al. (1986). En la primera fila se muestra el campo incidente U_{inc} y en la segunda y tercera U_{disp} y U_t , para dos instantes de tiempo. La señal de excitación es un pulso de Ricker con frecuencia característica $f_c = 3.0$ Hz y tiempo central $t_o = 4.0$ s.	23

3.3. Sismogramas en el punto de observación $P1$ (izquierda) y $P2$ (derecha) localizados a distancia a y $2a$ sobre la margen derecha del cañón semicircular. El primer movimiento registrado es debido al campo incidente; los siguientes son producidos por la interacción de este con las fuentes $F3$ y $F1$	24
3.4. Función de transferencia en receptores en superficie para frecuencias adimensionales $\eta = [1, 2]$ obtenidos con la solución propuesta por Trifunac (1973). Cómo puede verse en las frecuencias revisadas la solución se aparta de la solución obtenida para el semi-espacio, es decir, se obtiene un valor diferente de 2.0.	25
3.5. Campo de desplazamiento total para un cañón triangular de 45° , con semiancho a y sometido a un pulso de Ricker con frecuencia característica $f_c = 3.0$ Hz y tiempo central $t_o = 4.0$ s. La solución fue encontrada usando la propuesta planteada en Tsaur & Chang (2008) en tres instantes de tiempo. En el tiempo t_1 se muestra el campo incidente, en el tiempo t_2 se muestra la onda cilíndrica emergente desde $F1$ y en el tiempo t_3 la interacción de las fuentes $F2$ y $F3$	26
3.6. Esquemización de una topografía arbitraria sometida a un frente de onda plano escalar (onda SH).	27
3.7. Simplificación de la topografía con un modelo conformado por la superposición geométrica de cuatro cuñas infinitas con vértices en B, C, D, E . En las cuñas con vertices B y E $n\pi < \pi$ y en las C y D $n\pi > \pi$	28
3.8. Configuración geométrica del campo óptico y del campo difractado. El campo óptico está conformado por frentes de onda plano y el campo difractado U_D por frentes de onda cilíndrico (indicados en línea punteada azul) que emanan desde las fuentes de difracción. U_D es el responsable de dar continuidad al campo cuando se suma en fase con el campo óptico.	29
3.9. Esquemización de una cuña infinita de ángulo interno $\alpha = n\pi$ sometida a un frente de onda plano con dirección de propagación dada por el ángulo γ	30

3.10. Patrones de movimiento para un cuña con ángulo interno $[90, 120, 160]^\circ$. La primera columna muestra el campo incidente (U_{inc}^{ti}) y la segunda columna el campo disperso (U_{disp}^{ti}). Mientras que las cuñas con ángulo interno $[90]^\circ$ y $[120]^\circ$ (primera y segunda fila) el campo de desplazamientos es compuesto por frentes de onda plano, en la cuña con $[160]^\circ$ aparece un frente cilíndrico adicional.	31
3.11. Elementos geométricos de la solución del campo difractado de una cuña infinita con ángulo interno $n\pi$ ante una propagación SH . Se destacan los frentes reflejados (planos) y difractados (cilíndricos), los cuales se unen sobre las fronteras de reflexión.	32
3.12. Comportamiento asintótico de la amplitud y fase de la función de Fresnel vs kLa	34
3.13. Patrón de desplazamiento producido cuando un frente plano interactúa con una cuña infinita con ángulo interno de $n\pi = 270^\circ$. Una vez el campo incidente golpea con el vértice de la cuña desde este emana un frente de onda cilíndrico (campo difractado U_D), el cual sumado al campo óptico U_O da continuidad al campo total.	35
3.14. Campo de desplazamientos para una cuña infinita con ángulo interno de 330° excitada con un frente plano de onda P incidiendo verticalmente sobre un medio con velocidad de propagación de onda de corte y compresional de $\beta = 1.0$ m/s y $\alpha = 2.0$ m/s, respectivamente. Una vez que el frente plano incidente intercepta el vértice de la cuña se produce un complejo patrón de movimiento conformado por frentes planos reflejados y asociados a ondas headwave y frentes cilíndricos asociados a ondas P y SV , además de ondas superficiales de Rayleigh. La simulación fue realizada con una implementación in-house del método explícito de Elementos Finitos (Bathe, 2006).	36
3.15. Patrón de movimiento generado por la aplicación de una carga puntual sobre la superficie de un medio infinito. Nótese la aparición de ondas P , S , head-wave y Rayleigh. Los resultados fueron obtenidos con una implementación in-house del método de Elementos Finitos (Bathe, 2006).	37

3.16. Elementos geométricos de la solución del campo difractado para una cuña infinita con ángulo interno $n\pi$ generado por la incidencia de una onda SV . Se destacan los frentes reflejados y difractados y las ondas superficiales. Las ondas de Rayleigh viajan pegadas a la superficie libre a una velocidad inferior que de las ondas de corte. Las ondas headwave unen los frentes cilíndricos de las ondas S y P	37
4.1. Ambiente topográfico del valle de Aburrá. La mayor concentración de las edificaciones está emplazada en la parte baja de la cuenca y colindan con accidentes topográficos sobre las laderas y sobre su parte central.	42
4.2. Esquematzación de una topografía arbitraria. Los círculos azules sobre la línea horizontal indican los receptores de análisis (SR). La relación de especto del accidente está dada por la relación entre el ancho $2a$ y la altura h	42
4.3. Formas geométricas correspondientes a cañón en V (VC), cañón circular (CC) y cañón parabólico (PC). La altura del accidente es $h = 1.0$ km y la pendiente característica es $\phi = [10 - 35]^\circ$. El medio de propagación tiene velocidad de onda de corte, $\beta = 1.0$ km/s, velocidad de onda de compresión $\alpha = 2.0$ km/s y coeficiente de amortiguamiento crítico $\xi = 3\%$	44
4.4. Formas geométricas correspondientes a montaña en V (VC), montaña circular (CC) y montaña parabólico (PC). La altura del accidente es $h = 1.0$ km y la pendiente característica es $\phi = [10 - 35]^\circ$. El medio de propagación tiene velocidad de onda de corte, $\beta = 1.0$ km/s, velocidad de onda de compresión $\alpha = 2.0$ km/s y coeficiente de amortiguamiento crítico $\xi = 3\%$	45
4.5. Distribución espacial de la magnitud de la función de transferencia del campo U_D sobre la superficie horizontal, asociada a incidencia SH , frecuencia adimensional $\eta = [0.1, 0.20]$ y ángulo de talud $\phi = 20^\circ$. Los resultados en la vecindad de los cañones se presentan en la primera fila y en la vecindad de las montañas en la segunda.	46

4.6. Distribución espacial de la magnitud de la función de transferencia del campo U_D sobre la superficie horizontal, asociada a incidencia SV , frecuencia adimensional $\eta = [0.1, 0.20]$ y ángulo de talud $\phi = 20^\circ$. Los resultados en la vecindad de los cañones se presentan en la primera fila y en la vecindad de las montañas en la segunda.	47
4.7. Ajuste de la amplitud $Amp(\eta)$ y el ángulo inicial de fase $\theta(\eta)$ cuando la incidencia es SH . Los ajustes son función de la geometría del accidente topográfico, de la relación de aspecto (indicado por ϕ) y de la frecuencia adimensional η . VC , PC y CC representan cañones en V, circulares y parabólicos, respectivamente; VH , PH y CH representan montañas con forma en V, circular o parabólica, respectivamente.	49
4.8. Ajuste de la amplitud $Amp(\eta)$ y el ángulo inicial de fase $\theta(\eta)$ cuando la incidencia es SV . Los ajustes son función de la geometría del accidente topográfico, de la relación de aspecto (indicado por ϕ) y de la frecuencia adimensional η . VC , PC y CC representan cañones en V, circulares y parabólicos, respectivamente; VH , PH y CH representan montañas con forma en V, circular o parabólica, respectivamente.	50
4.9. Distribución espacial de la función de transferencia del campo difractado U_D para cañones y montañas obtenida con la simulación numérica BEM y mediante el modelo propuesto por la ecuación (4.2). Los resultados se presentan para una pendiente característica $\phi = 20^\circ$ y una frecuencia adimensional $\eta = [0.10, 0.2]$ y onda incidente SH	51
4.10. Distribución espacial de la función de transferencia del campo difractado U_D para cañones y montañas obtenida con la simulación numérica BEM y mediante el modelo propuesto por la ecuación (4.2). Los resultados se presentan para una pendiente característica $\phi = 20^\circ$ y una frecuencia adimensional $\eta = [0.10, 0.2]$ y onda incidente SV	52
4.11. Valor medio de la amplitud y el ángulo inicial de fase vs frecuencia adimensional para cañones y montañas cuando incide una onda SH	53

4.12. Valor medio de amplitud y el ángulo inicial de fase vs frecuencia adimensional para cañones y montañas cuando incide una onda SV	53
4.13. Funciones de aproximación para la amplitud y el ángulo inicial de fase del campo difractado U_D cuando incide una onda SH	54
4.14. Funciones de aproximación para la amplitud y el ángulo inicial de fase del campo difractado U_D cuando incide una onda SV	55
4.15. Distribución espacial de la función de transferencia del campo difractado U_D para cañones y montañas obtenida con la simulación numérica BEM y mediante el modelo propuesto por la ecuación (4.3). Los resultados se presentan para una pendiente característica $\phi = 20^\circ$, una frecuencia adimensional $\eta = [0.10, 0.2]$. Arriba onda incidente SH , abajo onda SV	57
4.16. Accidente topográfico tipo cañón, cercano al Hotel Montana Puerto Príncipe, Haití. La pendiente del cañón es $\phi \approx 25^\circ$; los sitios analizados se localizan a distancias de 215 m y 430 m (resaltados en azul) sobre la margen derecha del cañón.	58
4.17. Cerro el Volador localizado en el Valle de Aburrá, Medellín, Colombia. La pendiente de la montaña es $\phi \approx 10^\circ$; los sitios analizados se localizan a distancias de 280 m y 560 m (resaltados en azul) sobre la margen izquierda de la montaña.	59
4.18. Señal usada para excitar los modelos. Arriba señal de tiempo, abajo espectro de respuesta.	60
4.19. Relaciones espectrales en receptores localizados a un distancia $x = 215$ m (columna izquierda) y $x = 430$ (columna derecha). Las figuras muestran los resultados obtenidos con BEM y con el método aproximado SDM , además de la diferencia entre ellos, calculada como $(RRS^{BEM} - RRS^{SDM})/RRS^{BEM}$. En la figura inserta superior se muestra la posición del receptor.	61

4.20. Relaciones espectrales en receptores localizados a un distancia $x = 280$ m (columna izquierda) y $x = 560$ (columna derecha). Las figuras muestran los resultados obtenidos con <i>BEM</i> y con el método aproximado <i>SDM</i> , además de la diferencia entre ellos, calculada como $(RRS^{BEM} - RRS^{SDM})/RRS^{BEM}$. En la figura inserta superior se muestra la posición del receptor.	62
A.1. Dominio del problema estudiado. La topografía reposa sobre un medio infinito de comportamiento homogéneo, elástico y lineal, el cual es excitado por un frente plano de onda de corte con velocidad de propagación β . S_D indica las fronteras asociadas al dispersor.	66
A.2. Definición general del método directo de elementos de Frontera.	67
A.3. Dominio del problema estudiado. La topografía reposa sobre un medio infinito de comportamiento homogéneo, elástico y lineal, el cual es excitado por un frende de onda de corte con velocidad de propagación β . S_H, S_D, S_∞ son las fronteras reales del problema, entre tanto, S_f es una frontera ficticia. . .	68
A.4. Esquemización de la discretización de los dominios infinitos modelados con <i>BEM</i> . Al usar funciones de Green de full-space, la frontera S_H se extiende hasta una longitud tal que el movimiento proveniente de los extremos sea imperceptible en la respuesta total.	69

Agradecimientos

Sin el amor, la paciencia y las enseñanzas de mi madre y mi padre —a quien recuerdo todos los días de mi vida—, esto no hubiera sido posible. Va por ellos.

Quiero agradecer a mis compañeros de laboratorio: Nicolas, Camilo y Mauricio, a mis compañeros trabajo y amigos: Mario y Juan C. A Francisco, Dany, por su apoyo.

Finalmente, a mis profesores: Juan David y Juan Diego, ellos fueron fundamentales en este proceso.

Resumen

A pesar de la evidencia experimental y teórica de la importancia de la topografía en la respuesta sísmica, sus efectos son poco considerados en la ingeniería práctica. En la actualidad los pocos códigos que tienen propuestas al respecto desconocen el efecto que sobre la magnitud de la variación sísmica por efecto de la topografía tienen la frecuencia del movimiento y la relación entre la longitud de onda de la excitación y el tamaño del accidente topográfico. En este trabajo, a partir de conceptos de difracción de una cuña infinita, se propone una expresión bi-paramétrica para cuantificar la variación en la respuesta sísmica en puntos localizados en la vecindad de un accidente topográfico. La expresión es derivada a partir de un análisis paramétrico en el dominio de la frecuencia sobre geometrías en forma de montaña y cañón. Las expresiones propuestas son aplicadas sobre dos casos realistas para obtener espectros de respuesta. Para medir la calidad de la propuesta, los resultados son contrastados con los obtenidos con una modelación computacional.

Palabras clave: Efectos topográficos, respuesta local de sitio, relación espectral, función de transferencia, ondas difractadas.

Abstract

Despite the relevance of topographic effects in seismic response by experimental and theoretical studies, these parameters is not widely used in practice engineering. Nowadays, just a few codes consider these effects, but they do not take into account the frequency of the movement and the relation between the dimensions of the topographic accident and wavelength of the incident field. A two-parameter expression for the quantification of topographic effects in ground response analysis at sites located in the vicinity of a topographic feature is presented. The expression is derived from parametric analysis of convex and concave canonical shapes after identifying that the diffracted field in these geometries remains relatively stable in the low dimensionless frequency regime. The proposed expression is used in the estimation of topographic effects at two sites located in realistic topographic scenarios over a given period range. To show the quality of the approximate formula results are compared with numerical simulation values.

Keywords: topographic effects, site response analysis, ground motion prediction, transfer function, spectral ratio, diffracted waves.

Capítulo 1

Introducción

Para el diseño de obras de infraestructura o para la evaluación del riesgo sísmico de una región es necesario conocer, de la manera más precisa posible, las particularidades de la excitación sísmica que se espera ocurran en los sitios de análisis. Es sabido que la definición de la excitación sísmica tiene una incertidumbre enorme debido a la aleatoriedad y complejidad de los fenómenos físicos involucrados; no obstante, y a pesar de esta incertidumbre, la comunidad científica y académica ha avanzado en el planteamiento de propuestas para que algunos de los factores involucrados sean considerados en una estimación de la excitación sísmica que tenga aplicación en la ingeniería práctica. Factores como el tipo de suelo, el mecanismo de falla de la fuente y la atenuación debido al viaje de la onda son comúnmente considerados en la respuesta espectral; un ejemplo de ello son los trabajos de [Aristizabal \(2018\)](#); [Aristizabal et al. \(2018\)](#), las ecuaciones de atenuación propuestas en los trabajos de [García et al. \(2005\)](#); [Idriss \(2014\)](#); [Abrahamson et al. \(2016\)](#), o los códigos locales [AIS \(2010\)](#); [AMVA-Consorcio Microzonificación \(2006\)](#); [AMVA-Universidad de los Andes \(2016\)](#).

Adicional a los fenómenos anteriormente descritos, la modificación de los movimientos sísmicos por efecto de la topografía subsuperficial y superficial, la cual se presenta una vez la onda generada por un terremoto golpea contra estos relieves, ha sido evidenciada luego de movimientos sísmicos. Por ejemplo, en la literatura se atribuye a la presencia del topográfico las altas aceleraciones registradas en el sismo de San Francisco, California de 1991, en la presa de Pacoima ([Trifunac & Hudson, 1971](#)), y en la montaña Tarzana durante el sismo de Northridge EEUU de 1994 ([Bouchon & Barker, 1996](#)); el aumento de

la escala de Intensidad MKS durante el sismo al Sur de Italia en 1980 (Siro, 1982); daños en el Hotel Montana y otras edificaciones durante el sismo de Haití en 2010 (Hough et al., 2010; Assimaki & Jeong, 2013); y daños reportados en edificaciones durante los sismos de Tokachi-Oki, Japón en 1968 y Konazi, Grecia en 1995 (Nguyen & Gatmiri, 2007).

Históricamente el problema de los efectos topográficos ha sido direccionado con cuatro estrategias principalmente: (i) soluciones semi-analíticas cerradas, (ii) interpretación de registros sísmicos, (iii) análisis paramétricos de topografías simplificadas, y (iv) modelación a gran escala. Mientras que las soluciones analíticas abarcan problemas fuertemente idealizados: en su mayoría medios continuos homogéneos sometidos a onda incidente SH (ver, por ejemplo Trifunac (1973); Bouchon (1973); Sánchez-Sesma (1985, 1990); Tsaur & Chang (2008); Tsaur et al. (2010); Zhang et al. (2012), con algunas excepciones para incidencias en el plano (Sánchez-Sesma et al., 1985; Chehade et al., 2019); la interpretación de registros se limita a condiciones geométricas y sitios particulares (Assimaki & Jeong, 2013), sin posibilidad de extrapolación a otros sitios.

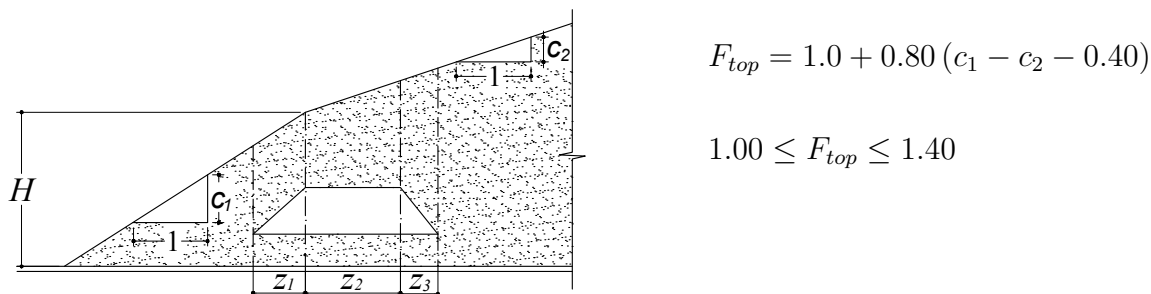
Por su parte, los análisis paramétricos, que en muchos casos pueden incluir el acople del efecto de la topografía y del suelo, típicamente están soportadas en desarrollos numéricos en el número discreto de onda, elementos finitos (FEM) o elementos de frontera ($IBEM$, BEM) (ver por ejemplo Ashford et al. (1997); Luzón et al. (1999); Geli et al. (1988); Bouchon & Barker (1996); Nguyen & Gatmiri (2007); Nguyen et al. (2013); Chávez-García et al. (2000); Makra & Chávez-García (2016); Ba & Yin (2016); Ba et al. (2020)).

Finalmente, la estrategia (iv) recrea escenarios que involucran, entre otras variables, la modelación del mecanismo de fuente sísmica, el contraste de impedancia del suelo y la topografía sub-superficial y superficial (ver por ejemplo, Taborda & Bielak (2011); Restrepo et al. (2016); Wang et al. (2018); de la Torre et al. (2020)). Este esfuerzo en la simulación, aunque en teoría generaría resultados más realistas, exige recursos computacionales y datos para el modelado no siempre disponibles en la ingeniería práctica.

Ahora bien, a pesar de estos destacados esfuerzos en la estimación y el entendimiento de los efectos topográficos, su implementación y aplicación a los problemas de la práctica profesional, específicamente desde el punto de vista normativo, es aún incipiente. Si bien el efecto topográfico está fuertemente ligado a la respuesta espectral de las edificaciones,

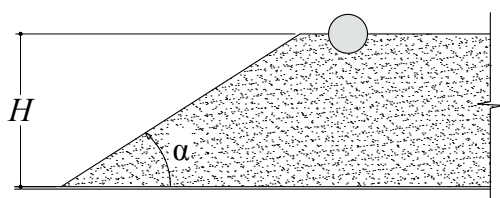
en la ingeniería práctica local, este efecto no es tenido en cuenta en la mayoría de los estudios y diseños, debido, quizás, a la complejidad de las metodologías actuales para su consideración; las cuales implican i) la solución de un problema de propagación de ondas y ii) consecución de datos para alimentar los modelos.

En la actualidad son pocas las regulaciones de diseño que consideran los efectos topográficos para su uso ingenieril en términos espectrales (ver [AFPS French Association for Earthquake Engineering \(1995\)](#); [Bisch et al. \(2012\)](#)). En estas regulaciones la consideración del efecto topográfico solo depende del ángulo de inclinación del accidente y del tamaño total del mismo (ver figura 1.1), siendo independiente de la frecuencia de análisis e incluso de la localización del punto de evaluación. Este hecho carece de sentido físico si se tiene en cuenta el comportamiento ondulatorio del fenómeno.

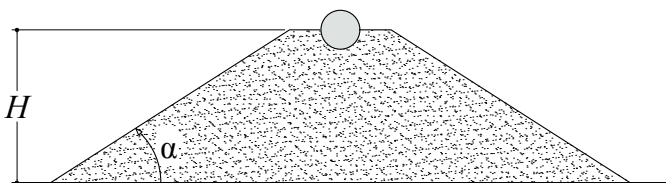


$$z_1 = H/3, z_2 = \min((H + 10)/4, 20c_1), z_3 = H/4$$

a) Código Francés. El valor de amplificación topográfica se presenta en las zonas z_1, z_2, z_3 .



$$F_{top} = \begin{cases} 1.4, & \alpha > 30^\circ \\ 1.2, & 15^\circ \leq \alpha \leq 30^\circ \\ 1.0, & H < 30 \text{ m o } \alpha < 15^\circ \end{cases}$$



b) Código Europeo. El valor de amplificación es calculado en el círculo gris.

Figura 1.1. Disposiciones normativas para la consideración de efectos topográficos. Arriba se muestran las provisiones del Código Francés (AFPS French Association for Earthquake Engineering, 1995), abajo, las del Euro Código (Bisch et al., 2012). La amplificación está definida por la expresión F_{top} .

Para proponer unos factores de amplificación topográfica superficial que tengan en cuenta la frecuencia del movimiento y la relación de la longitud de onda con el tamaño del accidente topográfico, y que sean de sencilla aplicación desde el punto de vista de la ingeniería práctica, este trabajo se apoya en investigaciones previas en la misma línea de ésta investigación, realizadas por Jaramillo et al. (2012); Gomez et al. (2016) y más recientemente por Sáenz et al. (2019); Vergara et al. (2021). Mientras que los dos primeros plantearon, a partir de la solución propuesta por Kouyoumjian & Pathak (1974) del campo difractado por una cuña infinita (ver figura 1.2), una metodología para la estimación de la respuesta topográfica asociada a una geometría arbitraria conformada por tramos rectos y sometida

a ondas SH ; los dos últimos encontraron que la respuesta topográfica espectral está fuertemente relacionada con la frecuencia del movimiento, la resolución de la topografía y el tamaño de los modelos computacionales.

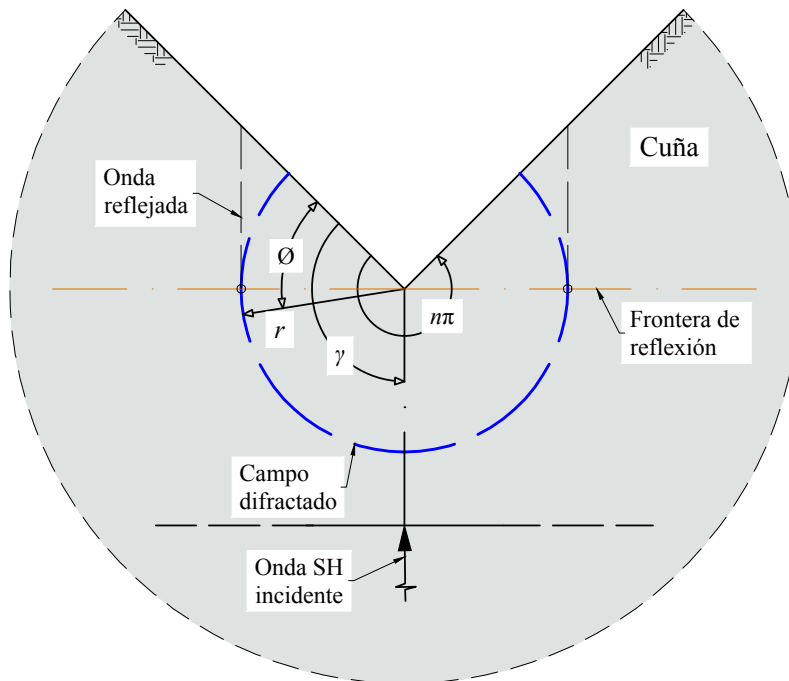


Figura 1.2. Elementos geométricos de la solución del campo difractado ante una propagación SH para una cuña infinita con ángulo interno $n\pi$. La solución fue adaptada por [Jaramillo et al. \(2012\)](#); [Gomez et al. \(2016\)](#) a partir de la propuesta hecha por [Kouyoumjian & Pathak \(1974\)](#) para un campo electromagnético.

1.1. Alcance del reporte

Si bien hay evidencia de que la respuesta sísmica espectral asociada al ambiente topográfico en un sitio determinado es el resultado de los efectos combinados que la onda liberada en una fuente sismogénica generaría sobre la topografía sub-superficial, los depósitos de suelo y el relieve superficial, en este trabajo nos concentraremos en el efecto de la topografía superficial sobre medios homogéneos, isotrópicos y de comportamiento elástico lineal. Como contribución principal de este trabajo se proponen expresiones de aplicación en la ingeniería práctica, sin que se tenga que recurrir a metodologías complejas matemáticas o a procesos computacionales que pueden resultar costosos. La idea de estas funciones,

aunque aproximadas, es que brinden una cuantificación adecuada de la modificación de la señal debido a la variabilidad en la topografía; y que su simplicidad permita que la consideración de estos efectos se convierta en algo rutinario en las oficinas de consultoría. Igualmente, se busca que estas funciones permitan al ingeniero tener más herramientas a la hora de juzgar la calidad de las soluciones numéricas.

Para lograr lo anterior, luego de estudiar con detalle el fenómeno de la difracción, se construye el campo total de desplazamientos sobre puntos ubicados en la superficie de un semiespacio elástico lineal, homogéneo e isotrópico sobre el cual reposan topografías tipo cañón y montaña, con forma en V , circular y parabólica. Dichos medios serán excitados por un frente plano de onda con polarización SH y SV .

Los resultados de estos análisis son aplicados en el cálculo de espectros de respuesta sobre dos topografías reales. Para definir la calidad de la aproximación, los valores espectrales son contrastados con los obtenidos usando una simulación numérica con el método directo de elementos de frontera.

1.2. Organización del reporte

Luego de esta introducción, en este reporte se hace una ambientación al problema de efectos topográficos en un escenario que fue el elemento motivador para el desarrollo de esta investigación: el relieve del Valle de Aburrá, localizado en el departamento de Antioquia-Colombia (capítulo 2). En el capítulo 3, se hace una revisión de las soluciones a problemas fundamentales y canónicos; y además, por ser la base metodológica de este trabajo, se describe brevemente el método de la difracción basado en la superposición de cuñas infinitas. Finalmente, y seguido de los apéndices, en el capítulo 4 se presenta, como contribución principal de este reporte, una propuesta metodológica para la evaluación de efectos topográficos en la vecindad de los accidentes topográficos.

Capítulo 2

Descripción de los efectos topográficos en la ingeniería sísmica.

2.1. Introducción

Un escenario topográfico que ha sido fuente de motivación para reconocer la importancia de efectos topográficos en la ingeniería sísmica es la gran cuenca en la que se localiza la ciudad de Medellín y los municipios que componen el Área Metropolitana del Valle de Aburrá (ver figura 2.1). La región, que alberga cerca de 3.5 millones de habitantes, en los últimos años ha tenido un importante desarrollo en infraestructura habitacional y de servicios tanto de origen público como privado.

Por su localización sobre la cordillera Central de Colombia, la zona está expuesta a una amenaza sísmica asociada a sistemas de fuentes sísmicas corticales cercanas, particularmente al sistema de subducción de Benioff del Viejo Caldas y el corredor de fallas Cauca Romeral que cruza al territorio colombiano de norte a sur (ver figura 2.2). Estos sistemas han liberado sismos que han generado daño en la infraestructura; siendo los más importantes los registrados el 23 de noviembre, 1979, que es un sismo asociado a la zona de Benioff y que generó aceleración máxima del terreno (PGA) de 0.05 g; y el sismo de Murindó (17 de octubre de 1992) con $PGA = 0.03$ g. Desde el punto de vista normativo (AIS, 2010) la zona registra amenaza sísmica intermedia, con aceleración pico efectiva en

roca, $PGA = [0.15, 0.20]$ g.

