



Vigilada Mineducación

**Niveles óptimos de *trading* para criptomonedas – Simulación Monte Carlo para
Bitcoin**

Optimal trading levels for cryptocurrencies – Monte Carlo Simulation for Bitcoin

Agustín Agudelo Hoyos

Sebastián Giraldo Peña

Tesis

Asesor

José Julián Vásquez Jiménez

UNIVERSIDAD EAFIT

ESCUELA DE ADMINISTRACIÓN

MAESTRÍA EN ADMINISTRACIÓN FINANCIERA - MAF

MEDELLÍN

2022

Contenido

Resumen	3
Abstract.....	4
Introducción	5
Marco teórico.....	10
Movimiento Browniano Geométrico	10
Lema de Itô	11
Estimación de parámetros	14
Simulación Monte Carlo	15
Metodología.....	18
Los parámetros.....	18
Resultados.....	21
Conclusiones y recomendaciones	28
Referencias	32

Lista de tablas y gráficos

Tabla 1. Estadística descriptiva de los precios de cierre	21
Gráfico 1. Precios de cierre del Bitcoin utilizados para el modelo	22
Tabla 2. Estadística descriptiva de los rendimientos continuos	22
Gráfico 3. Resultado de la simulación.....	24
Tabla 3. Estadística descriptiva de los precios de la simulación	25
Gráfico 4. Densidad de precios simulados	26

Resumen

En este estudio prima el propósito de analizar a través de herramientas de uso estadístico, tales como simulación Monte Carlo y modelos de Movimiento Browniano Geométrico (MBG), los niveles óptimos, la tendencia y la probabilidad de acierto en precios clave de la criptomoneda Bitcoin. Este trabajo se apoya en la literatura existente sobre el modelo MBG aplicado en series de tiempo al precio de cierre del Bitcoin. Asimismo se describe y se da un contexto acerca del funcionamiento de la criptomoneda Bitcoin y de la tecnología *blockchain* que la respalda.

Se realiza un modelo de simulación con 10.000 iteraciones utilizando una función estocástica de Movimiento Browniano Geométrico con base en la información histórica de los precios de cierre diarios del Bitcoin de los últimos 8 años. Se estiman los rendimientos promedio del activo y su volatilidad para los 30 días siguientes, y posteriormente se realiza un análisis probabilístico de los niveles de precio que son obtenidos por el modelo luego de ejecutar las simulaciones.

Palabras clave: Bitcoin, simulación Monte Carlo (MC), Movimiento Browniano Geométrico (MBG), *blockchain*, *trading*.

Abstract

This study aims to analyze the use of statistical tools such as Monte Carlo simulation and Geometric Brownian Motion modeling (GBM), to figure out optimal levels, trends, and success probability in the closing prices of the cryptocurrency known as Bitcoin. This study is backed on current literature about the GBM applied on time-series data of Bitcoin daily closing price in an 8-year frame.

In addition to this, a clear context is given on how does Bitcoin and its backing technology Blockchain work. Moreover, a simulation with 10.000 iterations is performed, using a stochastic function of GBM, which is based on historical data of Bitcoin prices from the last 8 years. After this, a forecast is performed to get the bitcoin daily yield and a range of maximum and minimum prices within the next 30 days is done, so the model can retrieve as an output a given likelihood of success.

Key words: Bitcoin, Monte Carlo simulation (MC), Geometric Brownian Motion (GBM), Blockchain, trading.

Introducción

Según estudios preliminares, más del 67% de los *traders retail* pierden dinero al ejecutar sus operaciones en bolsa (Jeremy, **Shubashini y Zygiaris, 2021**); gran parte de este resultado puede ser atribuido a la alta volatilidad y aleatoriedad que se experimenta en los activos bursátiles y la calidad de las estrategias utilizadas por los *traders*; asimismo, la mayoría de estos no tienen acceso a herramientas matemáticas sofisticadas para ejecutar sus estrategias.

Desde que la criptomoneda Bitcoin fue lanzada en 2009 se ha convertido en la más popular a nivel mundial y es el referente hoy en día con más de 180 millones de usuarios. Su gran atributo y principal atractivo es su naturaleza digital, la cual le permite ser intercambiada por usuarios desde cualquier parte del mundo, sin tener que recurrir al sistema bancario tradicional (Howarth, 2022).

A pesar de que el Bitcoin no exista de manera física, tiene las mismas funciones que el resto del dinero, pero a diferencia de un billete o una moneda no virtual, los bitcoins no tienen un número de serie u otro tipo de mecanismo para poder rastrear a los compradores y vendedores que utilizan esta moneda virtual. Esto hace que sea atractivo para los que quieren o necesitan privacidad en sus transacciones. A diferencia de cualquier otra divisa, el Bitcoin no es dinero fiduciario. Es decir, no está respaldado por la confianza de un banco central, por un Gobierno o por un material (por ejemplo, patrón oro). En cambio, sí que utilizan un sistema de prueba de trabajo para evitar el doble gasto y se alcanza un consenso entre todos los nodos que operan en la red. Este consenso se conoce como blockchain (cadena de bloques) (Bermejo, 2021).

Es importante resaltar que la moneda es completamente descentralizada, lo cual implica que no es emitida por ningún ente u organización gubernamental o financiera.

Las operaciones de *trading* que se hacen a través de criptoactivos pertenecen a un mercado que crece aceleradamente. Datos recopilados por algunos de los más grandes

Exchange (plataformas de *trading*) arrojan cifras que sobrepasan los 100 millones de usuarios y aumentan cada día más (Wang, 2021).

En consecuencia con lo anterior, es posible observar que, para el año 2021, Bitcoin tenía una capitalización bursátil equivalente a USD \$1,75 trillones y su precio tuvo alzas históricas, pasó de USD \$9.500 a USD \$58.000 entre el año 2020 y el 2021.

Además de esto, el número de Bitcoins es una cantidad conocida y limitada a 21 millones de unidades en todo el mundo, lo que conlleva a que sea susceptible a volatilidades mayores en comparación con las que se presentan naturalmente en el resto de activos que son transados en el mercado de capitales o plataformas de *trading*.

