Universidad EAFIT

Escuela de Ciencias y Humanidades

Diseño y construcción de un sistema de levitación magnética controlado por un algortimo PID

Tesis presentada por Juan David Ríos Ruiz
para optar al grado de Ingeniero Físico

Asesorado por: Ph. D. Álvaro Andrés Velásquez Torres

2010

Ingeniería Física

Agradecimientos

La vida esta llena de obstáculos y es la superación de estos lo que permite el crecimiento de una persona en las diferentes dimensiones que una vida conlleva. A lo largo del desarrollo de este trabajo, el más complejo de mi formación como ingeniero, gran cantidad de personas aportaron no sólo ideas y enfoques de diseño, sino también palabras de ánimo y la motivación necesaria para continuar y avanzar poco a poco. Finalmente estoy aquí, escribiendo estas palabras con la firme creencia de que creer es poder y que el apoyo de las personas cercanas representa un factor importante de éxito o fracaso en los proyectos que cada persona en este mundo emprende.

Primero que todo voy a agradecer a **mis padres** por todo el apoyo que me dieron a lo largo del desarrollo de la tesis. De ellos obtuve en todo momento el respaldo necesario para toda decisión que fui tomando gradualmente cada vez que daba un nuevo paso en el desarrollo del proyecto.

También agradezco enormemente a mis hermanas **Ana** y **Angela** las cuales constantemente me preguntaban sobre el proyecto y animaban a continuar, a pesar de los obstáculos presentados, sus palabras de ánimo y los consejos que me dieron fueron fundamentales en la culminación del trabajo.

Al tutor de mi tesis **Alvaro Velásquez** por transmitirme muchas de sus buenas ideas y experiencia, por sus consejos, apoyo y paciencia. Todo esto considero fue muy enriquecedor en mi formación como profesional y como persona.

Agradezco sinceramente a los profesores **Mauricio Arroyave** por su ayuda en la instrumentación y **Carlos Mario Vélez** por su cátedra en teoría de control.

Muchos compañeros y amigos del pregrado también aportaron muy buenas ideas y constantemente manifestaron su apoyo. Un especial agradecimiento a **Augusto Carmona**, **Santiago Echeverri**, **Leidy Giraldo**, **Juliana Jaramillo** y **Sebastián**

Morant tanto por la ayuda en aspectos técnicos como por la buena energía en todo momento.

Finalmente he de agradecer al personal técnico de la Universidad por el apoyo prestado tanto en el uso y préstamo de instrumentos como en ideas.

Índice general

Introducción **9**

1. Aspectos generales **12**
1.1. Definición del problema 12
1.2. Objetivos 12
1.2.1. Objetivo general 12
1.2.2. Objetivos específicos 13
1.3. Justificación 13

2. Estado del arte y marco teórico **15**
2.1. Estado del arte 15
2.2. Marco teórico 17
2.2.1. Principios de electromagnetismo 18
2.2.2. El control 22
2.2.3. Características principales del hierro 23
2.2.4. Sistema de levitación magnética 24

3. Diseño conceptual y construcción del prototipo físico **26**
3.1. Diseño conceptual 26
3.1.1. Especificaciones de diseño 28
3.2. Estructura mecánica 31
3.3. Sistema electrónico 33
3.3.1. Sensado 33
3.3.2. Control 38
3.3.3. Potencia 39

4. Modelado del sistema de levitación y el sistema dinámico 43
4.1. Modelo matemático de la planta 43
4.1.1. Ecuaciones de Estado 48
4.2. Fuerza magnética 49
4.3. Modelo lineal 53
4.3.1. Linealización del modelo 53
4.3.2. Función de transferencia de la planta 59
4.4. Curva de sensado 60
4.5. Curva de potencia 62
4.5.1. Ganancia de potencia 63
4.6. Sistema dinámico 65

5. Dinámica del sistema, diseño del controlador PID y simulación 67
5.1. Controlador 67
5.1.1. Controlador PID 68
5.1.2. Sintonización del PID 68
5.1.3. Controlador PID discreto 70
5.1.4. Especificaciones de diseño 74

6. Implementación del PID en el sistema de levitación real 78
6.1. Pruebas de robustez del sistema 80

Conclusiones y perspectivas 84

A. Hojas de datos de los dispositivos electrónicos utilizados 87

B. Adquisición de datos y software 89
B.1. Código en C del microcontrolador 89
B.2. Cálculo de los polos y las constantes que estabilizan el sistema 92
B.3. Programa para la linealización de la ecuación no lineal 93
B.4. Programa para la graficación de la región de estabilidad 94
B.5. Programa para la escritura de los polos y constantes en un archivo .txt 95

Bibliografía 97

Índice de figuras

2.1. Modelo de integración del solenoide 21
2.2. Gráfica de B vs H 24
2.3. Esquema del sistema de levitación desarrollado en la tesis 25

3.1. Estructura mecánica del sistema de levitación 32
3.2. Sensibilidad del sensor a diferentes longitudes de onda 35
3.3. Configuración de los sensores en la plataforma 36
3.4. Diagrama electrónica del sistema de sensado 36
3.5. Diagrama electrónico del sistema de control 38
3.6. Diagrama electrónico del sistema de potencia 40
3.7. Dimensiones del solenoide y su núcleo 41

4.1. Circuito RL 44
4.2. Esquema del sistema de levitación magnética 47
4.3. Relación entre corriente y posición en el sistema de levitación 51
4.4. Superficie que representa la fuerza magnética como función de i (en A) y x (en m) 52
4.5. Modelo en Simulink para la comparación de la respuesta lineal y no lineal 56
4.6. Respuesta no lineal (1) vs lineal (2) 57
4.7. Respuesta no lineal (1) vs lineal (2) variando x, v y V 58
4.8. Respuesta no lineal (1) vs lineal (2) variando x, v, V e i 58
4.9. Sistema de referencia de la curva de sensado 60
4.10. Curva de sensado del sistema de levitación magnética 61
4.11. Curva de potencia del sistema de levitación magnética 62

4.12. Curva de potencia del sistema de levitación magnética 63
4.13. Diagrama de bloques para varias señales del sistema 64
4.14. Diagrama de bloques que representa el sistema de levitación magnética 65

5.1. Región de estabilidad en el espacio de constantes PID 70
5.2. Implementación del PID digital en paralelo 71
5.3. Algoritmo del PID digital 73
5.4. Respuesta del sistema para una entrada escalón de 11.6mm 75
5.5. Respuesta corriente del sistema para una entrada escalón de 11.6mm 76

6.1. Sistema de levitación magnética funcional 78
6.2. Respuesta del sistema con posición de referencia 11.6mm (0.3V) . . . 79
6.3. Respuesta del sistema con posición de referencia 11.6mm (0.3V) . . . 80
6.4. Kit de objetos para el sistema de levitación magnética 81
6.5. Configuración de objetos que levitan (1) 82
6.6. Configuración de objetos que levitan (2) 82
6.7. Configuración de objetos que levitan (3) 82

Índice de cuadros

3.1. Dimensiones de diseño 28
3.2. Dimensiones de los componentes de la plataforma 33
3.3. Parámetros del solenoide 42

4.1. Parámetros del sistema de levitación 55

Introducción

Se le llama levitación al fenómeno físico que ocurre cuando un objeto es mantenido de manera estable en el aire en una posición particular, sin sujeción mecánica alguna. Para que exista la levitación en un campo gravitatorio se deben cumplir dos condiciones:

- La presencia de una fuerza que contrarreste el peso del cuerpo.
- Para la suspensión estable, es necesaria una fuerza variable adicional que se oponga a cada desplazamiento del objeto respecto a la posición de levitación.

Durante siglos el hombre ha intentado materializar este fenómeno y para ello ha empleado diversos principios físicos, entre los que cabe destacar la levitación electrostática (requiere que el cuerpo levitante esté cargado eléctricamente), levitación aerodinámica (la que se presenta en helicópteros), levitación acústica (usando ondas sonoras en objetos de pequeña masa), la levitación óptica (empleando radiación láser también en objetos de masa pequeña), y por supuesto, la levitación magnética.

La levitación magnética ha sido objeto de estudio por parte de investigadores desde mediados del siglo XX hasta la actualidad. Existen diversos fenómenos magnéticos en donde se presenta la levitación: por un lado se encuentra la levitación debida a la superconductividad, en la cual por el efecto Meissner se expulsan todas las líneas de flujo magnético del interior de un material superconductor a temperaturas por debajo de la temperatura crítica del material, convirtiendo el material superconductor en un diamagnético perfecto. También mediante el diamagnetismo de los materiales se produce la levitación: un material diamagnético se magnetiza de manera opuesta al campo que intenta magnetizarle, produciéndose de esta manera una repulsión entre el campo generador y el generado. Adicionalmente, la levitación magnética puede

enmarcarse en dos principios [1] que sustentan toda una gama de aplicaciones de ingeniería desarrolladas hasta hoy: la levitación por repulsión y por atracción. La levitación por repulsión, conocida como EDS (Electrodynamic Suspension) se basa en la repulsión de dos campos magnéticos, pudiendo cada uno ser generado por inducción electromagnética o con imánes permanentes. Los sistemas desarrollados bajo este principio son estables en un eje y tienen un punto de equilibrio natural. La levitación por atracción por su parte, conocida como EMS (Electromagnetic Suspension) se logra cuando un campo magnético atrae un cuerpo en contra de la gravedad, produciéndose un equilibrio inestable entre la fuerza magnética y la fuerza gravitacional. Así, un sistema basado en este principio es inviable sin el uso de un módulo de control.

El presente trabajo comprende el diseño y construcción de un prototipo de levitador magnético por atracción (EMS) de un grado de libertad. Este comprende la integración de una serie de subsistemas, como la estructura mecánica, la electrónica de sensado, la electrónica de potencia y de control, y el programa del controlador. El sistema de levitación magnética se modela empleando técnicas clásicas de control, tanto digitales como analógicas.

El documento se ha dividido en capítulos de manera que se presente gradualmente cada paso necesario para el diseño del sistema de levitación magnética. En el capítulo 1 se abordan los aspectos generales del proyecto como lo son la descripción del problema, los objetivos y la justificación. En el capítulo 2 se hace una revisión del estado del arte de los sistemas de levitación y se explican todos los conceptos teóricos necesarios para el entendimiento de los principios físicos y de control asociados al sistema de levitación. En el capítulo 3 se aborda todo el enfoque ingenieril llevado a cabo en el diseño del sistema de levitación magnética. En particular, se hace referencia al diseño de la infraestructura física usando conceptos procedentes de tres áreas de la ingeniería: diseño del producto, mecánica y electrónica. En el capítulo 4 se modela matemáticamente el sistema mediante un enfoque lineal para finalmente obtener un sistema dinámico al final del capítulo. En el capítulo 5 se analiza el sistema dinámico y se toma como punto de partida para el diseño del controlador PID. El capítulo 6 expone los resultados experimentales en la implementación de todas las etapas de diseño. Se muestran resultados que evidencian la robustez del sistema

desarrollado. Finalmente se mencionan las conclusiones del trabajo y se dan algunas perspectivas sobre futuros proyectos e implementaciones con base en el prototipo obtenido.

Capítulo 1

Aspectos generales

1.1. Definición del problema

Se busca diseñar y construir un sistema de levitación magnética controlado por un algoritmo PID (proporcional-integral-derivativo). Para ello se harán consideraciones tanto físicas, como electrónicas y de control, integrándolas en el desarrollo de un prototipo funcional. Las consideraciones físicas se hacen sobre variables mecánicas como posición, velocidad, aceleración; y electromagnéticas como corriente, voltaje, magnetización, entre otras. Por otro lado, las consideraciones electrónicas abarcan tópicos relacionados con la sensórica e instrumentación, como la elección del sensor o el tipo de amplificación. Finalmente las consideraciones de control se hacen sobre las técnicas a emplear en cada uno de los aspectos relacionados con el sistema de control como la estabilidad absoluta, relativa y el análisis de la respuesta en el dominio del tiempo.

1.2. Objetivos

1.2.1. Objetivo general

- Diseñar y construir un sistema de levitación magnética controlado por un algoritmo PID.

1.2.2. Objetivos específicos

- Construir un prototipo inicial del sistema de levitación magnética.
- Caracterizar los parámetros asociados al sistema de sensado y actuación de la planta: fuerza magnética, curva de sensado y curva de ganancia de la etapa de potencia.
- Obtener las funciones de transferencia de cada componente del sistema de levitación y hacer un análisis de estabilidad absoluta del sistema realimentado, para hallar las constantes del controlador PID que estabilizan el sistema.
- Integrar los resultados obtenidos en Matlab-Simulink y hacer un estudio de las constantes que optimizan la respuesta del sistema para finalmente implementarlas en el prototipo real.

1.3. Justificación

La levitación magnética desde hace ya varias décadas ha constituido una demostración de gran impacto visual que permite ilustrar el uso potencial de la levitación en aplicaciones enfocadas a la industria, el comercio, el transporte, la medicina o el entretenimiento. En la ingeniería eléctrica por ejemplo se encuentran aplicaciones asociadas al modelado de sistemas dinámicos [2], control de sistemas inestables [3], rodamientos de bajo roce o fricción [4], sistemas mecánicos de almacenamiento de energía [5], trampas magnéticas para fluidos con propiedades diamagnéticas, como el Helio líquido [6], levitación de microrobots en tres dimensiones [7] y sistemas de transporte de alta velocidad, como el tren Maglev [8, 9].

Las implicaciones económicas y sociales que este tipo de tecnología podría tener en una sociedad son enormes. Dentro de este contexto, la Ingeniería Física, debido a su interdisciplinariedad, tiene un alto grado de relación con el desarrollo de los sistemas de levitación magnética, pues en estos se mezclan diversas ramas del conocimiento que involucran tanto física como ingeniería: la electrónica, el control, la computación y la instrumentación.

Las razones anteriormente expuestas resultan motivadoras para continuar trabajado en este tipo de problemas, buscando hacer aportes adicionales tanto en la

modelación e implementación física, como la aplicabilidad de los sistemas de levitación magnética.

Capítulo 2

Estado del arte y marco teórico

En este capítulo se hará una revisión de la trascendencia y presencia que ha tenido la levitación magnética en varios ámbitos (estado del arte), así como de los principios físicos que la rigen y explican (marco teórico).

2.1. Estado del arte

A lo largo de los años se han dado diversas soluciones al problema de la levitación. Magos, brujos, maestros místicos, todos ellos han fascinado a miles de personas ofreciendo espectáculos y demostraciones en las cuales se muestran objetos y personas aparentemente levitando, aunque en realidad se han valido de trucos para presentar la ilusión de levitación. Todo esto hace alusión a cómo el hombre se sorprende con este fenómeno; lo cual no es casual, pues está relacionado con el deseo de volar/flotar que se ha tenido desde tiempos inmemoriales. Así, los sistemas de levitación (entre los que se incluye la levitación magnética) han sido usados como medio de entretenimiento, causando en el observador sorpresa y curiosidad.

A nivel de ingeniería, la levitación magnética se ha consolidado como una manera de reducir el consumo energético a varios niveles, debido a su particularidad de permitir el desplazamiento relativo entre dos superficies con ausencia de fricción, la cual se considera la principal responsable de las pérdidas de energía en sistemas electromecánicos tales como trenes, rodamientos, entre otros [4]. Así mismo, la levitación magnética se ha empleado en el desarrollo de trampas magnéticas que hacen uso del

efecto Meissner en materiales superconductores como el helio líquido para repeler las líneas de campo y literalmente, confinar el líquido en una región del espacio al ser restringido magnéticamente en todas las direcciones [6]. La levitación magnética ha sido usada con éxito en cañones electromagnéticos empleándose para mover el proyectil, evitando el contacto de este con la superficie de la guía, y por tanto anulando la friccíon mecánica [10]. En la medicina la aplicación de este fenómeno físico ha aportado en el desarrollo de corazones artificiales implementados mediante bombas centrífugas donde el impulsor es levitado magnéticamente, lo que aumenta el desempeño del sistema y minimiza el consumo de energía, nuevamente, debido a la ausencia de fricción [11]. En la industria manufacturera, se han desarrollado máquinas de control numérico (CNC) cuyo soporte vertical es levitado magnéticamente [12], lo que aumenta considerablemente la velocidad de desplazamiento de la pieza móvil y la precisión del maquinado. También en el campo de los ambientes virtuales y los sistemas de teleoperación aparece la levitación magnética en lo que se conoce como tecnologías del tacto. En particular se han diseñado sistemas de interacción con el tacto los cuales permiten tocar, sentir, manipular y alterar objetos levitados magnéticamente cuya variación de posición y ángulos es monitoreada mediante sensores; la información sensada es enviada a interfaces virtuales donde se encuentra un entorno de realidad virtual el cual varía según la modificación del objeto que levita [13]. Esta aplicación tiene un enorme potencial en la industria del entretenimiento y la manipulación de artefactos.

En el ámbito académico, la levitación magnética representa uno de los sistemas dinámicos más inestables y altamente no lineales, debido a la naturaleza de los campos electromagnéticos y al objetivo de la levitación como tal (compensar la fuerza gravitacional). Por esta razón durante décadas ha sido una plataforma ideal de trabajo para investigadores, en la cual el objetivo es implementar técnicas de control tanto clásicas como modernas, siempre haciendo uso de las tecnologías emergentes a nivel de instrumentos electrónicos y nuevos materiales. A nivel mundial se han dado desarrollos exitosos de plataformas de levitación magnética en países como China [14–18], USA [19, 20], Argentina [3, 21], Brasil [22], Chile [1], Ecuador [23], México [24–27] Japón [28–30], Irlanda [2, 31], India [32, 33], Polonia [34], Taiwan [35, 36], Rumania [37] y Turquía [38]. Para la obtención de la levitación de un objeto en estos

trabajos se han empleado varios tipos de controladores. Estos cubren desde el controlador PID, pasando por controladores de lógica difusa, controladores basados en redes neuronales artificiales, control $H\infty$, control predictivo, hasta la combinación de dos o más de estos controladores, haciendo el control mucho más preciso, eficiente y complejo. En Colombia han surgido diversos proyectos de este tipo, en los cuales se ha conseguido la levitación magnética con éxito aplicando técnicas de control lineal. De estas se destaca la obtenida en la Universidad Distrital de Bogotá, la cual se ha enfocado en la creación de un sistema de propulsión magnética para el transporte de materiales [39].

Por otro lado, la industria del entretenimiento y cultura, que abarca aquellos sectores que tienen como objetivo común brindar un ambiente de relajación y diversión al tiempo que imparten educación e incentivan la imaginación, no ha sido ajena al desarrollo de productos que hacen uso de la levitación magética. A nivel comercial se ofrecen sistemas de levitación, tal es el caso de los vistos en museos interactivos y en puntos de venta especializados en tecnología. Al ser el sistema de levitación magnética un producto científico que evidencia un fenómeno físico, explicado por las ciencias naturales, se hace adecuado para ilustrar una gran cantidad de conocimiento aplicado, y esto es lo que se requiere en organizaciones con fines educativos.

2.2. Marco teórico

A continuación se va a hacer una revisión de los conceptos físicos y de ingeniería bajo los cuales se sustenta el fenómeno de la levitación magnética. A partir de estos conceptos nacen las consideraciones más relevantes del modelo matemático como la elección de la función que representa la fuerza magnética, el punto de equilibrio y aquellas utilizadas en la construcción del prototipo: modelado del electroimán, materiales, entre otros. Adicionalmente se plantearán las hipótesis bajo las cuales es posible concebir el sistema de levitación magnética que será desarrollado en este proyecto.

2.2.1. Principios de electromagnetismo

Los antiguos griegos conocían los fenómenos magnéticos y eléctricos pero no fue sino hasta el siglo XVII y XVIII cuando se empezaron a realizar experimentos con rigor científico, llegando a conclusiones científicas y a teorías sobre estos fenómenos. En principio, tanto el magnetismo como la electricidad fueron estudiados como fenómenos separados [40]. William Gilbert, Otto Von Guericke, Benjamin Franklin, Alessandro Volta, entre otros, si bien estudiaron estos fenómenos individualmente, llegaron a resultados similares con sus experimentos, estableciendo lo que serían las bases para una teoría más elaborada. En los inicios del siglo XIX Hans Christian Oersted encontró evidencia empírica de la relación entre magnetismo y electricidad al acercar una brújula a un hilo metálico por el cual hizo circular una corriente [40]. Luego de este suceso se inició toda una serie de experimentos y formulación de teorías por científicos como André-Marie Ampère, William Sturgeon, Joseph Henry, Georg Simon Ohm, Michael Faraday, entre otros. La unificación de estos dos fenómenos en una sola teoría no llegó sino hasta 1861, cuando James Clerk Maxwell propuso una serie de ecuaciones que presentaban una relación directa y recíproca de ambos fenómenos, describiendo así el fenómeno electromagnético. A continuación se hará una revisión de los conceptos más importantes procedentes de esta teoría en la explicación de la levitación magnética [41].

- Inducción magnética:

  Cuando una carga eléctrica se mueve en un campo magnético, experimenta una fuerza que es proporcional a su velocidad, a la carga y la intensidad de campo magnético, siendo la dirección de esta fuerza perpendicular al vector velocidad y al vector de inducción magnética. Matemáticamente esto se expresa según (2.1).

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B} \tag{2.1}$$

  El vector de inducción magnética $\vec{B}$ puede variar de un punto a otro, pero experimentalmente se encuentra que es el mismo para todas las cargas y velocidades. De ahí que se le considere como una característica del campo magnético. La

unidad de inducción magnética se define como *Tesla*, abreviada T, y equivalente a 1 $\mathrm{N} \cdot \mathrm{s} \cdot \mathrm{m}^{-1} \cdot \mathrm{C}^{-1}$, con lo que 1 Tesla corresponde al campo magnético que produce una fuerza de 1 Newton sobre una carga de 1 Coulomb que se mueve perpendicularmente al campo a razón de 1 metro por segundo.

- Permeabilidad magnética: La permeabilidad magnética es la capacidad de una sustancia o medio para hacer pasar a través de sí un campo magnético. Esta viene dada por la relación entre la inducción magnética presente y la intensidad de campo magnético dentro del material. Así se le puede considerar como el grado de magnetización de un material en respuesta a un campo magnético, definiéndose así la permeabilidad absoluta en (2.2).

$$\mu = \frac{B}{H} \tag{2.2}$$

  Donde B es la inducción de campo magnético y H es la intensidad de campo magnético.

