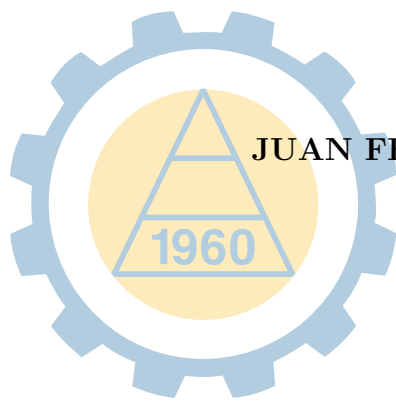


**CASOS DE ESTUDIO DE REALIDAD VIRTUAL Y REALIDAD
AUMENTADA EN EDUCACIÓN**



JUAN FERNANDO HERRERA JARAMILLO

**UNIVERSIDAD
EAFIT®**
Abierta al mundo

**UNIVERSIDAD EAFIT
ESCUELA DE INGENIERÍA
MEDELLÍN
2013**

**CASOS DE ESTUDIO DE REALIDAD VIRTUAL Y REALIDAD
AUMENTADA EN EDUCACIÓN**

JUAN FERNANDO HERRERA JARAMILLO

Trabajo de grado presentado como requisito parcial para optar al título de
Magister en Ingeniería

Asesor: **HELMUTH TREFFTZ GÓMEZ, Ph. D.**

**MEDELLÍN
UNIVERSIDAD EAFIT
ESCUELA DE INGENIERÍA
2013**

A mi padre, mi madre y mi hermano.

Agradezco al profesor Helmut Trefftz Gómez por su acertada dirección.

CONTENIDO

	pág.
1. INTRODUCCIÓN	17
1.1 OBJETIVOS	17
1.1.1 Objetivo General	17
1.1.2 Objetivos Específicos	17
1.2 DEFINICIONES DE RV Y RA	18
1.2.1 Definición de RV	18
1.2.2 Definición de RA	19
1.3 EL CONSTRUCTIVISMO COMO FUNDAMENTO PARA LAS APLICACIONES EDUCATIVAS DE LA RV/RA	21
1.3.1 Definición de Constructivismo	21
1.3.2 Características del Constructivismo	22
1.3.3 Relación de la RV/RA con el constructivismo	22
1.4 ESTADO DEL ARTE	24
1.4.1 Estado del Arte de Educación con RV	24
1.4.1.1 Astronomía Háptica	24
1.4.1.2 Enseñanza de la Historia	24
1.4.1.3 Química Molecular	25
1.4.1.4 Microbiología Celular	25
1.4.1.5 El Átomo	26
1.4.1.6 Entrenamiento en Odontología	26
1.4.1.7 Laparoscopia	26
1.4.2 Estado del Arte de Educación con RA	27
1.4.2.1 Química	27
1.4.2.2 Guía de Museo	27
1.4.2.3 Habilidad Espacial para Ingeniería	28
1.4.2.4 Simulaciones en Física	28
1.4.2.5 Aprendizaje de Laboratorio Aumentado	29
1.4.2.6 Nanofísica	29
1.4.2.7 Aprendizaje del Violín	29
1.5 TEORÍA DE LA RV/RA EN EL APRENDIZAJE	30
1.5.1 Teoría de Salzman <i>et al.</i>	30
1.5.1.1 Características de la RV	31
1.5.1.2 Diseño y Evaluación de la Experiencia	32
1.5.1.3 Efectos de Segundo Orden	32
1.5.1.4 Recapitulación	34
1.5.2 Teoría de Mikropoulos	34
1.5.2.1 Semántica Natural	34
1.5.2.2 Tamaño, Transducción y Reificación	35
1.5.2.3 Autonomía	35
1.5.2.4 Presencia	35
1.5.3 Teoría de Shelton y Hedley	36
1.5.3.1 Teoría del Conocimiento Espacial	36
1.5.3.2 Teoría de la Visión Animada	36
1.5.4 Recapitulación	37
2. ENSEÑANZA DE LA ROBÓTICA CON RV	39
2.1 INTRODUCCIÓN	39
2.2 TRABAJO RELACIONADO	40

2.3	TRABAJO REALIZADO	41
2.3.1	Características del Lenguaje	44
2.3.2	Presentaciones de Telepresencia	44
2.4	EVALUACIÓN	49
2.5	CONCLUSIONES	53
3.	ENSEÑANZA DEL CÁLCULO CON RA	55
3.1	INTRODUCCIÓN	55
3.2	TRABAJO RELACIONADO	55
3.2.1	Gráficos 3D y Realidad Aumentada	55
3.2.2	Acercamientos Pedagógicos al Cálculo con Visualizaciones	56
3.3	TRABAJO REALIZADO	56
3.3.1	Humanos-con-Medios	56
3.3.2	El Análisis de Configuración de Objetos y Procesos	57
3.3.3	Calculadora de Realidad Aumentada	58
3.3.4	Demostración de Operaciones Vectoriales	59
3.4	EVALUACIÓN	69
3.4.1	Cuestionario de Final de Sesión	69
3.4.2	Examen Diferencial	72
3.5	CONCLUSIONES	73
4.	CONCLUSIONES	75
4.1	CONCLUSIONES DIDÁCTICAS	75
4.1.1	Conclusiones Didácticas Comunes	75
4.1.2	Conclusiones Didácticas en Robótica	75
4.1.3	Conclusiones Didácticas en Cálculo	75
4.2	CONCLUSIONES TÉCNICAS	76
4.3	CONCLUSIONES SOBRE LAS TEORÍAS DEL APRENDIZAJE CON RV/RA	76
4.3.1	Conclusiones sobre la Teoría de Salzman <i>et al.</i>	77
4.3.2	Conclusiones sobre la teoría de Mikropoulos y Natsis	77
	BIBLIOGRAFÍA	79

LISTA DE TABLAS

		pág.
1	Implementación del Lenguaje MELFA BASIC IV.	45
2	Tiempos de los estudiantes para resolver los problemas.	51
3	Examen robótica.	51
4	Notas en escala de Likert.	52
5	Valoración de la EPC vs. enseñanza tradicional (Likert).	52
6	Rendimiento en las dimensiones de la comprensión.	52
7	Análisis de la pregunta 1.	59
8	Análisis de la pregunta 2.	60
9	Respuesta a la pregunta “Enumera algunas de las ventajas de la herramienta de RA empleada”.	69
10	Respuesta a la pregunta “Qué impresión te causó ver las gráficas de algunas superficies en el espacio con ayuda de la herramienta de RA? Explica”.	69
11	Respuesta a la pregunta: “Qué diferencias importantes encuentras entre esta forma de ver las superficies en el espacio y con otras herramientas como Derive, MATLAB, libros de texto, tablero, entre otros?”.	70
12	Respuesta a la pregunta “¿Después de haber visto algunas superficies en el espacio con la herramienta de RA, tienes una mejor apreciación de ella?”.	70
13	Respuesta a la pregunta “¿Qué conceptos entendiste con la <i>tablet</i> que no habrías entendido fácilmente sin ella?”.	71
14	Evaluación de las definiciones de traza y derivada parcial, antes y después de usar la <i>tablet</i>	71
15	Respuesta a la pregunta “Describe el proceso de solución de los problemas con la <i>tablet</i> ”.	72
16	Examen diferencial – componente formal/simbólico.	73
17	Examen diferencial – componente gráfica.	73
18	Modalidades de solución.	73

LISTA DE FIGURAS

		pág.
1	Uso típico de la RV. El usuario lleva un HMD para los ojos, guantes de datos y sensores tracker en cabeza y manos.	18
2	Uso típico de la RA. La usuaria visualiza un modelo cuya posición está ligada al marcador sostenido por ella.	20
3	Contínuo realidad-virtualidad de Milgram.	21
4	Modelo de aprendizaje de RV de Salzman <i>et al.</i>	30
5	Modelo <i>inicial</i> de aprendizaje de RV de Salzman <i>et al.</i>	33
6	Robot RV-2AJ con modelo CAD.	43
7	Presentación de los parámetros de Denavit-Hartenberg.	44
8	Traslación-rotación y coordenadas.	46
9	Visualización de componentes del robot.	47
10	Movimiento en cinemática directa.	47
11	Odometría estática.	48
12	Odometría dinámica.	48
13	Movimiento en un campo de potencial.	48
14	Histograma de Evaluación de Enseñanza para la Comprensión.	52
15	Calculadora gráfica basada en RA.	61
16	Paraboloide elíptico visto en la calculadora.	61
17	Traza individual en un plano $x = \text{const.}$	62
18	Trazas sucesivas calculadas en el plano $z = \text{const.}$	62
19	Conjunto de trazas proyectadas en un plano lateral.	63
20	Tangente a la intersección de superficie y plano.	63
21	Exhibición de vectores en una rejilla coordenada.	64
22	Actividad de multiplicación por un escalar.	65
23	Actividad de producto punto.	65
24	Actividad de producto cruz.	66
25	Proyección de un vector sobre otro.	66
26	Construcción de una línea a partir de dos vectores.	67
27	Construcción vectorial de un plano.	67
28	Construcción de un plano definido por tres puntos.	68
29	Proyección de un vector sobre un plano.	68
30	Cualidades prevalentes de la herramienta según síntesis de preguntas.	70

RESUMEN

Presentamos dos casos de estudio sobre el uso de la Realidad Virtual en robótica y la Realidad Aumentada en el cálculo. En robótica describimos una simulación del robot Mitsubishi RV-2AJ con Realidad Virtual. Implementa el lenguaje de programación MELFA BASIC IV y tiene capacidades de telepresencia consistentes en un ambiente 3D compartido, presentación de diapositivas y transmisión a todos los clientes de las acciones del docente. El sistema permite entrenar mediante ejercicios ejecutados en el simulador. La telepresencia permite además la colaboración entre instituciones educativas. Como modelo pedagógico se adopta la Enseñanza para la Comprensión.

En el segundo caso de estudio tratamos con la enseñanza del Cálculo de Varias Variables. Identificamos la factibilidad de adoptar el paradigma educativo de “Humanos-con-Medios”, según el cual la tecnología en el aula de clase juega un rol de participante activo que cambia la naturaleza del contenido matemático. El resultado deseado de esta perspectiva es que el razonamiento visual adquiere tanta importancia como el algebraico. Basados en estas consideraciones, construimos un sistema basado en Realidad Aumentada haciendo uso de un dispositivo *tablet* Android y evaluamos su idoneidad para la enseñanza de la graficación de superficies, dibujo de trazas y derivadas parciales.

PALABRAS CLAVE: REALIDAD VIRTUAL, REALIDAD AUMENTADA, ROBÓTICA, CÁLCULO DE VARIAS VARIABLES, EDUCACIÓN.

1. INTRODUCCIÓN

La educación, como función vital para la sociedad, enfrenta diversas problemáticas. Nos concentramos en dos aspectos: la optimización de la transmisión del saber, que aumenta día a día, y las consecuencias de la mortalidad académica.

Con el crecimiento del conocimiento humano, cada vez hay más cosas que saber e introducir dentro de los mismos cinco años que vienen durando las carreras. Esto exige una educación más rápida, con un “ancho de banda” mayor. A esto se adiciona el problema de que las instituciones educativas deben atender poblaciones crecientes. Por lo tanto, la necesidad de optimizar el proceso educativo no cesa.

Por otra parte, reducir la mortalidad académica, que conlleva repercusiones sociales, tiene un carácter de urgencia. El fenómeno e impacto económico de la mortalidad en las universidades no ha sido estudiado a fondo. Sin embargo, algo de lo que se dice sobre la deserción académica es análogamente válido, en cuanto la problemática redundante en “disminuciones de la eficiencia del sistema de educación superior y dificultades para el cumplimiento de la función social de la educación, particularmente en aspectos de equidad social y utilización eficiente de recursos estatales, institucionales y familiares”¹.

Para afrontar estas situaciones, surgen dos alternativas que han sido exploradas sin ser agotadas: La Realidad Aumentada (RA) y la Realidad Virtual (RV). En este trabajo hemos llevado a cabo dos casos de estudio de enseñanza con estas tecnologías. El primero concierne a la robótica con RV. El segundo a la enseñanza del cálculo con RA.

En la experiencia de robótica usamos la herramienta de telepresencia desarrollada anteriormente por Trefftz y colaboradores². En ella se cuenta con un ambiente virtual compartido en que estudiantes y profesor manipulan un modelo 3D de un robot articulado, para estudiar conceptos como la cinemática directa, la cinemática inversa* y la programación, todo dentro de un ambiente colaborativo. Tal funcionalidad se complementa con videoconferencia y diapositivas. Su uso es acompañado con el modelo pedagógico de Enseñanza para la Comprensión presentado por Wiske³.

Con respecto a la enseñanza del Cálculo hicimos uso de una *tablet* para ilustrar conceptos como funciones de múltiples variables, trazas, derivadas parciales, derivadas direccionales y cálculo vectorial, usando la RA para manipular las visualizaciones. Como paradigma de enseñanza hemos usado el acercamiento de “Humanos-con-Medios” de Borba y Villarreal⁴.

En este capítulo introductorio, trazaremos nuestros objetivos. Luego entraremos en materia abordando la definición de RV y RA. Exploramos luego las bases teóricas de la enseñanza con estas tecnologías, que se basan en el constructivismo. Veremos un estado del arte de la enseñanza con RV y RA, y finalizamos hablando de teorías del aprendizaje en ambientes virtuales.

1.1 OBJETIVOS

1.1.1 Objetivo General

Elaborar casos de estudio de enseñanza universitaria con RV y RA, apoyados en teorías didácticas, caracterizar su desempeño y contrastarlos entre sí.

1.1.2 Objetivos Específicos

- Construir software para la enseñanza de Robótica de Manipuladores con RV.

*La cinemática directa/inversa se define en la sección 2.3.2, p. 46.

¹GUZMÁN RUIZ, Carolina, *et. al.*. Deserción estudiantil en la educación superior colombiana. Bogotá: Ministerio de Educación de Colombia, 2009. p. 38.

²AGUDELO, Andres, *et. al.*. Telepresence for Distance Education: Lessons Learned. En: International Conference on Education IADAT-e. (1: 7-9, julio, 2004: Bilbao, España). Proceedings of International Conference on Education IADAT-e. Vizcaya, España: IADAT, 2004. p. 1.

³WISKE, Martha. Teaching for Understanding. Linking Research with Practice. San Francisco: Jossey-Bass, 1998. p. 1.

⁴BORBA, Marcelo y VILLARREAL, Mónica. Humans-with-media and the reorganization of mathematical thinking: Information and communication technologies, modeling, visualization and experimentation. Nueva York: Springer, 2005. p. 1.

Figura 1: Uso típico de la RV. El usuario lleva un HMD para los ojos, guantes de datos y sensores tracker en cabeza y manos.



Fuente: NASA.

- Construir software para el aprendizaje de Cálculo de Varias Variables con RA.
- Proporcionar marcos pedagógicos para las experiencias y evaluar el desempeño conjunto de teorías didácticas y RV/RA.

1.2 DEFINICIONES DE RV Y RA

1.2.1 Definición de RV

La RV y la AR se ilustran mejor visualizando su uso típico antes de dar una definición formal. En una disposición típica de RV se utilizan gafas tipo *Head-Mounted Display*, HMD*, para sumergir al usuario en un mundo artificial creado por computador y poblado de objetos interactivos. El usuario puede manipular estos objetos de forma realista con un *dataglove***. Se usan *trackers* magnéticos*** para hallar la posición del HMD y del guante, permitiendo al usuario visualizar el mundo virtual y realizar actividades en él. La Figura 1 muestra el uso común de estos elementos.

Los usuarios de la RV ha sido investigadores en universidades, laboratorios gubernamentales, la milicia y la industria. Se utiliza para una amplia gama de aplicaciones tales como la educación (ciencias naturales, ingeniería, ciencias sociales, matemáticas), el edu-entretenimiento (“edutainment”), entrenamiento quirúrgico, entrenamiento militar y las artes. Estas aplicaciones son potencializadas por la capacidad de la RV de presentar simulaciones de mundos 3D, ya sea completamente abstractos o modelados a partir de ambientes reales.

Las implementaciones de experiencias de RV se valen de una gama de dispositivos donde se cuentan los HMDs, guantes de datos, trackers, e instrumentos hápticos****, los cuales se han vuelto insignia distintiva de la RV. Se han perseguido diversos fines con su uso, tales como el aprendizaje, el entrenamiento y la colaboración. También se han utilizado para obviar la necesidad de experimentar en

*Gafas con pantallas de video miniatura dispuestas frente a los ojos.

**“Guante de datos”, que detecta la inflexión de los dedos.

*** Detectores de localización de un sensor mediante el uso de campos magnéticos

**** Dispositivos consistentes en un actuador manipulable el cual ejerce una fuerza que siente el usuario.

el mundo real, optimizar el uso de recursos poco disponibles, evitar situaciones inseguras, o ahorrar recursos económicos que de otro modo se requerirían para crear ambientes reales.

Ahora presentamos algunas definiciones características de RV en la literatura. Mostraremos varias, ya que estas capturan características de la RV con mayor o menor énfasis.

- De acuerdo a Burdea y Coiffet⁵: “La RV es una interfaz de computador avanzada que involucra simulación en tiempo real e interacciones a través de canales multisensoriales. Sus modalidades sensoriales son visuales, auditivas, táctiles, olfativas y del gusto”.
- Kirner⁶ define: “La RV es una interfaz de computador que permite al usuario interactuar, en tiempo real, con un mundo tridimensional generado por computador, usando sus sentidos a través de dispositivos especiales”.
- De Sherman y Craig⁷: “La RV es un medio compuesto de simulaciones interactivas por computador que detectan la posición del participante y sus acciones y reemplazan o aumentan la retroalimentación a uno o varios de los sentidos, suministrando la sensación de estar inmerso mentalmente o presente en la simulación”.

Las definiciones anteriores son marcadamente técnicas. Mikropoulos y Natsis⁸ señalan que centrar las definiciones de RV en el hardware obstruye el desarrollo de marcos conceptuales para las aplicaciones educativas. A continuación presentamos definiciones con este espíritu.

- De acuerdo a Helsel⁹: “La RV es un proceso que permite a uno o varios usuarios convertirse en participantes en espacios abstractos donde la máquina física y el observador no existen”.
- Para Steuer¹⁰: “Una ‘Realidad Virtual’ se define como un ambiente real o simulado en el cual un observador experimenta telepresencia” (la telepresencia corresponde según el autor en “... la experiencia de presencia en un ambiente por medio de un medio de comunicación”. La palabra “ambiente” incluye mundos virtuales generados por computador).

En lo que más concuerdan estas definiciones es en involucrar una interfaz computarizada, un mundo computarizado, e interactividad. Encontramos que la definición de Helsel es más elegante y abstracta.

1.2.2 Definición de RA

En gran medida, la RA comparte las audiencias y las aplicaciones de la RV. Por lo tanto resaltaremos los puntos en que ambas son distintas.

Bajo cierta interpretación, estrictamente no hay una diferencia entre la RV y la RA, sino una *progresión* en un continuo realidad-virtualidad (ver la referencia a Milgram en la p. 21). Las mismas motivaciones y aplicaciones que listamos para la RV se aplican a la RA. Sin embargo, el hardware se simplifica en las configuraciones más sencillas y se vuelve más económico, lo que ha ayudado crucialmente a su difusión.

Pueden usarse HMDs del tipo semitransparente^{*}, o usar una cámara para proveer visualización de la escena real. Los guantes de datos casi no se usan. Se utiliza seguimiento de marcadores (o técnicas de

^{*}Estos hacen uso de pantallas semitransparentes en que se ve, digamos, 50 % video y 50 % la escena real.

⁵BURDEA, Grigore y COIFFET, Philippe. *Virtual Reality Technology*. 2 ed. Hoboken, Nueva Jersey: John Wiley & Sons, 2003. p. 3.

⁶KIRNER, Claudio. *Prototipagem Rápida de Aplicações Interativas de Realidade Aumentada*. En: Tendências e Técnicas em Realidade Virtual e Aumentada. Porto Alegre, Brasil. 2011, vol. 1, no. 1. p. 29.

⁷SHERMAN, William y CRAIG, Alan. *Understanding virtual reality: Interface, application, and design*. Amsterdam: Elsevier, 2002. p. 13.

⁸MIKROPOULOS, Tassos y NATSIS, Antonis. *Educational virtual environments: A ten-year review of empirical research (1999–2009)*. En: *Computers & Education*. Amsterdam, Países Bajos. 2011, vol. 56, no. 3. p. 770.

⁹HELSEL, Sandra. *Virtual Reality and Education*. En: *Educational Technology*. [s.l.]: 1992, vol. 32, no. 5. p. 38.

¹⁰STEUER, Jonathan. *Defining virtual reality: dimensions determining telepresence*. En: *Journal of Communication*. [s.l.]: 1992, vol. 42, no. 4. p. 7.

Figura 2: Uso típico de la RA. La usuaria visualiza un modelo cuya posición está ligada al marcador sostenido por ella.



Fuente: HITLab, Universidad de Washington.

rastreo sin marcadores mediante visión por computador) en vez de trackers magnéticos. Los dispositivos hápticos también hallan cabida (como veremos en el estado del arte). Una gran diferencia entre RV y RA radica en que la RA prolifera con el uso de dispositivos móviles como smartphones y *tablets*. Los propósitos de la RA son similares a los de la RV, excepto que la RA se ha usado más en juegos, aprendizaje, entretenimiento, y edu-entretenimiento, ya que no se requiere de equipos costosos.

Un rasgo típico de la RA es el uso de marcadores para registro de objetos 3D. Estos son rectángulos con un patrón especial impreso, que de acuerdo a su posición y rotación se usan para manipular objetos. Sin embargo, el seguimiento sin marcadores, basado en visión por computador, promete permitir una experiencia de RA más natural. La Figura 2 muestra una escena con RA.

A continuación revisamos algunas definiciones de RA.

- La conocida definición de Azuma¹¹ sigue siendo relevante ya que separa la RA de la tecnología que la implementa, tal como la definición de RV de Helsel. Define un sistema de RA según tres características:
 1. Combina objetos reales y virtuales.
 2. Es interactiva en tiempo real.
 3. Está registrada en 3D*.
- Otra definición está dada por Kirner¹²: “La RA es una interfaz basada en una combinación de información generada por computador (imágenes estáticas y dinámicas, sonido espacializado y sensaciones hápticas) con el ambiente real del usuario, provista por dispositivos tecnológicos y que usa interacción natural con el mundo real”.

*El “registro” se refiere a la derivación de coordenadas del “mundo real” a partir del video, de modo que la escena real y los objetos virtuales coincidan en la combinación.

¹¹AZUMA, Ronald. A Survey of Augmented Reality. En: Presence. Cambridge, Massachusetts. 1997, vol. 6, no. 4. p. 355.

¹²KIRNER, Claudio. Prototipagem Rápida de Aplicações Interativas de Realidade Aumentada. En: Tendências e Técnicas em Realidade Virtual e Aumentada. Porto Alegre, Brasil. 2011, vol. 1, no. 1. p. 29.

Figura 3: Continuo realidad-virtualidad de Milgram.



Fuente: Wikimedia Commons.

- De acuerdo a Kaufmann¹³: “La RA permite al usuario ver el mundo real, con objetos virtuales superpuestos o compuestos con el mundo. Por lo tanto, la RA suplementa la realidad, en lugar de reemplazarla. Idealmente para el usuario se aparenta que los objetos virtuales y reales coexisten en el mismo espacio”.
- Tal como mencionamos también es posible, de acuerdo a Milgram *et al.*¹⁴, definir la RA dentro del contexto de la “realidad mixta”, que describe la progresión Ambiente Real↔Realidad Aumentada↔Virtualidad Aumentada↔Ambiente Virtual (ver Figura 3).

Lo que estas definiciones tienen en común es la mezcla de contenido real y virtual con la interactividad. Se podría hacer énfasis adicional en que la RA busca aumentar (“magnificar”) la experiencia del mundo real, en vez de simularlo en uno virtual. Para los propósitos de este documento, nos ceñiremos a la definición de Kirner.

1.3 EL CONSTRUCTIVISMO COMO FUNDAMENTO PARA LAS APLICACIONES EDUCATIVAS DE LA RV/RA

Dado que este trabajo se refiere a aplicaciones educativas de la RV/RA, es oportuno examinar la teoría educativa subyacente. Hay un consenso amplio en que estas experiencias están basadas en el constructivismo, lo cual ha sido establecido por Winn¹⁵ para la RV, y extendido por Kaufmann¹⁶ para la RA.

1.3.1 Definición de Constructivismo

De acuerdo a Sener¹⁷, “El constructivismo es una filosofía educativa que establece que el alumno, a fin de cuentas, construye su propio conocimiento, el cual termina siendo parte de él, de modo que el conocimiento de cada individuo es tan único como él mismo”.

Para Chadwick¹⁸, “La esencia del constructivismo es el individuo como construcción propia, que

¹³KAUFMANN, Hannes. Collaborative augmented reality in education. Viena: Vienna University of Technology, 2003. p. 339.

¹⁴MILGRAM, Paul, *et. al.*. Augmented reality: A class of displays on the reality-virtuality continuum. *En*: SPIE. (32: 31, octubre, 1994: Boston, Massachussets). Proceedings SPIE 2351 Telem manipulator and Telepresence Technologies. Bellingham, Washington: SPIE, 1995. p. 283.

¹⁵WINN, William. A conceptual basis for educational applications of virtual reality. Seattle, Washington: Human Interface Technology Laboratory of the Washington Technology Center, University of Washington, 1993. TR-93-9. p. 1.

¹⁶KAUFMANN, Op. cit., p. 2.

¹⁷SENER, John. ALNs Relations: Current Educational Trends and Concepts and their Relation to ALN. *En*: ALN Magazine. [s.l.]: 1997, vol. 1, no. 1. p. 1.

¹⁸CHADWICK, C. La Psicología del Aprendizaje desde el Enfoque Constructivista. *En*: Revista Lationamericana de Psicología. Bogotá. 1999, vol. 31, no. 3. p. 464.

se va produciendo por la interacción de sus disposiciones internas con su medio ambiente y la idea de que el conocimiento no es una copia de la realidad sino una construcción que hace la persona”.

Otras características están dadas por Herrera¹⁹:

La personalización del conocimiento, el protagonismo del alumno, el nuevo papel del maestro como orientador y guía, el crecimiento personal dentro de un contexto social, y los métodos dinámicos; contrapuestos a la cátedra magistral, a la pasividad del aprendiz, al autoritarismo escolar y a los métodos simplemente instructivos. De suerte que el saber es un descubrimiento del alumno, dirigido por el docente, guiado por los informadores científicos, pero sujeto activo en su proceso de aprender.

1.3.2 Características del Constructivismo

El tema central del constructivismo es la autoconstrucción del conocimiento. Ahora presentaremos algunos puntos de vista que no constituyen definiciones, pero capturan el espíritu de una teoría la cual no es monolítica, sino que admite un espectro de acercamientos.

- “El constructivismo enfatiza construcción del conocimiento sobre reproducción del conocimiento” (Jonassen²⁰).
- “El aprendizaje ocurre como un proceso activo en el que la información nueva se enlaza con información antigua, creando por lo tanto conocimiento nuevo” (Huang, Rauch and Liaw²¹).
- De Jonassen²²:

Hay una dualidad entre objetivismo y constructivismo. En el objetivismo los estudiantes son dirigidos por un instructor en la tarea de enseñar sobre el mundo real replicando en ellos sus conocimientos. En el constructivismo no hay autoridad para decir qué es el mundo real, sino que los estudiantes construyen una realidad individualmente. Los constructivistas, en lugar de prescribir logros de aprendizaje, se enfocan en herramientas y ambientes para ayudar a los estudiantes a interpretar las múltiples perspectivas del mundo al crear el suyo propio.

1.3.3 Relación de la RV/RA con el constructivismo

Huang, Rauch y Liaw²³ enuncia el modo en que se enlaza el constructivismo con la RV/RA. “Dewey²⁴ (1916), creía que los estudiantes deben aprender *haciendo* en una situación real, de modo que puedan mejorar sus habilidades a través de la práctica en tareas concretas”. Ahora bien, la RV posibilita la simulación realística de un entorno reactivo y en ciertos aspectos va más allá de un ambiente real, pues “real-iza” entidades abstractas que de otro modo no tendrían representación.

¹⁹HERRERA, Tulio. La Paz: no más y mucho más. Medellín: El autor, 2000. p. 104.

²⁰JONASSEN, David H. Thinking Technology: Toward a Constructivist Design Model. En: Educational Technology. [s.l.]: 1994, vol. 34, no. 4. p. 34.

²¹HUANG, Hsiu-Mei, RAUCH, Ulrich y LIAW, Shu-Sheng. Investigating learners attitudes toward virtual reality learning environments: Based on a constructivist approach. En: Computers & Education. Amsterdam. 2010, vol. 55, no. 3. p. 1173.

²²JONASSEN, David. Objectivism versus constructivism: Do we need a new philosophical paradigm?. En: Educational technology research and development. Nueva York. 1991, vol. 39, no. 3. p. 5.

²³HUANG, Hsiu-Mei, RAUCH, Ulrich y LIAW, Shu-Sheng. Investigating learners attitudes toward virtual reality learning environments: Based on a constructivist approach. En: Computers & Education. Amsterdam. 2010, vol. 55, no. 3. p. 1173.

²⁴DEWEY, John. Democracy and Education. Nueva York: Courier Dover, 2004. p. 149.

Esta posición es apoyada por dos autores. Jonassen²⁵ dice que los ambientes virtuales son útiles para asimilar entidades tanto imaginarias como reales. Para Burdea y Coiffet²⁶, “la tecnología de RV es adecuada para transmitir conceptos abstractos y difíciles dada su capacidad de visualización. De este modo, la RV/RA permiten manipular lo imaginario, lo cual no sería posible en un ambiente real. Winn²⁷ hace varias observaciones interesantes:

1. “Los procesos psicológicos que se activan en la RV inmersiva son muy similares a los procesos psicológicos que operan cuando una persona construye conocimiento a través de objetos y eventos en el mundo real”.
2. Ya que los ambientes virtuales no se apoyan en símbolos, “se da el caso de que la RV inmersiva permite a los estudiantes aprender conceptos y resolver problemas de forma no simbólica”.
3. “Un mundo virtual permite construir conocimiento basado en experiencia directa, no en descripciones de la experiencia”.

Hacemos algunos comentarios. Sobre el primer punto, podríamos agregar que en el mundo real es difícil manipular construcciones imaginarias, dando a la RV/RA la oportunidad de habilitar el aprendizaje constructivista de lo abstracto, mientras el constructivismo estándar está restringido a lo real.

Sobre el segundo punto, mencionamos que, de hecho, la RV/RA tiene la característica de generar objetos virtuales que sustituyen a los símbolos con objetos y relaciones espaciales. Este es el caso del “álgebra espacial”²⁸, en la cual objetos 3D expresan conceptos algebraicos. Por ejemplo, los números son representados por bloques etiquetados. Las operaciones $+$, \times resultan de alinear y apilar bloques. Esto es lo suficientemente potente como para ejemplificar la conmutatividad, la asociatividad y la factorización a través de disposiciones espaciales de los bloques. También es posible elaborar pruebas de teoremas.