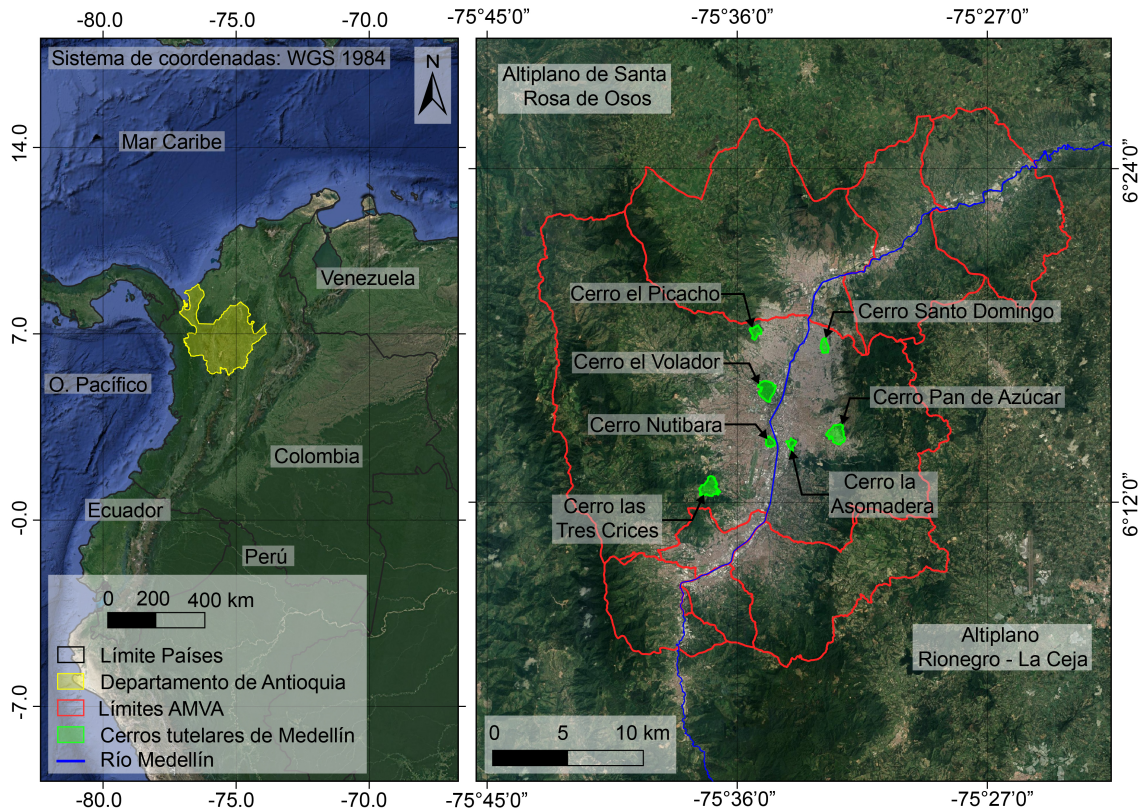


Figura 2.1. Ambiente topográfico del Valle de Aburrá, Antioquia, Colombia. En él se destaca un grupo de cerros localizados, siendo el Cerro el Volador y el Cerro Nutibara los más representativos.

Debido a este nivel de amenaza, a la importancia económica regional y al grado de exposición, la zona ha sido objeto de estudio durante las últimas tres décadas. El primer gran estudio a nivel regional fue el de microzonificación sísmica para Medellín ([Grupo de Sismología de Medellín, 1999](#)), el cual incluyó la puesta en operación de la red acelerográfica de Medellín (*RAM*), operada por el SIATA. El estudio de microzonificación fue ampliado a los otros municipios del valle de Aburrá por [AMVA-Consortio Microzonificación \(2006\)](#) y actualizado por [AMVA-Universidad de los Andes \(2016\)](#). En todos estos estudios se ha logrado identificar la importancia de los efectos locales en la respuesta sísmica en la zona.

Ahora bien, desde el punto de vista geomorfológico, la región está enmarcada en una zona plana adyacente al río Aburrá, con la presencia de sistemas de filos y colinas (con pendientes que varían entre 15° y 45°) y escarpes (pendientes superiores a 30°) bordeados por los altiplanos de Rionegro-La Ceja y Santa Rosa de Osos (con pendientes aproximadas

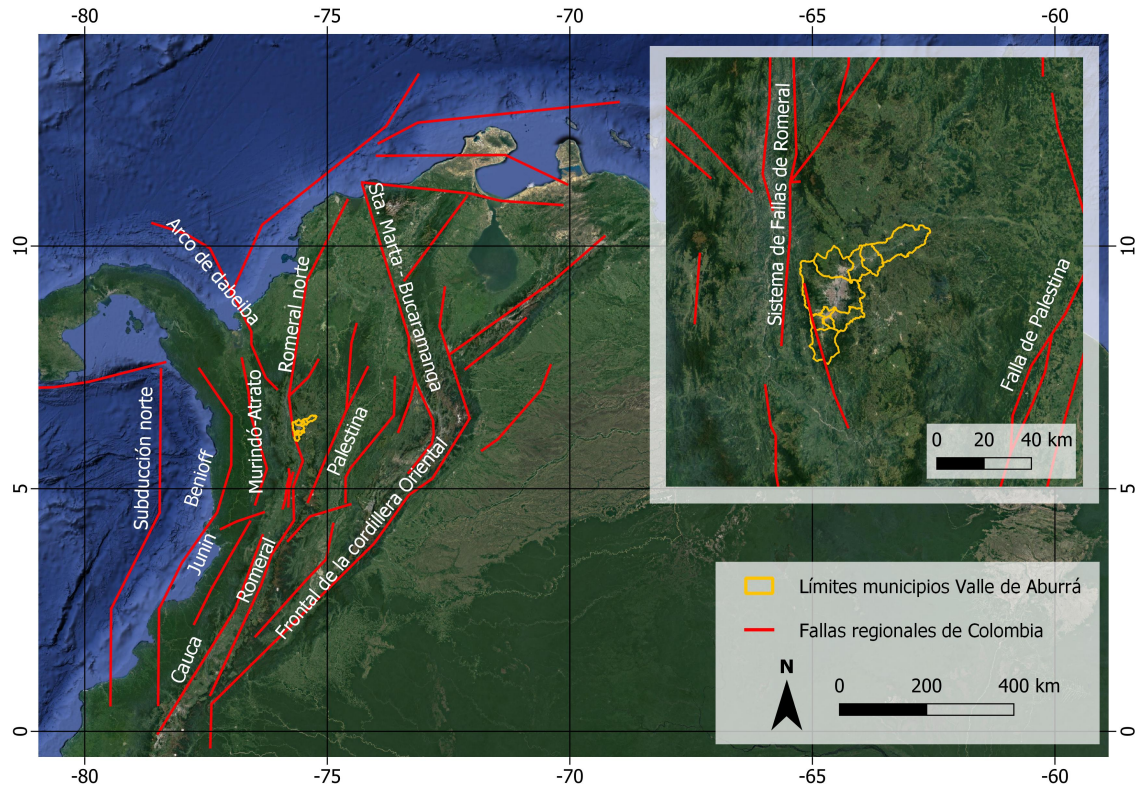


Figura 2.2. Lineamientos de fallas sísmicas regionales en la zona Andina colombiana. Tomado de [AIS et al. \(2009\)](#)

entre 5° y 10°) (ver figura 2.3). Además, se presentan algunas perturbaciones aisladas, siendo las más representativas los cerros El Volador y Nutibara.

Con este complejo ambiente geotécnico y geo-morfológico anteriormente descrito, es esperable que las diferencias en el nivel de aceleración registrado sean debidos a cambios de impedancia en los suelos y a la configuración topográfica del valle. Este último efecto ha sido objeto de estudio del grupo de Mecánica Aplicada de la Universidad EAFIT por medio de modelos computacionales ([Restrepo et al., 2016](#)) y a través de propuestas basadas en la física del problema ([Sáenz et al., 2019](#); [Vergara et al., 2021](#)). En la siguiente sección se hace una descripción cuantitativa de la respuesta sísmica de la región mediante simulaciones numéricas basadas en modelos planos correspondientes a secciones transversales representativas de la zona.

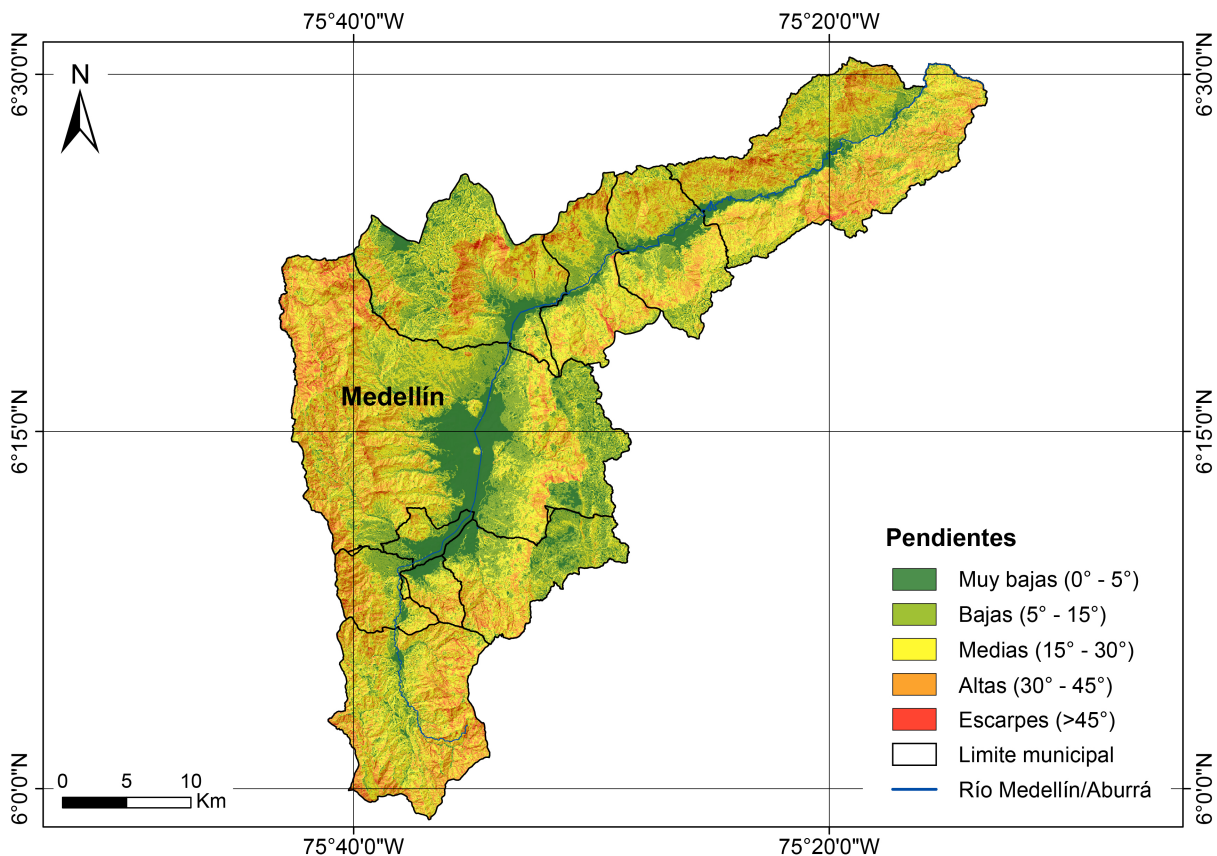


Figura 2.3. Distribución de pendientes del relieve superficial en el Valle de Aburrá, Antioquia-Colombia.

2.2. Respuesta topográfica del valle

Para obtener información conceptual asociada al ambiente topográfico del Valle de Aburrá, se analiza un modelo bi-dimensional sobre dos secciones transversales al Valle, específicamente las que cruzan por el Cerro El Volador (*CV*) y el Cerro Nutibara (*CN*), tal y como es indicado en la figura 2.4. Para cuantificar la respuesta topográfica se estimaron los espectros de respuesta en cuatro puntos a lo largo de cada sección transversal, los cuales fueron seleccionados para lograr distintas condiciones geométricas: por ejemplo cañones o montañas. Mientras que la localización geográfica de los puntos se presenta en la parte inferior de figura 2.4, su descripción geométrica se relaciona en la tabla 2.1.

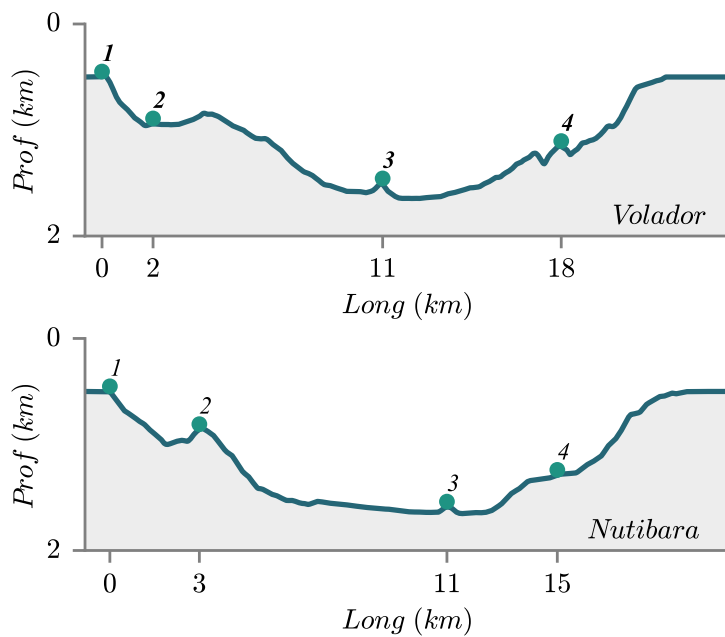
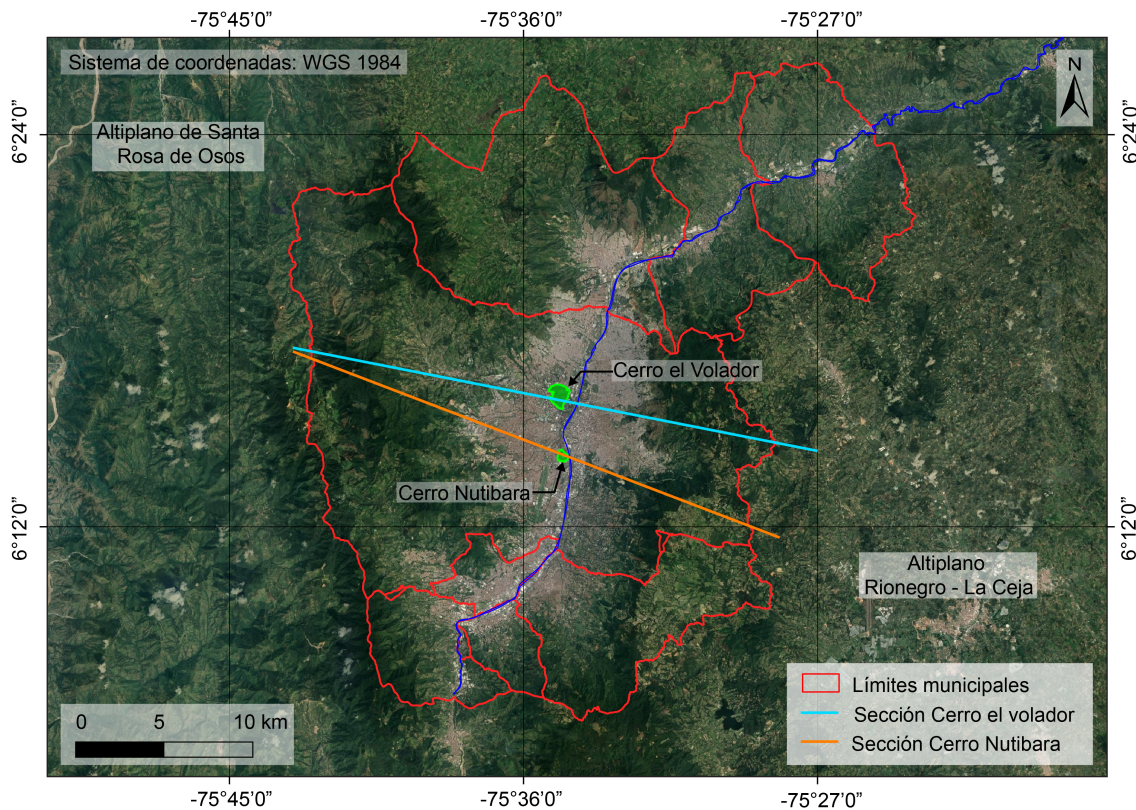







Figura 2.4. Secciones transversales a lo ancho del valle. Arriba se muestra la vista en planta del Valle con las líneas sección que interceptan a dos cerros representativos en la región: Cerro Nutibara y Cerro El Volador; abajo se presenta el perfil trasversal de dichas secciones.

Tabla 2.1. Descripción de los puntos analizados en las secciones transversales: Cerro Nutibara (CN) y Cerro El Volador (CV).

Tipología	ID	Descripción	Sección
	①	Punto superior del valle sobre la margen oeste.	CN, CV
	②	Cañón a media ladera.	CV
	②	Montaña a media ladera.	CN
	③	Topografías aislada fondo del valle: Cerro el Volador (altura de 180 m) y Cerro Nutibara (altura de 120 m)	CN , CV
	④	Punto a mitad de ladera sobre sector plano.	CN , CV

El cálculo de los espectros se realizó mediante una implementación in-house del método directo de elementos de frontera (*BEM*) en el dominio de la frecuencia (Banerjee, 1994), el cual resuelve de manera exacta la condición de radiación (Achenbach, 1973) (ver formulación en el apéndice A). Para efectos de la modelación se consideró que el relieve topográfico reposa sobre un medio elástico, lineal y homogéneo, con velocidad de onda de corte $\beta = 1.0$ km/s, relación de Poisson $\nu = 0.3$ y relación de amortiguamiento crítico $\xi = 3\%$. El modelo es excitado con un frente de onda plano incidiendo verticalmente, con de polarización *SH* y *SV*.

Debido a que la implementación usa funciones de Green de "full-space", la discretización del modelo se hace sobre una porción de la superficie libre, considerando una longitud de los elementos de discretización dada por $L_e = \lambda/10$, en donde λ es la longitud de onda asociada a ondas de cortante. Una esquematización de la discretización del modelo se presenta en la figura 2.5. En esta, la altura H es de 1.3 km y el Ancho a es de 16 km aproximadamente.

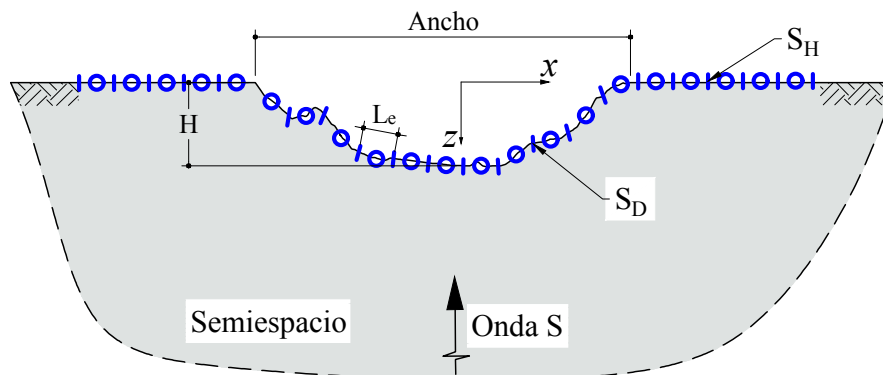


Figura 2.5. Esquematación de la discretización de los modelos de elementos de frontera usados en las geometrías simuladas. La discretización se hace sobre las fronteras del dispersor S_D y la horizontal S_{Hor}

La respuesta topográfica en los puntos de análisis fue obtenida en tres pasos: primero, haciendo la convolución de la función de transferencia obtenida con BEM y una señal sintética, con espectro de respuesta constante en el rango de periodos $[0.2-5.0]$ s (ver figura 2.6)); segundo, transformado al dominio del tiempo dicha convolución; y tercero, calculando el espectro de respuesta de dicha señal. En otras palabras, la amplitud espectral de la señal modificada por la topografía es:

$$S_{amp} = ER[iFFT(SF_{inc}(\omega)FT_{BEM}(\omega))] \quad (2.1)$$

En donde $FT_{BEM}(\omega)$ es la función de transferencia en el punto de análisis, esta es obtenida con BEM para un vector de frecuencias $f = [1/6, 5]$ Hz; $SF_{inc}(\omega)$ es el espectro de Fourier de la señal sintética, la cual es obtenida a partir de la manipulación numérica de un sismo real usando el algoritmo propuesto por Hancock et al. (2006); Al Atik & Abrahamson (2010); Montejo (2020); $iFFT(\bullet)$ indica el operador de la transformada inversa de Fourier; y $ER(\bullet)$ indica el espectro de respuesta de la señal.

Las relaciones espectrales (RRS) entre el espectro de respuesta incluyendo la topografía y la señal asociada al semiespacio para los cuatro receptores en las dos secciones del valle: Cerro Nutibara y Cerro El Volador son mostrados en color rojo en las figuras 2.7 a 2.10.

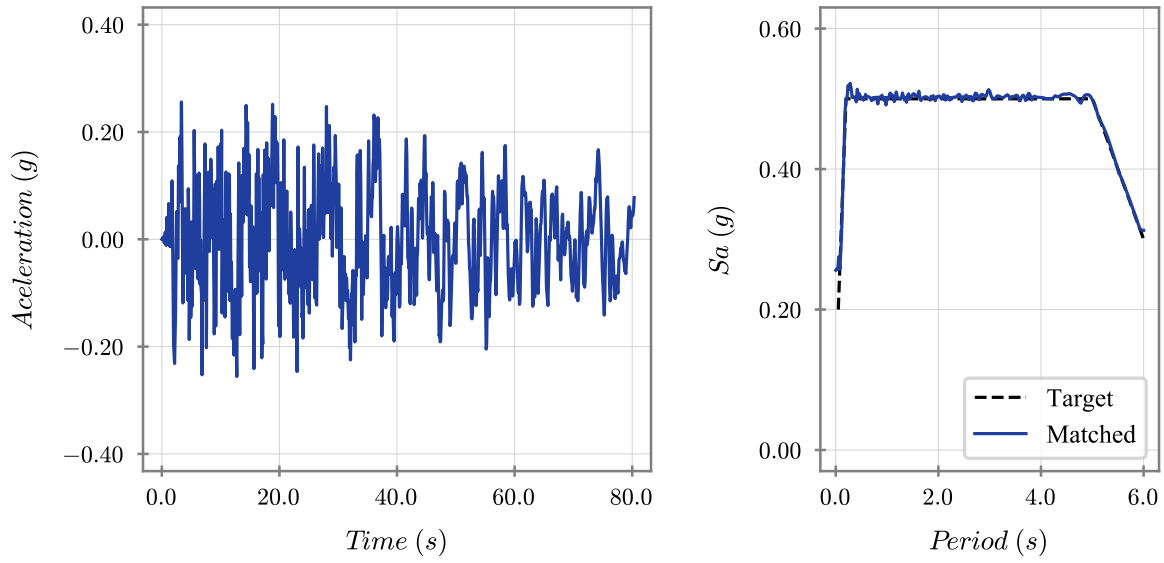


Figura 2.6. Señal de tiempo usada como campo incidente para obtener la respuesta espectral en los cuatro puntos estudiados. La señal ha sido modificada para lograr un espectro de respuesta constante en el rango de periodo [0.2–5] s a partir de la manipulación numérica de un sismo real.

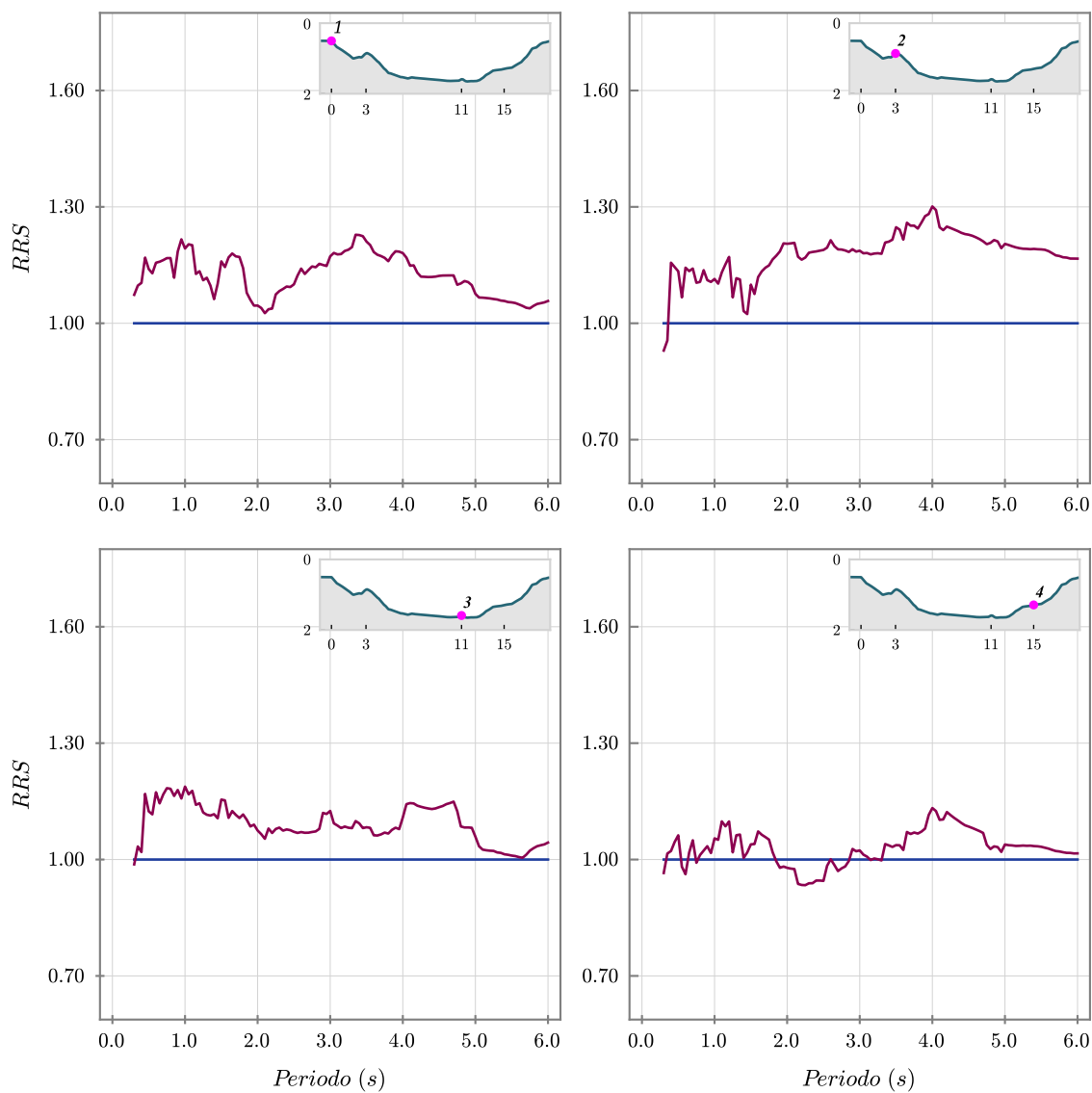


Figura 2.7. Respuesta en receptores localizados sobre la sección transversal que cruza por el cerro Nutibara para movimiento incidente *SH*. La línea roja representa la relación de amplificación respecto a la referencia unitaria (línea azul).

