

Multiplicador del Gasto público productivo en Colombia: un análisis a partir
de las metodologías S-VAR y modelos de equilibrio general dinámicos.

Isaac Hurtado Rivera

Trabajo de grado para optar al título de magíster en economía

Asesor: Alejandro Torres García, PhD.

UNIVERSIDAD EAFIT
ESCUELA DE ECONOMÍA Y FINANZAS
MAESTRÍA EN ECONOMÍA
MEDELLÍN

2020

Resumen

Usando un SVAR y un modelo de equilibrio general dinámico, se estima el impacto del gasto público productivo en el PIB, consumo, empleo e inversión privada en Colombia. Los resultados que se obtienen a partir de ambas metodologías sugieren que el multiplicador de la inversión pública es menor a la unidad, tal y como lo predice la teoría neoclásica, aunque difieren en magnitud debido a diferentes supuestos en el modelo teórico y a características estructurales de la economía colombiana.

Clasificación JEL: E13, C62, E62.

Palabras claves: Multiplicador fiscal, DSGE, SVAR, Política macroeconómica.

Abstract

Using a SVAR and dynamic general equilibrium model, it is calculated the impact of the productive public spending in GDP, consumption, employment and private investment in Colombia. The results obtained from both methodologies suggest that the public investment multiplier is smaller than unity, as predicts neoclassical theory, but differs in magnitude due to the different assumptions on theoretical model and structural characteristics of Colombian economy.

JEL classification: E13, C62, E62.

Key Words: Fiscal Multiplier, DSGE, SVAR, Macroeconomic policy.

1. INTRODUCCIÓN	4
2. EL GASTO PÚBLICO Y EL MULTIPLICADOR DEL GASTO: VISIONES TEÓRICAS Y RESULTADOS	6
a) Visiones teóricas sobre el papel y efecto de la política fiscal	6
b) Mediciones alternativas del multiplicador de gasto público	8
3. EL GASTO PÚBLICO PRODUCTIVO EN UN CONTEXTO DE EQUILIBRIO GENERAL	15
a) Calibración	20
b) Resultados	22
4. UNA ESTIMACIÓN DEL MULTIPLICADOR DEL GASTO PÚBLICO A PARTIR DE UN MODELO SVAR	24
ANEXOS	30

Figuras

Figura 1: Choque de inversión pública. DSGE	23
Figura 2: Choque de inversión pública. SVAR	26
Figura 3: PIB real trimestral desestacionalizado	33
Figura 4: Consumo real trimestral desestacionalizado	34
Figura 5: Ocupados trimestral desestacionalizado	34
Figura 6: Horas trimestrales por trabajador	35
Figura 7: Inversión privada real desestacionalizada	35
Figura 8: Inversión pública real desestacionalizada	36

Tablas

Tabla 1: Multiplicadores fiscales para economías desarrolladas.	11
Tabla 2: Multiplicadores en economías en desarrollo	14
Tabla 3: Parámetros del DSGE.	21
Tabla 4: Valores de Estados Estable	22
Tabla 5: Relaciones de largo plazo. Ratios trimestrales	22
Tabla 6: Regresión de la ecuación 30	32
Tabla 7: Selección de rezagos VAR	36

Tabla 8: Test LM para Autocorrelación
Tabla 9: Prueba Portmanteau (Q)

37
37

Multiplicador del Gasto público productivo en Colombia: un análisis a partir de las metodologías S-VAR y modelos de equilibrio general dinámicos¹

1. Introducción

El gobierno es un actor que tiene gran influencia sobre la actividad económica a lo largo del ciclo de cualquier economía, ya que afecta tanto las variables reales y nominales por medio de sus políticas de ingreso y gasto, lo que justifica un estudio cuidadoso y fundamentado tanto de su comportamiento como de la manera en la que estas decisiones afectan a los demás agentes de la economía (Rincón et al., 2014; Restrepo & Rincón, 2006).

Los efectos en los cambios de la política fiscal han sido estudiados desde los economistas clásicos como Francois Quesnay en “La Tableau Economique”, quien concluye que un impuesto a la clase productiva hace que la producción se contraiga. En la actualidad, sin embargo, las teorías sobre las consecuencias del gasto público en el desempeño económico se pueden agrupar en dos grandes ramas, encontrado a su vez ligeras variantes dentro de ellas mismas, pero manteniendo la misma esencia (Mustea, 2015).

Por un lado, la teoría keynesiana, propone una visión basada en la demanda, donde la política fiscal debe ser contracíclica para suavizar las fluctuaciones del producto, de manera que el crecimiento de la economía no se desvíe de su nivel potencial. Así, si el gobierno aumenta su gasto, en un entorno de deflación y desempleo, reactiva la economía al impulsar la demanda agregada. Mas aún, el efecto sobre la producción será mayor al gasto público debido a la retroalimentación entre el mayor gasto, la mayor producción, y el mayor ingreso a los hogares. Es decir, el multiplicador del gasto, definido como el aumento en el ingreso dado un aumento de una unidad adicional de gasto público, es mayor a 1.

Por otro lado, la teoría neoclásica, basada en el principio de la Equivalencia Ricardiana, considera que el gasto público tiene un efecto expulsión en el consumo, ya que las familias anticiparán un aumento en los impuestos en el presente o en el futuro. Desde esta perspectiva, la política fiscal debería permanecer acíclica o neutral a lo largo del ciclo, evitado las distorsiones asociadas a dicha política, y reconociendo la posibilidad de que las economías puedan “autoestabilizarse” a través de ajustes en precios y cantidades en los mercados. Siendo así, cualquier efecto positivo de la política fiscal es transitorio y por lo tanto multiplicador fiscal debería ser menor a 1 (Mustea, 2015; Arias et al., 2019)

A estas diferencias teóricas se suma que, empíricamente, la literatura está lejos de llegar a un consenso sobre el tamaño de los multiplicadores del gasto. Mientras algunos trabajos obtienen valores menores a 1 del multiplicador del gasto, e incluso negativos, como los de Mountford y Uhlig (2009) y Blanchard & Perotti (1999) para Estados Unidos, Boiciuc (2015)

¹ Se agradecen los comentarios y sugerencias de Carlos Esteban Posada, Alfredo Villca y Santiago Fiallo

para Rumania, Backus et al. (1994) para países de la OCDE y Botero et al. (2013) y Restrepo y Rincón (2006) para Colombia; otros encuentran valores sustancialmente mayores a la unidad, como Perotti (2004) para Estados Unidos, (De Castro, 2007) para España, Fornero et al. (2019) para Chile y Lozano y Rodríguez (2009) para Colombia.

Ahora bien, en la mayoría de estos trabajos se han centrado en comprender el efecto del gasto improductivo, es decir, aquel que sólo afecta la demanda agregada, dejando de lado la posibilidad de que el gasto público sea “productivo” o que afecte la oferta agregada al considerarse como un factor de producción adicional, que, de hecho, puede ser en algunas ocasiones incluso más alto que el de consumo (Ilzetzki et al, 2013; Puig, 2014). Este vacío es especialmente cierto en el caso colombiano, donde este análisis tiene la dificultad adicional de no contar con una serie lo suficientemente amplia en el tiempo de inversión gubernamental.

Para aportar a este debate, el objetivo de este trabajo es estimar el multiplicador del gasto público productivo en Colombia. Para esto, se utilizaron dos métodos alternativos: un modelo DSGE que incorpora explícitamente un choque a la inversión pública y permite comprender, no sólo cuantitativa sino cualitativamente, los efectos teóricos esperados de este tipo de gasto en el producto, y un modelo SVAR, para contrastar los resultados del modelo teórico.

Los resultados sugieren que, a diferencia de un gasto corriente, el gasto en inversión al hacer más productivos al resto de factores de producción puede tener un efecto positivo tanto en el producto y como el consumo, impulsando a su vez el empleo. Sin embargo, los multiplicadores obtenidos no son mayores a la unidad como se esperaría en la teoría neoclásica, aunque la magnitud entre los teóricos y empíricos difieren de manera importante. La principal explicación para esto radica en la existencia de fricciones y fallas de mercado que son capturadas por el modelo empírico vs el modelo teórico donde se supone un ambiente de competencia perfecta. Así, este ejercicio sugiere la importancia relativa de estas fricciones sobre la efectividad de la política fiscal en Colombia.

Incorporar de manera explícita el gasto productivo en la función de producción, no sólo permite reconocer los efectos diferenciales de la política fiscal sobre la economía, sino que además aporta a la discusión sobre la necesidad de relocalización de los recursos públicos en la economía, el tamaño adecuado del Estado, y las mejores alternativas para implementar políticas fiscales que ayuden a potenciar el crecimiento económico de largo plazo.

El trabajo se organiza de la siguiente manera. En la segunda sección, se explican las visiones teóricas sobre el papel y los efectos de la política fiscal, seguido de las metodologías utilizadas en la literatura para estimar el multiplicador del gasto. La tercera sección presenta el modelo de equilibrio general dinámico, su calibración y los resultados que este arroja. En la cuarta sección, expone el modelo empírico con sus resultados. Finalmente, se discuten los resultados de ambas metodologías y se presentan las conclusiones.

2. El gasto público y el multiplicador del gasto: visiones teóricas y resultados

La literatura sobre el gasto del gobierno ofrece una amplia gama de valores posibles del multiplicador del gasto, según el tipo de modelo utilizado, los supuestos sobre el comportamiento de los agentes, el estado de la economía que se toma en consideración, las decisiones de política económica, el tipo de gasto del gobierno, su persistencia, cómo se financia y, no menos importante, la calidad de los datos (Rincón et al., 2014; Boiciuc, 2015; Ramey, 2011; Hory, 2016).

El multiplicador del gasto se define como el efecto que un cambio exógeno en el gasto del gobierno tiene sobre el PIB. Este se puede separar en dos tipos de multiplicadores, el de impacto y el acumulado. El multiplicador de impacto es el cambio en el PIB dado un cambio en el gasto del gobierno, en el momento en el que se produce:

$$\text{Multiplicador de impacto} = \frac{\Delta Y_0}{\Delta G_0} \quad (1)$$

Mientras, el acumulado considera los efectos sobre el producto desde que se produce el impulso del gasto público hasta un periodo T . Hur (2007), lo define la sumatoria de los multiplicadores traídos a valor presente.

$$\text{Multiplicador acumulado} = \frac{\sum_{t=0}^T \Delta Y_t \cdot (1+r)^{-t}}{\sum_{t=0}^T \Delta G_t \cdot (1+r)^{-t}} \quad (2)$$

donde r es la tasa de interés real promedio de la muestra. En este caso se usa la media de la DTF real trimestral entre el 2005 y 2018.

a) Visiones teóricas sobre el papel y efecto de la política fiscal

La primera noción de multiplicador del gasto viene de la teoría keynesiana con economía cerrada, propuesta por John Maynard Keynes en la “Teoría General de la Ocupación, el Interés y el Dinero” (Mustea, 2015). Esta teoría se enmarca en un entorno donde se asume que hay exceso de capacidad económica (Carrière-Swallow et al., 2018) y en el que tanto los precios como los salarios son inflexibles en el corto plazo, es decir, que no se pueden ajustar de inmediato (Laverde, 2009). Un aumento en gasto público financiado por deuda estimula la demanda de bienes y servicios, que eleva el ingreso disponible de los hogares y su consumo. Este estímulo a su vez incrementa la tasa de interés de la economía, que tiene un efecto expulsión de la inversión, y dependerá de la velocidad del ajuste en los precios nominales. De este modo, a mayores rigideces menor desplazamiento, y por tanto, un mayor multiplicador (Puig, 2014). Así, multiplicador del gasto en la economía es mayor a 1 (Mankiw, 2013; Mustea, 2015).

Su versión de economía abierta conocida como el modelo Mundell-Fleming, incorpora tipos de cambio y una curva de balanza de pagos, cuya pendiente vendrá determinada por la magnitud de elasticidad de la inversión y la propensión marginal a importar, que afectará la salida y entrada de capitales. En el caso de un tipo de cambio fijo, un aumento en el gasto del gobierno, de igual manera, aumenta el ingreso, el consumo y la tasa de interés, mientras se disminuye la inversión y se presenta un superávit en la cuenta de capital, lo que lleva a una apreciación de la moneda. Como se está bajo un régimen de tipo de cambio fijo, no puede existir una apreciación o depreciación, por lo que la autoridad monetaria actuará aumentando los saldos monetarios reales tanto como sea necesario para poder mantener la tasa de cambio, lo que causa una disminución de la tasa de interés, y hace que las variables como la inversión y las exportaciones netas vuelvan a los niveles iniciales (Snowdon & Vane, 2005). En este escenario, entonces, la política fiscal es completamente eficaz para incrementar el producto al eliminar el efecto negativo asociado al aumento de los tipos de interés, de tal forma que el multiplicador será aun mayor al de economía cerrada.