Sin embargo, debe considerarse evitar “encajar a la fuerza” lo simbólico con la RV. De todas maneras, de acuerdo a Bricken²⁹, la RV simplemente se presta para lo no-simbólico. El contenido simbólico puede simplemente dejarse por aparte para otra lección. Sin embargo, el mismo autor compagina todo esto al decir que “La RV no es una simulación de la realidad, es un superconjunto sobre la realidad, es más que la realidad”.

Los puntos citados de Winn³⁰ se trasladan con facilidad a la RA. Asimismo lo anteriormente referenciado de Jonassen, y Burdea y Coiffet (al inicio de esta sección). Sin argumentos muy distintos, varios autores también apoyan la aplicación del constructivismo a la RA. Encontramos por ejemplo a Kaufmann³¹, quien enuncia que “la teoría constructivista provee una base válida y confiable para una teoría del aprendizaje en ambientes virtuales”. Otro es dado por Cheng y Tsai³², quienes sugieren el uso de la variante del constructivismo *social* como campo de investigación. Además, Kirkley y Kirkley³³

²⁵JONASSEN, David, HERNANDEZ-SERRANO, Julian y CHOI, Ikseon. Integrating constructivism and learning technologies. En: Integrated and holistic perspectives on learning, instruction and technology: Understanding complexity. Dordrecht, Países Bajos. 2000. p. 103.

²⁶BURDEA, Grigore y COIFFET, Philippe. Virtual Reality Technology. 2 ed. Hoboken, Nueva Jersey: John Wiley & Sons, 2003. p. 315.

²⁷WINN, William. A conceptual basis for educational applications of virtual reality. Seattle, Washington: Human Interface Technology Laboratory of the Washington Technology Center, University of Washington, 1993. TR-93-9. p. 1.

²⁸WINN, William y BRICKEN, William. Designing virtual worlds for use in mathematics education: The example of experiential algebra. En: Journal of Educational Technology. [s.l.]: 1992, vol. 32, no. 12. p. 5.

²⁹BRICKEN, William. Learning in Virtual Reality. Seattle, Washington: Human Interface Technology Laboratory, 1990. HITL-M-90-5. p. 4.

³⁰WINN. A conceptual basis for educational applications of virtual reality. Op. cit..

³¹KAUFMANN, Hannes. Collaborative augmented reality in education. Viena: Vienna University of Technology, 2003. p. 2.

³²CHENG, Kun-Hung y TSAI, Chin-Chung. Affordances of augmented reality in science learning: suggestions for future research. En: Journal of Science Education and Technology. Dordrecht, Países Bajos. 2012, vol. 22, no. 4. p. 461.

³³KIRKLEY, Sonny y KIRKLEY, Jamie. Creating next generation blended learning environments using mixed reality, video games and simulations. En: TechTrends. Nueva York. 2004, vol. 49, no. 3. p. 43.

opinan que el constructivismo es idóneo para el diseño de este tipo de ambientes de aprendizaje, dando razones que son muy similares a las ya dadas para el caso de la RV.

Asumiendo la aceptación del constructivismo, es importante hacer notar, según Dede³⁴, que el aprendiz está tan inmerso en un ambiente constructivista como en un ambiente virtual. Winn³⁵ enfatiza esto al hacer notar que la RV es tan solo un artificio si no es dirigida por una teoría del aprendizaje.

1.4 ESTADO DEL ARTE

A continuación damos una muestra de aplicaciones educativas en RV/RA. Las referencias de esta sección se complementan con aquellas dadas para la robótica y la enseñanza del cálculo en los capítulos siguientes.

1.4.1 Estado del Arte de Educación con RV

Encontramos varios antecedentes de aplicaciones educativas de la RV. Expondremos a continuación su uso en enseñanza de la astronomía, historia, química, microbiología, física atómica, odontología y laparoscopia.

1.4.1.1 Astronomía Háptica

Ni *et al.*³⁶ presenta un sistema audiovisual y táctil para el aprendizaje de la astronomía. La sensación háptica es una prioridad. Está implementado en Matlab/Simulink con el “Virtual Reality Toolbox”, junto al paquete háptico “proSENSE Virtual Touch Toolbox” para el control de un dispositivo PHANToM Omni^{*},³⁷). Con el fin de no dividir la interacción en varios canales, su dispositivo de entrada principal es el PHANToM, y hace uso de íconos con efectos hápticos en vez de una GUI^{**}. Estos íconos tienen un efecto de “atractor gravitacional” que atraen al efector del PHANToM, el cual también actúa como mouse 3D.

Hay varios efectos hápticos interesantes. Uno consiste en sentir la gravedad de los planetas y hacer comparación entre ellos, sintiendo la “gravedad háptica”. Otro consiste en “tantear” las superficies de los planetas, tocando cráteres, montañas y cañones. Los planetas con atmósfera densa se sienten con un efecto de viscosidad.

Otra actividad háptica es experimentar con el tacto la gran mancha roja de Júpiter. Al acercarse a ella con el efector, el estudiante puede sentir un fluido viscoso “arremolinado”.

1.4.1.2 Enseñanza de la Historia

Mikropoulos³⁸ introduce un entorno virtual para la enseñanza de la historia. Su objetivo pedagógico es fomentar la reflexión sobre el pasado, entender la diversidad en la historia y obtener habilidades investigativas. El escenario es la antigua ciudad griega de Kassiopi. Es posible deambular por la ciudad, contemplar la arquitectura, y adelantar tareas con un avatar. También hay avatares que dan

^{*}Dispositivo que aplica retroalimentación de fuerza para generar sensaciones táctiles.

^{**}Graphical User Interface, Interfaz Gráfica de Usuario.

³⁴DEDE, Chris. The evolution of constructivist learning environments: Immersion in distributed, virtual worlds. En: Educational technology. [s.l.]: 1995, vol. 35, no. 5. p. 2.

³⁵WINN, William. A conceptual basis for educational applications of virtual reality. Seattle, Washington: Human Interface Technology Laboratory of the Washington Technology Center, University of Washington, 1993. TR-93-9. p. 4.

³⁶NI, Liya, KRZEMINSKI, Marek y TUER, Kevin. Application of haptic, visual and audio integration in astronomy education. En: IEEE International Workshop on Haptic Audio Visual Environments and their Applications. (5: 4-5, diciembre, 2006: Ottawa, Canadá). IEEE International Workshop on Haptic Audio Visual Environments and their Applications. Nueva York: IEEE, 2006. p. 152.

³⁷GEOMAGIC, Inc. Geomagic Touch [En línea] : página Web. (Citada: 22 de septiembre de 2013). <<http://www.geomagic.com/en/products/phantom-omni/overview>>.

³⁸MIKROPOULOS, Tassos. Presence: a unique characteristic in educational virtual environments. En: Virtual Reality. London. 2006, vol. 10. p. 197.

instrucciones. El propósito de la experiencia es buscar armas históricas y llevarlas al templo de Zeus.

El objetivo de la investigación fue evaluar cómo la sensación de presencia influye en los resultados del aprendizaje. Se concluyó que fuera de la definición de presencia como “being there”, también hay un “to do there”, que involucra la realización de tareas en un ambiente virtual.

1.4.1.3 Química Molecular

Sato *et al.*³⁹ presentan un sistema audiovisual y háptico para el aprendizaje de la química. Carga modelos y produce retroalimentación de fuerza para explorarlos. Un dispositivo háptico creado por los autores, SPIDAR-G, se utiliza como alternativa al PHANToM. Consiste en ocho cuerdas conectadas a los vértices de una esfera en un marco cúbico. La retroalimentación háptica se modela con realismo de acuerdo a la fuerza de Van der Waals⁴⁰ y el potencial electrostático sobre un punto. Se evaluó con una actividad en que se tienen dos moléculas de agua. Una molécula está en posición fija pero puede rotar con el teclado. La otra molécula se manipulaba con el SPIDAR-G, proporcionando una fuerza de reacción. Los estudiantes fueron capaces de sentir la direccionalidad de la fuerza de Van der Waals, análoga a la direccionalidad que se tiene entre dos imanes de barra en que uno es rotado.

Los estudiantes que usaron el dispositivo después de una explicación por parte de un instructor rindió mejor en la evaluación que los que solo recibieron la explicación. El efecto háptico fue mayoritariamente descrito como “fácil de usar”. También experimentaron la sensación de disfrutar la experiencia.

1.4.1.4 Microbiología Celular

Minogue *et al.*⁴¹ presenta una simulación háptica-visual de una célula. Los temas de “la célula” y “la difusión simple” (a través de una membrana) fueron identificados como difíciles para los estudiantes. Por una parte, ellos tienden a ver la célula como “una máquina chiquita e inteligente” que tiene conocimiento para llevar a cabo sus procesos. Por otra, hay problemas para conceptualizar cómo la célula es micrométrica, mientras las moléculas son nanométricas. La visualización de la difusión es otra área problemática.

En la primera experiencia el ambiente virtual de la célula muestra un modelo 3D de ella con sus organelas. Es posible realizar operaciones de acercamiento (*zoom*) y rotación. Las partes de la célula llevan descripciones con texto.

En la experiencia de la difusión, los estudiantes examinan un modelo de la membrana celular, que permite interacción con la capa fosfolípida. Se introduce la permeabilidad selectiva de la célula mostrando cómo algunas moléculas pueden pasar la membrana y otras no.

El PHANToM permite “sentir” la forma, tamaño, textura, viscosidad y elasticidad de la estructura celular. También se puede experimentar sintiendo las fuerzas que las moléculas sienten en el proceso de difusión.

Se condujo un estudio comparando un grupo visual con un grupo visual+háptico. Como hallazgo se determinó que el grupo experimental mejoró en solo una de las ocho preguntas dadas. Hubo una ganancia global en el entendimiento de la célula y de la difusión. La combinación visual-háptico trajo menos frustración que solo la experiencia visual. También los estudiantes se involucraron más en la experiencia. Sin embargo, hubo pocas ventajas cognitivas. Esto fue atribuido a una carga cognitiva

³⁹SATO, Makoto, *et al.*. A Haptic Virtual Environment for Molecular Chemistry Education. En: Transactions on Edutainment I/Lecture Notes on Computer Science. Berlín. 2008, vol. 5080. p. 28.

⁴⁰COLABORADORES DE WIKIPEDIA. Van der Waals force [En línea] : página Web. (Citada: 13 de septiembre de 2013).

<http://en.wikipedia.org/wiki/Van_der.Waals_force>.

⁴¹MINOGUE, James, *et al.*. The impact of haptic augmentation on middle school students conceptions of the animal cell. En: Virtual Reality. Londres. 2006, vol. 10, no. 3-4. p. 293.

alta (cognitive load)^{*,42} alta, en un proceso en que un canal visual-semántico del cerebro descarta la necesidad de háptica, pero la añade como carga⁴³.

1.4.1.5 El Átomo

Kontogeorgiu, Bellou y Mikropoulos⁴⁴ exponen una simulación del átomo. Este es un tema que presenta dificultad para estudiantes de todos los niveles educativos, ya que se basa en la mecánica cuántica⁴⁵, la cual requiere altos niveles de abstracción y modificación de conceptos preexistentes de la física clásica. La RV se propone para remediar esta situación gracias a su interactividad, navegabilidad y poder de visualización. Se elaboraron tablas precalculadas para los estados $n = 1, 2, 3$ del hidrógeno. También se apeló al “constructivismo social” como teoría del aprendizaje, en que los estudiantes compartieron entre ellos la experiencia. Las metas de comprensión fueron entender la visualización 3D de la “nube” del electrón, navegar el átomo, excitar los estados de energía y entender el comportamiento del electrón. Se exhibieron superficies para visualizar y reemplazar la imagen del átomo de Bohr⁴⁶, y se mostró la transición de estados estimulada por luz polarizada. En la evaluación final el 84.2% de estudiantes logró asimilar la nueva imagen del átomo, descartando la de Bohr.

1.4.1.6 Entrenamiento en Odontología

Yoshida *et al.*⁴⁷ describen el sistema HAP-DENT para ejercitamiento de la habilidad manual en odontología. La motivación principal es permitirle a los estudiantes entrenar sin que haya un instructor presente. Se enfatiza que la capacidad háptica no constituye una adición exótica, sino que es crucial en esta tarea ya que, por ejemplo, los odontólogos se guían por la dureza del esmalte y la dentina al taladrar. Se utilizó un PHANTOM Omni, cuyo efector se usa para controlar el taladro y recibir retroalimentación por fuerza. Se utilizó un pedal para controlar la velocidad de rotación. Debido a que si se hicieran los cálculos de la simulación el costo computacional sería demasiado alto como para obtener respuesta en tiempo real del PHANTOM, se usa un modelo basado en *octrees* para detectar la colisión entre la herramienta y el diente. También se usa un modelo de la pieza dental basado en elasticidad y viscosidad para determinar la respuesta háptica.

1.4.1.7 Laparoscopia

La laparoscopia es “una técnica quirúrgica moderna en la cual se hacen procedimientos en el abdomen a través de pequeñas incisiones”⁴⁸. Algunas de las condiciones tratadas son el cáncer, la colitis y la diverticulitis⁴⁹.

*Teoría según la cual el alumno usa una memoria de trabajo limitada y está limitado en la cantidad de procesos mentales que puede adelantar simultáneamente.

⁴²UNIVERSITY OF SOUTH ALABAMA ONLINE LEARNING LABORATORY. Cognitive load theory [En línea] : página Web. (Citada: 13 de septiembre de 2013).

<http://www.southalabama.edu/oll/mobile/theory_workbook/cognitive.load.theory.htm>.

⁴³KLATZKY, Roberta, LEDERMAN, Susan y MATULA, Dana. Imagined haptic exploration in judgments of object properties. *En*: Journal of experimental psychology: learning, memory, and cognition. [s.l.]: 1991, vol. 17, no. 2. p. 319.

⁴⁴KONTOGEOURGIU, Assimina, BELLOU, Joan y MIKROPOULOS, Tassos. Being Inside the Quantum Atom. *En*: PsychNology Journal. [s.l.]: 2008, vol. 6, no. 1. p. 83.

⁴⁵ISMAEL, Jenann. Quantum Mechanics [En línea] : página Web. (Citada: 13 de septiembre de 2013).

<<http://plato.stanford.edu/entries/qm/>>.

⁴⁶HARRISON, David. Bohr Model [En línea] : página Web. (Citada: 13 de septiembre de 2013).

<<http://www.upscale.utoronto.ca/GeneralInterest/Harrison/BohrModel/BohrModel.html>>.

⁴⁷YOSHIDA, Yoshinori, *et al.*. Development of a multi-layered virtual tooth model for the haptic dental training system. *En*: Dental materials journal. [s.l.]: 2011, vol. 30, no. 1. p. 1.

⁴⁸COLABORADORES DE WIKIPEDIA. Laparoscopic Surgery [En línea] : página Web. (Citada: 13 de septiembre de 2013).

<http://en.wikipedia.org/wiki/Laparoscopic_surgery>.

⁴⁹AMERICAN SOCIETY OF COLON & RECTAL SURGEONS. Laparoscopic Surgery—What Is It? [En línea] : página Web. (Citada: 13 de septiembre de 2013).

<http://www.fascrs.org/patients/treatments_and_screenings/laparoscopic_surgery/>.

Hay varios problemas en el entrenamiento laparoscópico. Puede realizarse en animales, pero hay cuestiones éticas en juego. También hay preocupación por la seguridad de los procedimientos. Por estas razones la RV emerge como una alternativa viable. Sus ventajas son que el médico puede practicar autónomamente sin un instructor, el sistema de simulación puede calificar el rendimiento y también hay beneficios en el ahorro de costos⁵⁰.

Un simulador de laparoscopia representativo es el LAP Mentor⁵¹. Físicamente tiene la forma de un gabinete con un PC, manipuladores laparoscópicos, una cámara y dos pedales. Provee entrenamiento en operación de la cámara, coordinación ojo-mano, sujetamiento de clips quirúrgicos, corte, y cauterización. Zhang⁵² concluye que el LAP Mentor puede discriminar la destreza en laparoscopia objetivamente, i.e., la habilidad en el LAP Mentor tiene correspondencia con las habilidades de novatos y expertos. Otra característica del LAP Mentor es el suministro de instrucciones y retroalimentación por parte de un “instructor virtual”⁵³.

1.4.2 Estado del Arte de Educación con RA

Hacemos ahora una descripción de usos educativos de la RA. Los temas representativos que escogimos son la química, apreciación de obras de arte, habilidades espaciales en la ingeniería, simulaciones físicas, entrenamiento en uso de equipos de laboratorio, nanofísica y aprendizaje del violín.

1.4.2.1 Química

Fjeld *et al.*⁵⁴ presenta una aplicación llamada “química aumentada”. Utiliza una interfaz tangible*,⁵⁵ y está diseñada como un sustituto de los modelos de barras y esferas. Utiliza un cuadernillo de elementos químicos que, mediante el uso de un marcador de “sujeción” permite tomar elementos para construir moléculas. La estructura molecular, la regla del octeto y los enlaces químicos son algunos de los temas de aprendizaje. Se hizo una comparación de logros de comprensión con modelos de barras y esferas, evaluando la carga cognitiva, comodidad física, satisfacción y usabilidad. Los resultados indicaron grados de aprendizaje similares entre los dos métodos. Para esta tarea en particular, por el control fino requerido y la escala del marcador, se encontró que el uso de la interfaz tangible fue difícil.

1.4.2.2 Guía de Museo

Un sistema basado en RA para apreciación del arte, que provee una guía interactiva que suministra información sobre piezas del Museo del Louvre es descrito por Miyashita *et al.*⁵⁶. Hace uso de *tracking* sin marcadores con el fin de estimar la posición y orientación de los objetos. La RA cumplió varias funciones. Una de ellas fue proveer información 3D animada sobre las obras señalando directamente los puntos de interés para explicar técnicas artísticas, restauraciones y detalles de interés, superponiendo tal información sobre la pieza de museo. También cumplió el propósito de mostrar con animaciones

*Interfaz en que los objetos virtuales son controlados con marcadores reales.

⁵⁰ZHANG, Aimin, *et al.*. Construct validity testing of a laparoscopic surgery simulator (Lap Mentor®). En: Surgical Endoscopy. Nueva York. 2008, vol. 22, no. 6. p. 1440.

⁵¹SIMBIONIX CORPORATION. LAP Mentor [En línea] : página Web. (Citada: 13 de septiembre de 2013). <<http://symbionix.com/simulators/lap-mentor/>>.

⁵²ZHANG. Op. cit., p. 1441

⁵³AYODEJI, I, *et al.*. Face validation of the Symbionix LAP Mentor virtual reality training module and its applicability in the surgical curriculum. En: Surgical endoscopy. Nueva York. 2007, vol. 21, no. 9. p. 1641.

⁵⁴FJELD, Morten, *et al.*. Tangible user interface for chemistry education: comparative evaluation and re-design. En: SIGCHI Conference on Human Factors in Computing Systems. (26: 28-3, abril-mayo, 2007: San José, California). Proceedings of the SIGCHI conference on Human factors in computing systems. Nueva York: ACM, 2007. p. 805.

⁵⁵BILLINGHURST, Mark, KATO, Hirokazu y POUPYREV, Ivan. Tangible augmented reality. En: ACM SIGGRAPH ASIA. (1: 10-13, diciembre, 2008: Singapur). ACM SIGGRAPH Asia 2008 papers. Nueva York: ACM Press, 2008. p. 1.

⁵⁶MIYASHITA, Tsutomu, *et al.*. An Augmented Reality Museum Guide. En: IEEE/ACM International Symposium on Mixed and Augmented Reality. (7: 15-18, septiembre, 2008: Cambridge, Reino Unido). Proceedings of the 7th IEEE/ACM International Symposium on Mixed and Augmented Reality. Nueva York: IEEE Press, 2008. p. 103.

cómo moverse dentro de la exhibición siguiendo un mapa 3D. Además, las piezas son descritas por un personaje 3D para evocar familiaridad y admiración en los visitantes.

Se buscó no “adulterar” la experiencia de visita al museo, evitando que la tecnología tuviera un lugar preeminente y oscureciera la muestra. Por esto mismo se prescindió de marcadores, para no contaminar visualmente la sala. La GUI, además, debía ser sencilla. Estos requerimientos son poco comunes, ya que en la mayor parte de la RA esta se apoya en la novedad de la tecnología.

La mayoría de visitantes disfrutaron el sistema, y relataron un interés mayor en la contemplación del arte. Una dificultad fue que los usuarios tenían problemas para buscar lugares con un *tracking* óptimo, lo cual habría sido más fácil con marcadores. Los visitantes aprendieron a usar el sistema rápidamente, aún sin haber usado RA con anterioridad, lo cual destaca la “usabilidad” de la RA.

1.4.2.3 Habilidad Espacial para Ingeniería

Martín *et al.*⁵⁷ elaboraron un libro de RA para desarrollar la habilidad espacial mediante la visualización de modelos 3D. Señalan que tradicionalmente esto se ha hecho con papel y lápiz, pero hoy en día esto genera resistencia en los estudiantes, ya que “sus modos de vida y expectativas se definen por Internet, los juegos, los dispositivos móviles, etc.”, y usar medios tradicionales los desmotiva. Este desarrollo, llamado AR-Dehaes, consiste en software, video, un cuadernillo de preguntas, y un libro de RA. Los temas de estudio son: (1) visualizar superficies y vértices con proyecciones ortográficas*,⁵⁸ y axonómicas**,⁵⁹ (2) identificar vistas ortográficas de los modelos, (3) identificar relaciones espaciales y (4) dibujar en proyección ortográfica de un objeto basándose en la proyección axonométrica y la de perspectiva. La opinión generalizada de los estudiantes determinó que el libro fue bueno, útil, e interesante y preferible a la metodología tradicional.

1.4.2.4 Simulaciones en Física

Kaufmann y Meyer⁶⁰ implementan una aplicación de RA llamada “PhysicsPlayground” para enseñar mecánica. Incorpora el *engine* de juegos llamado PhysX. Permite la creación de experimentos virtuales con fuerzas, masas, engranajes y otros objetos. También hace posible el análisis de experimentos virtuales, lo cual para los autores constituye una innovación importante, ya que permite analizar comportamientos que no pueden examinarse en un laboratorio real. Basado en el proyecto Studierstube⁶¹, su uso emplea un HMD y un panel de control virtual llamado PIP. El uso deseado involucra dos usuarios. Sin embargo, también es posible usarlo en PCs fijos, aunque en tal caso los autores anotan que la experiencia es menos intuitiva. El usuario puede construir sistemas mecánicos seleccionando formas (para cuerpos rígidos), motores, fuerzas y articulaciones.

El sistema tiene una funcionalidad de análisis que permite monitorear los parámetros físicos del experimento. En su modalidad básica se exhibe un gráfico XY. También hay una modalidad vectorial. El analizador puede acoplarse con los atributos de las partes que componen el experimento realizado, como velocidad, fuerza o energía cinética, y hacer gráficas contra el tiempo. Pueden hacerse gráficas

*Representación gráfica tridimensional en que los rayos proyectados son perpendiculares al plano de proyección.

**Representación gráfica tridimensional en que la escala no depende de la distancia.

⁵⁷MARTÍN-GUTIÉRREZ, Jorge, *et. al.*. Design and validation of an augmented book for spatial abilities development in engineering students. *En*: Computers & Graphics. Amsterdam. 2010, vol. 34, no. 1. p. 77.

⁵⁸COLABORADORES DE WIKIPEDIA. Orthographic projection [En línea] : página Web. (Citada: 13 de septiembre de 2013).

<http://en.wikipedia.org/wiki/Orthographic_projection>.

⁵⁹COLABORADORES DE WIKIPEDIA. Axonometric projection [En línea] : página Web. (Citada: 13 de septiembre de 2013).

<http://en.wikipedia.org/wiki/Axonometric_projection>.

⁶⁰KAUFMANN, Hannes y MEYER, Bernd. Simulating educational physical experiments in augmented reality. *En*: ACM SIGGRAPH ASIA 2008 educators programme. (1: 10-13, diciembre, 2008: Suntec, Singapur). Proceedings of ACM SIGGRAPH ASIA 2008. Nueva York: ACM Press, 2008. p. 68.

⁶¹SCHMALSTIEG, Dieter, *et. al.*. The studierstube augmented reality project. *En*: Presence: Teleoperators & Virtual Environments. [s.l.]: 2002, vol. 11, no. 1. p. 33.

múltiples para comparar varios parámetros a la vez. Puede correr libremente a medida que progresa un experimento o exhibir solamente resultados finales.

1.4.2.5 Aprendizaje de Laboratorio Aumentado

El trabajo de Martín-Gutiérrez *et al.*⁶² tiene como propósito proveer manuales en RA para un laboratorio de electrotecnia, superponiendo modelos 3D y animaciones sobre elementos de laboratorio reales. También se usa audio. Los paneles de control de los instrumentos llevan marcadores, y mediante dispositivos móviles se muestran los elementos de RA. Un aspecto útil es la exhibición de información que de otra manera sería invisible. Otra ventaja es la reducción de la carga del instructor. Los instrumentos utilizados fueron un panel de protección eléctrica, un instrumento de análisis de máquinas eléctricas y un panel de control automático.

1.4.2.6 Nanofísica

Marliere *et al.*⁶³ describe la simulación de un “nanomundo” en el cual los estudiantes pueden interactuar con superficies a escala nanoscópica. Está basado en un AFM, “Atomic Force Microscope”^{*,64}, el cual es una de las herramientas más comunes para medir fuerzas entre átomos y moléculas, y para hacer *scan* de superficies. Consiste en un actuador que lleva un solo átomo en la punta, fijado a una “viga voladiza”. De acuerdo al punto de la superficie sobre el cual se localiza, el átomo es atraído o repelido.

Este trabajo conecta un AFM real a un sistema multisensorial visual, audible y háptico. Un PC se usa para adquirir los datos del AFM y elaborar una simulación que da una representación audiovisual. También se usa un “stick 3D”, que es como un *joystick* con retroalimentación de fuerza. Este puede usarse como dispositivo de entrada para el PC, el cual calcula el desplazamiento sobre la superficie y produce retroalimentación audiovisual. El audio se usa para indicar la elasticidad del punto muestreado por el AFM.

1.4.2.7 Aprendizaje del Violín

Shiino, Sorbier y Saito⁶⁵ introducen un sistema de RA para aprendizaje del violín. Una dificultad importante es que el violín no tiene puntos discretos de presión de las cuerdas (como la guitarra). La solución elaborada enseña cómo presionar las cuerdas y ejecutar el movimiento del arco usando RA como guía.

El sistema usa el dispositivo Kinect⁶⁶, valiéndose de sus cámaras convencional y de profundidad. No usa marcadores. Mediante técnicas de visión por computador se estima la pose del violín. Al conocer su pose, se enseñan los puntos de presión. Para el movimiento del arco el esqueleto del aprendiz es identificado y mostrado junto al esqueleto de un experto. Como añadidura, el espectro del sonido se analiza para detectar si el movimiento del arco y el tono musical son correctos.

*Microscopio que escanea una muestra y registra la fuerza medida en cada punto.

⁶²MARTÍN-GUTIÉRREZ, Jorge, GUINTERS, Egils y PÉREZ-LOPEZ, David. Improving Strategy of Self-Learning in Engineering: Laboratories with Augmented Reality. *En*: Procedia-Social and Behavioral Sciences. Amsterdam. 2012, vol. 51, no. 1. p. 832.

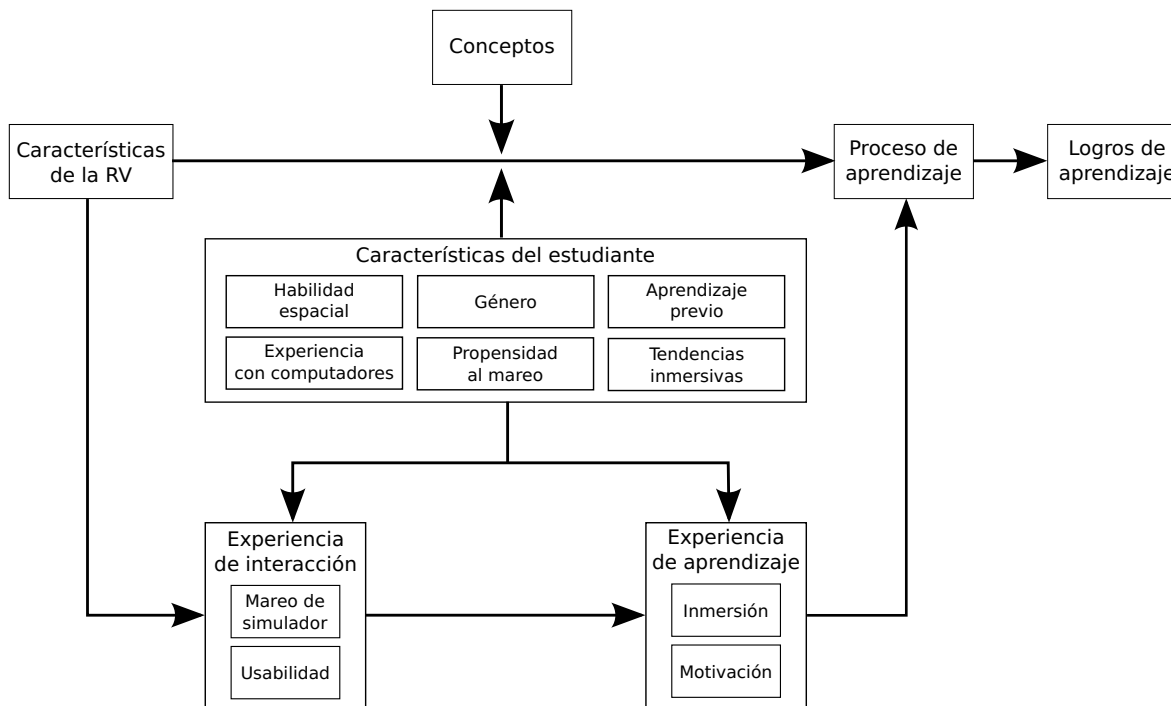
⁶³MARLIÈRE, Sylvain, *et. al.*. An Augmented Reality Nanomanipulator for Learning Nanophysics: The NanoLearner Platform. *En*: 2008 International Conference on Cyberworlds. (7: 22-24, septiembre, 2008: Hangzhou, China). Proceedings of the 2008 International Conference on Cyberworlds. Los Alamitos, California: IEEE Computer Society, 2008. p. 94.

⁶⁴NAVAL RESEARCH LABORATORY. Atomic Force Microscopy: General Concept and Defining Characteristics [En línea] : página Web. (Citada: 13 de septiembre de 2013). <http://www.nrl.navy.mil/chemistry/6170/6177/afm_concept.php>.

⁶⁵SHIINO, Hiroyuki, SORBIER, Francois y SAITO, Hideo. Towards an Augmented Reality System for Violin Learning Support. *En*: Lecture Notes in Computer Science. Berlín. 2013, vol. 7854. p. 136.

⁶⁶MICROSOFT CORPORATION. Kinect for Windows [En línea] : página Web. (Citada: 13 de septiembre de 2013). <<http://www.microsoft.com/en-us/kinectforwindows/>>.

Figura 4: Modelo de aprendizaje de RV de Salzman *et al.*



Fuente: Salzman *et al.* (1995).

Con esto concluimos nuestra revisión del estado del arte. A continuación veremos teorías concretas sobre el aprendizaje con RV y RA.

1.5 TEORÍA DE LA RV/RA EN EL APRENDIZAJE

No se ha explorado una teoría unificada del aprendizaje con la RV y la RA, lo cual ameritaría un trabajo propio dada la extensión, dispersión e importancia del tema. Nos ocuparemos de presentar tres teorías representativas por separado: la de Salzman *et al.*⁶⁷, la de Mikropoulos y Natsis⁶⁸, y la de Shelton y Hedley⁶⁹.