Lo anterior explica por qué millones de personas se sienten intrigadas por la forma en la que funciona el Bitcoin, pero, también, por qué buscan sacar provecho de la volatilidad intrínseca del activo. Además, al ser un mercado con gran expansión y crecimiento, es fácil, en cierto modo, comprar y vender la criptomoneda desde cualquier parte del mundo: es suficiente un simple dispositivo móvil con conexión a internet. Es así como “más de 83 millones de personas para julio de 2022 han creado billeteras de Bitcoin en Blockchain.com” (Howarth, 2022).

Pero ¿qué es una billetera de Bitcoin? La billetera, en inglés *wallet*, es el aplicativo que utiliza la tecnología *blockchain* en la cual se alberga el Bitcoin y permite hacer transacciones desde y hacia otras billeteras. Además de estas facilidades de uso, es importante destacar los altos niveles de seguridad que emplean estos sistemas, de manera que sea complejo clonar o robar datos para ingresar a ellas. Normalmente operan con códigos aleatorios alfanuméricos, los cuales se renuevan cada vez que se ingresa a la billetera para realizar transacciones.

En una base diaria se registran más de 250.000 transacciones confirmadas de Bitcoin, y estudios muestran que desde julio de 2021 el 89% de la población adulta en Estados Unidos ha escuchado del Bitcoin (Howarth, 2022).

Adicionalmente, según Crypto.com, uno de los más grandes *Exchange* del mundo, se estima que alrededor de mil millones de personas harán uso de criptoactivos para finales del año 2022.

Gran parte de la cifra anterior se concentra en países de África, Asia y Suramérica, en comparación con Europa, Norteamérica o Australia, donde la distribución de usuarios es mucho más baja.

En el año 2020 analistas valoraron la totalidad del mercado *blockchain* en una cifra cercana a los USD \$3 billones. La pandemia global del Covid-19 tuvo un alto impacto en el desarrollo de los comercios electrónicos y las herramientas virtuales, lo que trajo como resultado una serie de proyecciones de crecimiento para el mercado *blockchain* con una cifra que asciende a los USD \$36,7 billones. Visto de otra manera, una tasa de crecimiento compuesto anual (CAGR: *Compound Annual Growth Rate*) de 68,34% (Howarth, 2022).

Teniendo en cuenta las generalidades mencionadas anteriormente, se pretenden estudiar, por medio de un modelo de Movimiento Browniano Geométrico y de una simulación Monte Carlo, los niveles óptimos, la tendencia y la probabilidad de acierto en precios clave de la criptomoneda Bitcoin. El alcance del modelo es netamente estadístico y basa su nivel de predicción en la volatilidad y el rendimiento medio logarítmico del activo a analizar. Cabe destacar que no es posible pronosticar un precio único futuro con un nivel de significancia alto con este tipo de modelos. Se aspira a llegar a niveles y probabilidades que satisfagan los criterios de decisión luego de hacer varias simulaciones. En la práctica se hace

necesario llevar a cabo modelos que representen la incertidumbre, en este caso por medio de variables aleatorias que ajusten el proceso.

En la práctica, el valor de un activo subyacente depende de numerosos factores económicos, políticos, etc., que influyen en los mercados donde cotiza la acción. Estos factores pueden contener una elevada incertidumbre dada la complejidad de su determinación. Considerando el grado de incertidumbre dado en el mercado financiero, es más apropiado introducir la aleatoriedad en el modelo determinista a la hora de modelizar cualquier activo subyacente (Pérez Fernández, n. d.).

Por medio de un análisis estocástico se hace posible investigar la volatilidad de los activos financieros, en este caso particular de la criptomoneda Bitcoin, con el fin de obtener información probabilística que permita reducir la incertidumbre y asimismo tomar mejores decisiones a la hora de realizar operaciones de *trading*.

Es importante para los agentes que participan en el mercado bursátil conocer diferentes alternativas y modelos que permitan tomar mejores decisiones a la hora de iniciar operaciones con este tipo de activos. Identificar un patrón de comportamiento futuro de un activo bursátil permite que se desarrollen técnicas de modelación y estrategias estadísticas que de alguna manera reduzcan el grado de incertidumbre natural que existe en los mercados; pero está claro que esto sigue siendo un imposible metafísico y el riesgo y la volatilidad intrínseca de los activos seguirá latente.

Existen algunos estudios que abordan situaciones similares; investigaciones que intentan modelar el comportamiento de índices bursátiles, acciones, *commodities*, entre otros activos. Sin embargo, el estudio de volatilidades con respecto a las criptomonedas es aún reducido. Jeremy *et al.*, en su estudio *Montecarlo Simulation Prediction of Stock Prices*, hacen referencia al Movimiento Browniano Geométrico y la simulación Monte Carlo como

modelos estocásticos de predicción de volatilidad para índices bursátiles, sin embargo, utilizan horizontes de tiempo amplios.

Modelar los niveles óptimos de precio y la tendencia de los activos financieros resulta bastante útil para la comunidad de *asset managers* y *retail traders* que tenga exposición a un portafolio de criptomonedas, específicamente en Bitcoin. Por medio de modelos matemáticos la toma de decisiones con respecto a las operaciones en estos activos puede ser más informada.

Dentro de las finanzas, los modelos de predicción aportan un componente bastante robusto a la toma de decisiones, toda vez que incluyen mecanismos estocásticos y de aleatoriedad que permiten acercarse más al comportamiento de los activos financieros. El Movimiento Browniano Geométrico (MBR) recopila información histórica de los precios para pronosticar los niveles futuros en los cuales podría oscilar su precio.

Es común observar en el mercado diferentes métodos para estimar tendencias y niveles de precio. Por parte de los *asset managers*, existen vertientes teóricas fundamentales para la predicción de precios, valoraciones convencionales y ratios financieros para fundamentar la toma de decisiones de inversión. En el mundo del *retail trading* son utilizados con frecuencia el “chartismo” y las líneas de tendencia basadas en promedios móviles. El Movimiento Browniano Geométrico por medio de simulaciones Monte Carlo otorga un alcance más científico y robusto a la toma de decisiones de inversión en activos riesgosos.