Por el contrario, si se considera un régimen de tipo de cambio flexible, la autoridad monetaria no actuará en caso de una apreciación o devaluación de la moneda. Un incremento de la política fiscal llevará una apreciación de la tasa de cambio nominal y real que viene acompañado de mayores niveles de importaciones y/o menores de exportaciones, lo que compensará exactamente el aumento en el gasto o, se tendrá el mismo efecto, en caso de que se tenga una perfecta movilidad de capitales, por lo que el multiplicador será aproximadamente 0 (Snowdon & Vane, 2005; Puig, 2014).

Esta doctrina fue la dominante en el mundo durante gran parte del siglo pasado, hasta la crisis del petróleo de la década de 1970, momento en el que la estanflación existente demostró que la crisis estaba más asociada a situaciones de oferta que de demanda agregada, surgiendo fuertes cuestionamientos sobre la efectividad e impacto del gasto gubernamental, consignadas en gran medida en la teoría neoclásica y los resultados obtenidos a partir de los modelos de Ciclos Económicos Reales (RBC por sus siglas en inglés)

Específicamente, esta teoría al asumir la existencia de precios flexibles y competencia perfecta, concluye que el multiplicador del gasto es estrictamente menor a 1 (Mustea, 2015), ya que una política fiscal expansiva, implica un desplazamiento del consumo, pues los agentes, que optimizan en cada periodo y forman expectativas sobre lo que puede pasar en el futuro, entenderán que habrá un aumento de los impuestos, ya sea en el presente o en el futuro (Amaya, 2018), lo que genera un efecto riqueza negativo, que aumenta la oferta de trabajo y baja el salario real, junto con una reducción en la inversión dado que la tasa de interés es mayor (Boiciuc, 2015; Linnemann, 2006).

Ahora bien, este resultado extremo ha encontrado matices en diferentes variaciones del modelo convencional. Baxter y King (1992), encuentran que si el gasto del gobierno es considerado productivo y/o es valorado por agentes, tiene efectos expansivos considerables

sobre la producción, que podrían ser mayores a 1 en el largo plazo dependiendo de si es un choque transitorio o permanente, pues la tanto la demanda y la oferta de empleo se estimulan, generando un mayor nivel de salarios, consumo, inversión y precios, mientras que la tasa de cambio real se aprecia y las exportaciones netas disminuyen.

Variaciones sobre la función de utilidad genera efectos favorables igualmente en términos de política fiscal. Considerando una función de utilidad no separable, en la que el consumo y el ocio se consideran bienes sustitutos, el efecto riqueza asociado al gasto público hará que el precio del ocio disminuya lo que lleva a un aumento del consumo (Linnemann, 2006). Así mismo, al considerarse la existencia de hábitos en la función de utilidad (Deep Habits), en la que la utilidad presente de los consumidores no sólo depende del nivel de consumo, sino también de sus tasas de crecimiento, un aumento del gasto hará que tanto la demanda como la oferta de trabajo aumenten pero, asumiendo que el impacto en la demanda laboral es mayor que en la oferta, se generará un aumento en el salario que impulsará el consumo y el producto (Linnemann, 2006; Hebous, 2010).

La teoría neokeynesiana igualmente ha buscado recuperar la importancia del gasto público. Asumiendo un entorno de rigideces de precios, competencia monopolística y desempleo, un aumento del gasto público incrementa la producción, aumenta la tasa de interés, y genera efecto riqueza positivo en las familias, ya que se aumenta la demanda de trabajo, por razones como una caída en el margen de ganancia, una mayor demanda o la entrada de nuevas empresas al sector. Como el aumento de la demanda laboral es mayor que el impacto en la oferta los salarios reales son mayores, hace que el consumo crezca (Amaya, 2018).

b) Mediciones alternativas del multiplicador de gasto público

Si teóricamente no ha sido posible zanjar la discusión sobre el tamaño del multiplicador del gasto, empíricamente tampoco ha sido el caso. Mas aún, existen importantes diferencias al respecto cuando se consideran estudios de economías desarrolladas y en desarrollo. En cuanto al primer grupo, Ramey y Shapiro (1998) son los primeros en usar la metodología VAR para mirar el impacto de choques exógenos de gasto público en la economía (Hory, 2016; Ilzetzki et al, 2013). Para esto, tomaron como exógeno el gasto militar en Estados Unidos, pues según ellos, es un perfecto experimento de laboratorio ya que este tipo de gasto, en un entorno de guerra, se efectúa muy rápido, es inesperado, demanda recursos del sector privado, no daña la infraestructura y es causado por choques geopolíticos, por lo tanto, es ajeno a las variables macroeconómicas o al contexto económico. Concluyen, entre otras cosas, que el PIB incrementa en los tres años siguientes al choque, mientras que el PIB privado (consumo e inversión privada) solo lo hace los dos primeros años para luego

decrecer, dado que la inversión cae al igual que el consumo, que se ve afectado por el efecto riqueza, que lleva a un aumento en las horas trabajadas.

Por su parte, Blanchard y Perotti (1999) fueron los primeros en proponer el uso de modelos estructurales de vectores autorregresivos (SVAR), para estimar el impacto de los choques fiscales en la economía (Ilzetzki et al., 2013; Fornero et al., 2019). Este trabajo surge en respuesta al de Ramey y Shapiro (1998), ya que los argumentos para el uso del gasto militar en su trabajo, no era aplicable para todas economías, sobre todo porque en aquellos países en donde se llevaban a cabo las guerras sí se afecta la infraestructura y el capital. Los autores usan datos de frecuencia trimestral y suponen que el gasto público no responde contemporáneamente al contexto económico, sino que lo hace con un periodo de rezago. Los multiplicadores fiscales obtenidos ante un choque positivo en el gasto del gobierno se ubican entre 0,8 y 0,9 en el primer trimestre, para luego ser de 0,5 en los siguientes dos años, mientras que un choque derivado de un aumento en los impuestos tiene un efecto negativo en el producto de 0,7 aproximadamente. Así mismo, concluyen que el consumo se incrementa con un gasto fiscal y disminuye con un aumento en la carga impositiva, consistente con la teoría keynesiana, mientras que la inversión, las exportaciones y las importaciones caen.

Ramey (2011) realiza una revisión de diferentes trabajos sobre el tema para Estados Unidos, que usan modelos de equilibrio general y VAR. Menciona que (i) la efectividad de una expansión fiscal en la actividad económica depende íntimamente de su capacidad de aumentar el empleo; (ii) tanto los modelos neoclásicos y neokeynesianos, ven a las transferencias como un impuesto de suma fija, y, por lo tanto, ese tipo de gasto no debería tener efectos en el producto, si son financiados con un aumento en los impuestos en todo el país. Concluye, al revisar más de 18 estudios, que un aumento temporal del gasto financiado con deuda probablemente tendría un multiplicador entre 0,8 y 1,5, mientras que el de los impuestos esta entre -0,5 y -5,0. Sugiere además que el gasto debería ser mayor en zonas de mayor desempleo, pues el multiplicador será mayor, en línea con lo obtenido en otros trabajos como los de Hory, (2016) y Puig, (2014).

Por su parte, Mustea (2015) toma en cuenta los VAR hechos para Estados Unidos, recalca que al momento de analizar los efectos de la política fiscal es importante considerar (i) diferenciar si la política fiscal es expansiva o si es un recorte es los impuestos; (ii) si la política fiscal se debe anunciar o no, ya que la magnitud del multiplicador dependerá del efecto expulsión o incentivo en el consumo; (iii) el momento del ciclo económico donde se hace el gasto concluye que el multiplicador puede estar entre -1,8 y 2,2.

Auerbach y Gorodnichenko (2012), plantean que los multiplicadores tienen diferente magnitud durante una recesión versus una expansión, ya que, en tiempos de contracción es menos probable que haya un fuerte efecto expulsión de consumo e inversión. Así, para Estados Unidos, llegan a la conclusión de que para los tiempos de crisis el multiplicador del gasto está entre 1 y 1,5, mientras que para tiempos de expansión se ubica entre 0 y 0,5.

Auerbach y Gorodnichenko (2013), usan la misma metodología para países de la OCDE, con conclusiones consistentes con su anterior trabajo, ya que los multiplicadores son mayores en recesión. Además, extienden el análisis a otras variables macroeconómicas, concluyendo que el consumo, la inversión y el empleo se ven expulsadas ante un choque fiscal cuando la economía esta en expansión, pero incentivadas cuando se está en recesión. En cuanto a los salarios, parecen no responder en periodos de recesión, mientras que aumentan ante un incremento en el gasto gubernamental en periodos de expansión, y, por el lado de las exportaciones e importaciones, no importa el estado de la economía, su comportamiento será disminuir y aumentar respectivamente.

Auerbach & Gorodnichenko (2017), usan su modelo para Japón donde encuentran dificultades para estimar el multiplicador por factores como la longitud de los ciclos, factores poblacionales, que inducen a bajas tasas de crecimiento e inflación, además de no saberse si la autoridad monetaria está a favor o en contra de los estímulos fiscales que podrían amortiguar su impacto como lo marcan Ilzetzki et al. (2013) y Mustea (2015).

En cuanto a los modelos DSGE, Baxter y King (1992) en un contexto neoclásico, en donde el gasto del gobierno es estocástico y valorado por los hogares, se concluye que el multiplicador del gasto puede ser mayor a 1 en el corto y largo plazo. Si se considera un gasto público completamente productivo, y, si se incluye en la función de producción, los resultados del multiplicador pueden estar entre 5 y 13, para valores extremos del parámetros del capital público en la función de producción, pues aumenta la productividad marginal de los factores de producción y se presenta un crecimiento del consumo y la inversión. Concluyen, además, que el impacto de una política fiscal expansiva temporal es menor que una permanente.

Christiano y Eichenbaum (1992) resaltan la importancia de incluir el movimientos estocásticos del gobierno ya que, según ellos, mejora el desempeño empírico del modelo. Como ampliación de este punto de referencia, Backus et al., (1994) examinan que pasa en el escenario de una economía abierta, y encuentran que el multiplicador del gasto fiscal productivo esta alrededor de 0,17, ya que lleva a una caída consumo y la inversión, siendo esta última más grande, unida a una disminución de las exportaciones netas y un deterioro de los términos de intercambio. Si se junta el choque fiscal con un choque de productividad el multiplicador estará por encima de 1, debido a que el consumo y la inversión reaccionan más que el producto, por lo que se genera una entrada de capitales provocando un déficit comercial y un posterior superávit. La tabla 1 resume los diferentes resultados sobre el efecto y magnitud de los multiplicadores en el caso de países desarrollados.

Estudio	Metodología	Tipo de gasto	Multiplicador	Otros Resultados	País(es)
(Ramey & Shapiro, 1998)	VAR	Gasto militar	+	Hay un efecto expulsión del consumo y de la inversión; y un aumento de las horas trabajadas	Estados Unidos
(Blanchard & Perotti, 1999)	SVAR	Gasto en consumo y en inversión	0,8-0,9	Se incrementa el consumo, mientras caen las exportaciones, importaciones y la inversión	Estados Unidos
(Mountford & Uhlig, 2009)	VAR con restricción de signo	Gasto en consumo y en inversión	-0,74 - 0,65	Respuesta positiva del consumo	Estados Unidos
(Auerbach & Gorodnichenko, 2012)	STVAR (Smooth transition VAR)	Gasto en consumo y en inversión	Recesión:1-1,5		Estados Unidos
			Expansión: 0-0,5		
(Auerbach & Gorodnichenko, 2013)	PSTVAR (Panel Smooth transition VAR)	Gasto en consumo y en inversión	Recesión:2.3	El consumo, la inversión y el empleo se ven expulsadas ante un choque fiscal cuando la economía esta en expansión, pero incentivadas cuando se está en recesión.	OCDE
			Expansión:0 (e incluso <0)		
(Baxter & King, 1992)	DSGE	Gasto en consumo	0,8-1,37 (Gasto permanente)	Hay una caída en el consumo y un alza en la inversión.	Estados Unidos
		Gasto en inversión	1,9 ($\theta_G = 0,03$)		
(Backus et al., 1994)	DSGE con economía abierta	Gasto en consumo	0,17	Hay una caída consumo y la inversión, siendo esta última más grande	OCDE
(De Castro, 2007)	SVAR	Gasto en inversión	2.5	Hay un efecto expulsión en la inversión privada	España

Tabla 1: Multiplicadores fiscales para economías desarrolladas.