  Para comparar los materiales se expresa la permeabilidad magnética absoluta como el producto de la permeabilidad magnética relativa y la permeabilidad magnética del vacío, como se muestra en (2.3).

$$\mu = \mu_r \mu_0 \tag{2.3}$$

  Así, los materiales pueden ser clasificados según su permeabilidad magnética relativa como: ferromagnéticos, si su permeabilidad magnética relativa es mucho mayor que 1, paramagnéticos si su permeabilidad magnética relativa es aproximadamente 1, esto es, se comportan como el vacío, y diamagnéticos si su permeabilidad magnética relativa es menor que 1. Los materiales ferromagnéticos atraen fuertemente los campos magnéticos. Estos tienen entonces una alta tendencia a magnetizarse. Esta propiedad se conoce como ferromagnetismo. En la naturaleza se encuentran materiales ferromagnéticos como el hierro, el cobalto o el manganeso en su estado natural, y muchos compuestos de los mismos.

- Campo magnético producido por una corriente circular:

Una corriente eléctrica produce un campo magnético en el espacio que la rodea. El campo magnético producido es expresado por la ley de Ampère-Laplace, dada en (2.4).

$$\vec{B} = K_m I \oint (\frac{\vec{u_t} \times \vec{u_r}}{r^2}) dl \tag{2.4}$$

Esta es una ecuación general que expresa la inducción magnética producida por un elemento de corriente cerrado de forma arbitraria. Aquí K_m es una constante que depende del sistema de unidades utilizado. En el sistema MKSA, $K_m = 10^{-7}\ \frac{\mathrm{T{\cdot}m}}{\mathrm{A}}$; la constante K_m puede también escribirse en términos de la susceptibilidad magnética: $K_m = \frac{\mu_0}{4 \cdot \pi}$, con lo cual se obtiene (2.5).

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} I \oint (\frac{\vec{u_t} \times \vec{u_r}}{r^2}) dl \tag{2.5}$$

A partir de la anterior relación puede deducirse la inducción magnética axial (2.6) generada por la corriente que fluye por una espira circular de radio a (se ha omitido la deducción para no hacer muy detallado este análisis).

$$B = \frac{\mu_0 I a^2}{2(a^2 + R^2)^2} \tag{2.6}$$

Donde R es la distancia axial tomando $R = 0$ en el plano de la espira, como se muestra en la Fig. 2.1.

Una bobina solenoidal puede ser considerada como un conjunto de espiras circulares coaxiales del mismo radio, por las cuales circula la misma corriente I. Basado en la Fig. 2.1, se llega a una expresión para la inducción magnética producida por el solenoide, la cual es muestra en (2.7).

$$B = \frac{\mu_0 I N}{2L} \left[\frac{x + L}{((x + L)^2 + a^2)^{\frac{1}{2}}} - \frac{x}{(x^2 + a^2)^{\frac{1}{2}}} \right] \tag{2.7}$$

Esta relación final muestra la intensidad del campo magnético (representado en la inducción magnética) axial generada a una distancia x de la primera espira por una bobina de N espiras, longitud L, radio a y por la cual circula una

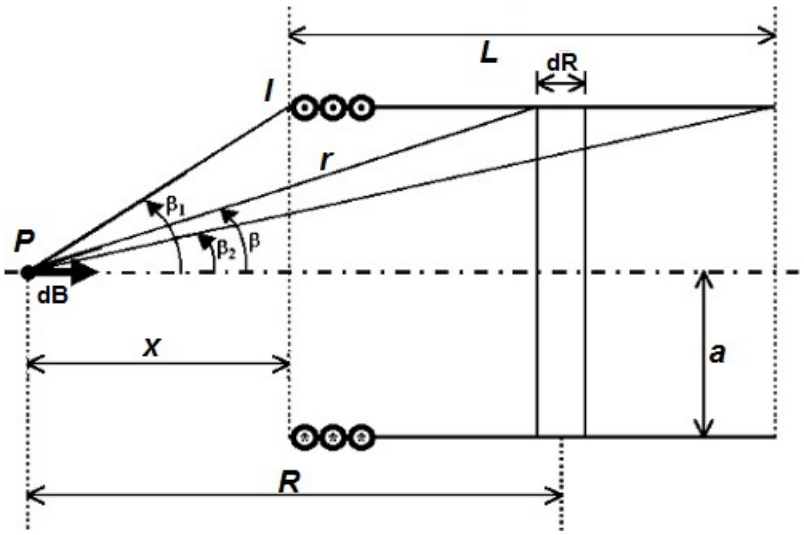

Figura 2.1: Modelo de integración del solenoide

corriente I. En (2.7) se observa que la inducción magnética B es directamente proporcional a la corriente I de la bobina, y al número de espiras N. Adicionalmente, dado que el radio a sólo aparece en los denominadores, en general tiende a reducir la intensidad del campo en el eje para valores muy grandes. Cuando el radio a tiende a cero la intensidad del campo magnético también se reduce considerablemente. Por tanto, el radio del solenoide se comporta como un parámetro de modulación del campo mangético y su valor no debería tomarse ni demasiado grande ni demasiado pequeño con el objeto de optimizar el campo magnético inducido. La ecuación (2.7) es la expresión del campo para puntos situados sobre el eje de la espira. Para puntos situados por fuera del eje el cálculo es más complejo.

- Autoinductancia

  Se sabe de acuerdo con la ley de Ampère que si por un circuito cerrado circula una corriente se genera un campo magnético. Este campo magnético fluye a su vez por el circuito cerrado, por lo que se genera un flujo propio de dicho campo dentro del área del circuito cerrado. Este flujo propio será proporcional

a la corriente que circula por la espira, obteniéndose (2.8).

$$\Phi_I = LI \tag{2.8}$$

La constante de proporcionalidad L depende de la geometría del conductor y se conoce como autoinductancia y su unidad es el $Henry$, abreviado como H. Como consecuencia del flujo propio y la ley de inducción magnética, se genera una fuerza electromotriz opuesta a la corriente que originó dicho flujo, como se muestra en (2.9).

$$\varepsilon = -\frac{d(\Phi_I)}{dt} = -\frac{d(LI)}{dt} \tag{2.9}$$

2.2.2. El control

El control es uno de los conceptos fundamentales en todo proyecto de automatización. Es a fin de cuentas, el componente que toma las decisiones (computacionalmente hablando) y se encarga de que el sistema completo cumpla la función para la cual fue desarrollado. Existen en la teoría diferentes métodos de control, sin embargo, aquí sólo se hará mención al controlador lineal PID, es decir, aquel cuya acción de control se reduce a las operaciones alrededor de un punto de equilibrio.

- Control PID

  El control PID es uno de los controles más fáciles de implementar y útiles empleados en los sistemas de control industrial. La acción de control del PID se obtiene mediante la contribución de tres controladores independientes: el controlador proporcional, el integral y el derivativo.

  La señal de entrada del controlador PID conocida como el error se calcula con la diferencia entre el valor de referencia o valor deseado y un valor medido (la variable a controlar). Luego, se aplican tres operaciones matemáticas sobre este error con el objeto de reducirlo al mínimo. La primera de ellas es la parte proporcional que consiste en la generación de una acción de control proporcional al error, con lo que entre más alejada esté el valor de salida medido del valor de salida deseado, la acción será mayor y viceversa; la segunda contribución, la

acción integral, se encarga de integrar el valor de la señal de error en el tiempo, con lo que se tienen en cuenta errores pasados y con esto se generan correcciónes en la señal de control de acuerdo a la evolución del error; finalmente la tercera contribución, la derivativa, predice el cambio en el error, y actúa de acuerdo a la tendencia de la curva de error. Así, la suma algebraica de estas tres contribuciones genera una corrección a los parámetros del sistema para mejorar la estabilidad relativa (parte proporcional), reducir el error en estado estable (parte integral) y añadir amortiguamiento al sistema (parte derivativa). La operación matemática se define según (2.10).

$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int e(t)dt + K_d \frac{d(e(t))}{dt} \tag{2.10}$$

2.2.3. Características principales del hierro

El hierro como elemento es el cuarto más abundante en la corteza terrestre, y entre los metales es el segundo más abundante, sólo superado por el aluminio. El hierro hace parte de un grupo selecto de materiales llamados ferromagnéticos. La magnetización de un material se presenta según la orientación de los momentos magnéticos en regiones microscópicas llamadas dominios magnéticos. La dirección de magnetización de un dominio depende de la estructura cristalina de la sustancia. En el hierro, cuyos cristales tienen estructura cúbica, las direcciones de fácil magnetización están a lo largo de los tres ejes del cubo. El hierro es además uno de los mejores materiales magnéticos, se caracteriza por tener una magnetización permanente a nivel de dominios magnéticos y amplificar la inducción magnética.

En un material ferromagnético la variación de inducción magnética ante la variación de intensidad magnética tiene un comportamiento muy particular. Este se ilustra en la Fig. 2.2. Inicialmente cuando la intensidad de campo H es cero la inducción magnética también lo es . Ante pequeños cambios del campo externo H la inducción magnética B varía significativamente hasta alcanzar un punto donde no aumenta más, conocido como punto de saturación magnética del material. Si a partir de este punto se reduce gradualmente la intensidad del campo magnético hasta hacerla cero, la inducción magnética no se anula, quedando una inducción magnética remanente B_r. Si cambia la dirección del campo (intensidad de campo negativa) la inducción

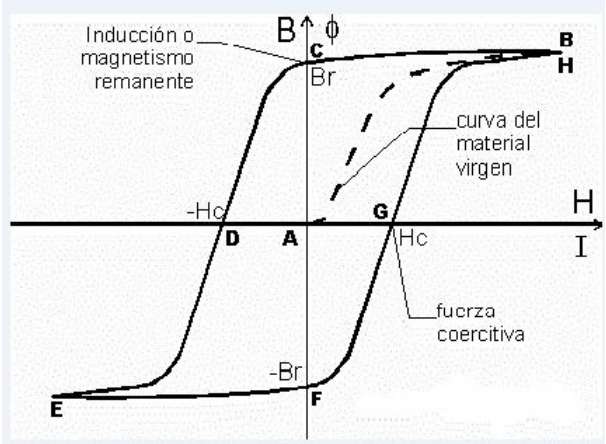

Figura 2.2: Gráfica de B vs H

magnética disminuye hasta hacerse cero, para una intensidad de campo conocida como campo coercitivo (H_c). Si la intensidad de campo sigue aumentando (negativamente) se llega a una saturación, pero en este caso los momentos magnéticos se alinean en dirección opuesta. Así, puede repetirse una y otra vez la variación cíclica de H evidenciando el fenómeno conocido como histéresis (memoria del material).

2.2.4. Sistema de levitación magnética

La Fig. 2.3 muestra de manera general el sistema de levitación magnética desarrollado en la tesis.

En el sistema de levitación, una esfera de material ferromagnético y masa m es atraída hacia arriba por una fuerza magnética generada por un electroimán (un electroimán es la unión de un núcleo y un solenoide); dado que la esfera tiene un peso, también hay una fuerza gravitacional que lo atrae hacia abajo. De esta manera, cuando se produce un balance entre estas dos fuerzas (la fuerza magnética F_m, y la fuerza gravitacional F_g se igualan en magnitud) la esfera levita en el aire. Como la posición de la esfera nunca es la misma, pues el sistema se inestabiliza fácilmente, la fuerza magnética tiene que ser controlada. Esto se consigue con un sensor que detecta la posición de la esfera en todo momento y un controlador que envía una señal de control a la etapa de potencia según la señal de error, que es la diferencia entre la posición deseada de levitación y la posición sensada. La señal de control llega

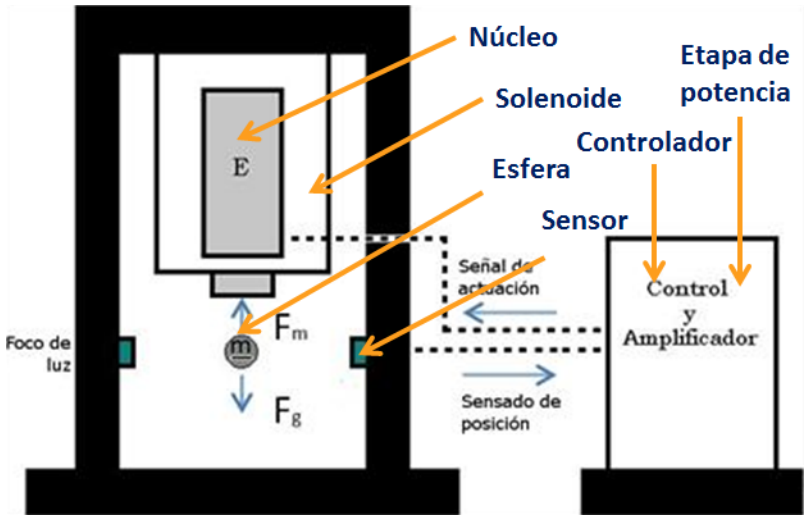

Figura 2.3: Esquema del sistema de levitación desarrollado en la tesis

a la etapa de potencia y se produce una señal de control amplificada que regula la cantidad de corriente que circula por el electroimán y con esto, la fuerza magnética necesaria para que la esfera levite en la posición deseada.

Capítulo 3

Diseño conceptual y construcción del prototipo físico

En este capítulo se describen los aspectos asociados al diseño y contrucción de la plataforma física del sistema de levitación magnética. Se tuvieron en cuenta aspectos como las dimensiones, el peso, la rigidez mecánica de la plataforma, los materiales empleados, el costo de los componentes, entre otras consideraciones. Los componentes básicos del sistema magnético son el soporte rígido, el electroimán y los sensores. Estos serán descritos con detalle en las siguientes secciones.

3.1. Diseño conceptual

Para el desarrollo de esta sección se llevó a cabo una revisión del estado del arte del sistema de levitación como producto y un estudio de mercadeo que permitió obtener criterios sobre cómo diseñar un producto, lo que se puede aportar, lo que sería conveniente mejorar, además de otros aspectos; esto con el objeto de obtener un producto comercializable y pertinente en diferentes contextos. De esta manera se definieron varios usuarios objetivo. El primero de estos usuarios se desempeña en el área de investigación en electromagnetismo y control en donde usa el sistema de levitación magnética como herramienta de evaluación y experimentación de diversas técnicas y teorías tanto del electromagnetismo como de la ingeniería electrónica y de control. Por tanto, es deseable contar con una arquitectura abierta, esto es,

una integración de sistemas que permita la personalización de los componentes. Una arquitectura modular es un requisito en el cumplimiento de esta necesidad. El segundo está relacionado con el uso de este sistema como herramienta educativa, en la demostración de diversos fenómenos tanto en las aulas de clase como en museos interactivos de ciencia y tecnología. Ideológicamente un museo interactivo es muy similar a un aula de clase universitaria, en el sentido de que se tiene un concepto (la levitación magnética), y se espera que el usuario (el estudiante en un caso, el visitante del museo en otro) se apropie de dicho concepto. Por tanto, se ha elegido el museo interactivo de ciencia y tecnología como representante de este segundo usuario. En este contexto, en principio se deben distinguir dos tipos de usuarios, el cliente del museo, y el museo. El cliente del museo es un usuario muy particular: es heterogéneo (de las más diversas edades, sectores económicos y sociales), y llega al museo esperando satisfacer diversas necesidades enmarcadas en lo que sería el entretenimiento (diversión, estimulación, emoción) y la cultura (conocer, aprender, entender). Adicionalmente no puede tratarse como un usuario en el sentido estricto pues no es a él a quien se vendería el producto, sin embargo, es el punto de partida en el diseño del producto, y casi todas las consideraciones deben girar en torno a él.

Del estudio de mercado y el estado del arte en los dos contextos definidos (investigación y aula de clase/museo interactivo) se obtuvieron gran cantidad de aspectos relevantes a tener en cuenta en el diseño, estos relacionados en su mayoría con el usuario y su interacción con el producto, en este caso el sistema de levitación magnética. Así se obtuvieron las consideraciones de diseño, definiendo factores de vital importancia:

- El producto ha de ser accesible, tanto en aspecto volumétrico como conceptual.
- El producto se debe poder probar y ser amigable con el usuario (no le impone barreras funcionales ni estéticas). Para ello se contará con un kit de objetos que se pueden poner a levitar, el usuario tendrá la libertad de elegir cual y ubicarlo en la zona de levitación.
- Su diseño debe ser atractivo.
- Debe evidenciar el fenómeno físico de la levitación magnética.

- Debe tener una arquitectura abierta y modular en la medida de lo posible.

Estos factores buscan cubrir las necesidades en los dos escenarios previamente descritos. A continuación se hará una descripción detallada de las especificaciones de diseño [42] teniendo en cuenta los resultados del estudio del estado del arte y del mercado.

3.1.1. Especificaciones de diseño

Los datos presentados a continuación se definieron de acuerdo al criterio del diseñador y la experiencia obtenida de sus visitas a laboratorios de ciencia de la Universidad EAFIT, y a museos de enfoque científico como el Parque Explora y el Museo Interactivo EPM.

Cuadro de dimensiones

Los datos de volumen están asociados al volumen promedio de la mano (150 cm^3) y la facilidad de que ésta acceda al espacio de interacción usuario-producto (es decir, el espacio donde eventualmente levita el objeto) y además posicione el objeto que va a levitar.

Cuadro 3.1: Dimensiones de diseño

Dimensión	**Valor**
Longitud del sistema de levitación	20 cm – 30 cm
Anchura del sistema de levitación	20 cm – 30 cm
Altura del sistema de levitación	30 cm – 35 cm
Volumen de interacción usuario-producto	2000 cm^3
Masa total máxima	3 kg
Volumen máximo del objeto que levita	300 cm^3

Descripción cualitativa

El producto es un sistema de levitación magnética con un diseño moderno, atractivo, funcionalmente accesible y que transmite la sensación de sorpresa e incentiva la imaginación y el aprendizaje. Adicionalmente el sistema es modular y su arquitectura es abierta.

Aspectos ergonómicos

Dado que el producto está diseñado de manera que el usuario interactúe con él, se requiere un espacio de interacción adecuado para que este pueda fácilmente ubicar el objeto de levitación. Este se ha definido en el cuadro de dimensiones 3.1. Adicionalmente, el usuario tendrá contacto con los objetos que levitan, por tanto estos deberán ser fabricados con materiales suaves, agradables al tacto y que produzcan sensaciones.

Vida de servicio

Los productos de tecnología tienen una vida útil corta, causado principalmente por el desarrollo exponencial de la tecnología en la actualidad. La vida útil del producto se esperaría que estuviese entre los 5 y 10 años, pues si bien el ciclo de vida aproximado de productos de tecnología esta entre los 2 y 3 años, este tiene un fin pedagógico e investigativo, por lo que tendrá más validez en el tiempo.

Mantenimiento

El producto estará en uso potencialmente todos los días en el horario de actividad normal en universidades y museos. El itinerario por lo general va desde las 8 a.m. hasta las 6 p.m. En este contexto el mantenimiento se hace necesario y por ello los materiales elegidos deben permitir la limpieza con facilidad. Adicionalmente la ubicación de los componentes debe ser estratégica de manera que ante un eventual daño de un componente se pueda reparar o sustituir. La estructura del producto será modular, es decir, dividida en componentes, lo cual facilitará la tarea de mantenimiento.

Tamaño

El tamaño del sistema de levitación se acoge en todas sus dimensiones al cuadro 3.1.

Masa

La masa del sistema de levitación se acoge a los valores del cuadro 3.1.

Estética y acabado

Se busca una estética del producto que cumpla los requisitos mencionados en la descripción cualitativa del producto. Dado que se requiere un diseño atractivo es pertinente el uso de colores vivos y alegres. Estos adicionalmente han de ser suaves y relajantes, para no cansar la vista del usuario. Los componentes que lleven las funciones clave del sistema de levitación serán definidos con un color diferente como elemento diferenciador. Para la consecución de un diseño moderno han de tenerse en cuenta acabados curvos y suavizados, siempre y cuando esto no comprometa la estabilidad y rigidez del sistema de levitación ni su funcionalidad.

Materiales

Los materiales a emplear deben ser resistentes, que permitan acabados superficiales suaves y curvos, y se puedan limpiar fácilmente. No es necesario que soporten condiciones ambientales adversas (pues el producto estará en espacios de condiciones ambientales controladas), aunque si se requiere que el material sea durable y no se desgaste a las condiciones de un laboratorio/museo interactivo (temperatura ambiente 23 °C, poca humedad, entre otros). Los materiales han de ser resistentes a la corrosión y la oxidación, esto para garantizar su durabilidad. Adicionalmente aparece otro requisito debido a que se está trabajando con campos magnéticos: para evitar la alteración del campo magnético producido por el electroimán, no se pueden usar materiales ferromagnéticos (metales en su mayoría, como hierro, acero, cobalto, níquel, etc.), pues esto alteraría las condiciones experimentales que garantizan la levitación magnética en el producto. El único material ferromagnético ha de ser el objeto que levita. Finalmente, el objeto que levita se puede recubrir (si se hace necesario) con materiales suaves, agradables al tacto, que permitan la manipulación de los mismos y no produzcan efectos adversos en la piel, como irritación.

Seguridad

La seguridad es un factor esencial aquí pues el producto estará en contacto con personas, y estas podrían verse afectadas ante la presencia de alguna anomalía en el mismo. El sistema de levitación magnética usa electricidad y entre sus componentes

principales están tres elementos electrnicos: las fuentes de electricidad, el sistema de sensado-control, y el de potencia. La electricidad nunca debe ignorarse, si bien es uno de los descubrimientos que ha cambiado el mundo, es realmente peligroso cuando no se tienen los cuidados adecuados. Se han dado casos en que las corrientes eléctricas han causado la muerte de personas, o han producido algún daño severo en su cerebro (pérdida de la actividad cerebral en algunas zonas) o en la piel (quemaduras por ejemplo). Así, los circuitos electrónicos deben ser aislados adecuadamente evitando cualquier contacto que estos puedan tener con el usuario. El usuario tendrá contacto directo con el objeto de levitación cuando interactúe con el producto. Es necesario que el material cumpla ciertas condiciones de seguridad para que no afecte al usuario. En particular han de evitarse materiales que puedan irritar la piel, producir quemaduras, o que liberen sustancia nocivas. El soporte de la estructura debe ser firme, evitando así que algún componente se caiga y pueda afectar la infraestructura del escenario de uso, otro producto a su alrededor, o lesionar al usuario.