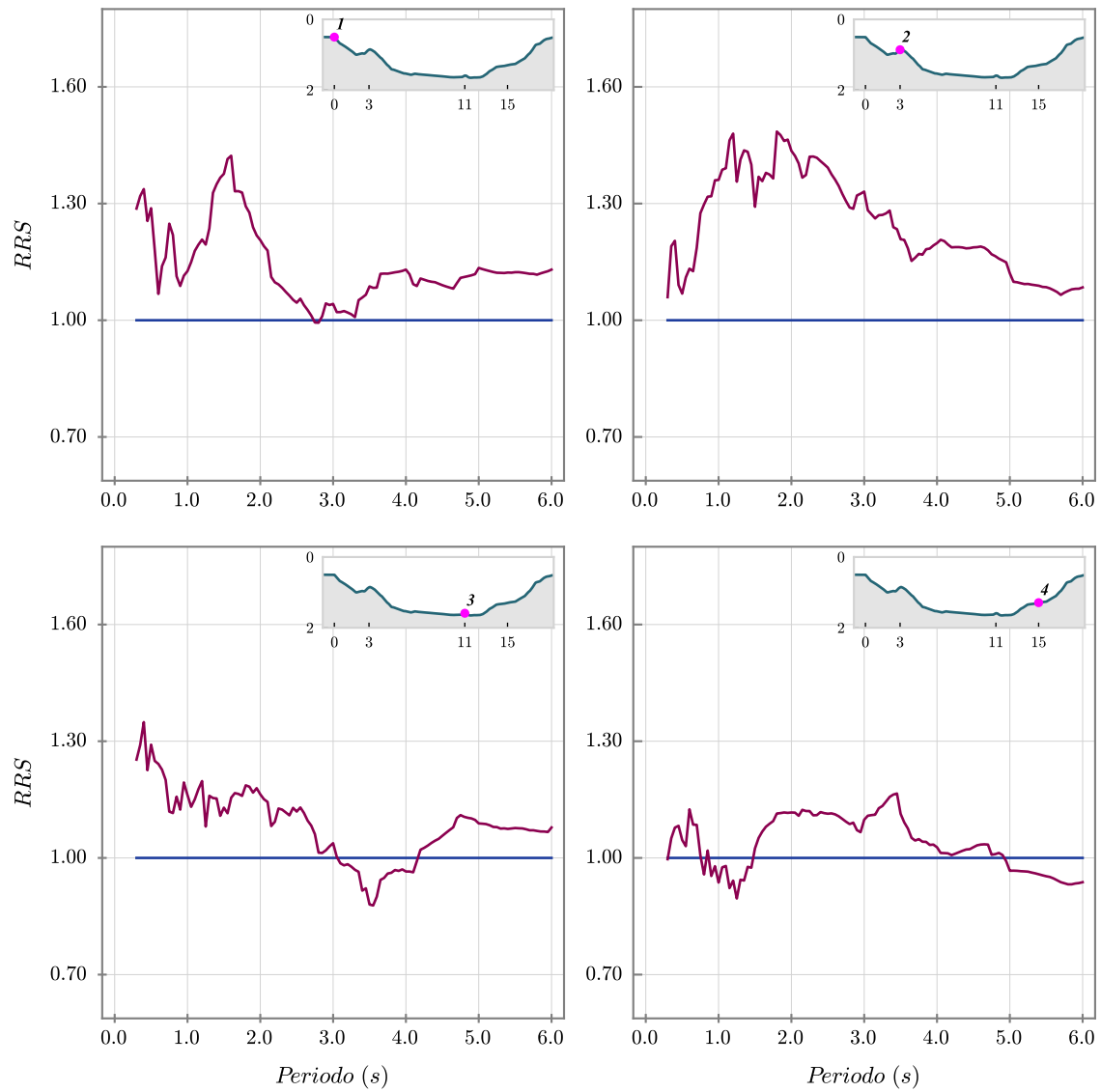


Figura 2.8. Respuesta en receptores localizados sobre la sección transversal que cruza por el cerro Nutibara para movimiento incidente *SV*. La línea roja representa la relación de amplificación respecto a la referencia unitaria (línea azul)

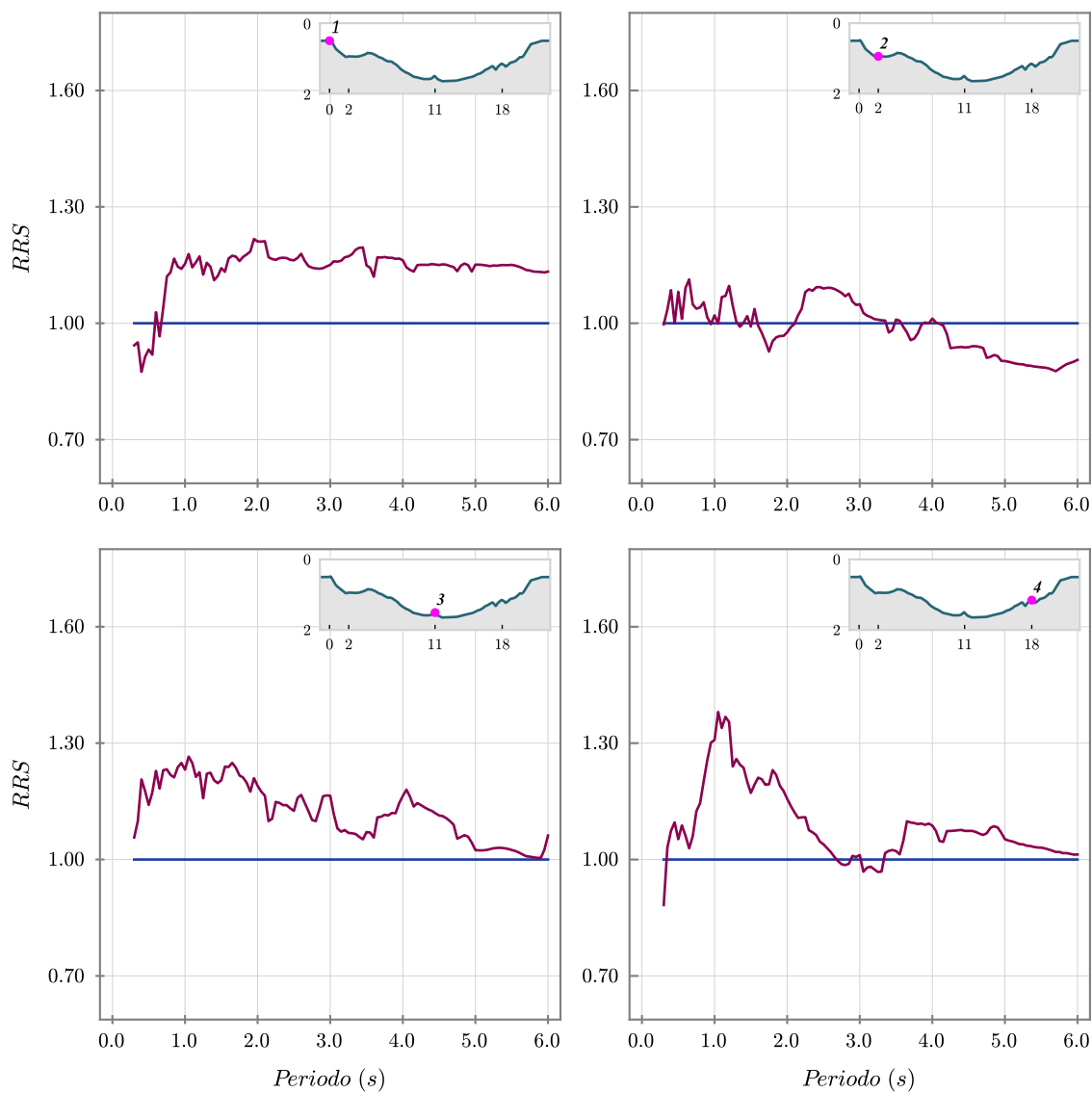


Figura 2.9. Respuesta en receptores localizados sobre la sección transversal que cruza por el cerro El Volador para movimiento incidente *SH*. La línea roja representa la relación de amplificación respecto a la referencia unitaria (línea azul)

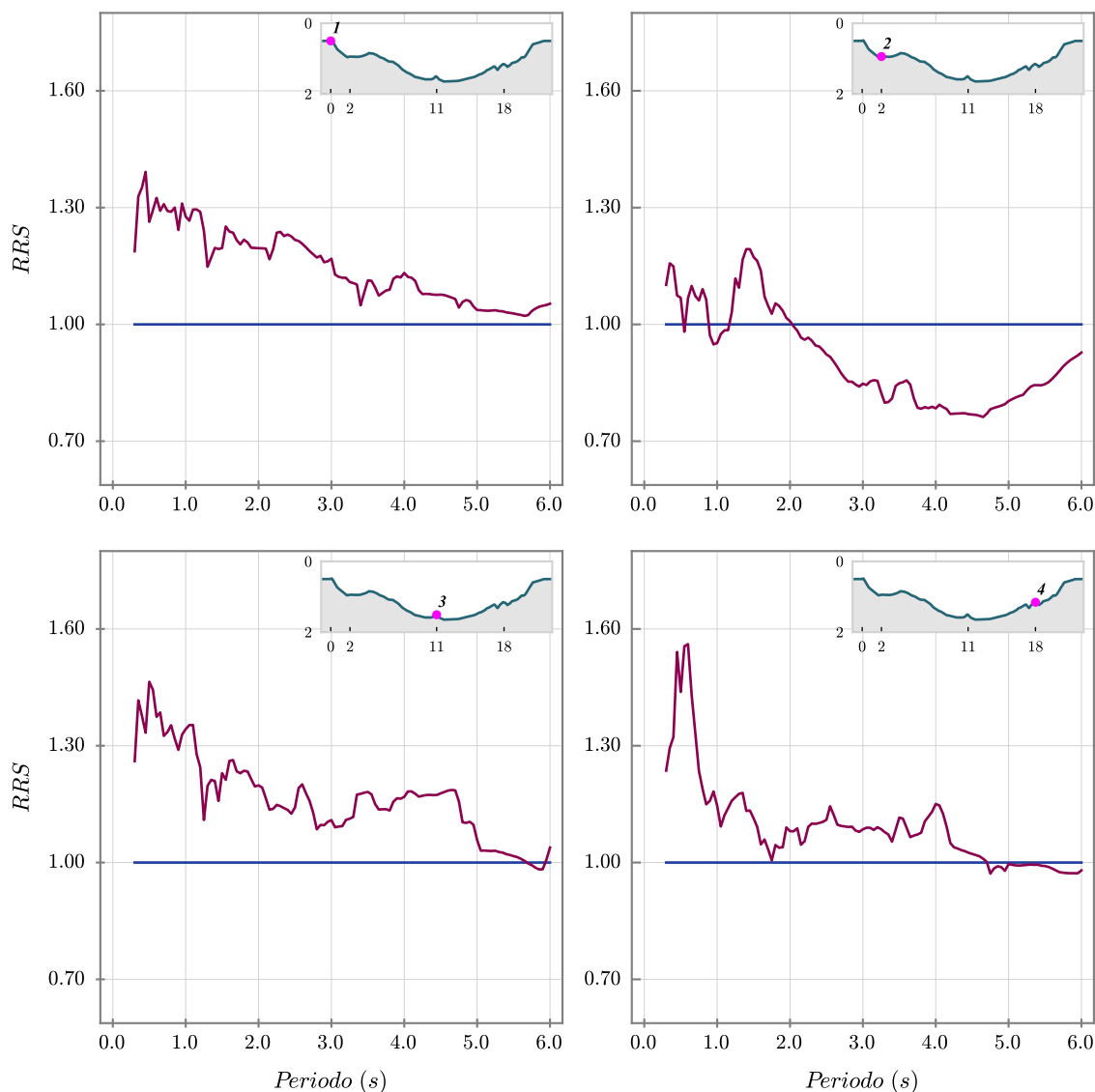


Figura 2.10. Respuesta en receptores localizados sobre la sección transversal que cruza por el cerro El Volador para movimiento incidente *SV*. La línea roja representa la relación de amplificación respecto a la referencia unitaria (línea azul)

Los resultados espectrales, además de mostrar una fuerte variación espacial de la respuesta, evidencian el papel predominante del contenido frecuencial del movimiento y su relación con el tamaño y la resolución geométrica (ver mayor detalle en el trabajo de Sáenz et al. (2019)). La dependencia del contenido frecuencial se ve reflejada en las formas espectrales (*RRS*), las cuales tienden al valor del semi espacio cuando el periodo estructural se hace más grande (grandes longitudes de onda); condición que hace que el accidente

topográfico no sea percibido por la onda sísmica.

Algunas particularidades de la respuesta son: mayores amplificaciones asociadas a la incidencia SV , amplificaciones cercanas al 50% en el punto ① y mayor amplificación en el Cerro el Volador que en el Cerro Nutibara (punto ③), hecho que refleja la importancia del tamaño del accidente.

2.3. Conclusiones

La importancia de los efectos topográficos en la ingeniería sísmica es ilustrada mediante el análisis $2D$ del complejo escenario topográfico del valle del Aburrá, Medellín-Colombia, el cual está localizado sobre una zona sísmicamente activa. Para estimar la amplitud de estos efectos se calcularon las respuestas topográficas sobre cuatro puntos localizados en la superficie de dos secciones transversales que cruzan el valle por el Cerro El Volador y el Cerro Nutibara cuando el medio es excitado con un frente de onda plano incidiendo verticalmente, con polarización SH y SV . Los análisis se realizaron en el dominio de la frecuencia mediante una implementación basada en el método de elementos de frontera BEM que usa para su solución funciones de Green asociadas al "full-space". Estos análisis arrojan funciones de transferencia en los puntos analizados.

Los relaciones espectrales muestran la magnitud y variabilidad espacial de los efectos topográficos. El valor de la modificación es función de la localización del punto, del tamaño y de la resolución de dicha topografía. Los resultados muestran amplificaciones hasta del 50% y de-amplificaciones hasta del 30% respecto a la respuesta asociado al semi-espacio.

Capítulo 3

Evaluación de efectos topográficos en medios de propagación idealizados

3.1. Introducción

Dos alternativas ampliamente usadas para juzgar la importancia de la topografía en la ingeniería sísmica son: i) la adaptación de soluciones analíticas y semi-analíticas de problemas con geometrías idealizadas y ii) la combinación lineal de soluciones fundamentales. Si bien estas propuestas tienen alcance limitado por haber sido desarrolladas para formas geométricas regulares que reposan sobre medios homogéneos, isotrópicos y elásticos y en su mayoría excitados con ondas SH , proporcionan valores referenciales y elementos conceptuales para construir soluciones a problemas que consideren configuraciones topográficas más complejas. Es por esta razón que en este capítulo se exponen aspectos fundamentales de este tipo de soluciones.

Inicialmente se presentan aspectos geométricos relacionados con la solución a la respuesta topográfica de algunas formas geométricas simples ante la incidencia de ondas SH ; particularmente, se revisará el cañón semicircular ([Trifunac, 1973](#)), el cañón triangular ([Tsaur & Chang, 2008](#)) y la cuña infinita con ángulo interno $n\pi$ ([Sánchez-Sesma, 1985](#)) (en donde $0.0 < n < 2.0$). Luego, y por ser la base de la contribución de este trabajo, se revisita la propuesta planteada en [Jaramillo et al. \(2012\)](#) y [Gomez et al. \(2016\)](#) para

la obtención de la respuesta asociada con un accidente topográfico arbitrario a partir de superponer la solución de una cuña infinita. Al final del capítulo, se revisarán brevemente algunos elementos geométricos de la propagación de ondas en el plano (polarización P , SV) en una cuña infinita con ángulo interno $n\pi$.

3.2. Soluciones semi-analíticas a formas topográficas simples ante incidencia de ondas SH

Los problemas más simples de propagación de ondas son aquellos cuyo medio es excitado por ondas cuya componente de desplazamiento está por fuera del plano —onda SH —. En este sentido, la teoría de la elasticidad ofrece múltiples soluciones para la consideración de los efectos topográficos sobre geometrías simples cuando estas son excitadas con este tipo de ondas. En medios homogéneos y elásticos, estos desarrollos frecuentemente son el producto de una combinación lineal de soluciones más simples, permitiendo generalmente escribir cualquier solución en términos de un campo incidente U_{inc} y un campo disperso U_{disp} , tal y como es indicado por la ecuación (3.1):

$$U_T = U_{inc} + U_{disp} \tag{3.1}$$

En donde U_T es el campo total y U_{disp} es la dispersión generada por la interacción entre el campo incidente U_{inc} y una perturbación del medio (modificación geométrica o material).

Si bien hay múltiples soluciones obtenidas con esta estrategia (ver por ejemplo: [Trifunac \(1973\)](#); [Sánchez-Sesma \(1985\)](#); [Tsaour & Chang \(2008\)](#); [Tsaour et al. \(2010\)](#); [Zhang et al. \(2012\)](#); [Valencia et al. \(2017\)](#)), un par de ejemplos representativos son los trabajos de [Trifunac \(1973\)](#) y [Tsaour & Chang \(2008\)](#) en donde se estudia la respuesta topográfica generada por la presencia de un cañón semicircular y cañón en V , respectivamente. [Trifunac \(1973\)](#) propone que la solución al campo total U_T es la suma de tres componentes: el campo incidente y un campo disperso compuesto por la reflexión asociada al semi-espacio, y un campo perturbado adicional debido a la forma semicircular. Los dos primeros campos son frentes de onda plana con amplitud que no decae en el tiempo; por su parte, el campo perturbado es un frente cilíndrico con amplitud variable en el espacio y el tiempo, producido

por la interacción del campo incidente con una forma geométrica semicircular. Este último campo es construido a partir de una combinación lineal de términos de funciones Hankel y Bessel¹. Para ilustración, en la figura 3.2 se presenta el campo de desplazamientos asociado a un cañón semicircular de profundidad y semiancho a cuando el medio es perturbado por una onda SH de incidencia vertical, con velocidad de propagación $\beta = 1.0$ km/s. Los patrones de movimiento presentados fueron construidos en el dominio del tiempo mediante un proceso de convolución (ver apéndice A) entre el valor de la función de transferencia obtenida para cada punto del espacio a partir de la solución propuesta por Trifunac (1973) (re-escrita en Sánchez-sesma et al. (1986)) y el espectro de Fourier de un pulso de Ricker, usado como fuente de excitación. El pulso de Ricker (ver figura 3.1), tiene frecuencia característica $f_c = 3.0$ Hz, y está gobernado por:

$$u(t) = (\tau^2 - 0.5) \exp(-\tau^2) \quad (3.2)$$

En donde, $\tau = \pi f_c(t - 4.0)$

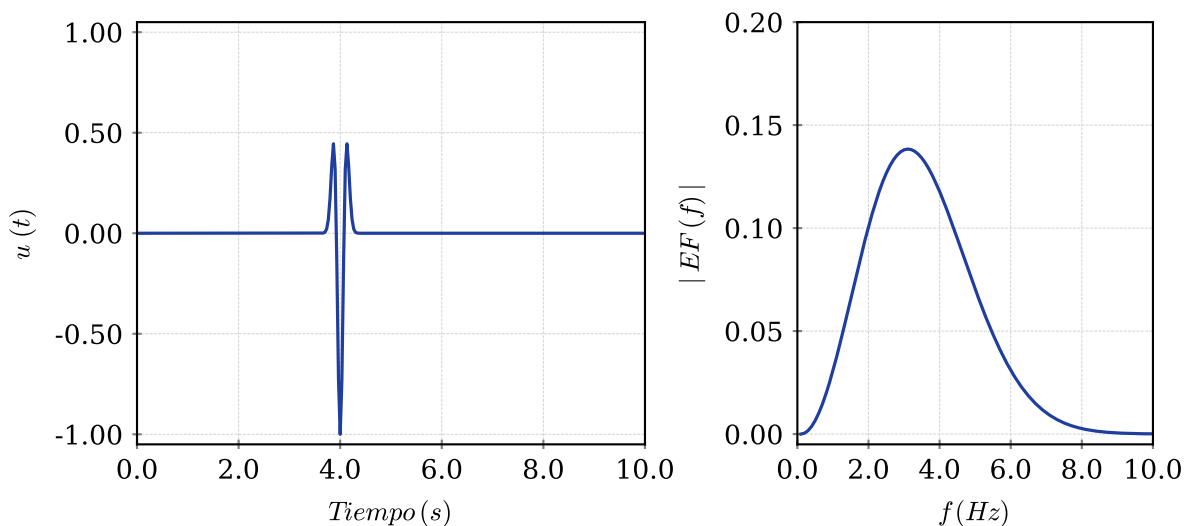


Figura 3.1. Pulso de Ricker usado para establecer el campo de desplazamiento de las soluciones analíticas. El pulso tiene frecuencia característica $f_c = 3.0$ Hz y está centrado en 4.0 s.

¹Funciones matemáticas descubiertas por Daniell Bernoulli y generalizadas por el Astrónomo y matemático alemán: Friedrich Wilhelm Bessel.

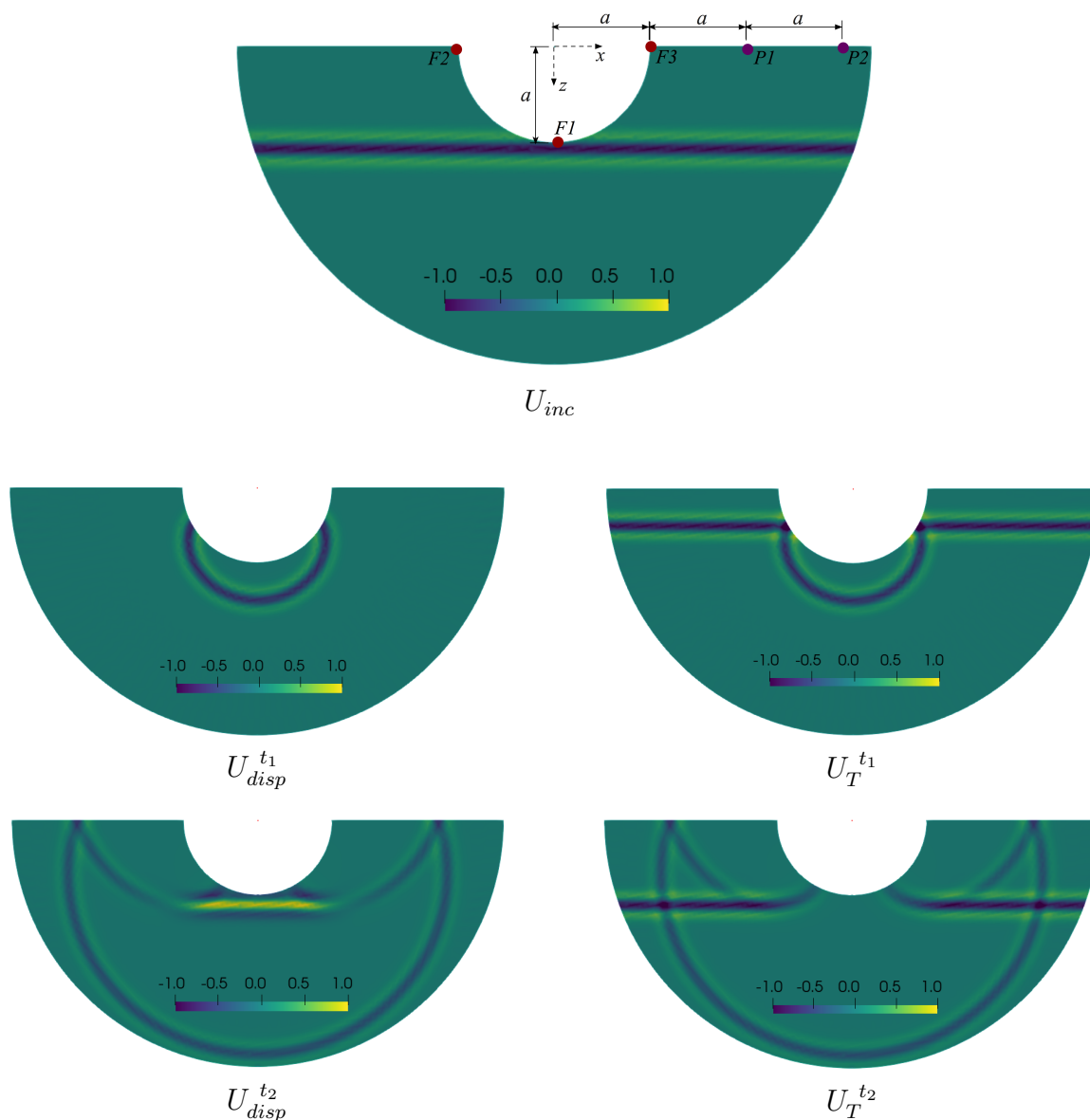


Figura 3.2. Campos de desplazamientos para un cañón semicircular excitado con una incidencia de onda plana con polarización SH . La solución fue propuesta originalmente por [Trifunac \(1973\)](#) y reescrita en [Sánchez-sesma et al. \(1986\)](#). En la primera fila se muestra el campo incidente U_{inc} y en la segunda y tercera U_{disp} y U_t , para dos instantes de tiempo. La señal de excitación es un pulso de Ricker con frecuencia característica $f_c = 3.0$ Hz y tiempo central $t_o = 4.0$ s.

En los patrones anteriores se puede observar que cuando la onda plana incidente (panel superior) golpea contra la perturbación en su punto inferior ($F1$) se genera una fuente cilíndrica que viaja, pegada a la superficie libre, hacia el interior del espacio (ver segunda fila). Asimismo, una vez esta onda cilíndrica intercepta las esquinas superiores (marcadas

por $F2$ y $F3$) esta acción genera un frente cilíndrico adicional (ver tercera fila) que viaja pegada a la superficie horizontal y a la superficie del cañón. Estas ondas se superponen en fase con el campo reflejado para conformar el campo total. Se espera que perturbación del campo cilíndrica desaparezca una vez se está lejos del dispersor, restituyendo un frente plano.

Ahora bien, si se analiza con más detalle la respuesta en el dominio tiempo de los puntos sobre la superficie horizontal, particularmente por medio de los sismogramas de los puntos $P1$ y $P2$ (ver panel superior de figura 3.2), se aprecia un movimiento principal producido por el frente plano incidente, seguido del movimiento asociados a la fuente $F1$ y a las fuentes $F2$ y $F3$. Se espera que cada vez que un frente de onda intercepte las fuentes $F1$, $F2$ y $F3$, se generen nuevos frentes cilíndricas, cada vez con menor amplitud.

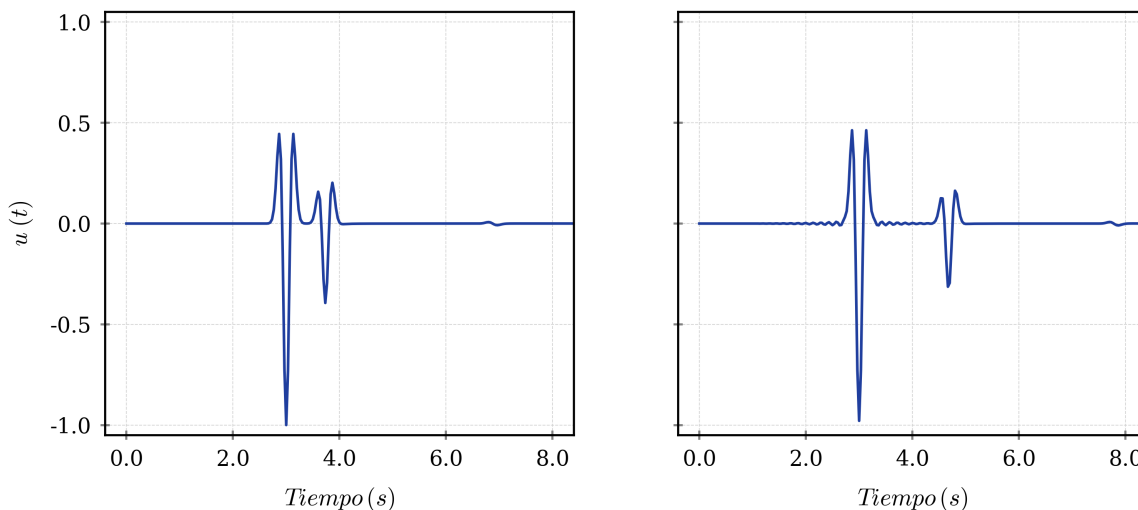


Figura 3.3. Sismogramas en el punto de observación $P1$ (izquierda) y $P2$ (derecha) localizados a distancia a y $2a$ sobre la margen derecha del cañón semicircular. El primer movimiento registrado es debido al campo incidente; los siguientes son producidos por la interacción de este con las fuentes $F3$ y $F1$.

Otro modo de interpretar el efecto sobre los puntos en la superficie horizontal ($x > a$) es usando la respuesta en el dominio de la frecuencia. Con esta medición, el efecto topográfico puede verse como un fenómeno de escala, en el cual juega un papel predominante la relación entre el tamaño del accidente topográfico y la longitud de onda (función de la frecuencia) analizada. Este comportamiento es mostrado en la figura 3.4, en donde se presenta la función de transferencia del movimiento para frecuencias adimensionales $\eta = fa/\beta =$

[1, 2], reflejando que un punto por fuera del dispersor experimentará una determinada amplificación o deamplificación en función de η .

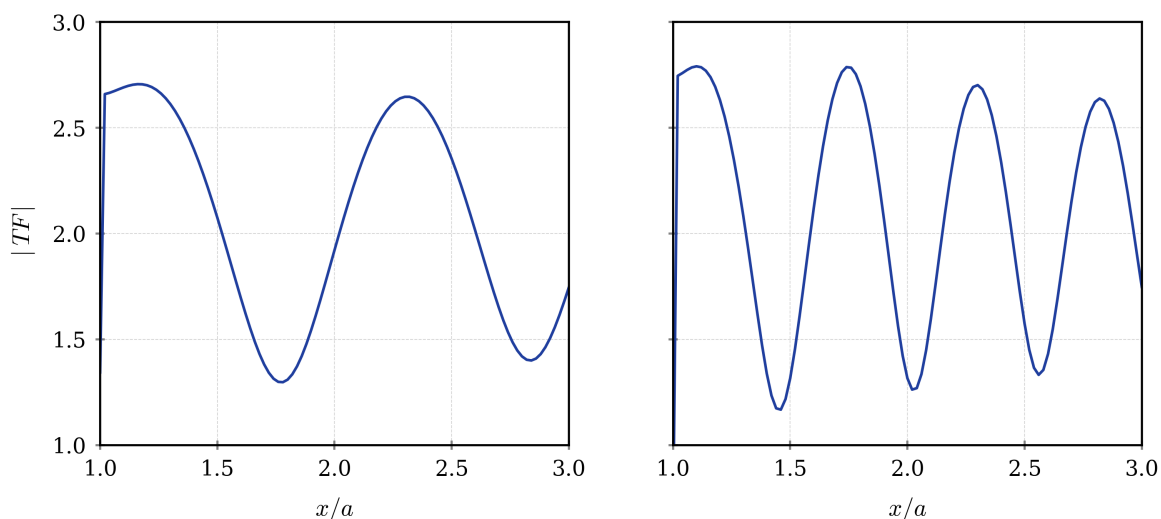


Figura 3.4. Función de transferencia en receptores en superficie para frecuencias adimensionales $\eta = [1, 2]$ obtenidos con la solución propuesta por Trifunac (1973). Cómo puede verse en las frecuencias revisadas la solución se aparta de la solución obtenida para el semi-espacio, es decir, se obtiene un valor diferente de 2.0.