Marco teórico

Movimiento Browniano Geométrico

El modelo de Movimiento Browniano Geométrico o proceso de Wiener es una función aleatoria con un componente estocástico que representa el comportamiento en el tiempo de una variable. Para el caso específico de la investigación, los precios de cierre del Bitcoin serán la variable aleatoria para predecir.

El modelo browniano toma en cuenta valores en tiempo continuo y es un proceso gaussiano. Se considera gaussiano toda vez que las distribuciones finito-dimensionales del proceso $\{X(t; \omega): t \in T, \omega \in \Omega\}$ para $X(t; \cdot)$ sean variables aleatorias para cada $t \in T$ (Pérez Fernández, n. d.).

El movimiento browniano fue utilizado por el biólogo Robert Brown con el fin de predecir el movimiento aleatorio que tenían las partículas de polen en el agua; a dicho movimiento de las partículas se le denominó “Movimiento Browniano”.

En los comienzos del siglo XX, se descubrió la posibilidad de aplicar el Movimiento Browniano Geométrico en el campo de las finanzas, con la finalidad de modelar el comportamiento de los precios de activos bursátiles. Así, en este campo, este movimiento es ampliamente utilizado a partir de la función de precios en tiempo discreto.

Sea S_t la función de precios para el tiempo t y μ los rendimientos promedio; la función de precios en tiempo discreto estaría dada por:

$$S_t = S_{(t-1)} \left(1 + \frac{\mu}{t}\right)^t \quad (1)$$

Toda vez que el proceso estocástico del Movimiento Browniano supone un tiempo continuo, tenemos la siguiente función de precios a partir de la ecuación en tiempo discreto:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} S_{(t-1)} \left(1 + \frac{\mu}{t}\right)^t;$$

aplicando L'hospital se obtiene que

$$S_{(t-1)} \lim_{t \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{\mu}{t}\right)^t;$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{\mu}{t}\right)^t = e^{\mu t},$$

$$S_{(t-1)} e^{\mu t}$$

La función de precios para tiempo continuo será entonces:

$$S_t = S_{(t-1)} e^{\mu t} \quad (2)$$

Esta función de precios en tiempo continuo no contiene un componente estocástico; se describiría formalmente la función de precios del Movimiento Browniano en tiempo continuo de la siguiente forma (Velásquez, 2019):

$$S_t = S_{(t-1)} e^{\mu t + \sigma \beta_t} \quad (3)$$

$$\text{con } \beta_t \sim N(\beta_0; t)$$

Agregando el componente estocástico $\sigma \beta_t$ (Coeficiente del Movimiento Browniano) obtenemos una función de precios estocástica con ruido blanco que distribuye log-normal con media β_0 y varianza t .

Lema de Itô

Toda vez que el Movimiento Browniano Geométrico debe establecerse bajo una ecuación diferencial estocástica, se debe seguir la siguiente ecuación diferencial de tipo:

$$dx = a(x, t)dt + b(x, t)dB_t$$

con una función “a” dependiente del tiempo y una función “b” también dependiente del tiempo con características estocásticas y el diferencial del Movimiento Browniano. Con base en lo anterior, la función estocástica de precios en tiempo continuo (1) deberá cumplir

los términos de una ecuación diferencial con movimiento browniano. Se halla entonces la derivada de la función de precios (1) con respecto al tiempo:

Asumiendo $t = 1$, tenemos para el valor inicial de S_{t-1} , $S_{1-1} = S_0$,

$$S_t = S_0 e^{\mu t + \sigma \beta_t} \quad (3)$$

$$\frac{dS_t}{dt} = S_0 e^{\mu t + \sigma \beta_t} * \left[\mu + \sigma \frac{d\beta_t}{dt} \right]$$

Se reemplaza $S_0 e^{\mu t + \sigma \beta_t}$ por S_t :

$$\frac{dS_t}{dt} = S_t * \left[\mu + \sigma \frac{d\beta_t}{dt} \right]$$

$$dS_t = S_t * \left[\mu + \sigma \frac{d\beta_t}{dt} \right] * dt$$

$$dS_t = S_t \mu + S_t \sigma \frac{d\beta_t}{dt} * dt$$

$$dS_t = S_t \mu + S_t \sigma d\beta_t \quad (4)$$

La expresión (5) es la ecuación diferencial estocástica de la forma

$$dx = a(x, t)dt + b(x, t)dB_t$$

El lema de Itô permite solucionar la anterior ecuación del movimiento browniano por medio de una función adicional “G” que sigue el siguiente teorema (Velásquez, 2019):

$$dG_t = \left[\frac{dG}{dS} a + \frac{dG}{dt} + \frac{1}{2} \frac{d^2 G}{dS^2} b^2 \right] dt + \left[\frac{\partial G}{\partial S} b * d\beta_t \right] \quad (5)$$

Las variables “a” y “b” representan las funciones incluidas en la ecuación diferencial estocástica de la forma $dx = a(x, t)dt + b(x, t)dB_t$.

En el caso particular de la expresión (5) tenemos las siguientes funciones:

$$dS_t = S_t \mu + S_t \sigma d\beta_t$$

donde

$$a = S_t \mu$$

$$b = S_t \sigma$$

Utilizando el lema de Itô tenemos la siguiente expresión:

$$dG_t = \left[\frac{dG}{dS} (S_t \mu) + \frac{dG}{dt} + \frac{1}{2} \frac{d^2G}{dS^2} (S_t \sigma)^2 \right] dt + \left[\frac{\partial G}{\partial S} (S_t \sigma) * d\beta_t \right] (7)$$

A partir de la expresión anterior y asumiendo una distribución log-normal para los rendimientos de los precios “ S_t ”, se puede denotar la siguiente función $G = \ln(S_t)$; donde “ G ” hace referencia a una función adicional que supone un movimiento browniano para ser reemplazada en la expresión (7).