1.5.1 Teoría de Salzman *et al.*

El objetivo de Salzman *et al.*⁷⁰ es “entender las características de la RV e identificarlas, usarlas, y evaluarlas para transmisión de contenido abstracto, discerniendo los roles de las características de la RV y otros factores”.

En la Figura 4 aparece un esquema de esta teoría. A continuación damos algunas definiciones de los elementos. Se profundizarán luego, pero es mejor obtener una imagen global ya que son interdependientes (los pasajes entre comillas son citas de Salzman).

⁶⁷SALZMAN, Marilyn, *et al.*. The design and evaluation of virtual reality-based learning environments. *En*: Presence: Teleoperators and Virtual Environments (special issue on education). Cambridge, Massachusetts. 1995, vol. 4, no. 1. p. 1.

⁶⁸MIKROPOULOS, Tassos y NATSIS, Antonis. Educational virtual environments: A ten-year review of empirical research (1999–2009). *En*: Computers & Education. Amsterdam, Países Bajos. 2011, vol. 56, no. 3. p. 769.

⁶⁹SHELTON, Brett y HEDLEY, Nicholas. Exploring a cognitive basis for learning spatial relationships with augmented reality. *En*: Technology, Instruction, Cognition and Learning. [s.l.]: 2004, vol. 1, no. 4. p. 323.

⁷⁰SALZMAN, Marilyn, *et al.*. The design and evaluation of virtual reality-based learning environments. *En*: Presence: Teleoperators and Virtual Environments (special issue on education). Cambridge, Massachusetts. 1995, vol. 4, no. 1. p. 1.

- *Conceptos*: Constituyen la unidad básica de contenido que se desea enseñar.
- *Proceso de aprendizaje*: Es el desenvolvimiento de la comprensión a medida que progresa la sesión de enseñanza-aprendizaje.
- *Logros de aprendizaje*: Es el inventario de items comprendidos una vez que las lecciones han terminado.
- *Características del estudiante*: Son atributos que describen a *grosso modo* fortalezas y debilidades relevantes a la experiencia educativa. “Su medición ayuda a (1) explicar los logros de aprendizaje que se quedan por fuera de las características de la RV y (2) valorar las fortalezas de las características de la RV al influir el proceso de aprendizaje y los logros de aprendizaje”⁷¹.
- *Experiencia de interacción*: “Es la facilidad de interacción del usuario con el sistema a través de la interfaz de usuario”⁷².
- *Experiencia de aprendizaje*: Se refiere a qué tan motivante y relevante para el alumno es la experiencia. Se busca perfeccionarla a través de la inmersión sensorial y el apoyo acertado de las características de la RV.

1.5.1.1 Características de la RV

Los autores son partidarios de desarrollar la experiencia de RV con cuidado a los efectos de segundo orden (identificados más adelante) y a la escogencia correcta de las características de la RV para exponer cada concepto. Estas características son como “técnicas de uso” de la RV. Se enumeran a continuación.

- *Inmersión 3D*: Según Witmer y Singer⁷³ la definición de inmersión es “un estado psicológico caracterizado por la percepción de sentirse a sí mismo en un ambiente en el cual se está envuelto, incluido y en interacción con un flujo continuo de estímulos y experiencias”.
- *Marcos de referencia*: En las investigaciones sobre aprendizaje espacial, navegación en ambientes virtuales y visualización surge el resultado de que distintas perspectivas, o marcos de referencia, influyen el entendimiento. Darken y Sibert⁷⁴ diferencian el marco de referencia geocéntrico (vista global, análoga a usar un mapa) y el marco de referencia egocéntrico (vista de primera persona a nivel del terreno).
- *Guías multisensoriales**: Se refieren al uso coordinado de referencias visuales, sonoras y hápticas para orientarse en el mundo virtual e identificar objetos de interés para una tarea.

Discutimos un poco más sobre los marcos de referencia. Salzman *et al.* citan como ejemplo de transición entre marcos de referencia una experiencia en que se contempla cercanamente un fenómeno dado, y luego se retrocede a una vista global del mundo donde ocurre el fenómeno.

Podría haber duda de la usabilidad de las transiciones entre marcos de referencia por ser una operación rápida y con probabilidad de abrumar algunos usuarios. Surge el dilema de si satisfacer usuarios con habilidad espacial capaces de tener en mente varios puntos de vista, o mantener un solo punto de vista para abarcar usuarios novatos.

Sin embargo, tal duda puede ser desechada debido a que el uso de videojuegos se ha hecho universal. En tales juegos son frecuentes los cambios en marcos de referencias. Por lo tanto, este aspecto hará más

*Es más preciso tener en cuenta el original en inglés, “multisensory cues”.

⁷¹Ibid., p. 9.

⁷²Ibid., p. 3.

⁷³WITMER, Bob y SINGER, Michael. Measuring Presence in Virtual Environments: A Presence Questionnaire. *En*: Presence: Teleoperators and Virtual Environments. Cambridge, Massachusetts. 1998, vol. 7, no. 3. p. 227.

⁷⁴DARKEN, Rudolph y SIBERT, John. Navigating large virtual spaces. *En*: International Journal of Human-Computer Interaction. [s.l.]: 1996, vol. 8, no. 1. p. 1.

atractivo el uso de RV. También, diseñar para el mínimo común denominador haría las experiencias obsoletas, a medida que la “aptitud interactiva” crece en la población.

Para finalizar mencionamos que inicialmente se consideró que las características de la RV influían solamente el proceso de aprendizaje, pero tras la evaluación iterativa se hizo evidente que también afectan la experiencia de aprendizaje y la experiencia de interacción (ver p. 30). Salzman *et al.* anota: “La característica de inmersión 3D provee motivación. Los marcos de referencia también motivan y facilitan el proceso de aprendizaje. Las guías multisensoriales encausan la atención y mejoran la calidad de la experiencia de aprendizaje y la experiencia de interacción”.

1.5.1.2 Diseño y Evaluación de la Experiencia

Los autores siguen su modelo para guiar el proceso de desarrollo del software en varios pasos. (1) Para identificar los conceptos a ser desarrollados se parte del conocimiento del campo de acción, el dominio de la investigación reciente en didáctica y la retroalimentación dada por los estudiantes a medida que transcurre el desarrollo iterativo. (2) Se seleccionan los conceptos según se presten para la RV. (3) Se decide cual/cuales de las características de la RV son adecuadas para enseñar el concepto dado. (4) Se define la forma de la experiencia de aprendizaje y la experiencia de interacción.

El alcance del modelo influye también su *evaluación*. Según los autores, “Al evaluar los logros de aprendizaje (finales), el principal objetivo de investigación es presentar el vínculo entre las características de la RV y qué tan eficiente fue para aprender los conceptos señalados”. También se revisa qué tanto incidieron los factores de segundo orden (ver la siguiente sección).

Los autores dicen que no hay dos personas para las cuales la experiencia de RV sea igual. Por esta razón se hace un inventario de las características individuales de la muestra de participantes. Es importante, ya que un análisis estadístico podría determinar que la variabilidad en las características de aprendizaje de los participantes es mayor que la variabilidad dada por la RV, y el objetivo de discriminar el impacto de las características de la RV en el concepto dado fallaría debido al enmascaramiento mutuo de las variabilidades.

La evaluación también se diseña de modo que se logre identificar los puntos fuertes y débiles de las características de la RV. También se hace una evaluación “en tiempo real” del proceso de aprendizaje pidiendo a los estudiantes que predigan el efecto de sus acciones y luego contrasten con lo que en realidad ocurre. Luego se caracterizan la experiencia de aprendizaje y la experiencia de interacción a través de entrevistas.

La evaluación hace posible aislar las partes que componen las características del estudiante, la experiencia de interacción y la experiencia de aprendizaje. Antes de la evaluación estos tres aspectos estaban “en blanco”. También confirma que las características de la RV no solo afectan el proceso de aprendizaje, sino la experiencia de interacción y la experiencia de aprendizaje. Para más detalles, ver la sección “efectos de segundo orden” más adelante.

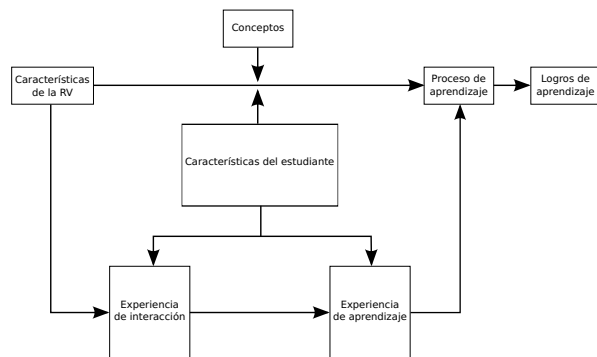
Finalmente, un hallazgo algo imprevisto fueron las “concesiones mutuas” (trade-offs). En particular, hay una disyuntiva entre favorecer la experiencia de interacción o la experiencia de aprendizaje. Una experiencia de interacción más “impresionante” puede empeorar las cosas para quienes tengan tendencia al mareo. Otra concesión es que una característica de la RV puede ser óptima para enseñar ciertos conceptos, pero contraproducente para otros.

1.5.1.3 Efectos de Segundo Orden

Con “efectos de segundo orden” queremos sintetizar un mismo concepto que aparece con diversos términos en el artículo. Antes de desarrollar experimentos con estudiantes, la teoría de Salzman *et al.* presentaba la forma de la Figura 5. Comparando con la Figura 4, puede verse que las características del estudiante, la experiencia de interacción y la experiencia de aprendizaje estaban vacías. En realidad no había alguna teoría preliminar que explicara qué debía ir en estos cuadros.

A partir de la evaluación en las primeras iteraciones del diseño se puso en evidencia que no se podía tener una teoría “pura”, en que las características de la RV “llegaran derecho” (como en la flecha) al proceso de aprendizaje y los logros de aprendizaje. En lugar de ello, deben tenerse en cuenta también

Figura 5: Modelo *inicial* de aprendizaje de RV de Salzman *et al.*



Fuente: Salzman *et al.* (1995).

efectos de segundo orden, que corresponden a los detalles en que se desglosan las características del estudiante, experiencia de interacción y experiencia de aprendizaje (Figura 4). Esto puede introducir riqueza o complejidad al modelo, según el punto de vista. De cualquier forma los efectos están ahí y debe tenerse en cuenta que un cambio en uno de los bloques puede interactuar, siguiendo las flechas en la figura, con los demás.

En primer lugar, la evaluación permitió identificar varias características del estudiante importantes. Son: (1) género, (2) aprendizaje previo, (3) habilidad espacial, (4) experiencia con computadores, (5) propensión al mareo y (6) tendencias inmersivas.

Sin que Salzman *et al.* entren a dar detalles, se dice que los dos primeros aspectos tienen repercusiones en el aprendizaje abstracto.

La habilidad espacial (punto 3) tiene impacto sobre la efectividad con que se asimila la experiencia de RV. “Permite al individuo distinguir patrones y manipularlos y rotarlos con respecto a la posición propia en el espacio”. Se correlaciona con la capacidad de aprendizaje en ciencias y matemáticas.

La experiencia con computadores tiene impacto sobre la usabilidad. Este factor debe evaluarse con cautela, ya que un problema que es de usabilidad puede encubrir un trabajo bien hecho en los otros aspectos, sin que el usuario distinga la naturaleza de fondo del problema.

Debe advertirse que los autores afirman que la experiencia con computadores y la habilidad espacial también están correlacionadas, aunque no se dan detalles.

La propensión al mareo físico predice directamente el mareo de simulación (*simulator sickness*)*,⁷⁵. Este es un fenómeno con potencial de hacer abortar la experiencia. Si no se desea descartar participantes, de todas maneras sería elucidante hacer que los usuarios respondan el cuestionario SSQ expuesto en Lin *et al.*⁷⁶, el cual permite evaluar el grado de mareo experimentado. La misma referencia menciona otra medida posible, consistente en cambiar el campo visual (FOV)**,⁷⁷ según el hallazgo de que un FOV ancho maximiza la inmersión, pero incrementa la incidencia de mareo.

La inmersión es importante para discernir qué tan sumergido está un estudiante en el ambiente virtual. Sin embargo, hace falta abordar la pregunta de cómo medirla. Una alternativa sería que la comunidad académica adoptara un ambiente virtual “patrón” con el cual cuantificarla. Sin embargo,

*Malestar general asociado a la sensación de movimiento en una simulación computarizada.

**El ángulo capaz de ser abarcado por un órgano o instrumento óptico.

⁷⁵SCOTT, G. Simulator sickness [En línea] : página Web. (Citada: 13 de septiembre de 2013). <<http://www.siggraph.org/education/materials/HyperVis/virtual.env/percept.iss/simulate.htm>>.

⁷⁶LIN, JJ-W, *et. al.*. Effects of field of view on presence, enjoyment, memory, and simulator sickness in a virtual environment. En: Virtual Reality 2002. (9: 24-28, marzo, 2002: Orlando, Florida). Proceedings of the IEEE Virtual Reality Conference 2002. Nueva York: IEEE, 2002. p. 164.

⁷⁷COLABORADORES DE WIKIPEDIA. Field of view [En línea] : página Web. (Citada: 13 de septiembre de 2013). <http://en.wikipedia.org/wiki/Field_of_view>.

llegar a un acuerdo tan amplio sería difícil. Una alternativa más práctica sería elaborar un test. Esto es lo que hacen Witmer y Singer⁷⁸. Se llama “Cuestionario de Tendencias Inmersivas (Immersive Tendencies Questionnaire), ITQ”.

Este examen es útil, pues permite evaluar la inmersión de una manera que no depende del ambiente virtual concreto, permitiendo elucidar con independencia si un ambiente virtual está mal realizado, o si la muestra estadística tiene tendencias inmersivas bajas.

Algunas preguntas del ITQ son las siguientes:

- ¿Suele ocurrirle que, al soñar despierto, olvida lo que está pasando a su alrededor?
- ¿Le llega a pasar que está tan ensimismado con una película que olvida lo que sucede en su entorno?
- ¿Se identifica con personajes de televisión?
- ¿Cuando usa un videojuego le ocurre que siente estar dentro del juego en vez de estar sentado usando el control?
- ¿Permanece asustado por un tiempo después de mirar una película de terror?

1.5.1.4 Recapitulación

Hemos considerado la teoría de aprendizaje con RV de Salzman *et al.*. Esta incluye un procedimiento de diseño y de evaluación. Este modelo se sintetiza en la Figura 4. En un primer nivel conceptual de términos más básicos tenemos conceptos, características de la RV, proceso de aprendizaje y logros de aprendizaje. El modelo gira alrededor de las características de la RV, que son: inmersión 3D, marcos de referencia y guías multisensoriales.

En un segundo nivel hallamos bloques que conglomeran diversos rasgos, tales como características del estudiante, experiencia de interacción y experiencia de aprendizaje. Estos rasgos están compuestos de nociones más elementales, como propensión al mareo, motivación y habilidad espacial.

En síntesis, la teoría de Salzman *et al.* proporciona aportes que abarca la escogencia de los tópicos de aprendizaje, su acople con características de la RV, y tiene a la vista las características del estudiante para influir de modo positivo la experiencia de aprendizaje y la experiencia de interacción.

En la teoría de Salzman *et al.* se identificaron tres características de la RV (inmersión 3D, marcos de referencia y guías multisensoriales). Sin embargo, desde su publicación, se han encontrado varias más. Estas son expuestas en la teoría de Mikropoulos, que es el tema de la siguiente sección.

1.5.2 Teoría de Mikropoulos

Mikropoulos y Natsis⁷⁹ proveen un inventario expandido de características de la RV, que podría inscribirse en la teoría de Salzman *et al.* Para elaborarlo, hacen una recopilación de la literatura e identifican: semántica natural, tamaño, transducción, reificación (“cosificación”), autonomía y presencia. A continuación se describirán según los autores que introdujeron cada término.

1.5.2.1 Semántica Natural

Según Bricken⁸⁰, la semántica natural es el logro de interactuar con un mundo virtual por medio de comandos “naturales”. Se rechazan las metáforas de “escritorio”^{*} a favor de “caminar”, “señalar”, “hablar” y “agarrar”. La semántica natural le quita al usuario la carga de interactuar con representaciones simbólicas propensas a causar errores en el medio virtual.

^{*}Interacción convencional con el computador basado en la manipulación de una GUI mediante teclado y ratón.

⁷⁸WITMER y SINGER. Op. cit., p. 234.

⁷⁹MIKROPOULOS y NATSIS, Op. cit., p. 770.

⁸⁰BRICKEN, William. Learning in Virtual Reality. Seattle, Washington: Human Interface Technology Laboratory, 1990. HITL-M-90-5. p. 1.

1.5.2.2 Tamaño, Transducción y Reificación

En Winn⁸¹ encontramos las siguientes características.

- **Tamaño.** Se refiere a la posibilidad de que un mundo virtual tenga una escala arbitraria. Mientras que en el mundo real es imposible acercarse a un objeto sin que se interponga la solidez de este (“chocar”), en un mundo virtual puede lograrse un acercamiento o alejamiento arbitrarios, lo cual permitiría ver los átomos, o en el otro extremo, el sistema solar. Aquí hay una coincidencia en cuanto en la teoría de Salzman *et al.* esto recibe la denominación de *transición entre marcos de referencia* (ver p. 31).
- **Transducción.** Es la conversión de fenómenos inaudibles o invisibles en gráficos o sonido. Por ejemplo, convertir el ultrasonido que guía a un murciélago en un sonido audible, simular visión infrarroja, o simulación del tacto de los objetos mediante un guante con vibradores en los dedos. Según Mikropoulos y Natsis⁸², “La transducción en un ambiente virtual extiende la capacidad de sentir datos que normalmente están más allá de los límites de los sentidos o de la experiencia”.
- **Reificación.** También traducida como “cosificación”, es la capacidad de generar representaciones sensibles de objetos no físicos, como fórmulas matemáticas o tablas con datos. Es similar a la transducción, pero se refiere más a objetos abstractos. Es opuesta a la simulación de la siguiente manera, como lo indica Winn⁸³: “En una experiencia de biología, una simulación podría incluir un laboratorio en donde hay un microscopio con el cual se observan microorganismos. Sin embargo, en un ambiente RV, uno podría ser del tamaño de un microorganismo para verlos directamente”.

1.5.2.3 Autonomía

Hay varias definiciones de autonomía. La más adecuada está dada por Zeltzer⁸⁴. Se refiere a la capacidad cualitativa del mundo virtual y sus objetos de transcurrir en el tiempo de forma independiente al usuario, pero también reaccionando a eventos y estímulos. Según Barfield⁸⁵ “los objetos y actores en un ambiente virtual deben ser capaces de exhibir comportamientos más o menos autónomos”.

1.5.2.4 Presencia

La presencia es definida por Witmer y Singer⁸⁶ como “la experiencia subjetiva de estar en un lugar o un ambiente, aún cuando se está situado en otro”. O, según Slater y Usoh⁸⁷: “El extremo hasta el que los participantes humanos en un ambiente virtual se permiten convencerse de que están en otro lugar distinto a donde están ubicados físicamente, donde el otro lugar es determinado por las imágenes, sonidos, y las sensaciones físicas suministradas a sus sentidos por el ambiente virtual sintetizado por computador”.

La presencia está ligada a la atención selectiva, que se enfoca a los estímulos directamente relevantes a la tarea que se efectúa, descartando aquello que no está relacionado, y su importancia radica en que es un factor útil para determinar qué tan involucrado esté el usuario con el ambiente virtual⁸⁸.

⁸¹WINN, William. A conceptual basis for educational applications of virtual reality. Seattle, Washington: Human Interface Technology Laboratory of the Washington Technology Center, University of Washington, 1993. TR-93-9. p. 1.

⁸²MIKROPOULOS y NATSIS, Op. cit., p. 770.

⁸³WINN, Op. cit., p. 1.

⁸⁴ZELTZER, David. Autonomy, Interaction, and Presence. En: Presence: Teleoperators and Virtual Environments. Cambridge, Massachusetts. 1992, vol. 1, no. 1. p. 127.

⁸⁵BARFIELD, Woodrow. Virtual Environments and Advanced Interface Design. Oxford: Oxford University Press, 1995. p. 483.

⁸⁶WITMER, Bob y SINGER, Michael. Measuring Presence in Virtual Environments: A Presence Questionnaire. En: Presence: Teleoperators and Virtual Environments. Cambridge, Massachusetts. 1998, vol. 7, no. 3. p. 225.

⁸⁷SLATER, Mel y USOH, Martin. Presence in immersive virtual environments. En: Virtual Reality Annual International Symposium. (1: 18-22, septiembre, 1993: Seattle, Washington). Proceedings of IEEE Virtual Reality Annual International Symposium. Nueva York: IEEE, 1993. p. 90.

⁸⁸WITMER y SINGER. Op. cit., p. 226.

Así completamos la presentación de las teorías didácticas en RV. A continuación vemos la extensión a la RA propuesta por Shelton y Hedley.

1.5.3 Teoría de Shelton y Hedley

El artículo de Shelton y Hedley considera cuales de las características de la RA facilitan el aprendizaje, y cómo los aprendices ganan habilidad espacial de ella. Puede considerarse que amplía el conjunto de características enunciadas por Mikropoulos y Natsis. A la vez, podría decirse que en la RA se retira la característica de tamaño (ver p. 35), aunque de cierta manera sigue siendo admisible en una transición temporal a RV, como en el MagicBook^{*.89}, y la noción de presencia también sufriría modificaciones.

Los autores señalan la concordancia de las características de la RA con dos teorías convencionales del aprendizaje: teoría del conocimiento espacial, y teoría de la visión animada.

1.5.3.1 Teoría del Conocimiento Espacial

La teoría del conocimiento espacial es central para los autores. Se enfatiza que en la RA la interacción con contenido 3D es radicalmente distinta a la metáfora del escritorio, centrada en acciones propias a las GUI, como los clicks con el mouse. En la RA las acciones no son planas, sino que ocurren en 3D y provienen de la manipulación directa de marcadores tangibles asociados con los objetos virtuales. Esto permite pasar de lo real 3D a lo virtual 3D, sin que haya un cuello de botella 2D.

Hay dos formas de conocimiento espacial: (1) Conocimiento procedimental, que corresponde a navegar en un entorno geográfico. (2) Conocimiento configuracional, que involucra el discernimiento de posiciones relativas, orientaciones, y distancias entre sitios espaciales (landmarks).

La interfaz de RA provee una mezcla de conocimientos procedimentales y configuracionales. Es procedimental cuando el usuario pasa a introducirse en un submundo virtual, como en el MagicBook. Es configuracional cuando se toma un mundo 3D en las manos como si se tuviera un mapa.

El conocimiento espacial también se discrimina según su “camino cognitivo”: (1) Háptico, que concierne al tacto o al movimiento, y se obtiene por acciones materiales. (2) Pictórico, que concierne a la información visual dada por imágenes convencionales.

De acuerdo al camino de conocimiento espacial, la combinación háptica-pictórica se incorpora al modelo mental del aprendiz de manera que provee percepción más rápida y precisa. Por lo tanto, la RA mejora el aprendizaje.

1.5.3.2 Teoría de la Visión Animada

La visión animada trata sobre cómo obtener conceptos visuales a medida que un individuo actúa y se mueve en el mundo. Su soporte es el estudio de la relación entre el sistema visual y el movimiento. Un concepto clave es:

“La visión no es la transformación de señales luminosas en una representación de un mundo tridimensional, sino una serie de respuestas adaptativas rápidas que configuran ciclos de acción y movimiento dentro de un entorno”. Al alternar fases de visualización y movimiento, la interfaz de RA se ciñe a este postulado.

La visión animada resalta la importancia de presencia —en un sentido físico— para promover comportamientos que llevan a logros pedagógicos. Esto es permitido por la capacidad de la RA de mezclar objetos 3D y el mundo real, manteniendo los beneficios del movimiento de objetos virtuales y el movimiento real al adquirir conocimiento espacial a través de la actividad sensorial-motriz.

La RA constituye también una alternativa a la GUI. Al manipular objetos 3D en un programa convencional de escritorio, las manipulaciones están altamente filtradas por la operación del mouse y el teclado. Estas operaciones constituyen un camino convolucionado de adquirir conocimiento 3D, ya

*Conocida experiencia de RA en la que el usuario toma un libro real y observa además gráficos 3D superpuestos.

⁸⁹BILLINGHURST, Mark, POUPYREV, Ivan y KATO, Hirokazu. The magicbook—moving seamlessly between reality and virtuality. En: IEEE Computer Graphics and Applications. Nueva York. 2001, vol. 21, no. 3. p. 6.

que las manipulaciones de la GUI no están mapeadas directamente a los canales de procesamiento espacial del cerebro, al contrario de lo que ocurre con la RA.

1.5.4 Recapitulación

Como hemos dicho, no hay una teoría única que abarque aprendizaje con RV y RA. Sin embargo, las tres teorías vistas pueden de cierta forma concatenarse para formar una teoría unificada.

Casi todas las características del estudiante en la Figura 4 pueden extenderse a la RA. Solo se hacen las siguientes acotaciones: (1) En la RA el papel de la habilidad espacial es aún mayor, tal como lo postula la teoría de Shelton y Hedley. (2) El rol de la propensión al mareo no ha sido muy evaluado. Probablemente se reduce debido a la conservación del punto de vista real, aunque hay (pocos) reportes de su ocurrencia (ver Drascic y Milgram⁹⁰). (3) Las tendencias inmersivas podrían tener una nueva naturaleza, aunque el cuestionario de tendencias inmersivas ITQ (ver p. 34) no discrimina este fenómeno. (4) La usabilidad puede tener una naturaleza distinta, aunque no evaluamos si hay diferencias generales de usabilidad entre la RV y la RA. (5) Con respecto a la inmersión las tendencias de la RV y la RA sí son marcadamente distintas, dado que en la primera hay un aislamiento del mundo que no hay en la segunda.

Las teorías de Salzman *et al.* y Mikropoulos y Natsis comparten la definición de características de la RV, con la aclaración de que la lista de características de Mikropoulos y Natsis es mucho mayor. Los siguientes items presentan diferencias marcadas: (1) el item “tamaño” (ver p. 35) no es completamente aplicable, ya que mientras en la RV el observador puede mirar al mundo en escala micro-macroscópica, en RA solo se tiene la escala del mundo real. (2) La presencia (ver p. 35) es alterada, pues no se causa la sensación de estar en un lugar distinto.

Añadiendo las aclaraciones anteriores, podría considerarse entonces que una teoría (algo provisional) del aprendizaje en RA estaría conformada por la unión de las teorías de Salzman *et al.*, Mikropoulos y Natsis, y Shelton y Hedley. Este es el punto de vista que adoptaremos al sacar conclusiones comunes a nuestros casos de uso.

De este modo concluimos la introducción al tema. En los capítulos siguientes pasamos a presentar el núcleo de este trabajo, los dos casos de uso en RV y RA.

⁹⁰DRASCIC, David y MILGRAM, Paul. Perceptual issues in augmented reality. *En*: SPIE. (33: 28, enero, 1996: San José, California). Proceedings SPIE 2653 Stereoscopic Displays and Virtual Reality Systems III. Bellingham, Washington: SPIE, 1996. p. 129.

2. ENSEÑANZA DE LA ROBÓTICA CON RV

2.1 INTRODUCCIÓN

El rol creciente de la automatización en la ingeniería ha creado la necesidad de la enseñanza de la robótica en las universidades. A pesar de esto, la didáctica en esta área presenta varios problemas^{1,2}. Por una parte, el uso de hardware real es muy deseable, pero es muy difícil para las instituciones adquirir una muestra representativa de todo el hardware de robótica usado en la industria. Los robots son además caros, y mientras más se usen, más mantenimiento requieren, además de que su vida útil disminuye. Finalmente, para cualquier disposición realista, es difícil mantener en un espacio de laboratorio reducido equipo común usado con la robótica, como bandas transportadoras, equipo de soldadura, equipo de remache, etc..

Los programas de simulación robótica pueden contribuir a la solución de estos problemas y proveer ventajas adicionales³, como (1) pruebas de protocolos de seguridad, determinación de técnicas de calibración, y prueba de sensores nuevos, (2) simulación de robots de gran tamaño y alto rendimiento fuera del alcance de los laboratorios, (3) operación en ambientes desconocidos, como el espacio⁴ y el océano profundo⁵, (4) operaciones peligrosas, y (5) aplicaciones no ejemplificables en un laboratorio real, como pintura con pulverizador, soldadura, transporte de cargas pesadas, y uso militar.

Adicionalmente a la simulación una característica deseable es la enseñanza telepresencial. Con telepresencia las instituciones educativas que ofrecen cursos de robótica pueden colaborar y hacer uso común de sus recursos. Encontramos este escenario en el curso en que se basó el presente trabajo. Deseábamos establecer colaboración telepresencial en la enseñanza de la robótica entre varias instituciones colombianas. Una de ellas (la Universidad del Quindío) posee un laboratorio de robótica de manipuladores. La otra (la Universidad del Valle) posee un laboratorio de robótica móvil. Otras instituciones que deseaban participar no tenían robots.

Para apalancar la colaboración, la Universidad del Quindío implementó funcionalidad de laboratorio remoto desarrollando interfaces web para el uso de su robot manipulador. Por nuestra parte, programamos un simulador del robot y lo introdujimos como un contenido para la herramienta de telepresencia⁶ desarrollada en la Universidad EAFIT. Esto se hizo para permitir la conducción de sesiones de enseñanza-aprendizaje en las cuales un instructor y estudiantes en diversas instituciones comparten una representación 3D del robot para visualizar, manipular y programar.

El resto de este capítulo está organizado de la siguiente manera. La sección 2.2 presenta el estado del arte en simulación robótica. La sección 2.3 presenta nuestro trabajo; comprende una descripción del robot físico, la herramienta de telepresencia, el lenguaje de programación del robot y las experiencias educativas desarrolladas. La sección 2.4 presenta los resultados de la evaluación de los contenidos desarrollados. Finalmente, la sección 2.5 presenta nuestras conclusiones.

¹DUNN, Tim y WARDHANI, Aster. A 3D robot simulation for education. En: International conference on Computer graphics and interactive techniques in Australasia and South East Asia. (1: 11-14, febrero, 2003: Melbourne, Australia). GRAPHITE 2003 Proceedings of the 1st international conference on Computer graphics and interactive techniques in Australasia and South East Asia. Nueva York: ACM, 2003. p. 277.

²JARA, Carlos, CANDELAS, Francisco y TORRES, Fernando. Virtual and remote laboratory for robotics e-learning. En: European Symposium on Computer Aided Process Engineering. (18: 1-4, junio, 2008: Lyon, Francia). European Symposium on Computer Aided Process Engineering. Amsterdam, Países Bajos: Elsevier, 2008. p. 1193.

³HARRIS, Adam y CONRAD, James. Survey of popular robotics simulators, frameworks, and toolkits. En: SoutheastCon 2011. (28: 17-20, marzo, 2011: Nashville, Tennessee). IEEE Southeastcon 2011. Nueva York: IEEE, 2011. p. 243.

⁴ELLERY, Alex. An introduction to space robotics. Nueva York: Springer, 2000. p. 1.

⁵YUH, Junku y WEST, Michael. Underwater Robotics. En: Advanced Robotics. Londres. 2001, vol. 15, no. 5.