3.2. Estructura mecánica

La estructura mecánica fue diseñada según unas dimensiones, materiales y propiedades mecánicas adecuadas para satisfacer las especificaciones de diseño dadas en la sección anterior. Entre las decisiones tomadas con base en las especificaciones de diseño se destaca la elección del material del soporte principal: madera. La madera es un material con la suficiente rigidez para permitir un sistema de levitación estable mecánicamente, es fácil de maquinar y adicionalmente tiene una respuesta magnética prácticamente nula, por lo que no afecta el campo magnético del electroimán. También se tuvo en cuenta que la arquitectura fuese modular, con esto se logró un sistema de fácil mantenimiento y con piezas sustituibles (en caso de daño o cambio en el diseño) sin comprometer los otros componentes del sistema. La arquitectura general se muestra en la Fig. 3.1.

La estructura está constituida por siete piezas básicas: la base (1) tiene la superficie necesaria para evitar la inclinación de la plataforma; en la pared vertical (2) hay varias ranuras en las cuales están componentes claves del sistema de levitación, a las ranuras verticales están sujetos dos brazos (4) en cuyos extremos se encuentran

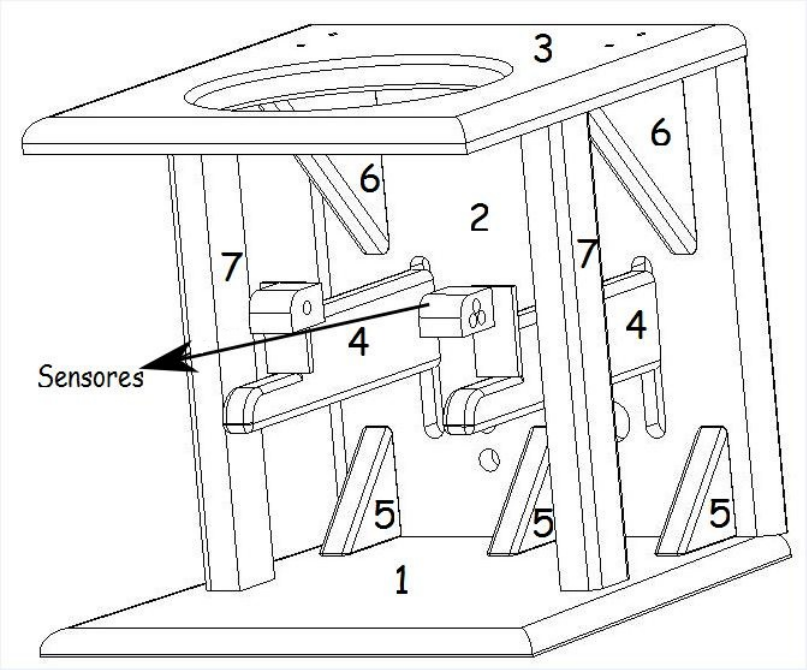

Figura 3.1: Estructura mecánica del sistema de levitación

los sensores de posición, mientras que en las ranuras circulares están los conectores que permiten el enlace con la caja de sensado y control; la pared superior (3) tiene un agujero de 13 cm de diámetro aproximadamente al cual está sujeto el solenoide. Adicionalmente el sistema tiene tres componentes que aseguran la estabilidad del sistema: por un lado tiene tres piezas triangulares pequeñas (5) que unen la base inferior con la pared vertical, dos piezas triangulares grandes (6) que unen la pared vertical y la base superior; finalmente hay dos columnas (7) que evitan el desnivel de la plataforma debido al peso del electroimán. Respecto a esta arquitectura hay varios aspectos a mencionar: se definió el espacio suficiente para ubicar los objetos de levitación con comodidad (espacio entre el electroimán y los sensores). Los brazos que sostienen los sensores se pueden desplazar a lo largo de la ranura en la pared vertical para variar la posición de levitación. Finalmente las dimensiones de estos componentes se muestra en el cuadro 3.2. Para las piezas no rectangulares se ha definido una dimensión rectangular que dá una idea de su tamaño. El espesor de todos los componentes es de 1.2 cm.

Cuadro 3.2: Dimensiones de los componentes de la plataforma

Componente	Descripción	Dimensiones (cm)
1	**Base del soporte del sistema**	20×20
2	**Pared vertical**	17×18
3	**Pared superior**	20×20
4	**Brazos de los sensores**	14×3.5
5	**Piezas triangulares grandes**	7×7
6	**Piezas triangulares pequeñas**	4×4
7	**Columnas**	17×2.5

3.3. Sistema electrónico

Para obtener la levitación es indispensable la integración de diversos subsistemas electrónicos: el sistema de sensado, acondicionamiento de señal y eliminación de ruidos externos, el sistema de control (donde se adquiere la señal de sensado y opera el controlador) y el sistema de potencia (el que se encarga de usar la señal de control para lograr la levitación). El buen desarrollo de estos sistemas es clave para obtener la levitación magnética por lo que la instrumentación y la selección de componentes con criterio es muy importante. A continuación se va a mencionar cada uno de estos subsistemas, explicando con cierto nivel de detalle el funcionamiento de los mismos.

3.3.1. Sensado

El sistema de sensado de posición está compuesto por el sensor y los componentes de acondicionamiento de señal necesarios para que el voltaje de sensado de posición varíe en un rango adecuado y se filtre el ruido externo. En lo que respecta al sensor se tuvieron en cuenta diversas posibilidades. Por un lado, se exploraron los sensores de efecto Hall que permiten medir campos magnéticos, sin embargo, como el objeto a levitar era un material ferromagnético y no un imán, se descartó esta posibilidad. También se pudo experimentar el sensado de la posición con fotorresistencias, esto es, un componente semiconductor cuya resistencia varía según los cambios de radiación luminosa (sobre todo en la franja visible e infrarrojo) que incida sobre la superficie del componente. Se empleó un bombillo para la emisión de radiación sobre la fotorresistencia, siendo los resultados poco satisfactorios debido a su enorme sensibilidad a

las condiciones de luminosidad externa, presentando variaciones significativas entre la mañana, el medio día y la noche, razón por lo cual fue descartado como elemento de sensado. Se consideraron sensores inductivos y por ultrasonido, sin embargo, fueron descartados por su precio y tamaño. Finalmente se consideraron sensores que trabajasen en la franja infrarroja. Así, se evitaba en gran medida las variaciones del sensado debidas al ruido externo, el cual se encuentra en la franja visible del espectro en su mayoría. De esta manera se plantearon dos posibilidades, el uso de fotodiodos y de fototransistores. Se eligieron los últimos debido a su respuesta más rápida comparada con la de los primeros. A continuación se definen en general las razones por las cuales se optó por esta tecnología de sensado:

- Es sensible a la radiación en la franja del infrarrojo por lo que no es afectado por la radiación de la franja visible, generada en gran medida por el sol.
- Esta tecnología de sensado no requiere una unión mecánica entre el objeto sensado y el sensor.
- La alimentación es sencilla y el consumo de energía es bajo.
- El tamaño, peso y costo son reducidos.
- Está disponible en el mercado.
- El tiempo de respuesta es inferior a 150 μs.

Básicamente el sensor está compuesto por un emisor de infrarrojo y un fototransistor. El emisor infrarrojo seleccionado fue el OP293 el cual es un diodo de amplio patrón de irradiancia, esto es, el cono de irradiancia cubre un área amplia con un ángulo de emisión mayor a los 25°. El empaque tiene 5 mm de diámetro y el pico de irradiancia lo tiene en los 890 nm de longitud de onda. Por otro lado, el fototransistor OP593 fue diseñado por el fabricante para coincidir con el patrón de radiación del emisor. Así, el pico máximo de sensibilidad lo tiene a los 920 nm. Es además insensible a la franja visible aunque esto cambia cuando la longitud de onda supera los 650 nm (rojo). Esto se muestra en la Fig. 3.2.

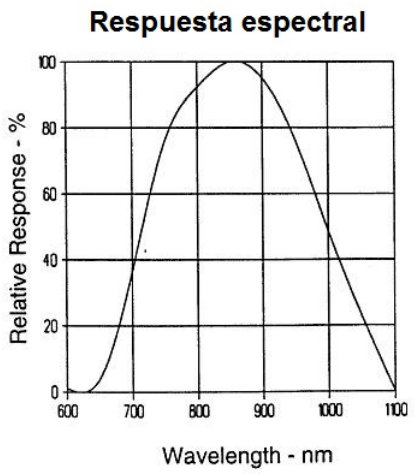

Figura 3.2: Sensibilidad del sensor a diferentes longitudes de onda

Para el sensado de la posición del objeto en la plataforma de levitación se diseñó una configuración triangular de fototransistores para aumentar la zona de sensibilidad y por ende, las posiciones en las cuales es posible obtener la levitación. Esta configuración se muestra en la Fig. 3.3. Dos fototransistores se ubican horizontalmente, esto aumenta la sensibilidad en la dimensión vertical. El tercer fototransistor se ubica arriba de los mismos, con lo que se aumenta la región de sensado en el eje vertical, lo que aumenta las posibilidades de variación del punto de levitación. Integrando las contribuciones de los tres sensores se obtiene una región de operación vertical para el sistema de sensado de 5 mm.

Otro aspecto importante a ser considerado es la manera como las condiciones del medio afectan el sensado. Así, aparecen ruidos debidos a la radiación, las fuentes de energía y a la interacción que se da entre el sistema de sensado y los otros sistemas. Para la eliminación de ruidos en el circuito de acondicionamiento de señal se implementó un filtro activo pasabajos de 159 Hz de frecuencia de corte y un sistema de ajuste de nivel dc de la señal de sensado. Los 159 Hz fueron elegidos de manera que superara con creces la frecuencia natural del sistema de levitación (5.72 Hz) pero atenuase el ruido de altas frecuencias (en este caso superiores a los 159 Hz). La frecuencia de corte del filtro activo pasabajos viene definida por la capacitancia y resistencia de realimentación del amplificador operacional, la relación matemática

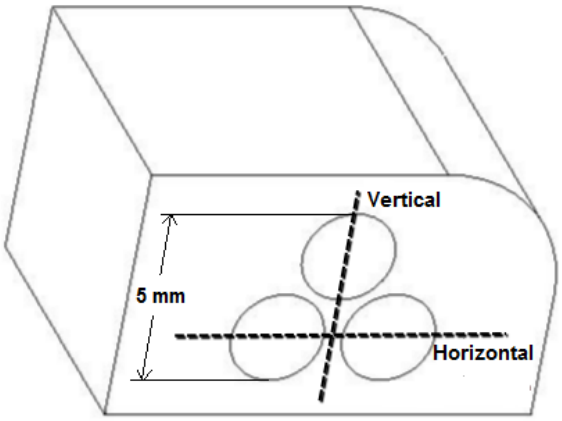

Figura 3.3: Configuración de los sensores en la plataforma

se muestra en (3.1).

$$f_c = \frac{1}{2\pi RC} \tag{3.1}$$

Para $R = 10$ kΩ y $C = 0.1$ μF, se define la frecuencia de corte según (3.2).

$$f_c = \frac{1}{2\pi \cdot 10 \text{ k}\Omega \cdot 0.1 \ \mu\text{F}} = 159.2 \text{ Hz} \tag{3.2}$$

El circuito completo del sistema de sensado se muestra en la Fig. 3.4

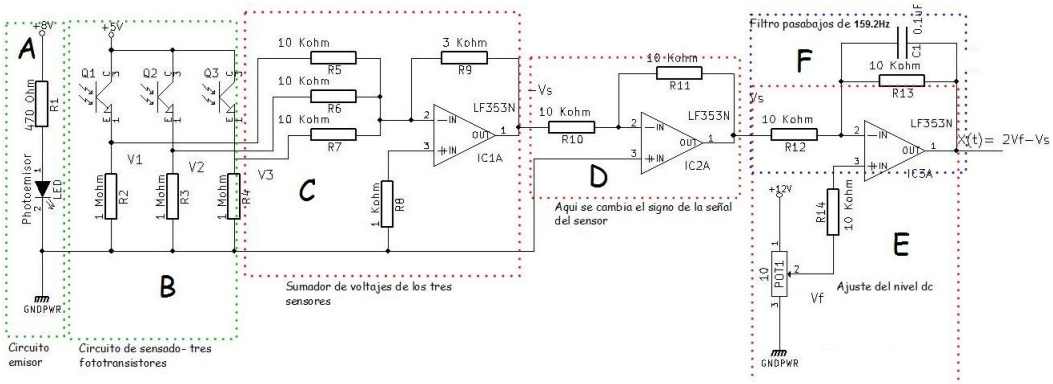

Figura 3.4: Diagrama electrónica del sistema de sensado

El diagrama se ha divido en zonas para facilitar la explicación del mismo. En A el diodo emisor en el infrarrojo es polarizado con 5 V. En B se encuentran los tres fototransistores. Cuando estos entran en saturación entregan el máximo voltaje posible en el punto de sensado, mientras que cuando están en la zona de corte el voltaje que entregan es 0 V. En C se usa un amplificador operacional para sumar las tres contribuciones de los sensores. La operación que realiza esta parte del circuito se muestra en (3.3).

$$V_{salida} = -R_f(\frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} + \frac{V_3}{R_3}) \tag{3.3}$$

Del circuito, R_1,R_2 y R_3 valen 10 kΩ, mientras que R_f, la resistencia de realimentación del amplificador operacional es 3 kΩ, por tanto, la operaciones se reduce a (3.4).

$$V_{salida} = -\frac{3}{10}(V_1 + V_2 + V_3) \tag{3.4}$$

Como puede observarse de la ecuación (3.4) sale una señal negativa. Por esto se requiere la parte D del circuito, que lo que hace es aplicar la operación (3.5) sobre la señal, es decir, simplemente le cambia el signo.

$$V_{salida} = -V_{entrada} \tag{3.5}$$

Minimización de ruidos en el sensado

Para la minimización de ruidos en el sensado se diseñaron las partes E y F del circuito. La parte E elimina la componente DC del ruido debido a excitaciones del sensor por la radiación externa. Siendo V_s la señal de sensado, y V_f la caída de voltaje en el potenciómetro en E, la operación que se lleva a cabo es (3.6), donde $X(t)$ es el voltaje que representa la posición sensada.

$$X(t) = 2V_f - V_s \tag{3.6}$$

Adicionalmente en F se diseñó un filtro pasabajos con 159 Hz como frecuencia de corte. Esto elimina ruidos AC de frecuencias superiores a 159 Hz en el circuito de sensado.

3.3.2. Control

Electrónicamente la etapa de control se ha implementado con el microcontrolador PIC18F2550 de Microchip. Entre sus características principales destacan sus 32 kB de memoria flash, 2048 bytes de memoria SRAM, 10 canales ADC de 10 bits, y 2 canales CCP (Compare-Capture-PWM). En la Fig. 3.5 se muestra la configuración electrónica del sistema de control. En esta se han marcado con (1) y (2) los puntos de conexión más importantes.

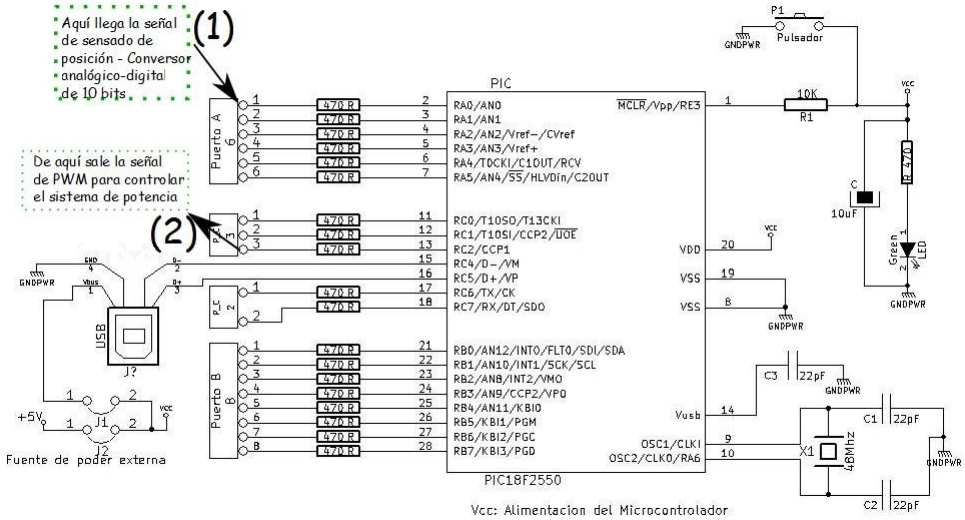

Figura 3.5: Diagrama electrónico del sistema de control

En (1) llega la señal de posición analógica y es digitalizada por un conversor ADC de 10 bits. Los módulos ADC que utiliza Microchip hacen un muestreo y retención con un condensador y después utiliza el módulo de conversión. El módulo de conversión es del tipo de aproximaciones sucesivas. Para un ADC de 10 bits, la resolución se calcula según (3.7).

$$resolucion = \frac{V_{IN}}{2^{10} - 1} \tag{3.7}$$

Así, para la tensión máxima de entrada que es 5 V, la resolución sería 4.89 mV por LSB (Siglas en inglés de "Bit menos significativo"). En general, la señal de posición llega al microcontrolador, es procesada internamente y se genera una señal de control u(t). Esta señal de control se implementa en el mundo analógico mediante

modulación por ancho de pulso que es la señal que sale del microcontrolador en (2). La modulación por ancho de pulso se explicará en la siguiente sección pues esta hace parte del sistema de potencia.

3.3.3. Potencia

Para el diseño del sistema de potencia se evaluaron dos enfoques electrónicos: control con amplificación lineal y control con amplificación no lineal. El primero fue implementado mediante el circuito integrado LM1875. Este es un amplificador de audio de baja distorsión, amplio rango de alimentación (16 V - 60 V) y un manejo de corriente máxima de 4 A. Se analizó el comportamiento de la amplificación para una configuración que daba una ganancia de 5.1, variando la frecuencia de la señal amplificada. El comportamiento fue bastante bueno, sobre todo en las frecuencias por debajo de los 10 kHz. Se estudió también el calentamiento del integrado debido a la alta demanda de corriente requerida para la levitación en la posición de referencia (entre 1.2 cm y 1.5 cm). Si bien se empleó un disipador de calor, la alta demanda de corriente (entre 1.7 A y 2.4 A) generaba gran disipación de calor, presentándose momentos en los que el circuito integrado se apagaba al sobrepasar el intervalo de temperaturas tolerables (activándose el apagado automático para evitar el daño del componente). Se concluyó entonces que este enfoque no era el más adecuado para el sistema (en particular para el electroimán diseñado y las masas que se querían levitar). De esta manera se aplicó un control con amplificación no lineal.

La amplificación no lineal se llevó a cabo por modulación de ancho de pulso (PWM, Pulse Width Modulation en inglés). La baja disipación de calor obtenida con esta amplificación supone una clara ventaja respecto a la amplificación lineal. La frecuencia de operación del PWM es 2930 Hz. El ciclo útil se puede variar entre el 0 % y 100 % dependiendo de la señal de control u(t) calculada por el controlador. La amplitud de la onda cuadrada es en principio la que permiten los terminales de salida del microcontrolador (5 V). Sin embargo, se requiere una amplitud mayor para regular adecuadamente el paso del MOSFET al modo corte y saturación, que es quien regulará el paso de corriente por el solenoide. En la Fig. 3.6 se muestra el esquema electrónico del sistema de potencia.

Como se puede observar, llega una señal modulada por ancho de pulso del micro-

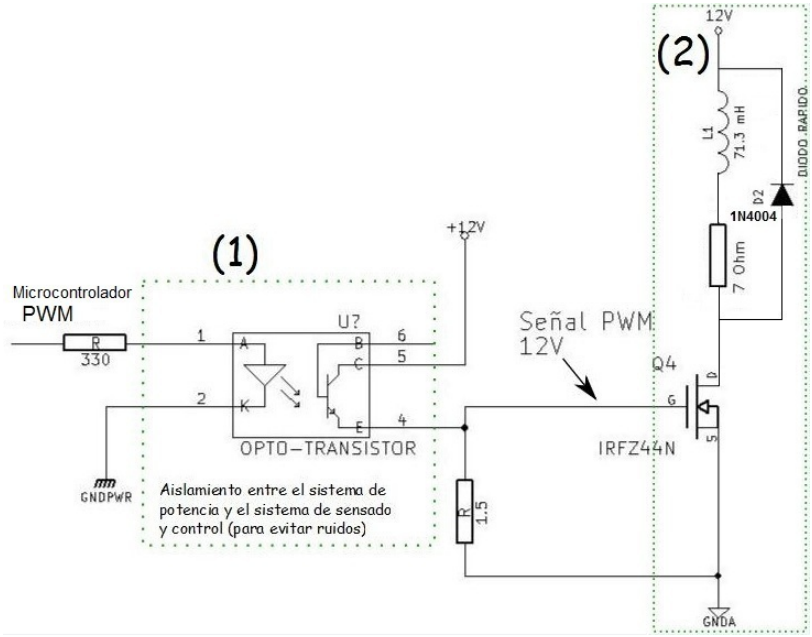

Figura 3.6: Diagrama electrónico del sistema de potencia

controlador. La señal PWM del microcontrolador entra al optoacoplador MCT6 el cual se ha integrado al sistema para cumplir dos funciones específicas: la primera de ellas es aislar eléctricamente el sistema de potencia del sistema de sensado y control evitando ruidos indeseados debidos a la inducción magnética en el solenoide durante la conmutación con PWM, ruidos que fueron observados en la señal de sensado y que sugirieron el empleo de un aislador. La segunda es la elevación de amplitud de la señal PWM de 5 V a 12 V. Se requiere 12 V de amplitud para un adecuado funcionamiento del MOSFET IRFZ44N, que es el empleado en (2) para modular la corriente que circula por el solenoide según la señal de ancho de pulso variable. El IRFZ44N es un MOSFET de rápida conmutación, con una baja resistencia entre drenador y fuente (17.5 mΩ) y un voltaje y corriente máxima entre drenador y fuente de 55 V y 49 A respectivamente.

En (2) se puede observar que en paralelo con la bobina se ha puesto el diodo 1N4004. Este diodo es indispensable para que el solenoide sea controlable pues sin éste, el comportamiento del solenoide es inestable debido a picos de corriente en la conmutación del voltaje aplicado, así como por histéresis y la autoinductancia del solenoide. Asociado a este último factor se presenta un voltaje inducido ante cambios

de corriente en el solenoide. El diodo de marcha libre 1N4004 permite entonces la descarga del solenoide durante el tiempo muerto (en bajo) de la señal PWM.