Al solucionar las derivadas de “ G ” con respecto de la función de precios “ S_t ” se obtienen los siguientes resultados:

$$G = \ln(S_t) \quad (8)$$

$$\frac{dG}{dS} = \frac{1}{S_t}, \quad \frac{dG}{dt} = 0, \quad \frac{d^2G}{dS^2} = -\frac{1}{S_t^2}$$

$$dG_t = \left[\frac{1}{S_t} (S_t \mu) + 0 + \frac{1}{2} \left(-\frac{1}{S_t^2} (S_t \sigma)^2 \right) \right] dt + \left[\frac{1}{S_t} (S_t \sigma) * d\beta_t \right]$$

$$dG_t = \left[\mu - \frac{\sigma^2}{2} \right] dt + [\sigma * d\beta_t]$$

$$\int_0^t dG_t = \int_0^t \left[\mu - \frac{\sigma^2}{2} \right] dt + \int_0^t [\sigma * d\beta_t]$$

$$G_t]_0^t = \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2} \right) t \Big|_0^t + \sigma \beta_t]_0^t$$

$$G_t - G_0 = \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2} \right) (t - 0) + \sigma (\beta_t - \beta_0)$$

$$G_t - G_0 = \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2} \right) t + \sigma \beta_t ; G = \ln(S_t)$$

$$\ln(S_t) - \ln(S_0) = \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2} \right) t + \sigma \beta_t$$

$$\ln \left(\frac{S_t}{S_0} \right) = \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2} \right) t + \sigma \beta_t$$

$$\left(\frac{S_t}{S_0} \right) = e^{\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2} \right) t + \sigma \beta_t}$$

$$S_t = S_0 e^{\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2} \right) t + \sigma \beta_t} \quad (9)$$

La función que resulta del procedimiento anterior (expresión 9) es la función de precios en tiempo continuo que sigue un Movimiento Browniano Geométrico.

Estimación de parámetros

Una vez dilucidada la expresión para la estimación de precios con Movimiento Browniano Geométrico se estiman los parámetros anualizados para μ y σ de forma no paramétrica siguiendo las expresiones:

$$\mu = \left(\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n r_t \right) * 365$$

$$\sigma = \left(\sqrt{\frac{(r_t - \hat{r})^2}{n - 1}} \right) * \sqrt{365}$$

Con $r_t = \ln \left(\frac{S_t}{S_0} \right)$

Simulación Monte Carlo

La simulación bajo el método Monte Carlo es una simulación probabilística que utiliza herramientas matemáticas para estimar los posibles resultados y caminos de un evento con grado de incertidumbre.

El método Monte Carlo fue inventado por John von Neumann y Stanislaw Ulam durante la Segunda Guerra Mundial para mejorar el sistema de toma de decisiones durante el conflicto bajo condiciones de entera incertidumbre. Debe su nombre al casino de Monte Carlo, ubicado en Mónaco.

Claramente, si quisiéramos conocer qué tan probable es que salga cara o sello en una moneda en particular, tirarla miles de veces nos daría un estimado. Sin embargo, es de alguna forma ilógico el pensar que arrojar la moneda millones, billones o trillones de veces, podría darnos algún indicio de que está pasando al interior de un reactor nuclear, con el clima de mañana, o al interior de una recesión.

Asimismo, la simulación Monte Carlo, la cual es básicamente una serie de lanzamientos de monedas, es usada para explorar estas áreas y otras tantas (Harrison, 2010).

Hoy en día, la simulación Monte Carlo es útil en el desarrollo de experimentos cuya carga analítica sería compleja de desarrollar por otros métodos. Sin embargo, es importante reconocer que tiene desventajas, debido a que es necesario un *software* que sea robusto para procesar los datos; además, no entrega soluciones exactas y, finalmente, su resultado solo

será tan bueno como el desarrollo del mismo modelo que tenga detrás, el cual obedece a una serie de variables de entrada que tienen un grado de subjetividad. En otras palabras, debe ser alimentada con información veraz y bien sustentada para obtener un resultado de calidad.

El método Monte Carlo es un tipo de simulación que basa su predicción en un repetitivo muestreo y posterior análisis estadístico de los resultados (Raychaudhuri, 2008). Este método está estrechamente relacionado con los experimentos aleatorios para los cuales el resultado específico no es conocido de forma previa; es un proceso metodológico de análisis de escenarios donde se estudian variables con información previa, pero sin información preliminar acerca de pronósticos asociados.

Existen aplicaciones distintas de la simulación Monte Carlo con enfoques similares al expuesto en este estudio. Mariusz Tarnopolski, en su trabajo "*Modeling the price of Bitcoin with geometric fractional Brownian motion: a Monte Carlo approach*", expone cómo puede aplicarse una simulación Monte Carlo con 10^4 iteraciones dadas en fracciones geométricas de Movimiento Browniano, y detalla que este método arroja un porcentaje de acierto del 10%.

El método de este autor también emplea un paso adicional al que se expone en este trabajo, el cual consiste en adicionar al modelo un exponente *Hurst* (H) $> 0,5$ (Tarnopolski, 2017).

El exponente Hurst (H) es una medida estadística empleada en la clasificación de las series de tiempo. $H = 0.5$ indica una serie aleatoria, mientras que $H > 0.5$ indica una tendencia que refuerza la serie. Mientras más grande sea el valor de H , más fuerte será su tendencia (Bo Qian y Rasheed, 2004).

Es relevante incluir el exponente Hurst (H) como variable del modelo, ya que este permite inferir que al obtener un mayor número en H en un determinado periodo la predicción

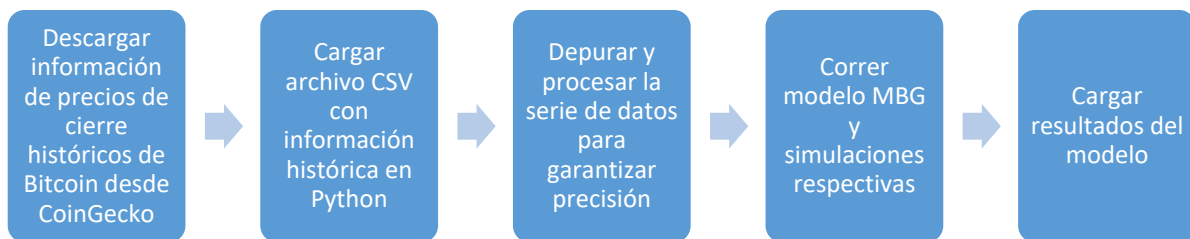
de los precios llega a ser más acertada, en comparación con números cercanos a 0,5 para H, lo que significa que los valores se acercan más a una serie aleatoria.