⁶AGUDELO, Andres, *et. al.*. Telepresence for Distance Education: Lessons Learned. En: International Conference on Education IADAT-e. (1: 7-9, julio, 2004: Bilbao, España). Proceedings of International Conference on Education IADAT-e. Vizcaya, España: IADAT, 2004. p. 1.

2.2 TRABAJO RELACIONADO

Hemos desarrollado previamente software para la enseñanza telepresencial (ver Restrepo y Trefftz⁷) en el cual un ambiente virtual de aprendizaje es compartido por un instructor y estudiantes de forma remota. Con respecto a la enseñanza a distancia mediada por computador nuestra herramienta se encuentra madura dentro del estado del arte, y nos concierne la creación de contenido, específicamente en robótica, en lugar de desarrollo adicional de las capacidades de telepresencia. Por lo tanto nos concentraremos en revisar el estado del arte en simulación robótica. Una revisión más extensa puede encontrarse en Harris y Conrad⁸ y Craighead⁹.

Encontramos un antecedente a nuestro trabajo en Coman *et al.*¹⁰ Este artículo desarrolla el modelo matemático de la cinemática directa/inversa* para el robot Mitsubishi RV-2AJ en forma explícita y matemáticamente cerrada. Se describe el modelamiento en SolidWorks del brazo robot. El ambiente 3D es provisto por MATLAB, usando el módulo “Virtual Reality Toolbox”. El modelamiento incluye las señales de entrada al robot. La simulación se controla con un *joystick*.

El USARSIM, presentado por Carpin *et al.*¹¹, es un simulador robótico caracterizado por renderizado realista a través del *engine* 3D Unreal¹². Es comercial, lo cual significa que su uso requiere una licencia. Esto, sin embargo, no ha disminuido su utilización. Provee simulación física también a través de Unreal. Se tiene la capacidad de añadir sensores. También tiene interfaz con el simulador *Player*, descrito más adelante. Se pueden crear ambientes con objetos 3D, como sillas, mesas y cuartos. Se permite usar lenguajes de programación robóticos que cumplan el requisito de poder comunicarse por *sockets* con el simulador.

Hugues¹³ presenta un simulador implementado en Java con el uso de su paquete 3D. Se especializa en aprendizaje de máquinas, redes neuronales, evolución artificial e inteligencia artificial para agentes autónomos. Se pueden implementar muchas clases de robot. Acepta el uso de cámaras y sensores. También efectúa simulación online o por lotes (*batch*), y puede aceptar archivos de órdenes en el lenguaje de programación Python.

Laue, Spiess y Röfer¹⁴ introducen SimRobot. Es un sistema que simula robots andadores definidos por el usuario. Provee dinámica de cuerpo rígido, sensores y actuadores. Los autores describen la implementación de varios robots. Usa un lenguaje de modelado basado en XML llamado RoSiML, el cual también ayuda automáticamente a generar modelos físicos. Otras características incluyen simulación de una cámara y propiocepción de los actuadores.

*Definición en la sección 2.3.2, p. 46.

⁷RESTREPO, Juliana y TREFFTZ, Helmut. Telepresence support for synchronous distance education. En: ACM Symposium on Virtual Reality Software and Technology. (12: 7-9, noviembre, 2005: Monterey, California). VRST 05 Proceedings of the ACM symposium on Virtual Reality Software and Technology. Nueva York: ACM, 2005. p. 63.

⁸HARRIS, Adam y CONRAD, James. Survey of popular robotics simulators, frameworks, and toolkits. En: SoutheastCon 2011. (28: 17-20, marzo, 2011: Nashville, Tennessee). IEEE Southeastcon 2011. Nueva York: IEEE, 2011. p. 243.

⁹CRAIGHEAD, Jeff, *et al.*. A survey of commercial & open source unmanned vehicle simulators. En: Robotics and Automation, 2007 IEEE International Conference on. (24: 10-14, abril, 2007: Roma). 2007 IEEE International Conference on Robotics and Automation. Nueva York: IEEE, 2007. p. 852.

¹⁰COMAN, Mircea, *et al.*. Design, Simulation and Control in Virtual Reality of a RV-2AJ robot. En: Industrial Electronics, 2009. IECON 2009. 35th Annual Conference of IEEE. (35: 3-5, noviembre, 2009: Porto, Portugal). Proceedings IECON 2009. Nueva York: IEEE, 2009. p. 2026.

¹¹CARPIN, Stefano, *et al.*. USARSim: a robot simulator for research and education. En: IEEE International Conference on Robotics and Automation. (23: 10-14, abril, 2007: Roma, Italia). 2007 IEEE International Conference on Robotics and Automation. Nueva York: IEEE, 2007. p. 1400.

¹²EPIC GAMES, Inc. Game Engine Technology by Unreal. [En línea]. Versión 3. [s.l.]: 2004. [Citado: 13 de septiembre de 2013]. Disponible en Internet: <<http://www.unrealengine.com/en/features/>>.

¹³HUGUES, Louis y BREDECHE, Nicolas. Simbad: an autonomous robot simulation package for education and research. En: International Conference on Simulation of Adaptive Behavior. (9: 25-29, septiembre, 2006: Roma, Italia). From Animals to Animats 9. Heidelberg: Springer, 2006. p. 831.

¹⁴LAUE, Tim, SPIESS, Kai y RÖFER, Thomas. SimRobot—a general physical robot simulator and its application in robocup. En: RoboCup. (9: 13-19, julio, 2005: Osaka, Japón). RoboCup 2005: Robot Soccer World Cup IX. Berlín: Springer, 2006. p. 173.

Un ambiente virtual de enseñanza y aprendizaje es presentado por Arshad, Jamal y Sahran¹⁵. Está basado en un robot Lynxmotion de seis grados de libertad. Se utiliza Visual Basic y MATLAB para programar el sistema de acuerdo a manipulación de servomotores con cinemática directa.

Potkonjak *et al.*¹⁶ elaboran el sistema “Virtual Robotics Laboratory”. Encontramos una descripción matemática extensa de la física involucrada en las simulaciones de robótica. Además de simular la física externa al robot, computa la operación interna del robot a partir de la teoría del control (por ejemplo retroalimentación PID). Se diferencia de otras simulaciones multirobot en que requiere instancias múltiples del simulador para cada robot, de modo que la simulación de un robot es parte del ambiente de los demás.

Stage y Gazebo son dos sistemas relacionados dentro del proyecto *Player*¹⁷. Simulan robots múltiples e implementan interacción con lenguajes de programación a través de comunicaciones por *sockets*. Se enfocan en simular números elevados de robots con sus controladores, en lugar de ser precisos en la física y el renderizado. Stage y Gazebo difieren en que Gazebo soporta menos robots (del orden de 10), pero sí tiene un simulador de mayor fidelidad. Utilizan los motores ODE¹⁸ o Bullet¹⁹ para la parte física de la simulación.

Webots²⁰ es un ambiente de modelamiento y programación compatible con robots comerciales reales. Los sistemas simulados pueden dotarse con sensores y actuadores múltiples. Los robots pueden programarse en C, C++, Java, y con otros lenguajes con comunicación por *sockets*. La física se simula a través de ODE²¹.

Workspace²² es una suite de programación y simulación robótica comercial. Ofrece simulación de celdas de trabajo robóticas complejas e incluye capacidades de CAD. Provee una librería amplia de robots, y se pueden definir robots nuevos. Se simulan funcionalidades de entrada/salida. Permite programar los robots en sus lenguajes nativos.

2.3 TRABAJO REALIZADO

No tratamos de avanzar el estado del arte de los simuladores. Nuestro propósito es introducir, junto a la simulación, el uso de material pedagógico en un ambiente virtual multiusuario en 3D con telepresencia, donde el robot es programado en un lenguaje específico (en vez de operar con un panel de botones). Estas características no son introducidas como productos “amarrados”, sino que constituyen capacidades sinérgicas, ya que el simulador tiene propósitos educativos y telepresenciales. Por supuesto, cualquier otro simulador puede ser usado para propósitos educativos, pero el nuestro incorpora tal funcionalidad desde el comienzo, acomodándose a usuarios múltiples y hace demostraciones adicionales de conceptos de robótica en 3D (ver más adelante). También tomamos ventaja de una herramienta

¹⁵ARSHAD, Haslina, JAMAL, Jaslinda y SAHRAN, Shahnorbanun. Teaching Robot Kinematic in a Virtual Environment. En: World Congress on Engineering and Computer Science. (1: 20-22, octubre, 2010: San Francisco, California). Proceedings of the World Congress on Engineering and Computer Science. Hung To Road, Hong Kong: International Association of Engineers, 2010. p. 307.

¹⁶POTKONJAK, Veljko, *et. al.*. Virtual Mechatronic/Robotic laboratory—A step further in distance learning. En: Computers & Education. Amsterdam. 2010, vol. 55, no. 2. p. 465.

¹⁷GERKEY, Brian, VAUGHAN, Richard y HOWARD, Andrew. The player/stage project: Tools for multi-robot and distributed sensor systems. En: International conference on advanced robotics. (11: 30-3, junio-julio, 2003: Coimbra, Portugal). Proceedings of the 11th international conference on advanced robotics. Nueva York: IEEE, 2003. p. 317.

¹⁸SMITH, Russell. Open Dynamics Engine. [En línea]. Versión 0.12. [s.l.]: 8 de diciembre de 2012. [Citado: 13 de septiembre de 2013]. Disponible en Internet: <<http://www.ode.org>>.

¹⁹COUMANS, Erwin et al. Bullet Physics Library. [En línea]. Versión 2.81. [s.l.]: 8 de abril de 2011. [Citado: 1 de septiembre de 2011]. Disponible en Internet: <<http://bulletphysics.org>>.

²⁰CYBERBOTICS. Webots. [En línea]. Versión 7.0.3. [s.l.]: 4 de diciembre de 2012. [Citado: 13 de septiembre de 2013]. Disponible en Internet: <<http://www.cyberbotics.com>>.

²¹COUMANS. Op. cit..

²²WAT SOLUTIONS. Workspace Robot Simulation Software. [En línea]. Versión 2012. [s.l.]: [Citado: 13 de septiembre de 2013]. Disponible en Internet: <<http://www.workspaceit.com>>.

de telepresencia preajustada a nuestras necesidades que provee flexibilidad y generalidad, ya que no solo ha sido utilizado para enseñar robótica, sino también, en los trabajos de Trefftz y colaboradores, Mecánica²³, Electromagnetismo y Computación Gráfica²⁴, Biofísica²⁵ y Cálculo de Varias Variables²⁶. La herramienta de telepresencia usada abstrae, en su capa de red, una arquitectura orientada a eventos publicador-suscriptor, aislando al productor de contenidos de tener que programar la red a bajo nivel, de gestionar operaciones 3D directamente y además es reutilizable para propósitos múltiples, lo que se ha comprobado en todos los campos de enseñanza en que ha sido usada. Mientras otras implementaciones han debido programar la red y los gráficos 3D junto a la simulación —las cuales son tareas secundarias frente al propósito principal— nosotros simplemente nos hemos apalancado en una arquitectura en la cual los contenidos de enseñanza se cargan en el programa. Además, nuestra implementación provee guía síncrona y supervisión del trabajo de los estudiantes, que de otra manera sería aleatoria.

El robot que hemos simulado es el Mitsubishi²⁷ RV-2AJ (Figura 6), un robot manipulador de propósito general con un controlador RISC de 64 bits. Este tiene articulaciones antropomórficas que proveen cinco grados de libertad y es capaz de alcanzar cualquier posición espacial dentro de un área de trabajo, salvo una restricción en la rotación la cual no llega a limitar la mayor parte de las aplicaciones. Se usa junto a un controlador, el C1R-571, que tiene 16 señales de entrada/salida. Puede levantar pesos de hasta 2 Kg, y tiene una precisión repetitiva de ± 0.02 mm.

Nuestro software consiste en varios módulos: Telepresencia, simulación del lenguaje de programación y presentación en 3D. Sus requerimientos son acceso a Internet y un entorno Java. Se decidió usar Java 3D en lugar de otro *engine*, ya que es liviano para los propósitos de telepresencia, y provee un *scene graph* (grafo jerárquico de nodos 3D y transformaciones) en vez de ser un *engine* de más bajo nivel como OpenGL. Nuestra implementación del RV-2AJ difiere de otras en que se implementa también el lenguaje MELFA BASIC IV, mientras que otros paquetes de código abierto se limitan a la simulación física, presentación geométrica de articulaciones y miembros, física, y movimiento incremental del robot en varias direcciones. También, la mayor parte de los simuladores proveen capacidades de programación a través de conexiones por *sockets*, mientras en la nuestra ya han sido incluidas. Esto fue requerido por la telepresencia, ya que sería complicado tener un servidor 3D y clientes del lenguaje de programación corriendo en sitios múltiples.

La herramienta de telepresencia es una aplicación Java consistente en dos ambientes: Un ambiente de RV y un ambiente de diapositivas. En el ambiente de RV se tiene un espacio colaborativo en común donde profesor y estudiantes pueden interactuar con objetos 3D compartidos. Los contenidos cargados en el ambiente de RV consisten en dos partes: Un panel de RV donde se muestran objetos 3D, y otro panel que muestra una GUI, llamado panel de control. Véase como muestra la Figura 10. Todo el ambiente es controlado por programas en Java cargados secuencialmente por el instructor que, usando funciones del *engine* de telepresencia, transmite a todos los usuarios los diversos eventos de interacción, de modo que se mantiene replicada una misma escena entre todos los participantes. El profesor tiene por defecto el control de la escena, aunque puede pasarlo a uno de los estudiantes. El ambiente de diapositivas apoya con material gráfico la sesión de enseñanza-aprendizaje. Las diapositivas pueden

²³GIRALDO, Faber, *et. al.*. Collaborative Virtual Environments for Teaching Physics. En: 2006 International Joint Conferences on Computer, Information, and Systems Sciences, and Engineering (CISSE 06). (2: 4-14, diciembre, 2006: Bridgeport, Connecticut). Innovations in E-learning, Instruction Technology, Assessment, and Engineering Education. Dordrecht, Países Bajos: Springer, 2007.

²⁴RESTREPO, Juliana y TREFFTZ, Helmuth. Telepresence support for synchronous distance education. En: ACM Symposium on Virtual Reality Software and Technology. (12: 7-9, noviembre, 2005: Monterey, California). VRST 05 Proceedings of the ACM symposium on Virtual Reality Software and Technology. Nueva York: ACM, 2005.

²⁵DIAZ, Christian, TREFFTZ, Helmuth y PINEDA, F. Enseñanza Remota de Conceptos Anatómicos y Funcionales del Sistema Músculo Esquelético. En: Latin American Congress on Biomedical Engineering 2007, Bioengineering Solutions for Latin America Health. (4: 24-28, septiembre, 2007: Isla Margarita, Venezuela). IV Latin American Congress on Biomedical Engineering 2007, Bioengineering Solutions for Latin America Health. Berlín: Springer, 2007.

²⁶GIRALDO, Fáber, *et. al.*. Distance Interaction in Education Processes using a Telepresence Tool. En: International Joint Conferences on Computer, Information, and Systems Sciences, and Engineering (CISSE 08). (4: 5-13, diciembre, 2008: Bridgeport, Connecticut). Technological Developments in Education and Automation. Dordrecht, Países Bajos: Springer, 2010.

²⁷MITSUBISHI ELECTRIC. MELFA Industrial Robots Specifications Manual – RV-1A/RV-2AJ Series. Tokio: El autor, 2002. 132309 BFP-A8050-F.

Figura 6: Robot RV-2AJ con modelo CAD.

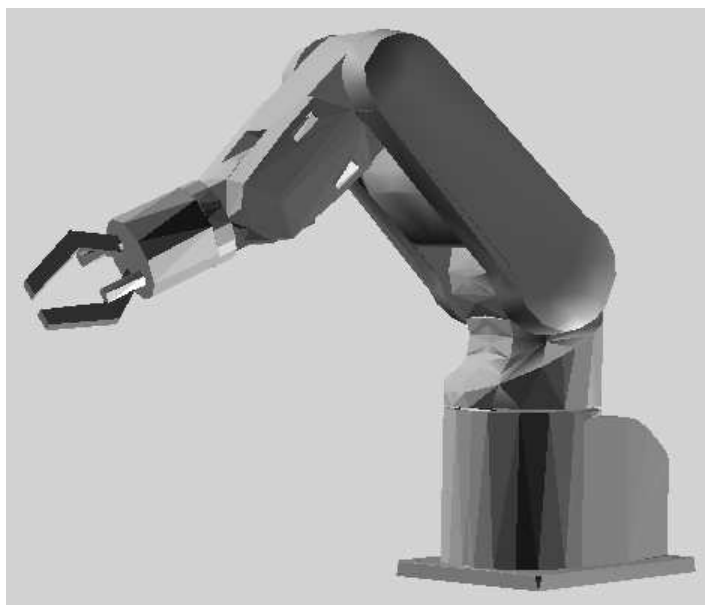
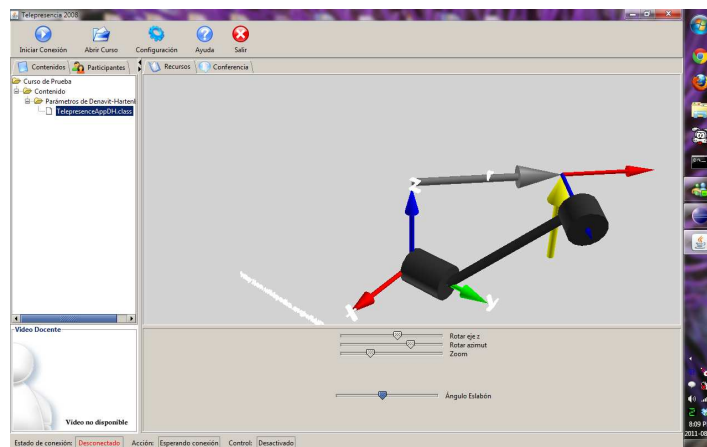


Figura 7: Presentación de los parámetros de Denavit-Hartenberg.



ser creadas en un programa como PowerPoint, para luego exportarlas como imágenes individuales cargadas por la aplicación Java.

2.3.1 Características del Lenguaje

El lenguaje MELFA BASIC IV fue implementado en Java usando el generador de compiladores ANTLR, descrito por Parr y Quong²⁸. Utilizamos un sistema de ejecución diferida, tal como describe Parr²⁹: Un espacio de memoria para variables globales, un intérprete de BASIC con líneas numeradas, un *stack* de programa, un *lexer* y un *parser*. Para más detalles referimos a la Tabla 1.

2.3.2 Presentaciones de Telepresencia

Hemos implementado varias experiencias de robótica usadas con la herramienta de telepresencia, las cuales describimos a continuación.

- **Parámetros de Denavit-Hartenberg.** Este programa ilustra asignación de marcos de referencia a las articulaciones de un robot (ver la Figura 7). Los parámetros de Denavit-Hartenberg³⁰, r y d , son mostrados de acuerdo a las posiciones de las articulaciones, que pueden variarse en la GUI.
- **Traslación-Rotación entre Marcos de Coordenadas.** Véase la Figura 8. Se permite al estudiante entender cómo puede visualizarse el robot como una sucesión de marcos de referencia en pares sucesivos de articulaciones. Los conceptos involucrados en la comprensión son:
 - Descomponer de las transformaciones homogéneas entre marcos de coordenadas en translación y rotación.
 - Demostrar cómo las localizaciones en el espacio en distintos marcos no son absolutas, sino que dependen de la relación entre los marcos.
 - Simplificar el entendimiento de las matrices de transformación subyacentes.

²⁸PARR, Terence y QUONG, Russell. ANTLR: A predicated- $LL(k)$ parser generator. En: Software: Practice and Experience. [s.l.]: 1995, vol. 25, no. 7.

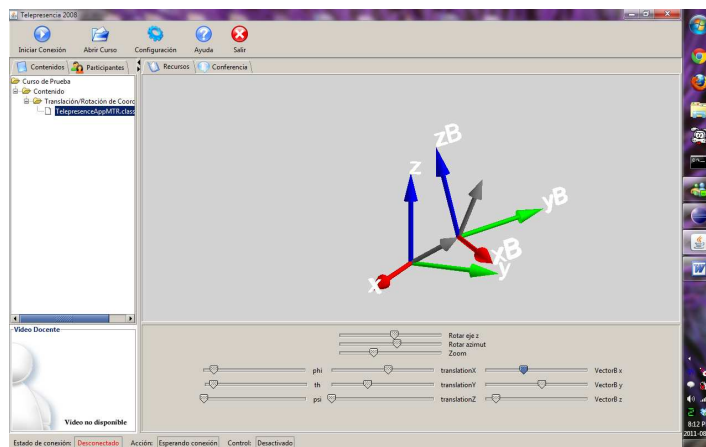
²⁹PARR, Terence. Language Implementation Patterns: Create Your Own Domain-Specific and General Programming Languages. Raleigh, Carolina del Norte: Pragmatic Bookshelf, 2009.

³⁰DENAVIT, Jacques y HARTENBERG, Richard. A Kinematic Notation for Lower-Pair Mechanisms based on Matrices. En: ASME Journal of Applied Mechanics. Nueva York. 1955, vol. 22, no. 2. p. 215.

Tabla 1: Implementación del Lenguaje MELFA BASIC IV.

Instrucción/Operador	Descripción
GOTO	Saltar incondicionalmente a una línea.
ON GOTO	Saltar a una línea de acuerdo al valor de una variable.
IF THEN ELSE END IF	Ejecutar comandos de acuerdo a una condición 'if'.
SELECT CASE END SELECT	Saltar de acuerdo al valor de una variable según el valor de una variable a uno de varios casos.
FOR NEXT	Repetir las instrucciones entre FOR y NEXT hasta que se satisfaga una condición.
WHILE WEND	Repetir las instrucciones entre WHILE y WEND mientras se satisfaga una condición.
GOSUB	Llamar una subrutina en una línea o etiqueta dada.
ON GOSUB	Llamar una subrutina de acuerdo a una variable designada.
RETURN	Retorna tras una llamada a una subrutina GOSUB.
END	Finalizar programa.
= (asignación)	El valor de la expresión a la derecha de '=' se asigna a una variable a la izquierda.
=, ≠, <, >, ≤, ≥	Comparar igual, desigual, menos, mayor, menor o igual, mayor o igual.
+, -, *, /	Sum, subtract, multiply, divide.
AND, OR, NOT, XOR	Operaciones lógicas.
SIN, COS, TAN, SQR, ATN, ATN2	Seno, coseno, tangente, raíz cuadrada, tangente inversa (con uno/dos parámetros).
MOV	Movimiento del actuador a una posición usando interpolación del movimiento de las articulaciones.
MVS	Movimiento del actuador a una posición en línea recta.
MVR, MVR2, MVR3, MVC	Variantes de movimiento circular del actuador especificando puntos de inicio, fin, tránsito, referencia, o centro.
HOPEN	Abrir actuador.
HCLOSE	Cerrar actuador.

Figura 8: Translación-rotación y coordenadas.



- **Visualización de Componentes del Robot.** El objetivo de esta actividad es entender los componentes del RV-2AJ. El estudiante puede seleccionar con botones radiales distintas partes del robot y sus componentes. Ver la Figura 9.
- **Movimiento del Robot con Cinemática Directa^{*}.** Esta práctica, mostrada en la Figura 10, trata con el concepto de movimiento incremental del robot de acuerdo al cambio de sus ángulos de rotación en cinemática directa. Para cada articulación del robot, J1, J2, J3, J5, J6 (el RV-2AJ no tiene J4) hay un botón que incrementa el ángulo de la articulación. A medida que se hace esto, un panel muestra la posición real del actuador del sistema y los ángulos. Otro panel (no mostrado en la figura) permite especificar los ángulos de las articulaciones manualmente, de modo que el robot se mueva a tal posición.
- **Movimiento del Robot con Cinemática Inversa^{**}.** Esta aplicación tiene un panel similar a la Figura 10, pero efectúa movimiento espacial incremental. Se puede además especificar una posición para el actuador final con respecto a la vertical y el ángulo de rotación de la pinza.
- **Odometría Estática.** En esta práctica el estudiante puede observar cómo, a partir de una posición inicial en el marco de coordenadas, el robot se mueve de acuerdo al número de vueltas que cada una de sus ruedas ejecuta. Ver la Figura 11.
- **Odometría Dinámica.** En este programa (Figura 12) el estudiante observa el movimiento del robot de acuerdo a la velocidad de cada una de sus ruedas. La velocidad se configura en la GUI con dos controles *slider*. De acuerdo a su posición y el signo de las velocidades (positivo o negativo), el robot se mueve adelante o atrás en curva o trayectoria recta.
- **Movimiento en un campo de potencial.** Esta actividad facilita el entendimiento de cómo el movimiento del robot se puede determinar de acuerdo a su posición en un “campo de potencial”. El robot experimenta fuerzas de repulsión debidas a obstáculos cercanos y la fuerza de atracción hacia un punto objetivo. Ver la Figura 13.

^{*}La cinemática directa consiste en lograr movimiento del robot especificando directamente los ángulos de las articulaciones.

^{**}La cinemática inversa consiste en calcular los ángulos de las articulaciones del robot a partir de una posición que se desea alcanzar.

Figura 9: Visualización de componentes del robot.

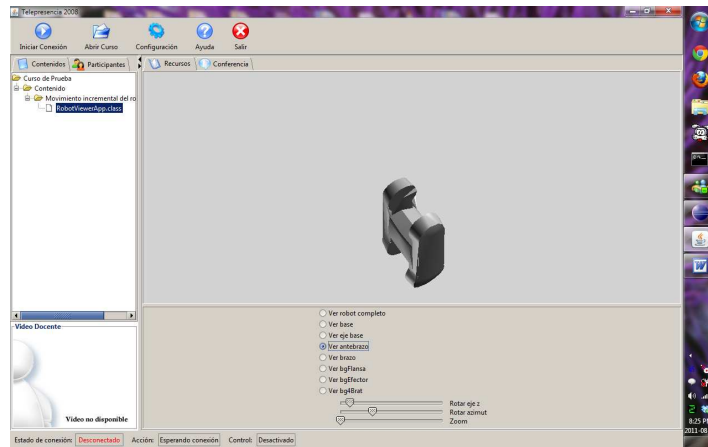
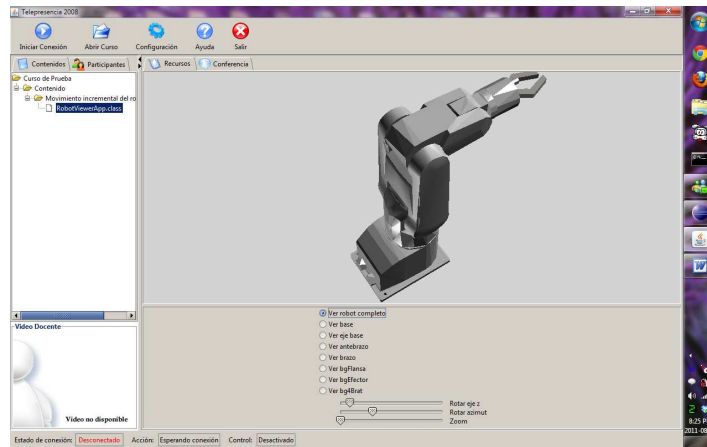


Figura 10: Movimiento en cinemática directa.

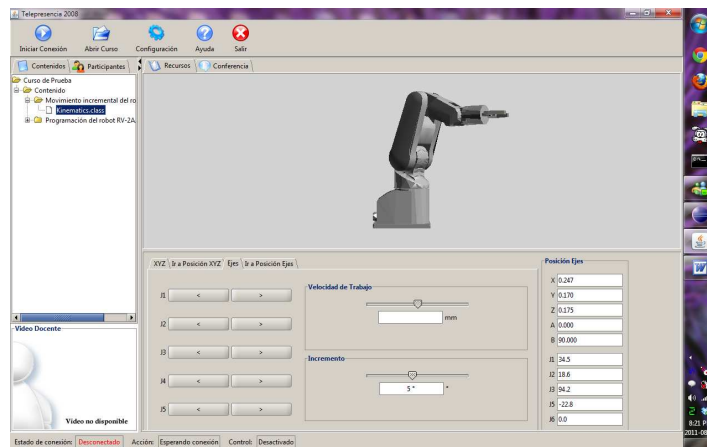


Figura 11: Odometría estática.

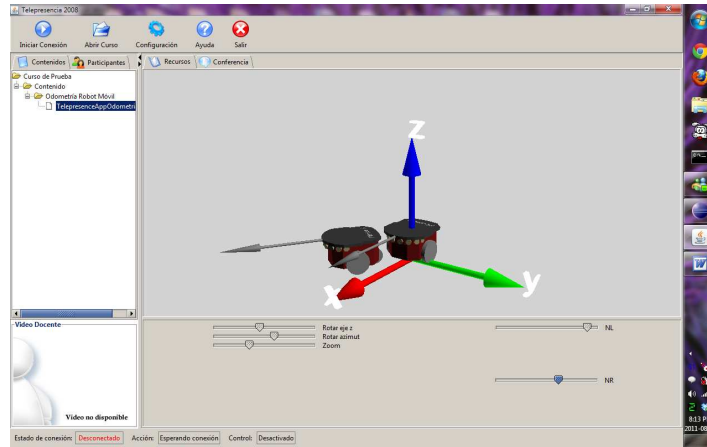


Figura 12: Odometría dinámica.

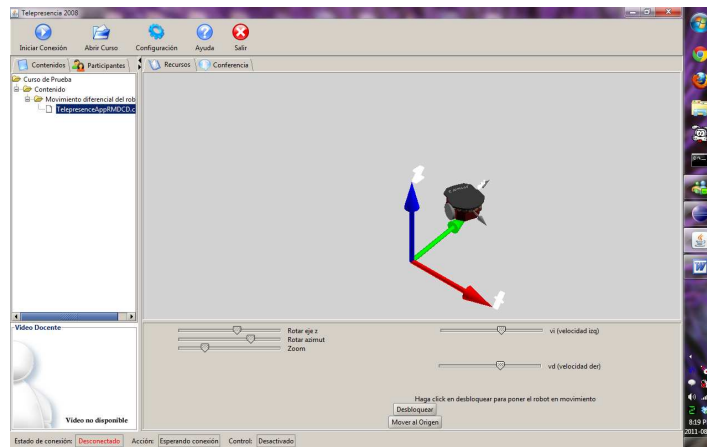
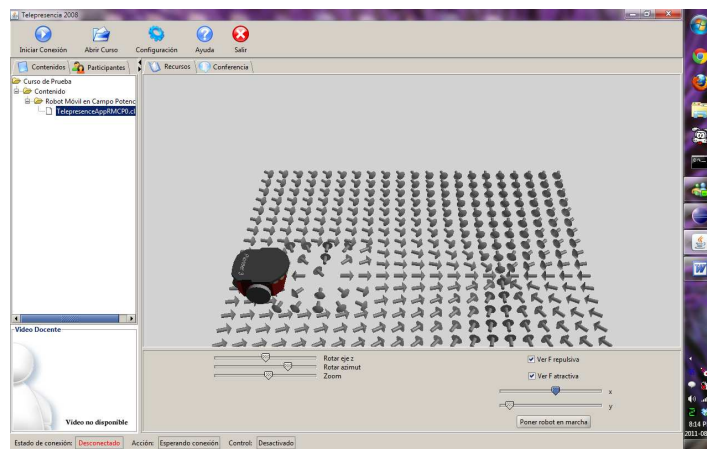


Figura 13: Movimiento en un campo de potencial.