El actuador

El actuador del sistema de levitación magnética es una bobina tipo solenoide de 8.5 cm de diámetro y 7.5 cm de altura, con 1000 vueltas de alambre de cobre calibre 17 (1.15 mm de diámetro) que soporta corrientes menores a los 10 A. Adicionalmente tiene un núcleo de hierro en forma de T que aumenta notablemente la inducción de campo de magnético. En la Fig. 3.7 se puede ver la geometría del actuador, así como sus dimensiones en milímetros.

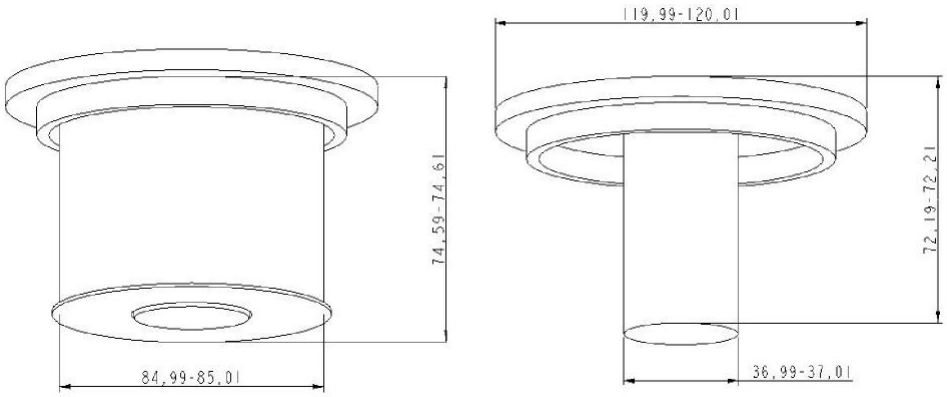

Figura 3.7: Dimensiones del solenoide y su núcleo

Para el diseño del sistema de actuación se usaron como referencia los análisis térmicos y eléctricos llevados a cabo en [2], donde se tuvieron en cuenta varios factores como la disipación de calor en el alambre, la transmisión de calor por convección, las dimensiones del actuador, la inductancia del solenoide, el número de vueltas del solenoide, entre otros. Entre estos aspectos cabe destacar la elección del calibre del alambre, el cual fue de 17 (en la escala americana) buscando soportar una corriente máxima de 10 A. También el número de vueltas se ha elegido de manera tal que la densidad de flujo magnético en el núcleo sea lo suficientemente intensa para elevar objetos de masa no superior a los 200 g (para un consumo de corriente no muy elevado, entre 1 A y 2.5 A, y 1 cm como posición de levitación), y a su vez, no sea tan grande para aumentar las pérdidas de energía debido a la resistividad del

cobre (mayor longitud de alambre). La resistencia DC promedio del solenoide es 7 Ω, mientras que la inductancia promedio es 71.3 mH.

En el cuadro 3.3 se lista a manera de resumen los parámetros del solenoide.

Cuadro 3.3: Parámetros del solenoide

Parámetro	**Valor**
Número de vueltas	1000
Calibre del alambre	17 (1.15 mm)
Máxima corriente soportada	10 A
Diámetro del solenoide	8.5 cm
Altura del solenoide	7.5 cm
Resistencia DC promedio	7 Ω
Inductancia promedio	71.3 mH

Capítulo 4

Modelado del sistema de levitación y el sistema dinámico

El objetivo del modelado es encontrar las relaciones existentes entre las diferentes variables del sistema. En particular se desea la obtención de un modelo matemático que describa adecuadamente la relación entre las variables de entrada y salida. En el caso del sistema de levitación magnética se pretende modelar la variación de la posición (variable de salida) ante cambios de voltaje (variable de entrada) en los terminales de la bobina.

4.1. Modelo matemático de la planta

En principio el sistema de levitación puede ser modelado por un par de ecuaciones diferenciales que representan adecuadamente las características físicas del sistema. La primera de ellas está asociada al sistema eléctrico que define el solenoide. La otra se define según la segunda ley de Newton, estableciendo un balance de fuerzas (gravitacional y magnética) sobre un objeto de material ferromagnético. A continuación se definen con más detalle estas relaciones:

1. Electroimán, bobina o solenoide: compuesto por un núcleo cilíndrico de hierro (o material ferromagnético) y un alambre esmaltado enrollado a su alrededor N veces, es decir, con N vueltas, puede ser modelado eléctricamente como una inductancia de valor L y una resistencia R conectadas en serie.

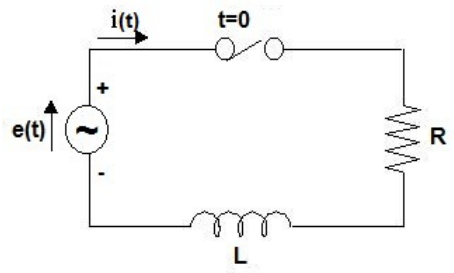

Figura 4.1: Circuito RL

Este modelo corresponde al de un circuito RL, el cual se muestra en la Fig. 4.1. Al aplicar la ley de voltajes de Kirchoff se obtiene (4.1).

$$e(t) = Ri(t) + L\frac{di(t)}{dt} \tag{4.1}$$

Aquí, $e(t)$ representa el voltaje de entrada, R la resistencia de la bobina, L su inductancia e i la corriente, la cual se ha tomado en la dirección de la manecillas del reloj. Se trata de una ecuación diferencial que modela la variación de la corriente i en el tiempo t, y que depende de los valores L, R, y $e(t)$. La solución de esta ecuación puede hallarse de muchas maneras. A continuación se aplica la transformada de Laplace en (4.2) para hacer un análisis que pueda ser útil en alguna instancia del desarrollo de sistema de levitación:

$$E(s) = RI(s) + LsI(s) \tag{4.2}$$

Despejando $I(s)$ se llega a (4.3).

$$I(s) = \frac{E(s)}{Ls + R} \tag{4.3}$$

Suponiendo la aplicación de un voltaje $e(t) = v$ al sistema, es decir, una entrada escalón de amplitud v se tiene $E(s) = \frac{v}{s}$, con lo cual la relación se transforma en (4.4).

$$I(s) = \frac{v}{s(Ls + R)} \tag{4.4}$$

Descomponiendo en fracciones parciales se obtiene (4.5)

$$I(s) = \frac{\frac{v}{R}}{s} - \frac{\frac{v}{R}}{s + \frac{R}{L}} \tag{4.5}$$

Y, aplicando la transformada inversa de Laplace, se llega finalmente a la respuesta temporal del circuito (4.6) ante la aplicación de un voltaje.

$$i(t) = \frac{v}{R} - \frac{v}{R}e^{-\frac{R}{L}t} = \frac{v}{R}(1 - e^{-\frac{R}{L}t}) \tag{4.6}$$

Se observa que bajo la suposición de una corriente inicial nula, es decir, $i(0) = 0$, y la aplicación de un voltaje v, la corriente aumenta gradualmente hasta estabilizarse en el valor $\frac{v}{R}$ cuando el término exponencial se hace cero, o dicho de otra manera, cuando el tiempo ha avanzado lo suficiente como para que sea despreciable dicho término. Si $R = 7\ \Omega$ y $L = 0.07$ H, se infiere del modelo obtenido que el tiempo necesario para que circule por la bobina el 63.3 % de su corriente máxima posible $\frac{v}{R}$ esta dado por (4.7).

$$\tau = \frac{L}{R} = \frac{0.07}{7} = 0.01 \text{ s} \tag{4.7}$$

Se deduce de las relaciones obtenidas que la inductancia es una propiedad crítica del sistema, que incide en el tiempo de estabilización de la corriente en su valor máximo $\frac{v}{R}$, aumentándo o disminuyéndo el tiempo de estabilización según el valor de la relación $\frac{R}{L}$. Este resultado es muy conocido, donde la inductancia se presenta como la inercia asociada a un circuito eléctrico (en analogía a la masa en el caso mecánico), impidiendo el alcance instantáneo de la respuesta en estado estacionario. Si el voltaje de entrada del sistema se eliminara luego de alcanzar la corriente estacionaria, dicha corriente empezará a disminuir exponencialmente, siendo regulada la caída por la relación $\frac{R}{L}$.

2. Modelo de interacción: La esfera levitante, compuesta de un material ferromagnético, se caracteriza por su masa m, su distancia a la bobina x y su contribución al campo magnético de la bobina (presentado como una inductancia variable con máximo valor L_s en $x = 0$). Bajo consideraciones generales

[2], cuando $x = 0$ (el objeto adherido al núcleo de la bobina) la inductancia del sistema objeto-bobina presenta un valor máximo $L_m + L_s$ (la suma algebraica de la contribución L_m asociada a la bobina y L_s asociada a la esfera); para $x = \infty$, ésta adquiere su valor mínimo L_m (sólo hay contribución por parte de la bobina). Por tanto, se tiene que la inductancia del sistema objeto-bobina es función decreciente de la distancia x. Existen diversos modelos para aproximar tal variación decreciente en función de la distancia del objeto a la bobina. Se trata de modelos empíricos donde se obtienen aproximaciones experimentales acordes con el comportamiento eléctrico de la bobina y el objeto empleado. Para ello, se toman medidas en los extremos ($x = 0$ y $x = \infty$) y entre los mismos, hallando así un conjunto de puntos que se relacionan mediante una curva característica del sistema. A continuación se detallan algunas de las curvas observadas en la bibliografía:

- $L(x) = L_m + L_s e^{-\frac{x}{a}}$: Esta curva presenta una variación exponencial de la contribución de la esfera a la inductancia total. Tanto L_s como a se obtienen experimentalmente. A la constante a se le conoce como constante de posición, y es la encargada de modular la contribución a la inductancia total cuando la posición de la esfera varía [1, 2].
- $L(x) = L_m + \frac{L_s}{1+\frac{x}{c}}$: La variación de la contribución de la esfera a la inductancia es presentada como una función racional. Los parámetros que caracterizan el sistema experimental vienen siendo tanto la constante c de distancia, como L_s. Se observa que al término $\frac{x}{c}$ se le suma la unidad, esto garantiza que para valores muy pequeños de x el valor de $L(x)$ tienda a $L_m + L_s$ [3].
- $L(x) = L_m + \frac{c \cdot L_s}{x}$: La contribución de la esfera a la inductancia nuevamente se presenta como una fracción pero su forma varía. Cuando x tiende a infinito claramente el valor de $L(x)$ se acerca a L_m. Sin embargo, para $x = 0$ la contribución se hace infinita. En la realidad esto no ocurre, por tanto el modelo debe presentar un rango de validez desde $x_0 = c$ hasta x en el infinito [14].

Una aproximación sencilla para modelar este comportamiento se obtiene me-

diante una de las ecuaciones empíricas citadas anteriormente [3], dada nuevamente en (4.8).

$$L(x) = L_m + \frac{L_s}{1 + \frac{x}{c}} \tag{4.8}$$

Para la obtención de la fuerza magnética (expresada con el mismo principio en [1–3, 14]), se parte de la energía magnética almacenada haciendo uso del concepto coenergía magnética [43]. Se tiene que la coenergía magnética del electroimán viene dada por (4.9).

$$W(i, x) = \frac{1}{2} L(x) i^2 \tag{4.9}$$

donde i es la corriente instantánea que circula por las espiras y $L(x)$ la inductancia variable que depende de la posición x del objeto que levita. Por lo tanto, es posible obtener la fuerza generada por el electroimán sobre la esfera como el gradiente de (4.9), como se muestra en (4.10).

$$f(x, i) = \frac{\partial W(i, x)}{\partial x} = -\frac{L_s c}{2} \frac{i^2}{(x + c)^2} = -K \frac{i^2}{(x + c)^2} \tag{4.10}$$

Siendo $K = \frac{L_s c}{2}$.

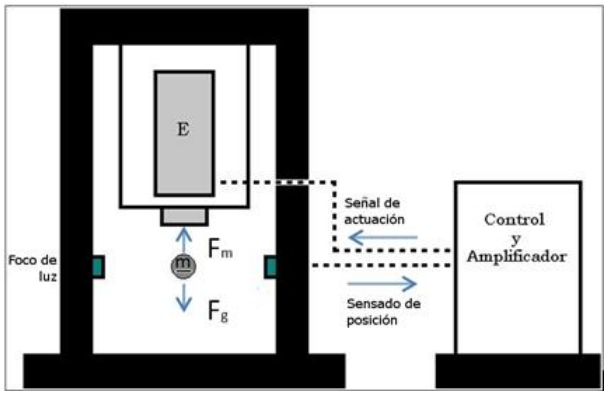

Figura 4.2: Esquema del sistema de levitación magnética

Aplicando esta ecuación al sistema de la Fig. 4.2 según la segunda ley de Newton, y considerando el eje X como positivo hacia abajo, se obtiene (4.11) como

la ecuación diferencial que describe la dinámica del sistema objeto-electroimán.

$$\ddot{x} = -\frac{K}{m}\frac{i^2}{(x+c)^2} + g \tag{4.11}$$

donde g es la aceleración debida a la gravedad, parámetro conocido numéricamente, que depende de la ubicación geográfica en el lugar de levitación. Por otra parte, m puede ser medido directamente en el objeto levitante, y el resto de los parámetros (K, c) se obtienen de las características electromagnéticas del electroimán y del cuerpo a levitar.

Es pertinente aclarar que los dos modelos anteriores fueron obtenidos bajo algunas suposiciones las cuales no se mencionaron explícitamente con anterioridad. Estas son :

- El sistema está limitado a pequeñas oscilaciones.
- No existe fricción viscosa entre la masa levitante y el aire.
- No existen pérdidas en el sistema de almacenamiento de energía magnética (electroimán)
- El núcleo del electroimán posee una histéresis despreciable.
- No existe saturación magnética del núcleo.
- La inductancia del electroimán tiene un valor constante en todo el rango de operación del sistema, suposición tenida en cuenta en la obtención del modelo del circuito eléctrico.
- El cuerpo levitante sólo tiene un grado de libertad, el eje vertical.

4.1.1. Ecuaciones de Estado

En esta sección se analizará el sistema de acuerdo con la teoría de las variables de estado. Las variables de estado fueron elegidas según el criterio de almacenadores de energía. Asociada a la masa está la posición x_1 (energía potencial) y velocidad x_2 (energía cinética) como variables de estado. Asociada a la inductancia la corriente x_3 (energía electromagnética) define la tercera variable de estado. En (4.12) se muestran las variables de estado.

$$\begin{aligned} x_1 &= x \\ x_2 = \frac{dx}{dt} &= \dot{x_1} \\ x_3 &= i \end{aligned} \tag{4.12}$$

Dadas las variables de estado, las ecuaciones de estado se describen según (4.13), (4.14) y (4.15).

$$\dot{x_1} = x_2 = f_1(x, u) \tag{4.13}$$

$$\dot{x_2} = -\frac{K}{m}\frac{x_3^2}{(x_1 + c)^2} + g = f_2(x, u) \tag{4.14}$$

$$\dot{x_3} = -\frac{R}{L}x_3 + \frac{u}{L} = f_3(x, u) \tag{4.15}$$

Donde u es el voltaje de entrada v. La ecuación de salida se muestra en (4.16).

$$y_1 = x_1 = h_1(x) \tag{4.16}$$

En las siguientes secciones se presentarán las curvas experimentales que relacionan las variables que definen el sistema de levitación magnética real, y además se aplicarán estos datos para analizar el comportamiento dinámico del sistema real.

4.2. Fuerza magnética

La fuerza magnética según se definió en la anterior sección está expresada de acuerdo con (4.17).

$$f(x, i) = -K\frac{i^2}{(x + c)^2} \tag{4.17}$$

donde tanto K como c dependen de las características del electroimán y la geometría, material y masa del cuerpo que levita.

La ecuación diferencial que describe la interacción del objeto que levita con el

electroimán está dado por la segunda ley de Newton en (4.18).

$$\ddot{x} = -\frac{K}{m}\frac{i^2}{(x+c)^2} + g \tag{4.18}$$

Cuando el objeto está levitando, se establece un equilibrio entre la fuerza magnética y la fuerza gravitacional, esto es, la aceleración neta del objeto que levita es cero, situación descrita en (4.19).

$$0 = g - \frac{K}{m}\frac{i^2}{(x+c)^2} \tag{4.19}$$

El objetivo es establecer una relación entre la corriente que circula por el electroimán y la posición del objeto. Despejando la corriente i en la ecuación (4.19) se obtiene (4.20).

$$i = \sqrt{\frac{mg}{K}}x + \sqrt{\frac{mg}{K}}c \tag{4.20}$$

Si se observa cuidadosamente, la relación entre corriente y posición es lineal en el equilibrio, y corresponde a una línea recta de la forma $y = px + b$ (siendo p la pendiente, y b el intercepto con el eje y). Por tanto, si es posible establecer una relación funcional entre la corriente a la cual la fuerza magnética y gravitacional se igualan, dada una posición x, se puede obtener el parámetro K y c de acuerdo con (4.21).

$$K = \frac{mg}{p^2} \tag{4.21}$$

$$c = \frac{b}{\sqrt{\frac{mg}{K}}}$$

Experimentalmente se obtuvo la relación entre corriente y posición variando la posición de la esfera, y observando a qué corriente (aproximadamente) el electroimán tenía la capacidad de atraerla hacia el núcleo. Así, se obtuvo una nube de puntos cuya tendencia fue muy lineal, de acuerdo con lo esperado según el modelo. Se llevó a cabo una regresión lineal, obteniendo un coeficiente de regresión muy cercano a la

unidad. Esto se muestra en la Fig. 4.3, así como la ecuación de la recta obtenida por la regresión lineal mediante el método de mínimos cuadrados.

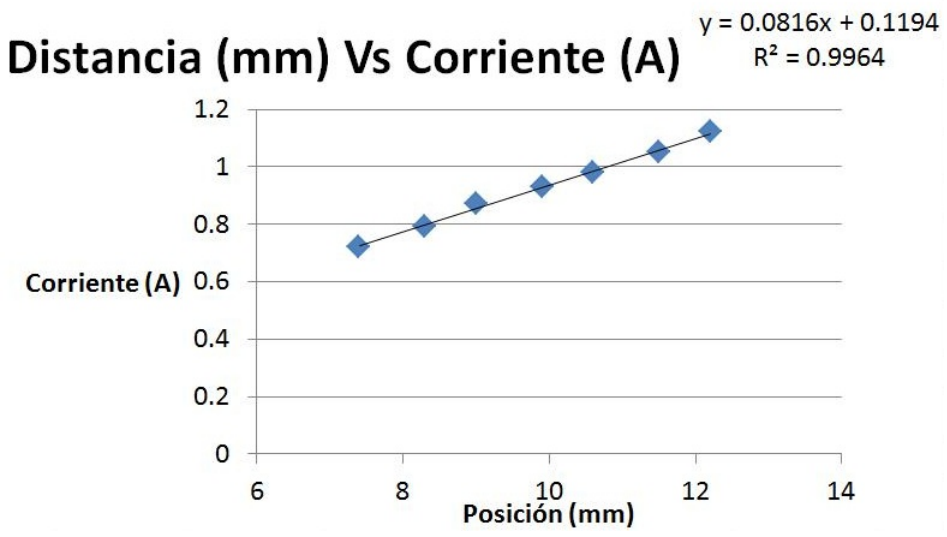

Figura 4.3: Relación entre corriente y posición en el sistema de levitación

De esta manera, usando (4.21), $m = 0.0163$ kg, $g = 9.764\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{S}^2}$, y la p y b de la regresión lineal se obtuvo primero K, y luego c, valores que se muestran en (4.22).

$$\begin{aligned} K &= 0.00002385365425 \\ c &= 0.001463235294 \end{aligned} \tag{4.22}$$

los cuales están dados en el sistema MKSA, por lo cual las unidades de K son $\mathrm{N}\frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{A}^2}$ y c está dado en m. Con esto, la fuerza magnética con la que el electroimán atrae el cuerpo de masa m para obtener la levitación está dado según (4.23)

$$f(x,i) = -0.00002385365425\frac{i^2}{(x+0.001463235294)^2} \tag{4.23}$$

La gráfica asociada a la magnitud de esta función ($|f(x,i)|$ se muestra en la Fig. 4.4 para valores de posición entre 0 cm y 3 cm y valores de corriente entre 0 A y 1.5 A.

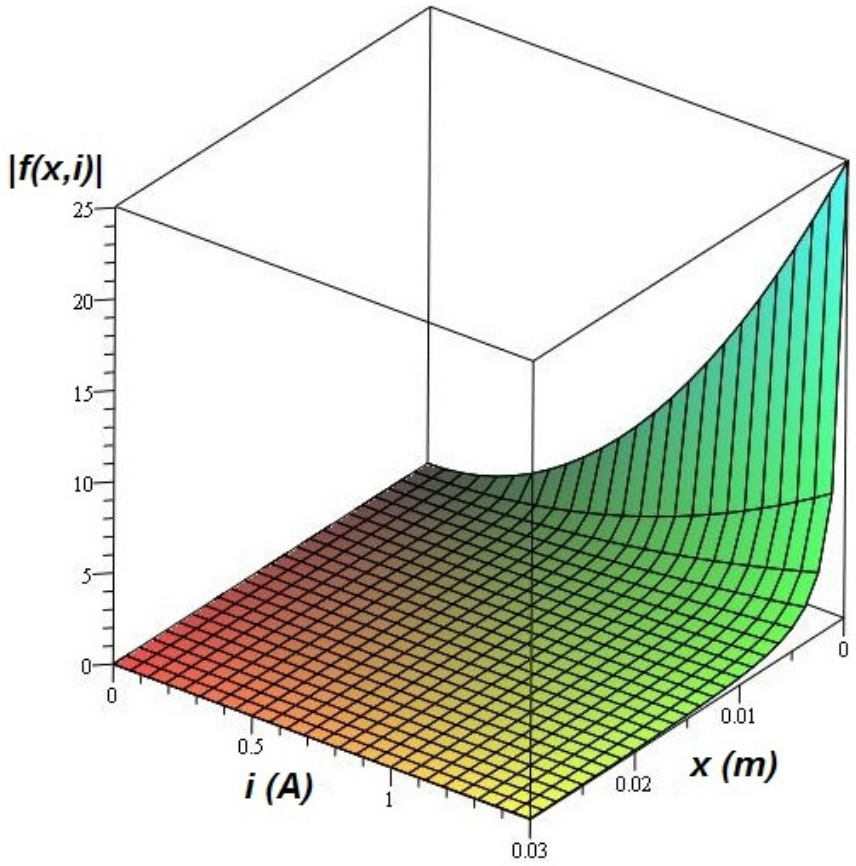

Figura 4.4: Superficie que representa la fuerza magnética como función de i (en A) y x (en m)

4.3. Modelo lineal

En esta sección se linealizará el modelo matemático del sistema. La linealizacíon es necesaria si se desea controlar el sistema empleando la teoría de control lineal. Básicamente el proceso consiste en la expansión en serie de Taylor de cada una de las ecuaciones de estado del sistema alrededor de un punto de operación, cortando la serie en el término lineal usando el Jacobiano. El modelo lineal en espacio de estados se describe de acuerdo con las ecuaciones (4.24) y (4.25).

$$\dot{x} = A \cdot x + B \cdot u \tag{4.24}$$

$$y = C \cdot x \tag{4.25}$$

4.3.1. Linealización del modelo

Se parte de las ecuaciones de estado descritas en (4.13), (4.14) y (4.15). Se decidió tomar el punto de equilibrio (donde fuerza magnética y gravitacional se igualan) del sistema como punto de operación para la linealización, dado que son los puntos donde la levitación se puede controlar con mayor facilidad.