Por su parte, Tsauro & Chang (2008) construyen la respuesta topográfica del cañón en V mediante la superposición del campo asociado al cañón semicircular propuesto por Trifunac (1973) y una dispersión adicional generada por la perturbación topográfica. Tal y como se muestra en la figura 3.5, la solución semi-analítica genera patrones de movimiento similares a los del cañón semicircular: una vez que el frente de onda incidente golpea en alguna singularidad $F1$, $F2$ y $F3$, desde ellas emergen ondas cilíndricas, las cuales a su vez, generan otros frentes de onda cuando dichos frentes interactúan de nuevo con la singularidad. En teoría el número de interacciones entre $F1$, $F2$ y $F3$ es infinito pero cada vez sus frentes de onda son de menor amplitud.

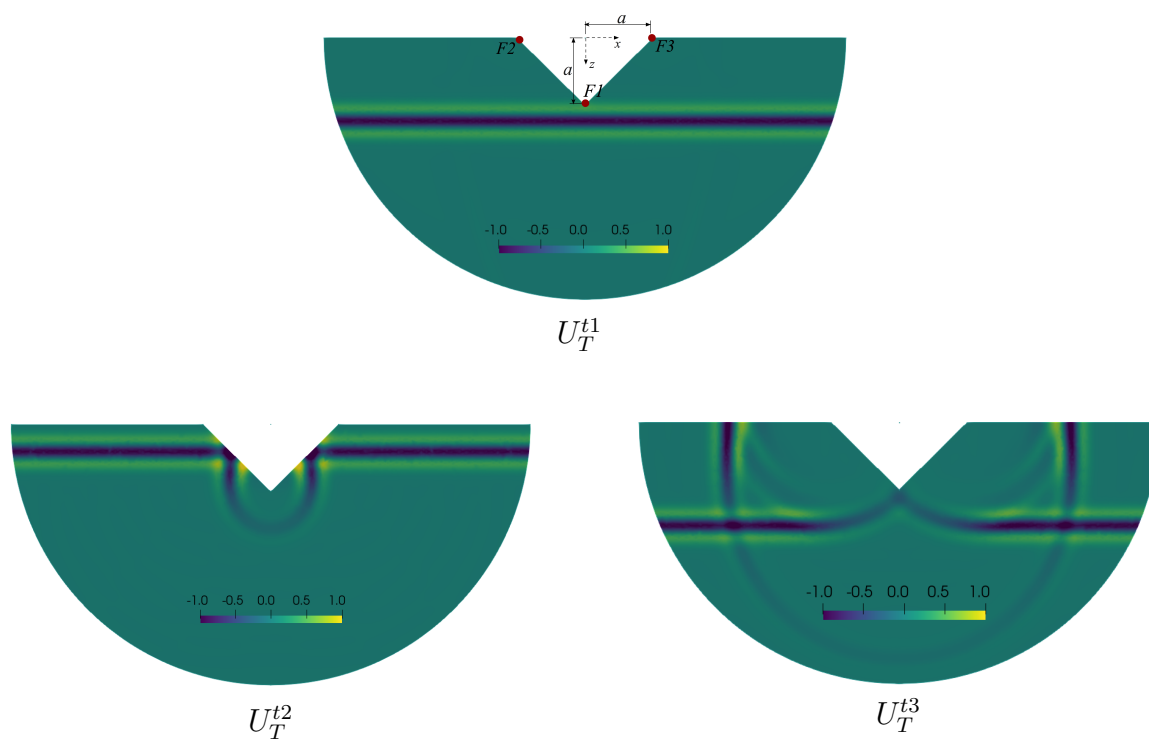


Figura 3.5. Campo de desplazamiento total para un cañón triangular de 45° , con semiancho a y sometido a un pulso de Ricker con frecuencia característica $f_c = 3.0$ Hz y tiempo central $t_o = 4.0$ s. La solución fue encontrada usando la propuesta planteada en [Tsauro & Chang \(2008\)](#) en tres instantes de tiempo. En el tiempo t_1 se muestra el campo incidente, en el tiempo t_2 se muestra la onda cilíndrica emergente desde $F1$ y en el tiempo t_3 la interacción de las fuentes $F2$ y $F3$.

3.3. Construcción de la solución de un problema de dispersión.

Respuesta asociada con geometrías arbitrarias

Siguiendo con la línea de construcción de soluciones a partir superposición de unas más simples, [Jaramillo et al. \(2012\)](#); [Gomez et al. \(2016\)](#) propusieron, en su método de superposición basado en la difracción *SBD*, que la respuesta topográfica podría obtenerse como la suma del campo incidente y disperso, pero ahora redefinidos en términos de un campo óptico U_O y un campo difractado U_D , conforme a la ecuación (3.3)

$$U_t = U_O + U_D = U_{inc} + U_r + U_D \quad (3.3)$$

En donde el término U_O es la suma del campo incidente U_{inc} y el campo reflejado U_{ref} .

El valor de estos campos es independiente de la frecuencia del movimiento y es obtenido mediante la aplicación de las conocidas leyes de Snell ² de la óptica geométrica.

El término correspondiente al campo difractado U_D sí depende de la frecuencia del movimiento y su construcción es fuertemente controlada por la disposición de las formas geométricas que conforman la topografía y las interacciones entre estas. Lo novedoso del trabajo de Jaramillo et al. (2012); Gomez et al. (2016) es la técnica propuesta para la evaluación de U_D a partir de la superposición de la solución del campo difractado por una cuña infinita, siempre y cuando la geometría del dispersor pueda ser simplificada a segmentos de superficies rectas continuas que converjan a singularidades geométricas; y el medio de propagación sea homogéneo, isotrópico y elástico, y esté sometido a ondas fuera del plano —ondas SH —. Para ilustrar brevemente la técnica de construcción, la figura 3.6 esboza una topografía arbitraria que reposa sobre un medio infinito homogéneo, isotrópico y elástico. El medio continuo es sometido a un frente de onda plana con polarización SH , incidiendo verticalmente.

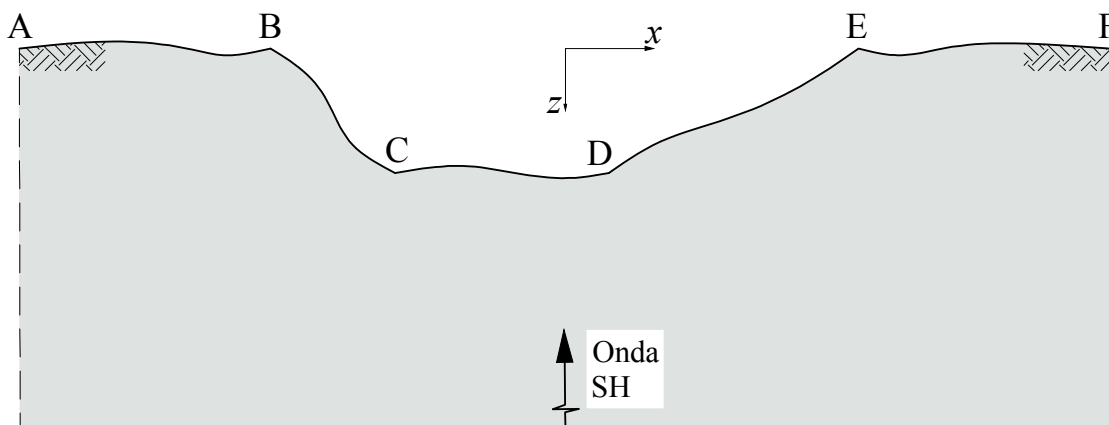


Figura 3.6. Esquematización de una topografía arbitraria sometida a un frente de onda plano escalar (onda SH).

Ahora bien, teniendo en cuenta que la simplificación de la forma topográfica a líneas rectas fue estudiada por Sáenz et al. (2019) en su trabajo sobre resolución geométrica, encontrando que para cierto rango de frecuencias, ésta aproximación geométrica no genera pérdida de precisión en la respuesta (al menos desde el punto de vista ingenieril); es posible

²En alusión a su descubridor, el matemático holandés Willebrord Snell van Royen

proponer una geometría conformada por cinco segmentos de línea como la mostrada en la figura 3.7. Las líneas rectas se unen en las singularidades geométricas (en adelante fuentes de difracción) B, C, D, E , las cuales a su vez son los vértices de cuñas infinitas con ángulo interno $n\pi$ (indicadas por las líneas color azul).

Si del campo total asociada a la configuración aproximada, se aísla el campo óptico y el campo difractado conforme a la ecuación (3.3), se tendría una configuración geométrica del campo como la presentada en la figura 3.8. En ésta, el campo óptico es conformado por frentes de onda plana discontinuos en el dominio, los cuales son sumados en fase con el campo difractado (U_D) para dar la continuidad necesaria. U_D es de geometría cilíndrica y, contrario a los campos ópticos, tienen variación de su amplitud con la posición (para mayor detalle ver Jaramillo et al. (2012)).

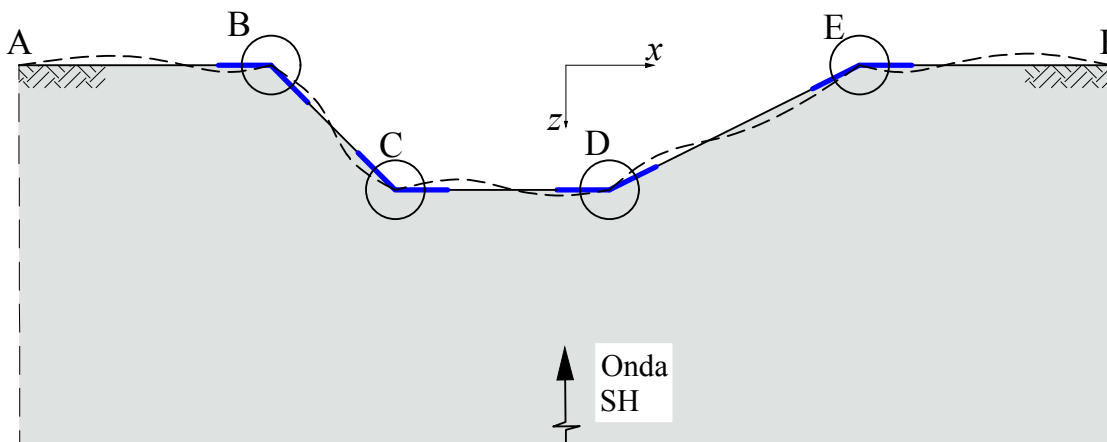


Figura 3.7. Simplificación de la topografía con un modelo conformado por la superposición geométrica de cuatro cuñas infinitas con vértices en B, C, D, E . En las cuñas con vértices B y E $n\pi < \pi$ y en las C y D $n\pi > \pi$

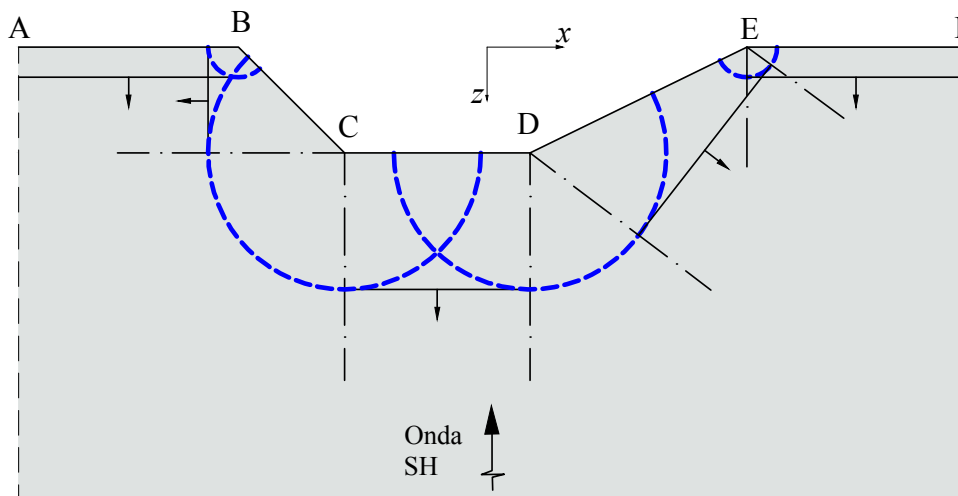


Figura 3.8. Configuración geométrica del campo óptico y del campo difractado. El campo óptico está conformado por frentes de onda plano y el campo difractado U_D por frentes de onda cilíndrico (indicados en línea punteada azul) que emanan desde las fuentes de difracción. U_D es el responsable de dar continuidad al campo cuando se suma en fase con el campo óptico.

3.3.1. Problema fundamental, cuña infinita

La cuña infinita es una construcción geométrica conformada por dos líneas no paralelas que tiene su origen en un punto común (en adelante vértice o singularidad geométrica de la cuña), separados un ángulo interno $\alpha = n\pi$ (ver figura 3.9). El entendimiento de la respuesta de esta geometría ante la acción de excitación ondulatoria ha sido una fuente de enorme progreso en la conceptualización del efecto de la topografía en la ingeniería sísmica. Los estudios pioneros asociados a la cuña se remontan a inicios del siglo pasado: por ejemplo, MACDONALD derivó en 1902 la respuesta de una cuña ante un campo eléctrico (ver detalles de las expresiones en Bowman et al. (1969)); posteriormente Keller (1956, 1962) en sus estudios de óptica geométrica propuso una interesante extensión de la teoría de la óptica clásica para incluir la teoría geométrica de la difracción. En ésta introduce el concepto de rayo difractado, el cual es generado cuando un campo incidente golpea contra el vértice de una cuña y se propaga con un patrón de movimiento cilíndrico, con amplitud que es inversamente proporcional a la distancia desde el vértice de la cuña hasta el punto de evaluación.

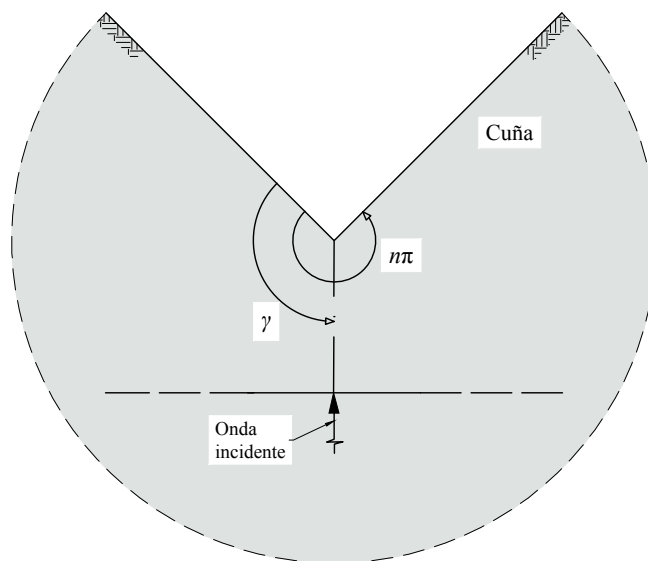


Figura 3.9. Esquemización de una cuña infinita de ángulo interno $\alpha = n\pi$ sometida a un frente de onda plano con dirección de propagación dada por el ángulo γ .

En una época más reciente, [Sánchez-Sesma \(1985\)](#) propuso una solución semi-analítica (en términos de una serie infinita de funciones de Hankel y Bessel) para la respuesta de una cuña infinita ante un frente de onda plano con polarización SH . El campo de desplazamientos asociado a esta solución muestra que, en función del ángulo interno, los patrones de onda plana pueden modificarse en algunas regiones con la aparición de patrones de onda cilíndricos. Para ilustración, en la figura 3.10 se presentan el campo de desplazamiento asociado a cuñas con ángulo interno de $[90, 120, 160]^\circ$ en dos instantes de tiempo, cuando el medio es sometido a un frente plano con incidencia vertical SH y velocidad de onda de corte $\beta = 1.0$ km/s.

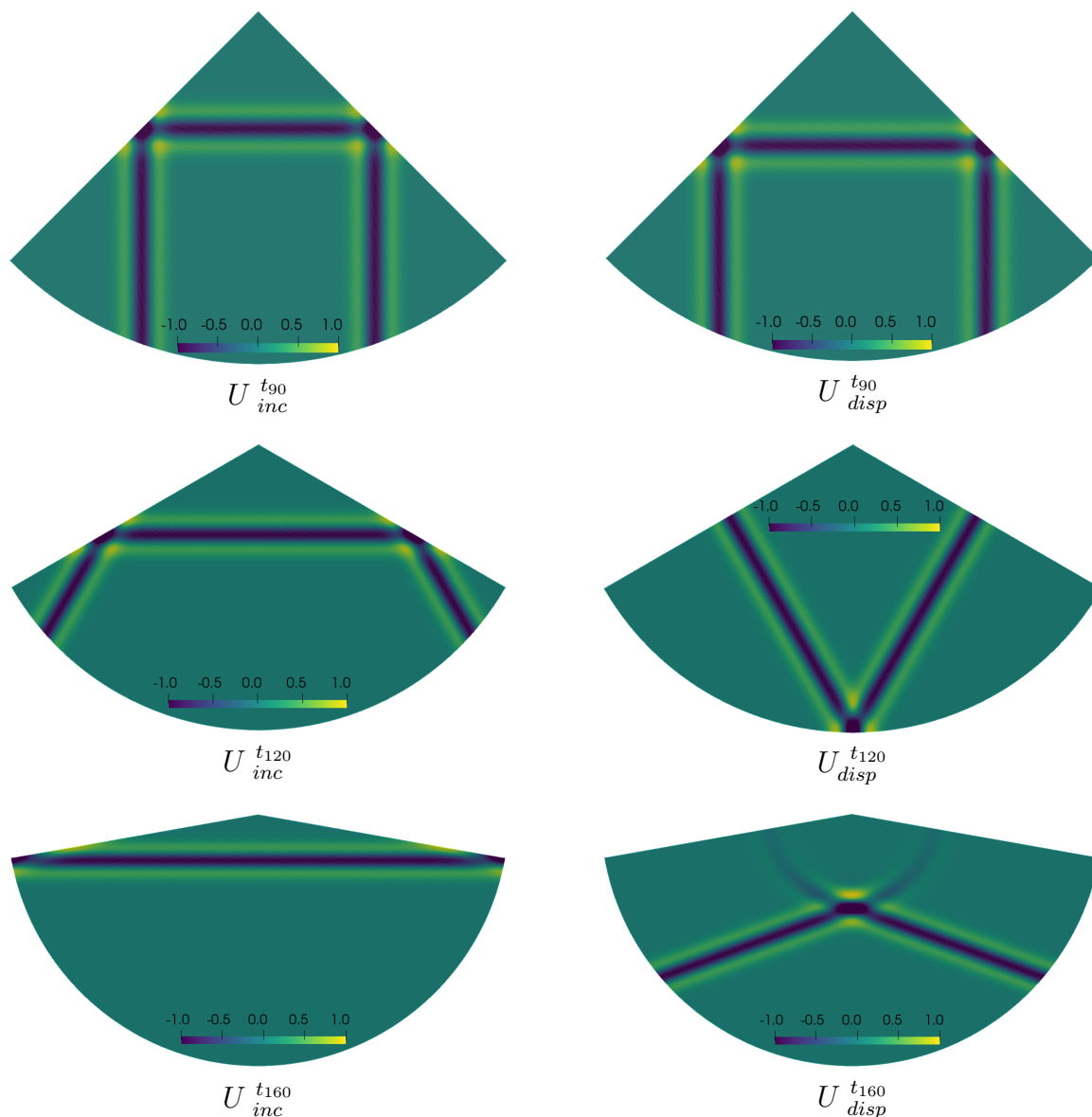


Figura 3.10. Patrones de movimiento para un cuña con ángulo interno $[90, 120, 160]^\circ$. La primera columna muestra el campo incidente ($U_{inc}^{t_i}$) y la segunda columna el campo disperso ($U_{disp}^{t_i}$). Mientras que las cuñas con ángulo interno $[90]^\circ$ y $[120]^\circ$ (primera y segunda fila) el campo de desplazamientos es compuesto por frentes de onda plano, en la cuña con $[160]^\circ$ aparece un frente cilíndrico adicional.

Las gráficas anteriores muestran como en todo instante de tiempo hay continuidad del campo. A partir de los patrones de movimiento se infiere que tanto la solución de la cuña con ángulo interno de 90° , como la de 120° (primera y segunda fila respectivamente) pueden describirse completamente con las leyes de óptica de Snell, es decir, solo sumando los campos incidentes y reflejados con sus respectivas fases; generando siempre patrones de

onda plana cuya amplitud no decae con la distancia. Entre tanto, en la cuña con ángulo interno de 160° emerge una onda cilíndrica una vez que el frente plano toca la singularidad (vértice de la cuña). Este frente de onda tiene amplitud variable que decae en la medida que el frente se aleja de la singularidad. Este frente cilíndrico es precisamente el campo difractado U_D al que nos referimos en la ecuación (3.3).

3.3.2. Concepto geométrico del campo difractado

La formulación de este trabajo parte de la solución del campo difractado desarrollado por Kouyoumjian & Pathak (1974) en sus investigaciones de cuñas infinitas ante la incidencia de un campo electromagnético. Kouyoumjian & Pathak (1974) construyeron, con base en los trabajos previos de Keller (1956, 1962), una solución para el campo difractado, en donde, contrario a sus predecesores, solucionaron, usando la integral de Fresnel³, el campo, incluso, en la singularidad geométrica. Dicha solución fue adaptada y aplicada con éxito en ondas mecánicas por Jaramillo et al. (2012); Gomez et al. (2016) para dar solución a problemas con geometría diversa. La expresión matemática producto de dicha adaptación y sus elementos geométricos se presentan en la ecuación (3.4) y figura 3.11, respectivamente.

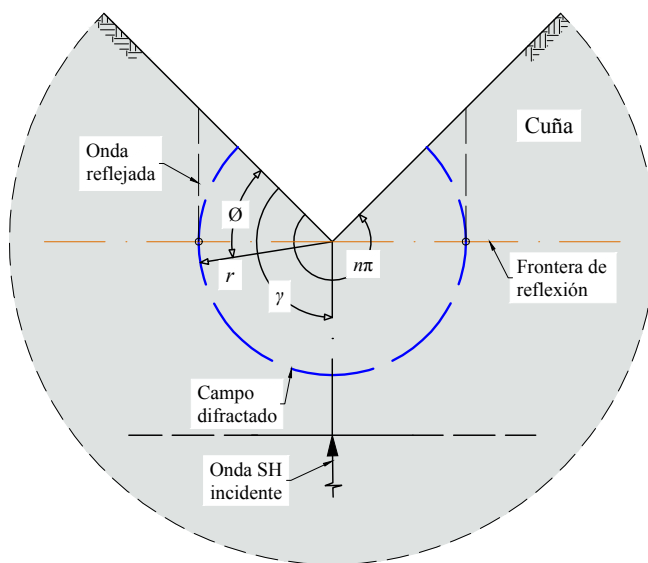


Figura 3.11. Elementos geométricos de la solución del campo difractado de una cuña infinita con ángulo interno $n\pi$ ante una propagación *SH*. Se destacan los frentes reflejados (planos) y difractados (cilíndricos), los cuales se unen sobre las fronteras de reflexión.

³En honor al ingeniero civil francés Augustin-Jean Fresnel

$$\begin{aligned}
 U_D(\phi, r) = A \frac{-\exp(i(kr + \pi/4))}{2n\sqrt{2\pi kr}} & \left[\cot\left(\frac{\pi + (\phi - \gamma)}{2n}\right) F(kLa^+(\phi - \gamma)) \right. \\
 & + \cot\left(\frac{\pi - (\phi - \gamma)}{2n}\right) F(kLa^-(\phi - \gamma)) \\
 & + \cot\left(\frac{\pi + (\phi + \gamma)}{2n}\right) F(kLa^+(\phi + \gamma)) \\
 & \left. + \cot\left(\frac{\pi - (\phi + \gamma)}{2n}\right) F(kLa^-(\phi + \gamma)) \right] \quad (3.4)
 \end{aligned}$$

En la figura 3.11 y en la ecuación (3.4) r es la coordenada radial del punto a evaluar respecto al vértice de la cuña, ϕ es la coordenada angular medida respecto a la superficie de reflexión, γ es el ángulo de incidencia medido desde la superficie de reflexión, $n\pi$ es el ángulo de la cuña ($0.0 < n < 2.0$) y k es el número de onda asociado a la onda de corte. Los cuatro términos $F(k, \phi, \gamma, L, a)$ representan la integral de Fresnel y son los responsables de modular la solución para eliminar la singularidad en la respuesta en el vértice de la cuña. Esta integral, con un comportamiento como el mostrado en figura 3.12, está dada por:

$$F(kLa) = 2i\sqrt{kLa} \exp ikLa \left[\sqrt{\pi/8}(1 - i) - \left(C(\sqrt{kLa}) - iS(\sqrt{kLa}) \right) \right]$$

En donde $C(\sqrt{kLa})$ y $S(\sqrt{kLa})$ son las funciones coseno y seno de Fresnel, además:

$$\begin{aligned}
 a^\pm(\theta) &= 2 \cos^2\left(\frac{2n\pi N^\pm - \theta}{2}\right) \\
 N^+ &= \begin{cases} 0 & \text{si } \theta \leq n\pi - \pi \\ 1 & \text{si } \theta > n\pi - \pi \end{cases}, \quad N^- = \begin{cases} -1 & \text{si } \theta < \pi - n\pi \\ 0 & \text{si } \pi - n\pi \leq \theta \leq \pi + n\pi \\ 1 & \text{si } \theta > \pi + n\pi \end{cases}
 \end{aligned}$$

$$L = \begin{cases} r & \text{si la incidencia es un frente plano} \\ \frac{rr'}{r + r'} & \text{si la incidencia es un frente circular. } r' \text{ es el radio de la onda cilíndrica.} \end{cases}$$

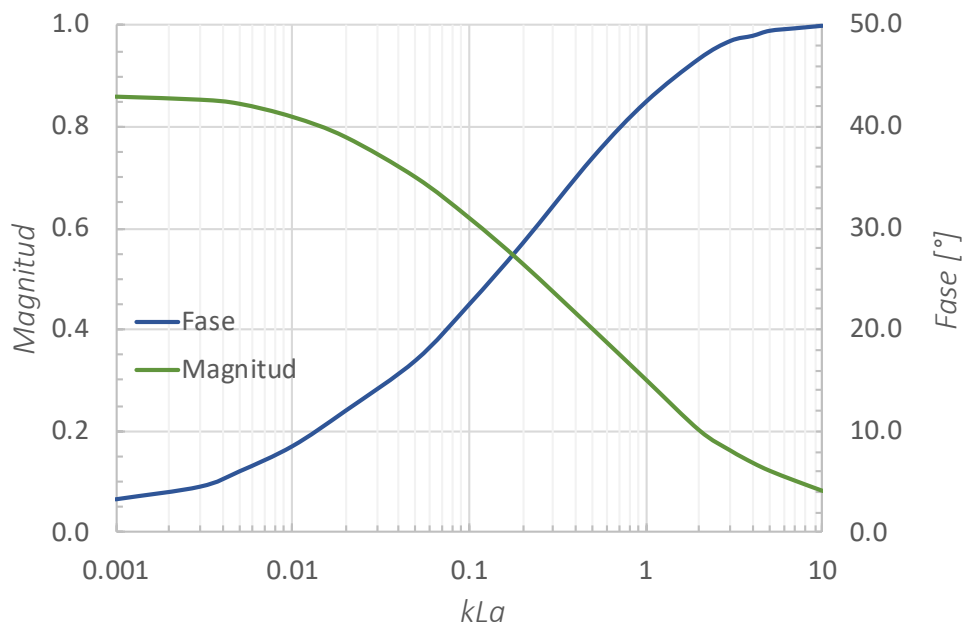


Figura 3.12. Comportamiento asintótico de la amplitud y fase de la función de Fresnel vs kLa .

Para ilustración, en la figura 3.13 se presentan el campo óptico U_O , el campo difractado U_D (usando la ecuación (3.4)), y el campo total U_t para una cuña de ángulo interno $n\pi = 270^\circ$ cuyo medio es excitado con un frente de onda plano de incidencia vertical. Nótesen que las discontinuidades de U_O , U_D se presentan precisamente en lo que se define como frontera de reflexión en Jaramillo et al. (2012). Particularmente, la discontinuidad en U_D es la que da continuidad al campo total mediante la generación de los frentes de onda cilíndrico que emanan desde el vértice de la cuña y que viajan a una velocidad de onda S. De la figura es claro la variación de la amplitud del frente cilíndrico en función de r y ϕ .