2.4 EVALUACIÓN

Elegimos la Enseñanza para la Comprensión (EPC) como marco pedagógico. En el libro de referencia de Wiske, sucintamente se define que “comprender es la habilidad de pensar y actuar con flexibilidad a partir de lo que uno sabe”³¹. Es decir, comprender un tópico significa que se es capaz de explicar, justificar, extrapolar y vincular de una manera que va más allá del conocimiento rutinario.

La EPC es constituída por dimensiones y componentes. Las dimensiones son útiles como pautas para el diseño de las actividades de aprendizaje. Las componentes facilitan el despliegue concreto del curso. El propósito de la definición de dimensiones es llegar a una caracterización de la comprensión que aspira a ser válida en gran parte de los dominios del conocimiento. Las cuatro dimensiones son:

- **Contenido.** Caracterizado como la superación de creencias primitivas y el logro de conocimiento más refinado, con capacidad de hacer la transición entre ejemplos y generalizaciones.
- **Métodos.** Surgen del reconocimiento de que, al contrario que el conocimiento primitivo o el sentido común, el conocimiento no se construye por adición acumulativa de hechos no procesados obtenidos algo erráticamente en el entorno, sino que resulta del procesamiento sistemático de información más elemental. El escepticismo se toma como un elemento necesario en este proceso. Los métodos se usan tanto para construcción y validación del conocimiento.
- **Praxis.** Esta dimensión es concebida a partir del ciclo completo de obtener conocimiento del mundo, y aplicar ese conocimiento en el mundo. El conocimiento no se busca por sí solo, sino que tiene un propósito. Reiterando, se origina en disquisicionar sobre el mundo y su propósito es modificar el mundo. Se espera que los estudiantes asuman un rol activo y sean empoderados por el conocimiento para aplicarlo en sus vidas.
- **Comunicación del conocimiento.** Se propone que se “hace ejecución” o “desempeño” (*performance*) del conocimiento cuando se comunica a otros, evocando el sentido de “ejecutar” una pieza musical, teatral o literaria, al hablar de producir ensayos, demostraciones, exposiciones, o resolución de “problemas” (aunque en la EPC los problemas deben adecuar a “desempeños”). No solo depende de la *completitud* del conocimiento adquirido, sino de la habilidad de *transmitirlo* usando un sistema de símbolos. Es así como se evalúa el conocimiento puro ligado con la capacidad de usar analogías, metáforas y otros recursos, tal como se haría con colores, formas y movimientos en un desempeño artístico. También involucra la capacidad de situarse en el contexto de la audiencia para transmitir el mensaje.

Los cuatro componentes son:

- **Tópicos generadores.** Se parte de que el currículo debe “transcurrir” junto a la vida diaria y no solo debe dar respuestas, sino provocar el ánimo investigativo. Para seleccionar estos tópicos se usan cuatro criterios³², por los cuales deben ser: centrales a un dominio, accesibles e interesantes para los estudiantes, interesantes para el docente, y deben poder conectarse con otros tópicos y contenidos.
- **Metas de comprensión.** Son logros de aprendizaje centrales al tema. Organizan la diversidad y complejidad de enfoques de enseñanza de un docente individual, para quien la EPC puede incluirse al lado de otros marcos de interés; también ponen orden en medio de agentes muchas veces conflictivos como estudiantes, padres y administradores. Sin lugar a duda la enseñanza tradicional define “objetivos”, pero la EPC advierte que sin mayor elaboración estos solo involucran memoria, procedimientos fijos y secuencias de aprendizaje que colapsan ante cualquier reorganización. También se dice que algunos profesores confunden metas de comprensión con

³¹WISKE, Martha. Teaching for Understanding. Linking Research with Practice. San Francisco: Jossey-Bass, 1998. p. 40.

³²Ibid., p. 64.

“exhibición de comportamientos”³³. Es de anotar que surge cierta paradoja en cuanto algunos docentes pueden decir que ceñirse a metas es “opresivo y restrictivo”.

A veces una meta tentativa tiene una naturaleza generalizable y recurrente, en vez de ser solamente específica. Esto lleva al concepto de *hilo conductor*. Un ejemplo de hilo conductor general es “entender a las matemáticas como el estudio de los patrones”, frente al cual habría una meta de comprensión como “analizar regularidades en las relaciones entre elementos de triángulos similares”³⁴. Podría también ocurrirse que las metas de comprensión son instancias de realización de un hilo conductor.

- **Desempeños de comprensión.** Wiske los cataloga como probablemente el elemento más fundamental de la EPC. Originalmente llamados “performances of understanding”, se caracteriza la comprensión como una “capacidad de desempeño” (“capacity to perform”) en lugar de un estado estático de retención. Como mencionábamos en la comunicación del conocimiento, hay una incursión en la enseñanza del habla de la música, deportes y las artes representativas. Se destaca que mientras el resto de la EPC está centrada en el profesor, el desempeño está centrado en el alumno.
- **Evaluación continua.** Consiste en “el examen progresivo de los desempeños en relación con las metas de comprensión”³⁵. La evaluación no es puntual, pero transcurre entre ciclos de desempeño y retroalimentación sobre él, tal como en un deporte. Continuamente se evalúan los hilos conductores y se determina la calidad con que se han ejecutado.

En la evaluación los estudiantes son clasificados en cuatro categorías: Ingenuo, Novato, Aprendiz y Experto. Esta es un tanto compleja, ya que sigue cierta metodología “multidimensional”. Para los propósitos de este trabajo la asimilaremos a la calificación numérica.

A continuación listamos los elementos de la EPC que definimos para este trabajo. El tópico generativo fue: “¿Qué actividades puedo realizar con un robot manipulador?”. El hilo conductor se especificó como: “¿Qué debo saber para lograr que un robot manipulador realice una actividad específica?”. Las metas de comprensión fueron: (1) “¿Por qué se utilizan robots con diferentes morfologías?”. (2) “¿Qué es y cómo determinar el espacio de trabajo de un robot?”. (3) “¿Qué movimientos debe realizar el robot para alcanzar una posición determinada?”. (4) “¿Cómo se programa un robot manipulador industrial?”.

A continuación describimos la evaluación hecha a los alumnos. Tendemos por ahora a enunciar los resultados someramente. En la sección de conclusiones reflexionaremos más a fondo.

Se dispusieron dos grupos, experimental y de control. En el grupo experimental los estudiantes estaban en una sala de cómputo y el docente se comunicó remotamente con el programa de comunicación *Skype*. La exposición estuvo guiada por la EPC. En el grupo de control el instructor y los estudiantes estaban en la misma sala, la exposición fue tradicional y la herramienta de telepresencia se utilizó en una modalidad autónoma, sin compartición del espacio 3D; es decir, los estudiantes manipularon el robot independientemente. La sesión para ambos grupos duró 45 minutos, más 15 minutos dedicados a instruir al grupo experimental sobre el uso de la telepresencia.

A los estudiantes se les propuso tres desempeños: (1) Coger una pieza en un punto A y llevarla a un punto B, (2) Poner remaches alrededor de un cuadrado y (3) pintar un área cuadrada con brochazos alternando dirección. Los problemas fueron evaluados según el tiempo que demoraron los estudiantes en resolverlos (ver Tabla 2). Al aplicar el *t*-test de Student a los datos usando una confiabilidad de 95 % se determinó que la hipótesis nula que enuncia que los promedios son estadísticamente equivalentes no fue rechazada.

También hicimos un cuestionario con respuestas verbales. Los resultados aparecen en la Tabla 3. Al aplicar el *t*-test de Student a los datos con una confiabilidad de 95 % se obtiene que el grupo experimental supera al de control de forma estadísticamente significativa.

³³Ibid., p. 68.

³⁴Ibid., p. 71.

³⁵Ibid., p. 76.

Tabla 2: Tiempos de los estudiantes para resolver los problemas.

Problema	Tiempo, grupo control	Tiempo, grupo experimental
Problema 1	11:32	10:48
Problema 2	11:40	11:24
Problema 3	15:13	12:36

Tabla 3: Examen robótica.

Pregunta	Nota grupo experimental	Nota grupo control	Diferencia
¿En qué consisten los grados de libertad de un robot?	3.0	3.5	0.5
¿Cual cinemática es más difícil de calcular: directa o inversa?	5	3.5	1.5
¿Qué relación hay entre grados de libertad y cinemática inversa y directa?	4.0	2.5	1.5
¿Cuándo es útil la cinemática directa?	3.0	3.0	0.0
¿La cinemática inversa y directa se aplican a cuales tipos de robots?	2.5	3.5	1.0
La cinemática inversa y directa son lo mismo en el robot cartesiano. ¿Por qué?	2.5	1.5	1.0
¿Cuales robots son más adecuados para [una lista de tareas], el cartesiano o el manipulador?	3.5	2.5	1.0
La instrucción MOV tiene dos formas. ¿Por qué?	3.5	1.0	2.5
A un robot cartesiano de 3 grados de libertad se le añade la capacidad de rotar su herramienta. ¿Con cuantos grados de libertad queda?	5	2.5	2.5
Nota final	3.5	2.6	0.9

La Figura 14 muestra la calificación final de los estudiantes dentro de los niveles de comprensión. Se puede ver una clara ventaja de la EPC. Es de notar que la distribución del grupo de control es ancha, mientras que la de la EPC es más estrecha, lo cual sugiere que la uniformidad es una ventaja de la EPC.

Se hizo que los estudiantes llenaran una encuesta con preguntas en escala de Likert. Los resultados se muestran en la Tabla 4.

También se pidió a los estudiantes del grupo experimental que valoraran el uso de RV con Enseñanza para la Comprensión. Los resultados se presentan en la Tabla 5. Aplicando el t -test de Student, con una confiabilidad de 95 %, se arroja el resultado de que la EPC es mejor valorada que el método tradicional.

Las mismas preguntas de la Tabla 3 se clasificaron y fueron usadas para evaluar las dimensiones: Clasificación de los robots, conocimiento sobre el espacio de trabajo del robot, y modelo de la cinemática-dinámica. Los resultados están en la Tabla 6.

Con esto finalizamos la presentación de resultados didácticos. En la siguiente sección incluimos conclusiones al respecto.

Figura 14: Histograma de Evaluación de Enseñanza para la Comprensión.

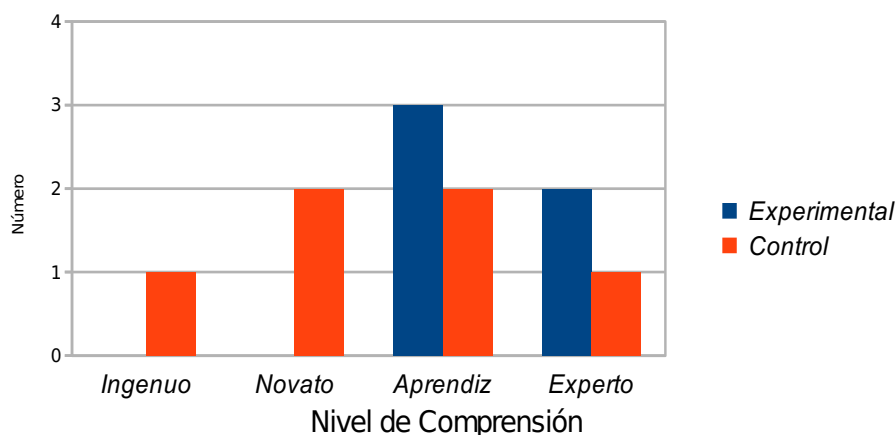


Tabla 4: Notas en escala de Likert.

Pregunta	Nota Grupo Experimental	Nota Grupo Control	Diferencia
Fue fácil realizar la tarea de programación del robot	4.6	4.3	0.3
Fue fácil encontrar y resolver los errores de programación	4.0	4.2	0.2
Siento que la capacitación que recibí fue suficiente para realizar la tarea encomendada	4.6	3.8	0.8
La experiencia despertó mi interés por la robótica	4.0	3.5	0.5

Tabla 5: Valoración de la EPC vs. enseñanza tradicional (Likert).

Pregunta	Nota Grupo Experimental	Nota Grupo Control	Diferencia
Los conceptos de <i>cinemática</i> del brazo robot quedaron claros luego de la explicación.	4.6	3.7	0.9
Los conceptos de <i>programación</i> del brazo robot quedaron claros luego de la explicación.	4.4	3.8	0.6

Tabla 6: Rendimiento en las dimensiones de la comprensión.

Pregunta	Nota grupo experimental	Nota grupo control	Diferencia
Clasificación de los robots	3.5/Aprendiz	2.5/Aprendiz	1.0
Conocimiento sobre el espacio de trabajo del robot	4.0/Experto	3.0/Aprendiz	1.0
Modelo de la cinemática-dinámica	3.0/Aprendiz	2.5/Aprendiz	0.5

2.5 CONCLUSIONES

Construimos un simulador con propósitos pedagógicos para el robot Mitsubishi RV-2AJ, el cual incorpora capacidades de enseñanza telepresencial en un ambiente 3D compartido. Entre sus capacidades se cuenta la implementación del lenguaje de programación MELFA BASIC IV, actividades interactivas y presentación de diapositivas. Utilizamos Java 3D para los gráficos. Demostró ser una librería lo suficientemente potente para nuestros propósitos. En lugar de usar sockets para acoplamiento con lenguajes de programación, integramos simulación y comunicaciones en un mismo paquete, lo cual permite que la herramienta funcione inmediatamente para los estudiantes, sin necesidad de conducir ninguna configuración anticipada. La adición de telepresencia a la RV redundaba en mayores ventajas, al permitir que las universidades compartan sus recursos, en vez de replicarlos.

En el estado del arte se encuentra gran variedad de simuladores de robótica. Estos varían en características como simulación de robots individuales o múltiples, engines de renderizado, capacidades de red y modelado de la física. La tendencia en los simuladores es proporcionar creación de robots personalizados añadiendo actuadores y sensores, e implementar lenguajes de programación mediante comunicaciones con sockets. Una contribución del presente trabajo son las capacidades telepresenciales, las cuales no hemos hallado en el estado del arte.

Usamos como marco pedagógico la teoría constructivista de la “Enseñanza para la Comprensión” para el grupo experimental. Definimos elementos como “tópico generativo”, “hilo conductor” y “metas de comprensión”. Hubo ganancias notorias en entender los grados de libertad de un robot, las modalidades de movimiento y la cinemática directa/inversa. Se destaca también que, siendo de índole constructivista, procuramos dejar a los estudiantes explorar el uso del robot libremente hasta donde fue posible. Esto siempre conlleva la posibilidad de que los estudiantes se sientan “abandonados”. Sin embargo, vimos que esto no ocurrió, corroborando el buen diseño de la experiencia.

Las siguientes son más conclusiones sobre la parte didáctica.

- El desempeño/ejecución en programación fue el menos impactado. El *t*-test de Student no pudo establecer que el menor tiempo de resolución de los desempeños fuera significativo. Ni la programación ni la depuración fueron más fáciles para el grupo experimental (ver Tabla 4), comparando con las mejores evaluaciones en tópicos verbales y cualitativos en las demás tablas de resultados presentadas. Es difícil identificar el origen de esta situación. Pensamos que puede ser posible que las preguntas verbales/cualitativas son más puntuales, mientras que la habilidad en programación se desarrolla en un intervalo extendido de tiempo. Sin embargo, esto entra en conflicto con la observación de que la programación es la actividad más “constructivista”, beneficiándose más de la EPC. Esto es un asunto de seriedad, ya que la programación juega el rol de desempeño/ejecución en el tema de la robótica.
- La carga del trabajo telepresencial no impactó el aprendizaje significativamente. La interpretación podría ser que la comunicación algo “degradada” fue balanceada por la EPC, además de suministrar una ganancia adicional en la calificación. Sin embargo, nuestra impresión en el aula de clase fue que los estudiantes asumieron el modo telepresencial sin muchas dificultades. Esto es consistente con los trabajos de Trefftz y colaboradores (ver p. 42) en telepresencia, donde siempre se ha observado que la EPC supera los problemas de la distancia.
- Hubo ganancias sustanciales en la comprensión de grados de libertad de un robot, modalidades de movimiento, y cinemática directa/inversa. Este último ítem es especialmente significativo, ya que requiere un grado de abstracción importante.
- Los acercamientos constructivistas pueden ser más compatibles con la telepresencia, ya que se alivia la dependencia en la presencialidad y el discurso del docente. En otras palabras, la naturaleza más independiente de la EPC es más compatible con la telepresencia que la docencia tradicional. Es de interés investigar si esto se trata de una compensación o una sinergia al unir telepresencia con ambientes constructivistas de aprendizaje. Ya se cuenta con material de apo-

yo en Trefftz y colaboradores, por lo cual podría establecerse esto sistemáticamente y sobre un fundamento teórico común.

- La EPC probó ser lo suficientemente general para acomodar a la robótica. Un punto posiblemente problemático es que algunos desempeños de comprensión pueden requerir cantidades sustanciales de matemáticas. La noción de desempeños de comprensión en matemáticas puede ser un tema de investigación interesante.

Respecto a trabajo futuro, hay características múltiples que podrían agregarse a la herramienta. Sin embargo, un mayor número de capacidades, en un ambiente telepresencial, demanda una gran capacidad de concentración y sincronización que puede hacer desbordar la capacidad del instructor al enseñar en sitios múltiples. Por lo tanto preferimos ser conservadores respecto a la adición de características. Manteniéndonos enfocados a una simulación compacta para uso pedagógico, creemos que las más relevantes son:

- Mostrar gráficos “aumentados” junto al modelo del robot, como coordenadas asociadas a cada articulación, parámetros de Denavit-Hartenberg y trazas de los movimientos del robot.
- Hacer una librería de robots y lenguajes de programación.
- Añadir objetos externos, bandas transportadoras y variedad de herramientas como aspersores de pintura.
- Añadir interacción con sensores.
- Adicionar más contenido teórico sobre robótica. Las presentaciones en 3D generaron interés en los estudiantes, ya que las gráficas en los libros de texto pueden ser menos claras.

3. ENSEÑANZA DEL CÁLCULO CON RA

3.1 INTRODUCCIÓN

El Cálculo de Múltiples Variables se enseña a nivel universitario en las carreras de ciencia e ingeniería en todo el mundo. Sin embargo, es nuestra opinión que el uso de tecnología en su enseñanza se ha quedado atrás en el uso contemporáneo de herramientas computacionales.

Con el ánimo de cerrar esta brecha, hemos desarrollado software para usar dispositivos *tablet* como una ayuda de aprendizaje para el Cálculo de Varias Variables. Como característica especial, se hace uso de la RA: Se superponen objetos 3D virtuales sobre el video de la cámara trasera del *tablet*, y haciendo uso de un marcador se localiza tridimensionalmente la escena, permitiendo que se realicen operaciones de *zoom* y rotación sobre los gráficos de acuerdo al movimiento de la *tablet* con respecto al marcador.

Dada la naturaleza tecnológica de esta solución, la abordamos con el paradigma educativo “Humanos-con-Medios”¹. Bajo su punto de vista, una herramienta computacional no es una herramienta pasiva para transmitir conocimiento, sino que reorganiza e influye la naturaleza de lo que se enseña.

Al evaluar la eficacia del sistema, hacemos uso del análisis “Configuración de Objetos y Procesos”², que nos guió en el desarrollo de la prueba de rendimiento del sistema y su interpretación.

El resto de este capítulo está organizado de la siguiente manera: La sección 3.2 presenta trabajo relacionado. La sección 3.3 introduce nuestro trabajo; comprende una descripción de las actividades realizadas con la *tablet*, la relación del dispositivo con el paradigma Humanos-con-Medios y el diseño de la evaluación haciendo uso de la configuración de objetos y procesos. La sección 3.4 da a conocer la evaluación de la herramienta. Finalmente relacionamos nuestras conclusiones en la sección 3.5.

3.2 TRABAJO RELACIONADO

3.2.1 Gráficos 3D y Realidad Aumentada

Winn y Bricken³ discuten el desarrollo de un sistema para enseñanza del álgebra basado en construcciones denominadas “álgebra espacial”, que relacionan conceptos algebraicos con la disposición en el espacio de objetos que pueden manipularse en RV.

Cybermath, un ambiente virtual multiusuario para la enseñanza de las matemáticas, es introducido por Taxén y Naeve⁴. Tiene, como un museo, salas de exhibición que pueden ser visitadas por grupos de estudiantes, quienes pueden colaborar mutuamente para explorar objetos 3D que representan construcciones matemáticas. El uso deseado es que sea una “sala de exhibición matemática” en la cual el docente es el guía.

El uso de una red de *tablet* PCs de primera generación que ejecutan software que estable un entorno virtual colaborativo para enseñanza del cálculo es presentado por Trefftz *et al.*⁵. Permite al profesor y a los estudiantes dibujar funciones, con un estudiante a la vez haciendo manipulaciones del entorno. Difiere de nuestra aplicación en que hacemos uso de RA, y nos dirigimos a elaborar actividades

¹BORBA, Marcelo y VILLARREAL, Mónica. Humans-with-media and the reorganization of mathematical thinking: Information and communication technologies, modeling, visualization and experimentation. Nueva York: Springer, 2005. p. 1.

²GODINO, Juan, GONZATO, Margherita y FERNÁNDEZ, T. ¿Cuánto suman los ángulos interiores de un triángulo?. Conocimientos puestos en juego en la realización de una tarea matemática. En: Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática. (14: 2010: Lleida, España). Investigación en educación matemática XIV. Lleida, España: Edicions de la Universitat De Lleida, 2010. p. 343.

³WINN, William y BRICKEN, William. Designing virtual worlds for use in mathematics education: The example of experiential algebra. En: Journal of Educational Technology. [s.l.]: 1992, vol. 32, no. 12. p. 12.

⁴TAXÉN, Gustav y NAEVE, Ambjörn. A system for exploring open issues in VR-based education. En: Computers & Graphics. Amsterdam. 2002, vol. 26, no. 4. p. 593.

⁵TREFFTZ, Helmuth, GÓMEZ, Omar y ESTEBAN, Pedro. Supporting the learning process in the classroom using 3d collaboration on mobile devices. En: IADIS International Journal on WWW/Internet. [s.l.]: 2006, vol. 4, no. 2. p. 1.

de aprendizaje en lugar de tener una graficadora de propósito general. Nuestro sistema tampoco es distribuido.

El ambiente Construct3D es introducido por Kaufmann y Schmalstieg⁶. Utiliza RA para permitir a múltiples usuarios compartir un espacio virtual en el cual se llevan a cabo actividades de aprendizaje. Para este propósito los usuarios miran a través de un HMD una escena en común. Tiene primitivas básicas como puntos, líneas, planos, cubos, esferas, cilindros y conos. Para incluir operaciones básicas del sistema de tipo cargar archivo, cortar, copiar, pegar se usa un panel virtual de RA superpuesto a una tablilla real.

Un sistema anterior de RA para enseñar cálculo es presentado por Orozco, Esteban y Trefftz⁷. Tiene la capacidad de ser usado por docente y estudiantes presencialmente o a distancia. El instructor puede entrar ecuaciones completas, o escribir parámetros para ecuaciones canónicas. Enseña los conceptos de ecuaciones de dos variables, derivada direccional, integrales dobles y triples, área superficial, densidad, centro de masa y planos tangentes. Se usan gafas de RA y un tracker para hacer manipulaciones sobre la escena. La diferencia a grandes rasgos con nuestro sistema es que usamos un dispositivo *tablet*.

3.2.2 Acercamientos Pedagógicos al Cálculo con Visualizaciones

Uno de los primeros trabajos que trajeron una interfaz computarizada moderna para enseñanza del cálculo con computador fue el de Tall⁸. Este examina de forma exhaustiva los fundamentos pedagógicos de esta área. Enuncia el propósito de “suministrar intuición para la prueba formal”. Cubre derivadas, ecuaciones diferenciales e integración con una sola variable.

Villarreal y Borba⁹ describe la experimentación por parte de estudiantes de cálculo en un ambiente computacional usando el software Derive¹⁰ para caracterizar máximos y mínimos de funciones. Se detalla el uso de los estudiantes de ensayo y error, conjeturas y refutaciones.

Leng¹¹ considera el uso de una calculadora graficadora (TI-Nspire) con funcionalidad de red para la enseñanza del cálculo. Se experimentó el sistema en una escuela secundaria. El estudio reveló que los estudiantes visualizaron mejor y mejoraron la capacidad heurística sobre los temas enseñados. El autor caracteriza la herramienta como multidimensional, al ser una herramienta exploratoria, graficadora, visualizadora, de cálculo, y como herramienta de solución de problemas.

3.3 TRABAJO REALIZADO

3.3.1 Humanos-con-Medios

La parte de evaluación de este trabajo encontró que aunque los estudiantes “viven” en el espacio, las cualidades espaciales del cálculo les son difíciles de interpretar. Para tratar con este asunto, hemos escogido basarnos en el paradigma “Humanos-con-Medios”¹² para guiar la elaboración de nuestros

⁶KAUFMANN, Hannes y SCHMALSTIEG, Dieter. Mathematics and geometry education with collaborative augmented reality. En: Computers & Graphics. Amsterdam, Países Bajos. 2003, vol. 27, no. 3. p. 339.

⁷OROZCO, Carlos, ESTEBAN, Pedro y TREFFTZ, Helmut. Collaborative and distributed augmented reality in teaching multi-variate calculus. En: IASTED International Conference on web-based education. (5: 23-25, enero, 2006: Puerto Vallarta, México). Web-based Education. Calgary, Canadá: ACTA Press, 2006.

⁸TALL, David. Intuition and rigour: the role of visualization in the calculus. En: Visualization in teaching and learning mathematics. [s.l.]: 1991.p. 105.

⁹VILLAREAL, Mónica y BORBA, Marcelo. Computers and calculus: Visualization and experimentation to characterize extremes of functions. En: International congress on mathematical education. (8: 14-21, julio, 1996: Sevilla, España). Book of abstracts of short presentations international congress on mathematical education. Valencia, España: Indugrafic, 1996. p. 408.

¹⁰SAMPSON, David. DERIVE: Software Review. En: Computers in Higher Education Economics Review I. [s.l.]: 1990, no. 10. p. 14.

¹¹LENG, Ng Wee. Using an advanced graphing calculator in the teaching and learning of calculus. En: International Journal of Mathematical Education in Science and Technology. Abington, Reino Unido. 2003, vol. 42, no. 7. p. 925.

¹²BORBA, Marcelo y VILLARREAL, Mónica. Humans-with-media and the reorganization of mathematical thinking: Information and communication technologies, modeling, visualization and experimentation. Nueva York: Springer, 2005. p. 1.

contenidos. Nuestro trabajo se relaciona con los fundamentos de esta teoría de la siguiente manera:

- Es una herramienta activa en lugar de pasiva. El estudiante está involucrado en la exploración de la interfaz y el descubrimiento de conocimiento.
- Está dirigido a reestructurar el pensamiento al convertir conocimiento formal en conocimiento gráfico, en lugar de acumular conceptos.
- Modifica la naturaleza de la producción y transmisión de conocimiento mediante la introducción de conceptos con demostraciones activas que apalancan la usabilidad de la interfaz *tablet*, en una manera que no se logra con el uso texto estático y gráficos.
- Su uso ayuda a hacer del razonamiento visual una práctica común en combinación con el análisis algebraico¹³.

Humanos-con-Medios enfatiza la visualización. Según Borba y Villarreal¹⁴, evita fijar objetos, representaciones y gráficas dentro o fuera de la mente. En su lugar provee movilidad bidireccional entre dentro y fuera, y permite que los objetos habiten ambos espacios en forma intercambiable. En nuestra opinión esto se relaciona con el concepto de interactividad como la acción de cruzar la frontera dentro/fuera bidireccionalmente. En nuestro caso, nuestra herramienta permite pasar desde la mente del estudiante hacia la visualización en la *tablet*, y viceversa, con la manipulación de la *tablet* ir a la mente y refinar la construcción interna del concepto.

3.3.2 El Análisis de Configuración de Objetos y Procesos

Antes de presentar nuestros resultados, es necesario discutir un marco para evaluarlos. Esto se debe a que al estar centrado nuestro sistema en la visualización, la evaluación no es completamente clásica. Elegimos seguir el enfoque de Pino-Fan *et al.*¹⁵, quienes introducen el análisis de “Configuración de Objetos y Procesos”.

De acuerdo a ellos, en la elaboración de un cuestionario las preguntas pueden clasificarse de acuerdo a una de tres posibles facetas:

- Conocimiento común: Una pregunta de este tipo es aquella que se resuelve sin la necesidad de usar argumentos o representaciones.
- Conocimiento especializado: Una pregunta de esta forma usa representaciones (gráficas, simbólicas y verbales) y argumentos que justifican el procedimiento. En este caso el tema de evaluación debe usar objetos matemáticos primarios, es decir, diversas representaciones, conceptos, proposiciones, procedimientos y argumentos, o debe reconocer explícitamente los objetos matemáticos primarios involucrados en la solución¹⁶.
- Conocimiento extendido: Una pregunta de este tipo, conocido también como conocimiento en el horizonte matemático, “favorece vincular el conocimiento común y el especializado y realizar conexiones con objetos matemáticos más avanzados en el currículo”¹⁷.

En principio tenemos la libertad de examinar cualquier combinación de estos aspectos, de acuerdo

¹³DREYFUS, Tommy. On the status of visual reasoning in mathematics and mathematics education. En: Conference of the international group for the psychology of mathematics education. (15: 1991: Puerto Vallarta, México). Proceedings of the 15th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. [s.l.]: [s.n.], 1991. p. 33

¹⁴Ibid., p. 82-85

¹⁵PINO-FAN, Luis, *et al.*. Conocimiento didáctico-matemático de profesores en formación: Explorando el conocimiento especializado sobre la derivada. En: Simposio Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática. (16: 2012: Jaén, España). Investigación en educación matemática XVI. Jaén, España: SEIEM, 2006. p. 427.

¹⁶Ibid., p. 430.

¹⁷AKÉ, Lilia, CASTRO, Walter y GODINO, Juan. Conocimiento didáctico-matemático sobre el razonamiento algebraico elemental: un estudio exploratorio. En: Simposio Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática. (15: 7-9, septiembre, 2011: Ciudad Real, España). Investigación en Educación Matemática XV. [s.l.]: [s.n.], 2011. p. 229.

a la utilidad de nuestra herramienta en estos tres aspectos. Elegimos concentrarnos en conocimiento especializado. Sin embargo, hacemos notar que el material enseñado incluye conocimiento común y especializado. Debido a la interactividad de la *tablet*, el conocimiento especializado hace mejor uso de ella. Este estudio excluye el conocimiento extendido, pero de hecho el aprendizaje con la *tablet* también sería afín a él por su capacidad de mostrar gráficos complejos. Un ejemplo inmediato sería conocimiento extendido a ecuaciones diferenciales parciales.

El análisis del conocimiento especializado en un examen puede hacerse a través del análisis de “Configuración de Objetos y Procesos”^{18,19}. Citamos textualmente a los autores, pues la definición es muy precisa y requiere conservar diversos matices:

Dicha noción [la Configuración de Objetos y Procesos] favorece no solo la identificación sistemática de diferentes procedimientos de resolución, modalidades de expresión, conceptos y propiedades que se ponen en juego en su formulación, sino también la identificación de argumentaciones o justificaciones de los procedimientos y las propiedades. Además, el análisis del tipo de tarea propuesta y de las variables didácticas que intervienen en la misma, orientan la reflexión sobre posibles generalizaciones, o particularizaciones, y las conexiones con otros contenidos matemáticos.