En cuanto al caso de países en desarrollo (Tabla 2), Ilzetzki et al. (2013) usando un PSVAR muestran que el multiplicador para estos difiere altamente de los países desarrollados. El multiplicador en países en desarrollo parecería ser cero e incluso negativo, resultado encontrado también por Boiciuc (2015) e Ilzetzki (2011). Esta diferencia, según los autores,

es atribuible a que el gasto público en países en desarrollo es transitorio frente a los desarrollados que poseen un gasto más persistente. Recalcan, que el tamaño del multiplicador depende de características estructurales de cada economía y de la noción que tenga la autoridad monetaria sobre este gasto, además de la dificultad de la política monetaria (y del sector privado) para predecir o conocer el comportamiento de la política fiscal.

El régimen de tipo de cambio es igualmente importante, como era de esperarse. En una economía con tipo de cambio fijo los multiplicadores son mayores a 1, pues incentiva el consumo, ya que la autoridad monetaria baja la tasa de interés en 30 puntos básicos, en promedio, un año después del choque, en tanto que en un tipo de cambio flexible es cercano a cero, pues hay un efecto expulsión en el consumo y en la inversión pues la tasa de interés incrementa en 25 puntos básicos (Ilzetzki et al., 2013).

De igual manera, países con un nivel alto de deuda pública (>60% del PIB) tendrían multiplicadores negativos ya que la política expansiva expulsa el consumo ante la necesidad del gobierno para hacer ajustes en el corto plazo con el fin mantener la sostenibilidad de la deuda (Ilzetzki et al., 2013). Así mismo, el tipo de gasto que hace el gobierno es importante, ya que el impacto del gasto en consumo es mucho menor al de inversión (Fornero et al., 2019; Puig, 2014), por lo menos para las economías en vía de desarrollo (Ilzetzki, 2011). Por último, concluyen que en la mayoría de los casos el multiplicador es pequeño y lento o menos persistente (Boiciuc, 2015), por lo que se plantea la duda del uso de la política fiscal discrecional como estabilizador de corto plazo.

Para Hory (2016), la diferencia en el multiplicador fiscal entre países desarrollados y en vía de desarrollo se debe a otras características tales como: la poca efectividad tanto de gasto y en la gestión de tributación en las economías en vía de desarrollo, derivada de debilidad institucional; la falta de flexibilidad de la oferta en los países en vía de desarrollo, esto debido a la falta de la capacidad instalada; y el desarrollo y/o acceso al sector financiero, pues de esto dependerá la posibilidad de suavización del consumo y la facilidad de inversión de los agentes, y por consecuencia la magnitud del multiplicador, idea apoyada por Amaya, (2019).

Estudios más regionales como el de Carrière-Swallow et al. (2018), para Latinoamérica y el Caribe, encuentran que la austeridad en el gasto del gobierno con fines de sostenibilidad fiscal a largo plazo reduce el producto, el consumo, el empleo y la inversión, además de que notan de que no hay diferencia para los multiplicadores para tiempos de expansión o recesión, lo que sugiere una naturaleza procíclica en el gasto fiscal y/o la existencia de sinergias entre el sector público y privado. Así mismo, detectan evidencia a favor de la hipótesis de déficits gemelos, ya que un aumento del gasto lleva a un deterioro de la cuenta corriente gracias a la apreciación de la tasa de cambio real, que es el mecanismo de ajuste para economías abiertas. Concluyen que el multiplicador del gasto está cercano a 0,9 para este conjunto de países.

Fornero et al. (2019) usando un SVAR para la economía chilena encuentran que un choque en el gasto total, consumo e inversión financiados con endeudamiento tiene un multiplicador por encima de 1, mientras el de transferencias está por debajo de ese valor, siempre acompañado por una apreciación de la tasa de cambio real. Puig (2014) realiza el ejercicio para Argentina, en el que concluye que el multiplicador para el gasto total es de alrededor de 0,18 y es muy lento para afectar la actividad económica, en tanto que el gasto en capital es mucho mayor llegando a 1,03 después de 2 años. De igual manera, halla que hay una respuesta positiva en el consumo y en la inversión, atribuible a una política fiscal procíclica, y una reacción negativa en las exportaciones.

Artículos para Colombia como el de Lozano y Rodríguez (2009), encuentran que un choque de gasto gubernamental aumenta el producto, el consumo, el empleo, la inflación y la tasa de interés. El multiplicador del gasto es de 1,12 y 1,19, en el corto y largo plazo respectivamente, aumentando el consumo y la inversión en el corto plazo para luego caer. También encuentran que el multiplicador de la inversión es mucho más potente que el del consumo, ya que incentiva la inversión privada. Además, muestran que los impuestos directos son más distorsionantes que los indirectos pues reducen la inversión. Por otro lado, Restrepo y Rincón (2006) con un SVAR y un SVEC, estiman que el multiplicador del gasto para Colombia es de 0,12, y sugieren que, para la muestra que consideran previa a la crisis de 2008, la política fiscal es procíclica.

En cuanto al uso de modelos DSGE, Botero et al. (2013), considera el efecto que tiene una política fiscal expansiva sujeta a la sostenibilidad de las finanzas públicas en una pequeña economía abierta, encontrando que el multiplicador del gasto está entre 0,35 y 0,4. Mientras que Rincón et al. (2014) en el modelo FISCO enmarcado en la visión neokeynesiana, encuentran un multiplicador de impacto del gasto en inversión entre 0,4 y 0,5, con un efecto positivo sobre la inversión privada.

Finalmente, González et al. (2014) modelando un entorno neokeynesiano con agentes no ricardianos, choques petroleros y reglas fiscales, encuentran un multiplicador de 0.9. Al contrastar estos resultados con un modelo VAR, obtienen un multiplicador del gasto entre 0,7 y 1,8, resultado atribuible, según los autores, a la existencia de los agentes no ricardianos, que en Colombia parecen ser mayoría. Entre otros resultados, concluyen que el choque fiscal expulsa la inversión por el aumento de la tasa de interés, hay evidencia a favor de la hipótesis de déficits gemelos, ya que la tasa de cambio real se aprecia y hay un deterioro de la cuenta corriente; y que la mejor regla fiscal es tener un fondo de estabilización, que ahorre en buenos tiempos y gaste en malos momentos, además de que es la que genera más bienestar y es amigable con la política monetaria.

Estudio	Metodología	Tipo de gasto	Multiplicador	Otros Resultados	País(es)
(Boiciuc, 2015)	SVAR	Gasto en consumo	0,1-0,12		Rumania
(Carrière-Swallow et al., 2018)	PSVAR	Gasto total	0,9	Evidencia a favor de la hipótesis de déficits gemelos	Latinoamérica y el Caribe
(Fornero et al., 2019)	SVAR	Gasto en consumo	1,49	Una apreciación de la tasa de cambio real	Chile
		Gasto en inversión	1,65		
(Puig, 2014)	SVAR	Gasto en consumo	0,18	Respuesta positiva en el consumo y en la inversión	Argentina
		Gasto en inversión	1,03		
(Lozano & Rodríguez, 2009)	SVAR	Gasto en consumo y en inversión	1,12-1,19	Aumenta el consumo y la inversión en el corto plazo para luego caer	Colombia
(Restrepo & Rincón, 2006)	SVAR y SVEC	Gasto en consumo y en inversión	0,12		Colombia
(Botero et al., 2013)	DSGE (RBC)	Gasto en consumo	0,35- 0,4		Colombia
(Rincón et al., 2014)	DSGE (Nekeynesiano)	Gasto en inversión	0,4-0,5	Efecto positivo sobre la inversión privada	Colombia
(González et al., 2014)	DSGE (Nekeynesiano) y VAR	Gasto en consumo	DSGE:0,9	El choque fiscal expulsa la inversión por el aumento de la tasa de interés	Colombia
			VAR:0.7-1,8		

Tabla 2: Multiplicadores en economías en desarrollo

3. El gasto público productivo en un contexto de equilibrio general

Con el fin de comprender los mecanismos mediante los cuales un choque de gasto público productivo afecta el nivel de producto y cuantificar el tamaño del multiplicador teórico para Colombia, se desarrolla un modelo DSGE para una economía cerrada con planeador central. La ventaja de usar este tipo de modelos frente al uso de la econometría tradicional es que estos últimos se quedan cortos a la hora de evaluar cambios en políticas o en el entorno económico ya que se valen de información histórica, por lo que los DSGE son más versátiles a la hora de adaptarse a nuevos entornos sin la necesidad de conocer la historia de las variables (Arango, 2009).

Sin embargo, una de las desventajas para el cálculo de multiplicadores fiscales por esta vía, según Ramey (2011), es que los multiplicadores fiscales podrían ser mayores a los obtenidos a partir de estos modelos, ya que estos asumen que la economía parte de un estado estable en donde se utilizan todos los factores de producción, y no de una posible situación en la que eso no ocurre, por lo cual el gasto fiscal sería más beneficioso para la economía.

En concreto, se considera una función de utilidad aditivamente separable en el consumo y ocio:

$$U_t = \ln C_t + \theta \ln(1 - n_t) \quad (3)$$

Por otro lado, la función de producción es de tipo Cobb-Douglas, tal como lo presentan trabajos de Baxter y King (1992) y Aschauer (1989). Esta función presenta tres factores productivos: capital privado (K_t), capital público (G_t) y horas totales de trabajo (n_t); con rendimientos constantes a escala y con progreso aumentativo de trabajo (X_t):

$$Y_t = A_t K_t^\alpha G_t^\gamma (X_t n_t)^{1-\alpha-\gamma} \quad (4)$$

Donde A_t , es el factor tecnológico que sigue un proceso autoregresivo de orden 1:

$$\ln(A_t) = \rho_A \ln(A_{t-1}) + \varepsilon_{t+1}^A, \text{ con } \varepsilon_{t+1}^A \sim N(0, \sigma_A^2) \quad (5)$$

La incorporación del capital público en la función de producción genera una diferencia frente a los demás trabajos que consideran únicamente el gasto corriente, pues según Aschauer (1989), de esta manera se debería tener un impacto mucho más grande en el producto al afectar positivamente la productividad marginal de los otros factores de producción, estimulando la inversión privada y el consumo, diferente al efecto expulsión radical de un gasto en consumo.

La identidad macroeconómica (eq. 6) solamente contempla consumo, inversión privada y pública, es decir, el gobierno solo participa en la actividad económica de manera productiva

proveyendo capital. La inversión privada evolución conforme a la ecuación (7), donde se asume además la existencia de costos de ajuste de capital.

$$Y_t = C_t + I_t + Ig_t \quad (6)$$

$$K_{t+1} = I_t + (1 - \delta)K_t - \frac{\phi \cdot X_t}{2} (k_{t+1} - k_t)^2 \quad (7)$$

Con el fin de poder determinar los efectos de un aumento inesperado de la inversión pública, se incorpora un choque a la ley de acumulación de capital pública con ajuste de capital. Siguiendo a Greenwood et al. (1988):

$$G_{t+1} = Ig_t(1 + f_t) + (1 - \delta)G_t - \frac{\phi \cdot X_t}{2} (g_{t+1} - g_t)^2 \quad (8)$$

Donde f_t , es un choque a la inversión pública que sigue un proceso autoregresivo de orden 1:

$$\ln(f_t) = \rho_f \ln(f_{t-1}) + \varepsilon_{t+1}^f, \text{ con } \varepsilon_{t+1}^f \sim N(0, \sigma_f^2) \quad (9)$$

Es fácil notar que si se reemplaza G_{t+1} en la función de producción justamente en $t + 1$, el choque estocástico f_t funciona como un salto en la productividad marginal del capital público producido en t que se hace visible en $t + 1$, que, a su vez, termina elevando el producto (Greenwood et al., 1988).