Lo anterior sugiere que los mercados no son completamente aleatorios en la totalidad de sus periodos (Bo Qian y Rasheed, 2004).

Luego de mencionar los métodos anteriores, es posible entender por qué la aplicación de la simulación Monte Carlo se vuelve relevante en un escenario que permita conocer la distribución de los datos subyacentes. Es por esto que su gran ventaja radica en que los datos de la muestra inicialmente escogida y posteriormente replicada comparten las mismas características de distribución que la muestra inicial, dado que en la realidad el hecho de conocer la distribución no es lo habitual.

Metodología

Para abordar el estudio propuesto se obtienen datos históricos del precio de cierre del Bitcoin a través de la plataforma CoinGecko a partir del primero de noviembre de 2014 hasta el 31 de octubre de 2022. Luego de obtener la información histórica, se utiliza Python para realizar el algoritmo necesario para llevar a cabo las simulaciones utilizando el modelo MBG. Los datos se descargan en formato CSV con el fin de depurarlos dentro de Python y se remueven precios ausentes o errados para mantener la serie de datos precisa.



Se utiliza la herramienta de Google Colab, de código abierto, para ejecutar un algoritmo en lenguaje Python con el fin de implementar el modelo. Se utiliza la siguiente función de precios definida anteriormente para pronosticar los movimientos del Bitcoin:

$$S_t = S_0 e^{\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)t + \sigma \beta_t}$$

Se ejemplifica un modelo de Movimiento Browniano con componente aleatorio de la siguiente forma: $\beta_t = \sqrt{t} * \text{Log} - N \sim (0,1)$; con el siguiente algoritmo en Python:

$$\beta_t = np.sqrt(t) * np.random.normal(0,1,n)$$

Los parámetros μ (rendimientos logarítmicos promedio) y σ (volatilidad estimada) se calculan de forma no paramétrica con las siguientes estimaciones:

$$\mu = \left(\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n r_t \right) * 365$$

$$\sigma = \left(\sqrt{\frac{(r_t - \hat{r})^2}{n - 1}} \right) * \sqrt{365}$$

$$\text{Con } r_t = \ln \left(\frac{S_t}{S_0} \right)$$

Se realizan 10.000 iteraciones dentro del modelo para pronosticar los precios de cierre diarios del Bitcoin para los siguientes 30 días.

Se parametrizan 3 niveles de precio de entrada para el Bitcoin a partir de **variaciones** sobre la mediana de la serie de precios, de la siguiente forma:

Nivel de precios 1 (NP_1): $\mu_{\frac{1}{2}}(S_0) * (1 + 9\%)$, 9% por encima del nivel de precios de la mediana de los datos.

Nivel de precios 2 (NP_2): $\mu_{\frac{1}{2}}(S_0) * (1 - 5\%)$, 5% por debajo del nivel de precios de la mediana de los datos.

Nivel de precios 3 (NP_3): $\mu_{\frac{1}{2}}(S_0) * (1 - 9\%)$, 9% por debajo del nivel de precios de la mediana de los datos.

Lo anterior con el fin de definir los niveles óptimos de precios de entrada y la probabilidad de que el precio de cierre al final de la simulación esté por encima de cada uno de los niveles.

Se calcula la probabilidad de que el precio estimado por el modelo esté por encima de los niveles de precio de la siguiente forma:

Nivel de precios 1 (NP_1), Frecuencia relativa de precios (probabilidad P_{np1})

$$P_{np1} = \frac{n_{s0 > NP1}}{M}$$

Nivel de precios 2 (NP_2), Frecuencia relativa de precios (probabilidad P_{np2})

$$P_{np2} = \frac{n_{s0 > NP_2}}{M}$$

Nivel de precios 3 (NP_3), Frecuencia relativa de precios (probabilidad P_{np3})

$$P_{np3} = \frac{n_{s0 > NP_3}}{M}$$

Donde,

$n_{s0 > NP_i}$ = número de precios simulados mayores a los niveles de precios estimados i

(3 niveles de precios).

M = número de simulaciones ejecutadas por el modelo propuesto.

Resultados

Luego de ejecutar el algoritmo con el modelo propuesto se obtienen los siguientes resultados:

a) Estadística descriptiva:

Tabla 1. Estadística descriptiva de los precios de cierre

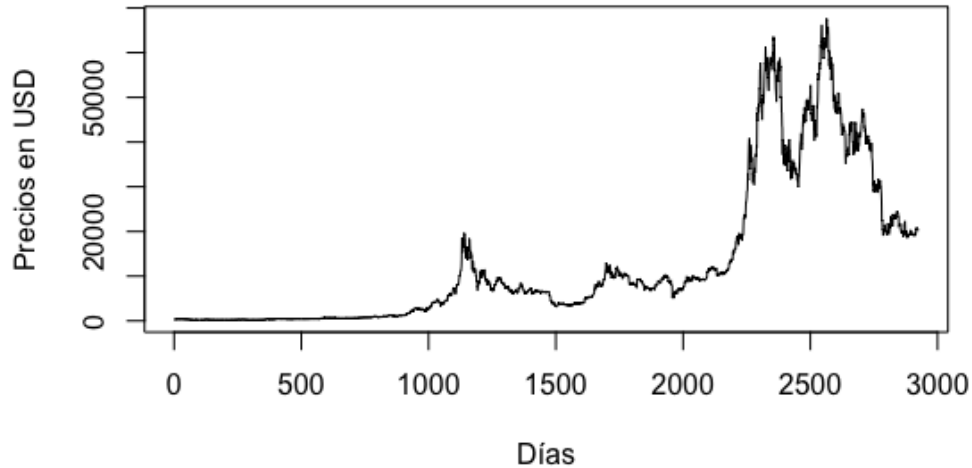
Estadística descriptiva	Precio USD
Tamaño	2.924
Mín.	172
Máx.	67.617
Mediana	7.042
Media	12.986
1 ^{er} Qu	711
3 ^{er} Qu	16.752

Fuente: Elaboración propia

Se toma una muestra de 2.924 precios de cierre disponibles, extraídos de CoinGecko (BTC Price, 2022), desde el primero de noviembre de 2014 hasta el 31 de octubre de 2022, para un total de 8 años de historia. Para la serie en estudio el precio de cierre mínimo fue de 172 USD, alcanzó un máximo histórico de 67.617 USD y la mediana de los precios obtenidos fue 7.042 USD (percentil 50 de los precios de cierre). Asimismo, se obtuvo un promedio de precios para los 8 años de 12.986 USD.