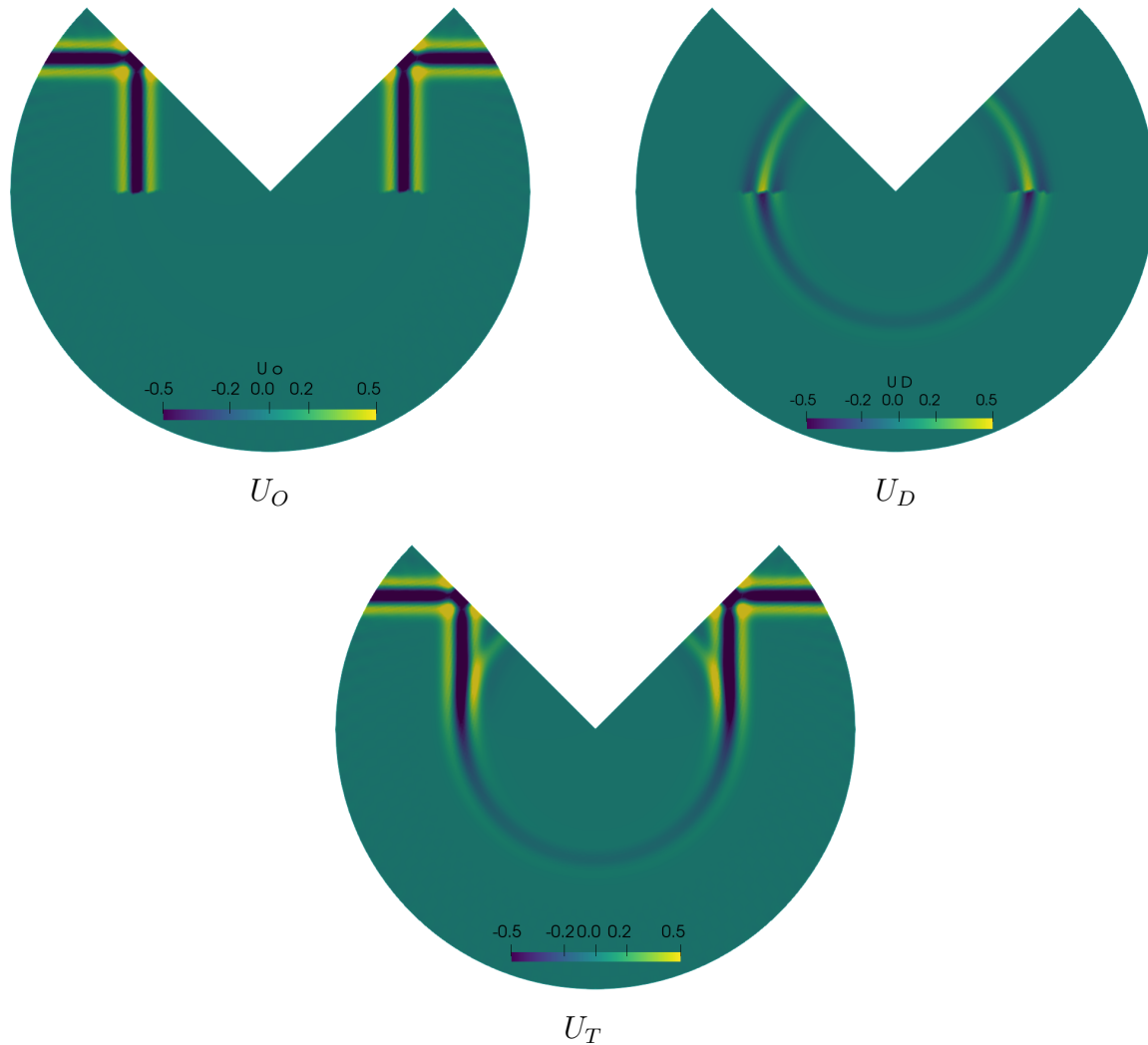


Figura 3.13. Patrón de desplazamiento producido cuando un frente plano interactúa con una cuña infinita con ángulo interno de $n\pi = 270^\circ$. Una vez el campo incidente golpea con el vértice de la cuña desde este emana un frente de onda cilíndrico (campo difractado U_D), el cual sumado al campo óptico U_O da continuidad al campo total.

3.4. Elementos geométricos básicos de una cuña ante incidencia $P-SV$

Un problema de propagación más complejo que el asociado a incidencia SH , es aquel que se presenta cuando el medio es excitado con ondas en el plano $P-SV$. La complejidad del movimiento radica en la conversión de modos de las ondas de cuerpo $P-SV$ y en la aparición de ondas tipo headwave y ondas superficiales tipo Rayleigh. Excepto para algunos casos

particulares (ver [Sánchez-Sesma et al. \(1985\)](#); [Aristizábal Tique et al. \(2015\)](#); [Chehade et al. \(2019\)](#)), esta interacción de ondas ha dificultado propuestas analíticas o semianalíticas para la evaluación topográfica, trayendo como consecuencia que la mayor parte de los desarrollos hayan sido numéricos. Para ilustrar las complejidades, en la figura 3.14 se presenta el campo de desplazamientos asociados al problema fundamental: una cuña infinita, obtenido con una implementación in-house del método de Elementos Finitos ([Bathe, 2006](#)). Similar a lo que sucede en el caso de incidencia SH , una vez que el frente incidente golpea la singularidad desde ella emergen frentes cilíndricos, pero ahora asociados a ondas SV y P . Adicionalmente, para asegurar equilibrio, emergen ondas superficiales tipo headwave y Rayleigh, estas últimas más lentas que las ondas SV . En la figura 3.15 se presenta una simulación para ilustrar con mayor claridad las ondas superficiales y en la figura 3.16 se ilustran los elementos geométricos asociados a una cuña infinita en el plano.



Figura 3.14. Campo de desplazamientos para una cuña infinita con ángulo interno de 330° excitada con un frente plano de onda P incidiendo verticalmente sobre un medio con velocidad de propagación de onda de corte y compresional de $\beta = 1.0$ m/s y $\alpha = 2.0$ m/s, respectivamente. Una vez que el frente plano incidente intercepta el vértice de la cuña se produce un complejo patrón de movimiento conformado por frentes planos reflejados y asociados a ondas headwave y frentes cilíndricos asociados a ondas P y SV , además de ondas superficiales de Rayleigh. La simulación fue realizada con una implementación in-house del método explícito de Elementos Finitos ([Bathe, 2006](#)).

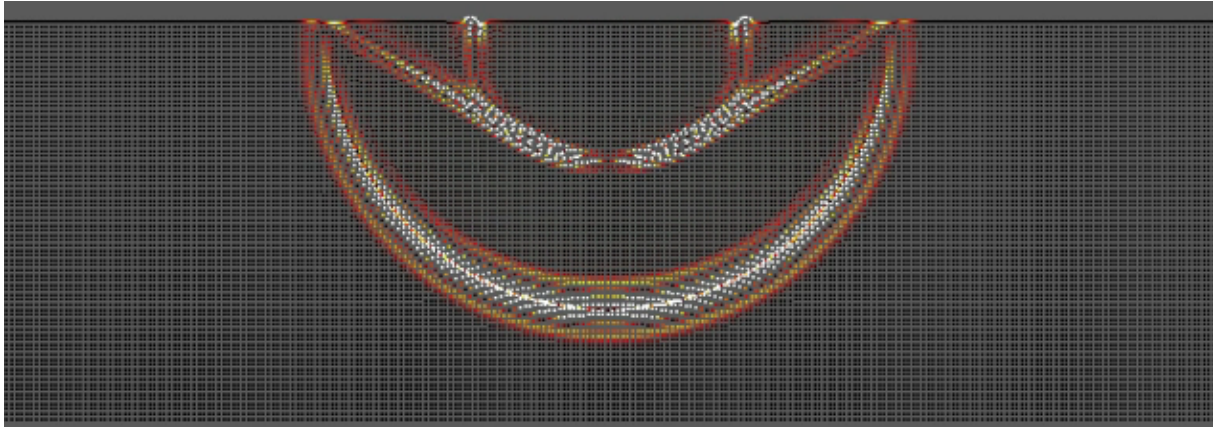


Figura 3.15. Patrón de movimiento generado por la aplicación de una carga puntual sobre la superficie de un medio infinito. Nótese la aparición de ondas P , S , headwave y Rayleigh. Los resultados fueron obtenidos con una implementación in-house del método de Elementos Finitos (Bathe, 2006).

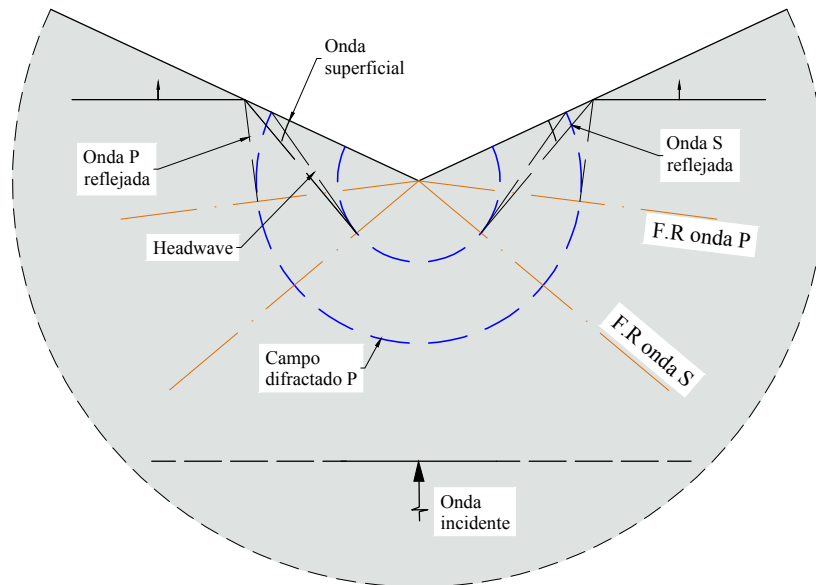


Figura 3.16. Elementos geométricos de la solución del campo difractado para una cuña infinita con ángulo interno $n\pi$ generado por la incidencia de una onda SV . Se destacan los frentes reflejados y difractados y las ondas superficiales. Las ondas de Rayleigh viajan pegadas a la superficie libre a una velocidad inferior que de las ondas de corte. Las ondas headwave unen los frentes cilíndricos de las ondas S y P

3.5. Conclusiones

En este capítulo se han revisado soluciones a algunas formas geométricas excitas con ondas mecánicas. Con esto se ha evidenciado la linealidad de las soluciones y el efecto de

escala en la consideración de los efectos topográficos cuando estos son estudiados en el dominio de la frecuencia. Particularmente, se ha hecho una breve revisión de la técnica de *SBD* propuesta en [Jaramillo et al. \(2012\)](#) para la construcción del campo de desplazamiento como la suma del campo óptico y el campo difractado. Esa técnica permite construir la respuesta topográfica ante incidencia *SH* a partir de la superposición de la solución a una cuña infinita, aplicando teoría de rayos en frentes onda planos y cilíndricos. En la parte final de este capítulo se hace una breve descripción de los elementos geométricos de la propagación en el plano (P,SV) para una cuña infinita. Se observa, que a pesar de la complejidad asociada el movimiento, el patrón de movimiento es igualmente compuesto por frentes de onda planos y cilíndricos, tal como en el caso escalar (onda *SH*).

Capítulo 4

Evaluación simplificada del efecto topográfico

Adaptación al castellano de:

Simplified Evaluation of Ground Motion Amplification in the Vicinity of a Topographic Feature.

JOURNAL OF EARTHQUAKE ENGINEERING

<https://doi.org/10.1080/13632469.2021.1927899>

by Cesar Sierra, Juan Jaramillo, Juan Gomez, Mario Sáenz and Juan Vergara.

([Sierra et al., 2021](#))

4.1. Introducción.

Si bien al aplicar la propuesta de [Jaramillo et al. \(2012\)](#); [Gomez et al. \(2016\)](#) solucionamos de manera exacta el problema ante incidencia SH , pensar en su aplicación ingenieril para solucionar un ambiente topográfico complejo resulta inviable, esto debido a que el número de irregularidades o, lo que es lo mismo, el número de cuñas a superponer es muy grande e incierto. Lo anterior sumado al hecho de que la solución se limitaría a la incidencia SH .

Es por esto que en esta sección se plantea una estrategia, que aunque aproximada, estima de forma racional y ágil las modificaciones en el movimiento en la superficie debidas a una topografía cuando esta es perturbada por una onda de incidencia SH o SV . La estrategia, que es restringida a un medio homogéneo, elástico y lineal, excitado verticalmente, retoma los conceptos expuestos en [Jaramillo et al. \(2012\)](#) y los extrapola para ondas en el plano; la solución inicialmente simplifica la topografía a una equivalente con geometría tipo cañón o colina y posteriormente reduce el campo difractado por estas a una onda cilíndrica. Esta onda cilíndrica tiene una amplitud inicial (Amp), y un ángulo de fase inicial (θ) que son función de la relación entre la longitud de la onda incidente y la dimensión vertical del accidente topográfico.

En lo que sigue, inicialmente se hace una descripción de las simplificaciones propuestas para la obtención de la respuesta. Luego, se plantea una expresión que describe el campo de desplazamientos en receptores ubicados en la superficie horizontal adyacente al accidente topográfico —esta expresión se propone a partir de un análisis paramétrico en función de una frecuencia adimensional, del tipo de onda (SH o SV), y de la tipología topográfica (cañón o colina). Finalmente, la efectividad de la simplificación es mostrada en la caracterización espectral sobre dos topografías reales.

4.2. Efectos topográficos en la vecindad de una formación morfológica.

Propuestas para la evaluación de los efectos topográficos han sido típicamente estudiadas para dos casos extremos: casos aislados fuertemente idealizados con formas geométricas perfectas (por ejemplo montañas o cañones en V) y en ambientes topográficos complejos con combinaciones de geoformas convexas y cóncavas. El primer caso de estudio ha sido abordado por medio de soluciones semi-analíticas (Sánchez-Sesma, 1985, 1990; Boore, 1972) y modelaciones numéricas (Chávez-García et al., 2000; Makra & Chávez-García, 2016). El segundo escenario involucra un gran número de parámetros para su evaluación lo cual requiere modelación a gran escala (Taborda & Bielak, 2011; Restrepo et al., 2016; de la Torre et al., 2020). Un problema igualmente importante que ha recibido menos atención es frecuentemente encontrado en ambientes topográficos conformados por zonas urbanas pobladas, adyacentes a accidentes topográficos de magnitud importante y emplazadas en topografía relativamente plana, en donde aparentemente el efecto topográfico no es representativo desde el punto de vista práctico; incluso, algunos códigos (AFPS French Association for Earthquake Engineering, 1995; Pitilakis et al., 2012) limitan estos efectos a pendientes del perfil topográfico superiores a pendientes superiores de 15° . Un ejemplo de esta configuración es la que encontramos en el fondo del Valle de Aburrá, Colombia (ver figura 4.1), en donde la gran parte del desarrollo de la infraestructura se localiza sobre zonas planas o de baja pendiente y adyacente a algún accidente topográfico. Particularmente, se destacan la zona baja de la cuenca (cerca al río Medellín), en donde están inmersos los cerros Nutibara y Volador y la parte alta al occidente, conocido como el altiplano de San Pedro.

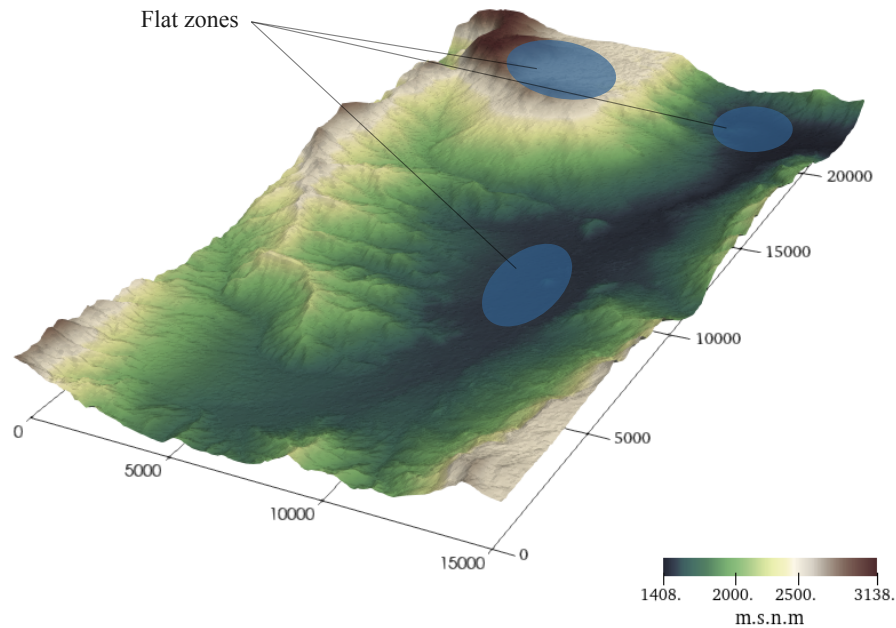


Figura 4.1. Ambiente topográfico del valle de Aburrá. La mayor concentración de las edificaciones está emplazada en la parte baja de la cuenca y colindan con accidentes topográficos sobre las laderas y sobre su parte central.

Una versión más ilustrativa del problema se muestra en la figura 4.2. En esta se muestra una sección transversal de un accidente topográfico de ancho característico $2a$ y altura h con las localizaciones de los receptores de interés SR , indicados por medio de los puntos azules sobre la línea horizontal.

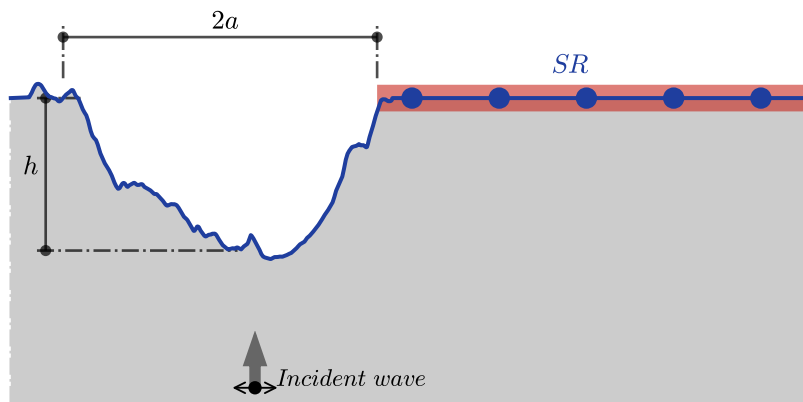


Figura 4.2. Esquematización de una topografía arbitraria. Los círculos azules sobre la línea horizontal indican los receptores de análisis (SR). La relación de espectro del accidente está dada por la relación entre el ancho $2a$ y la altura h .

4.3. Idealización del modelo

Para cuantificar el efecto topográfico en los puntos SR indicados en la figura 4.2 se puede considerar que el campo total U_T está dado por:

$$U_T = U_O + U_D \quad (4.1)$$

En donde, el campo óptico es $U_O = 2.0 + 0.0\hat{i}$ correspondiente a la condición de half-space. Para la incidencia SH , el campo difractado U_D es la superposición de ondas cilíndricas que emanan desde las fuentes de difracción. Para la incidencia SV , U_D incluye la difracción que emana desde la singularidad geométrica, las ondas reflejadas P y ondas superficiales.

Si bien U_D puede ser construido por medio de modelos numéricos o incluso para el caso SH la aplicación recursiva de la teoría geométrica de la difracción (Jaramillo et al., 2012; Gomez et al., 2016), esto está lejos de ser el camino aplicable en la ingeniería práctica. Esa es la razón por la que, motivado en los trabajos de Sáenz et al. (2019) y Vergara et al. (2021) en donde se expone la fuerte influencia que sobre la respuesta tiene el tamaño de los modelos y el contenido frecuencial del movimiento, en este trabajo se propone un modelo aproximado para evaluar U_D y por ende U_T . La propuesta es válida para un nivel de frecuencia adimensional $\eta = fh/\beta$ tal que el accidente topográfico pueda ser analizado análogo al que experimentaría por la presencia de una cuña infinita o una sola fuente de difracción. En la frecuencia adimensional, definida arriba, f es la frecuencia del movimiento en Hz y β es la velocidad de onda de corte.

4.4. Análisis paramétrico de irregularidades topográficas

La sección anterior sugiere que para estimar el movimiento debido al accidente topográfico en los receptores sobre la superficie horizontal (ver figura 4.2), es suficiente estimar el campo difractado asociado a un elemento que, en cierto rango de frecuencia, sea análogo a una cuña infinita, hecho que permitiría usar las ideas expuestas en la teoría de la difracción Keller (1956, 1962); Kouyoumjian & Pathak (1974). Para mostrar esto, nos concentramos en el campo difractado producido por una montaña y cañón de geometrías semi-circular, pa-

rabólico y triangular en sitios localizados en la vecindad de la irregularidad (ver figuras 4.3 y 4.4). En total se analizaron seis formas topográficas: tres cañones y tres montañas, las cuales fueron excitadas con ondas planas de incidencia vertical SH y SV . Todos los modelos son asumidos elásticos, homogéneos, isotrópicos, con velocidad de onda de corte $\beta = 1.0$ km/s, velocidad de onda de compresión $\alpha = 2.0$ km/s y fracción de amortiguamiento crítico $\xi = 3\%$, que corresponde a un factor de calidad $Q \approx 16.5$. Este valor de amortiguamiento de $\xi = 3\%$ fue fijado con base en la sugerencia dada en (Electric Power Research Institute (EPRI), 1993), estudio en el cual este valor reproduce razonablemente las amplificaciones en el sitio GILROY 2 (California, EEUU) cuando se realizan análisis lineales, como los de este trabajo.

Todos los análisis fueron realizados con una implementación numérica del método directo de elementos de frontera, BEM , en el dominio de la frecuencia (Banerjee, 1994); satisfaciendo de manera exacta la condición de frontera del semi espacio (Achenbach, 1973) (ver formulación en el apéndice A). La respuesta, en términos de la función de transferencia, es calculada para frecuencias adimensionales $\eta = fh/\beta$ igual a $[0.0125 - 0.35]$, ángulos de talud $\phi = [10 - 35]^\circ$ y altura característica $h = 1.0$ km.

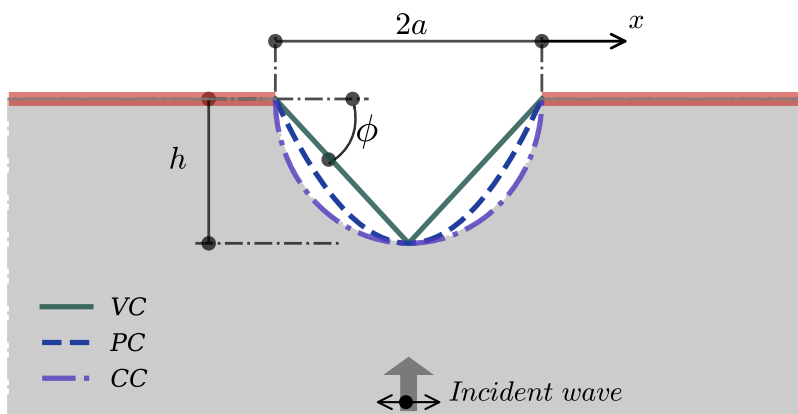


Figura 4.3. Formas geométricas correspondientes a cañón en V (VC), cañón circular (CC) y cañón parabólico (PC). La altura del accidente es $h = 1.0$ km y la pendiente característica es $\phi = [10 - 35]^\circ$. El medio de propagación tiene velocidad de onda de corte, $\beta = 1.0$ km/s, velocidad de onda de compresión $\alpha = 2.0$ km/s y coeficiente de amortiguamiento crítico $\xi = 3\%$.

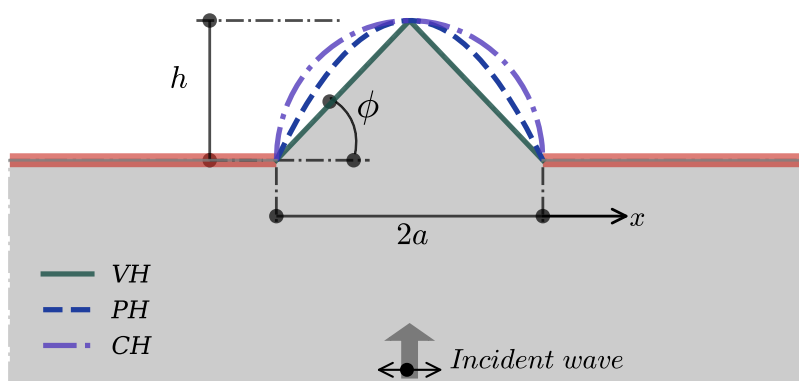


Figura 4.4. Formas geométricas correspondientes a montaña en V (VC), montaña circular (CC) y montaña parabólico (PC). La altura del accidente es $h = 1.0$ km y la pendiente característica es $\phi = [10 - 35]^\circ$. El medio de propagación tiene velocidad de onda de corte, $\beta = 1.0$ km/s, velocidad de onda de compresión $\alpha = 2.0$ km/s y coeficiente de amortiguamiento crítico $\xi = 3\%$.

Como resultado de los análisis, por ilustración, en las figuras 4.5 y 4.6 se muestra la variación espacial típica de la amplitud del campo difractado U_D obtenido al substraer el campo óptico, igual a $2.0 + 0.0i$, de la respuesta total obtenida con BEM para geometrías con una pendiente característica $\phi = 20^\circ$ y para dos frecuencias adimensionales $\eta = [0.1, 0.20]$. La respuesta es mostrada solo en los puntos asociados a las superficie libre horizontal en la vecindad de las montañas y cañones. Para el caso SH se muestra el campo difractado y en el caso SV se superponen el campo difractado (con comportamiento oscilatorio) junto con una curva que une los nodos de esa oscilación.

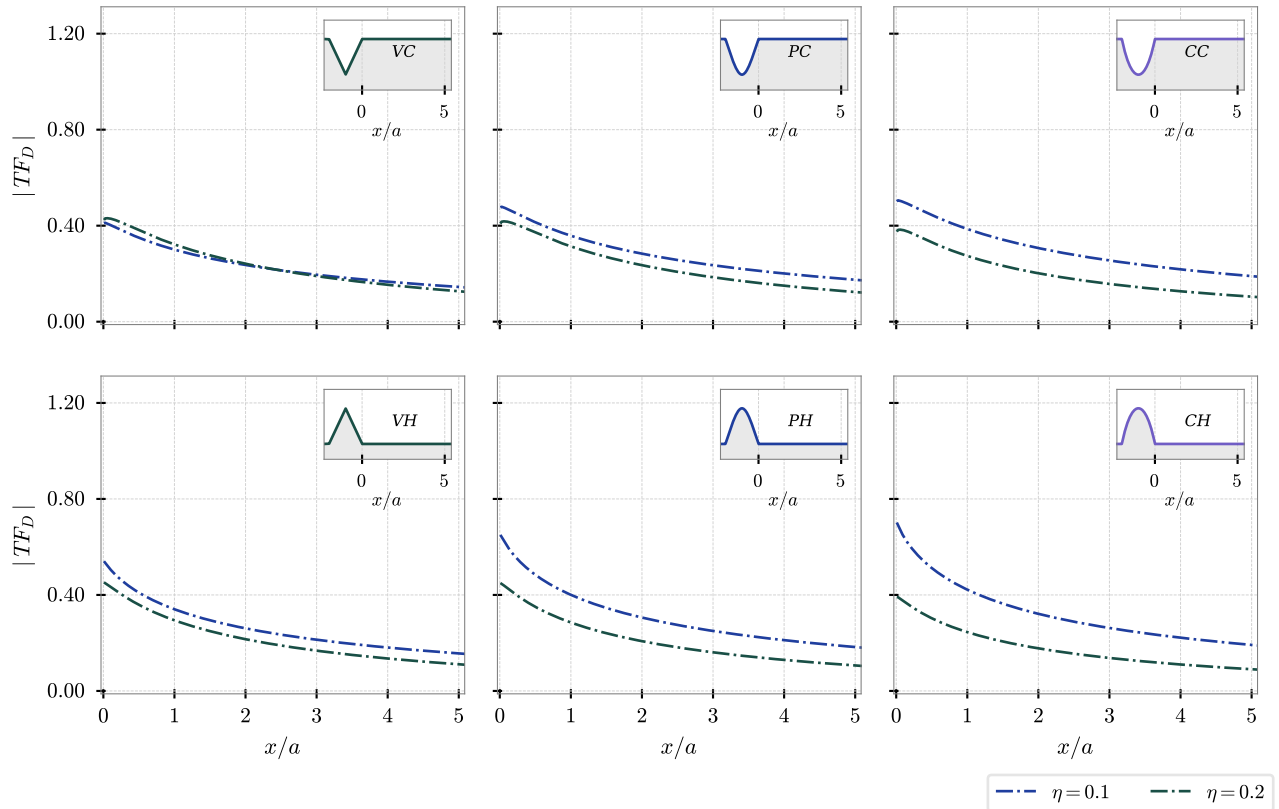


Figura 4.5. Distribución espacial de la magnitud de la función de transferencia del campo U_D sobre la superficie horizontal, asociada a incidencia SH , frecuencia adimensional $\eta = [0.1, 0.20]$ y ángulo de talud $\phi = 20^\circ$. Los resultados en la vecindad de los cañones se presentan en la primera fila y en la vecindad de las montañas en la segunda.