El punto de equilibrio del sistema se define según el punto de operación elegido, esto es, la posición de levitación, la velocidad, la corriente requerida en la posición definida, y el voltaje promedio asociado a dicha corriente. El punto de equilibrio se muestra en (4.26) donde x_1^*, x_2^* y x_3^* son los valores de cada variable de estado en el punto de equilibrio y u^* es la entrada en el equilibrio respectivo.

$$\begin{aligned}
x_1^* &= x_0 = 0.0112 \text{ m} \\
x_2^* &= 0 \ \frac{\text{m}}{\text{s}} \\
x_3^* &= \sqrt{\frac{mg}{K}}(x_0 + c) = 1.03 \text{ A} \\
u^* &= R\sqrt{\frac{mg}{K}}(x_0 + c) = 7.21 \text{ V}
\end{aligned} \tag{4.26}$$

Experimentalmente se obtuvieron los valores asociados al punto de operación al

determinar la corriente para la cual la fuerza magnética y la fuerza gravitacional actuando sobre la esfera se equilibran a un voltaje y posición específicos.

Para la linealización se empleó el Jacobiano. El sistema linealizado alrededor del punto de equilibrio es un sistema de tercer orden con matrices A, B y C obtenidas según (4.27).

$$\begin{aligned} A &= \frac{\partial f(x,u)}{\partial x}|_{x^*,u^*} \\ B &= \frac{\partial f(x,u)}{\partial u}|_{x^*,u^*} \\ C &= \frac{\partial h(x)}{\partial x}|_{x^*} \end{aligned} \tag{4.27}$$

Ahora, linealizando el sistema, las matrices quedan como se muestra en (4.28), (4.29) y (4.30).

$$\begin{aligned} A &= \begin{pmatrix} \frac{\partial f_1(x,u)}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1(x,u)}{\partial x_2} & \frac{\partial f_1(x,u)}{\partial x_3} \\ \frac{\partial f_2(x,u)}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2(x,u)}{\partial x_2} & \frac{\partial f_2(x,u)}{\partial x_3} \\ \frac{\partial f_3(x,u)}{\partial x_1} & \frac{\partial f_3(x,u)}{\partial x_2} & \frac{\partial f_3(x,u)}{\partial x_3} \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \frac{2K}{m}\frac{x_3^{*2}}{(x_1^*+c)^3} & 0 & -\frac{2K}{m}x_3^*(x_1^*+c)^2 \\ 0 & 0 & -\frac{R}{L} \end{pmatrix} \end{aligned} \tag{4.28}$$

$$B = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_1(x,u)}{\partial u} \\ \frac{\partial f_2(x,u)}{\partial u} \\ \frac{\partial f_3(x,u)}{\partial u} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{L} \end{pmatrix} \tag{4.29}$$

$$C = \begin{pmatrix} \frac{\partial h_1(x)}{\partial x_1} & \frac{\partial h_1(x)}{\partial x_2} & \frac{\partial h_1(x)}{\partial x_3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \tag{4.30}$$

Se obtiene entonces el sistema linealizado en la forma descrita por las ecuaciones (4.31) y (4.32).

$$\dot{x_\delta} = A \cdot x_\delta + B \cdot u_\delta \tag{4.31}$$

$$y_\delta = C \cdot x_\delta \tag{4.32}$$

Donde el subíndice δ hace referencia a que estas son variables de incrementos, es decir, que describen los cambios alrededor del punto de operación elegido.

La linealización del modelo experimental del sistema de levitación se obtuvo empleando dos métodos. En el primero de ellos se ejecutó un código escrito en Matlab que al recibir el punto de operación calcula las matrices A, B, C y D correspondientes a la linealización. El código se adjunta en el apéndice B. Los parámetros empleados para definir el modelo real se muestran en el cuadro 4.1, los valores están dados en unidades del sistema MKSA. En (4.33) se muestran las matrices de salida del programa desarrollado.

Cuadro 4.1: Parámetros del sistema de levitación

Variable	**Valor**
R	7 Ω
L	0.0713 H
x_3^* (Corriente)	1.03 A
x_2^* (Velocidad)	0 $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$
x_1^* (Posición)	0.0112 m
K	0.00002385365425 N$\frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{A}^2}$
c	0.001463235294 N
m (Masa)	0.0163 kg
u^*	7.21 V

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1532.2 & 0 & -18.8 \\ 0 & 0 & -98.2 \end{pmatrix} \tag{4.33}$$

$$B = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 14.025 \end{pmatrix} \tag{4.34}$$

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \tag{4.35}$$

El segundo método consistió en emplear la función *'linmod'* integrada de Matlab. Para ello, tomando como punto de partida el modelo no lineal del sistema de levi-

tación diseñado en Simulink, se escribió en la ventana de comandos: $[A, B, C, D] = linmod('Levitador', [0.0112; 0; 1.03], 7.21)$. Los resultados arrojados por ambos métodos fueron idénticos, despreciando las cifras significativas de orden más pequeño (10^{-4}), mostrando la validez del modelo no lineal creado en Simulink. Ya teniendo el modelo linealizado se hizo una comparación sobre el comportamiento de este último respecto al modelo no lineal. En la Fig. 4.5 se muestra el esquema empleado en Simulink para hacer la comparación.

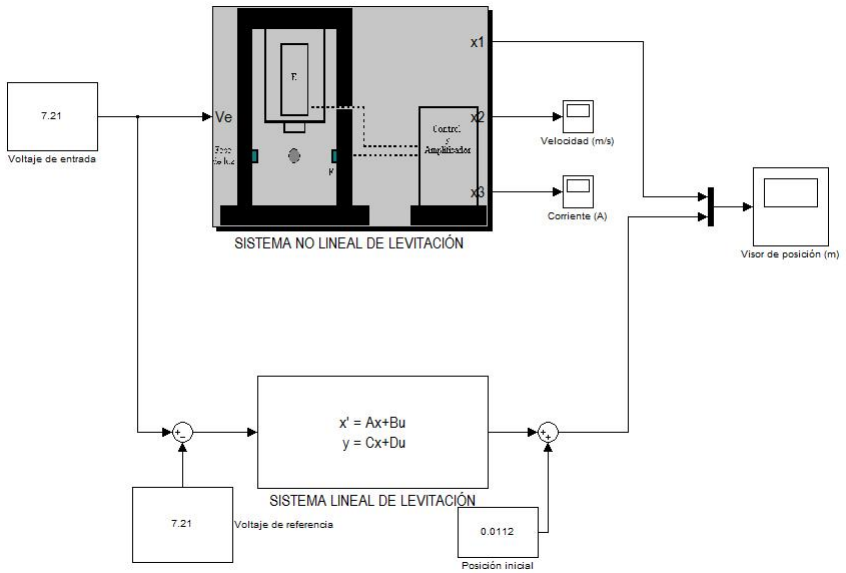

Figura 4.5: Modelo en Simulink para la comparación de la respuesta lineal y no lineal

La linealización es una aproximación del modelo no lineal en el punto de operación, para el cual se seleccionó el punto de equilibrio de fuerzas gravitacional y magnética. Es de esperar entonces que siempre y cuando las características del modelo no lineal (en representación de la realidad) no se aleje mucho de ese punto de operación, es decir, se mantenga dentro del rango de operación, la linealización representará de una manera adecuada el sistema. En este aspecto es donde radica el éxito del empleo de técnicas lineales en la levitación magnética.

En la Fig. 4.6 se ilustra la respuesta del sistema no lineal (1) y lineal (2) en el punto de operación elegido. Básicamente mientras se garantice que el sistema real se encuentra alrededor del punto de operación elegido toda aproximación realizada con

el modelo linealizado será útil para representar el sistema no lineal. De la gráfica se observa que cuando tanto el sistema no lineal como el linealizado tienen características similares de posición y velocidad (cerca del punto de operación) dan una solución muy parecida entre si (en el intervalo de tiempo $[0, 0.08]$). Sin embargo, cuando tanto la posición como la velocidad (pendiente de la curva de posición) se alejan del punto de operación ($x_1^* = 0.0112$ m y $x_2^* = 0\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$) las curvas asociadas a las respuesta de cada modelo son más dispares.

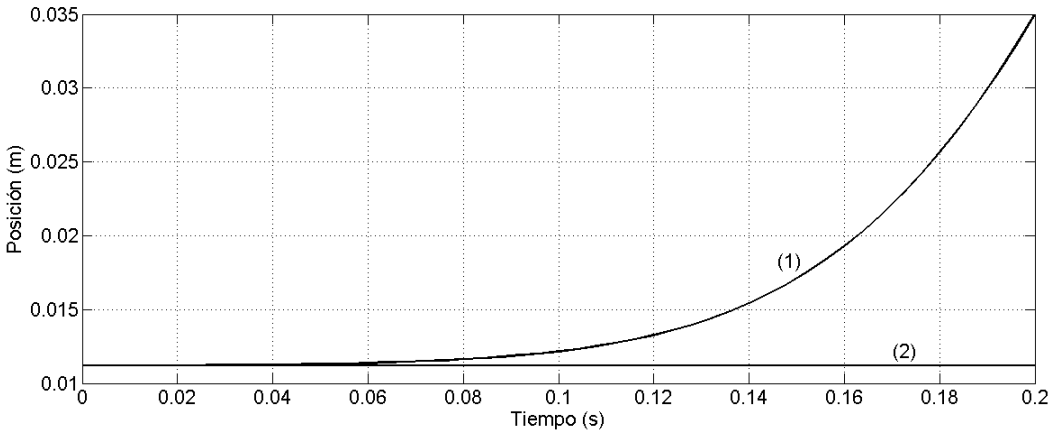

Figura 4.6: Respuesta no lineal (1) vs lineal (2)

En la Fig. 4.7 se muestra la respuesta del sistema no lineal (1) y lineal (2) ante la excitación del sistema no lineal con un voltaje de 6.71 V (es decir, un ΔV de -0.5 V para el sistema linealizado), una perturbación en la posición inicial de 0.008 m y una perturbación en la velocidad inicial de 0.01 $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$. Lo anterior implica una variación del punto de operación del sistema, es decir, el equivalente a intentar la levitación alejando las variables de estado del punto de operación.

De la Fig. 4.7 es claro que las curvas correspondientes tanto al modelo linealizado como al no lineal se alejan rápidamente la una de la otra. Finalmente, en la Fig. 4.8 se lleva el sistema linealizado a condiciones extremas de variación, considerando la rigurosidad experimental requerida para obtener la levitación magnética.

Se cambió el voltaje 2 V por debajo de la entrada de operación, adicionalmente se definió una condición inicial 0.02 m para el modelo linealizado (debería ser 0 dado que el sistema se ha linealizado y trabaja con perturbaciones) y de 0.0312 m para

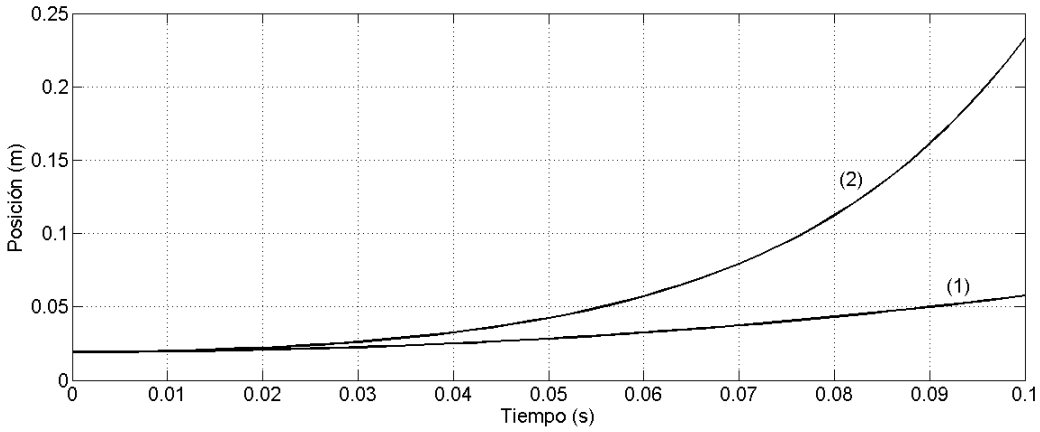

Figura 4.7: Respuesta no lineal (1) vs lineal (2) variando x, v y V

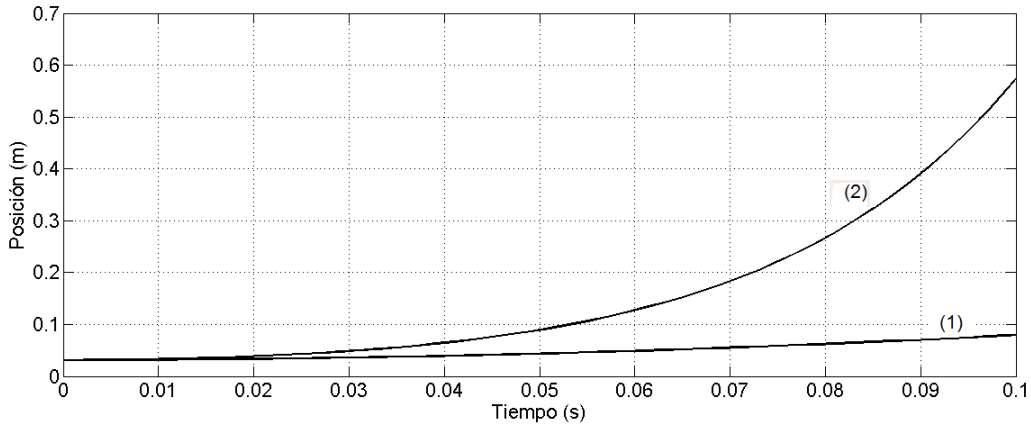

Figura 4.8: Respuesta no lineal (1) vs lineal (2) variando x, v, V e i

el modelo no lineal (teniendo en cuenta la equivalencia de modelos), una velocidad inicial de 0.03 $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ en el modelo lineal y no lineal, y un Δi de 0.2 A en el modelo linealizado. Como puede verse, el hecho de que se haya variado tanto todos los parámetros respecto al punto de operación hace que la respuesta del modelo lineal diverja rápidamente de la del modelo no lineal. Para estos incrementos respecto a las condiciones iniciales dadas por el punto de operación, no es admisible la respuesta del modelo linealizado. En tan sólo 0.1 s el modelo linealizado predice que la posición de la esfera es 0.6 m, mientras que el modelo no lineal predice 0.08 m, una enorme diferencia dada las dimensiones del levitador experimental donde se espera una variación de posición en el orden de pocos milímetros. Este último análisis da una idea sobre los cambios tolerables en las condiciones iniciales. Así, se sabe que para $\Delta V = 2$ V, $\Delta x_1 = 0.02$ m, $\Delta x_2 = 0.03$ $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ y $\Delta x_3 = 0.2$ A, la respuesta del sistema linealizado pierde exactitud en la aproximación. Se esperaría entonces cambios más pequeños en estos parámetros para que el modelo lineal mantenga su validez.

4.3.2. Función de transferencia de la planta

A partir de las ecuaciones de estado (4.24) y (4.25) puede obtenerse la función de transferencia de la planta. Para ello se debe obtener $\Phi(s) = (sI - A)^{-1}$, que es la transformada de Laplace de la matriz de transición de estados $\Phi(t)$. Esta matriz se muestra en (4.36).

$$\Phi(s) = (sI - A)^{-1} = \begin{pmatrix} s & -1 & 0 \\ -1532.2 & s & 18.8 \\ 0 & 0 & s + 98.2 \end{pmatrix}^{-1} \tag{4.36}$$

La función de transferencia está dada por la ecuación (4.37).

$$G(s) = C\Phi(s)B \tag{4.37}$$

Por tanto, la función de transferencia es:

$$G(s) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} s & -1 & 0 \\ -1532.2 & s & 18.8 \\ 0 & 0 & s+98.2 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 14.025 \end{pmatrix} \tag{4.38}$$

$$G(s) = \frac{-264.2}{s^3 + 98.2s^2 - 1532.2s - 1.504 \cdot 10^5} \tag{4.39}$$

Con polos 39.14, -39.14 y -98.2. De esta función de transferencia se observa que el sistema es de tercer orden. Adicionalmente, el sistema es inestable pues tiene un polo en el semiplano derecho del plano S.

4.4. Curva de sensado

Para la calibración del sensor se hicieron medidas de voltaje contra posición. La posición fue medida respecto al núcleo de la bobina, tomando esta posición como el cero como se muestra en la Fig. 4.9.

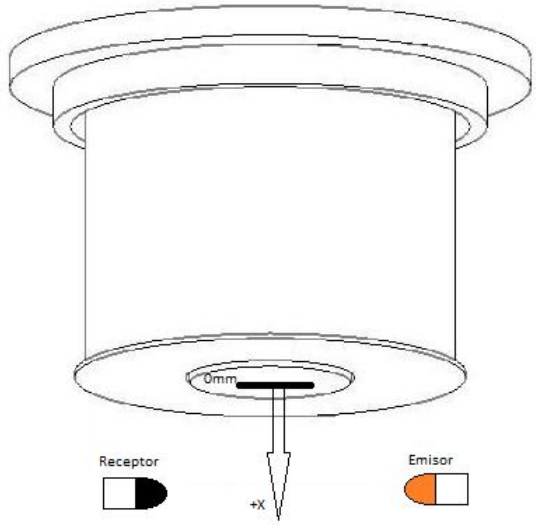

Figura 4.9: Sistema de referencia de la curva de sensado

La variable posición se incrementa hacia abajo. No para todas las posiciones hay sensado. El sistema de sensado cuenta con una región de operación de 5 mm, la cual

varía entre 7 mm y 12 mm aproximadamente. Como se describió con anterioridad, se emplearon tres fototransistores para la recepción de la señal. La curva de sensado que se muestra en la Fig. 4.10 ilustra este hecho. En la parte superior está la curva según la variación de voltaje y posición. En la parte inferior está la gráfica de la primera derivada de esta curva, es decir, la razón de cambio del voltaje respecto al cambio en posición.

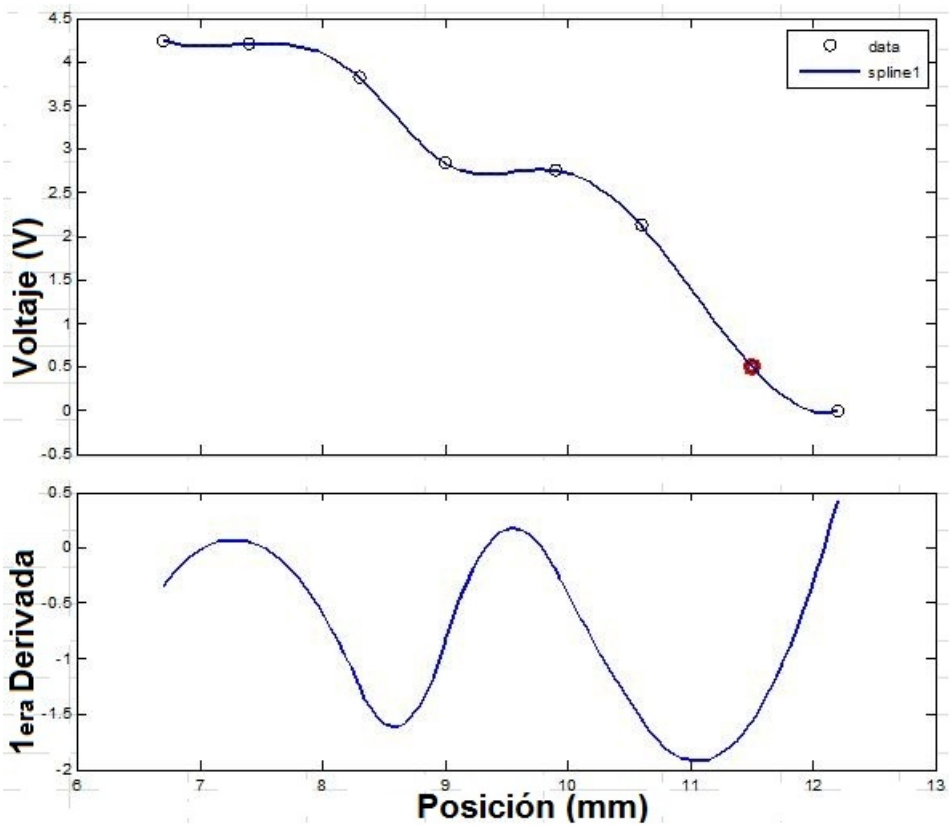

Figura 4.10: Curva de sensado del sistema de levitación magnética

En la curva de la primera derivada se evidencia el hecho de que cada sensor genera su contribución. La zona entre 9.5 mm y 12 mm incluye la contribución de dos fototransistores ubicados horizontalmente, mientras que la zona entre 7 mm y 9.5 mm, corresponde a la contribución de un sensor. La configuración de tres sensores escogida aumentó casi al doble la región de sensado (al aumentar el rango vertical) respecto a la conseguida con el empleo de un solo sensor. También en la zona entre 9.5 mm y 12 mm, donde hay dos sensores, aumentó la sensibilidad del sensado

respecto a la obtenida con un sensor. Otro aspecto interesante de esta configuración es la existencia de dos zonas lineales (una entre 9.5 mm y 12 mm, y la otra entre 7 mm y 9.5 mm) adecuadas para linealizar el sistema y estudiar la levitación magnética. De esta curva se saca la ganancia del sensor, que corresponde a la pendiente de la curva en la posición de linealización. De la Fig. 4.10 se observa que la función de transferencia del sensor, que equivale a la pendiente de la curva de sensado en 11.2 mm es $-1.9\ \frac{\mathrm{V}}{\mathrm{mm}} = -1900\ \frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}}$ aproximadamente.