El precio de cierre ubicado en el primer cuartil (percentil 25) es de 711 USD, lo que indica que el 75% de los precios de cierre de la serie obtenida con 8 años de historia es superior a este valor; del mismo modo se obtuvo el precio del tercer cuartil (percentil 75) en 16.752 USD, lo que sugiere que el 25% de los precios de cierre para los datos en el rango de estudio estuvieron por encima de este valor.

Gráfico 1. Precios de cierre del Bitcoin utilizados para el modelo



Fuente: Elaboración propia

Se calculan los rendimientos logarítmicos para los precios de cierre obtenidos con el fin de obtener el parámetro μ del modelo, obteniendo los siguientes resultados estadísticos:

Tabla 2. Estadística descriptiva de los rendimientos continuos

Estadística descriptiva	Rendimientos log
Tamaño	2.923
Mín.	-43,4%
Máx.	28,7%
Mediana	0,2%
Media	0,1%
1 ^{er} Qu	-1,3%
3 ^{er} Qu	1,8%

Fuente: Elaboración propia

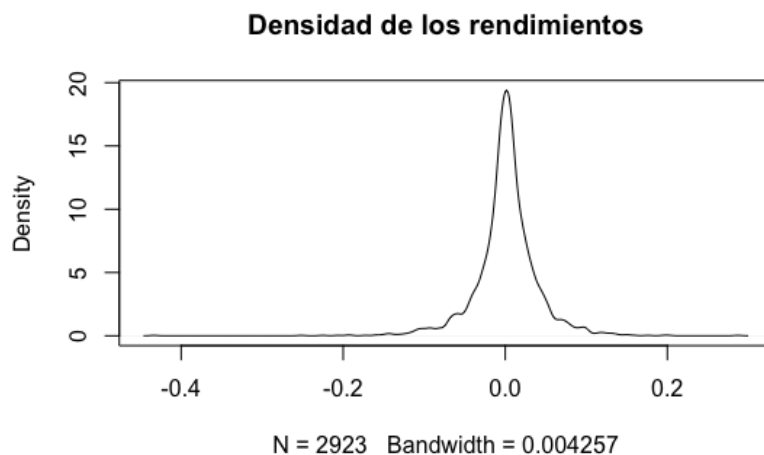
Se obtienen los siguientes resultados: caída máxima en un día (rendimientos continuos) -43,4%, esto supone un “*maximum drawdown*” para el conjunto de datos

analizados del 43%. Máxima variación al alza en un día fue del 28,7%; la mediana de los rendimientos continuos en una temporalidad diaria fue de 0,2% (percentil 50), asimismo el promedio de los rendimientos logarítmicos fue de 0,1% diario.

El rendimiento ubicado en el primer cuantil (percentil 25) fue de -1,3% diario, lo cual supone que, para el rango de estudio, el 75% de los rendimientos diarios estuvieron por encima de ese valor.

El rendimiento ubicado en el tercer cuantil (percentil 75) fue de 1,8% diario, lo que implica que el 25% de las variaciones de los precios de cierre para el rango de estudio fueron superiores a ese valor.

Gráfico 2. Densidad de los rendimientos



Fuente: Elaboración propia.

Se estima el rendimiento anual promedio de forma no paramétrica utilizando la siguiente expresión:

$$\mu = \left(\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n r_t \right) * 365$$

Obtenemos un rendimiento anual promedio de 51,6% para la muestra en estudio.

Asimismo, estimamos la volatilidad anual promedio de forma no paramétrica con la siguiente expresión:

$$\sigma = \left(\sqrt{\frac{(r_t - \hat{r})^2}{n - 1}} \right) * \sqrt{365}$$

b) Simulación

Para la muestra y los datos de estudio obtenemos una volatilidad promedio anual de 74,2%. Partiendo del último precio observado $S_0 = 20.210$, se realiza una proyección del precio del Bitcoin para los próximos 30 días definiendo las siguientes variables:

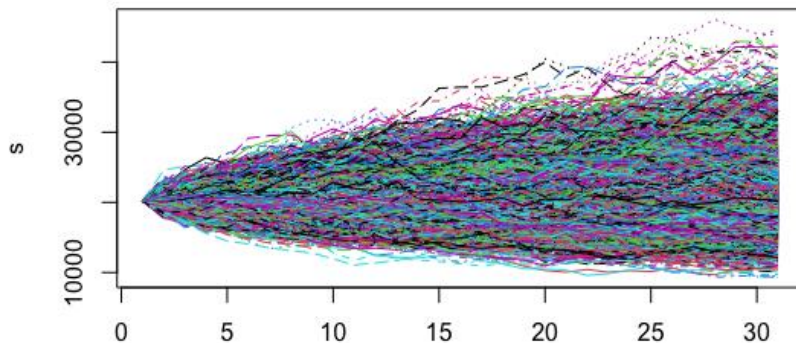
$$n = 30 - \text{Días a proyectar}$$

$$m = 10.000 - \text{Número de simulaciones}$$

$$t = \frac{1}{365} - \text{tiempo en periodicidad anual}$$

Una vez se ejecutan las simulaciones obtenemos los siguientes resultados:

Gráfico 3. Resultado de la simulación



Fuente: Elaboración propia

Tabla 3. Estadística descriptiva de los precios de la simulación

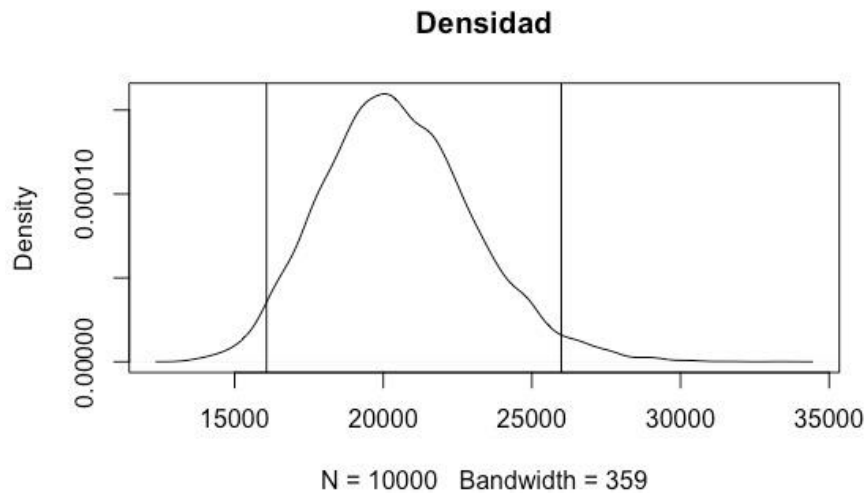
Estadística descriptiva	Simulación
Tamaño	300.000
Mín.	9.332
Máx.	46.068
Mediana	20.279
Media	20.646
1 ^{er} Qu	13.528
3 ^{er} Qu	31.270

Fuente: elaboración propia.

Se establece una matriz de 10.000 columnas (simulaciones) y 30 filas (días de pronóstico), lo anterior establece que cada día de pronóstico tendrá 10.000 caminos posibles de niveles de precios de cierre para la criptomoneda en estudio. En total se estiman así 300.000 precios. Como se aprecia en la tabla 3, se obtiene un precio mínimo de todas las simulaciones en el nivel de 9.332 USD, esto indica que con un nivel de confianza del 95%, el precio mínimo para el pronóstico del modelo en los próximos 30 días, a partir de la última fecha para la cual se tienen datos, tendrá a 9.332 USD como un límite inferior. Del mismo modo se estima un precio máximo de 46.068 USD como límite superior de las simulaciones propuestas por el modelo. El percentil 50 de los datos simulados (mediana) establece un precio de 20.279 USD al cierre de los 30 días pronosticados, asimismo el promedio de los precios de cierre producto de la simulación es de 20.646; cerca al *spot* con el que se comienza el análisis.

La densidad de los precios luego de ejecutar la simulación se presenta en el gráfico 4. En este se observa el rango más probable de cierre para la criptomoneda en estudio, basado en los datos históricos depurados por el modelo.

Grafico 4. Densidad de precios simulados



Fuente: Elaboración propia

La variación entre el cuantil mínimo (percentil 25) y el cuantil máximo, 13.528 USD y 31.270 USD respectivamente, representa el rango más probable de cierre a los días de pronóstico.

Se estiman los niveles de precios en los siguientes grados:

Nivel de precios 1: USD \$22.103,85

Nivel de precios 2: USD \$19.264,82

Nivel de precios 3: USD \$18.453,67

De igual modo se calculan las probabilidades de tener un precio de cierre al término de los 30 días por encima de cada uno de los niveles establecidos.

Probabilidad nivel 1: 26,30%

Probabilidad nivel 2: 31,62%

Probabilidad nivel 3: 78,01%

Máxima caída estimada por el modelo: -53,8%

Máxima apreciación estimada por el modelo: 87%

Tabla 4. Resultados de niveles y probabilidades

Parametro	Valor
Nivel 1	22.103,85
Nivel 2	19.264,82
Nivel 3	18.453,67
Probabilidad 1	26,30%
Probabilidad 2	31,62%
Probabilidad 3	78,01%
Máx. caída	-53,8%
Máx. apreciación	87%

Fuente: Elaboración propia

Conclusiones y recomendaciones

Este estudio analizó la serie histórica de precios para el Bitcoin desde el primero de noviembre de 2014 hasta el 31 de octubre de 2022. Este análisis arrojó los precios de cierre para cada uno de los 2.924 días y asimismo permitió conocer su rendimiento. Este fue el principal insumo para luego proceder a realizar 10.000 simulaciones Monte Carlo, las cuales sirvieron para conocer las variables aleatorias necesarias para incluir en el modelo de MBG. Las simulaciones se aplicaron a los 30 días posteriores al último precio de cierre obtenido de la base de datos, de manera que el horizonte correspondiera a un mes de proyección y modelación de la criptomoneda en estudio.

Siempre se trabajó el modelo con un intervalo de confianza del 95%, lo que permitió identificar los cuantiles involucrados para poder interpretar los resultados.

Se obtuvo un cuantil máximo con un valor para la moneda de USD \$31.270 y uno mínimo con un valor de USD \$13.528.

Es por esto que se decidió distribuir los datos de este estudio creando 3 niveles distintos, los cuales obedecían a un incremento porcentual sobre la mediana obtenida en la simulación:

El denominado nivel 1, es equivalente a la mediana + 9%.

El denominado nivel 2, es equivalente a la mediana – 5%.

El denominado nivel 3, es equivalente a la mediana – 9%.

Lo anterior permite que sea una clasificación fácil de visualizar a la hora de tomar decisiones e identificar el rango de precios en los cuales la criptomoneda osciló efectivamente.

De acuerdo con los resultados arrojados por el modelo basado en el Movimiento Browniano Geométrico y la Simulación Monte Carlo, a partir de los 3 niveles o canales utilizados para determinar el rango de oscilación de la moneda, es posible concluir que:

- Para el denominado nivel 1, con un precio de USD \$22.103,85 para los próximos 30 días, el modelo arroja una probabilidad del 26,30% de que este precio sea superado y una probabilidad del 73,70% de que sea inferior.
- Para el denominado nivel 2, con un precio de USD \$19.264,82 para los próximos 30 días, el modelo arroja una probabilidad del 68,38% de que este precio sea superado y una probabilidad del 31,62% de que sea inferior.
- Para el denominado nivel 3, con un precio de USD \$18.453,67 para los próximos 30 días, el modelo arroja una probabilidad del 78,01% de que este precio sea superado y una probabilidad del 21,99% de que sea inferior.

En este punto es importante identificar la relación que existe entre las probabilidades de éxito mencionadas en cada nivel y la aversión o el apetito por el riesgo, propio de cada persona, o en este caso *trader*.