Con esta estructura, el planeador central debe maximizar:

$$E_t \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t [\ln C_t + \theta \ln(1 - n_t)]$$

Sujeto a:

$$Y_t = C_t + I_t + Ig_t$$

$$K_{t+1} = I_t + (1 - \delta)K_t - \frac{\phi \cdot X_t}{2} (k_{t+1} - k_t)^2$$

$$G_{t+1} = I_t(1 + f_t) + (1 - \delta)G_t - \frac{\phi \cdot X_t}{2} (g_{t+1} - g_t)^2$$

$$Y_t = A_t K_t^\alpha G_t^\gamma (X_t n_t)^{1-\alpha-\gamma}$$

Dado que X_t crece de manera determinística es necesario normalizar las variables del modelo para hacerlo estacionario, excepto n_t . Para lo cual, definimos las siguientes variables como unidades eficientes:

$$y_t = \frac{Y_t}{X_t}; c_t = \frac{C_t}{X_t}; i_t = \frac{I_t}{X_t}; ig_t = \frac{I g_t}{X_t}; k_t = \frac{K_t}{X_t}; g_t = \frac{g_t}{X_t}$$

Primero, agregamos la restricción de recursos. Para ello, las ecuaciones (4), (7) y (8) reemplazamos en (5). El resultados es:

$$\begin{aligned} & A_t K_t^\alpha G_t^\gamma (X_t n_t)^{1-\alpha-\gamma} \\ &= C_t + K_{t+1} - (1 - \delta)K_t + \frac{\phi \cdot X_t}{2} (k_{t+1} - k_t)^2 + \frac{G_{t+1}}{(1 + f_t)} - \frac{(1 - \delta)G_t}{(1 + f_t)} \\ &+ \frac{\phi \cdot X_t \cdot (g_{t+1} - g_t)^2}{2 \cdot (1 + f_t)} \end{aligned}$$

Dividiendo por X_t , y definiendo $\frac{X_{t+1}}{X_t} = 1 + x_t = \gamma_x$ entonces la restricción presupuestal puede escribirse como:

$$\begin{aligned} & A_t k_t^\alpha g_t^\gamma n_t^{1-\alpha-\gamma} \\ &= c_t + \gamma_x k_{t+1} - (1 - \delta)k_t + \frac{\phi}{2} (k_{t+1} - k_t)^2 + \gamma_x \frac{g_{t+1}}{(1 + f_t)} \\ &- (1 - \delta) \frac{g_t}{(1 + f_t)} + \frac{\phi \cdot (g_{t+1} - g_t)^2}{2 \cdot (1 + f_t)} \end{aligned}$$

De igual manera con la función de utilidad,

$$\begin{aligned} & E_t \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t [\ln(c_t X_t) + \theta \ln(1 - n_t)] \\ & E_t \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t [\ln(c_t) + \ln(X_t) + \theta \ln(1 - n_t)] \end{aligned}$$

Se puede usar el hecho que $X_t = \gamma_x^t$, suponiendo que $X_0 = 1$. En consecuencia,

$$E_t \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t [\ln(c_t) + \theta \ln(1 - n_t) + \ln(\gamma_x^t)]$$

El problema queda entonces expresado como:

$$\max E_t \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t [\ln(c_t) + \theta \ln(1 - n_t) + \ln(\gamma_x^t)]$$

Sujeto a,

$$\begin{aligned}
& A_t k_t^\alpha g_t^\gamma n_t^{1-\alpha-\gamma} \\
& = c_t + \gamma_x k_{t+1} + \frac{\phi}{2} (k_{t+1} - k_t)^2 - (1 - \delta) k_t + \gamma_x \frac{g_{t+1}}{(1 + f_t)} \\
& - (1 - \delta) \frac{g_t}{(1 + f_t)} + \frac{\phi (g_{t+1} - g_t)^2}{2(1 + f_t)}
\end{aligned}$$

Las condiciones de equilibrio respecto a c_t , n_t , k_{t+1} , g_{t+1} , respectivamente, son:

$$\frac{1}{c_t} = \lambda_t \quad (10)$$

$$\frac{\theta}{1-n_t} = \lambda_t (1 - \alpha - \gamma) A_t k_t^\alpha g_t^\gamma n_t^{-\alpha-\gamma} \quad (11)$$

$$\lambda_t [\gamma_x + \phi (k_{t+1} - k_t)] = \beta \lambda_{t+1} [\alpha A_{t+1} k_{t+1}^{\alpha-1} g_{t+1}^\gamma n_{t+1}^{1-\alpha-\gamma} + (1 - \delta) + \phi (k_{t+2} - k_{t+1})] \quad (12)$$

$$\lambda_t \left[\frac{\gamma_x}{(1+f_t)} + \phi \frac{(g_{t+1}-g_t)}{(1+f_t)} \right] = \beta \lambda_{t+1} \left[\gamma A_{t+1} k_{t+1}^\alpha g_{t+1}^{\gamma-1} n_{t+1}^{1-\alpha-\gamma} + \frac{(1-\delta)}{(1+f_{t+1})} + \frac{\phi(g_{t+2}-g_{t+1})}{(1+f_{t+1})} \right] \quad (13)$$

Reemplazando (10) en (11), obtenemos:

$$\frac{c_t}{1-n_t} = (1 - \alpha - \gamma) \frac{A_t k_t^\alpha g_t^\gamma n_t^{1-\alpha-\gamma}}{n_t} \cdot \frac{1}{\theta} \quad (14)$$

La disyuntiva entre consumo y ocio depende productividad marginal del trabajo y de la preferencia por el ocio, así, cuanto mayor es la productividad marginal del trabajo (la preferencia por el ocio) habrá mayor (menor) consumo. Nótese que el gasto público, al afectar la productividad marginal del trabajo, afecta el trade-off entre consumo y ocio.

Por otro lado, el cambio en la decisión entre consumo presente y futuro va a depender de la evolución de productividad marginal neta de los capitales y del costo del ajuste del capital. Por lo tanto, a un mayor costo de ajuste de capital o una mayor productividad marginal neta del capital implicará un mayor incentivo al ahorro lo que hace que el consumo presente sea menor. Para el caso del capital privado, reemplazando (10) en t y $t + 1$, en (12):

$$\frac{c_{t+1}}{c_t} = \frac{\beta}{\gamma_x + \phi (k_{t+1} - k_t)} [\alpha A_{t+1} k_{t+1}^{\alpha-1} g_{t+1}^\gamma n_{t+1}^{1-\alpha-\gamma} + (1 - \delta) + \phi (k_{t+2} - k_{t+1})]$$

Usando el hecho de que $\alpha A_{t+1} k_{t+1}^{\alpha-1} g_{t+1}^\gamma n_{t+1}^{1-\alpha-\gamma} - \delta = r_{t+1,k}$, es decir la productividad marginal neta del capital, se obtiene:

$$\frac{c_{t+1}}{c_t} = \frac{\beta}{\gamma_x + \phi (k_{t+1} - k_t)} [1 + r_{t+1,k} + \phi (k_{t+2} - k_{t+1})] \quad (15)$$

Nuevamente, el gasto público afecta la decisión de consumo y ahorro al modificar la productividad marginal del capital.

De manera análoga para el caso del capital público (13),

$$\frac{c_{t+1}}{c_t(1+f_t)} = \frac{\beta}{\gamma_x + \phi(g_{t+1} - g_t)} \left[\gamma A_{t+1} k_{t+1}^\alpha g_{t+1}^{\gamma-1} n_{t+1}^{1-\alpha-\gamma} + \frac{(1-\delta)}{(1+f_{t+1})} + \frac{\phi(g_{t+2} - g_{t+1})}{(1+f_{t+1})} \right]$$

Multiplicando por $(1+f_{t+1})$ a ambos lados, y usando nuevamente el hecho de que $\gamma A_{t+1} k_{t+1}^\alpha g_{t+1}^{\gamma-1} n_{t+1}^{1-\alpha-\gamma} - \delta = r_{t+1,g}$

$$\frac{c_{t+1}}{c_t} = \frac{\beta}{\gamma_x + \phi(g_{t+1} - g_t)} \left[1 + r_{t+1,g} + f_{t+1} \cdot \gamma A_{t+1} k_{t+1}^\alpha g_{t+1}^{\gamma-1} n_{t+1}^{1-\alpha-\gamma} + \phi(g_{t+2} - g_{t+1}) \right] \cdot \frac{(1+f_t)}{(1+f_{t+1})}$$

Y si $r_{t+1,g} + f_{t+1} \cdot \gamma A_{t+1} k_{t+1}^\alpha g_{t+1}^{\gamma-1} n_{t+1}^{1-\alpha-\gamma} = R_{t+1,g}$,

$$\frac{c_{t+1}}{c_t} = \frac{(1+f_t)}{(1+f_{t+1})} \cdot \frac{\beta}{\gamma_x + \phi(g_{t+1} - g_t)} \left[1 + R_{t+1,g} + \phi(g_{t+2} - g_{t+1}) \right] \quad (16)$$

Ahora igualando (12) y (13),

$$\frac{(1+f_{t+1})}{\gamma_x + \phi(k_{t+1} - k_t)} \cdot \left[\alpha A_{t+1} k_{t+1}^{\alpha-1} g_{t+1}^\gamma n_{t+1}^{1-\alpha-\gamma} + 1 - \delta + \phi(k_{t+2} - k_{t+1}) \right] = \frac{(1+f_t)}{\gamma_x + \phi(g_{t+1} - g_t)} \left[\gamma A_{t+1} k_{t+1}^\alpha g_{t+1}^{\gamma-1} n_{t+1}^{1-\alpha-\gamma} \cdot (1+f_{t+1}) + 1 - \delta + \phi(g_{t+2} - g_{t+1}) \right] \quad (17)$$

Esta igualdad muestra que la elección óptima de cada capital en cada periodo se dará en el punto en el que sus productividades marginales sean iguales corregidos por sus costos de capital, teniendo en cuenta los posibles choques de inversión pública.

Llevando a estado estable se llega a que,

$$\frac{g_{ss}}{k_{ss}} = \frac{\gamma}{\alpha} \quad (18)$$

Es decir, la relación de largo plazo entre el capital privado y público va a depender del ratio de sus elasticidades. El planeador central va a elegir combinaciones de capital hasta que sus productividades marginales se igualen, ante una tasa de depreciación idéntica para ambos capitales. Por lo tanto, un aumento inesperado de inversión pública que genere acumulación del stock de capital público traerá consigo una caída en el acervo de capital e inversión privada inicialmente, pues son recursos que el planeador central deja de asignar a un sector para asignarlos en otro. Sin embargo, en la convergencia hacia el estado estable, en donde se debe respetar la relación de largo plazo, debe haber un incremento en el stock de capital e

inversión privada, ya que gracias a que el acervo de capital del gobierno hace que el capital privado sea más productivo, hay una mayor demanda de factores productivos privados.

Ahora, incorporando (11) en t y $t + 1$, a (12) y (13) se llega a,

$$\frac{(1-n_{t+1})}{(1-n_t)} = \frac{\beta}{\gamma_x + \phi(k_{t+1} - k_t)} \left[1 + r_{t+1,k} + \phi(k_{t+2} - k_{t+1}) \right] \cdot \frac{\frac{(1-\alpha-\gamma)A_t k_t^\alpha g_t^\gamma n_t^{1-\alpha-\gamma}}{n_t}}{\frac{(1-\alpha-\gamma)A_{t+1} k_{t+1}^\alpha g_{t+1}^\gamma n_{t+1}^{1-\alpha-\gamma}}{n_{t+1}}} \quad (19)$$

$$\frac{(1-n_{t+1})}{(1-n_t)} = \frac{(1+f_t)}{(1+f_{t+1})} \cdot \frac{\beta}{\gamma_x + \phi(g_{t+1} - g_t)} \left[1 + R_{t+1,g} + \phi(g_{t+2} - g_{t+1}) \right] \cdot \frac{\frac{(1-\alpha-\gamma)A_t k_t^\alpha g_t^\gamma n_t^{1-\alpha-\gamma}}{n_t}}{\frac{(1-\alpha-\gamma)A_{t+1} k_{t+1}^\alpha g_{t+1}^\gamma n_{t+1}^{1-\alpha-\gamma}}{n_{t+1}}} \quad (20)$$

Las ecuaciones (19) y (20) dictan que la elección entre ocio presente u ocio futuro dependerá de la ecuación de Euler y de la relación entre las productividades marginales presente y futura, así a mayor productividad marginal del trabajo en $t + 1$ o productividad marginal neta del capital, hará que se disminuya tanto el ocio como el consumo presente, mientras aumenta el empleo, pues habrá mayor costo de oportunidad que incentiva a los agentes a trabajar. En el caso del capital público, el choque de inversión del gobierno hace que la productividad marginal del trabajo sea mayor pues cada unidad de trabajo interactúa con más unidades de capital.

a) Calibración

La tabla 3 presenta los valores de los parámetros usados en el modelo DSGE. El ponderador del ocio en la función de producción θ , fue calibrado para que los agentes trabajaran el 33% del tiempo disponible; γ_x y β , representan la tasa de crecimiento del progreso tecnico aumentativo de trabajo y el factor de descuento, respectivamente, fueron graduados para que fueran consistentes con los datos observados.