4.5. Curva de potencia

La curva de potencia está relacionada directamente con el sistema de control de potencia seleccionado. Como se discutió en la sección 3.3.3, se plantearon dos enfoques de amplificación, uno lineal y otro no lineal implementado con PWM, optando por este último debido a la mayor eficiencia en cuanto a la disipación de calor. Así, la curva de potencia básicamente relaciona el ciclo de dureza de la señal PWM, con la corriente que circula por el solenoide, cuando esta señal de ancho modulado se emplea para activar la compuerta del MOSFET IRFZ44N. En la Fig. 4.11 se muestra la relación entre la señal PWM y la corriente promedio del solenoide.

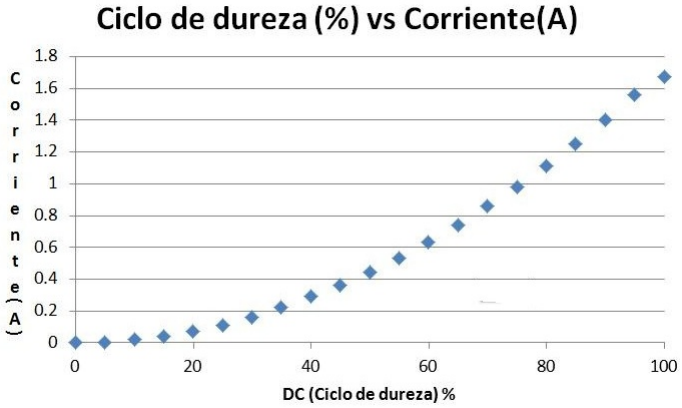

Figura 4.11: Curva de potencia del sistema de levitación magnética

Se observa claramente que esta relación es no lineal, sin embargo, el comportamiento es aproximadamente lineal para ciclos de dureza entre el 60 % y el 90 %. Esta es entonces una zona pertinente para trabajar con el modelo lineal. En la Fig.

4.12 se muestra la regresión lineal mediante mínimos cuadrados. El coeficiente de correlación lineal es cercano a la unidad, lo que indica que es una zona muy lineal. Adicionalmente se muestra la ecuación de la recta asociada.

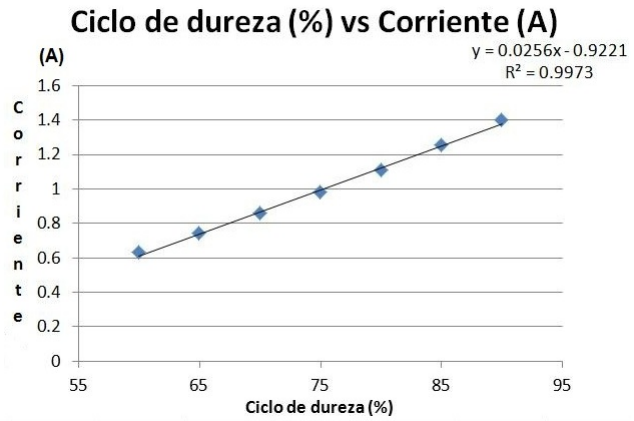

Figura 4.12: Curva de potencia del sistema de levitación magnética

Como consecuencia, en la zona entre 60 % y 90 % de ciclo de dureza puede elaborarse un modelo lineal con un comportamiento bastante predecible y de gran margen de variación (30 %).

4.5.1. Ganancia de potencia

En el apartado anterior se discutió la obtención de una curva de potencia que relaciona la señal de control PWM y la corriente promedio en estado estacionario que circula por el solenoide. Sin embargo, es de interés para establecer un modelo dinámico de todo el sistema, el conocer la relación entre la señal de control procedente del controlador y el voltaje promedio en el solenoide. En la Fig. 4.13 se muestra el diagrama de bloques que relaciona diversas variables de interés mediante funciones de transferencia.

Básicamente en el microcontrolador se calcula la señal de control $u(t)$, este valor se transforma entonces en el equivalente en forma de una onda cuadrada modulada por ancho de pulso (PWM) al realizar la conversión $D_{pwm} = u(t)\frac{1000}{4950}$, donde D_{pwm} es el ciclo de dureza de la señal PWM, y $\frac{1000}{4950}$ es el factor de conversión de señal de control $u(t)$ a dureza de la señal PWM D_{pwm} (1000 equivale al 100 % de ciclo

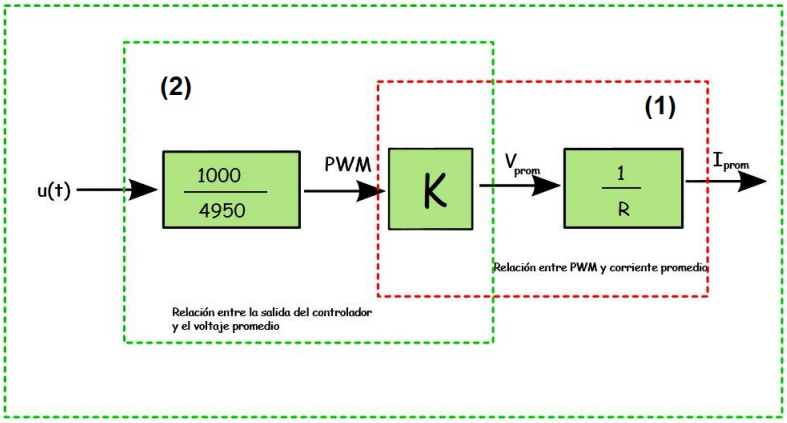

Figura 4.13: Diagrama de bloques para varias señales del sistema

de dureza en el microcontrolador, y 4950 equivale al máximo voltaje de control). Ahora, los cambios de dureza de la señal PWM a corriente promedio, son modulados por el producto de las funciones de transferencia dentro del recuadro (1), esto es, K y $\frac{1}{R}$, donde K es la función de transferencia que modela el cambio de ciclo de dureza a voltaje promedio, y $\frac{1}{R}$ modela el cambio de voltaje promedio a corriente promedio. Se ha tomado el valor $\frac{1}{R}$ (ley de Ohm) como función de transferencia entre corriente promedio y voltaje promedio por dos razones: estos son valores medidos en estado estacionario (para un ciclo de dureza fijo), por lo que la medición ya incluye el efecto inductivo, y, dado que $\tau = \frac{L}{R} \gg T_{pwm}$ (esto es, la constante de tiempo $\frac{L}{R}$ es mucho mayor que el periodo de conmutación de la señal PWM) es posible modelar el circuito eléctrico del sistema de levitación con un modelo promedio lineal para analizar la respuesta transitoria del sistema [44]. Adicionalmente, la relación Óhmica ha sido comprobada experimentalmente. De la Fig. 4.12 se sabe que la función de transferencia que describe los cambios de corriente promedio, ante cambios del ciclo de dureza es $G_I = 0.0256\ \frac{\mathrm{A}}{D_{pwm\,\%}}$, y expresando el porcentaje en forma real queda $G_I = 2.56\frac{\mathrm{A}}{D_{pwm}}$. De esta manera se obtiene la equivalencia dada en (4.40).

$$K\frac{1}{R} = 2.56 \tag{4.40}$$

Dada la resistencia $R = 7\ \Omega$ para el solenoide, la constante K se define según (4.41).

$$K = 2.56R = 17.92 \tag{4.41}$$

Por tanto la ganancia de potencia, esto es, la relación entre cambios en la señal de control y cambios en el voltaje de control, está dada por el producto de las funciones de transferencia que describen el cambio de señal de control a ciclo de dureza PWM, y de esta última a voltaje de control, como se muestra en (4.42).

$$G_V = \frac{1000}{4950}K = \frac{1000}{4950} \cdot 17.92 = 3.62 \tag{4.42}$$

4.6. Sistema dinámico

En la Fig. 4.14 se muestra el diagrama de bloques que representa el sistema dinámico de levitación magnética.

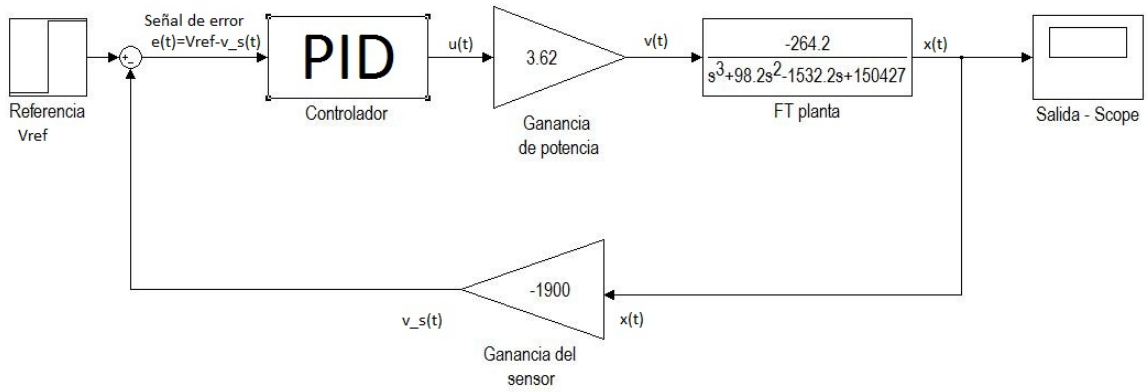

Figura 4.14: Diagrama de bloques que representa el sistema de levitación magnética

La posición del objeto es sensada ópticamente y convertida a una señal de voltaje, relacionada directamente con la posición real del objeto. Como se indicó en la sección 4.4 la función de transferencia del sensor es $\frac{V_s(S)}{X(S)} = -1900\ \frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}}$ aproximadamente, para una posición de 11.2 mm. Esta señal de posición en forma de voltaje es restada a un valor de voltaje de referencia, el cual es la representación en forma n de voltaje de la posición de linealización elegida, esto es, 11.2 mm. Se obtiene así la señal de error, la cual entra al controlador PID (Proporcional-Integral-Derivativo) que se explicará a

detalle en el próximo capítulo. Del controlador sale una señal de control $u(t)$, la cual es amplificada por una ganancia de potencia, que es la función de transferencia que relaciona los cambios en el voltaje del solenoide respecto a los cambios en la señal de control, esto es, $G_V = \frac{V(S)}{u(S)} = 3.62$, la cual fue obtenida en la sección 4.5.1. Finalmente, esta señal amplificada es el voltaje de control del sistema de levitación magnética. Este voltaje de control es la señal de entrada de la planta, la cual fue descrita a detalle en la sección 4.1, 4.2 y 4.3. La salida de la planta es la posición real del objeto $x(t)$, esta posición es sensada nuevamente y convertida a un voltaje equivalente, repitiéndose el ciclo de control en harás de obtener la estabilidad. Así, se tiene un sistema de control realimentado cuya finalidad es mantener levitando en el aire un objeto de material ferromagnético en una posición deseada.

Capítulo 5

Dinámica del sistema, diseño del controlador PID y simulación

En el capítulo anterior se obtuvo el modelo matemático del sistema y se describió el diagrama de bloques que representa el sistema dinámico lineal. En este capítulo se va a diseñar un controlador PID que estabiliza el sistema de levitación y que cumple ciertos requerimientos de diseño. Así, se va a analizar la dinámica del sistema y se harán simulaciones que demuestran la respuesta del sistema y otros aspectos importantes como la robustez.

5.1. Controlador

En la teoría de control existen gran cantidad de controladores que podrían estabilizar el sistema de levitación. De la literatura se ha observado la implementación de redes neuronales, lógica difusa, controles no lineales, control por realimentación del estado, y control PID. Será este último el usado para controlar la posición del objeto en el sistema de levitación diseñado debido a su fácil implementación y la eficiencia en el control reportada en la literatura.

5.1.1. Controlador PID

El controlador PID ejerce una señal de control que depende de un valor de error calculado como la diferencia entre la señal deseada y la salida del sistema. Es deseable que si la salida del sistema está lejos de la señal de referencia la acción de control sea proporcional al error, esta acción corresponde a la parte proporcional, la cual aplica la operación $P = K_p e(t)$. También se requiere un acción de control que actúe ante la acumulación del error, esto es, incluso cuando la señal de error se haga constante, lo que hace que la señal control actúe para mejorar la respuesta del sistema en estado estacionario con tendencia a la señal de referencia (error nulo), lo que equivale a la acción de control integral o acción por memoria $I = K_i \int_0^t e(t)dt$. Finalmente, la acción de control derivativa actúa frente a los cambios de la salida del sistema en el tiempo, trata de anticiparse a dichos cambios, en lo que se conoce como una acción predictiva $D = K_d \frac{d}{dt} e(t)$. La forma general de la acción de control PID se muestra en (5.1), así como su función de transferencia en (5.2).

$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(t)dt + K_d \frac{d}{dt} e(t) \tag{5.1}$$

$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s \tag{5.2}$$

Las constantes K_p, K_i y K_d pueden ser interpretadas como un peso que asigna un escalamiento a la acción de control de acuerdo con la variación en cada componente del controlador PID.

5.1.2. Sintonización del PID

Para la sintonización del controlador PID se pueden emplear varios métodos. Entre estos se encuentran los criterios heurísticos de Ziegler-Nichols, que pueden ser el método de oscilación o de respuesta en frecuencia y el método de respuesta al escalón o método basado en la curva de reacción. Si bien estos métodos están pensados para sintonizar sistemas estables, los valores obtenidos mediante este método han sido usados como criterio de sintonización inicial en sistemas de levitación magnética [3]. La sintonización también puede lograrse por ensayo y error, sin embargo, el

tiempo y esfuerzo requerido para lograrlo por parte de alguien no experimentado es desconocido, en el sentido de que las constantes K_p, K_i y K_d forman un espacio de constantes en el cual cada punto es una opción posible. Finalmente están las condiciones matemáticas para la estabilidad del sistema. Para el sistema de levitación diseñado la sintonización se hizo con las condiciones matemáticas necesarias para lograr la estabilidad absoluta, obtenidas mediante el criterio de Routh-Hurwitz.

La función de transferencia del sistema en lazo cerrado para el sistema dinámico completo (incluyendo la función de transferencia del controlador PID (5.2)) mostrado en la sección 4.6 se da en la ecuación (5.3).

$$G_{lc} = \frac{-956.4(K_d s^2 + K_p s + K_i)}{s^4 + 98.2s^3 - (1532.2 - 1.82 \cdot 10^6 K_d)s^2 - (1.5 \cdot 10^5 - 1.82 \cdot 10^6 K_p)s + 1.82 \cdot 10^6 K_i} \tag{5.3}$$

De la función de transferencia es de interés especial el denominador, del cual se obtiene la ecuación característica del sistema (5.4).

$$s^4 + 98.2s^3 - (1532.2 - 1.82 \cdot 10^6 K_d)s^2 - (1.5 \cdot 10^5 - 1.82 \cdot 10^6 K_p)s + 1.82 \cdot 10^6 K_i = 0 \tag{5.4}$$

A partir de esta relación es posible aplicar el criterio de estabilidad de Routh-Hurwitz para obtener las condiciones matemáticas para la estabilidad. Mediante dicho criterio se obtienen las condiciones dadas en (5.5).

$$\begin{aligned} &0 < 1.82 \cdot 10^6 K_d - 18509.3 K_p \\ &0 < -2.73 \cdot 10^{11} K_d + 3.3 \cdot 10^{12} K_d K_p + 2.78 \cdot 10^9 K_p - 3.36 \cdot 10^{10} K_p^2 - 1.78 \cdot 10^8 K_i \\ &0 < 1.82 \cdot 10^6 K_i \end{aligned} \tag{5.5}$$

De la tercera condición en (5.5) se concluye que K_i debe ser positiva. Adicionalmente, para una rápida computación la primera condición se puede usar para establecer una relación válida entre K_p y K_d, y luego se verifica el cumplimiento de estas en la segunda condición (la más compleja de las tres). A partir de estas condiciones se encontró que los valores $K_p = 1$, $K_d = 0.06$ y $K_i = 2$ hacen que el sistema

sea críticamente estable. El espacio de constantes válidas se muestra en la Fig. 5.1, producto de la intersección de estas tres desigualdades en un espacio de constantes donde cada eje representa las constantes del controlador PID.

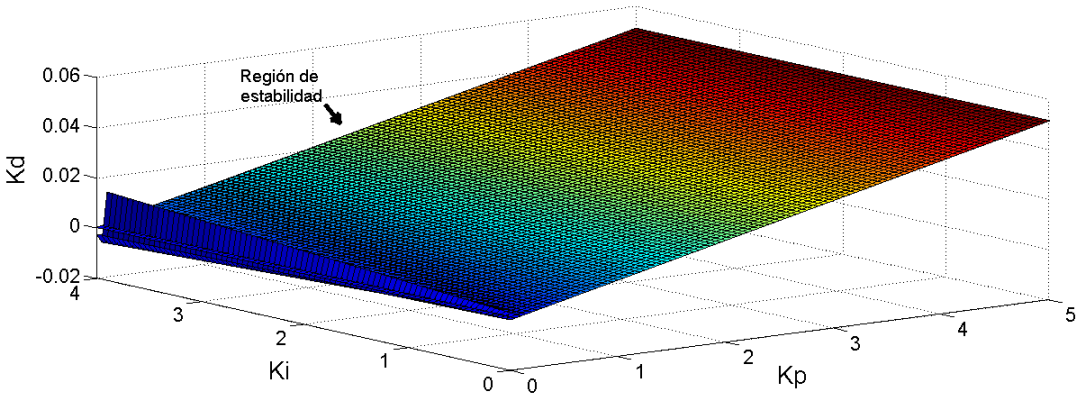

Figura 5.1: Región de estabilidad en el espacio de constantes PID

La región superior corresponde a la zona de estabilidad, para ternas (K_p, K_i, K_d) que estabilizan el sistema. El gráfico ha sido generado como la intersección de las tres condiciones de estabilidad, para valores de K_p entre 0 y 5, y valores de K_i entre 0 y 4, usando K_d como variable dependiente.

5.1.3. Controlador PID discreto

El controlador PID se implementó digitalmente mediante un microcontrolador, como se mencionó en el capítulo 4. Por tanto, se requirió elaborar un controlador con enfoque digital. La realización de un controlador PID discreto implica la transformada Z de (5.1), como se muestra en (5.6). En (5.7) se muestra la función de transferencia discreta del controlador.

$$U(z) = E(z)K_p\left[1 + \frac{T}{T_i(1-z^{-1})} + T_d\frac{1-z^{-1}}{T}\right] \tag{5.6}$$

Reuniendo constantes queda:

$$\frac{U(z)}{E(z)} = a + \frac{b}{(1-z^{-1})} + c(1-z^{-1}) \tag{5.7}$$

Donde a, b y c quedan definidas en (5.8).

$$
\begin{aligned}
a &= K_p \\
b &= \frac{K_p T}{T_i} \\
c &= \frac{K_p T_d}{T}
\end{aligned}
\tag{5.8}
$$

La función de transferencia discreta en su forma habitual queda definida según (5.9).

$$
G(z) = \frac{(a+b+c)z^2 - (a+2c)z + c}{(z-1)z} \tag{5.9}
$$

En las constantes b y c, presentes en (5.9) se observa la fuerte dependencia del controlador con el tiempo de muestreo T. Con (5.7), se define un enfoque de diseño de un controlador digital a partir de un sistema modelado en el dominio continuo. Uno de los requerimientos cuando se emplea este enfoque en el diseño de sistemas de control es que el tiempo de muestreo sea tal que el modelo matemático continuo describa adecuadamente el sistema real controlado digitalmente. De la literatura se sabe que valores menores a 2 mS son adecuados. Para la implementación práctica de un PID digital existen distintas posibilidades. La implementación en paralelo es una de ellas. Esta se muestra en la Fig. 5.2.

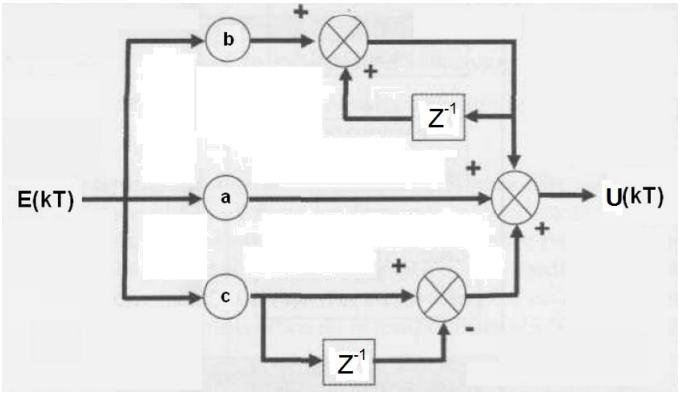

Figura 5.2: Implementación del PID digital en paralelo

El componente proporcional del controlador se implementa digitalmente mediante una ganancia constante K_p. Ya que una computadora digital tiene una longitud de palabra finita, la constante proporcional no puede tener resolución infinita. La derivada con respecto al tiempo de la función $e(t)$ en $t = kT$ se puede aproximar mediante la regla de la diferencia hacia atrás empleando los valores de $u(t)$ medidos en los tiempos $t = kT$ y $t = (k-1)T$, como se muestra en (5.10).

$$\frac{d}{dt}e(t) \mid_{t=kT} = \frac{1}{T}(e(kT) - e[(k-1)T]) \tag{5.10}$$

Finalmente existen varios métodos para aproximar la integral numéricamente. Entre estos se encuentran la integración rectangular hacia adelante, la integración rectangular hacia atrás, y la integración trapezoidal. La elegida para aproximar la integral fue la integración rectangular hacia adelante, cuya computación se indica en (5.11).

$$i(kT) = i[(k-1)T] + Te(kT) \tag{5.11}$$

Algoritmo de implementación

El algoritmo que representa los procesos que se dan en el controlador se muestran en la Fig. 5.3.