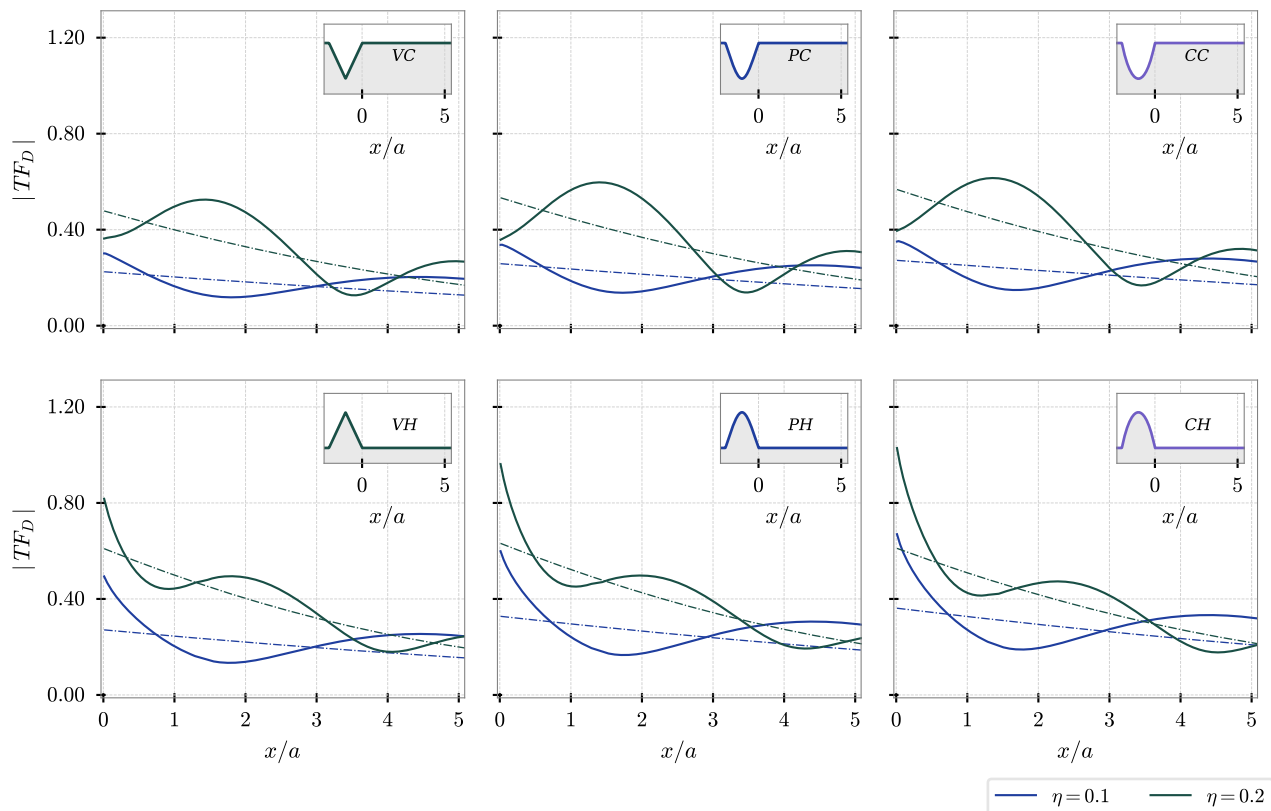


Figura 4.6. Distribución espacial de la magnitud de la función de transferencia del campo U_D sobre la superficie horizontal, asociada a incidencia SV , frecuencia adimensional $\eta = [0.1, 0.20]$ y ángulo de talud $\phi = 20^\circ$. Los resultados en la vecindad de los cañones se presentan en la primera fila y en la vecindad de las montañas en la segunda.

4.5. Representación de la difracción

Las tendencias como la mostrada en las figuras 4.5 y 4.6 para el caso $\phi = 20^\circ$ (los demás casos tienen comportamientos similares), indican que la función de transferencia depende de la tipología del accidente (cañón o montaña), de la relación de aspecto ϕ , de la razón entre la longitud de onda incidente y la altura del accidente topográfico η , y del tipo de onda incidente SH o SV . En el caso de incidencia SH esta función es monótonicamente decreciente y con magnitud inversamente proporcional a la distancia entre el accidente topográfico y el receptor. En el caso de incidencia SV el campo es definitivamente más complejo que el observado con incidencia SH , esto debido al acoplamiento de movimientos producidos por ondas superficiales, la difracción de las ondas P y SV y a la reflexión de

la onda P en el accidente, adicional a ondas del tipo headwave. A pesar de esta señalada complejidad en el movimiento, si aproximamos la amplitud de la respuesta asociada a la incidencia SV solo a la tendencia generada por los nodos se observa que las tendencias son similares en ambos movimientos. Esta similitud permite que incluso en el caso SV podamos simplificar el campo difractado a el campo generado por una cuña infinita y ser asemejado a la propuesta de Kouyoumjian & Pathak (1974). En el caso estudiado aquí, a partir de las observaciones y análisis de las tendencias, se encontró que el movimiento horizontal debido al campo difractado en sitios vecinos al accidente puede ser aproximado por la siguiente expresión.

$$U_D^{SDM}(\eta, k) = \frac{Amp(\eta) \exp[-0.03k(x + a/3)]}{[k(x + a/3)]^{1/3}} \exp[-i(kx - \theta(\eta))] \quad (4.2)$$

En donde $U_D^{SDM}(\eta, k)$ representa una onda cilíndrica con amplitud $Amp(\eta)$ que decae proporcional a $[k(x + a/3)]^{-1/3} \exp[-0.03k(x+a/3)]$. En estas expresiones k es el número de onda igual a $2\pi f/c$, con c siendo la velocidad de propagación del movimiento horizontal de las partículas en la superficie horizontal en la vecindad del accidente. En el caso de una onda incidente SH , $c = \beta$ y en el caso de incidencia SV , $c = \alpha$. Esta última situación es debida a que la onda compresional P es la responsable del movimiento horizontal sobre la superficie. Adicionalmente, en la ecuación (4.2) el término $\theta(\eta)$ es el ángulo de fase cuando $x = 0.0$ y las constantes $a/3$ (donde a es el ancho de la topografía), $1/3$ y 0.03 son resultado de la calibración de la función. De esta forma, la ecuación (4.2) indica que el campo difractado en los puntos de vecindad del accidente (indicados como SR en la figura 4.2) está completamente definido por medio de los valores de amplitud $Amp(\eta)$ y ángulo inicial de fase $\theta(\eta)$. Los valores de estos dos parámetros son obtenidos a partir de un ajuste de mínimos cuadrados de los resultados de BEM y son presentados en las figuras 4.7 y 4.8 para las seis formas topográficas estudiadas.

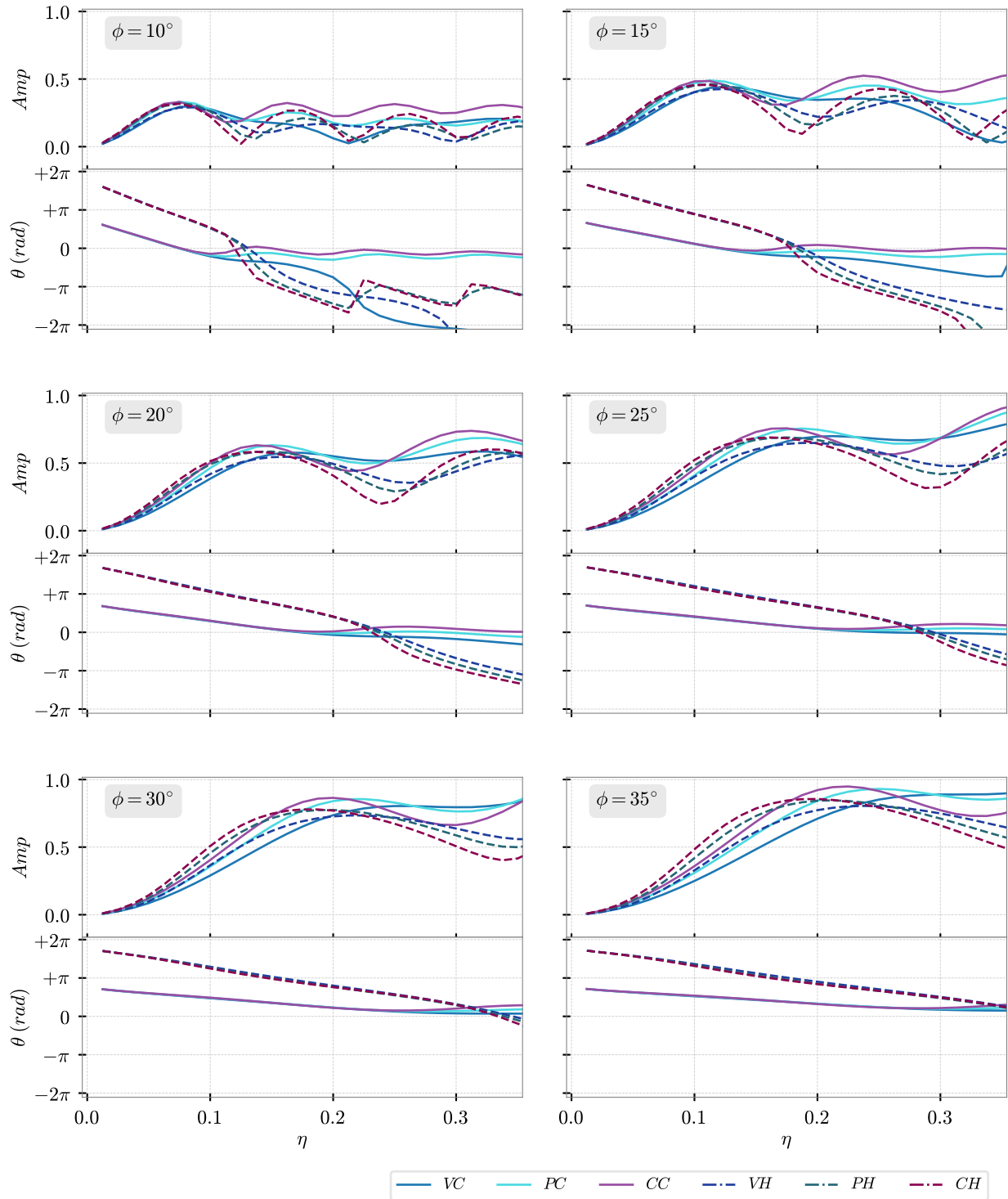


Figura 4.7. Ajuste de la amplitud $Amp(\eta)$ y el ángulo inicial de fase $\theta(\eta)$ cuando la incidencia es SH . Los ajustes son función de la geometría del accidente topográfico, de la relación de aspecto (indicado por ϕ) y de la frecuencia adimensional η . VC , PC y CC representan cañones en V, circulares y parabólicos, respectivamente; VH , PH y CH representan montañas con forma en V, circular o parabólica, respectivamente.

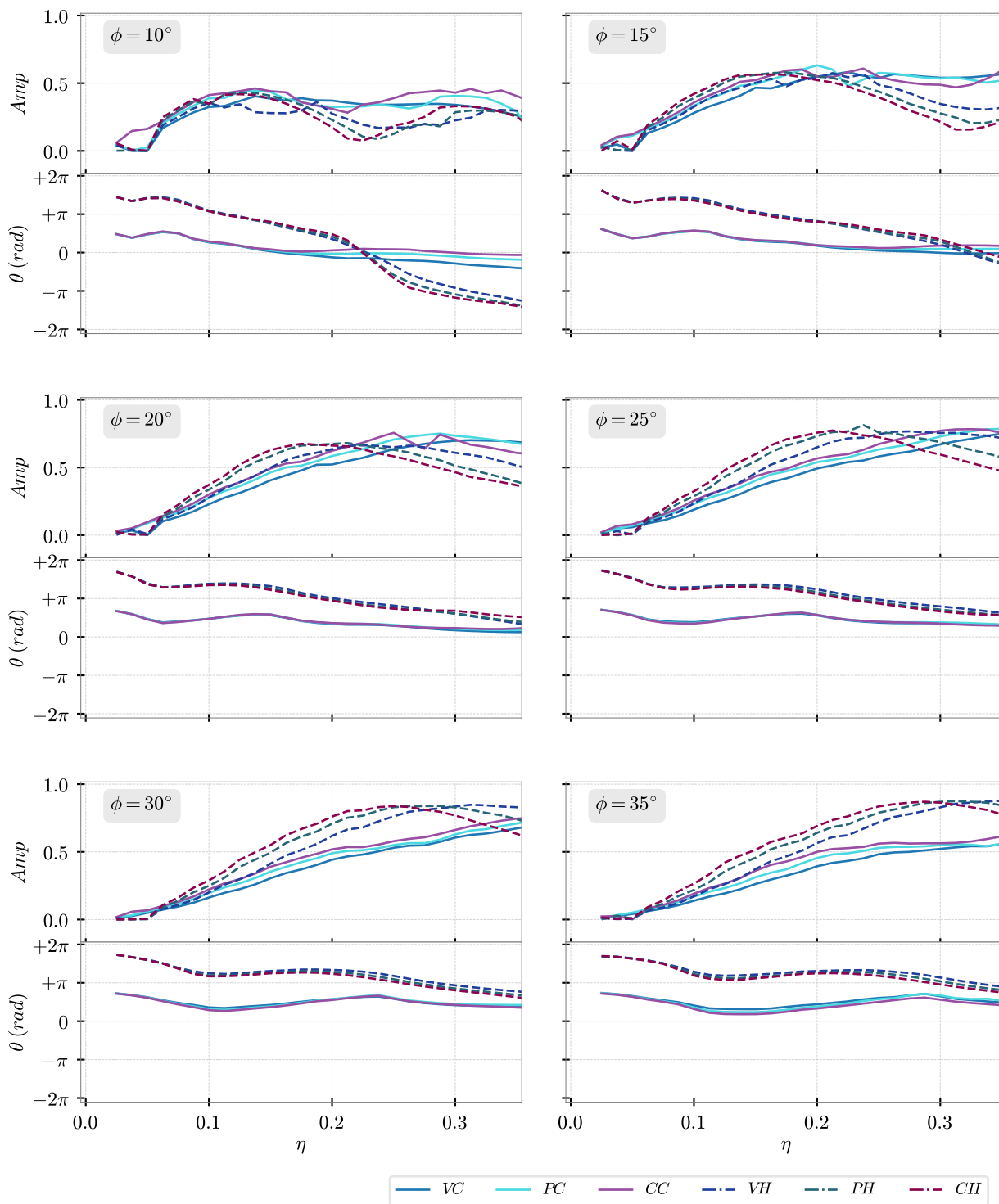


Figura 4.8. Ajuste de la amplitud $Amp(\eta)$ y el ángulo inicial de fase $\theta(\eta)$ cuando la incidencia es SV . Los ajustes son función de la geometría del accidente topográfico, de la relación de aspecto (indicado por ϕ) y de la frecuencia adimensional η . VC , PC y CC representan cañones en V, circulares y parabólicos, respectivamente; VH , PH y CH representan montañas con forma en V, circular o parabólica, respectivamente.

Para mostrar la calidad en el ajuste de los valores de $Amp(\eta)$ y $\theta(\eta)$, en las figuras 4.9 y 4.10 se comparan los resultados de la distribución espacial del campo difractado calculado con el método de aproximación propuesto por $U_D^{SDM}(\eta, k)$ y el obtenido con BEM para una topografía con $\phi = 20^\circ$ y $\eta = [0.1, 0.20]$. Los resultados se muestran en términos de la amplitud $|TF_D|$ y la fase (en términos de la componente real normalizada $TF_D^{Real} / |TF_D|$) de la función de transferencia del campo difractado. Es evidente que el movimiento se ajusta con mayor precisión en la incidencia SH que en la SV , lo que era de esperarse por la complejidad del movimiento.

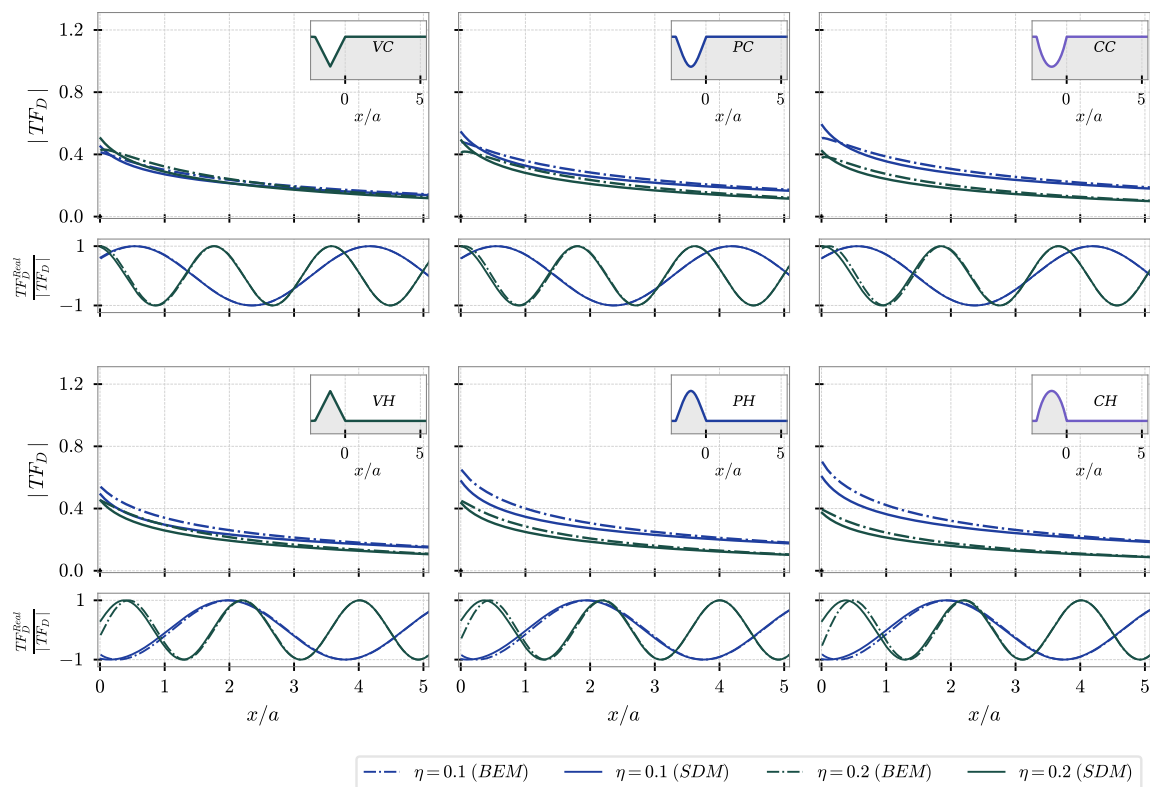


Figura 4.9. Distribución espacial de la función de transferencia del campo difractado U_D para cañones y montañas obtenida con la simulación numérica BEM y mediante el modelo propuesto por la ecuación (4.2). Los resultados se presentan para una pendiente característica $\phi = 20^\circ$ y una frecuencia adimensional $\eta = [0.10, 0.2]$ y onda incidente SH .

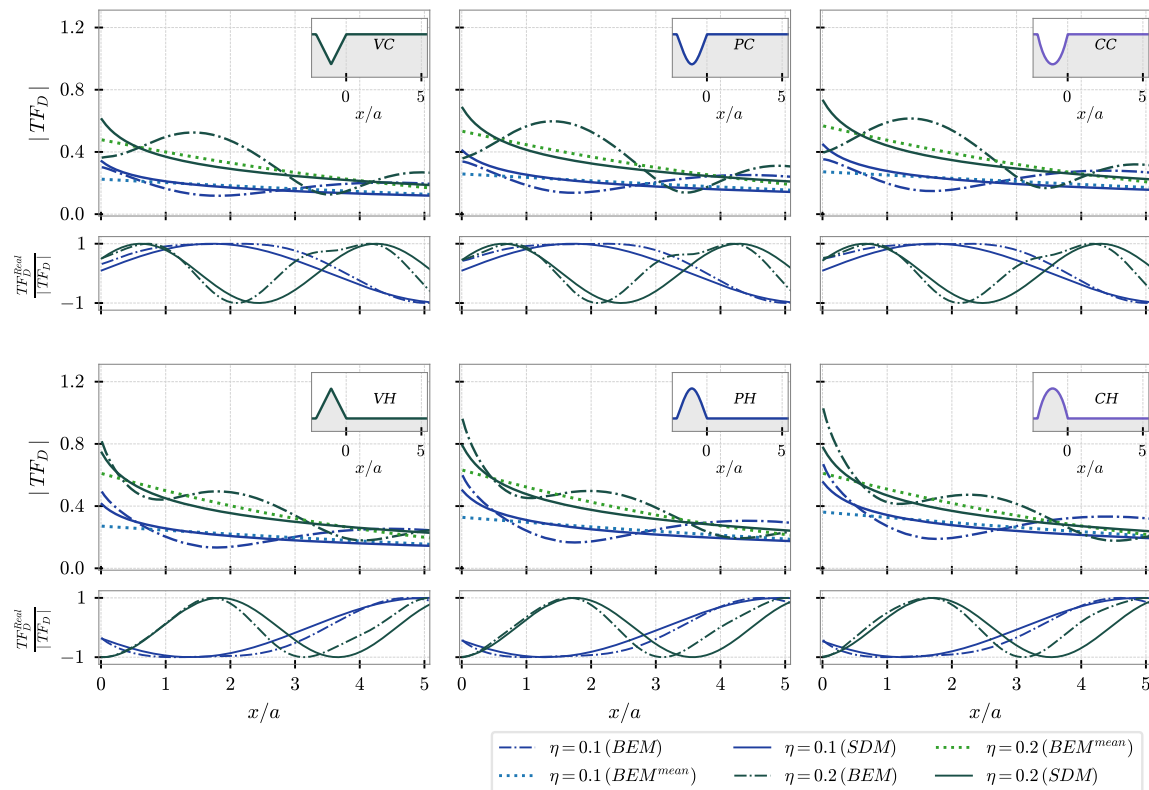


Figura 4.10. Distribución espacial de la función de transferencia del campo difractado U_D para cañones y montañas obtenida con la simulación numérica BEM y mediante el modelo propuesto por la ecuación (4.2). Los resultados se presentan para una pendiente característica $\phi = 20^\circ$ y una frecuencia adimensional $\eta = [0.10, 0.2]$ y onda incidente SV .

4.6. Propuesta ingenieril para considerar el efecto topográfico en la vecindad de una formación morfológica

Las tendencias mostradas en las figuras 4.9 y 4.10 sugieren: i) en la frecuencia cero la amplitud del campo U_D es nula (la topografía es infinitamente pequeña en comparación con la longitud de la onda incidente), ii) el valor de la fase para la frecuencia cero es independiente del ángulo para los cañones, iii) que en el rango de la baja frecuencia el campo difractado no tiene una dependencia fuerte de la forma geométrica (forma V, circular, parabólica). En ese orden de ideas y con el propósito de obtener una expresión simplificada se seleccionó el valor medio de las tres formas geométricas. Estos resultados son presentados en las figuras 4.11 y 4.12 para incidencia SH y SV , respectivamente.

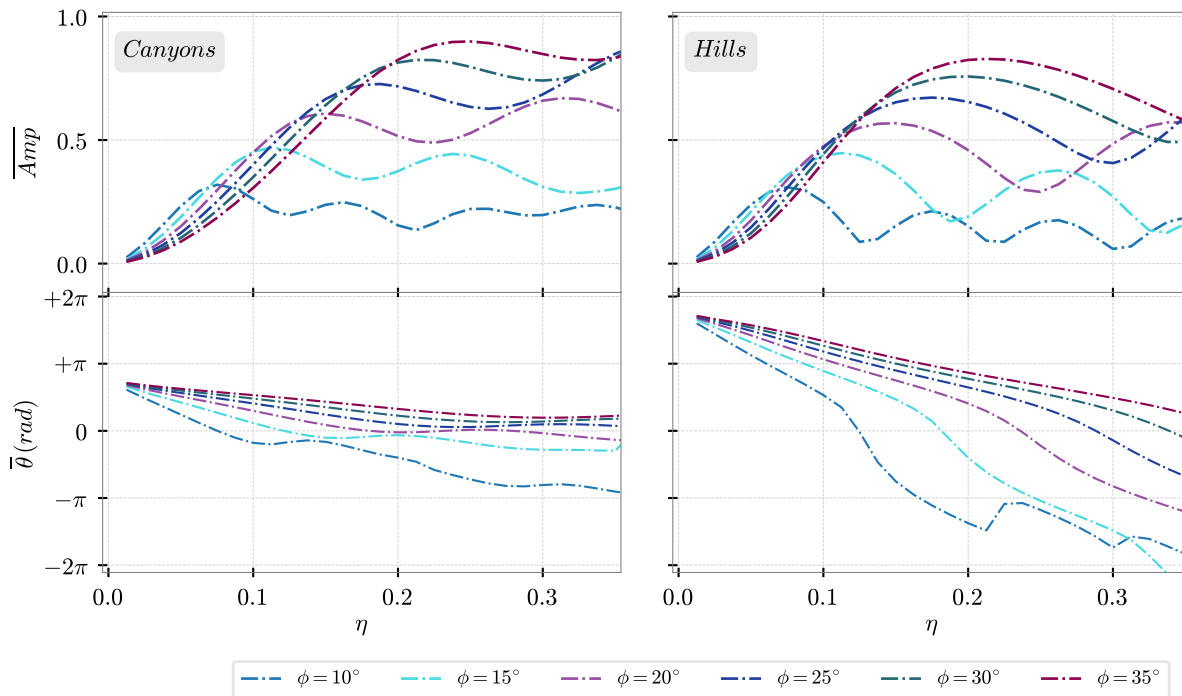


Figura 4.11. Valor medio de la amplitud y el ángulo inicial de fase vs frecuencia adimensional para cañones y montañas cuando incide una onda *SH*.

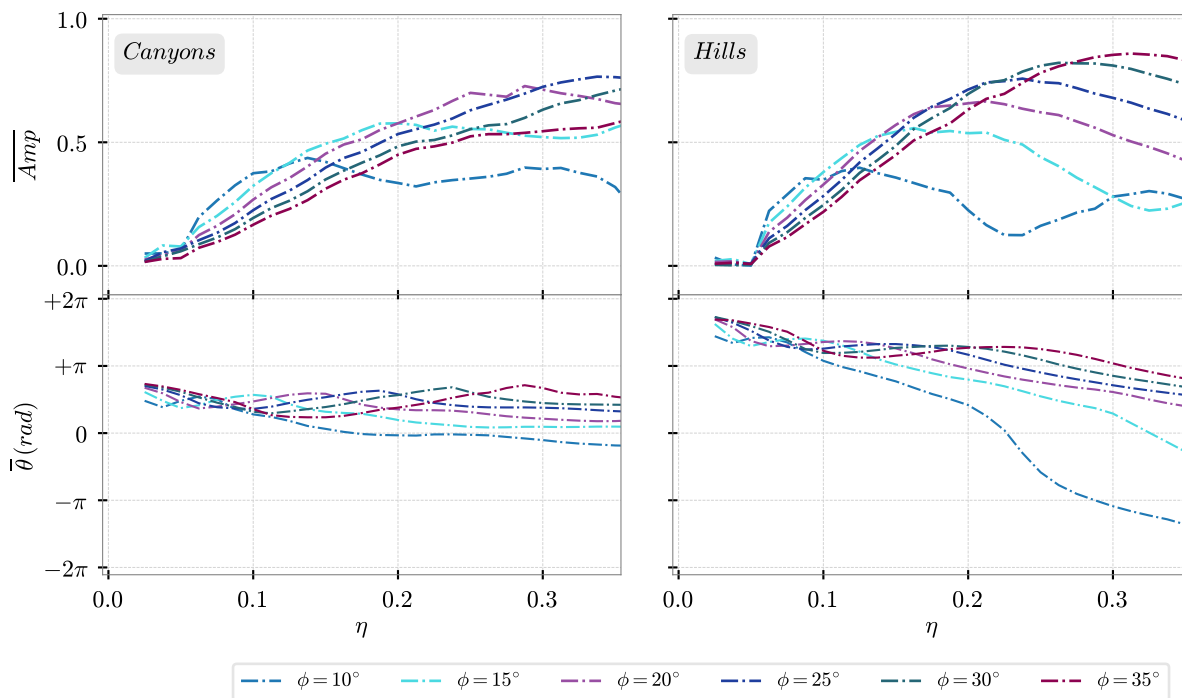


Figura 4.12. Valor medio de amplitud y el ángulo inicial de fase vs frecuencia adimensional para cañones y montañas cuando incide una onda *SV*.

Como una simplificación final, y en aras de obtener una expresión ingenieril, se propone que las amplitudes $Amp^{SDM}(\eta)$ y los ángulos iniciales de fase $\theta(\eta)$ sean ajustados por funciones bilineales (ver figuras 4.13 y 4.14) dadas por:

$$\begin{aligned}
 Amp^{SDM}(\eta) &= \begin{cases} E_0^{amp}\eta^2 + E_1^{amp}\eta & \text{si } \eta \leq \eta_c^{amp} \\ b_2^{amp} & \text{si } \eta_c^{amp} < \eta \leq \eta_{max} \end{cases} \\
 \theta^{SDM}(\eta) &= \begin{cases} m_1^\theta\eta + (3/4 + I_o)\pi & \text{si } \eta \leq \eta_c^\theta \\ b_2^\theta & \text{si } \eta_c^\theta < \eta \leq \eta_{max} \end{cases}
 \end{aligned} \tag{4.3}$$

En donde $I_o = 0$ es un índice topográfico (0 para cañón y 1 para montaña). Los límites de η y los coeficientes funcionales E , m y b para la definición de $\overline{Amp}(\eta)$ y $\overline{\theta}(\eta)$ son especificados en función de la relación de aspecto, para las dos tipologías y los dos tipos de onda, en las tablas 4.1 y 4.2.