Por su parte ϕ es el costo de ajuste de capital, que es el promedio de las desviaciones estándar del logaritmo de las inversiones, siguiendo a Mendoza (1991). ρ_f es el parametro de persistencia del choque de inversión pública, se obtuvo con la estimación de un AR(1) de las desviaciones del filtro de Hodrick y Prescott de la inversión pública. σ_f es la magnitud del choque de inversión pública que para hacerlo comparable con el modelo empirico se le impuso un valor de 0,01. Por último, α y γ , son los parámetros de la función de producción y su estimación se presenta a continuación, al igual que el valor de la depreciación δ .

Parámetros	Valor numérico
α	0,2856
γ	0,0564
β	0,9895
θ	1,9
δ	0,01089
γ_x	1,0075
ρ_f	0,7514
σ_f	0,01
ϕ	0,27

Tabla 3: Parámetros del DSGE.

Uno de los problemas con la calibración está asociada con la estimación de los parámetros de la función Cobb-Douglas, ya que se requieren ambos tipos de capital por separado. Para esto primero obtuvieron las series de inversión pública y privada de las cuentas económicas integradas del DANE bases 2005 y 2015. Se empalmaron los datos y se trimestralizaron usando el método Chow-Lin maxlog, junto con las horas por trabajador (Figura 6). Por último, se deflactaron empleando el índice de precios de la inversión total y el promedio de esta y el índice de costos a la construcción pesada del DANE para la inversión privada (Figura 7) y pública (Figura 8) respectivamente.

Para el capital inicial, se calculó el ratio PIB/capital total calculado con los datos de la Penn World Table 9.1, para así usar la misma proporción con los datos de las cuentas nacionales. Con el capital total para el primer periodo, se encuentra el capital privado y público inicial ponderando por la participación que tiene cada inversión en la total. Después, se usa la ley de acumulación de capital usando una tasa de depreciación 4,43% anual o de 0,01089% trimestral (δ) para ambos capitales, pensando en que la suma de los capitales debe ser igual al total².

Para la estimación de los parámetros de la Cobb-Douglas, no se pueden incluir los dos capitales al mismo tiempo dado que son una combinación lineal lo cual es un problema de multicolinealidad. Para resolver esta dificultad, se propone entonces considerar que el capital total es su vez una Cobb-Douglas, con rendimientos constantes a escala que se compone de capital privado y público:

² Ampliación en el anexo

$$K_{total,t} = K_t^{1-\pi} G_t^\pi \quad (21)$$

$$K_{total,t}^\eta = (K_t^{1-\pi} G_t^\pi)^\eta \quad (22)$$

Donde π y $1 - \pi$ son la participación promedio que tiene cada capital en el total para el periodo considerado, siendo 16,5% y 83,5% respectivamente. Aplicando logaritmos, incorporando la forma funcional de A_t y corrigiendo autocorrelación de primer orden como lo sugiere Aschauer (1989), se estima³:

$$\ln Y_t = c + \zeta t + \eta[(1 - \pi) \cdot \ln K_t + \pi \cdot \ln G_t] + (1 - \eta) \cdot \ln N_t + u_t + \vartheta \cdot u_{t-1} \quad (30)$$

Así, los parámetros α y γ son 0,2856 y 0,0564 respectivamente⁴.

b) Resultados

Los resultados en el estado estable y las relaciones de largo plazo son:

Variable		Estado Estable
Producto	y_ss	0,96
Inversión Privada	i_ss	0,174
Inversión Pública	ig_ss	0,034
Horas de Trabajo	n_ss	0,33
Consumo	c_ss	0,656
Capital Privado	k_ss	9,43
Capital Público	g_ss	1,86
Precio Sombra	lambda_ss	1,52
Choque de Inversión Pública	f	1

Tabla 4: Valores de Estados Estable

Ratio	Datos	Modelo
Consumo/PIB	68,22%	68,25%
Inversión Privada/PIB	18,43%	18,07%
Inversión Pública/PIB	3,25%	3,57%
Capital Privado/PIB	9,82	9,82
Capital Público/PIB	1,94	1,94
Capital Público/Capital Privado	19,71%	19,74%

Tabla 5: Relaciones de largo plazo. Ratios trimestrales

³ Ampliación en el anexo

⁴ Tabla 6

Tal como se muestra en la tabla 5, los ratios son empíricos y arroja el modelo teórico. La calibración logra replicar los datos con gran precisión en todos los casos, excepto en las inversiones y esto se puede deber a que en la realidad pueden tener tasa de depreciación diferentes o a que se usó deflactor más grande de lo que debería ser.

Ante un choque de inversión pública en una economía cerrada con planeador central, (Figura 1), se elevan la cantidad de horas trabajadas pues se prevé un costo de oportunidad del ocio más alto en el futuro tal como lo muestra la ecuación (18), junto con una caída en el consumo en el presente ya que se encarece en términos de consumo futuro, por el aumento en la productividad marginal del capital privado. Paso seguido, hay un segundo aumento en el empleo ya que la acumulación de capital público hace más productivo el factor trabajo, momento en el que el consumo se ubica por encima de su estado estable, pues la compensación futura por el sacrificio del consumo presente debe ser mayor para que existan incentivos al ahorro, resultado similar al de Baxter y King (1992).

Como se esperaba, el choque de inversión pública causa un efecto expulsión de la inversión privada, ya que el planeador central dedica más recursos a la formación de capital público que privado comparado con su relación de largo plazo. En su trayectoria hacia el estado estable, tanto la inversión como el capital privado crecen por encima de este, por que, al igual que pasa con el empleo, el capital público hace más productivo al capital privado, lo que incentiva la inversión privada.

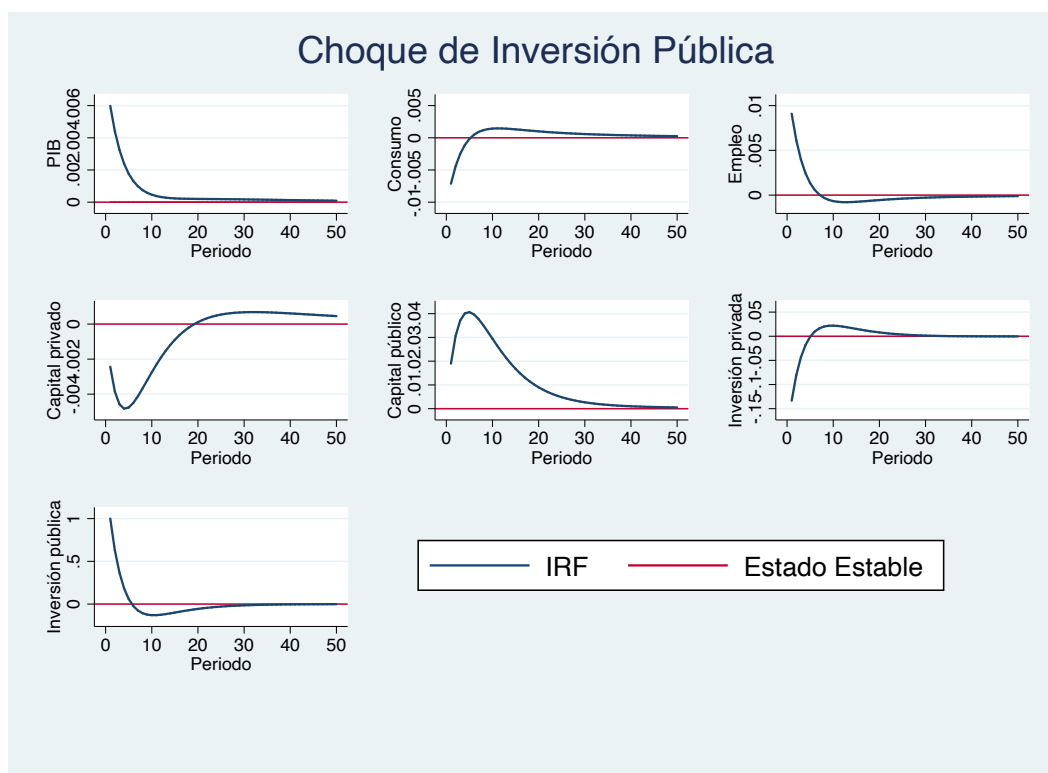


Figura 1: Choque de inversión pública. DSGE

Para el cálculo de los multiplicadores se parte de los IRFs del PIB y de la inversión pública, se normalizan buscando que el choque de inversión pública sea igual a 1 en el periodo 0 y posteriormente se multiplica el vector resultante por el ratio $\frac{PIB}{Ig}$, que según los datos, es 30,7. De esta manera, el multiplicador de impacto es de 0,18 y el acumulado es 0,5 para el primer año.

4. Una estimación del multiplicador del gasto público a partir de un modelo SVAR

La representación de un VAR es:

$$A_0 x_t = A(L)x_{t-1} + B e_t \quad (31)$$

Donde A_0 es la matriz de efectos contemporáneos entre las variables incluidas que se encuentran en el vector x_t , que en este caso son inversión pública, producto interno bruto (PIB), empleo, consumo e inversión privada; $A(L)$ corresponde a la matriz de rezagos, B es la matriz que recoge las relaciones lineales entre los choques estructurales y los de la forma reducida; y e_t es el vector de choques estructurales que no están correlacionados entre si y están idéntica y normalmente distribuidos ($E(e_t) = 0, E(e_t e_t') = \Sigma_{e_t}, E(e_t e_s') = 0$ para $s \neq t$).

Para pasar a un SVAR, se multiplica (31) por la inversa de la matriz A_0 (A_0^{-1}):

$$x_t = C(L)x_t + \mu_t \quad (32)$$

Donde $C(L) = A_0^{-1} * A(L)$ y $\mu_t = A_0^{-1} * B e_t$. μ_t es vector de choques en su forma reducida con las mismas características de e_t , pero permite relaciones contemporáneas. Así, la relación entre los vectores de choques o innovaciones es:

$$A_0 \mu_t = B e_t \quad (33)$$

Para un modelo VAR recursivo, como el que se estimará, se necesita que la matriz A_0 sea triangular inferior, la matriz B sea una matriz identidad y la matriz de varianzas y covarianzas (Σ_{e_t}) debe ser diagonal. Para ello, es necesario imponer restricciones asumiendo que no todos los choques estructurales afectan contemporáneamente a las variables lo que es una ventaja del uso de los SVAR frente a su forma reducida, ya que se reflejan relaciones que son mucho más cercanas a la teoría económica y es más efectivo en identificar choques no anticipados (Ilzetzki, 2011; Ilzetzki et al., 2013).

Una ventaja de la forma reducida frente a la metodología de Blanchard y Perotti (1999) es que no se asignan parámetros de manera exógena, ya que para un SVAR de 5 variables se

impondrían 9 parámetros para poder alcanzar la identificación. De igual manera, estos son modelos que no imponen supuestos muy fuertes o restrictivos sobre el comportamiento de los agentes como lo puede hacer un DSGE, sin embargo, la calidad de los datos, las variables incluidas y su orden en la matriz A_0 afectan el resultado final (Boiciuc, 2015).

Tal y como se acaba de mencionar, las restricciones sobre A_0 deben ser hechas a la luz de la teoría económica, por lo que el orden de las variables será: inversión pública, PIB, empleo, consumo e inversión privada:

- La inversión pública no se verá afectada por ningún choque estructural.
- El producto solo se verá afectada por los choques de inversión pública.
- Un aumento en el producto vendría acompañado por una mayor utilización de empleo⁵ por lo que esta variable viene debajo del PIB.
- Las decisiones de consumo responderán contemporáneamente a choques de inversión pública, PIB y empleo.
- La inversión privada será la variable más endógena de todas.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -a_{yIgt} & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -a_{nIgt} & -a_{ny} & 1 & 0 & 0 \\ -a_{cIgt} & -a_{cy} & -a_{cn} & 1 & 0 \\ -a_{IpIgt} & -a_{Ipy} & -a_{Ipn} & -a_{Ipc} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mu_{Igt} \\ \mu_{yt} \\ \mu_{nt} \\ \mu_{ct} \\ \mu_{Ipt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_{Igt} \\ e_{yt} \\ e_{nt} \\ e_{ct} \\ e_{Ipt} \end{bmatrix} \quad (34)$$

Se consideran datos de frecuencia trimestral entre 2005 y 2018. Las variables de PIB (Figura 3)⁶ y consumo (Figura 4) se obtienen de las cuentas nacionales reales desestacionalizadas proporcionadas por el DANE; el empleo (Figura 5) se obtiene de forma desestacionalizada de la gran encuesta integrada de hogares (GEIH) del DANE y las horas por trabajador de la Penn World Table 9.1.