El examen diseñado consiste de dos preguntas subdivididas. Presentamos su análisis en las Tablas 7 y 8. Los ítems siguientes van en las columnas de la tabla presentada.

- Representación–Significación: Conceptos matemáticos básicos relevantes para el problema. Incluyen elementos lingüísticos. En nuestra aproximación resaltamos la presencia de representaciones gráficas de funciones en un nivel primitivo.
- Composición–Descomposición: A partir de Representación–Significación identificamos argumentos formales, proposiciones y procedimientos. A nivel gráfico resaltamos las operaciones que llevan desde/hacia los gráficos y las ecuaciones, tal como sustitución de variables para generar nuevas gráficas, intersección de curvas y superficies, y los pasos dados para elaborar construcciones geométricas.
- Particularización–Generalización: Involucra posibles generalizaciones del problema. Por ejemplo, el paso de derivada a derivada parcial.
- Materialización–Idealización: Concierne a la comprensión de objetos ideales a partir de objetos materiales. Un ejemplo de objeto ideal es una función de dos variables. El objeto material correspondiente sería su gráfica.

3.3.3 Calculadora de Realidad Aumentada

Elaboramos una calculadora con RA con diversas características. Tiene la capacidad de mostrar superficies cuadráticas y ecuaciones arbitrarias. Las capacidades que la diferencian de otras es la manipulación de trazas*, derivadas parciales y la funcionalidad de RA. En la Figura 15 se muestra el funcionamiento con la exhibición de la ecuación $\sin(x) + \cos(y)$. El usuario puede explorar la superficie mediante la rotación del dispositivo *tablet* relativa al marcador RA, más los movimientos de los dedos sobre la pantalla *multitouch*. Los gestos con un solo dedo rotan la figura. Con dos dedos se realizan acercamientos y alejamientos (*zoom*).

*Intersección entre una superficie y un plano definido por una constante para x , y o z .

¹⁸GODINO, Juan, BATANERO, Carmen y FONT, Vicenç. The onto-semiotic approach to research in mathematics education. En: ZDM. [s.l.]: 2007, vol. 39, no. 1-2. p. 130.

¹⁹GODINO, Juan, GONZATO, Margherita y FERNÁNDEZ, T. ¿Cuánto suman los ángulos interiores de un triángulo?. Conocimientos puestos en juego en la realización de una tarea matemática. En: Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática. (14: 2010: Lleida, España). Investigación en educación matemática XIV. Lleida, España: Edicions de la Universitat De Lleida, 2010. p. 342.

Tabla 7: Análisis de la pregunta 1.

Pregunta	Representación-Significación	Composición-Descomposición	Particularización-Generalización	Materialización-Idealización
1a. Grafique la función $z = 9x^2 - 4y^2$.	Representación algebraica de $z(x, y)$. Definición de función de dos variables. Representación gráfica de una función de dos variables.	Se chequean los signos para identificar la orientación y posicionamiento de la superficie cuadrática.	Superficies no cuadráticas. Funciones de tres variables.	Material: Gráficas. Ideal: Funciones.
1b. Encontrar la traza y curva de nivel para $z = k = 36$.	Concepto de traza y curvas de nivel. Representación algebraica de la función $z(x, y)$. Definición de función de dos variables. Representación gráfica de una función de dos variables. Clasificación de las curvas cónicas.	El valor del plano constante se sustituye en $z(x, y)$. La expresión resultante se manipula algebraicamente para ser relacionada con una curva cónica. Se hacen gráficas en el plano 3D para la traza y el plano $z(x, y) = 0$ para las curvas de nivel.	Encontrar superficies de nivel.	Material: Gráficas. Ideal: Trazas, curvas de nivel.
1c. Graficar las trazas para $y = k = 5$, $x = k = 5$.	Concepto de traza. Representación algebraica de la función $z(x, y)$. Definición de función de dos variables. Representación gráfica de una función de dos variables. Clasificación de cónicas.	El valor de los planos constantes x , y se sustituye en $z(x, y)$. Las expresiones resultantes se manipulan algebraicamente para relacionarlas con cónicas. Se dibujan gráficas de las trazas con el plano dado.	Encontrar superficies de nivel.	Material: Gráficas. Ideal: Trazas.

También se pueden graficar ecuaciones cuadráticas seleccionándolas de un menú. Se implementaron las siguientes superficies: elipsoide, paraboloides elíptico, paraboloides hiperbólico, cono, hiperboloides de una hoja e hiperboloides de dos hojas (para mayor claridad en esta figura y otras se muestran solo las gráficas sin la imagen de la cámara).

A continuación describimos diversas presentaciones de conceptos matemáticos.

- Figura 16: Exhibe el paraboloides elíptico.
- Figura 17: Muestra una traza individual en el plano $x = \text{const}$. El estudiante puede mover el plano con un control deslizador. También se pueden mostrar trazas para y y z .
- Figura 18: Se visualizan trazas sucesivas calculadas en el plano $z = \text{const}$. Cada vez que el usuario toca un botón se almacena una traza. Después puede ocultarse la superficie para ver todas las trazas, dando como indicio que la función podría ser reconstruida a partir de las trazas.
- Figura 19: Exhibe un conjunto de trazas en un plano lateral.
- Figura 20: Muestra la línea tangente a una traza en un plano $x = \text{const}$. Se enseña que esta es dada por la derivada de la función con respecto a y . Los controles de la calculadora permiten también visualizar las derivadas con respecto a x .

3.3.4 Demostración de Operaciones Vectoriales

Desarrollamos actividades individuales para ilustrar operaciones entre vectores. También hacen uso de RA para mostrar las escenas, como se ve en la Figura 21, donde se exhiben varios vectores y un plano. A continuación describiremos estas actividades.

La Figura 22 muestra la multiplicación de un vector por un escalar. El vector rojo puede rotarse con la interfaz táctil y ser multiplicado por una constante dada por un control deslizante. También se

Tabla 8: Análisis de la pregunta 2.

Pregunta	Representación-Significación	Composición-Descomposición	Particularización-Generalización	Materialización-Idealización
2a. La temperatura de una placa metálica se describe como $T(x, y) = 500 - x^2 - 2y^2$. Graficar la superficie.	Representación algebraica de $T(x, y)$. Definición de función de dos variables. Representación gráfica de una función de dos variables.	Se chequean los signos en una tabla para identificar el posicionamiento de la superficie cuadrática. Se determina la posición y orientación de la superficie cuadrática.	Superficies no cuadráticas. Funciones de 3 variables.	Material: Gráfica. Ideal: Temperatura.
2b. Hallar la traza $y = 3$. Graficarla. Hallar $T_x(2, 3)$ e interpretar el resultado.	Concepto de traza. Representación algebraica de una función $z(x, y)$. Definición de función de dos variables. Representación gráfica de una función de dos variables. Clasificación de las cónicas. Concepto de derivada parcial. Evaluación numérica de una derivada.	El valor del plano constante y se sustituye en $z(x, y)$. La expresión resultante se manipula algebraicamente para relacionarlo con una cónica. Se dibuja la función en el plano de la traza. La derivada T_x se halla simbólicamente y se evalúa $T_x(2, 3)$. El resultado se interpreta como la tasa de cambio de temperatura en la dirección x en el punto dado.	Encontrar superficies de nivel. Funciones de tres o más variables. Derivadas parciales de funciones de tres o más variables.	Material: Gráfica. Ideal: Traza. Ideal: Derivada parcial.
2c. Graficar la traza en $x = 2$. Encontrar $T_y(2, 3)$ e identificar el resultado.	Concepto de traza. Representación algebraica de una función $z(x, y)$. Definición de una función de dos variables. Representación gráfica de una función de dos variables. Clasificación de cónicas. Concepto de derivada parcial. Evaluación numérica de una derivada.	El valor del plano constante x se sustituye en $z(x, y)$. La expresión resultante se manipula algebraicamente para relacionarla con las cónicas. Se dibuja la gráfica de la traza en el plano dado. La derivada T_y se halla simbólicamente y se evalúa como $T_y(2, 3)$. El resultado se interpreta como la tasa de cambio de temperatura en la dirección y en el punto dado.	Encontrar superficies de nivel. Funciones de tres o más variables.	Material: Gráfica. Ideal: Traza. Ideal: Derivada parcial.
De acuerdo a 2b. y 2c., ¿en qué dirección sube la temperatura más rápido?	Relación entre derivada y tasa de cambio.	Se reconoce que un valor absoluto mayor de la derivada indica un cambio mayor de la temperatura en la variable dada.	Funciones de tres o más variables. Campos vectoriales.	Material: Valores numéricos de T_x, T_y .

Figura 15: Calculadora gráfica basada en RA.

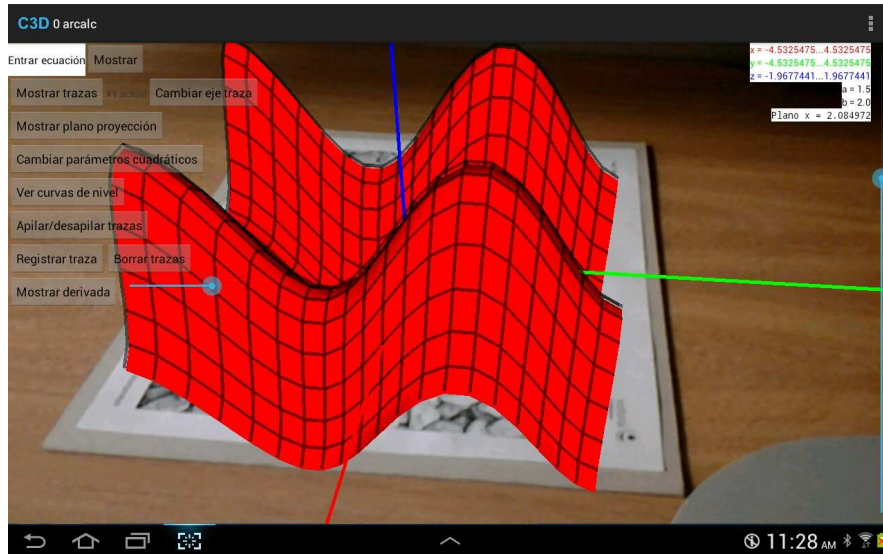


Figura 16: Paraboloide elíptico visto en la calculadora.

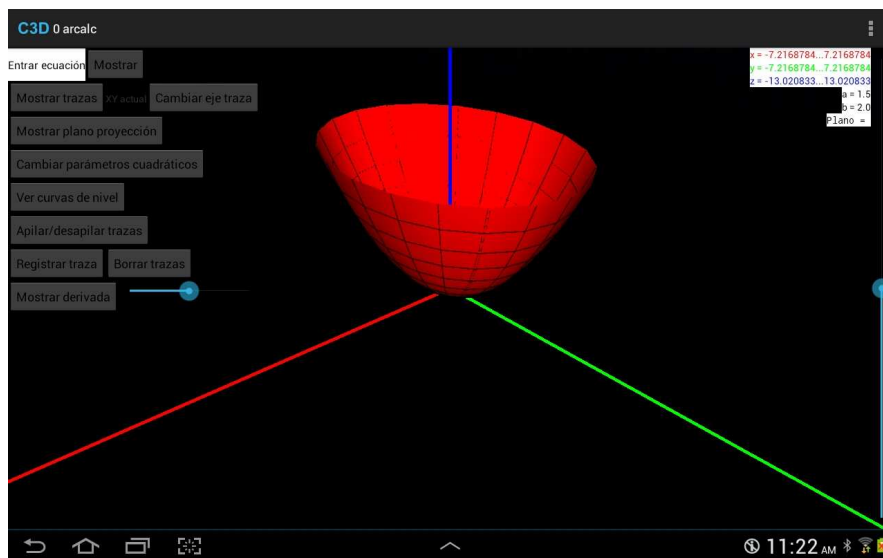


Figura 17: Trazas individuales en un plano $x = \text{const.}$

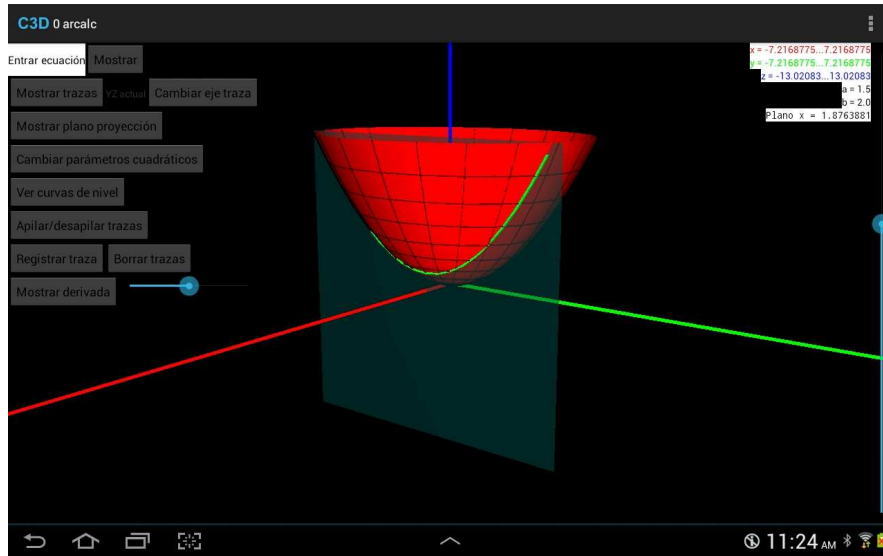


Figura 18: Trazas sucesivas calculadas en el plano $z = \text{const.}$

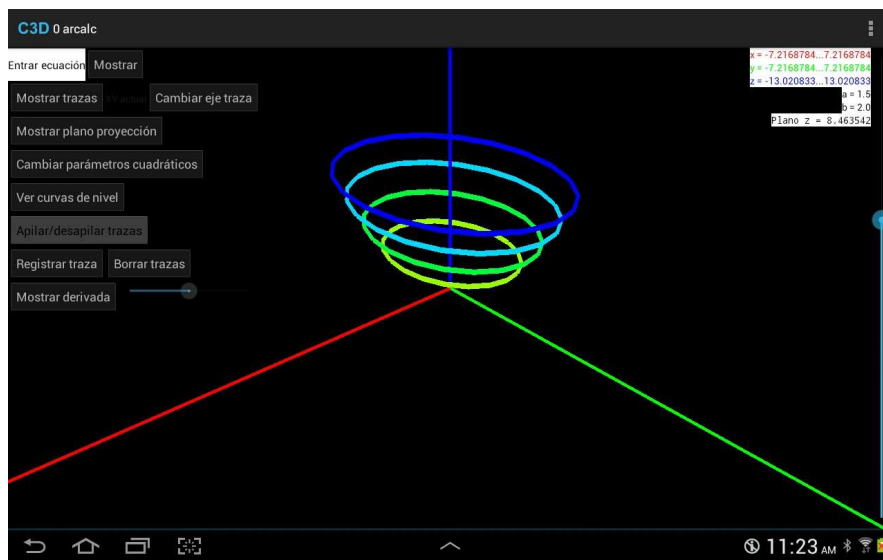


Figura 19: Conjunto de trazas proyectadas en un plano lateral.

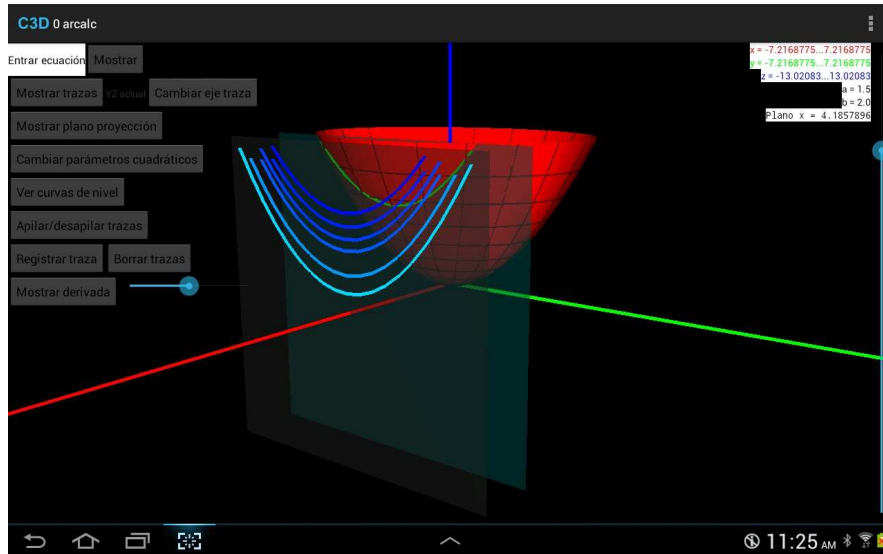


Figura 20: Tangente a la intersección de superficie y plano.

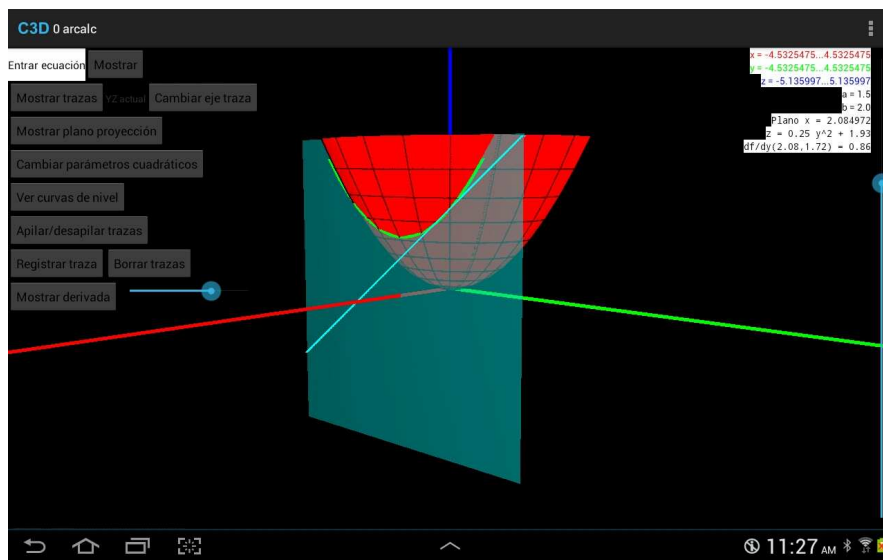
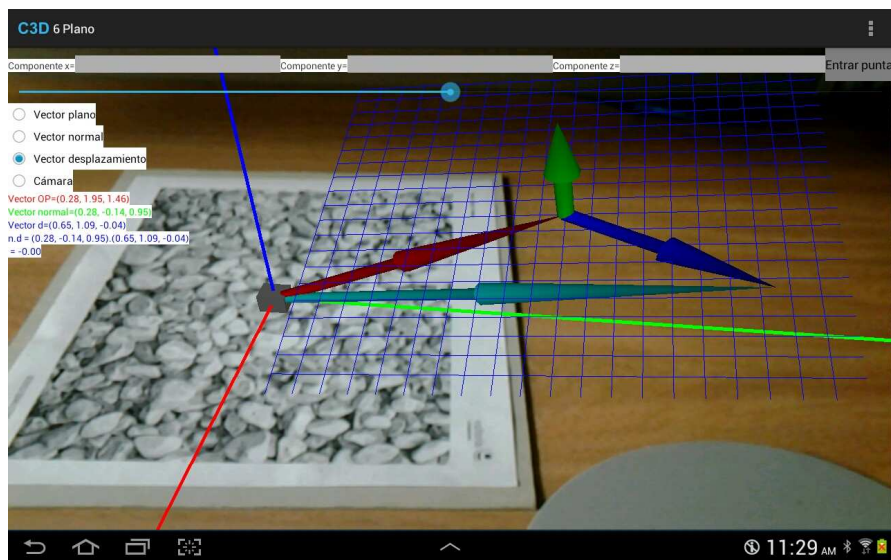


Figura 21: Exhibición de vectores en una rejilla coordenada.



pueden entrar manualmente las componentes x, y, z individuales. Hay además un campo numérico que admite un valor y cuando se presiona un botón “multiplicar”, aparece un vector verde que corresponde al vector rojo multiplicado.

El producto punto es demostrado tal como se enseña en la Figura 23. Se tienen dos vectores que pueden ser rotados con gestos táctiles, cambiados de escala con un control deslizador o se puede entrar sus componentes individualmente. De este modo se visualiza el producto punto, ya sea cada vez que se presiona un botón o de forma continua. El estudiante puede verificar cómo se comporta este producto cuando los vectores son ortogonales o paralelos.

La pantalla de una demostración del producto cruz se presenta en la Figura 24. Se contempla el vector azul como el producto cruz entre el vector rojo y verde. A medida que se manipulan estos dos últimos vectores, el producto cruz se actualiza manual o continuamente. Se puede también apreciar su comportamiento según se acercan o alejan los vectores.

En la Figura 25 presentamos una actividad análoga para la proyección de un vector \vec{u} sobre un vector \vec{v} , calculada como $\vec{p} = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{v}|^2} \vec{v}$.

Se demuestra la forma en que dos vectores definen una recta tal como se exhibe en la Figura 26. Esta es una actividad en la cual se manipulan dos puntos en la línea (rojo y verde), lo cual determina un vector dirección (azul).

La construcción vectorial de un plano se muestra en la Figura 27. El usuario manipula el vector rojo, el cual es un punto en el plano, y el vector normal (verde). Al tocar el plano se define un punto sobre él, representado por dos vectores, uno desde el origen del marco coordenado (cian) y otro desde el vector rojo (azul).

Se muestra la construcción de un plano definido por tres puntos en la Figura 28. Los vectores \vec{OA} , \vec{OB} y \vec{OC} son los puntos que lo definen. \vec{AB} y \vec{AC} son la sustracción $\vec{OB} - \vec{OA}$ y $\vec{OC} - \vec{OA}$. El producto cruz $\vec{AB} \times \vec{AC}$ es entonces la normal que lo define.

La Figura 29 muestra una actividad en la que se tiene la proyección de un vector (azul) sobre un plano. La proyección en el plano (cian) se encuentra sustrayendo el vector azul de su proyección en el vector normal (verde).

Figura 22: Actividad de multiplicación por un escalar.

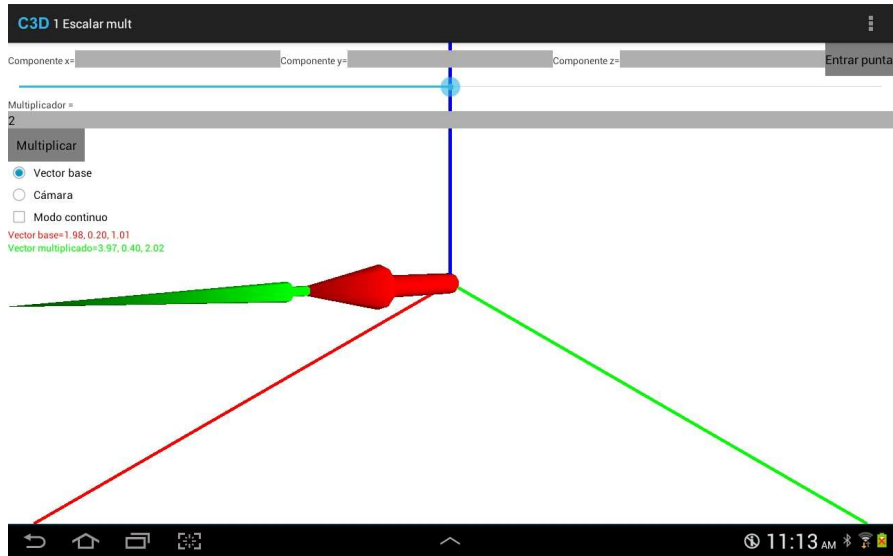


Figura 23: Actividad de producto punto.

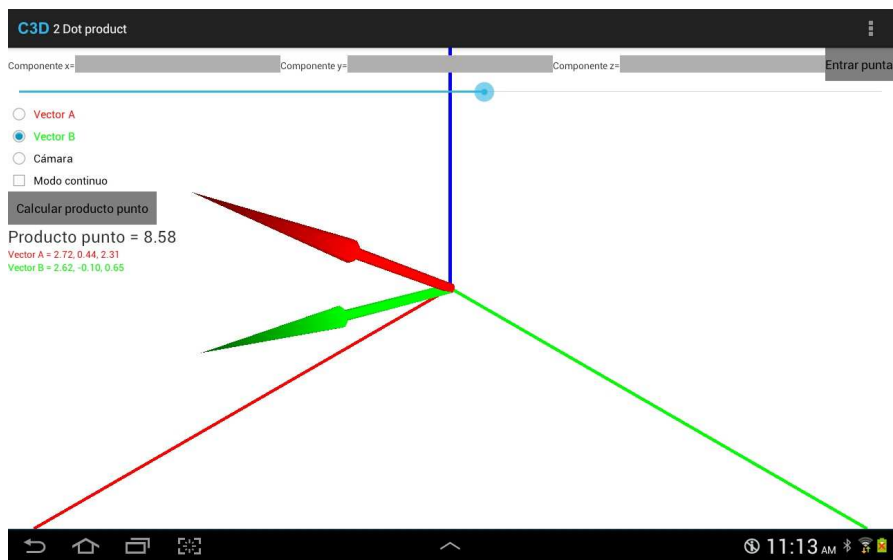


Figura 24: Actividad de producto cruz.

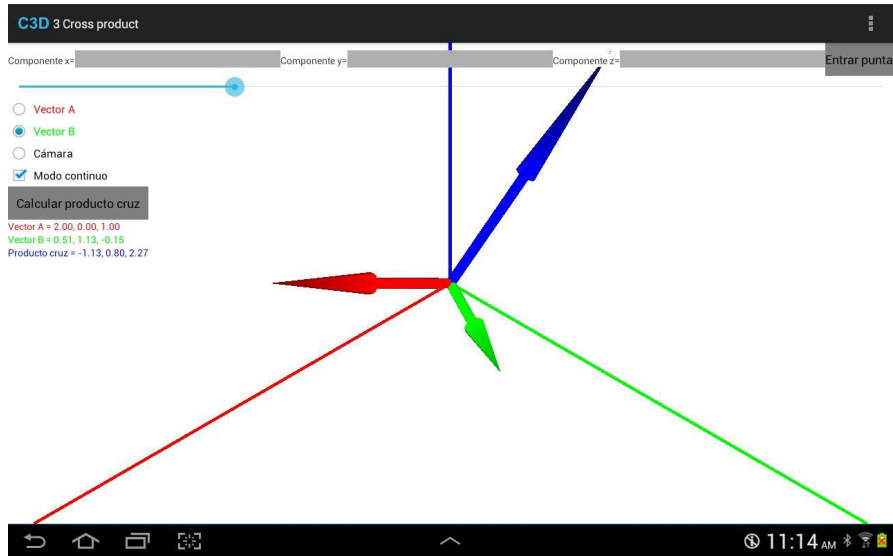


Figura 25: Proyección de un vector sobre otro.

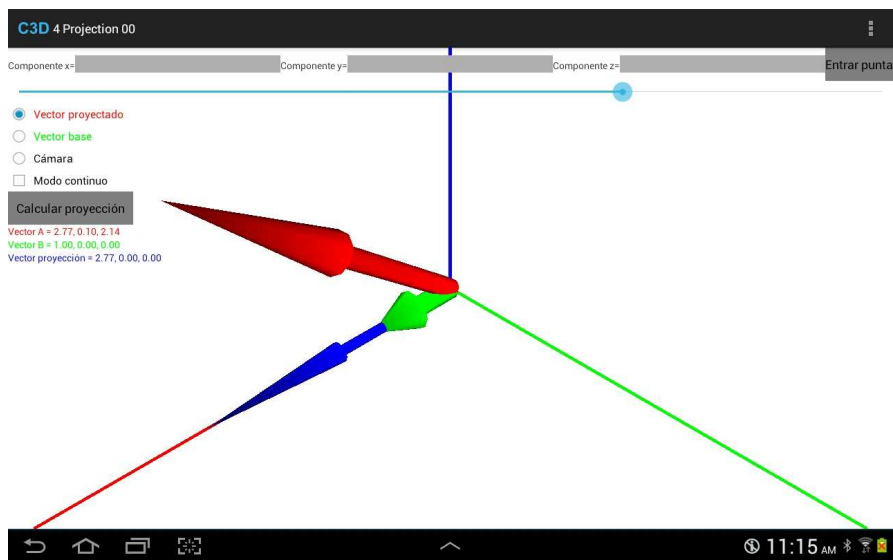


Figura 26: Construcción de una línea a partir de dos vectores.

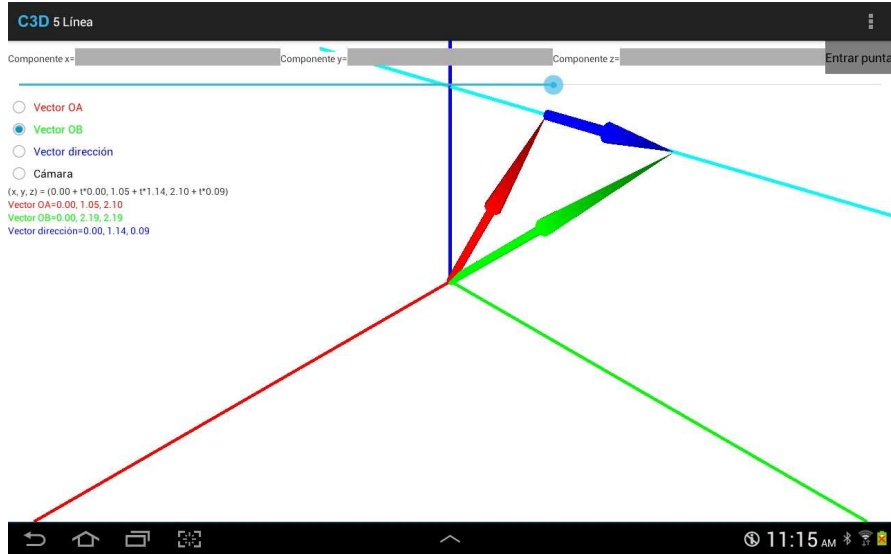


Figura 27: Construcción vectorial de un plano.

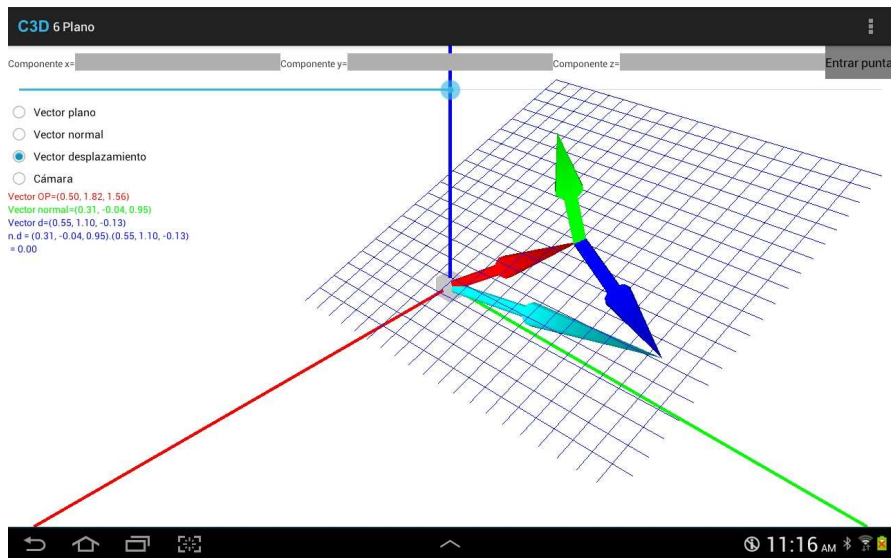


Figura 28: Construcción de un plano definido por tres puntos.