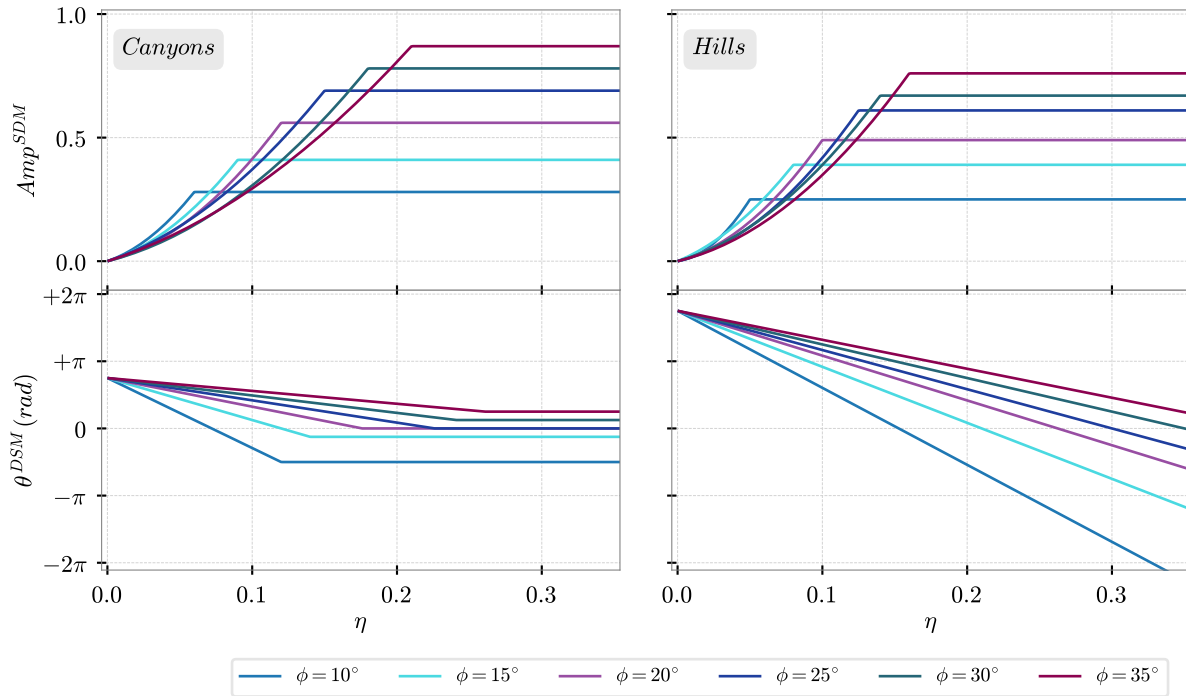


Figura 4.13. Funciones de aproximación para la amplitud y el ángulo inicial de fase del campo difractado U_D cuando incide una onda SH .

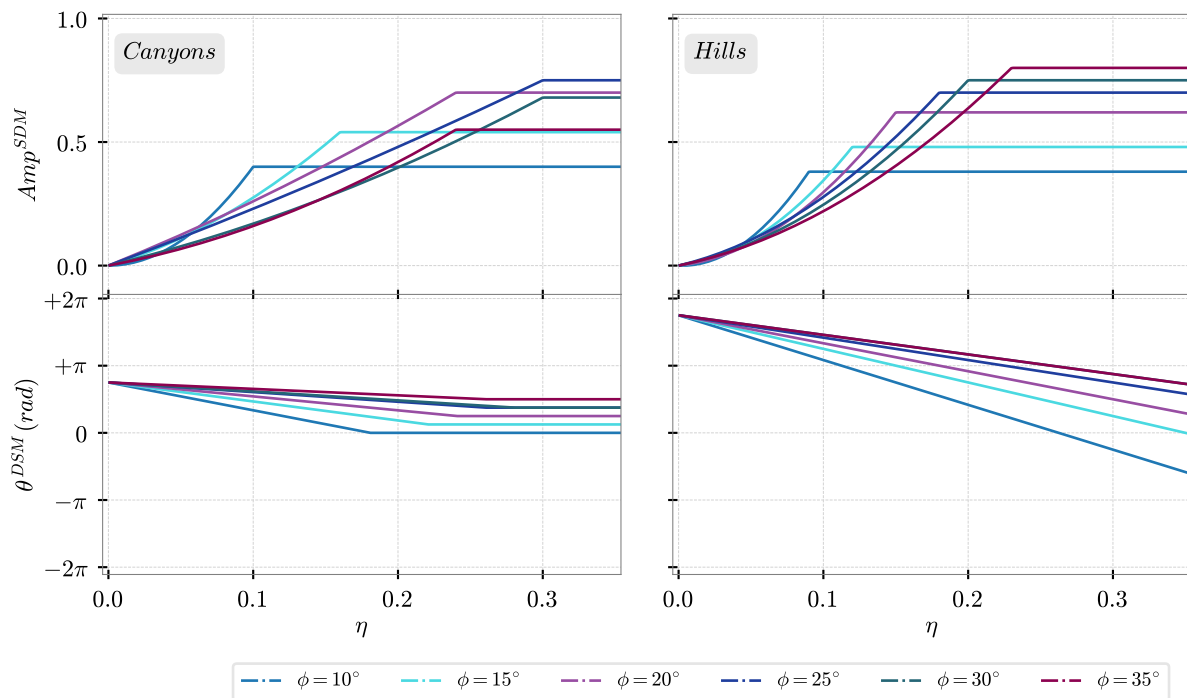


Figura 4.14. Funciones de aproximación para la amplitud y el ángulo inicial de fase del campo difractado U_D cuando incide una onda SV .

Tabla 4.1. Valores de los diferentes parámetros usados en la aproximación ingenieril de la amplitud y el ángulo inicial de fase para aplicar método simplificado propuesto en la ecuación (4.3) en cañones.

Onda SH							
$\phi(^{\circ})$	η_c^{amp}	E_0^{amp}	E_1^{amp}	b_2^{amp}	η_c^{θ}	m_1^{θ}	b_2^{θ}
10	0.06	44.44	2.00	0.28	0.12	-32.72	$-\pi/2$
15	0.09	31.11	1.76	0.41	0.14	-19.63	$-\pi/8$
20	0.12	26.67	1.47	0.56	0.18	-13.46	0.00
25	0.15	17.78	1.93	0.69	0.23	-10.47	0.00
30	0.18	15.87	1.48	0.78	0.24	-8.18	$\pi/8$
35	0.21	10.93	1.85	0.87	0.26	-6.04	$\pi/4$

Onda SV							
$\phi(^{\circ})$	η_c^{amp}	E_0^{amp}	E_1^{amp}	b_2^{amp}	η_c^{θ}	m_1^{θ}	b_2^{θ}
10	0.10	40.00	0.00	0.40	0.18	-13.09	0.00
15	0.16	10.42	1.71	0.54	0.22	-8.92	$\pi/8$
20	0.24	2.26	2.37	0.70	0.24	-6.54	$\pi/4$
25	0.30	1.00	2.20	0.75	0.26	-4.53	$3\pi/8$
30	0.30	2.85	1.41	0.68	0.28	-4.20	$3\pi/8$
35	0.24	4.94	1.10	0.55	0.26	-3.02	$\pi/2$

Tabla 4.2. Valores de los diferentes parámetros usados en la aproximación ingenieril de la amplitud y el ángulo inicial de fase para aplicar método simplificado propuesto en la ecuación (4.3) en montañas.

Onda SH							
$\phi(^{\circ})$	η_c^{amp}	E_0^{amp}	E_1^{amp}	b_2^{amp}	η_c^{θ}	m_1^{θ}	b_2^{θ}
10	0.05	83.33	0.83	0.25	0.35	-36.00	0.00
15	0.08	30.83	2.41	0.39	0.35	-26.18	0.00
20	0.10	34.00	1.50	0.49	0.35	-20.94	0.00
25	0.13	28.00	1.38	0.61	0.35	-18.32	0.00
30	0.14	22.32	1.66	0.67	0.35	-15.71	0.00
35	0.16	21.03	1.38	0.76	0.35	-13.54	0.00
Onda SV							
$\phi(^{\circ})$	η_c^{amp}	E_0^{amp}	E_1^{amp}	b_2^{amp}	η_c^{θ}	m_1^{θ}	b_2^{θ}
10	0.09	49.44	-0.23	0.38	0.35	-20.94	0.00
15	0.12	27.78	0.66	0.48	0.35	-15.70	0.00
20	0.15	20.47	0.86	0.59	0.35	-13.09	0.00
25	0.18	13.33	1.43	0.69	0.35	-10.47	0.00
30	0.20	11.51	1.29	0.72	0.35	-9.16	0.00
35	0.23	7.82	1.41	0.74	0.35	-9.16	0.00

Para mostrar la calidad de la propuesta ingenieril dada por la ecuación (4.3) en la predicción de la función de transferencia asociada a la componente horizontal U_D , las TF_D muestran la distribución espacial de la amplitud $|TF_D|$ y fase (en términos de la componente real normalizada $TF_D^{Real}/|TF_D|$) obtenidas con el algoritmo de *BEM* y el esquema de aproximación. Los resultados se presentan para una topografía con $\phi = 20^{\circ}$ y $\eta = [0.1, 0.20]$

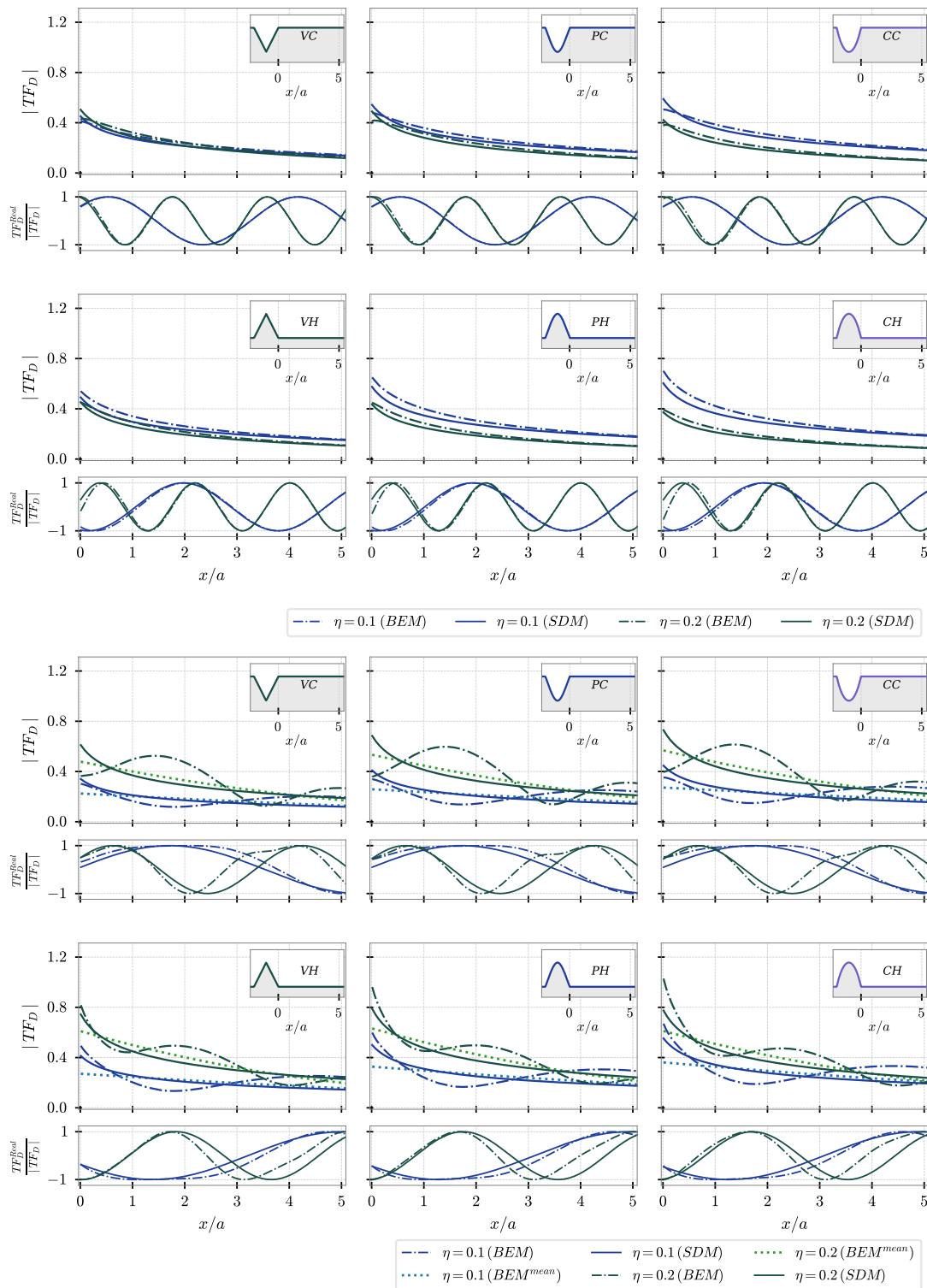


Figura 4.15. Distribución espacial de la función de transferencia del campo difractado U_D para cañones y montañas obtenida con la simulación numérica *BEM* y mediante el modelo propuesto por la ecuación (4.3). Los resultados se presentan para una pendiente característica $\phi = 20^\circ$, una frecuencia adimensional $\eta = [0.10, 0.2]$. Arriba onda incidente *SH*, abajo onda *SV*.

4.7. Aplicación en el cálculo de espectros de respuesta.

En la ingeniería práctica es común que la valoración de la amenaza sísmica se haga a partir del espectro de respuesta. Por esta razón, en esta sección se evaluó la bondad de la propuesta planteada en la ecuación (4.3) en la determinación de un espectro de respuesta de aceleraciones. Para esto, se analizan las secciones transversales de dos accidentes topográficos: una conformada por un cañón adyacente al Hotel Montana, Puerto Príncipe, Haití y otra compuesta por el cerro El Volador, accidente topográfico representativo de la ciudad de Medellín, Colombia. Estos sitios son mostrados junto con las secciones transversales analizadas (indicada por la línea roja) en las figuras 4.16 y 4.17. Ambos accidentes tienen una altura promedio $h = 100$ m pero distinta relación de aspecto: el cañón tiene un ángulo de pendiente $\phi = [20 - 25]^\circ$, entre tanto, en el cerro El Volador $\phi = 10^\circ$. En el cañón los puntos de estudio son localizados a una distancia $x = [215, 430]$ m mientras que en la montaña están a una distancia $x = [280, 560]$ m; en ambos casos sobre una de las márgenes del accidente. Se considera que ambas topografías reposan sobre un medio homogéneo con velocidad de onda de corte $\beta = 1.0$ km/s, relación de Poisson $\nu = 1/3$ y porcentaje de amortiguamiento $\xi = 3\%$.

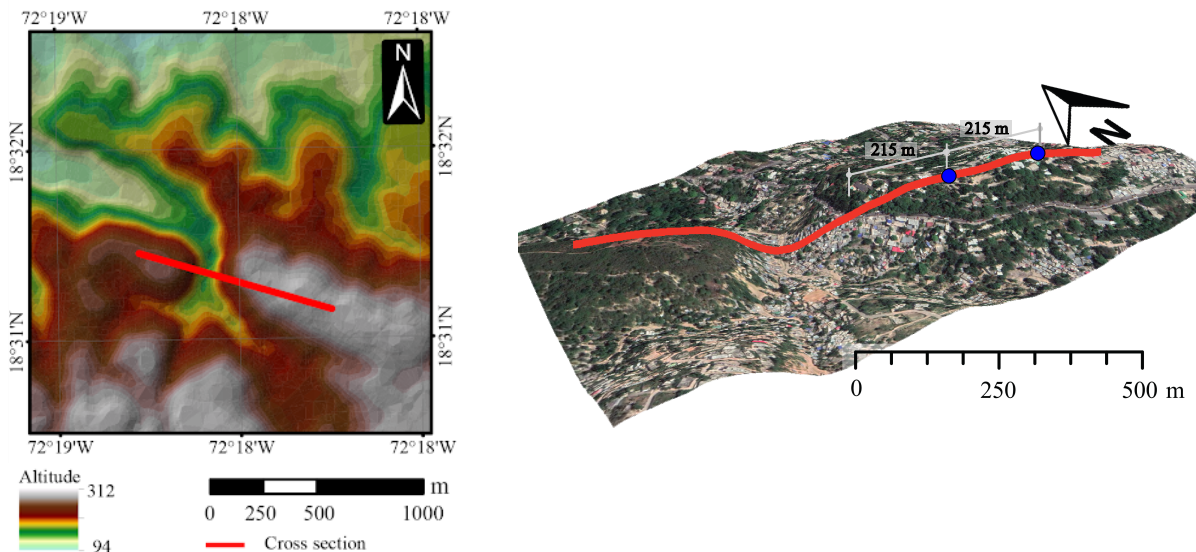


Figura 4.16. Accidente topográfico tipo cañón, cercano al Hotel Montana Puerto Príncipe, Haití. La pendiente del cañón es $\phi \approx 25^\circ$; los sitios analizados se localizan a distancias de 215 m y 430 m (resaltados en azul) sobre la margen derecha del cañón.

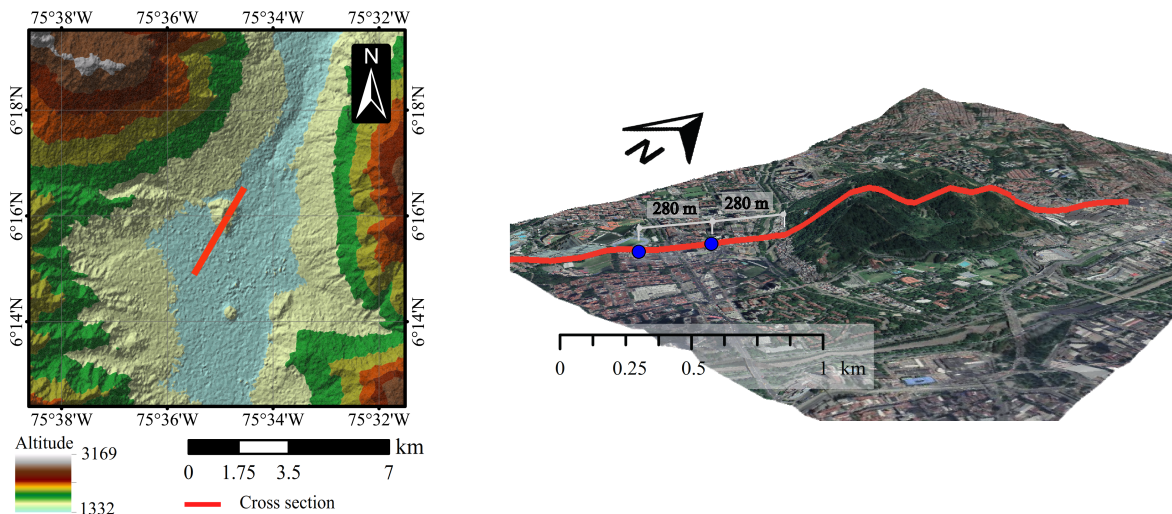


Figura 4.17. Cerro el Volador localizado en el Valle de Aburrá, Medellín, Colombia. La pendiente de la montaña es $\phi \approx 10^\circ$; los sitios analizados se localizan a distancias de 280 m y 560 m (resaltados en azul) sobre la margen izquierda de la montaña.

Sobre los puntos de evaluación asociados a cada topografía se definió la respuesta topográfica cuando el medio es excitado con una señal en el tiempo como la mostrada en la figura 4.18; la cual fue obtenida mediante una manipulación numérica basada en la técnica wavelet (Al Atik & Abrahamson (2010); Montejo (2020)) de un registro real del sismo de Michoacán, México, 1997. Esto con el propósito de alcanzar una señal con espectro de Fourier constante en el rango $[0.1 - 10]$ Hz y por ende lograr efectos sobre una banda amplia de periodos. La respuesta está dada en términos de la relación espectral (RRS) entre el espectro de respuesta en el sitio y el espectro de respuesta de la onda incidente sobre una superficie libre horizontal. El análisis es válido a partir de un periodo estructural dado por

$$T_{min} = \frac{h}{\beta \eta_{max}} = \frac{100}{1000(0.35)} = 0.29 \text{ s} \quad (4.4)$$

En donde η_{max} es la máxima frecuencia adimensional, $h = 100$ m es la altura promedio del accidente y $\beta = 1.0$ km/s es la velocidad de onda de corte del medio.

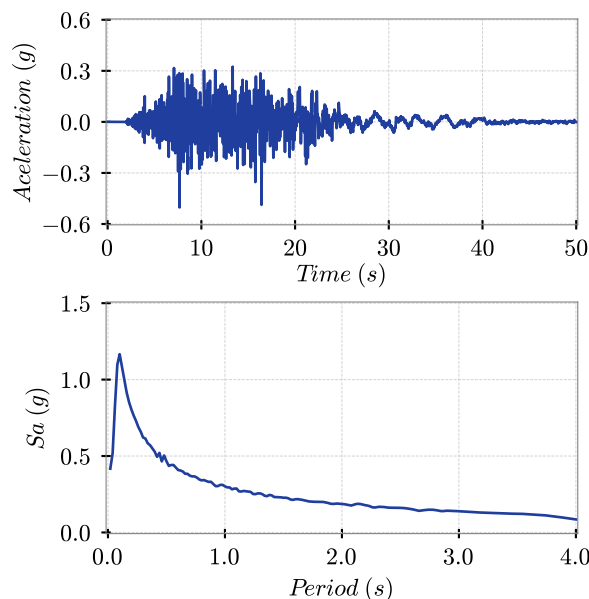


Figura 4.18. Señal usada para excitar los modelos. Arriba señal de tiempo, abajo espectro de respuesta.

En los resultados espectrales mostrados en las figuras 4.19 y 4.20 se observa la relevancia del efecto topográfico en la vecindad formación de la morfológica (cañón o montaña) ya sea a manera de amplificación o de-amplificación. En el cañón las modificaciones espectrales se concentran principalmente en el rango de 0.3 s a 3.0 s y tendiendo al valor del semi-espacio a partir de 3.0 s. En la montaña se observa un comportamiento de de-amplificaciones en periodos largos, estos valores también tienden al valor del semi espacio.

Adicionalmente, las diferencias de predicciones en la respuesta a partir del método propuesto, en comparación con la solución numérica de (*BEM*) está dentro de los límites ingenieriles, esto a juzgar por los valores espectrales. La mejor predicción para el caso de incidencia *SH* es esperable debido a que, contrario a lo que sucede en el caso *SV*, no hay conversión de modos de ondas de corte a compresionales, ni surgimiento de ondas superficiales. No obstante, nótese que en ambos movimientos *SH*, *SV*, el método propuesto predice tanto la amplificación como la de-amplificación.

Finalmente, el alto nivel de exactitud en la predicción para el caso de cañones en comparación con las montañas es evidente. Este hecho puede ser explicado porque incluso en el caso de topografías relativamente moderadas las montañas experimentan múltiples reflexiones al interior del elemento. Esta situación no se presenta en los cañones, debido a que

en este último caso las ondas que golpean el accidente se reflejan al medio infinito.

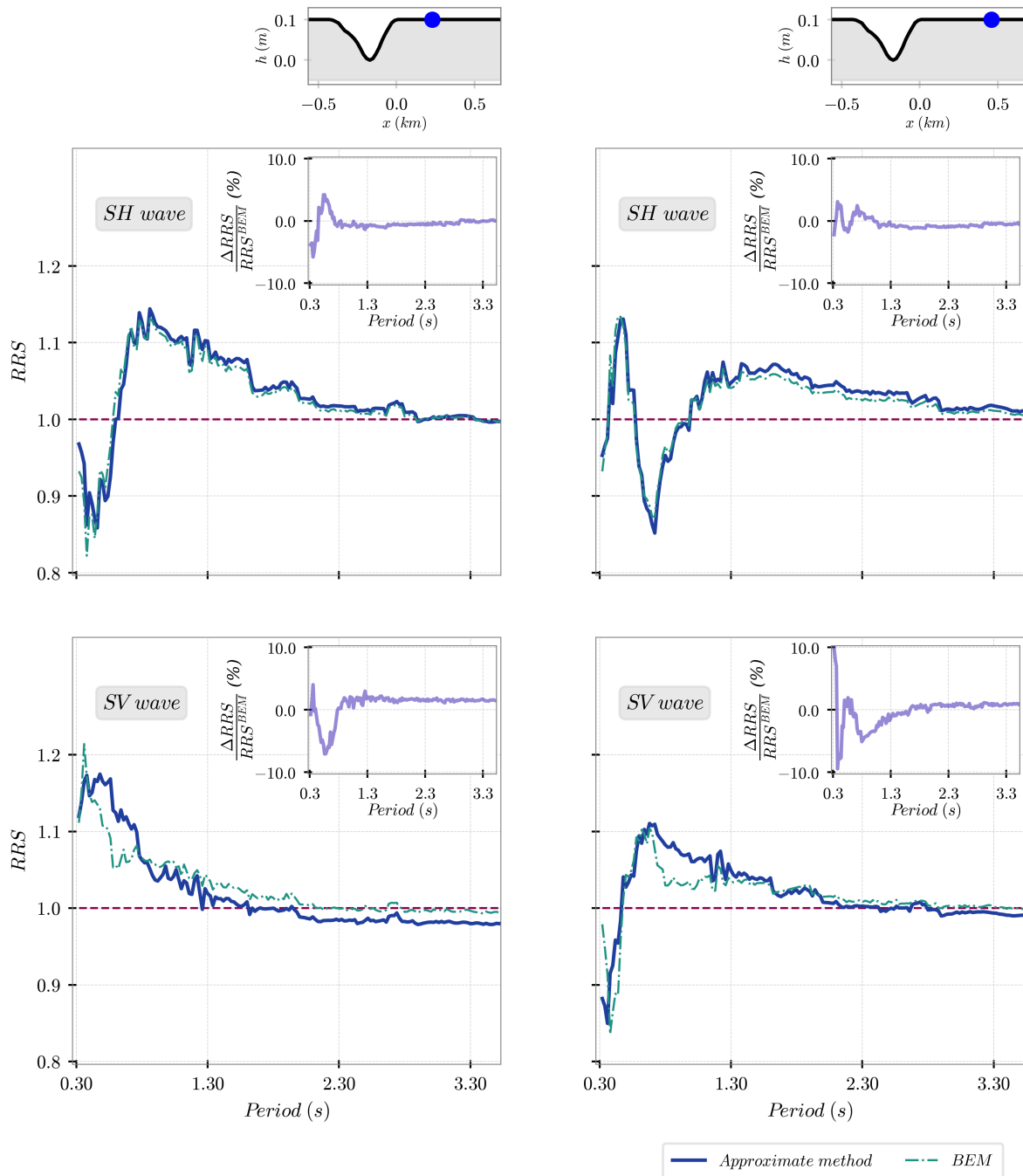


Figura 4.19. Relaciones espectrales en receptores localizados a un distancia $x = 215$ m (columna izquierda) y $x = 430$ (columna derecha). Las figuras muestran los resultados obtenidos con BEM y con el método aproximado SDM , además de la diferencia entre ellos, calculada como $(RRS^{BEM} - RRS^{SDM})/RRS^{BEM}$. En la figura inserta superior se muestra la posición del receptor.