Para hacer comparable los resultados con el DSGE, las variables se expresan como desviaciones logarítmicas de su tendencia usando el filtro de Hodrick y Prescott. Inicialmente se estima un VAR con las 5 variables y sin constante siguiendo a Fornero et al. (2019), ya que la media de las variables es 0. Se eligen 3 rezagos siguiendo los criterios FPE y HQIC, (Tabla 7) que sugieren ausencia tanto de autocorrelación (Tabla 8) como de efectos ARCH (Tabla 9), propiedades que va a heredar el SVAR.

Teniendo una adecuada especificación, se procede a estimar el SVAR y sus impulso respuesta con intervalos de confianza del 68% de confianza como lo hace (Blanchard & Perotti, 1999). Un gasto del gobierno productivo estimula el producto (Figura 2), que en este

⁵ Los resultados son robustos al uso de las horas totales.

⁶ Figuras en el anexo

caso, es significativo en el primer periodo para luego no serlo, hasta los periodos comprendidos entre el 10 y el 13, conforme con trabajos como el de Ilzetzki et al. (2013) y Boiciuc (2015) para economías emergentes, en donde el efecto del gasto público es lento. A diferencia de un gasto público no productivo, el incremento en el empleo es causado de un aumento en la demanda laboral, lo que trae como consecuencia un aumento significativo para el primer periodo en el consumo, efecto similar a lo que reporta De Castro (2007). Finalmente, la respuesta en la inversión privada no es concluyente, ya que no es estadísticamente diferente de cero en ningún periodo a excepción del periodo 10 en donde es ligeramente positivo, por lo que no hay evidencia de la existencia de sinergias o un efecto expulsión de la inversión privada, conclusión similar a la de Lopez (2020).

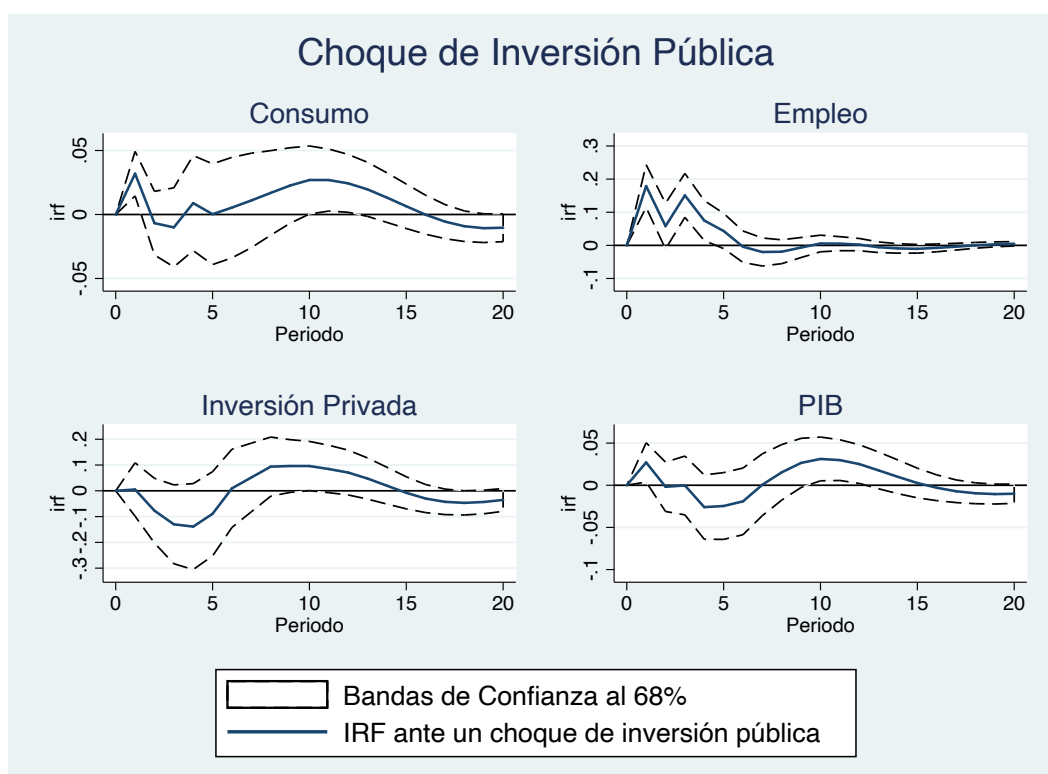


Figura 2: Choque de inversión pública. SVAR

El cálculo de los multiplicadores del SVAR, se basará en Lopez (2020). De igual manera, teniendo las IRFs del PIB y de la inversión pública, se normalizan y se multiplica el vector resultante del producto por el ratio $\frac{PIB}{I_g}$. Como resultado, el multiplicador de impacto es de 0,83 y el multiplicador acumulado es cercano a 0 para el primer año

5. Conclusiones

En este trabajo se usaron las metodologías de SVAR y DSGE para calcular el multiplicador del gasto público productivo en Colombia, se encuentra que los multiplicadores de impacto son 0,83 y 0,18 respectivamente, diferencia atribuida a la existencia de rigideces en la economía colombiana, que difieren de los supuestos de la teoría neoclásica. La ventaja de incluir el gobierno como agente que provee capital es que genera una dinámica diferente que cuando se considera un simple ente que excluye de recursos al sector privado, sino que puede llegar a generar un efecto positivo en ellos.

Hay múltiples razones por las que los multiplicadores son sustancialmente diferente. Inicialmente la noción de un multiplicador fiscal nace de la teoría keynesiana, en donde hay un contexto de rigideces en los mercados y oferta con capacidad ociosa, que difieren de los supuestos de un modelo neoclásico, con competencia perfecta y precios flexibles, que permite que los mercados se ajusten de inmediato a cambios en el entorno económico. La importancia de esta diferencia radica en que a mayores rigideces de precios, el efecto expulsión inversión será menor, por lo tanto, el multiplicador será mayor; y que como lo menciona Ramey (2011) el éxito de un gasto gubernamental radica en la facilidad con la que genera empleo, por lo que si el mercado laboral que presenta rigideces derivadas de salarios por encima del de equilibrio o regulaciones que impiden la contratación tendrán un efecto negativo sobre el impacto del gasto del gobierno en la actividad económica. Así mismo, la capacidad ociosa es un supuesto que puede inflar el multiplicador pues, puede que en realidad es muy militada o no existe, como en los modelos neoclásicos y como dice Hory (2016) para los países emergentes.

Otra posible causa de la diferencia entre los multiplicadores teóricos y empíricos es la no diferenciación de la fase del ciclo en el modelo de equilibrio general dinámico, ya que si la economía está por debajo de su nivel potencial el gasto fiscal tendría mayor impacto en la economía como lo encuentran Ramey (2011) y Auerbach y Gorodnichenko (2012).

Por último, el supuesto de economía cerrada en el modelo teórico es un factor que debería aumentar el impacto del gasto público en la economía. Si se toma en cuenta el criterio de Ilzetki et al. (2013) de economía cerrada, donde la suma de importaciones y exportaciones representan menos del 60% del PIB, se puede concluir que el supuesto de economía cerrada no es muy alejado de la realidad económica de Colombia, pues según datos del banco mundial, para el periodo considerado, la media de lo que representa el comercio internacional en el PIB se encuentra por debajo del 40% (Figura 3), lo que termina agrandando el multiplicador.

Este ejercicio sirve como punto de comparación para futuros trabajos ya tengan otros supuestos como precios pegajosos o economía abierta, que puedan hacer que el multiplicador aumente o sea mas pequeño. Para próximas investigaciones seria interesante revisar la

robustez de los resultados en el mismo entorno neoclásico pero considerando las variaciones de función de utilidad no separable o persistencia de hábitos y examinar que pasa cuando el gasto y/o el capital público entra en la función de utilidad.

Referencias

- Amaya, P. (2018). Una aproximación a los multiplicadores del gasto público en El Salvador.
- Arango, M. (2009). Una caja de herramientas para incluir la política fiscal en los modelos de DSGE. *Ecós de Economía*(29), 61-95.
- Arias, F., Bejarano, J., González, A., Granger, C., Hamann, F., Hernández, Y., . . . Zárte, H. (2019). *La política fiscal y la estabilización macroeconómica en Colombia*. Banco de la República.
- Aschauer, D. (1989). Is Public Expenditure Productive? *Journal of monetary economics*, 23(2), 177-200.
- Auerbach, A., & Gorodnichenko, Y. (2012). Measuring the Output Responses to Fiscal Policy. *American Economic Journal: Economic Policy*, 1-27.
- Auerbach, A., & Gorodnichenko, Y. (2017). Fiscal multipliers in Japan. *Research in Economics*.
- Auerbach, A., & Gorodnichenko, Y. (Junio de 2013). Fiscal Multipliers in Recession and Expansion. 63-98.
- Backus, D., Kehoe, P., & Kydland, F. (Marzo de 1994). Dynamics of the Trade Balance and the Terms of Trade: The J-Curve? *The American Economic Review*, 84(1), 84-103.
- Baxter, M., & King, R. (1992). Fiscal Policy in General Equilibrium. *The American Economic Review*, 83(3), 315-334.
- Blanchard, O., & Perotti, R. (1999). An empirical characterization of the dynamic effects of changes in government spending and taxes on output. *NBER WORKING PAPER SERIES*.
- Boiciuc, I. (2015). The effects of fiscal policy shocks in Romania. A SVAR Approach. *Emerging Markets Queries in Finance and Business*, 1131-1139.
- Botero, J., Franco, H., Hurtado, A., & Mesa, M. (Febrero de 2013). Choques exógenos y política fiscal en un modelo de equilibrio general dinámico estocástico (DSGE): una aplicación para una economía emergente. *Revista de Economía del Rosario*, 16(1), 1-24.
- Carrière-Swallow, Y., David, A., & Leigh, D. (2018). The Macroeconomic Effects of Fiscal Consolidation in Emerging Economies: Evidence from Latin America.

- Christiano, L., & Eichenbaum, M. (Junio de 1992). Current Real-Business-Cycle Theories and Aggregate Labor-Market Fluctuations. *The American Economic Review*, 82(3), 430-450.
- De Castro, F. (2007). The macroeconomic effects of fiscal policy in Spain. *Applied Economics*, 913-924.
- Fornero, J., Guerra-Salas, J., & Pérez, C. (Abril de 2019). Multiplicadores fiscales en Chile. 22.
- González, A., López, M., Rodríguez, N., & Téllez, S. (2014). Política fiscal en una economía pequeña y abierta con un sector de petróleo y agentes no-Ricardianos. *Revista Desarrollo y Sociedad*, 33-69.
- Greenwood, J., Hercowitz, Z., & Huffman, G. (1988). *Investment, Capacity Utilization and the Real Business Cycle*.
- Hebous, S. (2010). The Effects of Discretionary Fiscal Policy on Macroeconomic Aggregates: A Reappraisal.
- Hory, M.-P. (2016). Fiscal multipliers in Emerging Market Economies: Can we learn something from Advanced Economies? *International Economics*, 59-84.
- Hur, S.-K. (2007). Measuring the Effectiveness of Fiscal Policy in Korea.
- Ilzetzki, E. (Mayo de 2011). Fiscal Policy and Debt Dynamics in Developing Countries. *Policy Research Working Paper*.
- Ilzetzki, E., Mendoza, E., & Végh, C. (2013). How big (small?) are fiscal multipliers? *Journal of Monetary Economics*, 239-254.
- Laverde, H. (30 de Septiembre de 2009). Efectos reales de la política fiscal en Colombia: 1990-2007. *Finanzas y Política Económica*, 1(2), 91-108.
- Linnemann, L. (2006). The Effect of Government Spending on Private Consumption: A Puzzle? *Journal of Money, Credit and Banking*, 38(7), 1715-1735.
- Lopez, M. (2020). Fiscal Multipliers and Balance Sheet Effects in a Small Open Economy. *Revista de Economía del Rosario*, 23(2), 1-42.
- Lozano, I., & Rodríguez, K. (2009). Assessing the Macroeconomic Effects of Fiscal Policy in Colombia.
- Mankiw, G. (2013). *Macroeconomía* (8 ed.). Nueva York: Worth Publishers.
- Mendoza, E. (Septiembre de 1991). Real Business Cycles in a Small Open Economy. *The American Economic Review*, 81(4), 797- 818.