Para efectos de este análisis, una probabilidad de éxito superior al 75%, como fue la obtenida para el escenario que involucra el nivel 3, que indica que el precio será superior a USD \$18.453,67 para los próximos 30 días, es de alta significancia porque permite concluir que dicha probabilidad y el modelo que la arroja servirían como soporte estadístico para la toma de alguna decisión que involucre compra o venta del Bitcoin bajo los supuestos ya expuestos.

De otro lado, podría interpretarse que la probabilidad de éxito de 26,30% obtenida para el escenario en el cual el precio del Bitcoin pueda ubicarse por encima de USD

22.103,85, es decir, el nivel 1, no sería de significancia suficiente para poder catalizar una decisión de compra o venta. Es probable que este nivel de probabilidades se acomode a un perfil de riesgo alto y sea indicio de una mayor especulación, lo que deja de lado todo el argumento de este estudio: que pueda reducirse de alguna forma la incertidumbre natural del activo Bitcoin.

Como punto intermedio, se podría considerar, para una persona con perfil de riesgo alto, la probabilidad de éxito obtenida para el escenario en el que el precio se ubique por encima de USD \$19.264,82 como un resultado con la significancia suficiente para ejercer acciones de compra y venta.

Sin embargo, es de vital importancia entender que todo lo anterior corresponde únicamente al análisis y construcción de modelos estadísticos que permiten, de alguna forma, reducir los niveles de incertidumbre. Por tanto, se debe tener presente que esto no es un criterio suficiente y definitivo para poder tomar alguna decisión de inversión, y evitar que las estrategias dependan únicamente de estos resultados. Por el contrario, es necesario construir más herramientas de estudio, las cuales pueden incluir análisis fundamental, análisis de gráficos o “chartismo”, tener información actualizada del mercado e incluso las mismas sensaciones que pueda tener una persona para realizar inversiones. Este tipo de percepciones, que obedecen a la emoción, no podrán ser catalizadas a través de modelos estadísticos.

También es una recomendación de inversión válida el buscar *asset managers* pertenecientes a compañías importantes, las cuales se dediquen al manejo de portafolios y pueda liberarse a la persona de las responsabilidades.

El Bitcoin sigue siendo un activo volátil y por ende riesgoso. El comportamiento de la moneda sigue siendo el resultado de una serie de movimientos guiados en gran parte por un componente de especulación, y es de conocimiento público el alto impacto que tienen

distintos personajes reconocidos sobre el Bitcoin. Así, cuando el mercado percibe que determinadas personas muestran su apoyo a este tipo de activos, es posible ver como su precio sube, pero, por el contrario, cuando algún Gobierno emite un comunicado donde rechaza las operaciones con Bitcoin en su país, esto es suficiente para que el precio se vea impactado negativamente.

También se reconocen las virtudes y la versatilidad que tiene el Bitcoin y lo fácil que puede ser la adquisición para personas de todo tipo de niveles de ingreso, lo que sería un buen punto de partida para tener una primera experiencia en un *Exchange* y familiarizarse con estas plataformas, para que más adelante pueda constituirse un portafolio con distintos activos.

Es importante saber que cuando se esté trabajando con activos bursátiles de estas características, lo recomendable es que se esté dispuesto a conciliar una pérdida total de los recursos invertidos, ya que así impacta la alta volatilidad al bolsillo del trader. Si no se parte de esa premisa de tolerancia al riesgo, quizás la mejor opción sea buscar inversiones menos riesgosas y a su vez con menor rendimiento, tales como ETF (Exchange Traded Funds) que repliquen los movimientos de un índice y el riesgo sea de carácter sistémico, más allá del componente especulativo.

El alcance de este trabajo se extiende únicamente hasta los niveles óptimos y las probabilidades de acierto en esos niveles mencionados, de manera que se puedan gestionar estrategias de trading y pueda reducirse en cierta medida la incertidumbre intrínseca de esta serie de operaciones.

Los niveles óptimos de trading han sido estimados con el MBG, es por esto que cobra importancia y hace parte de investigaciones futuras concebir estimaciones para el MBG de μ y σ con modelos estadísticos como SARIMAX.

Referencias

- Bermejo, D. (2021, septiembre 1). Economipedia. Recuperado de <https://economipedia.com/definiciones/bitcoin.html>
- Bo Qian, Rasheed, K. (2004). Hurst Exponent And Financial Market Predictability. University of Georgia. Recuperado de https://www.outspokenmarket.com/uploads/8/8/2/3/88233040/hurst_exponent_and_financial_market_predictability.pdf
- BTC Price. (2022). Recuperado de CoinGecko: <https://www.coingecko.com/>
- Garita, M. (2021). Statistical Methods Using Python for Analyzing Stocks. *Applied Quantitative Finance*.
- Harrison, R. L. (2010). Introduction To Monte Carlo Simulation. *National Library of Medicine*.
- Howarth, J. (2022, julio 12). How many people own Bitcoin? 95 blockchain statistics. *Exploding Topics*. Recuperado de <https://explodingtopics.com/blog/blockchain-stats>
- Jeremy Ng Phak Xiang, Shubashini Rathina Velu, Zygiaris, S. (2021). Monte Carlo Simulation Prediction of Stock Prices. *14 International Conference on Developments in eSystems Engineering (DeSE)*.
- Pažický, M. (2017). Stock Price Simulation Using Bootstrap and Monte Carlo. *Scientific Annals of Economics and Business*, 64(2), 155-170.
- Pérez Fernández, D. D. (n. d.). *Cálculo estocástico en finanzas: Aplicación del Modelo Browniano Geométrico para la predicción del activo subyacente FCC.MC en el IBEX-35*. ADE - Universidad Politécnica de Valencia.

- Raychaudhuri, S. (2008). Introduction to Monte Carlo simulation. *Winter Simulation Conference*. S. J. Mason, R. R. Hill, L. Mönch, O. Rose, T. Jefferson, J. W. Fowler (eds).
- Tarnopolski, M. (2017). Modeling the price of Bitcoin with geometric fractional Brownian motion: a Monte Carlo approach. *Arxiv*, 5.
- Velásquez, D. (2019). *Introducción al movimiento browniano*. ITM.
- Wang, K. (2021, julio). *Measuring Global Crypto Users: A Study to Measure Market Size Using On-Chain Metrics*. Recuperado de [Crypto.com](https://crypto.com).