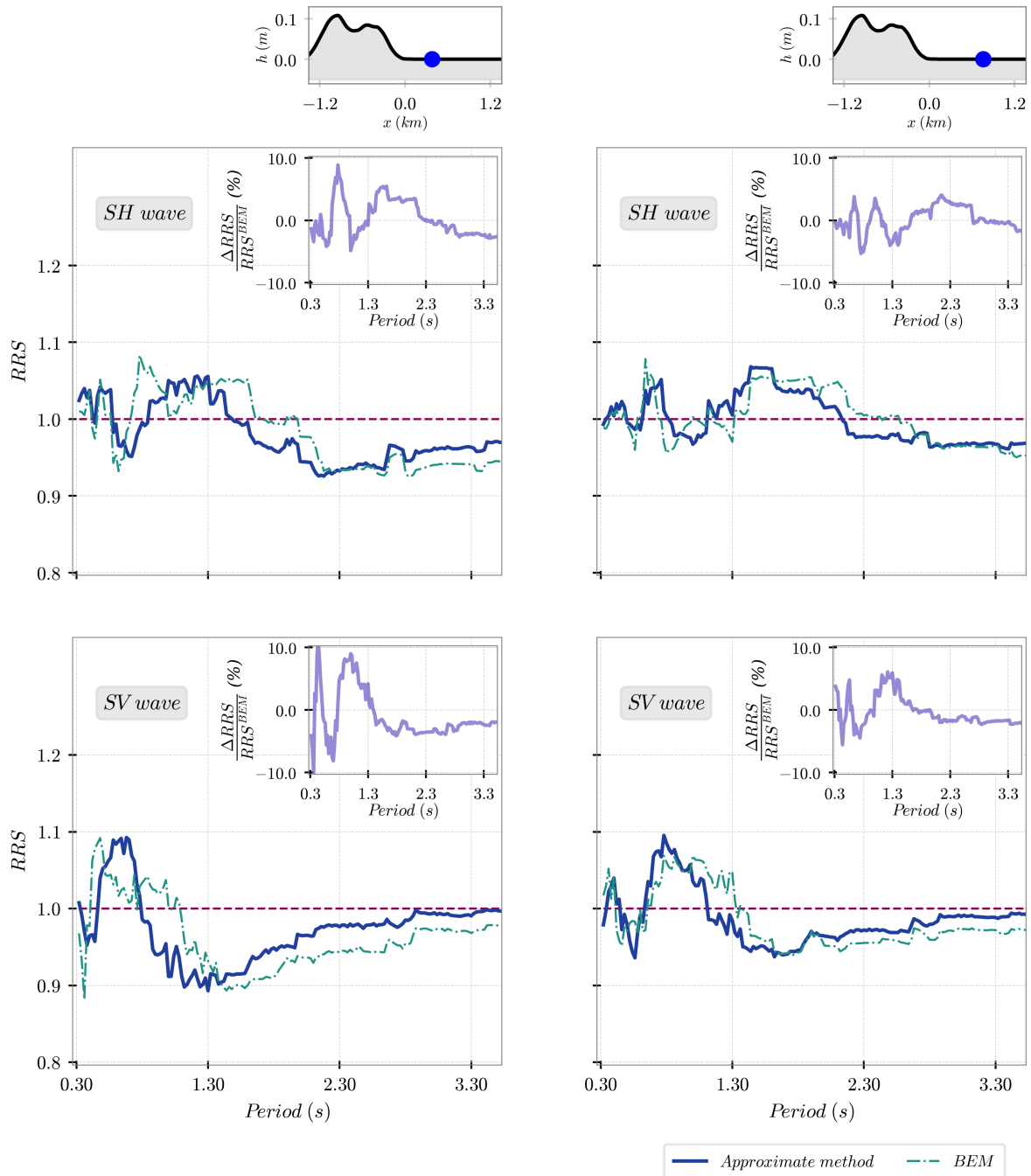


Figura 4.20. Relaciones espectrales en receptores localizados a un distancia $x = 280$ m (columna izquierda) y $x = 560$ (columna derecha). Las figuras muestran los resultados obtenidos con BEM y con el método aproximado SDM , además de la diferencia entre ellos, calculada como $(RRS^{BEM} - RRS^{SDM})/RRS^{BEM}$. En la figura inserta superior se muestra la posición del receptor.

4.8. Conclusión

A partir de un estudio paramétrico sobre montañas y cañones se mostró como la respuesta topográfica en baja frecuencia adimensional sobre puntos localizados en la vecindad de una formación morfológica sometida a ondas SH puede asemejarse a la respuesta asociada a una cuña infinita. Igualmente, y de manera sorpresiva, un mismo patrón de comportamiento puede ser aproximado en el caso de ondas SV , esto a pesar de la complejidad del movimiento que involucra la interacción de ondas superficiales y conversión de ondas en el plano.

Los resultados fueron la base para plantear una expresión tipo ingenieril para evaluar el espectro de respuesta en un sitio determinado. La exactitud en la aproximación fue mostrada en dos escenarios topográficos reales: uno correspondiente al Cerro el Volador, localizado en el Valle de Aburrá-Colombia y otro en inmediaciones del Hotel Montana, en Haití, Puerto Príncipe. Los resultados fueron comparados con los obtenidos con una implementación numérica en BEM mostrando diferencias espectrales inferiores al 10 %.

Apéndices

Apéndice A

Implementación del Método de Elementos de Frontera para la obtención de la respuesta topográfica.

En esta sección se expone brevemente la principal implementación numérica en el desarrollo del trabajo. La implementación fue aplicada para obtener los resultados expuestos en el capítulo 2 que evidencian los efectos topográficos en dos secciones del Valle de Abrurrá y el capítulo 4 para calibrar la propuesta ingenieril.

Introducción

La respuesta total asociada a una formación morfológica arbitraria que reposa sobre un medio homogéneo, elástico y lineal, como los casos estudiados en este documento, particularmente en los capítulos 2 y 4 (ver figura A.1), puede expresarse como:

$$U_t = U_O + U_D \tag{A.1}$$

En donde U_O es el campo óptico, que no es más que la superposición del campo incidente y el campo reflejado, y U_D es el campo difractado, que corresponde al movimiento inducido

por la irregularidad topográfica.

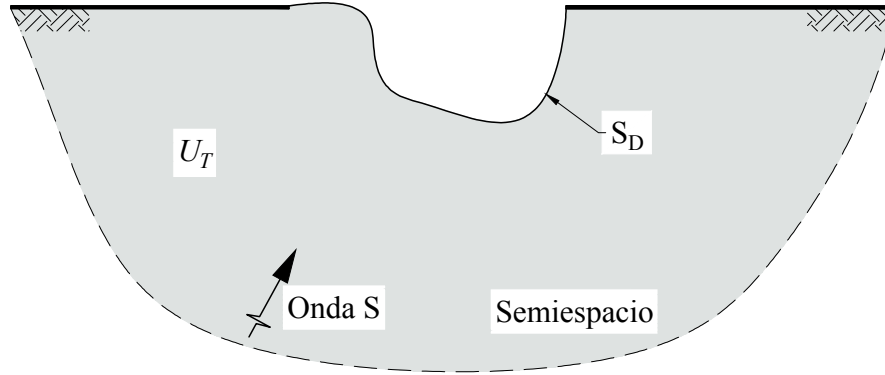


Figura A.1. Dominio del problema estudiado. La topografía reposa sobre un medio infinito de comportamiento homogéneo, elástico y lineal, el cual es excitado por un frente plano de onda de corte con velocidad de propagación β . S_D indica las fronteras asociadas al dispersor.

Numéricamente, el campo U_T y en consecuencia U_D puede ser determinado resolviendo el problema de propagación con un método variacional como el método de elementos finitos (*FEM*) (Bathe, 2006) o uno integral como el método de elementos de frontera (*BEM*), (Kawase, 1988; Banerjee, 1994), entre otros. Considerando que el medio estudiado en este trabajo es elástico lineal y tiene condiciones de frontera al infinito, se optó por usar una implementación del método de elementos de Frontera para evitar usar fronteras absorbentes (Lysmer & Kuhlemeyer, 1969) que exigirían metodologías del tipo *FEM*.

A.1. Formulación del método de elementos de frontera

El método de elementos de frontera usado en este trabajo está planteado en el dominio de la frecuencia ω y su formulación para un medio continuo como el presentado en la figura A.2 está dado en términos de una representación integral (Aki & Richards, 2002) como la dada por la ecuación (A.2).

$$u_i^S(\vec{\xi}, \hat{i}\omega) = \int_S \left[G_{ij}(\vec{x}, \hat{i}\omega; \vec{\xi}) t_j^S(\vec{x}, \hat{i}\omega; \hat{n}) - H_{ij}(\vec{x}, \hat{i}\omega, \hat{n}; \vec{\xi}) u_j^S(\vec{x}, \hat{i}\omega) \right] dS(\vec{x}) \quad (\text{A.2})$$

En donde $G_{ij}(\vec{x}, \hat{i}\omega; \vec{\xi})$ y $H_{ij}(\vec{x}, \hat{i}\omega, \hat{n}; \vec{\xi})$ corresponden al tensor de desplazamientos y de tracciones de Green¹, respectivamente, evaluado en el punto de posición \vec{r} cuando la carga está aplicada en $\vec{\xi}$. $t_j^S(\vec{x}, \hat{i}\omega; \hat{n})$ y $u_j^S(\vec{x}, \hat{i}\omega)$ son las tracciones y los desplazamientos en los puntos de la frontera S . \hat{i} es la unidad imaginaria.

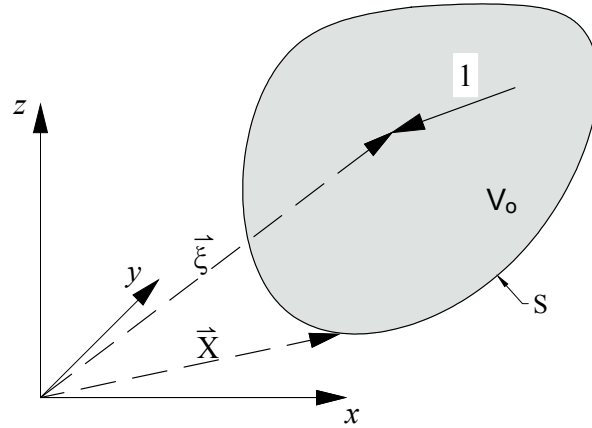


Figura A.2. Definición general del método directo de elementos de Frontera.

Formulación en medios infinitos

Los medios continuos analizados en este trabajo tienen la particularidad de que sus fronteras se extienden al infinito (indicado por S_∞ en la figura A.3). En estos casos, la representación integral, que considera la condición de radiación (Pao & Varatharajulu, 1976) para considerar las condiciones de frontera, está dada por la ecuación (A.3):

¹En honor al físico y matemático Británico, George Green

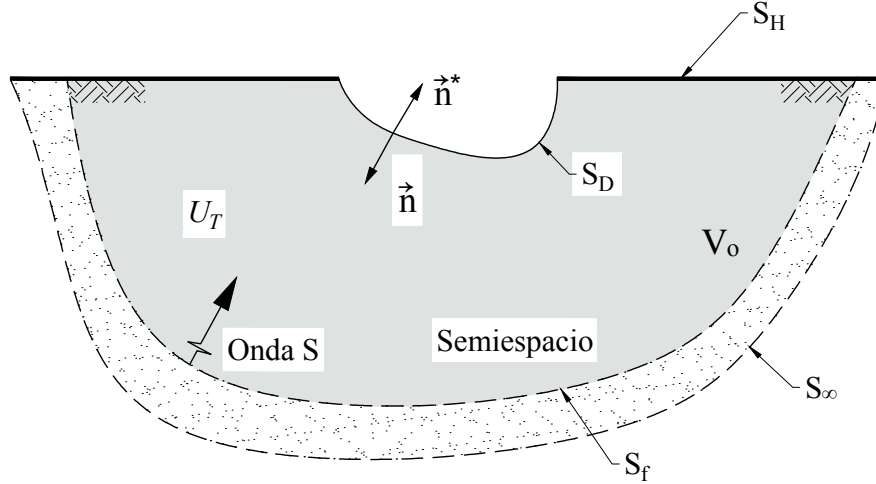


Figura A.3. Dominio del problema estudiado. La topografía reposa sobre un medio infinito de comportamiento homogéneo, elástico y lineal, el cual es excitado por un frente de onda de corte con velocidad de propagación β . S_H , S_D , S_∞ son las fronteras reales del problema, entre tanto, S_f es una frontera ficticia.

$$\begin{aligned}
 u_i^S(\vec{\xi}, \hat{i}\omega) = & \int_{S_D} \left[G_{ij}(\vec{x}, \hat{i}\omega; \vec{\xi}) t_j^S(\vec{x}, \hat{i}\omega; \hat{n}^*) - H_{ij}(\vec{x}, \hat{i}\omega, \hat{n}^*; \vec{\xi}) u_j^S(\vec{x}, \hat{i}\omega) \right] dS(\vec{x}) - \\
 & \int_{S_H} H_{ij}(\vec{x}, \hat{i}\omega, \hat{n}^*; \vec{\xi}) u_j^S(\vec{x}, \hat{i}\omega) dS(\vec{x}) + \\
 & \int_{S_\infty} \left[G_{ij}(\vec{x}, \hat{i}\omega; \vec{\xi}) t_j^S(\vec{x}, \hat{i}\omega; \hat{n}^*) - H_{ij}(\vec{x}, \hat{i}\omega, \hat{n}^*; \vec{\xi}) u_j^S(\vec{x}, \hat{i}\omega) \right] dS(\vec{x}) \quad \text{for } \vec{\xi} \in V_0
 \end{aligned} \tag{A.3}$$

En donde S_D , S_H y S_∞ son los dominios de integración. En todos los casos estudiados $G_{ij}(\vec{x}, \hat{i}\omega; \vec{\xi})$ y $H_{ij}(\vec{x}, \hat{i}\omega, \hat{n}; \vec{\xi})$ son los tensores de Green asociados a la condición de full-space.

Ahora, si bien la expresión integral anterior (ecuación (A.3)) proporciona la solución exacta al problema, las implementaciones numéricas obligan a definir el truncamiento de la frontera, que no es otra cosa que aproximar S_∞ con una frontera ficticia finita S_f . Si S_f está lo suficientemente alejado del dispersor D , la ecuación (A.3) puede aproximarse a:

$$\begin{aligned}
 u_i^S(\vec{\xi}, \hat{i}\omega) = & \int_{S_D} \left[G_{ij}(\vec{x}, \hat{i}\omega; \vec{\xi}) t_j^S(\vec{x}, \hat{i}\omega; \hat{n}^*) - H_{ij}(\vec{x}, \hat{i}\omega, \hat{n}^*; \vec{\xi}) u_j^S(\vec{x}, \hat{i}\omega) \right] dS(\vec{x}) - \\
 & \int_{S_H} H_{ij}(\vec{x}, \hat{i}\omega, \hat{n}^*; \vec{\xi}) u_j^S(\vec{x}, \hat{i}\omega) dS(\vec{x})
 \end{aligned} \tag{A.4}$$

A.2. Modelos computacionales

En todos los casos estudiados, el dominio computacional usado para la aplicación del método numérico de elementos de frontera lo constituyen la frontera libre del dispersor S_D y la frontera horizontal asociada al semiespacio S_H , la cual fue extendida hasta una longitud tal que el movimiento proveniente de los extremos fuera imperceptible en la respuesta total (ver esquematización en figura A.4). Por tratarse de una implementación en el dominio de la frecuencia, en todos los modelos se consideró que la velocidad de onda de corte es $\beta = 1.0$ km/s. Adicionalmente, se consideró una relación de Poisson $\nu = 1/3$, y una relación de amortiguamiento crítico $\xi = 3\%$. Para garantizar que la respuesta fuera capturada en el rango de frecuencias de interés, se consideró un tamaño de elemento para discretizar el dominio dado por:

$$L_e = \lambda/10$$

En donde λ es la menor longitud de onda asociada a las ondas de cortante.

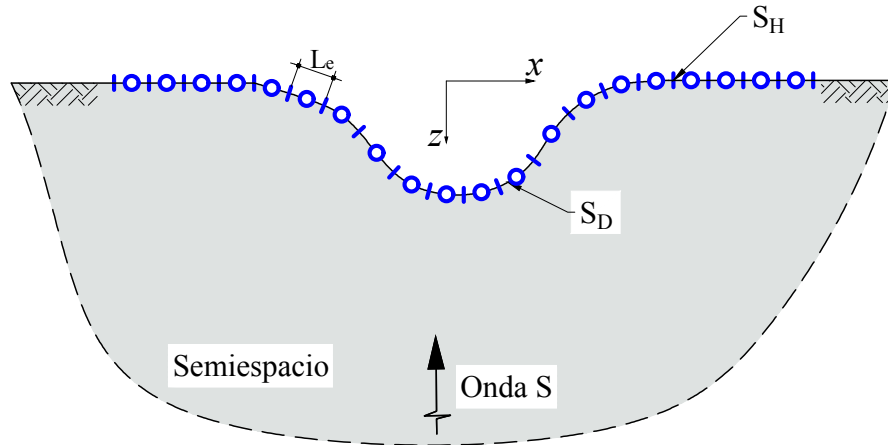


Figura A.4. Esquematización de la discretización de los dominios infinitos modelados con *BEM*. Al usar funciones de Green de full-space, la frontera S_H se extiende hasta una longitud tal que el movimiento proveniente de los extremos sea imperceptible en la respuesta total.

A.3. Respuesta en el dominio del tiempo

Si bien la respuesta en el dominio de la frecuencia calculada por *BEM* contiene en la función de transferencia toda la información necesaria para juzgar el efecto topográfico en

un sitio determinado, su interpretación desde el punto de vista ingenieril no es práctica.

Típicamente, una medida frecuentemente usada en la ingeniería práctica es el espectro de respuesta. Este espectro es obtenido a partir de una señal en el tiempo que incluye el efecto topográfico y que es obtenida mediante la convolución de una señal de entrada para excitar el modelo $SF_{inc}(\omega)$ con los valores de la función de transferencia calculada con BEM $FT_{BEM}(\omega)$

$$\begin{aligned} u(t) &= iFFT(SF_{inc}(\omega)FT_{BEM}(\omega)) \\ SR_{amp} &= ER(u(t)) \end{aligned} \tag{A.5}$$

En donde $FT_{BEM}(\omega)$ es la función de transferencia obtenida con BEM , $SF_{inc}(\omega)$ es el espectro de Fourier de la señal de entrada, $iFFT(\bullet)$ indica el operador de la transformada inversa de Fourier y $ER(\bullet)$ indica el operador espectro de respuesta de la señal de tiempo resultante.

Referencias

- Abrahamson, N., Gregor, N., & Addo, K., 2016. Bc hydro ground motion prediction equations for subduction earthquakes, *Earthquake Spectra*, **32**(1), 23–44.
- Achenbach, J., 1973. *Wave Propagation in Elastic Solids*, North Holland Publishing Company.
- AFPS French Association for Earthquake Engineering, 1995. *French Seismic Code. Guidelines for seismic microzonation studies*.
- AIS, 2010. *Reglamento Colombiano de construcción sismo resistente*, Asociación colombiana de ingeniería sísmica.
- AIS, UNIANDÉS, & INGEOMINAS, 2009. Estudio general de la Amenaza Sísmica de Colombia, *Asociación Colombiana de Ingeniera Sísmica.*, **1**, 225.
- Aki, K. & Richards, P., 2002. *Quantitative seismology*, Univ Science Books.
- Al Atik, L. & Abrahamson, N., 2010. An improved method for nonstationary spectral matching, *Earthquake Spectra*, **26**(3), 601–617.
- AMVA-Consorcio Microzonificación, 2006. *Microzonificación sísmica detallada de los municipios del Valle de Aburrá*.
- AMVA-Universidad de los Andes, 2016. *Microzonificación sísmica del Valle de Aburrá*.
- Aristizabal, C., 2018. *Integration of Site Effects into Probabilistic Seismic Hazard Assessment. Integration of site effects into probabilistic seismic hazard methods.*, Ph.D. thesis, Université Grenoble Alpes.

- Aristizabal, C., Bard, P.-Y., Beauval, C., & Gómez, J. C., 2018. Integration of site effects into probabilistic seismic hazard assessment (psha): A comparison between two fully probabilistic methods on the euroseistest site, *Geosciences*, **8**(8), 285.
- Aristizábal Tique, V. H., Jaramillo, J. D., et al., 2015. On the generation of homogeneous, inhomogeneous and goodier-bishop elastic waves from the geometrical ray theory, *ARPN Journal of Engineering and Applied Sciences*, **10**(8), 3436–3450.
- Ashford, S. A., Sitar, N., Lysmer, J., & Deng, 1997. Topographic effects on the seismic response of steep slopes, *Bulletin of the Seismological Society of America*, **87**(3), 701–709.
- Assimaki, D. & Jeong, S., 2013. Ground-motion observations at hotel Montana during the M 7.0 2010 Haiti earthquake: Topography or soil amplification?, *Bulletin of the Seismological Society of America*, **103**(5), 2577–2590.
- Ba, Z. & Yin, X., 2016. Wave scattering of complex local site in a layered half-space by using a multidomain ibem: incident plane sh waves, *Geophysical Journal International*, **205**(3), 1382–1405.
- Ba, Z., Wang, Y., Liang, J., & Lee, V. W., 2020. Wave scattering of plane p, sv, and sh waves by a 3d alluvial basin in a multilayered half space, *Bulletin of the Seismological Society of America*, **110**(2), 576–595.
- Banerjee, P., 1994. *The boundary element methods in engineering*, McGraw-Hill, London.
- Bathe, K.-J., 2006. *Finite element procedures*, Klaus-Jurgen Bathe.
- Bisch, P., Carvalho, E., Degee, H., Fajfar, P., Fardis, M., Franchin, P., Kreslin, M., Pecker, A., , Pinto, P., Plumier, A., Somja, H., & Tsionis, G., 2012. *Eurocode 8: Seismic design of buildings, worked examples*, Publications Office of the European Union.
- Boore, D., 1972. A note on the effect of simple topography on seismic SH waves, *Bulletin of the Seismological Society of America*, **62**(1), 275–284.
- Bouchon, M., 1973. Effect of topography on surface motion, *Bulletin of the Seismological Society of America*, **615**(3), 615–632.

-
- Bouchon, M. & Barker, J. S., 1996. Seismic response of a hill: the example of Tarzana, California, *Bulletin of the Seismological Society of America*, **86**(1), 66–72.
- Bowman, J. J., Senior, T. B., & Uslenghi, P. L., 1969. Electromagnetic and acoustic scattering by simple shapes, *New York*.
- Chávez-García, F., Raptakis, D., Makra, K., & Pitilakis, K., 2000. Site effects at Euroseistest-II. Results from 2D numerical modeling and comparison with observations, *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, **19**(1), 23–39.
- Cehade, S., Darmon, M., & Lebeau, G., 2019. 2d elastic plane-wave diffraction by a stress-free wedge of arbitrary angle, *Journal of Computational Physics*, **394**, 532–558.
- de la Torre, C. A., Bradley, B. A., & Lee, R. L., 2020. Modeling nonlinear site effects in physics-based ground motion simulations of the 2010–2011 canterbury earthquake sequence, *Earthquake Spectra*, **36**(2), 856–879.
- Electric Power Research Institute (EPRI), 1993. Guidelines for determining design basis ground motions, volume 2: Appendices for ground motion estimation.
- García, D., Singh, S. K., Herraíz, M., Ordaz, M., & Pacheco, J. F., 2005. Inslab earthquakes of Central Mexico: Peak ground-motion parameters and response spectra, *Bulletin of the Seismological Society of America*, **95**(6), 2272–2282.
- Geli, L., Bard, P.-Y., & Jullien, B., 1988. The effect of topography on earthquake ground motion: A review and new results, *Bulletin of the Seismological Society of America*, **78**(1), 42–63.
- Gomez, J., Jaramillo, J., Saenz, M., & Vergara, J., 2016. A superposition based diffraction technique to study site effects in earthquake engineering, *International Journal of Geophysics*.
- Grupo de Sismología de Medellín, 1999. Instrumentación y microzonificación sísmica del área urbana de la ciudad de medellín, *Medellín, Colombia*.

- Hancock, J., WATSON-LAMPREY, J., ABRAHAMSON, N. A., BOMMER, J. J., MARKATIS, A., McCOY, E., & MENDIS, R., 2006. An improved method of matching response spectra of recorded earthquake ground motion using wavelets, *Journal of Earthquake Engineering*, **10**(spec01), 67–89.
- Hough, S. E., Altidor, J. R., Anglade, D., Given, D., Janvier, M. G., Maharrey, J. Z., Meremonte, M., Mildor, B. S.-L., Prepetit, C., & Yong, A., 2010. Localized damage caused by topographic amplification during the 2010 M 7.0 Haiti earthquake, *Nature Geoscience*, **3**(11), 778–782.
- Idriss, I., 2014. An nga-west2 empirical model for estimating the horizontal spectral values generated by shallow crustal earthquakes, *Earthquake Spectra*, **30**(3), 1155–1177.
- Jaramillo, J. D., Gomez, J. D., Saenz, M., & Vergara, J. C., 2012. Analytic approximation to the scattering of antiplane shear waves by free surfaces of arbitrary shape via superposition of incident, reflected and diffracted rays, *Geophysical Journal International*, **192**(3), 1132–1143.
- Kawase, H., 1988. Time domain response of a semicircular canyon for incident sv, p, and rayleigh waves calculated by the discrete wavenumber boundary element method, *Bulletin of the Seismological Society of America*, **78**, 1415–1437.
- Keller, J. B., 1956. Diffraction of a convex cylinder, *Electromagnetic Wave Theory Symposium*, **137**, 312–321.
- Keller, J. B., 1962. Geometrical theory of diffraction, *J. Opt. Soc. Am.*, **52**(2), 116–130.
- Kouyoumjian, R. G. & Pathak, P. H., 1974. A uniform geometrical theory of diffraction for an edge in a perfectly conducting surface, *Proceedings of the IEEE*, **62**(11), 1448–1461.
- Luzón, F., Sesma Sesma, F. J., Gil, A., & Navarro, M., 1999. Seismic response of 3D topographical irregularities under incoming elastic waves from point sources, *Physics and Chemistry of the Earth*, **24**(3), 231–234.
- Lysmer, J. & Kuhlemeyer, R., 1969. Finite dynamic model for infinite media, *Journal of the Engineering Mechanics Division*, **859**, 877.

- Makra, K. & Chávez-García, F. J., 2016. Site effects in 3d basins using 1d and 2d models: an evaluation of the differences based on simulations of the seismic response of euroseistest, *Bulletin of Earthquake Engineering*, **14**(4), 1177–1194.
- Montejo, L. A., 2020. Response spectral matching of horizontal ground motion components to an orientation-independent spectrum (rotddn), *Earthquake Spectra*, pp. 1127–1144.
- Nguyen, H. T., Fleurisson, J. A., & Cojean, R., 2013. Evaluation of topography site effect in slope stability under dynamic loading, *Vienna Congress on Recent Advances in Earthquake Engineering and Structural Dynamics 2013*, **2013**(521), 28–30.
- Nguyen, K. V. & Gatmiri, B., 2007. Evaluation of seismic ground motion induced by topographic irregularity, *Soil dynamics and earthquake engineering*, **27**, 183–188.
- Pao, Y. H. & Varatharajulu, V., 1976. Huygens principle, radiation conditions, and integral formulas for the scattering of elastic waves, *The Journal of the Acoustical Society of America*, **59**(6), 1361–1371.
- Pitilakis, K., Riga, E., & Anastasiadis, A., 2012. Design spectra and amplification factors for eurocode 8, *Bulletin of Earthquake Engineering*, **10**(5), 1377–1400.
- Restrepo, D., Bielak, J., Serrano, R., Gómez, J., & Jaramillo, J., 2016. Effects of realistic topography on the ground motion of the colombian andes—a case study at the aburrá valley, antioquia, *Geophysical Journal International*, **204**(3), 1801–1816.
- Sáenz, M., Sierra, C., Vergara, J., Jaramillo, J., & Gomez, J., 2019. Site specific analysis using topography conditioned response spectra, *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, **123**, 470–497.
- Sánchez-Sesma, F. J., 1985. Diffraction of elastic SH waves by wedges, *Bulletin of the Seismological Society of America*, **75**(5), 1435–1446.
- Sánchez-Sesma, F. J., 1990. Elementary solutions for response of a wedge-shaped medium to incident SH and SV Waves, *Bulletin of the Seismological Society of America*, **80**(3), 737–742.

- Sánchez-Sesma, F. J., Bravo, M. A., & Herrera, I., 1985. Surface motion of topographical irregularities for incident P, SV, and Rayleigh waves, *Bulletin of the Seismological Society of America*, **75**(1), 263–269.
- Sánchez-sesma, F. J., Faccioli, E., & Fregonese, R., 1986. An index for measuring the effects of topography on seismic ground motion intensity, *Earthquake engineering & structural dynamics*, **14**(5), 719–731.
- Sierra, C., Jaramillo, J., Gomez, J., Sáenz, M., & Vergara, J., 2021. Simplified evaluation of ground motion amplification in the vicinity of a topographic feature, *Journal of Earthquake Engineering*, **0**(0), 1–18.
- Siro, L., 1982. Emergency microzonation by Italian Geodynamics Project after November 23, 1980 earthquake: a short technical report., pp. p. 1417–27, Proceedings of the international conference on microzonation, Seattle, Washington.
- Taborda, R. & Bielak, J., 2011. Large-scale earthquake simulation: Computational seismology and complex engineering systems, *Computing in Science & Engineering*, **13**(4), 14–27.
- Trifunac, M. D., 1973. Scattering of plane SH waves by a semicylindrical canyon, *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, **1**, 267–281.
- Trifunac, M. D. & Hudson, D. E., 1971. Analysis of the Pacoima dam accelerogram—San Fernando, California, earthquake of 1971, *Bulletin of the Seismological Society of America*, **61**(5), 1393–1411.
- Tsaur, D.-H. & Chang, K.-H., 2008. An analytical approach for the scattering of SH waves by a symmetrical V-shaped canyon: shallow case, *Geophysical Journal International*, **174**(1), 255–264.
- Tsaur, D.-H., Chang, K.-H., & Hsu, M.-S., 2010. An analytical approach for the scattering of SH waves by a symmetrical V-shaped canyon: deep case, *Geophysical Journal International*, **183**(3), 1501–1511.

- Valencia, C., Gomez, J., Jaramillo, J., Saenz, M., & Vergara, J., 2017. The scattering of sh waves by a finite crack with a superposition-based diffraction technique, *Studia Geophysica et Geodaetica*, **61**(1), 93–114.
- Vergara, J., Sierra, C., Saenz, M., Jaramillo, J., & Gomez, J., 2021. Construction of rational models for topographic effects and size-conditioned-response-spectra, *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, **140**, 106432.
- Wang, G., Du, C., Huang, D., Jin, F., Koo, R. C., & Kwan, J. S., 2018. Parametric models for 3d topographic amplification of ground motions considering subsurface soils, *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, **115**, 41–54.
- Zhang, N., Gao, Y., Li, D., Wu, Y., & Zhang, F., 2012. Scattering of SH waves induced by a symmetrical V-shaped canyon: a unified analytical solution, *Earthquake Engineering and Engineering Vibration*, **11**(4), 445–460.