- Mountford, A., & Uhlig, H. (2009). What are the effects of fiscal policy shocks? *Journal of Applied Econometrics*.
- Mustea, L. (2015). How large are fiscal multipliers in the US? *7th International Conference on Globalization and Higher Education in Economics and Business Administration, GEBA 2013*, (págs. 423-427).
- Perotti, R. (Noviembre de 2004). Estimating the effects of fiscal policy in OECD countries.
- Puig, J. P. (2014). Multiplicador del Gasto en Argentina.
- Ramey, V. (2011). Can Government Purchases Stimulate the Economy? *Journal of Economic Literature*, 673-685.
- Ramey, V., & Shapiro, M. (1998). Costly capital reallocation and the effects of government spending. *Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy* , (págs. 145-194).
- Restrepo, J., & Rincón, H. (Junio de 2006). Identifying fiscal policy shocks in Chile and Colombia.
- Rincón, H., Rodríguez, D., Toro, J., & Téllez, S. (2014). FISCO: Modelo Fiscal para Colombia. (855).
- Snowdon, B., & Vane, H. (2005). *Modern Macroeconomics: its Origins, Development and Current State*.

Anexos

Parámetros Cobb-Douglas

En las cuentas nacionales la formación bruta de capital corresponde a la sumatoria de la formación bruta de capital de las ISFLSH (instituciones sin fines de lucro que sirven a los hogares), los hogares, gobierno, sociedades financieras y sociedades no financieras, discriminación que se encuentra en las cuentas económicas integradas del DANE con el problema de que están publicadas de manera anual y a precios corrientes. Las cuentas económicas integradas tienen dos bases: 2005 y 2015, que coinciden en 3 años: 2014, 2015, 2016; por lo que fue posible que se empalmaran las series. La inversión privada se calcula como la inversión total menos la pública. Para homogeneizar la frecuencia series se optó por trimestralizar las inversiones y las horas por trabajador. Para esto, se aplica el método Chow-Lin maxlog, usando como referencia el comportamiento del PIB y de la inversión total desestacionalizada a precios corrientes en el caso de inversión privada, ya que es más del 80% de la total. En el caso de la inversión pública, se tomó en cuenta la dinámica del consumo del gobierno a precios corrientes, y para las horas por trabajador la evolución de la serie de ocupados.

A continuación, se deflactaron las series ya trimestralizadas. Para esto, la inversión privada se deflacta usando el índice de precios de la inversión total, mientras que para la inversión pública se creó un deflactor que consiste en un promedio entre el deflactor de la inversión total y el índice de costos a la construcción pesada del DANE, puesto que el gasto en capital del gobierno es más intensivo en construcción.

El principal problema a la hora de conseguir una serie de capital es determinar cual es el capital inicial. Para esto, se usó la Penn World Table 9.1 para encontrar el ratio capital/PIB, sin diferenciar entre capital público ni privado, para 2005 según sus datos, y así usar esa misma proporción en los datos de las cuentas nacionales. Con el capital total inicial para el primer periodo, se encuentra el capital privado y público del primer periodo ponderando por la participación que tiene cada inversión en la total. Después, para encontrar el capital en los siguientes periodos se usa la ley de acumulación de capital usando una tasa de depreciación 4,43% anual o de 0,01089% trimestral para ambos capitales, pensando en que la suma de los capitales debe ser igual al total.

Para la estimación de los parámetros de la Cobb-Douglas, no se pueden incluir los dos capitales al mismo tiempo dado que son una combinación lineal lo cual es un problema de multicolinealidad. Para resolver esta dificultad, se propone entonces considerar que el capital total es su vez una Cobb-Douglas, con rendimientos constantes a escala que se compone de capital privado y publico:

$$K_{total,t} = K_t^{1-\pi} G_t^\pi \quad (21)$$

$$K_{total,t}^\eta = (K_t^{1-\pi} G_t^\pi)^\eta \quad (22)$$

Donde π y $1 - \pi$ son la participación promedio que tiene cada capital en el total para el periodo considerado, siendo 16,5% y 83,5% respectivamente. Aplicando logaritmos,

$$\eta \cdot \ln(K_{total,t}) = \eta \cdot [(1 - \pi) \cdot \ln K_t + \pi \cdot \ln G_t] \quad (23)$$

Así de una Cobb-Douglas convencional,

$$Y_t = A_t \cdot K_{total,t}^\eta \cdot N_t^{1-\eta} \quad (24)$$

Sustituyendo (22) en (24),

$$Y_t = A_t \cdot (K_t^{1-\pi} G_t^\pi)^\eta \cdot N_t^{1-\eta} \quad (25)$$

Aplicando logaritmo,

$$\ln Y_t = \ln A_t + \eta \cdot \ln K_{total,t} + (1 - \eta) \cdot \ln N_t \quad (26)$$

Reemplazando (23) en (26),

$$\ln Y_t = \ln A_t + \eta \cdot [(1 - \pi) \cdot \ln K_t + \pi \cdot \ln G_t] + (1 - \eta) \cdot \ln N_t \quad (27)$$

Asumiendo la forma funcional de A_t de Aschauer (1989):

$$A_t = e^{c+\zeta t}$$

$$\ln A_t = c + \zeta t \quad (28)$$

Incorporando (28) en (27),

$$\ln Y_t = c + \zeta t + \eta \cdot [(1 - \pi) \cdot \ln K_t + \pi \cdot \ln G_t] + (1 - \eta) \cdot \ln N_t + u_t \quad (29)$$

Corrigiendo autocorrelación de primer orden, igualmente sugerido por Aschauer (1989),

$$\ln Y_t = c + \zeta t + \eta[(1 - \pi) \cdot \ln K_t + \pi \cdot \ln G_t] + (1 - \eta) \cdot \ln N_t + u_t + \vartheta \cdot u_{t-1} \quad (30)$$

$$\frac{\partial \ln Y_t}{\partial \ln G_t} = \eta \cdot (\pi) = \gamma \quad (31)$$

$$\frac{\partial \ln Y_t}{\partial \ln K_t} = \eta \cdot (1 - \pi) = \alpha \quad (32)$$

Donde γ y α son justamente los parámetros de la Cobb-Douglas.

Los resultados de la regresión son:

Variables	(1) ly
ln	0.658*** (0.0737)
lktotal	0.342*** (0.0737)
v·u	0.823*** (0.0928)
Trimestre	0.00308*** (0.000291)
Constante	-4.157*** (0.177)
Observaciones	55
Errores estandar en parentesis	
*** p<0.01, ** p<0.05, * p<0.1	

Tabla 6: Regresión de la ecuación 30. ly: logaritmo natural del PIB, ln: logaritmo natural de la horas totales trabajadas (horas trimestrales por trabajador x ocupados), lktotal: logaritmo natural del capital total (capital privado+capital público), v·u: errores rezagados.