Inicialmente se define la posición de referencia $r(kT)$ y la señal de control $u_o(kT)$ en el punto de equilibrio. Adicionalmente se incluyen las constantes del controlador PID y se inicializan los valores del componente integral y la señal de error en el tiempo $t = (k-1)T$ en cero. Luego se muestrea el valor de salida actual en kT del sistema, para así calcular la señal de error. Basado en esta señal de error se calculan los tres aportes proporcional-integral-derivativo con las aproximaciones numéricas definidas en esta sección. Finalmente se suman los tres aportes y se transfieren al actuador teniendo en cuenta la señal de control $u_o(kT)$ en el punto de equilibrio. El aporte $u(kT)+u_o(kT)$ se transfiere al sistema en forma de señal modulada por ancho de pulso (PWM). Se almacena el valor actual del aporte integral para acumulación en el siguiente ciclo, lo mismo aplica para la señal de error que se usa en la derivación con el método de diferencias hacia atrás. Luego de esto se repite el ciclo de control.

Este algoritmo fue programado en C e implementado en el microcontrolador

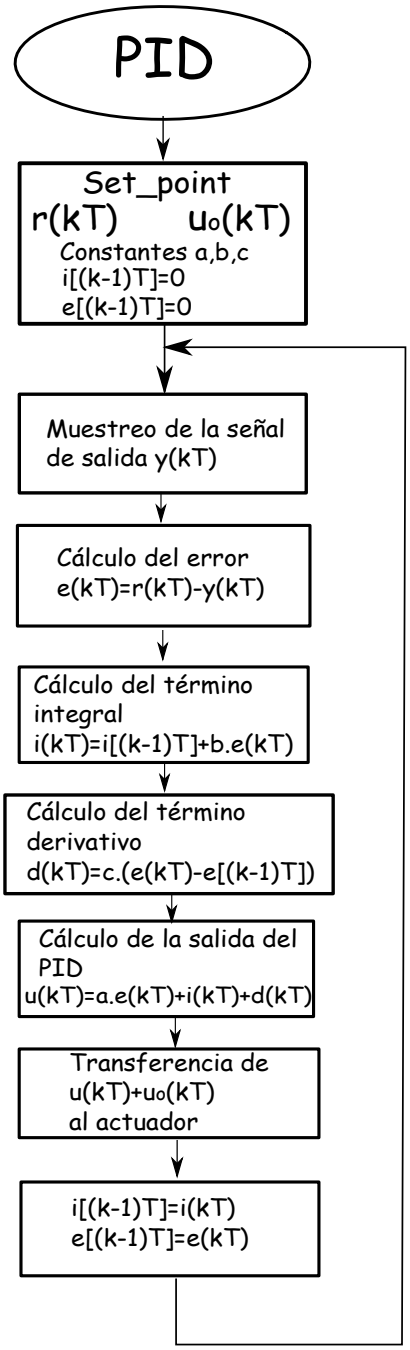

Figura 5.3: Algoritmo del PID digital

PIC18F2550, como se mencionó en el capítulo 3.

5.1.4. Especificaciones de diseño

Con la obtención de las condiciones matemáticas para la estabilidad es posible para cada tripleta de valores válidos, obtener la ecuación característica del sistema y con ella las raíces de la ecuación característica. Se sabe que las raíces de la ecuación característica definen la respuesta transitoria del sistema. Por tanto, mediante el estudio de las mismas (las raíces explícitamente) y el análisis de la respuesta en el tiempo es posible evaluar la acción controladora para ver si se está cumpliendo con las especificaciones de diseño. La respuesta transitoria de un sistema puede describirse en función de dos factores [45]: el primero de ellos, la rapidez de respuesta, es representada por el tiempo de subida (tiempo que tarda de ir del 0 % al 100 % del valor de referencia) y el tiempo pico (tiempo en el que alcanza la máxima respuesta). El segundo, la proximidad de la respuesta a los valores deseados, representada por el sobreimpulso máximo y el tiempo de asentamiento. Basado en estos criterios de medida y la consideración del sistema de levitación se tienen las siguientes especificaciones de diseño:

- Un tiempo de subida menor a 0.3 s, y un tiempo pico menor a 0.6 s, esto para que el sistema responda rápidamente y la levitación sea visible rápidamente.

- Disminuir las oscilaciones en la respuesta temporal (una manera es observando la parte imaginaria de las raíces de la ecuación característica, y eligiendo las que tengan los valores mínimos).

- Ampliación del rango de posiciones en las cuales es posible la levitación (ensayo con distintos valores de entrada escalón en el modelo)

- Una sobreelongación máxima de 1.2 mm, esto para evitar que el objeto se salga de la zona lineal del sistema de sensado.

- Un tiempo de asentamiento menor a 1 s, en el cual la posición no oscile por encima o debajo del la posición de referencia más de 0.3 mm.

Ante una entrada escalón de 11.6 mm de amplitud estos requerimientos se cumplieron para la tripleta de valores dados en (5.12).

$$\begin{aligned} K_p &= 0.51 \\ K_d &= 0.02 \\ K_i &= 2.3 \end{aligned} \tag{5.12}$$

En la Fig. 5.4 se observa la respuesta del sistema no lineal obtenida en el modelo en Simulink para las constantes encontradas y una entrada escalón de voltaje de 0.6 V equivalente a 11.6 mm de amplitud.

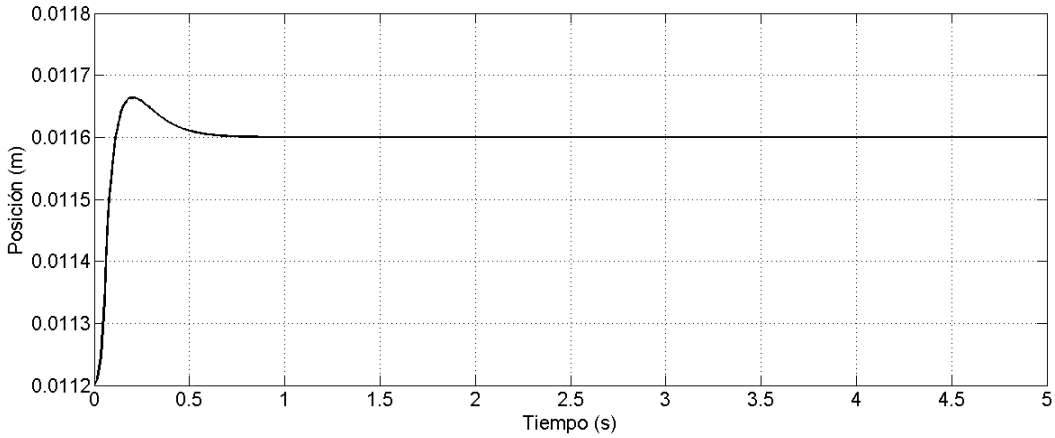

Figura 5.4: Respuesta del sistema para una entrada escalón de 11.6mm

De la gráfica, el tiempo de subida es de 0.112 s aproximadamente. El tiempo de pico de 0.2 s. La respuesta es poco oscilatoria y para ello se emplearon constantes que hacen que los polos tengan una parte imaginaria de 177, esto es, una frecuencia de oscilación de aproximadamente 28.17 Hz. Adicionalmente solo se tuvieron en cuenta polos cuya parte real fuese menor de -8, para el rápido decaimiento de la respuesta transitoria. La sobreelongación máxima es de 0.065 mm aproximadamente, lo que equivale a un porcentaje de sobreelongación de 0.56 %. El tiempo de asentamiento es aproximadamente 0.08 s con lo que el sistema oscila dentro del rango requerido ($\pm$0.2 mm) rápidamente. En la Fig. 5.5 se muestra la corriente requerida para obtener

la respuesta del sistema.

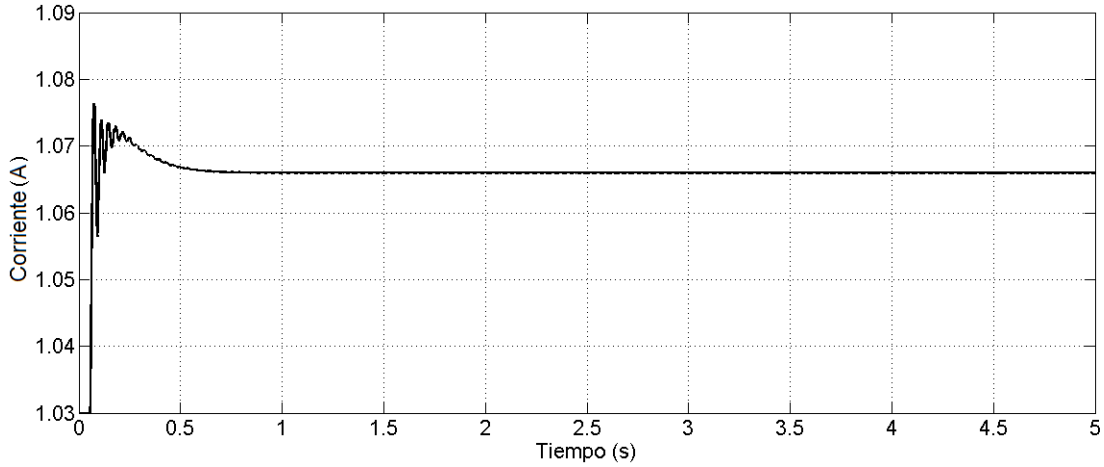

Figura 5.5: Respuesta corriente del sistema para una entrada escalón de 11.6mm

Se observa que rápidamente la corriente se estabiliza en 1.067 A aproximadamente. En la implementación real la corriente para esta posición toma valores entre 1.04 A y 1.07 A, con valor promedio 1.055 A. Esto representa un error del 1.1 % entre el valor teórico y el real. Esto se detallará en el próximo capítulo. Para la obtención de las constantes PID se empleó un algoritmo escrito en Matlab. Este algoritmo calcula todas las raíces de la ecuación característica dadas unas constantes de controlabilidad K_p, K_d y K_i. En el proceso fueron obtenidas muchas constantes, llegando a valores tan exorbitantes como 8'700.000 valores posibles para un rango de valores de K_p entre 0 y 2, valores de K_d entre 0 y 1.5, y valores de K_i entre 0 y 3. Se hizo entonces necesario emplear condiciones de diseño para filtrar dicha información y obtener las mejores constantes. La condición elegida fue que cada raíz de la ecuación característica tuviera una parte real menor a -8. Con esto se aseguraba además de manejar menos información, obtener constantes que hicieran que la respuesta temporal cumpliera con los requerimientos de diseño mencionados al principio de 5.1.4. Finalmente para los valores dados en (5.12), los valores discretos a, b y c para un tiempo de muestreo de 1.276 mS se muestran en (5.13).

$$a = 0.51 \tag{5.13}$$

$$b = 0.0029$$

$$c = 15.67$$

Capítulo 6

Implementación del PID en el sistema de levitación real

A este punto se ha descrito todo lo necesario para la creación de un sistema de levitación magnética funcional. El prototipo físico fue construido, se obtuvieron las relaciones entrada-salida que representan el sistema real y se hizo todo el modelado matemático para la obtención de las constantes del controlador dados unos requerimientos de diseño. El sistema de levitación funcional se muestra en la Fig. 6.1, sistema estabilizado con las constantes obtenidas analíticamente en el capítulo anterior.

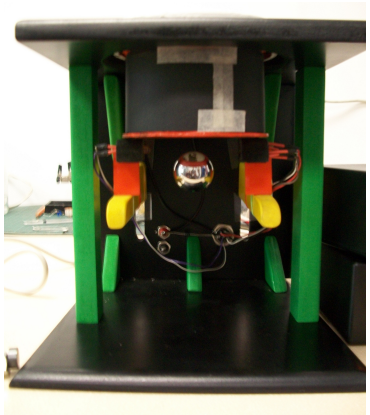

Figura 6.1: Sistema de levitación magnética funcional

El tiempo de muestreo para el cual se obtuvieron los mejores resultados fue de

1.276ms. Este valor incluye un retardo de 1ms más el retardo asociado a la computación de valores en el microcontrolador. En la Fig. 6.2 se observa la respuesta del sistema (posición en forma de voltaje) para una posición de levitación de aproximadamente 11.6mm (un equivalente en voltaje sensado de 0.3V). La corriente requerida para mantener la esfera en la posición de levitación fue de aproximadamente 1.06A, mientras que en el modelo se calculó que esta sería de 1.067A.

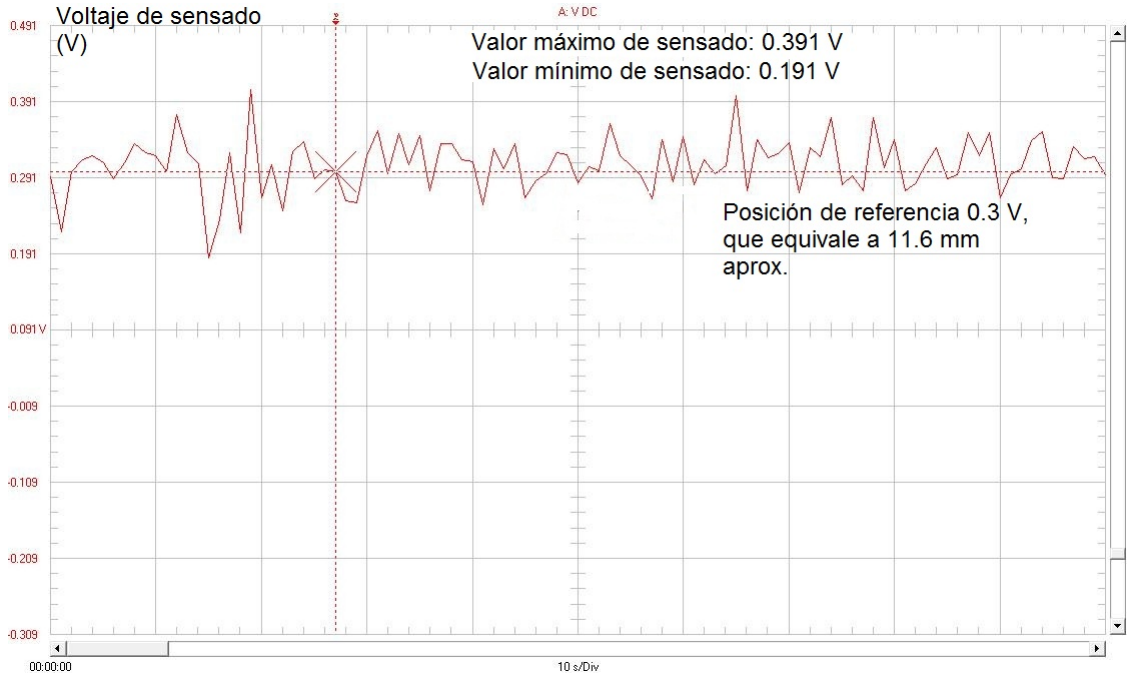

Figura 6.2: Respuesta del sistema con posición de referencia 11.6mm (0.3V)

La respuesta es bastante estable. Si se consideran los valores máximo y mínimo de sensado, como se indica en la figura, se deduce que la máxima variación de posición alrededor de 11.6mm está en el orden de décimas de milímetros, aproximadamente ±0.2mm. En la Fig. 6.3 se muestra la respuesta temporal del sistema ante una entrada escalón. Se presenta en este caso una sobreelongación máxima de 0.5mm, y rápidamente (menos de 1 s) se estabiliza en la posición de referencia.

Otro aspecto interesante observado fue el buen funcionamiento de la parte integral del controlador para la reducción del error en estado estacionario. Se presentaron casos en los que el objeto estaba levitando con una posición de 11.2mm (0.8V de sensado aproximadamente) y rápidamente se reducía este valor al definido como posición

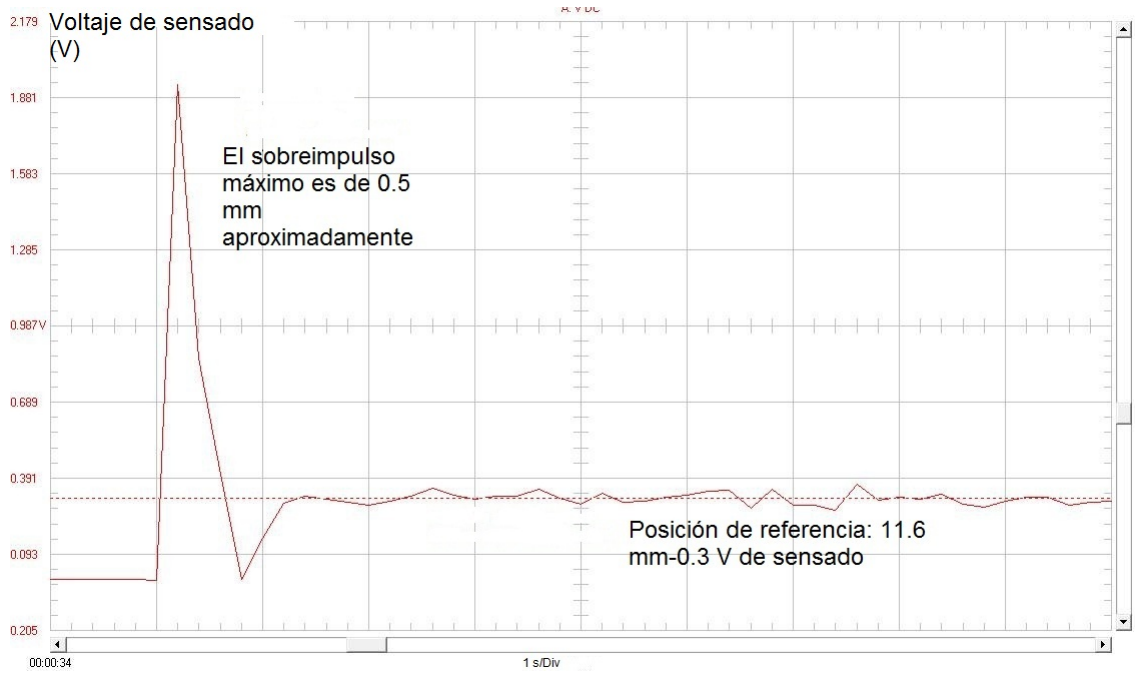

Figura 6.3: Respuesta del sistema con posición de referencia 11.6mm (0.3V)

de referencia, esto es, 11.6mm (0.3V de sensado). Como se describió en el capítulo 3, la curva de sensado posee dos regiones lineales pertinentes para la levitación. Ambas zonas tienen aproximadamente la misma pendiente por lo que era esperado que el modelo matemático lineal describiese adecuadamente la levitación magnética en ambas. Esto se pudo comprobar experimentalmente. Para la zona más alejada del solenoide se tenía un requerimiento de corriente de 1.04A aproximadamente. Para la zona más cercana al solenoide la levitación fue posible con menos corriente: 0.74A, aunque se observó cierta desviación en la posición no axial, posiblemente debido a las inhomogeneidades del núcleo y la bobina en sí.

6.1. Pruebas de robustez del sistema

Se dice que un sistema es robusto cuando exhibe el comportamiento deseado a pesar de la presencia de incertidumbres significativas de la planta (proceso). Una de las características del control PID es su comportamiento robusto en un amplio rango de operación. En el sistema de levitación diseñado esto se pudo comprobar

experimentalmente. A partir de el kit de objetos de diversas geometrías, masas y materiales de la Fig. 6.4 se intentó obtener la levitación para distintas configuraciones de los mismos.

Figura 6.4: Kit de objetos para el sistema de levitación magnética

El kit de objetos consiste de esferas de distinto diámetro, tornillos, imanes de ferrita, entre otros objetos de material ferromagnético. Un aspecto importante notado fue que necesariamente se requería un objeto de perfil circular en la zona del sensado para que la levitación se siguiera presentado. Este hecho no es extraño pues las constantes del controlador proceden de un modelo matemático en el que se consideró una curva de sensado para un objeto de perfil circular (esfera), factor importante a considerarse en el sensado pues este es óptico y está basado en la obstrucción de señal por un cuerpo. Por tanto, al emplear un perfil distinto la ganancia de sensado cambia y el sistema ya es descrito por un modelo distinto, con otras constantes que le estabilizan. En las figuras 6.5, 6.6 y 6.7 se muestran distintas configuraciones de objetos que se pudieron levitar. El perfil circular se mantuvo, pues al emplear perfiles planos (por ejemplo tornillos de cabeza plana) el sistema se inestabilizaba.

Con estas configuraciones se varían muchos parámetros del sistema. Para empezar la masa total cambia, con esto el modelo matemático de la fuerza magnética. La geometría también, lo que tiene un impacto directo en la corriente necesaria para levitar el objeto, así como en la fuerza magnética. También las propiedades de los materiales cambian. Por ejemplo, se emplearon imanes con la orientación adecuada para reforzar el campo magnético del electroimán con lo que se requiere menos corriente para levitar el mismo cuerpo, adicionalmente un imán implica un aumento en el peso. El punto de levitación (posición de referencia) también fue modificado,

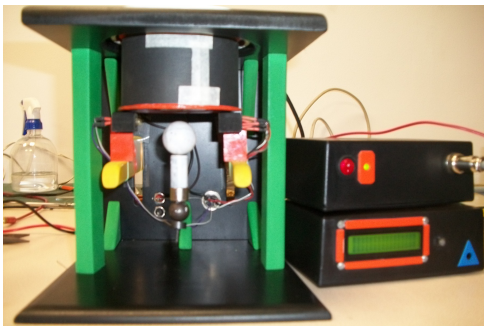

Figura 6.5: Configuración de objetos que levitan (1)

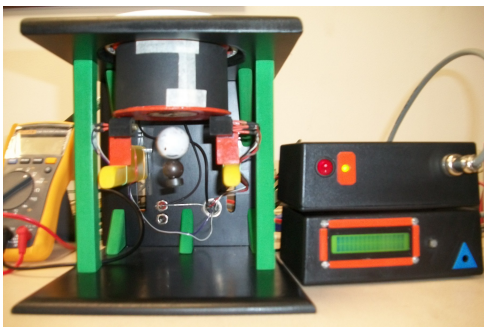

Figura 6.6: Configuración de objetos que levitan (2)

Figura 6.7: Configuración de objetos que levitan (3)

teniendo éxito en las zonas lineales de la curva del sensor, en concordancia con lo esperado teóricamente. También fue perturbado el campo magnético del solenoide al acercar imanes potentes (de neodimio). Se observó que estos modificaban las líneas de campo y con ello la levitación, sin embargo, los objetos seguían levitando, siempre y cuando no se acercara demasiado el imán. Modificaciones de las condiciones de operación aparecen luego de cierto tiempo de encendido del sistema. Aproximadamente 20 minutos después de operación del sistema de levitación, la resistencia aumenta de 7Ω a 8Ω, con esto la corriente y voltaje de equilibrio cambian. Sin embargo, se observó que el controlador era capaz de mantener constante la posición de levitación, si bien, esto implicaba una corriente y voltaje de equilibrio distinta a la del modelo diseñado. También se varió el voltaje de polarización del MOSFET. Con la variación de este parámetro se pudo levitar objetos de mayor masa sin la necesidad de emplear imanes para reforzar el campo magnético (antes requerido). Adicionalmente, variando lentamente el voltaje de polarización del MOSFET se pudo controlar la oscilación del sistema.