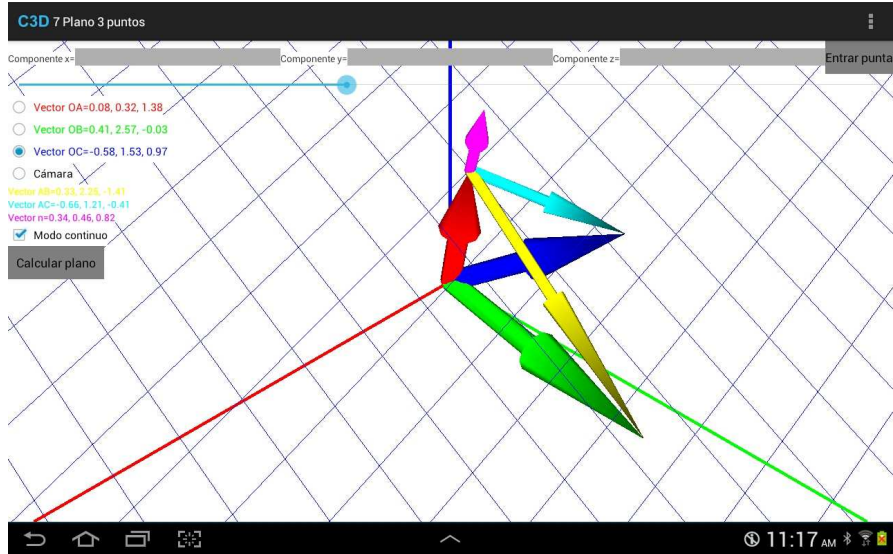
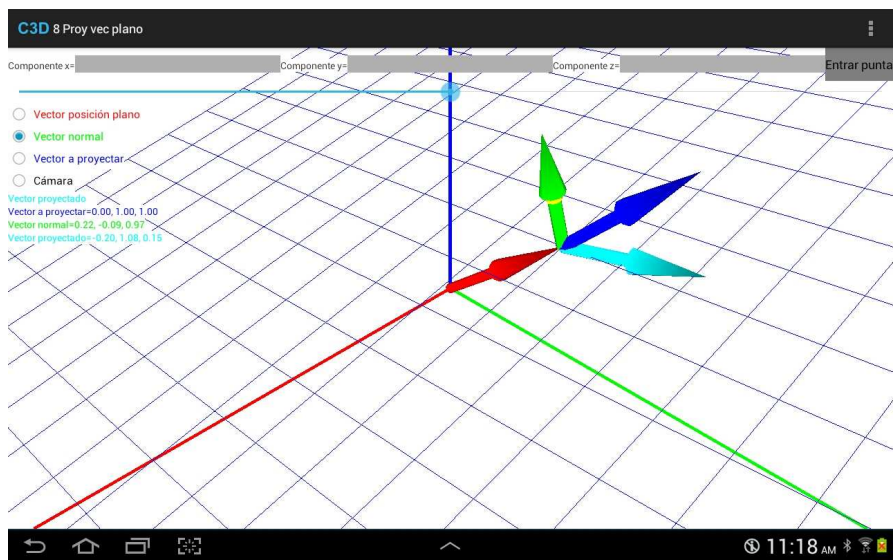


Figura 29: Proyección de un vector sobre un plano.



3.4 EVALUACIÓN

Usamos dos modalidades de evaluación de la herramienta de RA con un grupo de siete estudiantes. En la primera tuvimos tres sesiones de 45 minutos de tutoría usando la herramienta. Después de esto se entregó un cuestionario con preguntas generales sobre cómo fue su experiencia. En la segunda usamos el examen descrito en la sección 3.3.2. Los estudiantes respondieron el examen en primer lugar sin la *tablet*, y luego respondieron un examen similar después de usar la *tablet*. Debe notarse que este procedimiento no fue de estadística inferencial, ya que los estudiantes que tomaron el pre-test y el post-test fueron los mismos. Nos referimos a este examen como “examen diferencial”.

Los resultados obtenidos se muestran en las tablas siguientes. A partir de aquí las cifras que describen una calificación van en una escala de cero a cinco. Los porcentajes para preguntas abiertas con ítems no excluyentes se dan con la fórmula $n_i / \sum_k n_k \times 100$, que significa que tomamos las veces que un ítem fue dado como respuesta por los estudiantes, dividido por el número total de respuestas dadas para todos los ítems, como un porcentaje.

3.4.1 Cuestionario de Final de Sesión

Al final de cada sesión pedimos a los estudiantes que respondieran varias preguntas. Luego buscamos clasificar sus respuestas por categorías. Los resultados se muestran en las tablas siguientes. Estas traen también comentarios representativos de los estudiantes. Debe notarse que un participante podía estar de acuerdo con uno o más ítems, de modo que estos no son excluyentes.

Tabla 9: Respuesta a la pregunta “Enumera algunas de las ventajas de la herramienta de RA empleada”.

Item	Porcentaje
Mayor entendimiento	36 %
Mayor visualización	52 %
Mayor interactividad	12 %

Comentario representativo: “La aplicación de RA facilita el entendimiento de los conceptos y la diferenciación de patrones importantes que a veces son difíciles de discernir en el espacio”.

Tabla 10: Respuesta a la pregunta “Qué impresión te causó ver las gráficas de algunas superficies en el espacio con ayuda de la herramienta de RA? Explica”.

Item	Porcentaje
Mayor visualización	29 %
Mayor entendimiento	24 %
Muy interesante	24 %
Mayor interactividad	10 %
Más fácil	10 %
Ayuda al análisis	5 %

Comentario representativo: “Me gustó ver los gráficos en el espacio porque son muy claros y la interacción con la gráfica es muy flexible”.

Tabla 11: Respuesta a la pregunta: “Qué diferencias importantes encuentras entre esta forma de ver las superficies en el espacio y con otras herramientas como Derive, MATLAB, libros de texto, tablero, entre otros?”.

Item	Porcentaje
Mayor interacción	38 %
Mayor entendimiento	24 %
Mayor visualización	24 %
Más práctica	10 %
Otro	5 %

Comentario representativo: “La flexibilidad de la herramienta en una *tablet* no puede encontrarse en un libro o el tablero y es incluso más cómodo que en un computador, lo cual facilita el aprendizaje”.

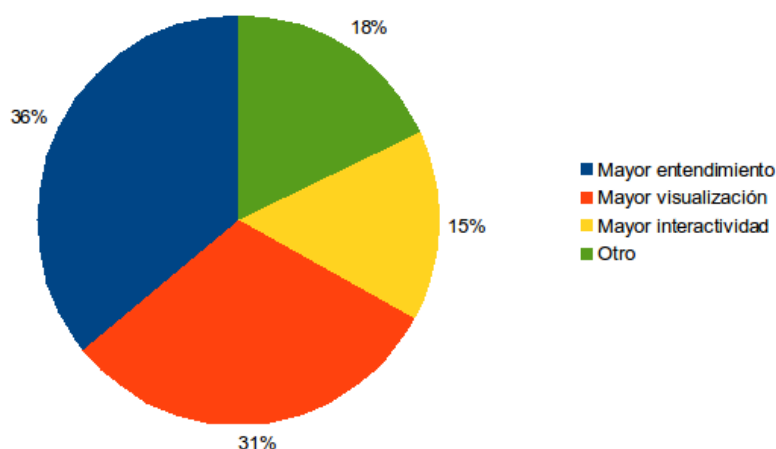
Tabla 12: Respuesta a la pregunta “¿Después de haber visto algunas superficies en el espacio con la herramienta de RA, tienes una mejor apreciación de ella?”.

Item	Porcentaje
Sí	14 %
Sí, porque mejora el entendimiento	57 %
Sí, porque mejora la visualización	19 %
Otro	10 %

Comentario representativo: “Completamente, en menos de 30 minutos entendí conceptos que me habrían tomado dos horas sin la herramienta”.

Las respuestas fueron bastante entusiastas, lo cual se reafirma en los comentarios representativos. La pregunta “Enumera algunas de las ventajas de la herramienta de RA empleada” fue la más estrecha, reduciendo las cualidades del sistema a tres. En las otras preguntas las mismas tres cualidades emergieron: visualización, entendimiento, e interactividad, siendo “visualización” la más prevalente. Mostramos una gráfica de estas características a continuación.

Figura 30: Cualidades prevalentes de la herramienta según síntesis de preguntas.

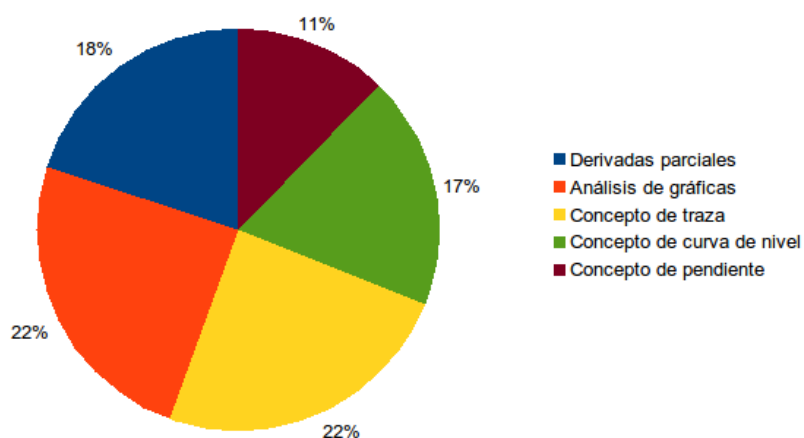


Es interesante preguntarse si los estudiantes dijeron “mayor visualización” sin decir “mayor enten-

dimiento”. De siete estudiantes, cuatro dijeron obtener tanto visualización como entendimiento. Dos estudiantes mencionaron visualización sin decir entendimiento. Uno solamente mencionó entendimiento. Por lo tanto, la unión de visualización y entendimiento fue mayor.

Tabla 13: Respuesta a la pregunta “¿Qué conceptos entendiste con la *tablet* que no habrías entendido fácilmente sin ella?”.

Item	Porcentaje
Derivadas parciales	28 %
Análisis de gráficas	22 %
Concepto de traza	22 %
Concepto de curvas de nivel	17 %
Concepto de pendiente	11 %



Pedimos a los estudiantes enunciar sus definiciones de traza y derivada parcial antes y después de usar la *tablet*, y las evaluamos. La siguiente tabla muestra los resultados.

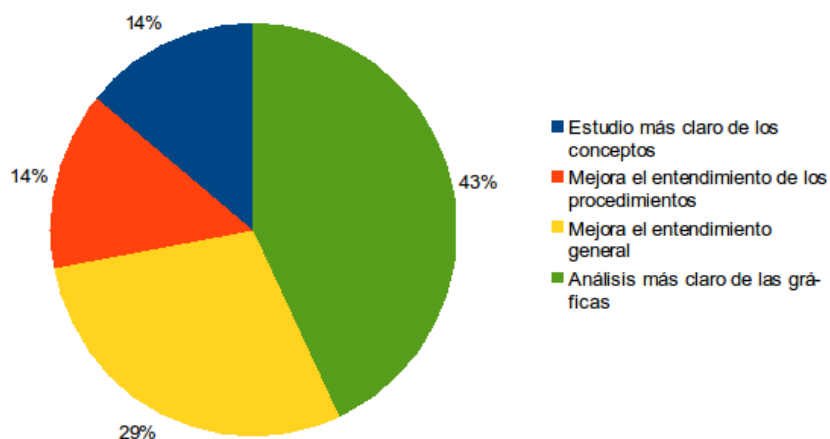
Tabla 14: Evaluación de las definiciones de traza y derivada parcial, antes y después de usar la *tablet*.

Concepto	Calificación antes	Calificación después
Traza	3.1	4.0
Derivada parcial	2.4	3.6

Para la siguiente pregunta, “Describe el proceso de solución de los problemas con y sin la *tablet*”, las respuestas fueron caracterizadas como “más fácil”, “revisión más clara de los conceptos”, “mejora el entendimiento de los procedimientos”, “análisis más claro de las gráficas”. Los resultados se resumen en la Tabla 15.

Tabla 15: Respuesta a la pregunta “Describe el proceso de solución de los problemas con la *tablet*”.

Descripción	Porcentaje
Revisión más clara de los conceptos	14 %
Mejora el entendimiento de los procedimientos	14 %
Mejora el entendimiento general	29 %
Análisis más claro de las gráficas	43 %



Comentarios representativos:

- “Sin la *tablet* no tenía claros algunos conceptos y cómo solucionar algunos problemas. Después de diez minutos de uso entendí cómo resolverlos y aclaré mis conceptos”.
- “Con la *tablet* es mucho más fácil enfrentar el problema de forma gráfica. Sin la *tablet* el problema debe resolverse simbólicamente”.
- Mencionamos también una observación interesante de un estudiante que, resolviendo un examen parcial, recurrió a imaginar estar usando la *tablet*.

3.4.2 Examen Diferencial

Ahora consideramos el examen diferencial, consistente en evaluar el rendimiento antes y después de usar la *tablet* a partir de la solución de dos cuestionarios similares. En la Tabla 16 mostramos los ítems formales/simbólicos en el proceso de Representación-Significación y el de Composición-Descomposición. En la Tabla 17 mostramos los ítems gráficos en ambos procesos. También se agrupan los ítems por concepto.

Para gráficas de superficies (problema (1a) en la Tabla 7), los conceptos formales manejados son la definición de función de dos variables, la representación algebraica de esta y el reconocimiento de la superficie cuadrática adecuada. El concepto gráfico involucrado es la ubicación global en el espacio 3D, la identificación de la orientación correcta según los ejes x , y y z , y el dibujo mismo de la gráfica.

Análogamente, para las trazas (problema (1b) en la misma tabla) en la parte formal está involucrada la definición de función de dos variables, la representación algebraica de ella y el entendimiento de las curvas cónicas. En la parte gráfica se tiene la visualización mental de la intersección entre una superficie y un plano y el dibujo de la traza.

Tabla 16: Examen diferencial – componente formal/simbólico.

Tema	Calificación antes	Calificación después	Diferencia
Graficación de superficies (procedimiento formal)	3.71	4.11	0.4
Graficación de trazas (procedimiento formal)	2.51	2.75	0.24
Cálculo de derivadas parciales	3.31	3.64	0.33
Interpretación de derivadas parciales	2.33	2.57	0.24

Contemplamos cómo mejoró el rendimiento en todas las áreas. La ganancia mayor se dio en los procedimientos gráficos. También hubo una mejora en el procedimiento formal asociado a la graficación, arrojando el resultado de que una mejora en el entendimiento gráfico de un problema también impacta el entendimiento formal.

Tabla 17: Examen diferencial – componente gráfica.

Tema	Calificación antes	Calificación después	Diferencia
Graficación de superficies (procedimiento gráfico)	3.08	3.90	0.82
Graficación de trazas (procedimiento gráfico)	2.03	2.76	0.74

Finalmente, con la ayuda de la configuración de objetos y procesos caracterizamos modalidades de solución de problemas en los estudiantes. Estas se muestran en la Tabla 18. Los significados son: “G – gráfico”, “F – formal” y “V – verbal”. Por ejemplo, un problema con componentes gráficas y formales se clasifica como GF. En la primera columna se plantea el tipo de problema. En la columna “Modo de solución” se registran los modos de solución que se hallaron entre los estudiantes. Por ejemplo, para un problema GFV, pueden hallarse porcentajes de estudiantes que respondieron parcialmente en modalidades GF, V, etc.. También se registra el modo “Incompleto”, en el cual la respuesta no alcanza una mínima solución. Como en los puntos anteriores, particionamos los resultados antes de usar la *tablet* y después de usarla. Puede verse que hubo incrementos sustanciales en el porcentaje de estudiantes que hicieron transición a un nivel mayor de habilidad (es decir, pasar de nivel “Incompleto” a GFV).

Tabla 18: Modalidades de solución.

Tema (con modalidad base)	Modo de solución	Antes	Después
Graficación (GF)	GF	57 %	71 %
	Incompleto	43 %	29 %
Graficación de trazas (GFV)	GFV	57 %	57 %
	V	29 %	43 %
	Incompleto	14 %	0 %
Encontrar derivada (F)	F	71 %	100 %
	Incompleto	29 %	0 %
Interpretar derivada (V)	V	71 %	71 %
	Incompleto	29 %	29 %

3.5 CONCLUSIONES

Construimos una herramienta de RA para uso en la enseñanza del Cálculo de Varias Variables. Las últimas tecnologías que han influido la enseñanza en esta disciplina han sido las calculadoras

programables, las aplicaciones móviles, los programas de geometría interactiva y los sistemas de álgebra computacional. Sin embargo, los estudiantes son abandonados a usar estos sistemas por su cuenta, sin integración al currículo y sin teorías pedagógicas que guíen su adopción.

Para darle un cimiento pedagógico a nuestra herramienta, revisamos el estado del arte en visualización matemática y sus fundamentos conceptuales, con lo que identificamos el paradigma Humanos-con-Medios de Borba y Villarreal como base para el desarrollo sistemático de las capacidades gráficas de la herramienta. Ha habido muchos artículos sobre los fundamentos filosóficos de Humanos-con-Medios y algunos sobre aplicaciones puntuales en diversos campos, pero nuestro trabajo se diferencia en que aborda la enseñanza del Cálculo de Varias Variables y que además agrega computación móvil y RA.

Verificamos la idoneidad de la teoría de Godino *et al.* de la Configuración de Objetos y Procesos para caracterizar el rendimiento de los estudiantes. Esta permitió la identificación de modos de razonamiento gráficos, formales y verbales, y asegurar el cubrimiento y la calidad del examen. Se observó cómo la herramienta permitió la transición de modalidades de solución incompletas a integrales.

Elaboramos una cantidad variada de contenidos que permiten tener una muestra significativa de experiencias para suministrar conclusiones. La calculadora RA fue la que más gustó. Esperábamos que las demostraciones vectoriales llamaran más la atención por ser más vistosas, pero aparentemente los estudiantes les causa más gusto llegar a entender lo que por otros medios es difícil y ya están lo suficientemente familiarizados con los dispositivos móviles como para ser impresionados por su novedad.

Las ventajas de mayor visualización, mayor entendimiento y mayor interactividad emergieron. En la mayoría de estudiantes la visualización fue acompañada por el entendimiento. La herramienta fue preferible a los libros de texto, al tablero y a software tradicional como el Derive y el MATLAB. Se observó que la herramienta conllevó mejoras también en items verbales y simbólicos, a pesar de que su énfasis es gráfico.

Usamos dos elementos de la teoría de Salzman para identificar los conceptos a ser enseñados, mediante el dominio del campo de acción y el conocimiento de la investigación actual en didáctica.

Respecto a la teoría de Shelton y Hedley, confirmamos su aplicabilidad al observar la destreza espacial de los estudiantes al usar la interfaz touch, con un desempeño mejor del que da el mouse. Encontramos que la interacción en 3D fue exitosa, satisfaciendo el objetivo de evitar el cuello de botella 2D de la GUI tradicional. No llegó a aplicarse el conocimiento procedimental (ver p. 36), pues la escena no presentaba navegación a gran escala. El conocimiento configuracional de los autores es más aplicable, ya que se involucró el sentido de percepción de la posición y orientación de las presentaciones 3D. El conocimiento espacial puede caracterizarse como háptico, por el uso de la interfaz touch. No se aplicó el conocimiento pictórico, pues las imágenes no fueron estáticas. Hallamos acuerdo con la teoría de la visión animada (ver p. 36), en tanto que observamos alternación entre fases de visualización y manipulación.

Observamos que la mejora en el entendimiento gráfico de un problema favorece también el entendimiento simbólico.

Hay varias posibilidades de trabajo futuro.

- Es necesario conducir pruebas de estadística inferencial, formando grupos de control y experimental tras diferenciar estudiantes según conocimiento previo en Cálculo, hacer un pre-examen, adelantar la tarea de enseñanza tan similarmente como sea posible con ambos grupos y hacer un post-examen.
- Determinar con mayor claridad la diferencia por la cual los estudiantes prefirieron la *tablet*.
- Determinar qué tanto se relaciona entendimiento con visualización.
- Analizar más detalladamente cómo las ganancias en visualización llevan a ganancias en manipulación simbólica, como encontrar derivadas.

4. CONCLUSIONES

En esta sección planteamos las conclusiones que sobresalen de haber experimentado tanto con RV como con RA. Las conclusiones sobre los casos de uso individuales han sido incluidas en sus respectivos capítulos. Algunos aspectos son comparados en el mismo párrafo para la RV/RA. Otras características no se contrastan punto por punto, sino que las listamos separadamente para formar una imagen global de sus coincidencias y diferencias.

4.1 CONCLUSIONES DIDÁCTICAS

Presentamos nuestros hallazgos sobre el constructivismo en RV/RA, que es el común denominador a la Enseñanza para la Comprensión y Humanos-con-Medios. Observamos que las manifestaciones de esta teoría fueron muy diferentes. Las siguientes conclusiones están divididas en dos partes: Conclusiones comunes a las dos herramientas y conclusiones particulares a una herramienta (para contraste global).

4.1.1 Conclusiones Didácticas Comunes

Las experiencias en RV/RA se prestan a modelos constructivistas como cimiento pedagógico. No hubo ninguna fricción en el flujo de trabajo para la combinación constructivismo-RV/RA, tanto para el instructor como para el alumno. Es decir, la inversión en tiempo y esfuerzo en preparación y ejecución de la clase no fue mayor que en los métodos tradicionales y por el contrario, despertó disfrute e interés adicional. Hallamos que, en general, la tecnología se nutre de las teorías constructivistas y las potencia.

Dado que el constructivismo da autonomía a los estudiantes, observamos que el grado de independencia posible en robótica y matemáticas no es el mismo. En el Cálculo las explicaciones del tutor debieron ser continuas, solo con breves intervalos de exploración. En robótica la exploración sí fue mayor. Esto quizás tenga repercusiones en el uso de la *tablet* para estudio individual, en vez de guiado.

4.1.2 Conclusiones Didácticas en Robótica

En robótica hubo varias actividades constructivistas para los alumnos, pero la que evaluamos por ser más cuantificable y objetiva fue el llevar a cabo aplicaciones de programación del robot para solución de problemas. Esto cumple con el criterio constructorista de Dewey (ver p. 22) de aprender realizando tareas concretas. Para el entrenamiento en programación, el método constructivista de Enseñanza para la Comprensión fue calificado con un valor de 4.4, mientras el tradicional recibió 3.8.

La robótica se presta al constructivismo, ya que las actividades de programación constituyen exploración de problemas. Sin embargo, se presenta una contradicción intrínseca con algunos puntos de vista de la RV/RA, ya que se apela a la GUI y la edición de texto de programa, la cual es criticada por Winn¹, Bricken², y Shelton y Hedley³. Más que renunciar a la GUI, se requiere reconocer que los enfoques híbridos son necesarios. Otra instancia de esta combinación fue la exploración de diapositivas paralelamente a las actividades 3D, pues las diapositivas en RV fueron un factor necesario en la experiencia. Ante la postura de Bricken⁴ de que los contenidos formales deben dejarse por aparte, adoptamos la posición de que es preferible tener experiencias híbridas.

4.1.3 Conclusiones Didácticas en Cálculo

El constructivismo ayudado por tecnología es idóneo para el cálculo. Aunque los problemas no son estrictamente “del mundo real”, sí constituyen una “materialización” de lo abstracto. Por lo tanto, la

¹WINN, William. A conceptual basis for educational applications of virtual reality. Seattle, Washington: Human Interface Technology Laboratory of the Washington Technology Center, University of Washington, 1993. TR-93-9. p. 1.

²BRICKEN, William. Learning in Virtual Reality. Seattle, Washington: Human Interface Technology Laboratory, 1990. HITL-M-90-5. p. 1.

³SHELTON, Brett y HEDLEY, Nicholas. Exploring a cognitive basis for learning spatial relationships with augmented reality. En: Technology, Instruction, Cognition and Learning. [s.l.]: 2004, vol. 1, no. 4. p. 329.

⁴Ibid., p. 5.

herramienta acerca más matemáticas y constructivismo, de una forma que no es posible clásicamente. Esto porque de lo contrario, las matemáticas podrían ser un área en que el estudiante puede perderse en la propia exploración. Esta materialización también permite implementar el ideal de Dewey de aprendizaje mediante tareas reales, dándole un nuevo aire a lo que era un ideal antes de la llegada de la tecnología.

A partir de los comentarios de los estudiantes de cálculo (ver Tabla 15) hallamos que la RA quita obstáculos a la edificación libre de conocimiento al proveer mejores visualizaciones, que son materia prima de la construcción del saber. También la interacción con los gráficos facilita la actividad de exploración con gestos táctiles naturales, lo cual, según la teoría del conocimiento espacial y la visión animada (ver p. 36), establece un canal cognitivo más directo en el cerebro.

En la RA se potencializa la resolución de problemas, lo cual aporta un activo constructorista en la visión de Dewey. La interactividad, calificada positivamente por los estudiantes, es una cualidad con que se logra un proceso constructivista sin fricciones. La RA también provee capacidad de solución gráfica como alternativa a lo simbólico. Esta es otra instancia en que lo constructivista está más cercano a lo gráfico que a lo formal.

4.2 CONCLUSIONES TÉCNICAS

Las siguientes conclusiones conciernen a la GUI, el uso de Java y la factibilidad práctica y técnica de introducir las herramientas en el aula de clase.

Un aspecto que amerita más estudio es el uso de GUIs complejas. En RV la pantalla puede albergar un número prácticamente ilimitado de elementos de GUI, sin recibir quejas de los estudiantes. En la RA hubo una concentración de elementos alta. Para experiencias futuras, debe considerarse iniciar con la GUI deseada, optimizarla, y sacar un producto final, en vez de hacer código que imponga restricciones en la GUI sobre la marcha, de modo que se evite la sorpresa de que los pantallazos se llenen de elementos GUI a medida que la construcción del software avanza. Esto también se hace un reto, ya que un mismo *engine* debe funcionar en smartphones y *tablets*. El diseño adecuado de la GUI es más necesario en las *tablets* que en software tradicional.

Se observó que los estudiantes establecieron un vínculo mayor con la interfaz táctil de enseñanza del cálculo que con la interfaz híbrida 3D de robótica basada en GUI y ratón.

No hubo mención sobre que las GUIs hayan sido inadecuadas, pero tampoco llamaron mucho la atención. Tampoco rebajaron las opiniones sobre el sistema. Probablemente los estudiantes se hayan adaptado tanto a ellas, que las asumen como algo dado que no recibe atención. Aparentemente una interfaz tiene que ser muy chocante como para causar rechazo.

El uso de Java favorece la elaboración de software didáctico. Ninguno de los módulos de las aplicaciones tuvo el problema del acoplamiento fuerte (strong coupling). Por lo tanto, hemos comprobado que es una plataforma apta para hacer desarrollos cruzados en *tablets* y PCs.

Los dispositivos móviles contemporáneos tienen la suficiente potencia para presentar contenidos de 3D. Uno de los *tablets* de que disponíamos, a pesar de ser un modelo de muy baja gama, presentó un rendimiento bueno. Esto es importante, ya que se pueden usar equipos de bajo costo, los cuales están siendo masivamente introducidos en instituciones educativas de todos los niveles. Por otro lado, todavía se encuentran PCs con capacidades gráficas insuficientes. Con la tendencia mundial de dotar a las escuelas con dispositivos *tablet*, posiblemente seremos testigos de una mayor penetración de la RA en el aula de clase. Un factor potenciador será que con las *tablet* no se requiere tener salas de cómputo con disponibilidad reducida. Se elimina por lo tanto el problema de que solo un grupo de alumnos puede usar equipos de cómputo a la vez.

4.3 CONCLUSIONES SOBRE LAS TEORÍAS DEL APRENDIZAJE CON RV/RA

Con respecto a las teorías del aprendizaje en ambientes virtuales tratadas en la introducción, nuestra adherencia fue selectiva. Las teorías ofrecen tantos factores evaluables, que se hace necesario decidirse por los más relevantes. A continuación presentamos conclusiones comunes a la luz de las teorías de

Salzman *et al.* y de Mikropoulos y Natsis. El trabajo de Shelton y Hedley es aplicable solamente a la RA, por lo que remitimos al lector a la sección 3.5, p. 73.

4.3.1 Conclusiones sobre la Teoría de Salzman *et al.*

- No fue evidente que se necesitara alguna habilidad espacial para beneficiarse de las experiencias. En robótica los estudiantes visualizaron la escena del robot con naturalidad. En Cálculo interactuaron con facilidad con las gráficas 3D.
- No pudimos determinar la influencia del género, ya que no hubo mujeres en el grupo de robótica y solo hubo una voluntaria en la experiencia de enseñanza del Cálculo.
- La experiencia con computadores fue suficiente en ambos casos. Tener trayectoria en computadores es hoy mucho más universal que cuando fue publicado el trabajo de Salzman *et al.*
- No hubo problema en obviar mareo de simulador y tendencias inmersivas.

4.3.2 Conclusiones sobre la teoría de Mikropoulos y Natsis

Hicimos uso parcial del conjunto ampliado de características de la RV enunciado por Mikropoulos y Natsis.

- Semántica natural: En su uso, la *tablet* mostró mayor afinidad para los usuarios, ya que con gestos naturales táctiles y movimiento relativo al marcador de RA se podía hacer zoom y rotación de la imagen. Los estudiantes aparentemente disfrutaban este modo de interacción y lo usaban frecuentemente. Con la RV se hacía zoom y rotación con teclado y mouse, pero los estudiantes no parecían hacer uso de estas características con tanto interés. Quizás la GUI tradicional ya es cotidiana y de poca novedad.
- Tamaño: Correspondiente al zoom de la escena en el caso de la RV, los estudiantes no hicieron mucho uso de esta característica. En la RA los cambios de escala sí fueron más frecuentes, y parecieron añadir valor a la experiencia de navegación. Esto sugiere que el impacto de la escala varía según el campo de aplicación.
- Transducción: En la RV el objeto robot no presenta aspectos invisibles que se presten a transducción. La RA se presta más a la reificación (ver siguiente punto).
- Reificación (cosificación): En la robótica no hubo instancias de cosificación. De cierto modo, históricamente en la matemática siempre ha habido cosificación en gráficas de objetos abstractos, como las ecuaciones. Sin embargo, la RA puede decirse que provee una cosificación más avanzada en imágenes más realistas y dinámicas.
- Autonomía: De cierto modo, tras ser programado, el robot exhibía comportamiento autónomo, aunque este era más bien consecuencia de las acciones del usuario. En la RA el comportamiento de los objetos matemáticos era, en su lugar, reactivo.
- Presencia: En robótica, al usarse RV no inmersiva, la sensación de presencia no resultaba crucial a la tarea. En la *tablet* no se apeló a hacer sentir a los estudiantes que estaban en un mundo alterno. Ciertos aspectos de la GUI exigían complejidad, lo cual va contra el principio de presencia (sección 1.5.2.4, p. 35). La transición continua entre el mundo 3D y el mundo GUI 2D interrumpía el establecimiento de presencia continua. La programación del robot, siendo una actividad textual, es algo ajena a la actividad gráfica y a la presencia.