Aplicando (31) y (32),

$$\frac{\partial \ln Y_t}{\partial \ln G_t} = 0,342 \cdot (0,165) = 0,0564$$

$$\frac{\partial \ln Y_t}{\partial \ln K_t} = 0,342 \cdot (1 - 0,165) = 0,2856$$

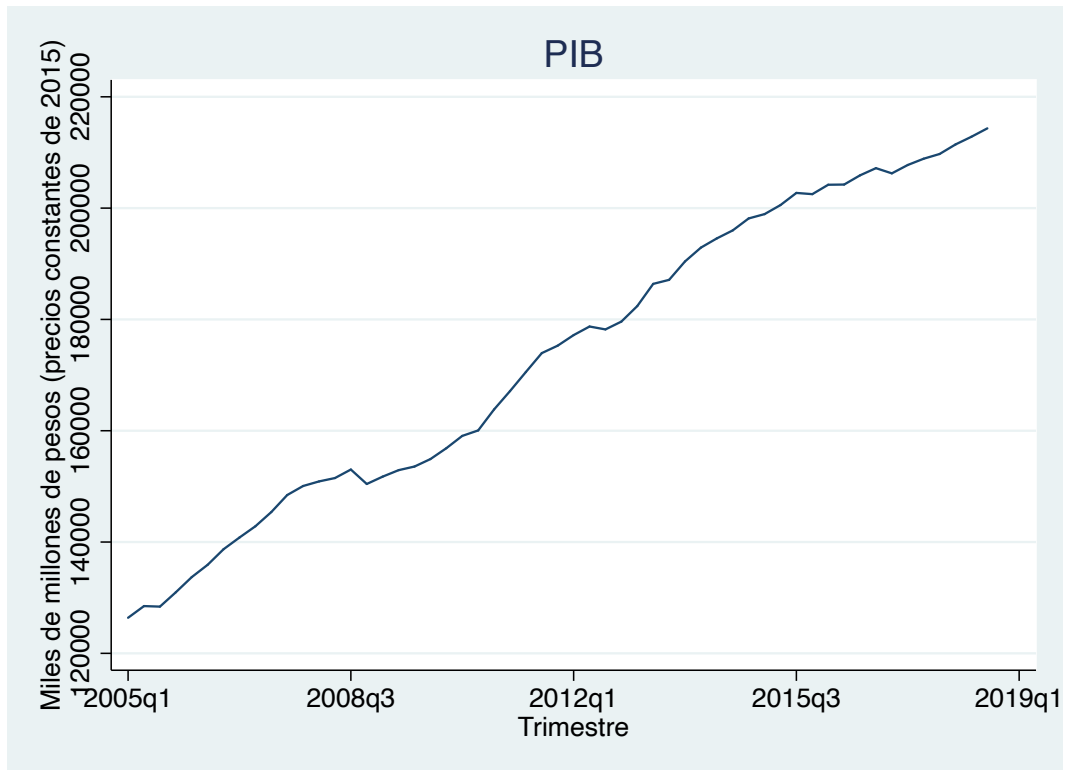


Figura 3: PIB real trimestral desestacionalizado

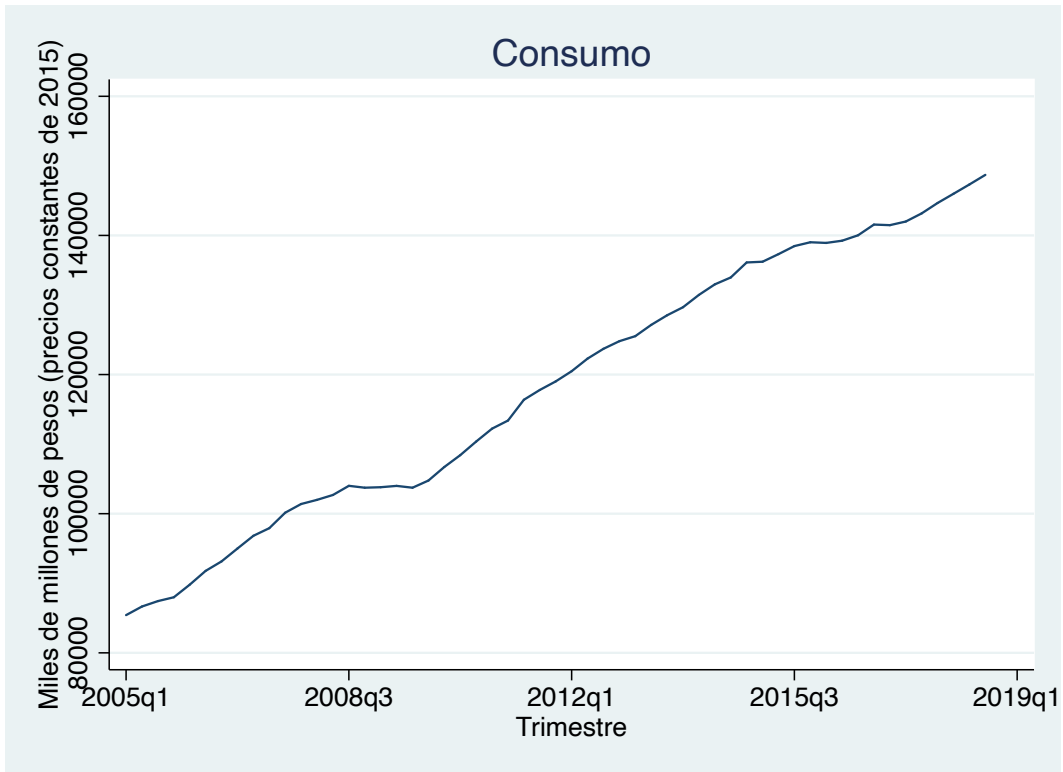


Figura 4: Consumo real trimestral desestacionalizado

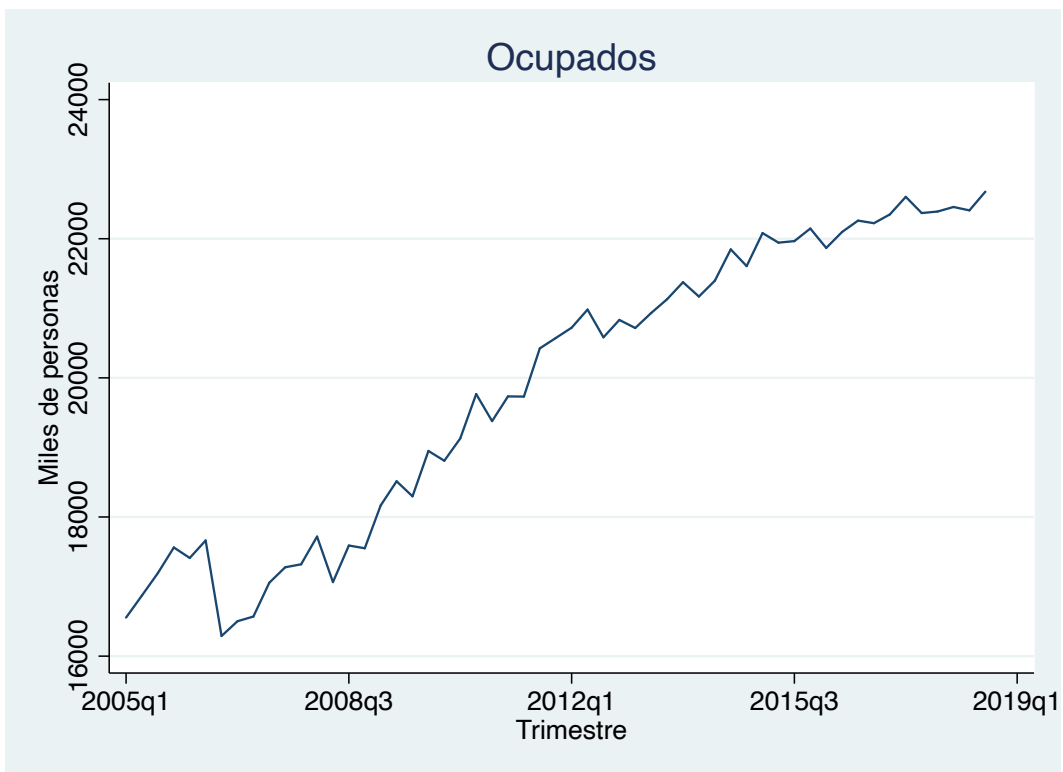


Figura 5: Ocupados trimestral desestacionalizado

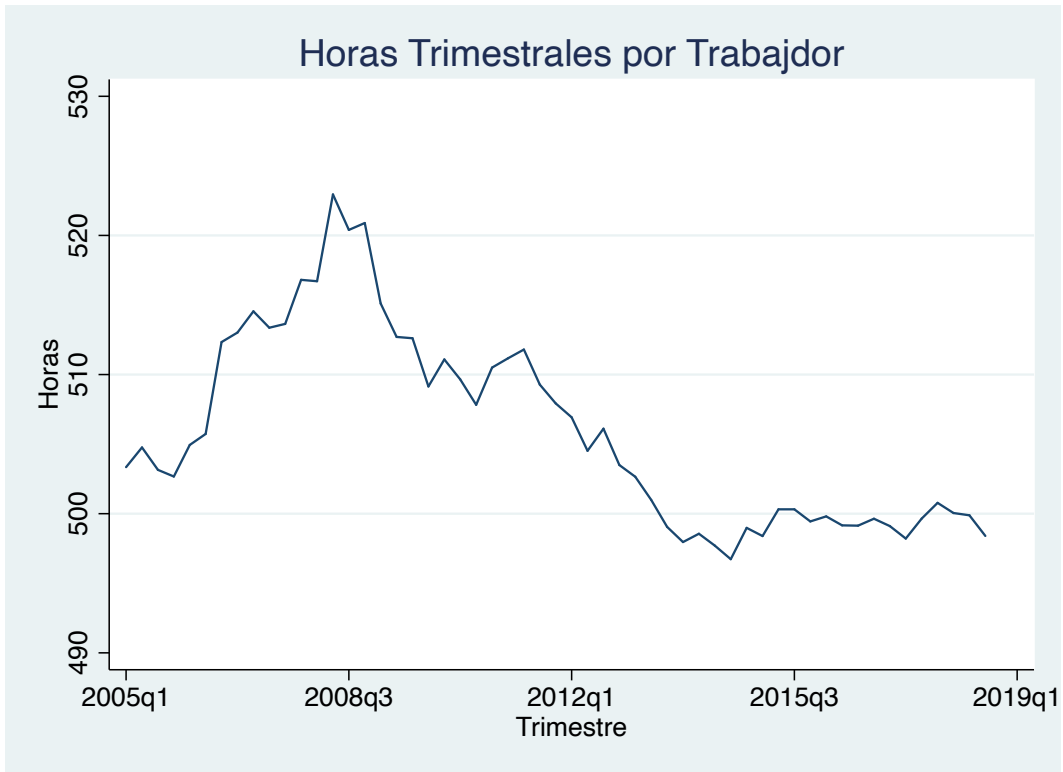


Figura 6: Horas trimestrales por trabajador

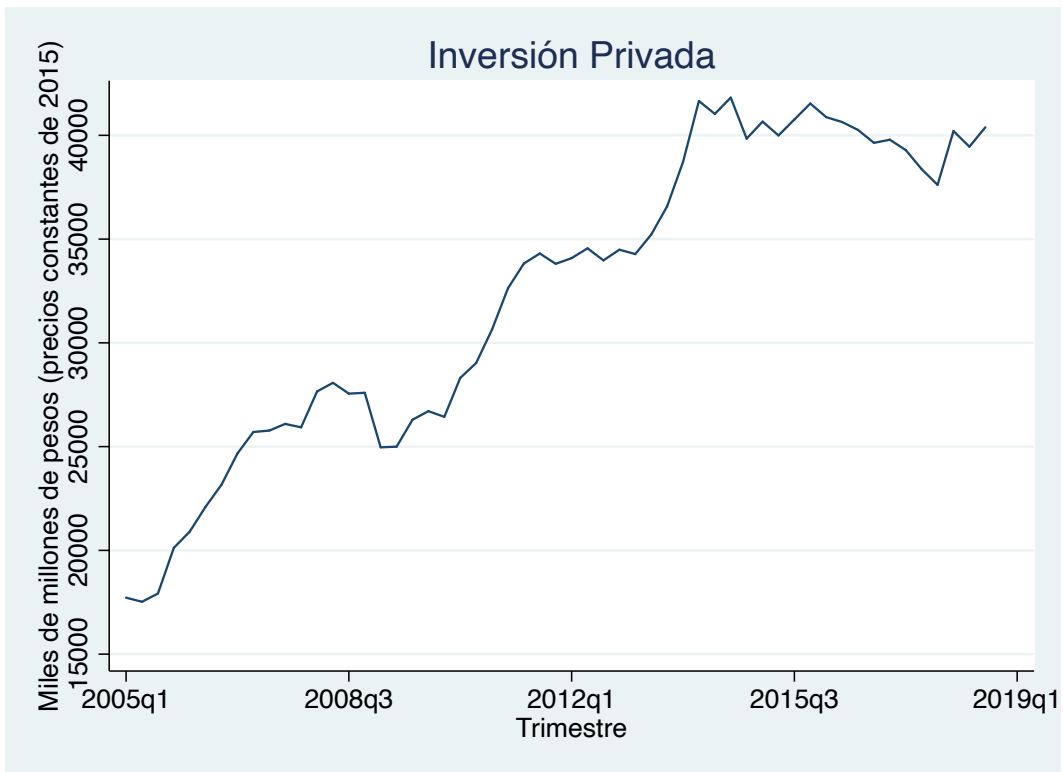


Figura 7: Inversión privada real desestacionalizada

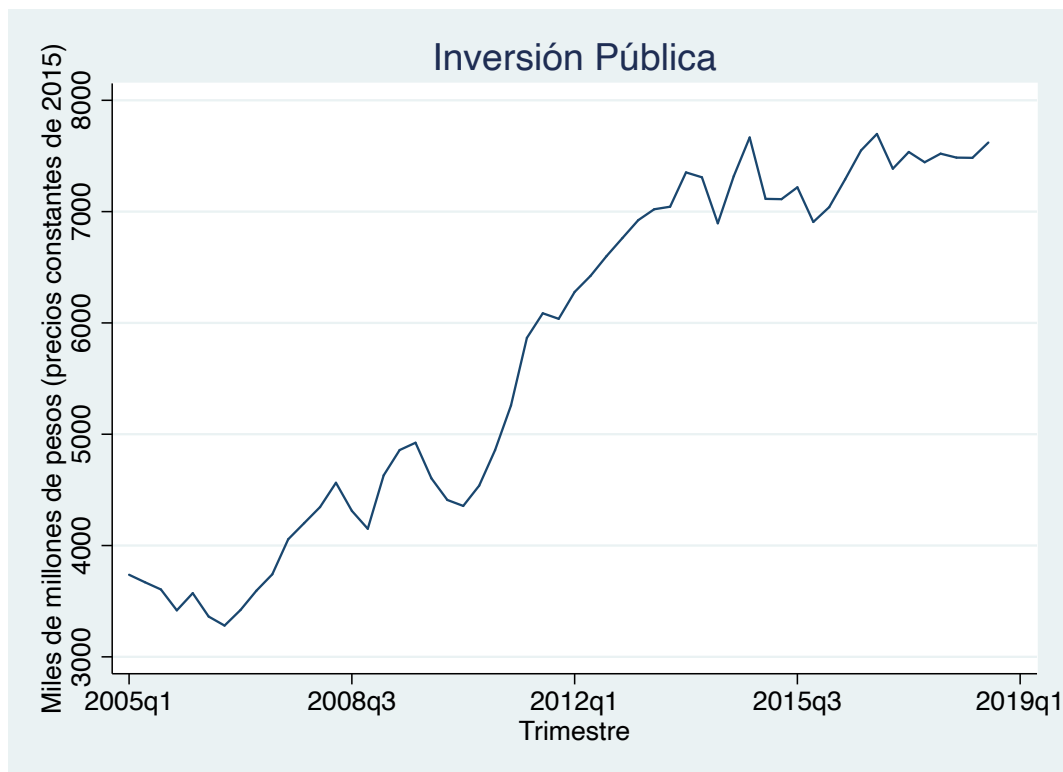


Figura 8: Inversión pública real desestacionalizada

Selection-order criteria
Sample: 2006q2 - 2018q4

lag	LL	LR	df	p	FPE	AIC	HQIC	SBIC
1	759.601	.	25	.	0.000	-28.808	-28.446	-27.8609*
2	792.601	65.999	25	0.000	0.000	-29.122	-28.398	-27.228
3	828.283	71.364	25	0.000	1.1e-19*	-29.541	-28.4549*	-26.700
4	855.101	53.636	25	0.001	0.000	-29.612	-28.164	-25.824
5	881.967	53.732*	25	0.001	0.000	-29.685*	-27.876	-24.950

Endogenous: ighp yhp nhp chp iphp
Exogenous:

Tabla 7: Selección de rezagos VAR. ighp: inversión pública como desviaciones del filtro HP, yhp: PIB como desviaciones del filtro HP, nhp: empleo como desviaciones del filtro HP, chp: consumo como desviaciones del filtro HP, iphp: inversión privada como desviaciones del filtro HP.

Lagrange-multiplier test

lag	chi2	df	Prob>Chi2
1	32.190	25	0.153
2	33.513	25	0.119
3	22.622	25	0.600
4	31.863	25	0.162
5	19.275	25	0.784
6	6.532	25	1.000
7	18.842	25	0.805
8	29.901	25	0.228
9	31.599	25	0.170
10	22.953	25	0.580

H0: no autocorrelation at lag order

Tabla 8: Test LM para Autocorrelación

Variable	ighp	yhp	nhp	chp	iphp
Prob>Chi2(24)	0.3458	0.9118	0.8987	0.9159	0.9778

Tabla 9: Prueba Portmanteau (Q)