Conclusiones y perspectivas

A continuación se describirán las conclusiones del trabajo:

- Se diseñó un sistema de levitación magnética de un grado de libertad desarrollando todos los subsistemas (soporte mecánico, etapa de sensado, etapa de control y etapa de potencia) con recursos obtenidos en el medio local, lo cual ilustra lo que potencialmente se podría lograr a nivel local contando con los recursos tanto financieros como humanos suficientes para el desarrollo de proyectos más complejos y que tengan impacto a nivel industrial, económico y social.

- El modelo matemático logró predecir las constantes del controlador PID para obtener la levitación en el prototipo real. La evaluación de las constantes más óptimas se hizo en su mayor parte por simulación y al encontrar valores que cumplían con los requerimientos de diseño se implementó el controlador en la planta real. En general se requirieron pocos intentos de sintonización con constantes en el prototipo real (menos de 10), esto favorecido en gran medida por la disponibilidad de un modelo y la opción de observar la respuesta transitoria del sistema ante diferentes constantes por simulación. Se destaca entonces la obtención de un modelo matemático que describe en buena medida el proceso real en las regiones lineales elegidas.

- Se empleó un enfoque multidisciplinario, diseñando el sistema en todos los niveles: físico, matemático, electrónico, mecánico, de control y de software. Durante la implementación real se hizo evidente la necesidad de integrar todos los conceptos procedentes de cada disciplina y darle un peso al desarrollo de cada componente, hecho en el que se reconoce la necesidad de comprender todos

los temas con un nivel de profundidad razonable. Por ejemplo, en la realidad se encontró que muchos de los supuestos teóricos no se cumplían al 100 %. Así, de acuerdo con el conocimiento de cada disciplina y el entendimiento de la importancia de ese parámetro (no representado a la perfección en la realidad) en el sistema, se decidía mejorarlo o dejarlo tal cual, teniendo en cuenta también otros factores como el económico (compra de más componentes) o el tiempo (aumento de la complejidad y la necesidad de mayor depuración).

- Es una buena práctica el diseño de productos y sistemas siguiendo metodologías de diseño, pues da un derrotero para el diseño adecuado del producto/sistema. Entre las conclusiones más importantes obtenidas en este apartado está que el material del soporte y todo componente cercano al electroimán (a excepción del que levita) no ha de tener una respuesta magnética apreciable. Entre estos se consideraron el acrílico, madera y aluminio. Otro aspecto considerado fue la modularidad, importante para la reparación/mantenimiento de componentes o cambiarlos en caso de daño. Aspectos ergonómicos como el espacio para ubicar el objeto de levitación, o los colores también se consideraron.

- Dentro del aspecto electrónico del sistema de levitación el desarrollo de un buen sistema de sensado y un buen sistema de potencia fue fundamental. En ambos aspectos se encontraron problemas electrónicos, no solo asociado a cada componente, sino también a la interacción entre ellos. En concreto para el buen sensado fue necesario el empleo de fuentes de energía estables, con ruidos de menos de 20 mV de amplitud. En el sistema de potencia se empleó un optoacoplador para la convensión de una señal cuadrada de 5 V a 12 V (necesaria para polarizar adecuadamente el MOSFET). El optoacoplador también cumplió la función de aislar ambos sistemas.

- El control PID resultó ser un control robusto en la plataforma real de levitación. Experimentalmente se variaron muchos parámetros del sistema como la masa, la geometría, la resistencia del solenoide, el voltaje de polarización del MOSFET, la posición de levitación, y se introdujeron ruidos al sistema, como un campo magnético adicional (con un imán de neodimio), o luz adicional. Bajo variaciones moderadas de estos factores el controlador respondió adecua-

damente estabilizando el objeto en la posición de levitación.

Trabajos futuros

Dado un primer desarrollo de un sistema de levitación son muchas las mejoras que se le pueden hacer al sistema. Dentro del marco de la teoría de control se pueden implementar controladores no lineales, control por redes neuronales, o emplear lógica difusa para ajustar de manera automática las constantes de un PID que permitan la mejor respuesta del sistema, entre otros métodos. Todo esto para comprobar su utilidad real en un sistema tan altamente no lineal e inestable como el que se trabajó en la tesis.

A nivel de ingeniería se puede mezclar el concepto de levitador magnético de un grado de libertad con el concepto motor lineal. De la unión de estos dos se puede desarrollar un levitador magnético de dos o tres dimensiones, pudiendo aplicarse a sistemas de transporte. En principio, mediante el empleo de guías magnéticas (para evitar el movimiento de vaivén observado cuando el objeto no se ubica exactamente en la posición de referencia) y sensores adicionales de flujo electromagnético y acelerómetros se podría planear un proyecto con futuro, pues el principio básico ya fue implementado y se demostró con éxito su viabilidad en el presente trabajo.

Apéndice A

Hojas de datos de los dispositivos electrónicos utilizados

Debido a la gran cantidad de dispositivos electrónicos claves usados en el proyecto, aquí se hace una lista de los enlaces web en los cuales es posible acceder a la información de cada dispositivo electrónico importante.

- Hoja de datos 18F2550

  http://ww1.microchip.com/downloads/en/DeviceDoc/39632b.pdf

  Visitado el 27/10/2010

- Hoja de datos IRFZ44N

  http://www.irf.com/product-info/datasheets/data/irfz44n.pdf

  Visitado el 27/10/2010

- Hoja de datos emisor infrarrojo OP293

  http://www.jameco.com/Jameco/Products/ProdDS/1872151.pdf

  Visitado el 27/10/2010

- Hoja de datos fototransistor OP593

  http://www.datasheetcatalog.org/datasheets2/48/481840_1.pdf

  Visitado el 27/10/2010

- Optoacoplador para aislamiento de control y potencia MCT6

  http://www.datasheetcatalog.org/datasheet/fairchild/MCT6.pdf

  Visitado el 27/10/2010

- Amplificador operacional LF350 usado en el sistema de sensado

  http://www.datasheetcatalog.org/datasheet/fairchild/LF353.pdf

  Visitado el 27/10/2010

- Diodo ubicado en paralelo con el solenoide

  http://www.datasheetcatalog.org/datasheet/fairchild/1N4004.pdf

  Visitado el 27/10/2010

Apéndice B

Adquisición de datos y software

En este apéndice se anexan muchos de los programas empleados en el diseño y construcción del sistema de levitación magnética.

B.1. Código en C del microcontrolador

```
// Autor: Juan  David Rios
// TESIS DE GRADO
//SISTEMA DE LEVITACION MAGNETICA
//****************************************


#include <18F2550.h> // Registros internos.
#device adc=10
#use delay(clock=48000000) // Frecuencia: 48 Mhz.#
#fuses HSPLL,MCLR,NOWDT,NOPROTECT,NOLVP,NODEBUG,USBDIV,
PLL5,CPUDIV1,VREGEN,NOPBADEN

#BYTE TRISC = 0xF94
#BYTE PORTC = 0xF82

#include <lcd.c> //Se incluye la libreria que maneja


void main()
```

```
20
21 {
22 int16 valor;     //Valor recibio del sensor entero de 16 bits
23 int16 control;   //Variable para ciclo util de la se al PWM
24
25 float a,b,c;     //Constantes del controlador PID
26 float x0;     // Objeto del control
27 float et,xt,it,dt,pt,ut,it0,et0;
28
29 float max,min; //Valores de saturacion para que el
30 controlador no exceda lo permitido
31
32 min=0;
33 max=4800;
34
35 it0=0;    //Contribucion integral inicial nula
36 et0=0;    //Contribucion derivativa inicial nula
37
38 a=0.7;
39 b=0.002552; //Constantes del controlador
40 c=31.348;
41
42 x0= 300.0; //Set point de posicion dado en mV
43
44 TRISC=0;
45 setup_timer_2(t2_div_by_16,255,1);
46 setup_ccp1(ccp_pwm);
47
48 setup_adc_ports(AN0);
49 setup_adc(ADC_CLOCK_INTERNAL);
50
51 lcd_init();
52
53 printf(lcd_putc, "Magnetic System");
54 lcd_gotoxy(1,2);
55 printf(lcd_putc, "Levitation ON");
56
57 while(1)
58 {
```

```
59
60 set_adc_channel(0);
61 delay_us(40); //Tiempo necesario para la adquisicion
62 y retencion de la se al de posici n
63
64 valor=read_adc();
65 xt=4950.0*valor/1023.0;
66 et=x0-xt;    //Calculo del error en mV
67
68 pt=a*et;  //Termino proporcional
69 it=b*et+it0;    //Termino integral
70 dt=c*(et-et0);    //Termino derivativo
71
72 if(it>max)
73  {it=max;}
74 else
75 { if (it<min)
76 {it=min;}
77 }
78
79 // 1)ut=3725.08 para 0.3V
80 ut= 3725.08+pt+it+dt;
81
82 if(ut>max)
83  {ut=max;}
84 else
85 { if (ut<min)
86 {ut=min;}
87 }
88
89 control= ut*(1023.0/4950.0);
90 set_pwm1_duty(control);
91 it0=it;
92 et0=et;
93 delay_us(960);
94
95 }
96 }
```

B.2. Cálculo de los polos y las constantes que estabilizan el sistema

```
%Este programa calcula las raices de la ecuacin
%caracteristica del sistema de levitacion magnetica
%para la posicion de levitacion

m=1;
kp=[0:0.01:3];
kd=[0:0.02:1.2];
ki=[0:0.01:2.5];

for i=1:length(ki)
    for j=1:length(kp)
        for n=1:length(kd)
    q=[1 98.1767671808 -1532.308508+1.817180059*(10^6)*kd(n)
    -1.504272026*(10^5)+1.817180059*(10^6)*kp(j) 1.817180059
    *(10^6)*ki(i)];
   s=roots(q);
   if max(real(s))<-8,
   t(m,1)=kp(j);
   t(m,2)=kd(n);
   t(m,3)=ki(i);
   t(m,4:7)=s;
   m=m+1
   end
        end
    end
end
r=t;

plot(real(t(:,4:7)),imag(t(:,4:7)),'x'),grid
xlabel('Eje real'),ylabel('Eje imaginario')
```

Este programa fue hecho en Matlab.

B.3. Programa para la linealización de la ecuación no lineal

```
%Aqui se han empleado directamente los valores
%particulares del sistema de levitacion real

function [A,B,C,D]= linealizacion(x01,x02,x03,u0)

syms x1 x2 x3 u;
%Se definen cada una de las ecuaciones de estado

x1p = x2;
x2p= 9.764 - (0.00002385365425/(0.016267))*((x3^2)
/(x1+0.001463235294)^2);
x3p= u/0.0713-(7/0.0713)*x3;
y1= x1;

%A continuacion se calcula el jacobiano, sacando las
%derivadas parciales para cada variable de estado y cada
%ecuacion de estado

f11=inline(diff(x1p,x1));
A(1,1)= f11(x01);
f12=inline(diff(x1p,x2));
A(1,2)= f12(x01);
f13=inline(diff(x1p,x3));
A(1,3)= f13(x01);

f21=inline(diff(x2p,x1));
A(2,1)=f21(x01,x03);
f22=inline(diff(x2p,x2));
A(2,2)=f22(x01);
f23=inline(diff(x2p,x3));
A(2,3)=f23(x01,x03);

f31=inline(diff(x3p,x1));
A(3,1)=f31(x01);
```

```
f32=inline(diff(x3p,x2));
A(3,2)=f32(x01);
f33=inline(diff(x3p,x3));
A(3,3)=f33(x03);

%Se calcula la matriz B para un valor de entrada fijo
f1=inline(diff(x1p,u));
B(1,1)=f1(u0);
f2=inline(diff(x2p,u));
B(2,1)=f2(u0);
f3=inline(diff(x3p,u));
B(3,1)=f3(12);

%Se calcula la matriz C

g11=inline(diff(y1,x1));
C(1,1)=g11(x01);
g12=inline(diff(y1,x2));
C(1,2)=g12(x01);
g13=inline(diff(y1,x3));
C(1,3)=g13(x01);
```

Código de Matlab.

B.4. Programa para la graficación de la región de estabilidad

```
%Regin de estabilidad 3D para el sistema de control
%del levitador magnetico

[kp,ki]=meshgrid(0:0.05:5,0:0.05:4);
kd =(0.0002*(-1.392149372*(10^10)*kp+1.681734444*(10^11)
*(kp.^2)+8.92023872*(10^8)*ki))./(-2.73353313*(10^8)
+3.302143369*(10^9)*kp);

surf(kp,ki,kd), hold on
ks=kp/98.17671813;
```

```
surf(kp,ki,ks)
```

Código de Matlab.

B.5. Programa para la escritura de los polos y constantes en un archivo .txt

```
%funcion escribir_raices
%funcion que escribe parcialmente los resultados en txt
%Escribe el arreglo puntos que contiene las coordenadas
%de los puntos


function escribir_raices(t,nombre_archivo_txt)

[npuntos,col]=size(t);          %numero de puntos
t(:,8:11)=imag(t(:,4:7));
t(:,4:7)=real(t(:,4:7));
file=fopen(nombre_archivo_txt,'w');

fprintf(file,"# Raices de la ecuacion caracteristica para
valores de kp,ki,kd \n");
fprintf(file,"Sistema de levitacion magnetica");
fprintf(file,"ASCII\n");
fprintf(file,"Maglev Team\n");

%Escribir los puntos
fprintf(file,"Puntos totales %d \n\n",npuntos);

fprintf(file,"\n kp kd ki R(r1)+I(r1) R(r2)+I(r2) R(r3)+I(r3)
R(r4)+I(r4) \n ");

for i=1:npuntos
    fprintf(file,"(%d) %4.2f %4.2f %4.2f  %4.2f+%4.2fi
    %4.2f+%4.2fi  %4.2f+%4.2fi  %4.2f+%4.2fi \n",i,
    t(i,1:3),t(i,4),t(i,8),t(i,5),t(i,9),t(i,6),t(i,10),
    t(i,7),t(i,11));
```

```
end

fclose(file);
```

Código de Matlab.

Bibliografía

[1] Abusleme A. and Cipriano A. Experiencia de levitación magnética de bajo costo para laboratorio de control automático. Technical report, Pontificia Universidad Católica de Chile, 2001.

[2] Hurley W., G. Electromagnetic design of a magnetic suspension system. *IEEE Transactions on education*, 40:30–35, 1997.

[3] Palmieri D. and M. Pucci. Contrucción de un sistema de levitación magnética para laboratorio controlado por pc en tiempo real. Technical report, Universidad Nacional de Quilmes, 2004.

[4] Peijnenburg A., Vermeulen J., and Eijk J., van. Magnetic levitation systems compared to conventional bearing systems. *Microelectronic Engineering ELSEVIER*, 83:1372–1375, 2006.

[5] Clark T., Kondoleon A., Thompson M., and Thornton R. Shaftless, magnetically levitated flywheel energy storage system. Technical report, Aerospace flywheel workshop, 1998.

[6] Weilert M. A., Whitaker D. L., Maris H. J., and Seidel G. M. Magnetic levitation of helium liquid. *Low temperature physics*, 106:50–58, 1997.

[7] Khamesee B., Kato N., and Nakamura T. Performance improvement of a magnetically levitated microrobot using an adaptive control. *Proceeding of the international conference on MEMS, NANO and Smart systems*, 23:46–52, 2003.

[8] Kang D. and Chung W. Integrated monitoring scheme for a maglev guideway

using multiplexed fbg sensor arrays. *NDT&E International ELSEVIER*, 42: 260–266, 2009.

[9] Perren G. Estudio de las aplicaciones prácticas de la levitación magnética. Technical report, n,n, 2003. 2003, Tech. Report.

[10] Sun L., Zhao K., and Kou B. An electromagnetic launcher with magnetic levitation realized based on vector control. *IEEE transactions on magnetics*, 45: 467–470, 2009.

[11] Samiappan C., Mirnateghi N., and Paden B. Maglev apparatus for power minimization and control of artificial hearts. *IEEE transaction on control system technology*, 16:13–18, 2008.

[12] Li-mei W., Fu-ying J., and Chun-fang L. Sliding mode control of cnc electromagnetic levitation system based on feedback linearization. In *Chinese control and decision conference*, 2009.

[13] Berkelman P. and Dzadovsky M. Extending the motion ranges of magnetic levitation for haptic interaction. In *Third joint eurohaptics conference and symposium on haptic interfaces*, 2009.

[14] SHIAO Ying-shing. Design and implementation of a controller for a magnetic levitation system. *Proc. Natl. Sci. Conc. ROC(D)*, 11:88–94, 2001.

[15] An S., Ma Y., and Cao Z. Applying simple adaptative control to magnetic levitation system. In *IEEE CS Second international conference on intelligent computation technology and automation*, 2009.

[16] QIU H., CAO G., Pan J., and LIN L. The development of magnetic levitation ball control system based on tms320f2812. In *3rd International conference on power electronics systems and applications*, 2009.

[17] Ma J., Fan W., and He F. Parameters self-adjusting fuzzy pid control in magnetic levitation system. IEEE, 2008.

[18] Huachun W. and Yefa H. Study on fuzzy control algorithm for magnetic levitated platform. In *International conference on measuring technology and mechatronics automation*, 2009.

[19] Lilienkamnp katie and Lundberg K. Low-cost magnetic levitation project kits for teaching feedback system design. In *American control conference*, 2004.

[20] Shafayet Hossain. Design of a robust controller for a magnetic levitation system. Wichita State University, 2007.

[21] G. Michel A., Lempel and Carbajales R. Levitador magnético. Technical report, Universidad de buenos aires, 2004.

[22] Campos R., Lopes R., Milhan A., Harrop R., and Della B. Predictive control of a magnetic levitation system with explicit treatment of operational constraints. *ABCM Symposium series in mechatronics*, 2:1–8, 2006.

[23] Guillermo E., Larriva J., and Trelles J. Control de un levitador magnético. Technical report, Ecuador, 2003.

[24] Espinosa U., Aceves A., Vega A., and Carbajal C. Sistema de levitación magnética controlado con lógica difusa. Technical report, ITESM Campus Estado de México, 2003.

[25] Paul Javier Campos Hernandez. Construccion y control de un levitador magnetico. Master's thesis, Instituto politecnico nacional, 2008.

[26] Gengis Kanhg Toledo Ramirez. Diseño, contrucción y control de una plataforma de levitación magnética. Master's thesis, Centro de investigación y de estudios avanzados del instituto politécnico nacional, 2002.

[27] Panuncio Cruz Francisco. Control de un sistema de levitación magnética con compensación de redes neuronales. Master's thesis, Centro de investigación y de estudios avanzados del instituto politécnico nacional, 2009.

[28] Namerikawa T. and Fujita M. H control system design of the magnetic suspension system considering initial state uncertanties. *IEEJ Trans. EIS*, 123: 1094–1100, 2003.

[29] Yang Z., Kunitoshi K., and Kanae S. Adapative robust output-feedback control of a magnetic levitation system by k-filter approach. *IEEE transactions on industrial electronics*, 55:390–399, 2008.

[30] Trisant A., Yasser M., Lu J., and Yahagi T. Implementation of a fuzzy pid controller using neural network on the magnetic levitation system. In *International symposium on intelligent signal processing and comunication systems*, 2006.

[31] Margaret Glavin. State space control of a magnetic suspension system. Master's thesis, National university of Ireland, 2005.

[32] Nataraj P. and Patil M. Robust control design for nonlinear magnetic levitation system using quantitative feedback theory (qft). Technical report, Indian Institute of technology Bombay, Mumbay india, 2008.

[33] Banerjee S., Bhaduri R., and Prasad D. A practical study on the dynamic performance of a controller for an electromagnetic levitation system. In *2nd IEEE International conference on power and energy*, 2008.

[34] Baranowski J. and Piatek P. Nonlinear dynamical feedback for motion control of magnetic levitation system. In *International power electronics and motion control conference*, 2008.

[35] Lee T., Su J., and Yu K. Implementation of the state feedback control scheme for a magnetic levitation system. In *Second IEEE conference on insdustrial electronics and applications*, 2007.

[36] Yu G. and Huang Y. T-s fuzzy control of a magnetic levitation systems using qea. In *Fourth International Conference on innovative computing, information and control*, 2009.

[37] Dragos C., Preitl S., Precup R., Pozna C., and Tar J. Takagi-sugeno fuzzy controller for a magnetic levitation system laboratory equipment. In *IEEE international joint conferences on computational cybernetics and technical informatics*, 2010.

[38] Aliasghary M., Aliyari M., Jalilvand A., and Teshnehlab M. Magnetic levitation control based-on neural network and feeback error learning approach. In *Second IEEE International Conference on power and energy*, 2008.

[39] Levitación magnética, alternativa para el transporte de pasajeros. Universidad Distrital Francisco Jose de Caldas. Disponible en: http://gemini.udistrital.edu.co/comunidad/grupos/maglev/Index.htm.

[40] Rafael López Laverde. Historia del electromagnetismo. Disponible en: http://www.juntadeandalucia.es/averroes/ 29009272/1999/articulos/articulo1.PDF, visitado el 23/08/10.

[41] Marcelo Alonso and Finn Edward J. *Fundamental University Physics*. Addison-Wesley Publishing Company, 1976.

[42] Alcaide J. and Artacho M. *Diseño de productos: Métodos y técnicas*. Editorial Alfaomega, 2004.

[43] Fizgerald A., Charles K., and Stephen D. *Electric Machinery*. McGrawHill, 2003.

[44] Hurley W., G. Pwm control of a magnetic suspension system. *IEEE Transactions on education*, 47:165–173, 2004.

[45] Dorf R. and Bishop R. *Sistemas de control moderno*. PEARSON - Prentice Hall, 2005.