Esto indica que no hay que pretender lograr actividades vacías de formalidad, y que hay escenarios como el nuestro en que se hacen transiciones entre gráfico y textual/formal. Esto podría ser bien un apéndice a la teoría de Mikropoulos, añadiendo una categoría de “transición real-virtual”,

para acoger sistemas como los de nuestros casos de estudio. Un caso exitoso en RV/RA no va solamente a depender de sus cualidades de interacción 3D, sino también de estrategias que permitan transición armónica al “mundo del escritorio”. En esto debe considerarse evitar una RV/RA en que el sujeto se ensimisma. Tales estrategias podrían ser campo futuro de investigación.

Finalmente enunciamos directamente cómo nos parece que se comparan los dos casos lado a lado. Concluiríamos que ambas interfaces irían a la par en una carrera meramente técnica, pero la RA podría ser la más assequible, sobre todo por su universalidad. Este veredicto se decide en los dispositivos móviles, que son absolutamente importantes por el modo en que han penetrado nuestras formas de vida. Sin embargo, no se ha trabajado tanto como se podría la enseñanza con RA. Esperamos que el marco teórico, las teorías pedagógicas y el desarrollo técnico, presentados en este trabajo de grado, sean un paso útil en este empeño.

BIBLIOGRAFÍA

AKÉ, Lilia, CASTRO, Walter y GODINO, Juan. Conocimiento didáctico-matemático sobre el razonamiento algebraico elemental: un estudio exploratorio. En: Simposio Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática. (15: 7-9, septiembre, 2011: Ciudad Real, España). Investigación en Educación Matemática XV. [s.l.]: [s.n.], 2011. p. 227–236.

AGUDELO, Andres, *et. al.*. Telepresence for Distance Education: Lessons Learned. En: International Conference on Education IADAT-e. (1: 7-9, julio, 2004: Bilbao, España). Proceedings of International Conference on Education IADAT-e. Vizcaya, España: IADAT, 2004.

AMERICAN SOCIETY OF COLON & RECTAL SURGEONS. Laparoscopic Surgery—What Is It? [En línea] : página Web. (Citada: 13 de septiembre de 2013).
<http://www.fascrs.org/patients/treatments_and_screenings/laparoscopic_surgery/>.

ARSHAD, Haslina, JAMAL, Jaslinda y SAHRAN, Shahnorbanun. Teaching Robot Kinematic in a Virtual Environment. En: World Congress on Engineering and Computer Science. (1: 20-22, octubre, 2010: San Francisco, California). Proceedings of the World Congress on Engineering and Computer Science. Hung To Road, Hong Kong: International Association of Engineers, 2010. p. 307–310.

AYODEJI, I, *et. al.*. Face validation of the Simbionix LAP Mentor virtual reality training module and its applicability in the surgical curriculum. En: Surgical endoscopy. Nueva York. 2007, vol. 21, no. 9. p. 1641–1649.

AZUMA, Ronald. A Survey of Augmented Reality. En: Presence. Cambridge, Massachusetts. 1997, vol. 6, no. 4. p. 355-385.

BARFIELD, Woodrow. Virtual Environments and Advanced Interface Design. Oxford: Oxford University Press, 1995. 600 p..

BILLINGHURST, Mark, KATO, Hirokazu y POUPYREV, Ivan. Tangible augmented reality. En: ACM SIGGRAPH ASIA. (1: 10-13, diciembre, 2008: Singapur). ACM SIGGRAPH Asia 2008 papers. Nueva York: ACM Press, 2008. p. 1–10.

BILLINGHURST, Mark, POUPYREV, Ivan y KATO, Hirokazu. The magicbook—moving seamlessly between reality and virtuality. En: IEEE Computer Graphics and Applications. Nueva York. 2001, vol. 21, no. 3. p. 6–8.

BORBA, Marcelo y VILLARREAL, Mónica. Humans-with-media and the reorganization of mathematical thinking: Information and communication technologies, modeling, visualization and experimentation. Nueva York: Springer, 2005. 238 p..

BRICKEN, William. Learning in Virtual Reality. Seattle, Washington: Human Interface Technology Laboratory, 1990. HITL-M-90-5. p. 1–8.

BURDEA, Grigore y COIFFET, Philippe. Virtual Reality Technology. 2 ed. Hoboken, Nueva Jersey: John Wiley & Sons, 2003. 464 p..

CARPIN, Stefano, *et. al.*. USARSim: a robot simulator for research and education. En: IEEE International Conference on Robotics and Automation. (23: 10-14, abril, 2007: Roma, Italia). 2007 IEEE International Conference on Robotics and Automation. Nueva York: IEEE, 2007. p. 1400–1405.

CHABAY, Ruth y SHERWOOD, Bruce. Computational physics in the introductory calculus-based course. En: American Journal of Physics. [s.l.]: 2008, vol. 76. p. 307.

CHADWICK, C. La Psicología del Aprendizaje desde el Enfoque Constructivista. En: Revista Latinoamericana de Psicología. Bogotá. 1999, vol. 31, no. 3. p. 463–475.

CHENG, Kun-Hung y TSAI, Chin-Chung. Affordances of augmented reality in science learning: suggestions for future research. En: Journal of Science Education and Technology. Dordrecht, Países Bajos. 2012, vol. 22, no. 4. p. 449–462.

COLABORADORES DE WIKIPEDIA. Axonometric projection [En línea] : página Web. (Citada: 13 de septiembre de 2013).

<http://en.wikipedia.org/wiki/Axonometric_projection>.

———. Field of view [En línea] : página Web. (Citada: 13 de septiembre de 2013).

<http://en.wikipedia.org/wiki/Field_of_view>.

———. Laparoscopic Surgery [En línea] : página Web. (Citada: 13 de septiembre de 2013).

<http://en.wikipedia.org/wiki/Laparoscopic_surgery>.

———. Orthographic projection [En línea] : página Web. (Citada: 13 de septiembre de 2013).

<http://en.wikipedia.org/wiki/Orthographic_projection>.

———. Van der Waals force [En línea] : página Web. (Citada: 13 de septiembre de 2013).

<http://en.wikipedia.org/wiki/Van_der_Waals_force>.

COMAN, Mircea, *et. al.*. Design, Simulation and Control in Virtual Reality of a RV-2AJ robot. En: Industrial Electronics, 2009. IECON 2009. 35th Annual Conference of IEEE. (35: 3-5, noviembre, 2009: Porto, Portugal). Proceedings IECON 2009. Nueva York: IEEE, 2009. p. 2026–2031.

COUMANS, Erwin et al. Bullet Physics Library. [En línea]. Versión 2.81. [s.l.]: 8 de abril de 2011. [Citado: 1 de septiembre de 2011]. Disponible en Internet:

<<http://bulletphysics.org>>.

CRAIGHEAD, Jeff, *et. al.*. A survey of commercial & open source unmanned vehicle simulators. En: Robotics and Automation, 2007 IEEE International Conference on. (24: 10-14, abril, 2007: Roma). 2007 IEEE International Conference on Robotics and Automation. Nueva York: IEEE, 2007. p. 852–857.

CYBERBOTICS. Webots. [En línea]. Versión 7.0.3. [s.l.]: 4 de diciembre de 2012. [Citado: 13 de septiembre de 2013]. Disponible en Internet:

<<http://www.cyberbotics.com>>.

DARKEN, Rudolph y SIBERT, John. Navigating large virtual spaces. En: International Journal of Human-Computer Interaction. [s.l.]: 1996, vol. 8, no. 1. p. 49–71.

DEDE, Chris. The evolution of constructivist learning environments: Immersion in distributed, virtual worlds. En: Educational technology. [s.l.]: 1995, vol. 35, no. 5. p. 46–52.

DENAVIT, Jacques y HARTENBERG, Richard. A Kinematic Notation for Lower-Pair Mechanisms based on Matrices. En: ASME Journal of Applied Mechanics. Nueva York. 1955, vol. 22, no. 2. p. 215–221.

DEWEY, John. Democracy and Education. Nueva York: Courier Dover, 2004. 358 p..

DIAZ, Christian, TREFFTZ, Helmut y PINEDA, F. Enseñanza Remota de Conceptos Anatómicos y Funcionales del Sistema Músculo Esquelético. En: Latin American Congress on Biomedical Engineering 2007, Bioengineering Solutions for Latin America Health. (4: 24-28, septiembre, 2007: Isla Margarita, Venezuela). IV Latin American Congress on Biomedical Engineering 2007, Bioengineering Solutions for Latin America Health. Berlín: Springer, 2007. p. 1113–1116.

DRASCIC, David y MILGRAM, Paul. Perceptual issues in augmented reality. En: SPIE. (33: 28, enero, 1996: San José, California). Proceedings SPIE 2653 Stereoscopic Displays and Virtual Reality Systems III. Bellingham, Washington: SPIE, 1996. p. 123–134.

DREYFUS, Tommy. On the status of visual reasoning in mathematics and mathematics education. En: Conference of the international group for the psychology of mathematics education. (15: 1991: Puerto Vallarta, México). Proceedings of the 15th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. [s.l.]: [s.n.], 1991. p. 33–48.

DUNN, Tim y WARDHANI, Aster. A 3D robot simulation for education. En: International conference on Computer graphics and interactive techniques in Australasia and South East Asia. (1: 11-14, febrero, 2003: Melbourne, Australia). GRAPHITE 2003 Proceedings of the 1st international conference on Computer graphics and interactive techniques in Australasia and South East Asia. Nueva York: ACM, 2003. p. 277–278.

DURLACH, Nathaniel y MAVOR, Anne. Virtual reality: scientific and technological challenges. Washington, D.C.: National Academies Press, 1994. 533 p..

EICHENBERG, Christiane. Virtual Reality in Psychological, Medical and Pedagogical Applications. Rijeka, Croacia: InTech, 2012. p. 247–286.

ELLERY, Alex. An introduction to space robotics. Nueva York: Springer, 2000. 663 p..

EPIC GAMES, Inc. Game Engine Technology by Unreal. [En línea]. Versión 3. [s.l.]: 2004. [Citado: 13 de septiembre de 2013]. Disponible en Internet: <<http://www.unrealengine.com/en/features/>>.

FJELD, Morten, *et. al.*. Tangible user interface for chemistry education: comparative evaluation and re-design. En: SIGCHI Conference on Human Factors in Computing Systems. (26: 28-3, abril-mayo, 2007: San José, California). Proceedings of the SIGCHI conference on Human factors in computing systems. Nueva York: ACM, 2007. p. 805–808.

GEOMAGIC, Inc. Geomagic Touch [En línea] : página Web. (Citada: 22 de septiembre de 2013). <<http://www.geomagic.com/en/products/phantom-omni/overview>>.

GERKEY, Brian, VAUGHAN, Richard y HOWARD, Andrew. The player/stage project: Tools for multi-robot and distributed sensor systems. En: International conference on advanced robotics. (11: 30-3, junio-julio, 2003: Coimbra, Portugal). Proceedings of the 11th international conference on advanced robotics. Nueva York: IEEE, 2003. p. 317–323.

GIRALDO, Faber, *et. al.*. Collaborative Virtual Environments for Teaching Physics. En: 2006 International Joint Conferences on Computer, Information, and Systems Sciences, and Engineering (CISSE 06). (2: 4-14, diciembre, 2006: Bridgeport, Connecticut). Innovations in E-learning, Instruction Technology, Assessment, and Engineering Education. Dordrecht, Países Bajos: Springer, 2007. p. 89–93.

GIRALDO, Fábber, *et. al.*. Distance Interaction in Education Processes using a Telepresence Tool. En: International Joint Conferences on Computer, Information, and Systems Sciences, and Engineering (CISSE 08). (4: 5-13, diciembre, 2008: Bridgeport, Connecticut). Technological Developments in Education and Automation. Dordrecht, Países Bajos: Springer, 2010. p. 509–512.

GODINO, Juan, BATANERO, Carmen y FONT, Vicenç. The onto-semiotic approach to research in mathematics education. En: ZDM. [s.l.]: 2007, vol. 39, no. 1-2. p. 127–135.

GODINO, Juan, GONZATO, Margherita y FERNÁNDEZ, T. ¿Cuánto suman los ángulos interiores de un triángulo?. Conocimientos puestos en juego en la realización de una tarea matemática. En: Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática. (14: 2010: Lleida, España). Investigación en educación matemática XIV. Lleida, España: Edicions de la Universitat De Lleida, 2010. p. 341–352.

GORGIEVSKI, Nicholas, *et. al.*. Tablet PC: A preliminary report on a tool for teaching calculus. En: International Journal for Technology in Mathematics Education. [s.l.]: 2001, vol. 9, no. 5. p. 72-80.

GUZMÁN RUIZ, Carolina, *et. al.*. Deserción estudiantil en la educación superior colombiana. Bogotá: Ministerio de Educación de Colombia, 2009. 156 p..

HARRISON, David. Bohr Model [En línea] : página Web. (Citada: 13 de septiembre de 2013). <<http://www.upscale.utoronto.ca/GeneralInterest/Harrison/BohrModel/BohrModel.html>>.

HARRIS, Adam y CONRAD, James. Survey of popular robotics simulators, frameworks, and tool-kits. En: SoutheastCon 2011. (28: 17-20, marzo, 2011: Nashville, Tennessee). IEEE Southeastcon 2011. Nueva York: IEEE, 2011. p. 243–249.

HELSEL, Sandra. Virtual Reality and Education. En: Educational Technology. [s.l.]: 1992, vol. 32, no. 5. p. 38–42.

HERRERA, Tulio. La Paz: no más y mucho más. Medellín: El autor, 2000. 191 p..

HIYAMA, Atsushi, *et. al.*. Augmented Reality System for Measuring and Learning Tacit Artisan Skills. En: International Conference, HCI International 2013, Las Vegas, NV. (15: 21-26, julio, 2013: Las Vegas, Nevada). Human Interface and the Management of Information. Heidelberg: Springer, 2013. p. 85–91.

HUANG, Hsiu-Mei, RAUCH, Ulrich y LIAW, Shu-Sheng. Investigating learners attitudes toward virtual reality learning environments: Based on a constructivist approach. En: Computers & Education. Amsterdam. 2010, vol. 55, no. 3. p. 1171–1182.

HUGUES, Louis y BREDECHE, Nicolas. Simbad: an autonomous robot simulation package for education and research. En: International Conference on Simulation of Adaptive Behavior. (9: 25-29, septiembre, 2006: Roma, Italia). From Animals to Animats 9. Heidelberg: Springer, 2006. p. 831–842.

ISMAEL, Jenann. Quantum Mechanics [En línea] : página Web. (Citada: 13 de septiembre de 2013). <<http://plato.stanford.edu/entries/qm/>>.

JAMBAK, Muhammad, HARON, Habibollah y NASIEN, Dewi. Development of Robot Simulation Software for Five Joints Mitsubishi RV-2AJ Robot Using MATLAB/Simulink and V-Realm Builder. En: Computer Graphics, Imaging and Visualisation. (5: 26-28, agosto, 2008: Penang, Malasia). Computer Graphics, Imaging & Visualisation. Los Alamitos, California: IEEE Computer Society Conference Publishing Services, 2008. p. 83–87.

JARA, Carlos, CANDELAS, Francisco y TORRES, Fernando. Virtual and remote laboratory for robotics e-learning. En: European Symposium on Computer Aided Process Engineering. (18: 1-4, junio, 2008: Lyon, Francia). European Symposium on Computer Aided Process Engineering. Amsterdam, Países Bajos: Elsevier, 2008. p. 1193–1198.

JONASSEN, David. Objectivism versus constructivism: Do we need a new philosophical paradigm?. En: Educational technology research and development. Nueva York. 1991, vol. 39, no. 3. p. 5–14.

JONASSEN, David H. Thinking Technology: Toward a Constructivist Design Model. En: Educational Technology. [s.l.]: 1994, vol. 34, no. 4. p. 34–37.

JONASSEN, David, HERNANDEZ-SERRANO, Julian y CHOI, Ikseon. Integrating constructivism and learning technologies. En: Integrated and holistic perspectives on learning, instruction and technology: Understanding complexity. Dordrecht, Países Bajos. 2000.p. 103–128.

JORGENSON, Loki. Mathematical visualization: Standing at the crossroads. En: IEEE Visualization. (7: 1996: San Francisco, California). Proceedings of Visualization 1996. Washington, D.C.: IEEE, 1996. p. 451–453.

KAUFMANN, Hannes. Collaborative augmented reality in education. Viena: Vienna University of Technology, 2003. 4 p..

KAUFMANN, Hannes y MEYER, Bernd. Simulating educational physical experiments in augmented reality. En: ACM SIGGRAPH ASIA 2008 educators programme. (1: 10-13, diciembre, 2008: Suntec, Singapur). Proceedings of ACM SIGGRAPH ASIA 2008. Nueva York: ACM Press, 2008. p. 68–75.

KAUFMANN, Hannes y SCHMALSTIEG, Dieter. Mathematics and geometry education with collaborative augmented reality. En: Computers & Graphics. Amsterdam, Países Bajos. 2003, vol. 27, no. 3. p. 339–345.

KIM, Jae-Jin. Virtual Reality. Rijeka, Croacia: InTech, 2011. 684 p..

KIRKLEY, Sonny y KIRKLEY, Jamie. Creating next generation blended learning environments using mixed reality, video games and simulations. En: TechTrends. Nueva York. 2004, vol. 49, no. 3. p. 42–53.

KIRNER, Claudio. Prototipagem Rápida de Aplicações Interativas de Realidade Aumentada. En: Tendências e Técnicas em Realidade Virtual e Aumentada. Porto Alegre, Brasil. 2011, vol. 1, no. 1. p. 29–54.

KLATZKY, Roberta, LEDERMAN, Susan y MATULA, Dana. Imagined haptic exploration in judgments of object properties. En: Journal of experimental psychology: learning, memory, and cognition. [s.l.]: 1991, vol. 17, no. 2. p. 314–322.

KOENIG, Nathan y HOWARD, Andrew. Design and use paradigms for gazebo, an open-source multi-robot simulator. En: IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. (17: 28-2, septiembre-octubre, 2004: Sendai, Japón). 2004 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS). Nueva York: IEEE, 2004. p. 2149-2164.

KONTOGEOURGIU, Assimina, BELLOU, Joan y MIKROPOULOS, Tassos. Being Inside the Quantum Atom. En: PsychNology Journal. [s.l.]: 2008, vol. 6, no. 1. p. 83–98.

KÖSA, Temel y KARAKUS, Fatih. Using dynamic geometry software Cabri 3D for teaching analytic geometry. En: Procedia-Social and Behavioral Sciences. [s.l.]: 2010, vol. 2, no. 2. p. 1385–1389.

LAUE, Tim, SPIESS, Kai y RÖFER, Thomas. SimRobot—a general physical robot simulator and its application in robocup. En: RoboCup. (9: 13-19, julio, 2005: Osaka, Japón). RoboCup 2005: Robot Soccer World Cup IX. Berlín: Springer, 2006. p. 173–183.

LENG, Ng Wee. Using an advanced graphing calculator in the teaching and learning of calculus. En: International Journal of Mathematical Education in Science and Technology. Abington, Reino Unido. 2003, vol. 42, no. 7. p. 925–938.

LIN, JJ-W, *et. al.*. Effects of field of view on presence, enjoyment, memory, and simulator sickness in a virtual environment. En: Virtual Reality 2002. (9: 24-28, marzo, 2002: Orlando, Florida). Proceedings of the IEEE Virtual Reality Conference 2002. Nueva York: IEEE, 2002. p. 164–171.

MARLIÈRE, Sylvain, *et. al.*. An Augmented Reality Nanomanipulator for Learning Nanophysics: The NanoLearner Platform. En: 2008 International Conference on Cyberworlds. (7: 22-24, septiembre, 2008: Hangzhou, China). Proceedings of the 2008 International Conference on Cyberworlds. Los Alamitos, California: IEEE Computer Society, 2008. p. 94–101.

MARTÍN-GUTIÉRREZ, Jorge, GUINTERS, Egils y PÉREZ-LOPEZ, David. Improving Strategy of Self-Learning in Engineering: Laboratories with Augmented Reality. En: Procedia-Social and Behavioral Sciences. Amsterdam. 2012, vol. 51, no. 1. p. 832–839.

MARTÍN-GUTIÉRREZ, Jorge, *et. al.*. Design and validation of an augmented book for spatial abilities development in engineering students. En: Computers & Graphics. Amsterdam. 2010, vol. 34, no. 1. p. 77–91.

MICROSOFT CORPORATION. Kinect for Windows [En línea] : página Web. (Citada: 13 de septiembre de 2013).
<<http://www.microsoft.com/en-us/kinectforwindows/>>.

MIKROPOULOS, Tassos. Presence: a unique characteristic in educational virtual environments. En: Virtual Reality. London. 2006, vol. 10. p. 197–206.

MIKROPOULOS, Tassos y NATSIS, Antonis. Educational virtual environments: A ten-year review of empirical research (1999–2009). En: Computers & Education. Amsterdam, Países Bajos. 2011, vol. 56, no. 3. p. 769–780.

MIKROPOULOS, Tassos, *et. al.*. Students attitudes towards educational virtual environments. En: Education and Information Technologies. [s.l.]: 1998, vol. 3, no. 2. p. 137–148.

MILGRAM, Paul, *et. al.*. Augmented reality: A class of displays on the reality-virtuality continuum. En: SPIE. (32: 31, octubre, 1994: Boston, Massachussets). Proceedings SPIE 2351 Telem manipulator and Telepresence Technologies. Bellingham, Washington: SPIE, 1995. p. 282–292.

MILLER, Elizabeth. Technology-Enhanced Calculus Lectures. En: Academic Exchange Quarterly. [s.l.]: 2011, vol. 15, no. 4. p. 47.

MINOGUE, James, *et. al.*. The impact of haptic augmentation on middle school students conceptions of the animal cell. En: Virtual Reality. Londres. 2006, vol. 10, no. 3–4. p. 293–305.

MITSUBISHI ELECTRIC. MELFA Industrial Robots Specifications Manual – RV-1A/RV-2AJ Series. Tokio: El autor, 2002. 132309 BFP-A8050-F. 106 p..

MIYASHITA, Tsutomu, *et. al.*. An Augmented Reality Museum Guide. En: IEEE/ACM International Symposium on Mixed and Augmented Reality. (7: 15-18, septiembre, 2008: Cambridge, Reino Unido). Proceedings of the 7th IEEE/ACM International Symposium on Mixed and Augmented Reality. Nueva York: IEEE Press, 2008. p. 103–106.

NAVAL RESEARCH LABORATORY. Atomic Force Microscopy: General Concept and Defining Characteristics [En línea] : página Web. (Citada: 13 de septiembre de 2013). <http://www.nrl.navy.mil/chemistry/6170/6177/afm_concept.php>.

NI, Liya, KRZEMINSKI, Marek y TUER, Kevin. Application of haptic, visual and audio integration in astronomy education. En: IEEE International Workshop on Haptic Audio Visual Environments and their Applications. (5: 4-5, diciembre, 2006: Ottawa, Canadá). IEEE International Workshop on Haptic Audio Visual Environments and their Applications. Nueva York: IEEE, 2006. p. 152–156.

OROZCO, Carlos, ESTEBAN, Pedro y TREFFTZ, Helmut. Collaborative and distributed augmented reality in teaching multi-variate calculus. En: IASTED International Conference on web-based education. (5: 23-25, enero, 2006: Puerto Vallarta, México). Web-based Education. Calgary, Canadá: ACTA Press, 2006.

PARR, Terence. Language Implementation Patterns: Create Your Own Domain-Specific and General Programming Languages. Raleigh, Carolina del Norte: Pragmatic Bookshelf, 2009. 374 p..

PARR, Terence y QUONG, Russell. ANTLR: A predicated- $LL(k)$ parser generator. En: Software: Practice and Experience. [s.l.]: 1995, vol. 25, no. 7. p. 789–810.

PINO-FAN, Luis, *et. al.*. Conocimiento didáctico-matemático de profesores en formación: Explorando el conocimiento especializado sobre la derivada. En: Simposio Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática. (16: 2012: Jaén, España). Investigación en educación matemática XVI. Jaén, España: SEIEM, 2006. p. 427–434.

POTKONJAK, Veljko, *et. al.*. Virtual Mechatronic/Robotic laboratory—A step further in distance learning. En: Computers & Education. Amsterdam. 2010, vol. 55, no. 2. p. 465–475.

RESTREPO, Juliana y TREFFTZ, Helmut. Telepresence support for synchronous distance education. En: ACM Symposium on Virtual Reality Software and Technology. (12: 7-9, noviembre, 2005: Monterey, California). VRST 05 Proceedings of the ACM symposium on Virtual Reality Software and Technology. Nueva York: ACM, 2005. p. 63–67.

SALZMAN, Marilyn, *et. al.*. The design and evaluation of virtual reality-based learning environments. En: Presence: Teleoperators and Virtual Environments (special issue on education). Cambridge, Massachusetts. 1995, vol. 4, no. 1. p. 1–47.

SAMPSON, David. DERIVE: Software Review. En: Computers in Higher Education Economics Review I. [s.l.]: 1990, no. 10. 14–18.

SATO, Makoto, *et. al.*. A Haptic Virtual Environment for Molecular Chemistry Education. En: Transactions on Edutainment I/Lecture Notes on Computer Science. Berlín. 2008, vol. 5080. p. 28–39.

SCHMALSTIEG, Dieter, *et. al.*. The studierstube augmented reality project. En: Presence: Teleoperators & Virtual Environments. [s.l.]: 2002, vol. 11, no. 1. p. 33–54.

SCHRIER, Karen. Using augmented reality games to teach 21st century skills. En: SIGGRAPH '06. (33: 30-3, julio-agosto, 2006: Boston, Massachusetts). ACM SIGGRAPH 2006 Educators program. Nueva York: ACM, 2006. p. 15.

SCOTT, G. Simulator sickness [En línea] : página Web. (Citada: 13 de septiembre de 2013).
<<http://www.siggraph.org/education/materials/HyperVis/virtual.env/percept.iss/simulate.htm>>.

SENER, John. ALNs Relations: Current Educational Trends and Concepts and their Relation to ALN. En: ALN Magazine. [s.l.]: 1997, vol. 1, no. 1.

SHELTON, Brett y HEDLEY, Nicholas. Exploring a cognitive basis for learning spatial relationships with augmented reality. En: Technology, Instruction, Cognition and Learning. [s.l.]: 2004, vol. 1, no. 4. p. 323–357.

SHERMAN, William y CRAIG, Alan. Understanding virtual reality: Interface, application, and design. Amsterdam: Elsevier, 2002. 582 p..

SHIINO, Hiroyuki, SORBIER, Francois y SAITO, Hideo. Towards an Augmented Reality System for Violin Learning Support. En: Lecture Notes in Computer Science. Berlín. 2013, vol. 7854. p. 136–145.

SIMBIONIX CORPORATION. LAP Mentor [En línea] : página Web. (Citada: 13 de septiembre de 2013).
<<http://symbionix.com/simulators/lap-mentor/>>.

SLATER, Mel y USOH, Martin. Presence in immersive virtual environments. En: Virtual Reality Annual International Symposium. (1: 18-22, septiembre, 1993: Seattle, Washington). Proceedings of IEEE Virtual Reality Annual International Symposium. Nueva York: IEEE, 1993. p. 90–96.

SMITH, Russell. Open Dynamics Engine. [En línea]. Versión 0.12. [s.l.]: 8 de diciembre de 2012. [Citado: 13 de septiembre de 2013]. Disponible en Internet: <<http://www.ode.org>>.

STEUER, Jonathan. Defining virtual reality: dimensions determining telepresence. En: Journal of Communication. [s.l.]: 1992, vol. 42, no. 4. p. 73–93.

SUTHERLAND, I. The Ultimate Display. En: IFIP Congress. (3: 1965: Nueva York). Proceedings of the IFIP Congress. [s.l.]: [s.n.], 1965. p. 506–508.

SZPUNAR, Karl, KHAN, Novall y SCHACTER, Daniel. Interpolated memory tests reduce mind wandering and improve learning of online lectures. En: Proceedings of the National Academy of Sciences. [s.l.]: 2013, vol. 110, no. 16. p. 6313–6317.

TAXÉN, Gustav y NAEVE, Ambjörn. A system for exploring open issues in VR-based education. En: Computers & Graphics. Amsterdam. 2002, vol. 26, no. 4. p. 593–598.

TALL, David. Intuition and rigour: the role of visualization in the calculus. En: Visualization in teaching and learning mathematics. [s.l.]: 1991. p. 105–119.

THURSTON, William. On proof and progress in mathematics. En: For the learning of mathematics. [s.l.]: 1995, vol. 15, no. 1. p. 29–37.

TREFFTZ, Helmuth, GÓMEZ, Omar y ESTEBAN, Pedro. Supporting the learning process in the classroom using 3d collaboration on mobile devices. En: IADIS International Journal on WWW/Internet. [s.l.]: 2006, vol. 4, no. 2. p. 1–15.

UNIVERSITY OF SOUTH ALABAMA ONLINE LEARNING LABORATORY. Cognitive load theory [En línea] : página Web. (Citada: 13 de septiembre de 2013). <http://www.southalabama.edu/oll/mobile/theory_workbook/cognitive_load_theory.htm>.

VILLAREAL, Mónica y BORBA, Marcelo. Computers and calculus: Visualization and experimentation to characterize extremes of functions. En: International congress on mathematical education. (8: 14-21, julio, 1996: Sevilla, España). Book of abstracts of short presentations international congress on mathematical education. Valencia, España: Indugrafic, 1996. p. 408.

WAT SOLUTIONS. Workspace Robot Simulation Software. [En línea]. Versión 2012. [s.l.]: [Citado: 13 de septiembre de 2013]. Disponible en Internet: <<http://www.workspacelt.com>>.

WINN, William. A conceptual basis for educational applications of virtual reality. Seattle, Washington: Human Interface Technology Laboratory of the Washington Technology Center, University of Washington, 1993. TR-93-9. p. 14.

WINN, William y BRICKEN, William. Designing virtual worlds for use in mathematics education: The example of experiential algebra. En: Journal of Educational Technology. [s.l.]: 1992, vol. 32, no. 12. p. 12–19.

WISKE, Martha. Teaching for Understanding. Linking Research with Practice. San Francisco: Jossey-Bass, 1998. 379 p..

WITMER, Bob y SINGER, Michael. Measuring Presence in Virtual Environments: A Presence Questionnaire. En: Presence: Teleoperators and Virtual Environments. Cambridge, Massachusetts. 1998, vol. 7, no. 3. p. 225–240.

YOSHIDA, Yoshinori, *et. al.*. Development of a multi-layered virtual tooth model for the haptic dental training system. En: Dental materials journal. [s.l.]: 2011, vol. 30, no. 1. p. 1–6.

YUH, Junku y WEST, Michael. Underwater Robotics. En: Advanced Robotics. Londres. 2001, vol. 15, no. 5. p. 609–639.

ZELTZER, David. Autonomy, Interaction, and Presence. En: Presence: Teleoperators and Virtual Environments. Cambridge, Massachusetts. 1992, vol. 1, no. 1. p. 127–132.

ZHANG, Aimin, *et. al.*. Construct validity testing of a laparoscopic surgery simulator (Lap Mentor[®]). En: Surgical Endoscopy. Nueva York. 2008, vol. 22, no. 6. p. 1440–1444.